

С.Н. Тронин
НАБЛЮДАЕМОЕ И НЕНАБЛЮДАЕМОЕ В МАТЕМАТИКЕ

В спектре мыслей и суждений о сущности математики, и о ее месте в человеческой истории и культуре, можно выделить формулировки, кое в чем весьма напоминающие антропный космологический принцип. Думается, что это не случайное сходство. Даже тезис о наличии "многих математик", возникавших в разные эпохи и в разных культурных традициях, кажется более естественным интерпретировать как утверждение о неизбежности проявления (в широком разнообразии исторически обусловленных форм) неких универсальных принципов, относящихся к взаимодействию сознания с внешним миром.

Аналогии с физикой, несомненно, будут использоваться и в дальнейшем. В последнее время внимание профессиональных математиков начинает привлекать понятие наблюдаемости, и связанные с ним возможности. В [1] и [2] сделана попытка построить нечто вроде "наблюдаемой" математики. Хотя предлагаемая (детально не проработанная) в [2] общая идея имеет очевидное сходство с уже достаточно хорошо развитым булевозначным анализом [3], это обстоятельство в [2] никак не упоминается. Булевозначная математика является расширением теоретико-множественной, тогда как намерения автора [2], по-видимому, были несколько иными. Представляется, что для построения эффективных математических моделей наблюдаемости имеет смысл более пристально взглянуть на ситуацию в целом.

Прежде всего, нелишне еще раз уточнить, что же следует понимать под наблюдением и под Наблюдателем. По нашему мнению, речь должна идти об определениях такой степени общности, когда, например, под "наблюдениями" допустимо понимать весьма широкий класс *взаимодействий* "наблюдающего" и "наблюдаемого". "Наблюдением" должно считаться, в частности, любое применение некоторой общей теории к конкретной задаче, а наблюдаемой системой ("горизонтом") — некоторая совокупность задач, решаемых методами данной теории, в том числе и вся такая совокупность. "Наблюдателем" может быть человек, прибор (компьютер), коллектив людей, метод, теория, гипотеза и т.п. Работоспособная теоретическая модель должна включать в себя не только схемы воздействия Наблюдателя на наблюдаемое, но и механизмы обратного (не обязательно симметричного) воздействия наблюдаемого на Наблюдателя. Разумеется, все перечисленное выше — лишь небольшая часть того, что подпадает под общее определение. Вероятно, стоило бы ввести и новые термины вместо "наблюдения", "Наблюдателя" и "наблюдаемого", но делать это в данном сообщении вряд ли целесообразно.

Известное утверждение о том, что существует только то, что наблюдаемо (вслед за Н.Н. Моисеевым назовем его "принципом Бора") допускает уточнения в разных направлениях. Нечто существует (или не существует) не вообще, а лишь для данного Наблюдателя, и сам факт существования или несуществования зависит от используемых средств наблюдения (например, от мировоззренческих установок субъекта-наблюдателя). Неизбежна необходимость множества качественно разнородных и разноуровневых "существований" (а не только бинарного "существует" — "не существует"). Если исходить из принципа Бора как из исходного, буквально понимаемого, *определения* понятия существования, то далеко не все встречающиеся в литературе суждения об онтологическом статусе математических объектов выглядят бесспорными. Приходится предполагать, что объем и структура понятия существования (и не только его, впрочем) есть функция от времени и от тех представлений, которые имеют место в данное конкретное историческое время.

Мы считаем необходимым дополнить "принцип Бора" следующим образом:

1. У любой наблюдаемой системы имеется невидимая (запретная, недостижимая, непостижимая) для Наблюдателя часть. (Разумеется, термин "система" нуждается в

более детальном объяснении, которое нам придется здесь опустить. Не все, что угодно, в общем случае можно считать системой.)

2. Если наблюдение (постижение, воздействие) охватывает достаточно большую часть системы, то ее онтологический статус необратимо меняется.

Будем называть дополненный этими утверждениями принцип Бора "обобщенным принципом Бора" (ОПБ). Справедливость утверждений 1 и 2 (вне математики) можно проверить даже на уровне повседневной, обыденной реальности. На более "высоких" уровнях ОПБ хорошо согласуется, например, с принципами неопределенности и дополнительности, а также с теоремой Геделя и ее экстраполяциями в духе работы [4]. Теорема Геделя даже позволяет приблизительно оценить "объемное" соотношение между наблюдаемой и ненаблюдаемой частями: для сохранения сущностно изначального состояния наблюдаемой системы ненаблюдаемая (не подвергаемая воздействию) часть должна быть несоизмеримо "больше" наблюдаемой.

Замена принципа Бора на ОПБ неизбежно влечет необходимость внесения серьезных корректив в само определение понятия существования. Ненаблюдаемость (в определенном смысле) оказывается для существования чего-либо не менее значимой, чем наблюдаемость.

В частности, рассматривая конечные множества и их свойства как наблюдаемую часть некоей системы, можно заключить, исходя из ОПБ, что должна существовать ненаблюдаемая часть *той же самой* системы, несоизмеримо более обширная, чем класс конечных множеств. А если рассмотреть систему, наблюдаемая часть которой есть класс конструктивно (например, алгоритмически) строящихся объектов и их конструктивно устанавливаемых свойств, то ОПБ влечет, что несоизмеримо большую часть *этой же* системы должны составлять объекты, не допускающие конструктивного (в предыдущем смысле) построения. Если же попытаться жестко ограничить наблюдаемую систему только объектами, допускающими конструктивное построение, то принципиально меняется характер наблюдаемости этой системы: большую часть свойств ее объектов станет невозможно установить внутренними средствами самой системы (т.е. они перестанут быть наблюдаемыми). Математическая практика показывает, что положение вещей именно таково.

О полной картине ситуации говорить еще преждевременно, но уже ясно, что ОПБ богат логическими следствиями и обладает определенной предсказательной силой. Разумеется, в данном сообщении мы вынуждены были привести ОПБ в очень краткой и, вследствие этого, несколько упрощенной формулировке. Кроме того, самостоятельный интерес представляют применения ОПБ за пределами математики, а также вопрос о месте ОПБ среди некоторых отчасти сходных концепций, встречающихся в литературе (см., например, [5]).

Литература

1. Неструев Д. Гладкие многообразия и наблюдаемые. М., 2000.
2. Виноградов А.М. Принцип наблюдаемости, теория множеств и "основания математики" // В книге [1], С. 289 - 298.
3. Кусраев А.Г., Кутателадзе С.С. Введение в булевозначный анализ. М., 2005.
4. Паршин А.Н. Размышления над теоремой Геделя // Вопросы философии. 2000. № 6. С. 92-109.
5. Солодухо Н.М. Философия небытия. Казань, 2002.