

**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ**

М.Л. Хазиев, Р.Р. Рахимов,  
С.В. Болдырев, И.Х. Исрафилов

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО  
МЕТОДУ СТОКСА**

*Учебно-методическое пособие*

Набережные Челны

2025

УДК 532.133(075.8)(076.5)

БКК 22.365.58я73-5

**O-62**

*Печатается по рекомендации учебно-методической комиссии  
Высшей технической школы Набережночелнинского института (филиала)  
Казанского (Приволжского) федерального университета  
(протокол № 1.3.2.37-01/01 от 26.05.2025 г.)*

**Рецензенты:**

к.т.н., доцент кафедры высокоэнергетических процессов и агрегатов

**НЧИ КФУ А. В. Болдырев**

к.т.н., доцент кафедры физики НЧИ КФУ **Х. К. Тазмееев**

**O62**

**Определение коэффициента вязкости жидкости по методу Стокса:**  
учебно-методическое пособие / М.Л. Хазиев, Р.Р. Рахимов, С.В. Болдырев,  
И.Х. Исрафилов – Набережные Челны: Отдел информации и связей с  
общественностью Набережночелнинского института Казан. федерал. ун-та,  
2025. – 13 с.

Учебное пособие написано в соответствии с рабочей учебной программой дисциплин. Методические указания могут быть использованы для проведения лабораторных занятий по дисциплине «Физико-химические основы водоподготовки» для студентов по направлению подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» и по дисциплине «Механика жидкости и газа» для студентов по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование».

УДК 532.133(075.8)(076.5)

БКК 22.365.58я73-5

© М.Л. Хазиев, Р.Р. Рахимов, С.В. Болдырев, И.Х. Исрафилов  
© Набережночелнинский институт КФУ, 2025

## **Содержание**

Определение коэффициента вязкости жидкости по методу Стокса.....	4
Теоретические основы .....	4
Методика эксперимента .....	6
Описание установки.....	8
Определение коэффициента вязкости жидкости .....	10
Контрольные вопросы.....	11
Литература .....	12

## Лабораторная работа

### Определение коэффициента вязкости жидкости по методу Стокса

Цель работы: изучение явления внутреннего трения в жидкости и измерение коэффициента вязкости жидкости по скорости падения в ней шарика.

#### Теоретические основы

При движении жидкости между слоями возникают силы внутреннего трения, которые стремятся уравнять скорости всех слоев жидкости. Пусть два ближайших слоя жидкости, находящихся на расстоянии  $\Delta z$  друг от друга, движутся по оси X с различными скоростями, отличающимися на величину  $\Delta V$  (рис.1).

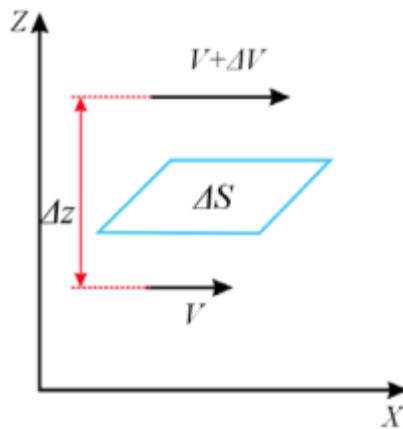


Рисунок 1 – Разница скоростей слоёв жидкости

Тогда на площадку  $\Delta S$  между этими слоями будет действовать сила внутреннего трения (вязкости), величина которой равна:

$$F = \mu \cdot \frac{\Delta V}{\Delta z} \cdot \Delta S, \quad (1)$$

где

$\mu$  – так называемый динамический коэффициент внутреннего трения или просто динамический коэффициент вязкости, значение которого зависит от свойств жидкости и от температуры.  $\frac{\Delta V}{\Delta z}$  – так называемый поперечный градиент скорости, он показывает, как изменится скорость потока в направлении оси Z.

Решая уравнение (1) относительно  $\mu$ , находим:

$$\mu = \frac{F}{\frac{\Delta V}{\Delta z} \cdot \Delta S}, \quad (2)$$

Следовательно, коэффициент внутреннего трения численно равен силе, действующей на единицу площади при градиенте скорости, равном единице. Размерность коэффициента внутреннего трения в системе СИ следующая:

$$[\eta] = \left[ \frac{H \cdot c}{m^2} \right] = [\text{Па} \cdot \text{с}]$$

Единица коэффициента внутреннего трения в системе СИ – Па·с. В системе измерений СГС (сантиметр-грамм-секунда) коэффициент динамической вязкости измеряется в Пузах [П], один пуз равен: 1П = 0,1 Па·с.

Коэффициент вязкости является одной из важнейших характеристик смазочных материалов. Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей с увеличением температуры уменьшается. Особенно сильно от температуры зависит вязкость масел. Например, вязкость касторового масла в интервале 18 — 40 °С падает в четыре раза. Течение называется ламинарным (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и турбулентным (вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа). Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы. При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей. Профиль усреднённой скорости при турбулентном течении в трубах (рис. 2) отличается от параболиче-

ского профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения.

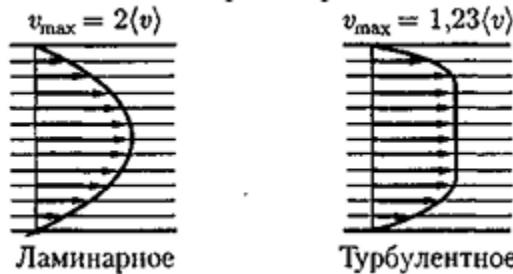


Рисунок 2 – Профили усреднённой скорости

Характер течения зависит от безразмерной величины, называемой числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho \cdot \vartheta \cdot d}{\mu}, \quad (3)$$

где

$\rho$  — плотность жидкости;

$\vartheta$  — средняя по сечению трубы скорость жидкости;

$d$  — характерный линейный размер, например, диаметр трубы или как в данной работе диаметр шарика;

При малых значениях числа Рейнольдса (при  $Re \leq 2300$ ) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при  $Re > 2300$ . Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей в трубах разных сечений одинаков.

Существует много способов определения коэффициента вязкости. Одним из наиболее простых и распространенных является способ, основанный на измерении скорости падения шарика в жидкости, который получил название метода Стокса.

### Методика эксперимента

Для определения коэффициента динамической вязкости жидкости в работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости падения шарика в жидкости. Стокс установил, что при небольших скоростях движения, то есть при малых значениях числа Рейнольдса, сила сопротивления, с которой действует

жидкая среда на движущееся в ней твердое тело, пропорциональна коэффициенту динамической вязкости жидкости  $\mu$ , скорости  $\vartheta$  движения тела относительно жидкости и характерному размеру тела  $l$ . Коэффициент пропорциональности зависит от формы тела. Для шара, если в качестве  $l$  взять радиус шара  $r$ , коэффициент пропорциональности оказывается равным  $6\pi$ . Следовательно, сила сопротивления движению шарика в жидкостях при небольших скоростях в соответствии с формулой Стокса равна:

$$F_{\text{сопр}} = 6 \cdot \pi \cdot \mu \cdot r \cdot \vartheta \quad (4)$$

Формула (5) получена в предположении, что расстояние от тела до границ жидкости, в данном опыте до стенок сосуда, значительно больше размеров тела  $r \ll R$ .

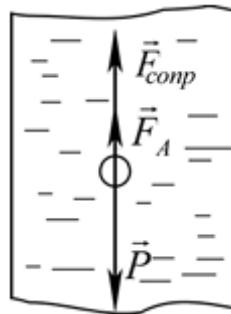


Рисунок 3 – Силы, действующие на шарик

На падающий в жидкости шарик действуют три силы (рис. 3):

- сила сопротивления среды  $F_{\text{сопр}}$  определяемая (4),
- сила тяжести:

$$P = m \cdot g = \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \quad (5)$$

- выталкивающая сила Архимеда:

$$F_A = \rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g \quad (6)$$

где

$\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности материала шарика и жидкости соответственно. Второй закон Ньютона для падающего шарика запишется в виде:

$$P - F_A - F_{\text{сопр}} = m \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (7)$$

Вначале движение шарика будет ускоренным  $\frac{d\vartheta}{dt} > 0$ , но так как сила сопротивления, согласно формуле Стокса, увеличивается с увеличением скорости падения, то при некоторой скорости  $\vartheta_0$  левая и правая части уравнения движения (7) обратятся в нуль, и движение шарика станет равномерным

$$\frac{d\vartheta}{dt} = 0 \quad (8)$$

Параметры установки подобраны таким образом, чтобы движение шарика установилось, когда он при своём падении достигнет верхней метки (рис. 4). Тогда скорость равномерного движения определяется из соотношения:

$$\vartheta_0 = \frac{h}{t} \quad (9)$$

где

$h$  и  $t$  – расстояние между верхней и нижней метками и время, за которое это расстояние пройдено. Подставляем выражение для сил (4) – (6) в уравнение (7) и при условии (8) получим:

$$\rho_1 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g - \rho_2 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot g - 6\pi \cdot \mu \cdot r \cdot \vartheta_0 = 0 \quad (10)$$

откуда с учётом (9) находим коэффициент динамической вязкости:

$$\mu = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot r^2 \cdot t}{h} \quad (11)$$

Таким образом, определение коэффициента динамической вязкости жидкости сводится к измерению радиуса шарика и скорости его равномерного падения в жидкости, плотности материала шарика и жидкости считаются известными.

### Описание установки

Для проведения опыта используют цилиндрический стеклянный сосуд, заполненный жидкостью, для которой определяем вязкость, шарики малых размеров, весы, масштабную линейку с миллиметровыми делениями, пинцет, термометр, весы. Схема установки представлена на рис. 4.

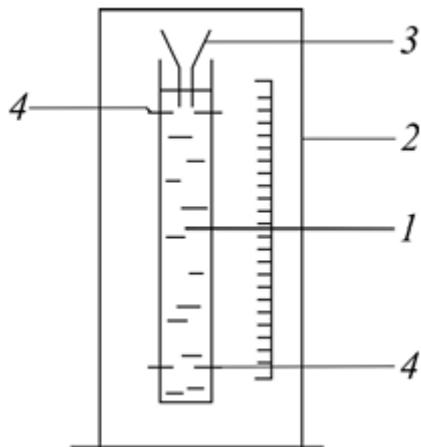


Рисунок 4 – Схема установки

На цилиндрической части сосуда 1 нанесены две кольцевые метки 4 – верхняя и нижняя. Расстояние между ними определяется по масштабной линейке 2. В верхней части сосуда установлена воронка 3, обеспечивающая падение шарика вдоль оси цилиндра.

Цилиндрический сосуд заливается испытываемой жидкостью выше уровня верхней метки.

Порядок выполнения работы

1. Установите плотности материала шариков  $\rho_1$  и жидкости  $\rho_2$  объёмно весовым методом.
2. Измерьте с помощью масштабной линейки с точностью до 1 мм расстояние  $h$  между метками на цилиндрическом сосуде.
3. С помощью термометра определите температуру, при которой проводится измерение коэффициента вязкости жидкости.
4. Измерьте диаметр каждого шарика в трех различных местах. Определите среднее значение его радиуса.
5. Пинцетом опустите шарик, не сообщая ему начальной скорости, в воронку и наблюдайте за ним. При прохождении шариком верхней метки включите секундомер, при прохождении нижней выключите его.

## Определение коэффициента вязкости жидкости

1. Запишите значения  $\rho_1 = \dots \text{кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = \dots \text{кг/м}^3$ ,  $t^\circ = \dots^\circ\text{C}$  и  $h = \dots \text{м}$  согласно пунктам 1, 2, 3 порядка выполнения работы.

2. Выполните пункты 4, 5 порядка выполнения работы для пяти шариков.

Результаты всех измерений занесите в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты измерений и вычислений

	Шарик 1	Шарик 2	Шарик 3	Шарик 4	Шарик 5	Средние значения
$r, \text{м}$						
$r^2, \text{м}^2$						
$t, \text{с}$						
$t^2, \text{с}^2$						

3. Вычислите средние значения и впишите в табл. 1:

$$\langle r \rangle = \dots; \langle r^2 \rangle = \dots; \langle t \rangle = \dots; \langle t^2 \rangle = \dots;$$

4. Определите среднеквадратичные погрешности определения для радиуса шарика  $S_{\langle r \rangle}$  и времени падения  $S_{\langle t \rangle}$  по формулам:

$$S_{\langle r \rangle} = \sqrt{\frac{\langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2}{n-1}}, \quad (12)$$

$$S_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2}{n-1}}, \quad (13)$$

где

$n$  – число проведённых экспериментов (количество брошенных шариков).

5. Рассчитайте среднее значение коэффициента вязкости жидкости:

$$\langle \mu \rangle = \frac{2}{9} \cdot \frac{(\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot \langle r \rangle^2 \cdot \langle t \rangle}{h} \quad (14)$$

6. Рассчитайте среднеквадратичную погрешность определения:

$$S_{\langle \mu \rangle} = \langle \mu \rangle \cdot \sqrt{\left(2 \cdot \frac{S_{\langle r \rangle}}{\langle r \rangle}\right)^2 + \left(\frac{S_{\langle t \rangle}}{\langle t \rangle}\right)^2} \quad (15)$$

7. Окончательный результат представьте в виде:

$$\mu = \langle \mu \rangle \pm S_{\langle \mu \rangle} \quad (16)$$

8. Используя формулу (4) определите число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho \cdot \vartheta \cdot d}{\mu} \quad (17)$$

## **Контрольные вопросы**

1. Силы внутреннего трения и их природа. От каких факторов зависит коэффициент динамической вязкости?
2. Напишите формулу Ньютона для сил внутреннего трения. Поясните понятие градиента скорости течения жидкости с помощью рисунка.
3. Объясните метод Стокса определения вязкости жидкости и дайте вывод формулы (11).
4. Как различаются течения ламинарное и турбулентное?

## **Литература**

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: учебник / Д. В. Сивухин; т. 5, ч. 1. — Москва: Наука, 1980. — и другие издания.
2. Трофимова, Т. И. Курс физики: учебное пособие / Т. И. Трофимова. — 11-е издание, стереотипное. — Москва: Академия, 2006. — 560 с.
3. Детлаф, А. А.; Яворский, Б. М. Курс физики: учебник / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. — Москва: Высшая школа, 2002.

*Учебное издание*

**Хазиев** Марат Люцерович

**Рахимов** Радик Рафисович

**Болдырев** Сергей Владимирович

**Исраfilов** Ирек Хуснемарданович

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ ПО МЕТОДУ СТОКСА**

Учебно-методическое пособие

**Редактор**

*Г.Ф. Таипова*

**Компьютерная верстка**

*Д.О. Мещеряков*

Подписано в печать 26.06.2025

Бумага офсетная. Печать ризографическая.

Формат 60×84 1/16. Гарнитура «Times New Roman».

Усл. печ. л. 0,8. Уч.-изд. л. 0,3. Тираж 50 экз. Заказ 1880

Отпечатано в отделе информации и связей с общественностью

Набережночелнинского института

Казанского (Приволжского) федерального университета