

Кабинет Министров Республики Татарстан  
Министерство образования и науки Республики Татарстан  
Министерство промышленности и торговли Республики Татарстан  
Казанский научный центр Российской академии наук  
Мэрия города Казани  
ОАО «Казанская ярмарка»  
Казанский национальный исследовательский технический  
университет им. А.Н. Туполева-КАИ (КНИТУ-КАИ)

## **НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, МАТЕРИАЛЫ И ОБОРУДОВАНИЕ РОССИЙСКОЙ АВИАКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ**

**ВСЕРОССИЙСКАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
С МЕЖДУНАРОДНЫМ УЧАСТИЕМ**

10-12 августа 2016 г

**АКТО-2016**



**СБОРНИК ДОКЛАДОВ**

Казань 2016

## ДАТЧИК УГЛОВОЙ СКОРОСТИ С ОПТИМАЛЬНЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

Бахтиева Л.У.<sup>1</sup>, Боголюбов В.М.<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Казанский федеральный университет, <sup>2</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ)

Рассмотрена задача определения оптимальных параметров регулятора компенсационного датчика угловой скорости на основе трехстепенного модуляционного гироскопа. Полученные результаты обеспечивают необходимое качество и точность работы прибора.

Известно [1], что в инерциальных навигационных системах *аналитического типа* гироскопы и ньютонометры располагаются либо на гиростабилизированной платформе, оси которой при движении объекта остаются параллельными осям отсчетной системы координат, либо жестко монтируются на основании подвижного объекта. Во втором случае указанное построение инерциальной системы принято называть бесплатформенной инерциальной навигационной системой (БИНС). В БИНС угловые скорости подвижного объекта измеряются гироскопами, работающими в режиме датчиков угловых скоростей (ДУС), а переносные ускорения – ньютонометрами.

Применение БИНС обеспечивает большую надежность, существенное уменьшение габаритов и веса навигационной системы, меньшую стоимость, простоту эксплуатации, однако приводит к гораздо большему воздействию различных возмущений на гироскопы со стороны основания и прежде всего за счет большого динамического диапазона измеряемых угловых скоростей поворота подвижного объекта по сравнению с гироскопами, установленными на платформе. Учитывая незначительную величину кинетического момента ротора модуляционного роторного вибрационного гироскопа (МРВГ), в отличие от динамически настраиваемого гироскопа (ДНГ), можно в значительной мере снизить величину компенсационного момента. Тем самым можно обеспечить необходимый температурный режим работы прибора, критичность к которому определяет возможность создания датчика угловой скорости на МРВГ в БИНС, используемой для высокоманевренных объектов.

Рассмотрим особенности построения ДУС на основе несимметричного трехстепенного МРВГ. Электрокинематическая схема прибора приведена на рисунке 1. Схема построена на использовании трехстепенного МРВГ с вырожденным кардановым подвесом.

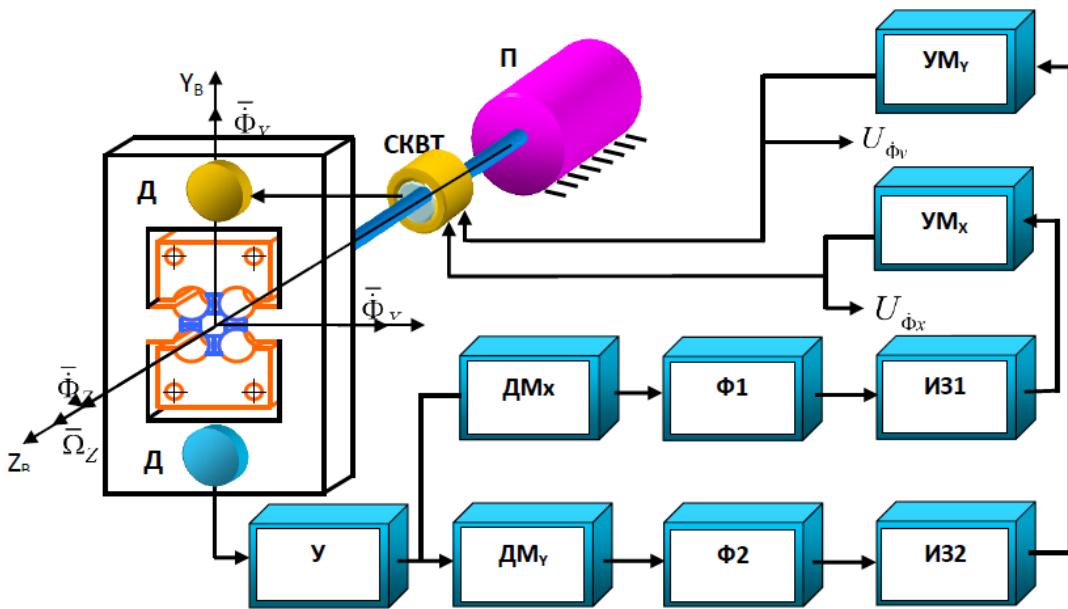


Рис. 1. Электрокинематическая схема астатического компенсационного ДУС на трехстепенном МРВГ

Для исследования динамики рассматриваемого ДУС воспользуемся вещественными передаточными функциями трехстепенного МРВГ по основному  $W_0^o(p)$  и перекрестному  $W_0^n(p)$  каналам, представленными выражениями:

$$W_0^o(p) = -\bar{K}_1 K_{\Gamma 0}^o \frac{T_{n1}^2 p^2 + 2 \xi_{n1} T_{n1} p + 1}{(T_g p + 1)(T_n^2 p^2 + 2 \xi_n T_n p + 1)},$$

$$W_0^n(p) = -\bar{K}_1 K_{\Gamma 0}^n \frac{T_{n2} p + 1}{(T_g p + 1)(T_n^2 p^2 + 2 \xi_n T_n p + 1)}, \quad (1)$$

где  $K_{\Gamma 0}^o = \frac{2 T_g \Omega N \omega_2}{\omega_{nutk} (2 \Omega + \omega_{nutk})}$ ,  $K_{\Gamma 0}^n = \frac{2 \Omega T_g N (D\omega_{nutk} - D_1 \omega_2)}{\omega_{nutk}^2 (2\Omega + \omega_{nutk})}$ ,  $T_g = \frac{1}{D}$ ,

$$T_{n1} = \sqrt{\frac{1}{\omega_{nutk} N \omega_2}}, \quad T_n = \frac{1}{\omega_{nutk}}, \quad T_{n2} = \frac{\omega_{nutk} - N \omega_2}{N (D\omega_{nutk} - D_1 \omega_2)}, \quad \xi_{n1} = \frac{ND + D_1}{2\sqrt{N\omega_2\omega_{nutk}}}, \quad \xi_n = \frac{D_1}{2\omega_{nutk}}.$$

Структурная схема астатического компенсационного ДУС, построенная с учетом приведенных выражений, представлена на рисунке 2 в виде двумерной системы управления с наличием антисимметричных перекрестных связей, обусловленных нутацией и прецессией ротора гироскопа с частотами  $\omega_{hyp}$  и  $\omega_n$  соответственно.

Для определения оптимальных параметров регулятора компенсационного ДУС минимизируем квадратичный функционал, который является критерием качества системы при конечной величине  $t_k$  и может быть представлен в виде

$$J = \int_0^T [X^T Q X + u^T R u] dt, \quad t_k = T, \quad (2)$$

где  $Q = \{q_{ij}\}_{n \times n}$ ,  $R = \{r_{lk}\}_{r \times r}$  – положительно определенные матрицы, элементы которых  $q_{ij} \geq 0$  и  $r_{lk} \geq 0$ . Первое слагаемое  $\int_0^T X^T Q X dt$  является интегральной квадратичной ошибкой и характеризует качество регулирования на всем интервале времени. Второе слагаемое является взвешенной энергией управления  $\int_0^T u^T R u dt$ , оно включается в критерий для ограничения управления. Требуемое ограничение на управление может быть обеспечено соответствующим выбором весовой функции  $R$ . Оптимизацию регулятора датчика угловой скорости проведем с использованием метода пространства состояний [2].

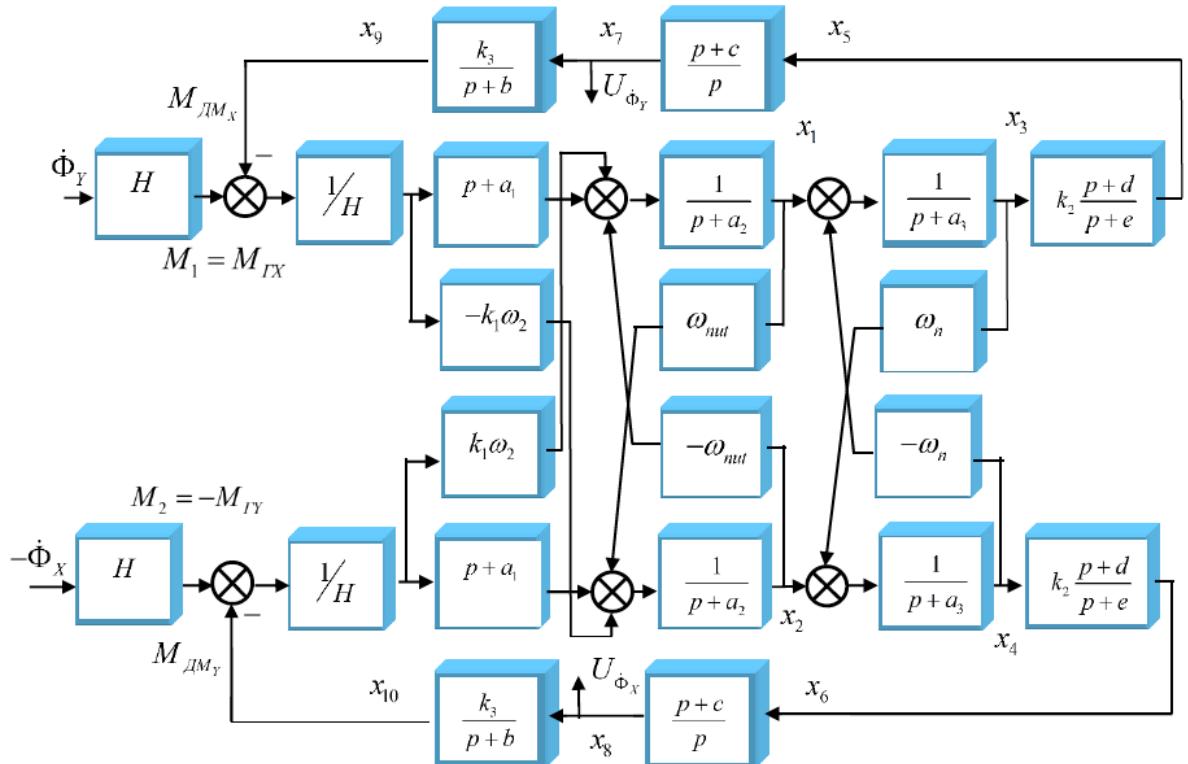


Рис. 2. Структурная схема астатического компенсационного ДУС на трехступенчатом МРВГ

Требуемое ограничение на управление может быть обеспечено соответствующим выбором весовой функции  $R$ . Оптимизацию регулятора датчика угловой скорости проведем с использованием метода пространства состояний [2].

Математическая задача определения параметров оптимальной настройки линейной нестационарной системы строится следующим образом:

- задаются дифференциальные уравнения состояния системы

$$\frac{\partial}{\partial t} X = AX + Bu, \quad Y = CX, \quad u = KX, \quad (3)$$

где  $A = \{a_{ij}\}_{n \times n}$ ,  $B = \{b_{il}\}_{r \times n}$ ,  $C = \{c_{mi}\}_{m \times n}$ , матрица  $K = \{k_{li}\}_{r \times n}$  и ее

элементы зависят от искомых параметров настройки системы ( $k_{li} > 0$ ), а  $a_{ij}$ ,  $b_{il}$  – коэффициенты уравнения объекта;  $X$ ,  $u$ ,  $Y$  – векторы координат состояния, управлений и выхода;

- определяются оптимальные значения параметров системы из условия экстремума выбранного критерия качества.

Применимельно к исследуемому ДУС коэффициенты  $a_{ij}$ ,  $b_{il}$  заданы и требуется определить коэффициенты  $k_{li}$  (коэффициенты передачи). Для определения коэффициентов  $k_{li}$  используется матричное уравнение Риккати на основе принципа максимума Понтрягина.

Графические решения уравнений состояния при оптимальном управлении, полученные методом численного интегрирования, приведены на рисунках 3–7, для переменных состояний  $X_1(t) = \theta_Y(t)$ ,  $X_7(t) = U_{OK}(t)$ ,  $X_9(t) = M_{DMX}(t)$ ,  $X_2(t) = \theta_X(t)$ ,  $X_8(t) = U_{PK}(t)$ ,  $X_{10}(t) = M_{DMY}(t)$ , определяющих динамику работы МРВГ в настроенном режиме ( $\Delta k = 0$ ).

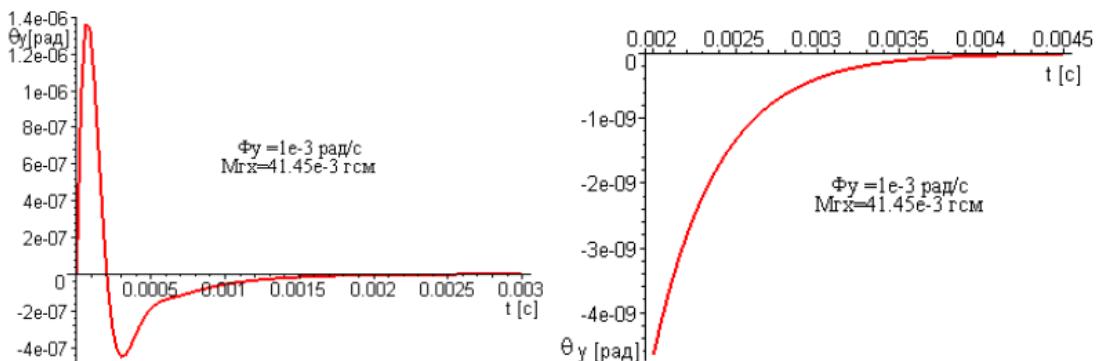


Рис. 3. Характер углового отклонения ротора МРВГ  $\theta_Y(t)$  при движении основания с угловой скоростью  $\dot{\Phi}_Y(t)$ .

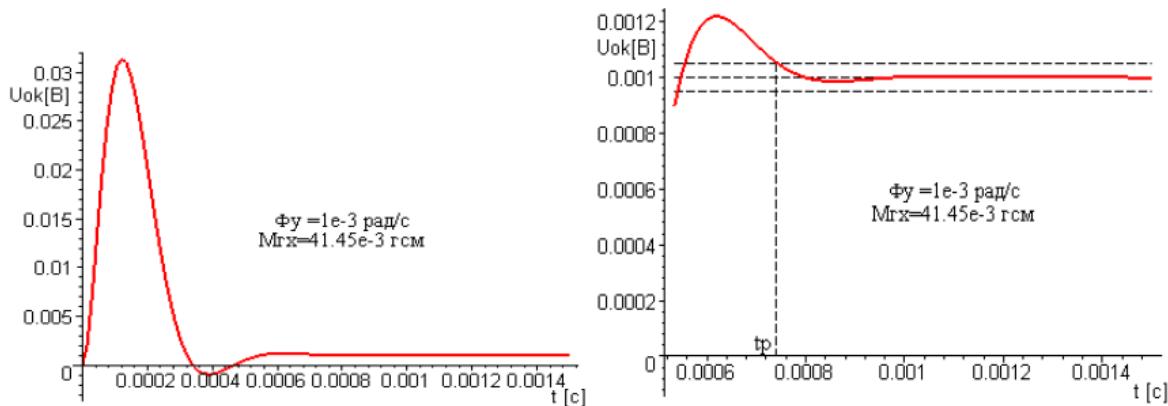


Рис. 4. Переходная характеристика ДУС  $U_{OK}(t)$  по основному каналу.

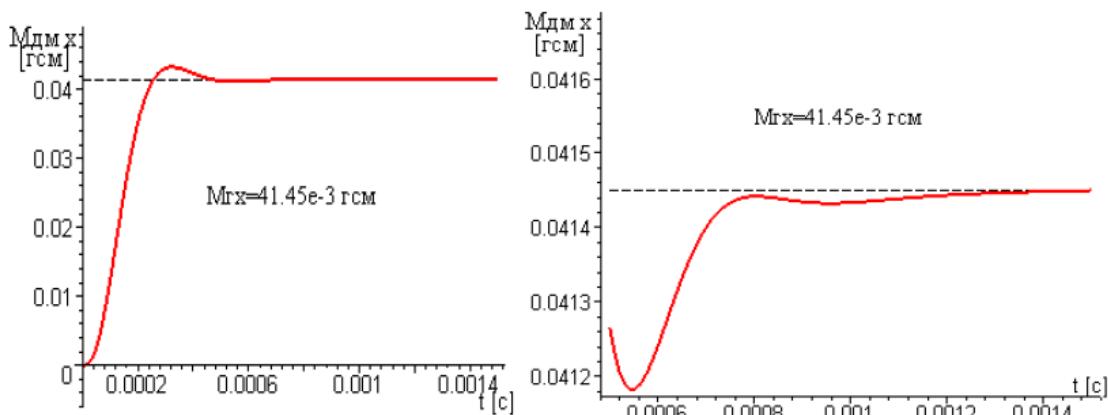


Рис. 5. Характер изменения компенсационного момента  $M_{DMX}(t)$  по основному каналу.

Проведенные исследования компенсационного ДУС на трехстепенном МРВГ позволяют сделать следующие выводы:

- использование оптимально настроенного регулятора в контурах управления чувствительным элементом рассматриваемых гироскопов позволяет обеспечить необходимое качество регулирования и, что особенно важно для датчиков угловой скорости, реализовать их высокое быстродействие по сравнению с обычным управлением (время регулирования  $t_p$  для трехстепенного ДУС составило  $7.4 \cdot 10^{-5} c$ );
- применение оптимальных регуляторов предполагает реализацию в каналах управления значительных коэффициентов усиления усилителей, что требует их тщательной экранировки, исключающей наводки паразитных сигналов в их входных цепях, а также тщательной межкаскадной связки по переменному току;
- для использования рассмотренных ДУС в широком динамическом диапазоне измеряемых угловых скоростей необходимо обеспечить астатическое управление чувствительным элементом, реализующее компенсационный метод, а также провести качественный выбор типа малогабаритного датчика момента с линейной статической характеристикой и необходимыми энергетическими

параметрами, исключающими недопустимый нагрев ампулы и чувствительного элемента.

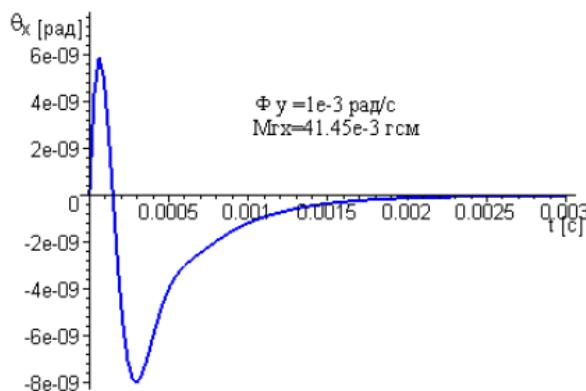


Рис. 6. Характер углового отклонения ротора МРВГ  $\theta_x(t)$  при движении основания с угловой скоростью  $\dot{\Phi}_y(t)$

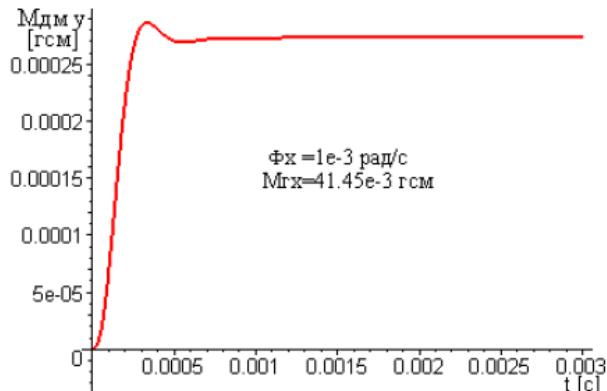


Рис. 7. Характер изменения компенсационного момента  $M_{dy}(t)$  по перекрестному каналу

### Список литературы

- Пельпор Д.С., Осокин Ю.А., Рахтейенко Е.Р. Гирроскопические приборы систем ориентации и стабилизации. – М.: Машиностроение, 1977. – 208 с.
- Сю Д., Майер А. Современная теория автоматического управления и ее применение.– М.: Машиностроение, 1972. – 552 с.

## ANGULAR RATE SENSOR WITH AN OPTIMAL CONTROLLER

*Bakhtieva L.<sup>1</sup>, Bogoljubov V.<sup>2</sup>*

*(<sup>1</sup>Kazan Federal University, <sup>2</sup>Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev-KAI)*

Investigated the problem of determining the optimal regulator of the angular velocity compensation sensor based on modulation of a three-degree gyroscope. The results obtained provide the necessary quality and accuracy of the device.