

УДК 504.75.05+532.529.6

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛАМИНАРНОГО
ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО
ПРОБООТБОРНИКА С ПОРИСТЫМ СЛОЕМ***И.Т. Мухаметзанов, Ш.Х. Зарипов, А.К. Гильфанов***Аннотация**

Предложена математическая модель ламинарного двухфазного течения для расчета эффективности защиты лицевой маски от дисперсных воздушных загрязнений. Для идеализированной сферической модели головы человека воздушное течение через защитную маску описывается течением через пористый слой. Проведены численные исследования отношения потоков частиц, попадающих на маску и проходящих в щель между маской и лицом, в зависимости от проницаемости маски и размера щели. **Ключевые слова:** математическая модель, защитная маска, сферический пробоотборник, эффективность защиты, пористая среда.

1. Введение

Для защиты органов дыхания от дисперсных воздушных загрязнений, особенно инфекционной природы, широко используются различные лицевые маски и респираторы, эффективность защиты которых зависит не только от эффективности материала фильтра, а также от плотности прилегания к лицу. При неплотном облегании образуются щели между маской и лицом, через которые могут проникать пылевые частицы и попадать в дыхательные пути через ротовое или носовое отверстия. Целью настоящей работы является создание математической модели ламинарного двухфазного течения для расчета эффективности защиты лицевой маски от дисперсных воздушных загрязнений. Для описания геометрии головы человека предлагается двумерная идеализированная модель, представляющая собой сферу с аспирирующим отверстием, перед которым расположен пористый слой - защитная маска.

2. Математическая постановка задачи

Рассматривается стационарное двумерное осесимметричное течение газа с взвешенными частицами при обтекании сферы радиуса R_s с круговым аспирирующим отверстием радиуса r_a и фильтрующим слоем перед ним (рис.1). Вдали от сферы воздух движется со скоростью U_0 , дыхание моделируется аспирацией воздуха через отверстие со скоростью U_a . В предположении малости концентраций частиц влиянием дисперсной фазы на газовое течение пренебрегается. Движение несущей среды в однородной и пористой областях в приближении ламинарного вязкого течения газа описывается уравнениями [1]

$$\nabla \cdot \bar{U} = 0, \quad (1)$$

$$\varepsilon^{-2} \rho \bar{U} \cdot \nabla \bar{U} = -\nabla P + \frac{\mu}{\varepsilon} \Delta \bar{U} - b \frac{\mu}{k} \bar{U}, \quad (2)$$

где \bar{U} – вектор скорости газа, μ – коэффициент динамической вязкости, ρ – плотность воздуха, P – давление, ε – пористость цилиндра, k – проницаемость пористой среды. Коэффициент b задается равным нулю вне пористого слоя и единице внутри него. Скорость газа \bar{U} , осредненная по объему порового пространства, связана со скоростью фильтрации \bar{U}_f соотношением $\bar{U} = \varepsilon \bar{U}_f$. Уравнения движения газовой среды течения (1), (2) дополняются условиями на границах расчетной области, заключенной между двумя полуокружностями: границей сферы радиуса R_s и внешней границей радиуса R_b . Вдали от сферической поверхности на левой половине граничной окружности задается скорость ветра U_0 , на правой границе избыточное давление принимается равным нулю. На сфере задаются условия прилипания $\bar{U} = 0$. В поперечном сечении входного отверстия пробоотборника задается постоянная скорость аспирации U_a . Область, занятая маской, определяется как пористая среда с проницаемостью k .

Уравнения движения взвешенной частицы в предположении стоксового закона сопротивления газовой среды без учета силы тяжести запишем в виде [2,3]

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \beta(\bar{U} - \bar{V}), \quad \frac{r_p}{dt} = \bar{V}, \quad (3)$$

где \bar{V} – вектор скорости частицы, r_p – радиус-вектор положения частицы, $\beta = 3\pi\mu d/m_p$, d_p – диаметр частицы, m_p – масса частицы.

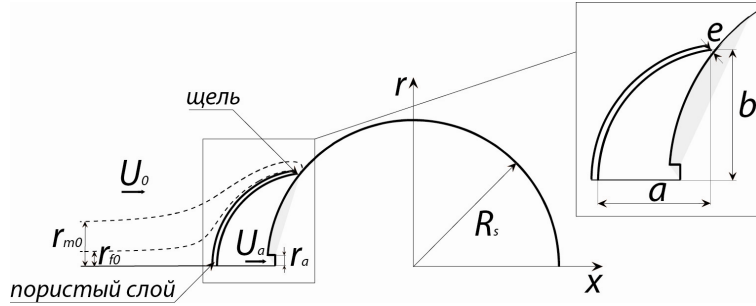


Рис. 1. Геометрия сферического пробоотборника с пористым слоем и предельные траектории

Для количественной оценки вклада двух путей проникновения частиц вводится величина P , которая представляет собой отношение потока Q_l^p частиц, проходящих через щель и попадающих в ротовое отверстие, к потоку Q_f^p частиц, попадающих на пористый слой. Для определения P рассчитываются предельные траектории, разделяющие указанные потоки частиц (рис. 1). Пусть r_{m0} – радиус трубки траекторий вдыхаемых частиц, r_{f0} – радиус трубки траекторий частиц, попадающих на пористый слой. Введенные величины r_{m0} и r_{f0} позволяют рассчитать потоки Q_f^p и Q_l^p по формулам

$$Q_f^p = C_0 U_0 \pi r_{f0}^2, \quad Q_l^p = C_0 U_0 \pi (r_{m0}^2 - r_{f0}^2), \quad (4)$$

где C_0 – концентрация частиц в невозмущенном потоке. Тогда величина P определится из формулы

$$P = \frac{Q_l^p}{Q_f^p} = (r_{m0}^2 / r_{f0}^2) - 1. \quad (5)$$

3. Результаты расчетов

Для численных исследований выбраны следующие значения геометрических параметров сферического пробоотборника: $R_s = 0.09$ м, $r_a = 0.007$ м. Защитный слой представляет собой сферический сегмент радиуса $b = 0.057$ м и высотой $a = 0.05$ м (рис.1). Толщина слоя равномерна по всей площади 0.003 м. Приведенные размеры пористого слоя приблизительно соответствуют параметрам широко используемых респираторов указанных ранее европейского FFP2 и американского N95 классов защиты. Размер щели e по краю защитной маски регулируется перемещением сегмента вдоль оси симметрии x . Размеры расчетной области внешнего течения подбирались достаточными, чтобы обтекаемое тело – сфера – не влияло на течение воздуха вдали от него: $R_b = 20$ м. Различают три основных режима дыхания человека с различным расходом q вдыхаемого воздуха: спокойное, умеренное и интенсивное (при больших нагрузках). Для расхода воздуха соответствующего спокойному дыханию $q = 8$ л/мин скорость аспирации через принятое круговое отверстие будет равна $U_a = 1.73$ м/с. Скорость ветра в соответствии с характерными скоростями воздуха внутри помещений выбрана равной $U_0 = 0.1$ м/с. Система уравнений течения несущей среды (1)-(2) решается с помощью метода конечных объемов в среде пакета ANSYS/Fluent [4]. Задача Коши для (3) в найденном поле скоростей газа решается численно на основе метода Рунге-Кутты.

Пример траекторий частиц диаметром $d_p = 1$ мкм и 30 мкм при проницаемости маски $k = 8.93 \cdot 10^{-11}$ м² дан на рис. 2. При дыхании через защитную маску вдыхаемый воздух проходит через фильтрующий слой. Часть вдыхаемого воздуха устремляется в щель между маской и лицом, что приводит к попаданию частиц в ротовое отверстие мимо фильтрующего слоя. Рис. 2 демонстрирует различное поведение частиц двух диаметров после попадания в щель. Часть частиц с $d_p = 30$ мкм после прохождения сечения щели будет оседать на сферической поверхности, т.е. не все частицы, проходящие в щель, будут попадать в ротовое отверстие.

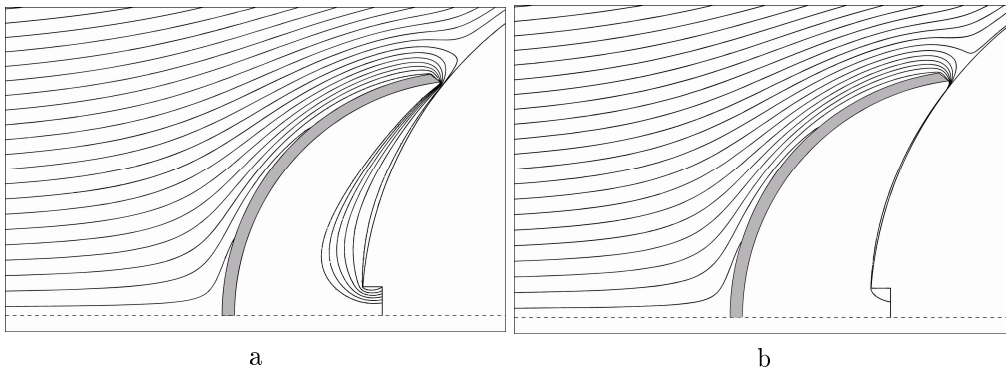


Рис. 2. Траектории частиц диаметром 1 (а) и 30 (б) мкм

Указанное обстоятельство учитывалось при вычислении величины P . Различались отношения потоков частиц, проходящих через щель и через ротовое отверстие к потоку частиц, попадающих на пористый слой: P_1 и P_2 , соответственно. Зависимость P_1 и P_2 от диаметра частиц для трех проницаемостей ($k = 5 \cdot 10^{-11}$, $8.93 \cdot 10^{-11}$, $5 \cdot 10^{-10}$ м²) при размере щели $e = 1$ мм представлена на рис. 3. Выбранные значения проницаемостей в целом находятся в диапазоне значений, соответствующих проницаемостям, применяемых в материалах защитных масок. В зависимости от значения проницаемости материала маски доля частиц, проходящих через щель, может быть значительной. Так для $k = 8.93 \cdot 10^{-11}$ м² P_1 и

P_2 достигают значений ~ 8 в области малых чисел Стокса. Близкие значения P наблюдались в экспериментах [5]. Различие между P_1 и P_2 наблюдается для частиц размером более 25 мкм. Предельный размер вдыхаемых через щель частиц составляет 25–35 мкм, в то время как в щель могут попадать частицы размером до 80–100 мкм. По мере уменьшения проницаемости маски доля частиц, проходящих через щель, возрастает.

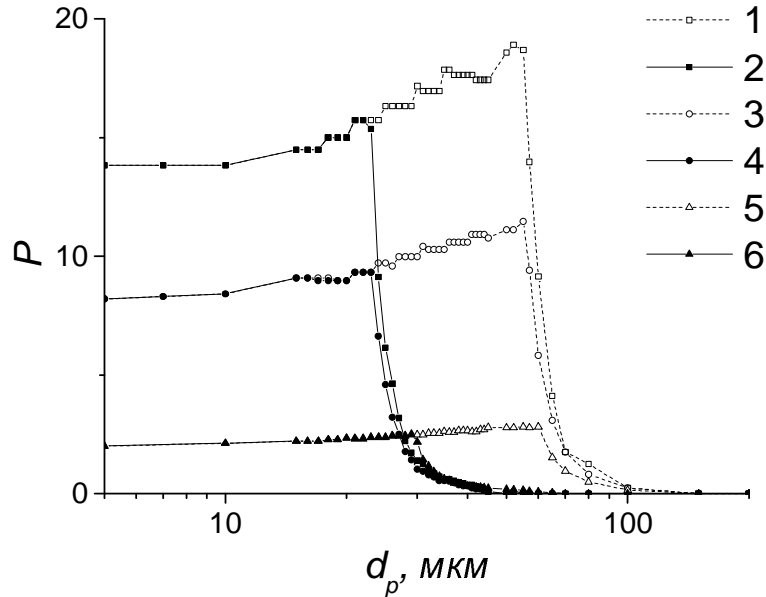


Рис. 3. Зависимость P_1 (1, 3, 5) и P_2 (2, 4, 6) от диаметра частиц для $e = 1$ мм:
 $k = 5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2$ (1, 2), $k = 8.93 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2$ (3, 4), $k = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$ (5, 6)

4. Заключение

Предложена математическая модель ламинарного двухфазного течения для расчета эффективности защиты лицевой маски от дисперсных воздушных загрязнений. Для идеализированной сферической модели головы человека воздушное течение через защитную маску описывается течением через пористый слой. Численное решение уравнений модели достигается в среде CFD пакета FLUENT. Проведены параметрические исследования отношения потоков частиц, попадающих на маску и проходящих в щель между маской и лицом в зависимости от ее проницаемости. Показано, что даже для достаточно малых размеров щели между маской и лицом человека доля частиц, проходящих через щель может быть значительной.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 12-01-00333, 14-01-31118)

Summary

I.T. Mukhametzanov, S.K. Zaripov, A.K. Gilfanov Mathematical model of two-phase laminar flow for a spherical sampler with a porous layer. Mathematical model of two-phase laminar flow for calculation of protection efficiency of face protective mask is developed. The spherical model of human head with a porous layer is used. The parametrical studies of the ratio of particle fluxes deposited on the filter and passed through the leakage between face

and mask are made. **Key words:** Mathematical model, protective mask, spherical sampler, protection efficiency, porous medium.

Литература

1. *Bhattacharyya S., Dhinakaran S., Khalili A.* Fluid motion around and through a porous cylinder : The John Bridgwater Symposium: "Shaping the Future of Chemical Engineering" // Chemical Engineering Science. – 2006. – V. 61. – № 13. – P.4451–4461.
2. *Райст П.* Аэрозоли. Введение в теорию. – М.: Мир, 1987. – 278 с.
3. *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей - М.: Изд-во академии наук СССР, 1955. – 353 с.
4. ANSYS Fluent [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ansys.com>.
5. *Grinshpun S.A., Haruta H., Eninger R.M., Reponen T., McKay R.T., Lee S.A.* Performance of an N95 Filtering Facepiece Particulate Respirator and a Surgical Mask During Human Breathing: Two Pathways for Particle Penetration // Journal of Occupational and Environmental Hygiene. – 2009. – V. 6. – № 10. – P. 593–603.

Сведения о каждом из авторов статьи

Мухаметзанов Ильнар Тальгатович – лаборант Казанского федерального университета.

E-mail: ilnar@front.ru

Зарипов Шамиль Хузеевич – докт. физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой моделирования экологических систем Казанского федерального университета.

E-mail: shamil.zaripov@kpfu.ru

Гильфанов Артур Камилович – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры моделирования экологических систем КФУ.

E-mail: artur.gilfanov@kpfu.ru