

М.Ф. Гильмуллин

**УЧЕБНЫЕ СИТУАЦИИ И ЗАДАЧИ
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ
ПРИ ОБУЧЕНИИ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ**

В предлагаемой нами методической системе обучения истории математики в качестве основного средства формирования элементов профессионального опыта и культуры будущего учителя используется система учебных ситуаций. Учебная ситуация (УС) – это определенное сочетание условий, которые могут сложиться в учебном процессе стихийно или могут быть созданы преподавателем для достижения намеченных образовательных результатов с использованием соответствующих средств [4, с. 204]. Мы используем УС, представляющие интерес с точки зрения формирования исторического компонента профессионального опыта и культуры. Нами они названы учебными ситуациями профессионального развития (УСПР). Аналогичные понятия – учебная мировоззренческая ситуация (УМС), социальная ситуация профессионального развития (ССПР) – используются в [4, с. 66] и [5, с. 156]. Под ними понимаются случайно встречающиеся или специально создаваемые в процессе обучения жизненно или личностно важные для ученика ситуации, требующие выбора своей позиции и действий по их разрешению и потому способствующие формированию у них тех или иных мировоззренческих установок и микромеханизмов или профессионально значимых качеств.

Формирование элементов профессионального опыта и культуры будущего учителя математики в процессе обучения истории математики происходит на деятельностной основе. Под историко-математической деятельностью в данном контексте мы понимаем следующую систему деятельностей: ориентировка в УСПР и формирование мотива её использования в своей профессиональной деятельности, выбор методов, средств разрешения ситуации и решение задач, созданных ситуацией. УСПР побуждает студента, а вслед за этим и учащегося, к соответствующим действиям. Результатом такой деятельности является

приобретение профессионального опыта разрешения соответствующих ситуаций и формирование качеств профессиональной культуры.

УСПР могут организовываться с помощью серии задач с историко-математическим содержанием, но обогащенных соответствующим образом подобранными развивающими заданиями. Инструментом создания УСПР является произведение культуры (ПК), встречающееся как фрагмент исторического текста, или соответствующим образом переформулированное или даже реконструированное учителем, и побуждающее учащихся к самостоятельной познавательной деятельности. Произведениями культуры при обучении истории математики понимаются элементы математики, представленные в любом из его возможных воплощений, например, математические и культурно-исторические тексты, содержащие фрагменты, относящиеся к предмету истории математики.

Инструментом обучения способам деятельности в методике обучения истории математике являются учебные исторические задачи (УИЗ). Учебная историческая задача составляется из двух компонентов: некоторого массива содержательных данных и некоторой совокупности заданий для учащихся, согласованных с ПК, с предметными данными и несущих в себе какие-либо функции – воспитательные, развивающие или учебные. Поэтому УИЗ рассматриваются как организующее ядро УСПР.

Для описания массива данных обычно используются слова: «Дано», «Известно». Среди учебных заданий должны быть и такие, которые направляют студентов на выработку у себя определенных личностных, профессионально значимых качеств и способствуют формированию профессионального опыта. В числе таких качеств могут быть группы профессиональных качеств, зафиксированные в нашей структурно-интегративной модели исторического компонента профессионального опыта и культуры.

Пример учебной ситуации профессионального развития (далее представлен фрагмент «живого» диалога со студентами).

В повседневной жизни человеку иногда приходится сталкиваться с названиями больших чисел. Тем более, вам – будущим учителям – придется отвечать на вопросы учеников, например, что такое «триллион», почему его так назвали? Как это объяснить? Существует ли закономерность в названиях чисел?

Приведем вариант учебной исторической задачи, соответствующей рассматриваемой УСПР и использованный в нашем опыте обучения истории.

УИЗ-1. Известно, что итальянскому путешественнику Марко Поло (1254-1323) приписывается первое применение термина «millione» – «большая тысяча». Никола Шюке (1445-1500), французский математик и врач, в сочинении «Наука о числах в трёх частях» (1484) по аналогии ввёл термины: биллион, триллион и т.д. до нониллиона.

Задания: 1. Дайте характеристику математических объектов, для которых используются данные термины, и охарактеризуйте закономерность их появления. Определите, что обозначает последний термин. Продолжите, если это возможно, данный ряд терминов и соответствующих объектов. 2. Проанализируйте современное состояние использования данных терминов, изменилось ли оно со времён Шюке, есть ли среди них термины «октиллион», «миллиард», что они означают? 3. Как назывались большие числа у разных народов и в разные времена? Сравните исторические сведения по этому вопросу о славянах, арабах, евреях и других народах (по выбору). 4. Познакомьтесь с системой записи больших чисел Гуго Штейнгауза по его книге «Математический калейдоскоп». 5. В какой области современных знаний и техники человек встречается с необходимостью давать названия большим или маленьким числам, какими терминами в этом случае ему приходится оперировать (вспомните астрономию, информатику, другие области современных знаний)? Объясните с точки зрения общего принципа, что такое «нанотехнология».

Представим далее перечень используемых типов УСПР и соответствующих УИЗ. Каждый тип определяется ведущей целью

(доминантой) – направленностью ситуаций на формирование определенной группы профессиональных качеств будущего учителя математики. Тип УС определяет соответствующий предполагаемый результат учебной деятельности – необходимые элементы профессионального опыта и культуры или их взаимосвязанные группы.

Рассмотренную выше УСПР и соответствующую УИЗ отнесем к типу:

УСПР-1. *(анализ исторически выявленной закономерности, прогнозирование и перенос на современность, возможно в другую область знаний; привлечение исторических сведений для установления межпредметных связей).*

Дано: описание известного из истории математического факта, символа, термина, закономерности (как они даны в истории математики).

Задания. 1. Охарактеризуйте, возможно, гипотетически, данный факт с позиций: (а) кто стоял у истоков его возникновения и в какую историческую эпоху, в каких условиях, для удовлетворения каких нужд он возник; (б) можно ли обобщить этот факт, что тогда можно положить в основу? 2. Как с современных позиций называется и характеризуется основание для описываемого обобщения? Где, в каких разделах математики, в других областях знаний встречается такой способ? Сформулируйте общую закономерность данного обобщения и укажите области её применения.

УСПР-2. *(Развитие умения искать в известных источниках обоснованные ответы на профессионально важные вопросы об объектах знания, анализировать и сравнивать исторические тексты – содержательно и на базе элементарной логики высказываний).*

Дано: описание известного математического факта, понятия, формулы, алгоритма и т.п. в историческом тексте, которое, возможно, не совпадает с современным (или общепринятым, научным) представлением о нем.

Задания. 1. Охарактеризуйте, данный факт с позиций современной науки (математики) – почему это представление изменилось? Можете ли вы восстановить историю рассматриваемого вопроса? Решен ли вопрос (объяснен

ли факт) окончательно? Какие возникли сопутствующие проблемы? 2. Какие важные методологические и методические выводы можно сделать из этого факта? Что важного утеряно, что приобретено?

УИЗ-2. Дано: в современной науке математике понимание аксиомы и постулата закреплено однозначно, и термины используются как тождественные в границах математической теории и логических основ современной математики. В то же время, в их научной трактовке естественно оказался утерянным (лучше сказать – скрытым) общекультурный смысл – история и логика процесса осмысления этих понятий. Так, известно, что в Древней Греции понятия "аксиома" и "постулат" значительно различались между собой. Итак, для учёных-математиков нет нужды их различать. А для методистов, учителей математики, школьников?

Задания. 1. Прочитайте вдумчиво текст Аристотеля: «... всякая доказывающая наука имеет дело с тремя [сторонами]: то, что принимается как существующее, именно род, свойства которого, присущие ему сами по себе, рассматривает наука, и общие [положения], называемые аксиомами, из которых, как из первичного, ведется доказательство... Постулат же есть нечто противное мнению ученика или такое, что, будучи [возможно] доказуемым, принимается и применяется недоказанным». 2. Дайте свой ответ на следующие вопросы: (а) Можно ли подвергать сомнению истинность постулата? (б) Что влечет замена постулата другим? (в) Как вы понимаете понятие аксиомы? Можно ли доказать аксиому, что это означает (какой смысл в этом) и как это может быть использовано в обучении математике в школе, в вузе? 3. Евклид различал аксиомы и постулаты (прочитайте их по любому учебнику истории математики или по «Началам»). (а) Специализированы ли его аксиомы и постулаты на конкретную область знаний (геометрию)? Проанализируйте, например, аксиому «Целое больше своей части». (б) Сформулируйте знаменитый V постулат Евклида и равносильную ему аксиому школьной геометрии. (в) Как с точки зрения аксиоматических теорий можно объяснить попытки доказательства V постулата? Имеет ли право на существование этот

постулат? Что означает существование неевклидовых геометрий? 4. Как вы считаете, не является ли методической ошибкой безапелляционность учителя (и авторов некоторых учебных пособий) в утверждении: «аксиома – всегда истинное утверждение»? А его сомнение в истинности аксиом? Что бы вы предложили при ознакомлении учащихся с аксиомами?

УСПР-3. (Развитие умения находить в известных источниках тексты методически интересных задач, анализировать исторические задачи и искать основания для их появления).

Дано: формулировка (возможно и решение) исторической задачи, или набор задач в исторически первоначальном варианте.

Задания. 1. Внимательно изучите фабулу задачи? Какие выводы вы можете сделать об исторической эпохе постановки задачи? 2. Какие практические (научные, образовательные) потребности привели к постановке таких задач? 3. Изучите авторский способ решения задачи. Предложите другие методы решения. 4. Проанализируйте задачу с точки зрения возможного использования в процессе обучения в школе. Внесите ее в соответствующий раздел сборника исторических задач. 5. Какие исторические характеристики вы можете внести в синоптическую таблицу развития математики, используя данные задачи.

УИЗ-3. Дано: В папирусе Райнда приведены подряд две задачи:

Задача № 56: «Если пирамида имеет 250 локтей в высоту и сторона ее основания 360 локтей длины, то каково отношение половины основания к высоте?» **Задача № 57:** «Дано отношение половины основания к высоте (уклон) и основание. Требуется найти высоту пирамиды».

Для решения задачи могут понадобиться следующие данные. Единицей измерения длины служил локоть, приблизительно равный 51,5 см, 1 локоть равнялся 7 ладоням, 1 ладонь – 4 пальцам. Уклон – это также длина основания (катета) прямоугольного треугольника, когда высота (другой катет) равна 1.

Задания. 1. Решите задачи с опорой на школьные геометрические знания. 2. Охарактеризуйте данные задачи с точки зрения: (а) их логической

взаимосвязи; (б) потребностей, какими могла быть вызвана каждая из задач.

3. В папирусе Райнда встречаются ещё несколько пар задач, в частности задачи №№ 58, 59, связанные между собой так же, как предыдущие две. Запишите эти задачи в современной форме, решите и охарактеризуйте их взаимосвязи с позиций полезности и логики.

4. Выскажите предположение о роли процесса передачи математических знаний следующим поколениям, то есть обучения математике, в развитии математики как грани культуры. Какие потребности могли лежать в основе появления в математике задач, обратных данной? Приведите примеры таких задач.

5. Проанализируйте с позиций высказанного предположения рассуждения специалистов в области истории математики и психологии математического открытия [1, 2, 6]. Как бы вы воспользовались полученным знанием при обучении математике в школе (вузе), что бы посоветовали учителю?

УСПР-4. (*Воспроизводство, методическая реконструкция исторических знаний, деятельности, текстов*).

Дано: историческое описание вывода некоторой известной формулы, доказательства теоремы, решения задачи, в котором метод явно не усматривается.

Задания. 1. Проанализируйте и реконструируйте данный вывод (метод, доказательство). 2. Попробуйте выделить общий метод решения таких задач. Известно ли в истории математики дальнейшее использование этого метода. 3. Дать рекомендации по использованию его фрагментов в школе.

УИЗ-4. Дано: В папирусе Райнда встречаются задачи на «исчисление кучи» или «хау-исчисление». Куча здесь понимается как некое количество. Например, задача № 26: «Куча и ее четвертая часть вместе дают 15. Каково количество?» Традиционное решение в египетском духе гласит: «Начни с 4. Получишь 5. 15 подели на 5. Результат умножь на 4».

Задания. 1. Проанализируйте решение задачи и выделите метод решения подобных задач. Решите задачу для другого числа, например, 20. 2. Данный метод решения задач, сводящихся к линейным уравнениям, получил в

Средневековой Европе название «правила ложного положения». Сформулируйте это правило. Покажите, что оно основано на идее пропорциональности. Составьте методические рекомендации по применению правила в школе. 3. Можно ли задачи на исчисление кучи назвать зачатками алгебры?

УСПР-5. (Построение «теории» познаваемого объекта).

Дано: (1) некоторый набор основных утверждений, возможно, относящихся к разным временным эпохам и областям практических или математических знаний; (2) несколько исследуемых утверждений.

Задания. 1. Определите, какие утверждения из основного набора относятся к одной предметной области знаний (к одной системе понятий, к одному кругу задач, методов их решения, к одной теории и т.п.); объясните ваши действия, назовите предметную область знаний для большинства выделенных утверждений. Определите, если это возможно, к каким периодам развития математики – различным, одному – они относятся. 2. Определите, какие из исследуемых утверждений относятся к той же предметной области, объясните свой вывод. 3. Ответьте на вопрос: нельзя ли в выделенном наборе утверждений указать основные обосновывающие утверждения, из которых остальные или хотя бы некоторые, следуют? Если можно, то с опорой на интуицию отберите минимальный набор обосновывающих утверждений. 4. Докажите какие-нибудь из изолированных утверждений на основе выбранного вами минимального набора обосновывающих утверждений.

Вы построили «теорию» познаваемого объекта.

5. Используя справочники или пособия по истории математики, определите, когда исторически, усилиями кого и как был введен рассматриваемый математический объект. Кем были сформулированы и доказаны утверждения?

УИЗ-5. **Дано:** (1) Набор математических утверждений:

(а) Произведение диагоналей вписанного в окружность четырехугольника равно сумме произведений его противоположных сторон. (б) Хорда,

стягивающая угол, равна удвоенной линии синуса половины данного угла.

(в) Круг делится на 360 градусов. (г) Солнце движется вокруг Земли.

(2) Исследуемые изолированные утверждения:

(а) (Теорема Евклида) У четырехсторонников в кругах противоположные углы вместе равны двум прямым. (б) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$. (в) При стереографической проекции углы между линиями не меняются. (г) (Теорема Помпею) В окружность вписан правильный треугольник ABC. На дуге BC взята произвольная точка M и проведены хорды AM, BM, CM. Доказать, что $AM = BM + CM$. (д) $\sin 1^\circ = 0,017268$.

Задания могут быть сформулированы, как в УСПР-5.

Перечислим далее некоторые применяемые нами типы УСПР.

УСПР-6. (*Мотивация изучения математики и обучения математике на историко-математической основе*).

Дано: предназначенный к изучению раздел или тема школьной математики. Как использовать исторический опыт развития математики для мотивации изучения данного материала?

УСПР-7. (*Понимание персоналистского потенциала математики – роли личности в развитии математики. Восприимчивость к историческим личностям, проникновение в «лабораторию творчества»*).

Дано: математик, имя которого встречается при изучении истории математики (особенно те математики, которые внесли существенный вклад в развитие классических разделов математики). Как его кратко и емко охарактеризовать?

УСПР-8. (*Развитие рефлексии, направленной на знание фактов из истории математики, их возникновение или на их использование в обучении*).

Дано: математический факт, понятие, метод, содержащийся в историческом тексте, который предстоит изучить, или уже встречавшийся при изучении определенной темы. Постарайтесь оценить себя, на каком уровне владеете этим материалом? Является ли он для вас средством деятельности как

учителя, как исследователя (в том числе, и в исследовании проблем истории математики)?

УСПР-9. (*Способность к диалогу культур*).

Дано: математический объект (понятие, метод, теория), частично вышедший из активного употребления. Надо ли и почему заниматься его изучением?

УСПР-10. (*Установление и оценка взаимосвязей развития математики и математического образования*).

Дано: историко-математический объект (понятие, метод, теория, деятельность ученого), находящийся в общем историческом пространстве науки и математического образования. Какое отношение имеет исследуемый объект к современному уровню математического образования?

Конкретизированные задания подобных типов УСПР и УИЗ составляются по следующей схеме: (1) определяется система взаимосвязанных качеств, формирование которых запланировано на серию занятий или на весь курс обучения (тип УСПР); (2) эти качества переводятся в форму общих вопросов: что нужно сделать для формирования нужных качеств? (3) используя намеченный к изучению программный материал, подбирается необходимый массив содержательных исторических данных и на него налагается серия сформулированных ранее или других вопросов.

Многие задания имеют комбинированный тип. Они предъявляются студентам в течение всего процесса обучения истории математики в связи с изучаемым материалом. Обсуждение заданий происходит обычно на семинарских занятиях. Заметим, что подобные обсуждения мы стремимся строить в духе сотрудничества и по образцам, которые представлены в методической и педагогической литературе. К их числу, на наш взгляд, относятся те источники, в которых представлен опыт работы современных учителей и педагогов, например [4, 7]. На зачете предъявляются новые задания, варианты которых есть в пособиях, входящих в учебно-методический комплекс «История математики» [3].

Библиографический список

1. Адамар, Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики [Текст] / Ж. Адамар. – М.: Сов. Радио, 1970. – 150 с.
2. Барабашев, А.Г. Диалектика развития математического знания [Текст] / А.Г. Барабашев. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 166 с.
3. Гильмуллин, М.Ф. История математики: Учебное пособие [Текст] / М.Ф. Гильмуллин. – Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2009. – 212 с.
4. Жохов, А.Л. Мироззрение: становление, развитие, воспитание через образование и культуру: Монография [Текст] / А.Л. Жохов. – Архангельск: ННОУ «Институт управления»; Ярославль: Ярославский филиал ИУ, 2007. – 348 с.
5. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учебное пособие [Текст] / Под ред. В.Д. Шадрикова. – М.: Гардарики, 2002. – 383 с.
6. Розин, В.М. Логико-семиотический анализ знаковых средств геометрии (К построению учебного предмета) [Текст] / В.М. Розин // Педагогика и логика. – М.: Касталь, 1992. – С. 202-305.
7. Тайна Альбрехта Дюрера (Антология гуманной педагогики) [Текст]. – М.: Издательский Дом Шалвы Амонашвили, 2000. – 23 с.