

**КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ)  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

---

**Институт экологии и географии**

**ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ПЕРЕМЕННЫХ  
(с применением пакета SURFER)**

**Учебное пособие**

**КАЗАНЬ – 2014**

УДК 519.65, 004.9

ББК 22.19

М 21

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета  
ФГАОУВПО*

*«Казанский (Приволжский) федеральный университет»*

*Методической комиссии Института экологии и географии*

*Протокол № 6 от 6 мая 2014 г.*

*Кафедры ландшафтной экологии*

*Протокол № 9 от 18.04.2014 г.*

*Авторы-составители*

канд. географических наук, доц. К.А. Мальцев,  
канд. биологических наук, доц. С.С. Мухаромава,

*Научный редактор*

доктор физ.-мат. наук, проф. Ш.Х. Зарипов

*Рецензенты*

доктор биологических наук, проф. КФУ А.А.Савельев  
канд. технических наук, доц. КНИТУ-КАИ Д.А. Колесов

**Построение моделей пространственных переменных (с применением пакета Surfer): Учебное пособие / К.А. Мальцев, С.С. Мухаромава. – Казань: Казанский университет, 2014. – 103 с.**

Учебное пособие предназначено для студентов естественных факультетов и может быть использовано при проведении курсов, посвященных численному описанию пространственно-распределенных явлений на основе наблюдений в отдельных точках пространства. Рассматриваются методы пространственной интерполяции, а также методы расчета морфометрических характеристик рельефа. Описывается реализация этих методов в программе Surfer («Golden Software Inc.»),

© Казанский университет, 2014

# Оглавление

## РАЗДЕЛ 1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ.....	5
Задача пространственной интерполяции.....	5
Создание пространственной модели в Surfer.....	8
Ввод исходных данных.....	8
Задание геометрических параметров выходной сетки	12
Выбор метода интерполяции .....	13
Перекрестная проверка .....	13
Методы пространственной интерполяции .....	16
Точные и сглаживающие интерполяторы.....	16
Взвешенное усреднение .....	17
Окрестность поиска .....	18
Линии нарушения пространственной непрерывности и	
линии разломов.....	22
Анизотропия .....	25
Метод обратных расстояний - «Inverse Distance to a	
Power» .....	27
Модифицированный метод Шепарда - «Modified	
Shepard`s Method» .....	30
Метод ближайшего соседа - «Nearest Neighbor» .....	33
Метод скользящего среднего - «Moving Average» .....	35
Полиномиальная регрессия - «Polynomial Regression» ...	38
Метод локальных полиномов - «Local Polinomial» .....	39
Триангуляция с линейной интерполяцией - «Triangulation	
with Linear Interpolation» .....	43
Метод естественной окрестности - «Natural Neighbor» ..	46

Метод минимальной кривизны - «Minimum Curvature»	49
Метод радиальных базисных функций - «Radial Basic Function»	54
Методы кригинга - «Kriging»	57
Расчет статистик - «Data Metrics»	64
Задание 1. Построение цифровой модели рельефа	65
<b>РАЗДЕЛ 2. КАРТОГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ МОДЕЛЕЙ</b>	<b>67</b>
Метод изолиний	68
Метод цветовых шкал	72
Метод аналитической отмычки	74
Карта постов наблюдений	76
Карты 3-х мерных поверхностей	80
Создание картографических произведений	84
Задание 2. Картографическое отображение построенной модели	85
<b>РАЗДЕЛ 3. ОПЕРАЦИИ С РАСТРОВЫМИ МОДЕЛЯМИ</b>	<b>87</b>
.....	87
Алгебра карт в Surfer	87
Морфометрические характеристики рельефа	89
Уклон	90
Экспозиция	91
Профильная кривизна	93
Плановая кривизна	94
Расчет морфометрических показателей	95
Задание 3. Операции с растровыми моделями	98
<b>ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>100</b>

## **Раздел 1. Построение моделей пространственных переменных**

### ***Задача пространственной интерполяции***

Для описания поведения пространственно-распределенных явлений используется понятие пространственная переменная – это числовая переменная  $Z = Z(X, Y)$ , которая принимает значение в произвольной точке области исследования;  $X, Y$  - координаты точки в пространстве (на плоскости). Например, содержание тяжелых металлов в верхнем слое почвы, высота рельефа местности, мощность геологического пласта могут рассматривать как пространственные переменные в двумерном пространстве.

Значения этих переменных, в силу различных причин, обычно известны лишь в некоторых точках исследуемой территории (рис. 1 (а)). Эти точки называют точками выборки (точками измерений, точками наблюдений, постами, выборочными точками). Обозначим  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$  – координаты точек выборки,  $n$  – объем выборки, а  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  - значения изучаемого явления в этих точках

(выборочные данные, исходные данные, экспериментальные данные).

Задача пространственной интерполяции – получить (с минимально возможной погрешностью) значения изучаемой пространственной переменной  $Z$  в произвольных точках области исследования на основе обработки и анализа ее значений, измеренных в ограниченном числе выборочных точек:

$$Z(X_0, Y_0) = Z_0 \approx \widehat{Z}_0 = F(Z_1, Z_2, \dots, Z_n),$$

здесь  $(X_0, Y_0)$  – координаты произвольной точки в области исследования,  $Z_0$  – неизвестное значение изучаемой переменной  $Z$  в этой точке,  $\widehat{Z}_0$  – интерполяционная оценка неизвестного значения  $Z_0$ , получаемая на основе выборочных данных  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ .

Для оценки значения переменной  $Z$  в точке, где она не измерена, применяют различные методы пространственной интерполяции. Принято различать два основных подхода к интерполяции: детерминированный и геостатистический. Методы детерминированной интерполяции аппроксимируют неизвестную переменную параметрической функцией, чья форма задается либо явно (например, полином), либо неявно (условие минимальной кривизны).

Параметры выбираются так, чтобы оптимизировать некоторый критерий наилучшего приближения в точках выборки (например, наименьшие квадраты, точное совпадение). Геостатистические методы (кригинг) используют статистические свойства измеренных данных, оценивая пространственную автокорреляцию и учитывая ее при интерполяции.

Основной целью данного учебного пособия является знакомство с различными методами интерполяции и с тем, какому методу в каких случаях можно отдать предпочтение.

Для представления результатов пространственной интерполяции используется прямоугольная регулярная сетка, в узлах которой вычисляется интерполяционная оценка изучаемой переменной. То есть в качестве точки  $(X_0, Y_0)$  последовательно рассматриваются узлы этой сетки. Такое представление называют моделью пространственной переменной (пространственной моделью, моделью поверхности, интерполяционной поверхностью, растровой моделью) (рис. 1 (б)). Расстояние между узлами сетки задают существенно меньшими характерного размера изучаемого пространственного явления, а сама сетка должна полностью покрывать территорию исследования.

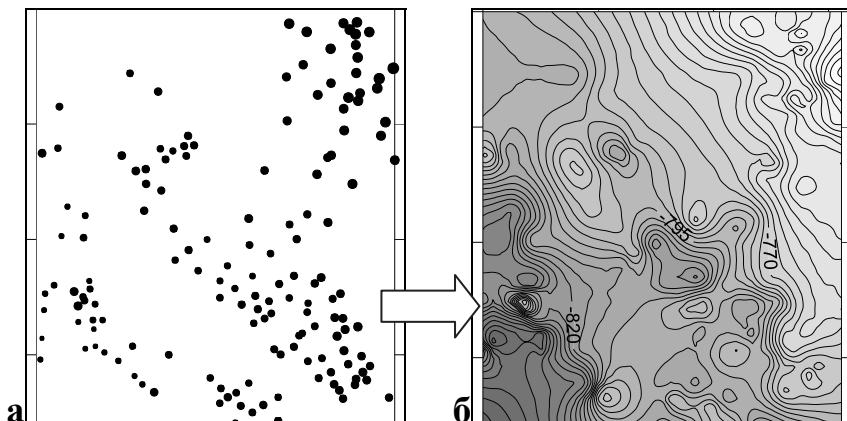


Рис. 1. Выборочные данные (а) и пространственная модель (б).

## ***Создание пространственной модели в Surfer***

В программе Surfer для построения модели пространственной переменной нужно выбрать пункт меню «**Grid**», подпункт «**Data**», после чего появляется диалоговое окно, предлагающее выбрать файл с исходными данными.

### **Ввод исходных данных**

Исходными данными для построения модели являются измеренные значения переменной  $Z$  в точках с известными координатами – точках выборки. Эти данные должны быть записаны в табличной форме и храниться в текстовом файле в кодировке ASCII. Таблица с данными должна иметь три или более



колонок. В двух колонках записываются координаты  $X$  и  $Y$  выборочных точек:  $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ , остальные колонки содержат измеренные (наблюдаемые) в этих точках значения одной или более пространственных переменных. Одна строка таблицы соответствует одной точке наблюдений. Первая строка может являться заголовком – содержать имена колонок (рис. 2).

X	Y	A_1	A_2	...
37183	19442	-873.0	0.27	
37978	19649	-872.5	0.31	
39318	17332	-874.7	0.24	
39480	16199	-857.3	0.14	
39489	15475	-857.5	0.22	
39352	17655	-883.6	0.27	
...	...	...	...	

Рис.2. Таблица с выборочными данными.

После выбора файла с данными (пункт меню «**Grid**», подпункт «**Data**») появляется диалоговое окно, которое имеет несколько интерфейсных элементов управления: кнопок, переключателей и строк ввода, объединенных в различные блоки (рис. 3). В первом блоке «**Data Columns**» в выпадающих списках «**X**», «**Y**», «**Z**» необходимо указать, в каких колонках входного файла находятся значения координат  $X$ ,  $Y$  точек выборки и в какой колонке - значения изучаемой переменной  $Z$ , измеренные в этих точках.

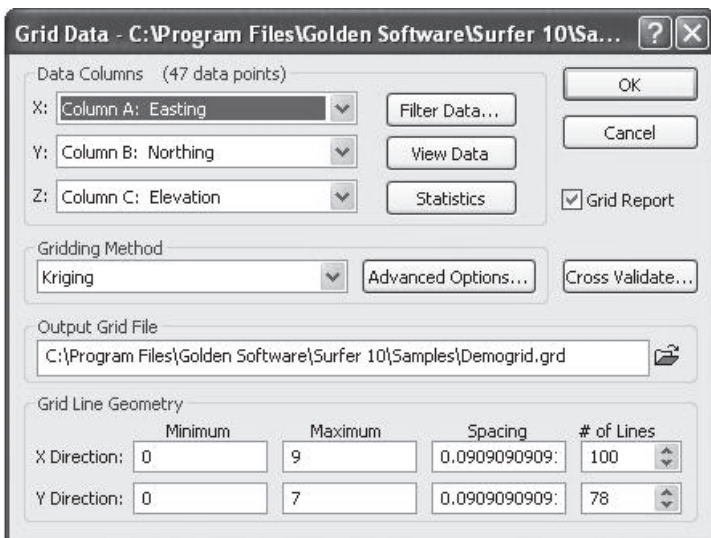


Рис. 3. Окно для задания входных данных, метода интерполяции и параметров выходной сетки.

В этом же блоке расположены еще три кнопки: «**Filter Data...**», «**View Data**», «**Statistics**». При нажатии на кнопку «**Filter Data...**» появляется диалоговое окно, изображенное на рис.4.

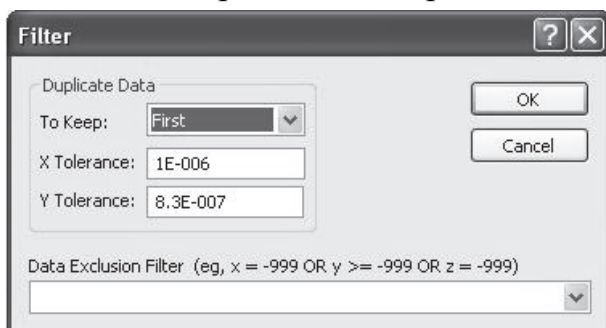


Рис.4. Окно для задания условий исключения данных и правила обработки дублирующих данных.

Здесь в строке «**Data Exclusion Filter**» можно задать условие исключения части данных из расчетов (исключены будут данные, удовлетворяющие условию).

Кроме этого, блок элементов управления «**Duplicate Data**» позволяет задать правило обработки дублирующихся в пространстве данных. Например, если в выпадающем списке «**To Keep**» выбран пункт (по умолчанию) «**First**», то при вычислении оценок будет использоваться значение  $Z$  первой из дублирующихся точек выборки, а если выбрать опцию «**Average**», то будет использоваться среднее значений  $Z$  всех дублирующихся точек. Строки ввода «**X Tolerance**», «**Y Tolerance**» позволяют задать минимальное расстояние (по осям координат) между точками. Точки, расположенные на меньшем расстоянии, будут считаться дублирующимися.


При нажатии на кнопку «**View Data**» появляется возможность просмотра таблицы исходных данных, а при нажатии на кнопку «**Statistics**» генерируется окно с отчетом, в котором отображаются статистические показатели, рассчитанные по выборкам-столбцам входного файла.

## Задание геометрических параметров выходной сетки

Как уже говорилось, для представления результатов пространственной интерполяции используется прямоугольная регулярная сетка, полностью покрывающая исследуемую территорию. Блок «**Grid Line Geometry**» (рис.3) позволяет задать геометрические параметры сетки, в узлах которой будут рассчитываться значения переменной  $Z$ :

- координаты  $X$  и  $Y$  левого нижнего угла (в столбце «**Minimum**»),
- координаты  $X$  и  $Y$  правого верхнего угла (в столбце «**Maximum**»),
- шаг сетки по  $X$  и по  $Y$  (на каком расстоянии будут отстоять друг от друга узлы регулярной сетки) (в столбце «**Spacing**»).

Здесь же в столбце «**# of Lines**» вычисляется количество узлов.

В блоке «**Output Grid File**» отображается имя файла формата GRD, в котором будут сохранены результаты расчетов в узлах сетки - растровая модель. Имя файла и путь можно сменить, нажав на кнопку .

## Выбор метода интерполяции

В программе Surfer-10 представлено 12 методов пространственной интерполяции. Эти методы и их параметры, а также рекомендации по использованию будут описаны ниже. Выбор метода производится в блоке «**Gridding Method**» (рис. 3), который состоит из выпадающего списка с названиями методов интерполяции и кнопки «**Advance Options**» для задания параметров выбранного метода.

Выбранный алгоритм пространственной интерполяции запускается после нажатия на кнопку «**ОК**». В правой части основного диалогового окна (рис. 3) расположен переключатель «**Grid Report**», который дает возможность сформировать текстовый отчет о проделанной процедуре интерполяционного оценивания.

Отметим, что, если, по тем или иным причинам, в каком-либо узле сетки алгоритм интерполяции не смог вычислить оценку, то в этом узле записывается, так называемое, бланковочное значение  $= 1,70141 \cdot 10^{38}$ .

## Перекрестная проверка

Кнопка с названием «**Cross Validate...**» вызывает диалоговое окно, которое позволяет задать параметры, так называемой, «перекрестной проверки» (рис. 5).

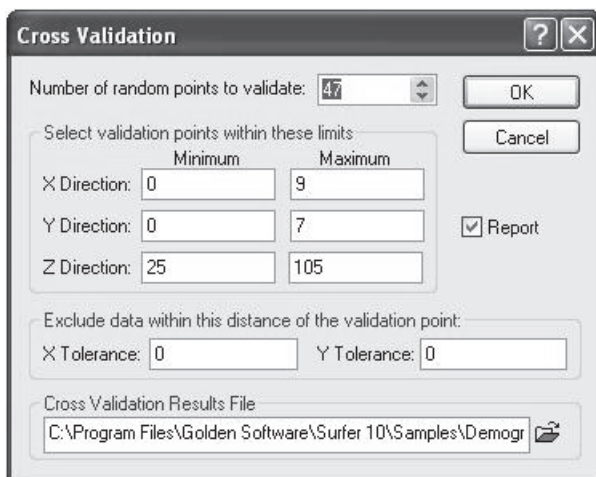


Рис.5. Окно для задания условий перекрестной проверки.

Суть данной проверки заключается в том, что из исходного набора данных случайным образом удаляется одно наблюдение  $Z_i$ , и затем, используя оставшиеся данные и выбранный алгоритм интерполяции, рассчитывается значение  $\hat{Z}_i$  в точке этого наблюдения. Ошибка интерполяции вычисляется как разность между интерполированным значением и наблюдаемым значением:  $\hat{Z}_i - Z_i$ . Этот процесс повторяется заданное число  $m$  раз и генерирует  $m$  ошибок интерполяции. На основе анализа этих ошибок можно сделать выводы о точности интерполяции. Перекрестную проверку можно считать объективным способом оценки качества методов интерполяции, а

также использовать для сравнения относительного качества двух или более методов.

Диалоговое окно «**Cross Validation**» (рис. 5) имеет четыре блока элементов управления. Первая строка ввода «**Number of random points to validate**» задает число ( $m$ ) случайных точек из исходного набора, на которых будет проверена модель. Второй блок строк ввода «**Select validation points within these limits**» определяет условия отбора точек проверки: точки за указанными пределами не будут участвовать в перекрестной проверке. Блок «**Exclude data within this distance of the validation point**» необходим для задания буферной зоны вокруг точек проверки в том случае, если исходные данные группируются в кластеры. Точки выборки, попадающие внутрь этих буферных зон, не участвуют при вычислении значений (интерполяции) в проверочных точках, тем самым удается избежать влияния кластеризации на результат. В строке ввода «**Cross validation Results File**» задается имя файла, в который будет помещен результат перекрестной проверки.

## **Методы пространственной интерполяции**

Каждый метод интерполяции имеет свой собственный набор параметров. Некоторые из параметров являются одинаковыми для различных методов. Прежде чем перейти к описанию методов, рассмотрим некоторые общие для них понятия.

### **Точные и сглаживающие интерполяторы**

Все методы интерполяции можно разделить на *точные* и *сглаживающие* интерполяторы.

Точные интерполяторы в точке выборки дают оценку, равную измеренному в ней значению,  $\widehat{Z}_i = Z_i$ . При этом нужно понимать, что даже при использовании точных интерполяторов, вполне возможно, что построенная на растровой сетке модель не будет воспроизводить значения в выборочных точках, если эти точки не точно совпадают с узлами сетки. Борьба с этим можно лишь путем уменьшения шага сетки (увеличения числа узлов).

Оценка методами сглаживающей интерполяции, вычисленная в точке выборки, не совпадает с измеренным в ней значением,  $\widehat{Z}_i \neq Z_i$ . Сглаживающие интерполяторы уменьшают эффект локальной



изменчивости. Этот тип интерполяции используется в том случае, когда нет уверенности в точности измерения данных - изучаемая величина измерена в выборочных точках с некоторой погрешностью.

Некоторые точные интерполяторы имеют дополнительный параметр, называемый параметром сглаживания, использование которого превращает их в сглаживающие интерполяторы.

### **Взвешенное усреднение**

Методы, реализованные в программе Surfer, в основном используют алгоритмы средневзвешенной интерполяции. В общем случае оценка вычисляется как:

$$\widehat{Z}_0 = \sum_{i=1}^n w_{i0} \cdot Z_i,$$

где  $w_{i0}$  – вес  $i$ -ой точки данных при оценке значения  $Z$  в точке  $(X_0, Y_0)$ .

Это означает, что, при прочих равных условиях, чем ближе выборочная точка к точке, где делается оценка, тем больше ее вклад в эту оценку  $Z$ . Разница между методами заключается в том, как весовые коэффициенты вычисляются и применяются к точкам данных.

## Окрестность поиска

Методы интерполяции могут работать как глобальные и как локальные интерполяторы. Глобальные интерполяторы вычисляют оцениваемые значения на основе всего набора данных. Локальные интерполяторы используют исходные данные лишь из некой *локальной окрестности* интерполируемой точки, которая является меньшей пространственной областью внутри большей изучаемой территории. Глобальная интерполяция делает модельную поверхность более гладкой, локальная позволяет выявлять локальные особенности.

В программе Surfer задание локальной окрестности (или окрестности поиска) для методов, поддерживающих локальную интерполяцию, осуществляется в окне, которое появляется при нажатии на кнопку «**Advance Options**», во вкладке «**Search**» (рис.6). Эта вкладка позволяет задать правила, определяющие, какие выборочные точки будут участвовать в вычислении оценок.

По умолчанию задана опция «**No Search (use all of the data)**» - то есть для вычисления оценок используются все исходные данные, и метод будет работать как глобальный интерполятор.

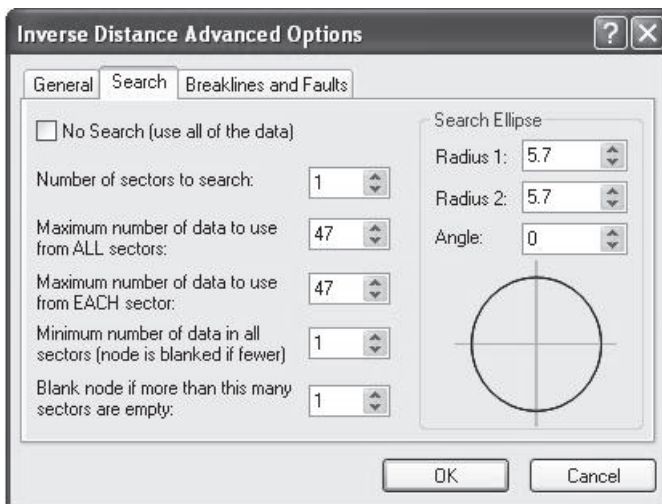


Рис.6. Окно для определения окрестности поиска.

Если опция «**No Search**» не выбрана, то становятся доступными элементы вкладки, задающие правила поиска данных для локальной интерполяции.

Прежде всего, нужно задать параметры поискового эллипса. Центр поискового эллипса будет находиться в текущей точке, где делается оценка. Размер и ориентация этого эллипса накладывает ограничения на дальность и место поиска ближайших точек данных, используемых при вычислении оценки в текущей точке. Параметры поискового эллипса задаются в блоке «**Search Ellipse**». Это значения большой и малой полуосей эллипса - «**Radius 1**» и «**Radius 2**», и угол, определяющий его ориентацию в пространстве - «**Angle**».

В случае если в заданную окрестность поиска (эллипс) вокруг интерполируемой точки не попало ни одной выборочной точки, ей присваивается бланковочное значение.

Кроме этого, для определения используемых данных, можно поделить окрестность поиска на сектора - строка ввода «**Number of sectors to search**» (можно указать от 1 до 32 секторов), и сформулировать следующие четыре дополнительных правила поиска:

- в строке «**Maximum number of data to use from ALL sectors**» задается максимальное количество выборочных точек, используемых при расчетах;

- в строке «**Maximum number of data to use from EACH sectors**» задается максимальное количество выборочных точек из каждого сектора, значения в которых будут использоваться при расчетах;

- в строке «**Minimum number of data in all sectors (node is blanked if fewer)**» задает минимально необходимое количество точек выборки во всей окрестности поиска (если точек меньше, то интерполируемой точке присваивается бланковочное значение);

- в строке «**Blank node if more than this many sectors are empty**» задается минимально допустимое количество пустых секторов (куда не попали точки выборки).

Эти правила поиска полезны в том случае, если исходные данные показывают наличие кластеров

(отдельных скоплений выборочных точек). Деление окрестности поиска на сектора позволяют выполнить декластеризацию данных (рис.7). Также эти виды поиска уместны, когда данные собраны вдоль разнесенных траверсов. В этом случае односекторный поиск может привести к оценке на основе точек данных с одного направления, что может проявиться на модельной поверхности, например, как нереалистичные склоны между траверсами. Использование 4-8 секторов должно устранить или уменьшить этот эффект.

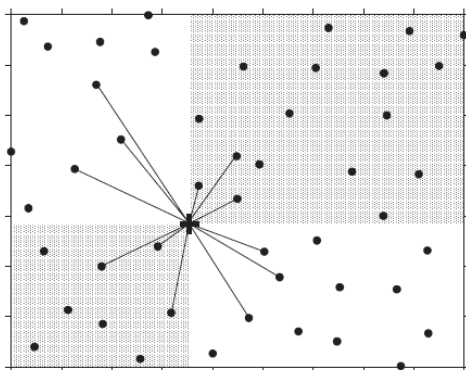


Рис. 7. Пример использования 4-х секторов поиска: Number of sectors to search =4, Maximum number of data to use from each sectors =3.

Для интерполяции в точке, отмеченной крестиком, будут использоваться значения в 3-х ближайших к ней выборочных точках из 4-х секторов (всего 12 выборочных значений).

## Линии нарушения пространственной непрерывности и линии разломов

При оценке значений пространственной переменной могут приниматься в расчет известные линии нарушения пространственной непрерывности и/или линии разломов в области исследования. Примерами таких структурных нарушений являются тектонические разломы, геохимические барьеры, линейные антропогенные сооружения (дамбы, дороги) и пр. Для методов, позволяющих учитывать подобные особенности, такие линии нарушения пространственной непрерывности и/или линии разломов задаются в окне, которое появляется при нажатии на кнопку «**Advance Options**», во вкладке «**Breaklines and Faults**».

На этой вкладке в строке ввода «**File Containing Breaklines**» указывается имя файла, содержащего нетопологическое векторное представление линий нарушения пространственной непрерывности - Breaklines. Каждая полилиния, представляющая линию нарушения, задана перечислением  $X$ ,  $Y$  координат ее вершин и значений переменной  $Z$  в вершинах:

$X_1, Y_1, Z_1$   
 $X_2, Y_2, Z_2$   
...  
 $X_m, Y_m, Z_m,$

Эти линии предоставляют дополнительную информацию, которая может быть задействована при моделировании. Для точки интерполяции находят ближайшую точку, расположенную на линии нарушений, и с помощью линейной интерполяции между двумя вершинами вычисляют в ней значение  $Z$  (рис.8). Это значение затем используется, наряду со значениями в выборочных точках, для оценки  $Z$  в точке интерполяции.

Линии типа Breaklines можно использовать, например, при моделировании рельефа для учета дополнительной информации о руслах рек с известными отметками уровня воды, о линиях горных хребтов и водоразделов с известными отметками высот.

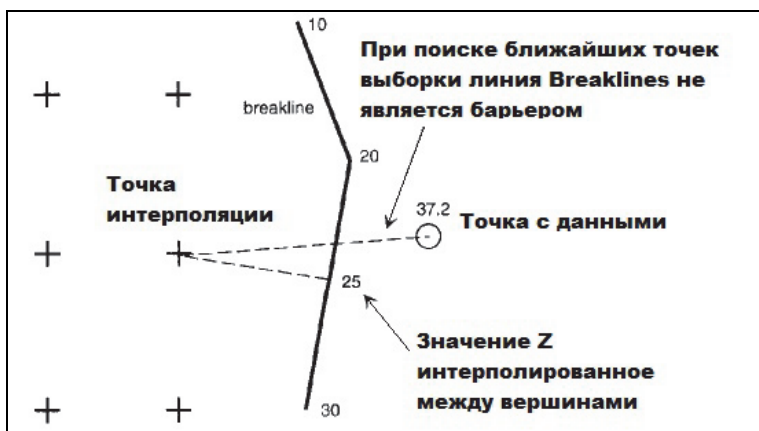


Рис. 8. Линии типа Breaklines.

В строке ввода «**File Containing Fault Traces**» может быть указано имя файла, содержащего векторное представление линий разломов - «**Faults**». Полилинии, представляющие линии разломов, задаются перечислением  $X, Y$  координат их вершин:

$X1, Y1$   
 $X2, Y2$   
...  
 $Xm, Ym$

При учете этого типа структурных нарушений (разломов, барьеров), расстояние от интерполируемой точки до точки выборки вычисляется в обход линии разлома (рис. 9).

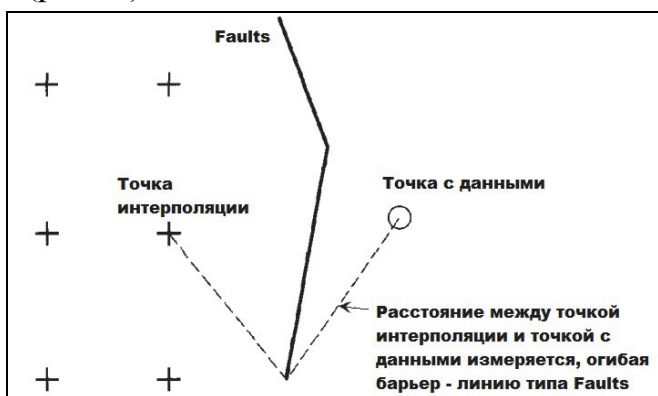


Рис. 9. Линии типа Faults.

Заметим, что файлы с линиями нарушений и разломов можно подготовить непосредственно в программе Surfer, используя пункт главного меню «**Map**», подпункт «**Digitize**».



## Анизотропия

Изучаемые пространственно-распределенные явления часто создаются физическими процессами, которые имеют определенную ориентацию в пространстве. Например, в устье реки крупные взвешенные вещества оседают быстро, а мелкие - медленнее. Отсюда, чем ближе к береговой линии, тем отложения мощнее, а чем дальше, тем тоньше. Если точка наблюдения находится на расстоянии 100 метров от точки интерполяции в направлении, параллельном береговой линии, то значение в ней скорее будет похоже на значение в точке интерполяции, чем значение в точке наблюдения, расположенной на таком же расстоянии, но в направлении, перпендикулярном к береговой линии. Такую зависимость свойств изучаемых явлений от направлений в пространстве принято называть анизотропией.

Многие методы интерполяции позволяют учитывать анизотропию при построении пространственных моделей. Если точки в одном направлении показывают большее сходство значений, чем точки в другом направлении, то предпочтительнее, чтобы выборочные точки первого направления получили больший вес при оценке значения  $Z$ . Такой относительный вес будет определяться отношением

анизотропии (Ratio) и ее направлением (Angle) – рис.10.

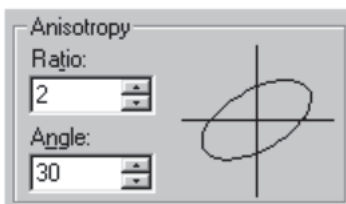


Рис.10. Параметры анизотропии.

Если нет веских оснований считать изучаемое явление анизотропным, то параметр Ratio надо оставить равным 1 (по умолчанию). Если значение Ratio установлено больше 3 или меньше 1/3, то анизотропный эффект очевидным образом визуализируется при картографическом представлении построенной модели. Параметр Angle задается в градусах.

Заметим, что в большинстве случаев рекомендуется устанавливать параметры поискового эллипса («**Search Ellipse**») таким образом, чтобы его направление и отношение большой и малой полуосей ( $Radius1/Radius2$ ) совпадали с задаваемыми направлением анизотропии и отношением анизотропии, соответственно.

## **Метод обратных расстояний - «Inverse Distance to a Power»**

В качестве оценки переменной  $Z$  в некоторой точке исследуемой области этот метод использует среднее взвешенное значений переменной  $Z$  в выборочных точках:

$$\widehat{Z}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n w_{i0} \cdot Z_i}{\sum_{i=1}^n w_{i0}}$$

Метод обратных расстояний работает в предположении, что экспериментальные значения, измеренные близко от интерполируемого местоположения, оказывают большее влияние на результат оценки, чем удаленные от него на значительное расстояние. Следовательно, точки выборки, расположенные ближе всего к точке, где делается оценка, должны иметь больший вес; вес выборочных точек должен уменьшаться с увеличением расстояния от интерполируемого местоположения. Такие веса для данного метода задаются следующим образом:

$$w_{i0} = \frac{1}{(\sqrt{d_{i0}^2 + \delta^2})^\beta},$$

где  $d_{i0}$  – расстояние между точкой  $(X_0, Y_0)$ , где вычисляется оценка (например, узлом регулярной сетки), и  $i$ -ой точкой измерения;  $\delta$  – параметр сглаживания;  $\beta$  – степенной параметр.

Степенной параметр  $\beta$  определяет, как быстро будет уменьшаться вес с увеличением расстояния. Если значение  $\beta$  слишком высоко, то на интерполяцию окажут влияние только выборочные точки, расположенные в непосредственной близости. По мере увеличения  $\beta$  оценка будет приближаться к оценке, даваемой методом ближайшего соседа. Для меньших  $\beta$  веса будут распределены более равномерно между соседними точками данных. Если значение  $\beta$  приближается к нулю, то веса всех точек выборки становятся одинаковыми (равными 1), а оценка вырождается в простое среднее значение. На практике, как правило, используют значения  $\beta$  от 1 до 3.

Параметр сглаживания  $\delta$  позволяет учитывать фактор «неточности» данных. Если  $\delta = 0$ , то метод работает как точный интерполятор. То есть в любой выборочной точке вычисленная оценка будет равна измеренному значению. Если  $\delta > 0$ , то метод работает как сглаживающий интерполятор, и чем больше параметр сглаживания, тем меньше подавляющее влияние любого конкретного наблюдения при

вычислении оценки в произвольной точке. Заметим, что на изолинейных картах, построенных по рассчитанной этим методом растровой модели, часто наблюдается эффект, так называемых, «бычьих глаз» - рисунка из концентрических контурных линий вокруг точек выборки. Уменьшить этот эффект можно увеличив значение параметра сглаживания  $\delta$ .

Параметры метода обратных расстояний задаются в диалоговом окне (рис. 11), которое появляется после нажатия на кнопку «**Advance Options**»: для задания параметра  $\beta$  служит строка ввода «**Power**» на вкладке «**General**», а для задания параметра  $\delta$  - строка ввода «**Smoothing**».

Хотя этот простой и быстрый метод может работать и как глобальный интерполятор, его имеет смысл применять как локальный интерполятор. То есть в тех случаях, когда изучаемое пространственное явление приводится в действие локальными изменениями, которые могут быть смоделированы с помощью определения подходящей окрестности поиска (вкладка «**Search**»), накладывающей ограничения на дальность, место и условия поиска измеренных значений, используемых для интерполяции.

Для метода могут быть заданы линии нарушения пространственной непрерывности и линии разломов (вкладка «**Breaklines and Faults**»), а также задана анизотропия. Метод не экстраполирует значения  $Z$  за пределы диапазона выборочных данных.

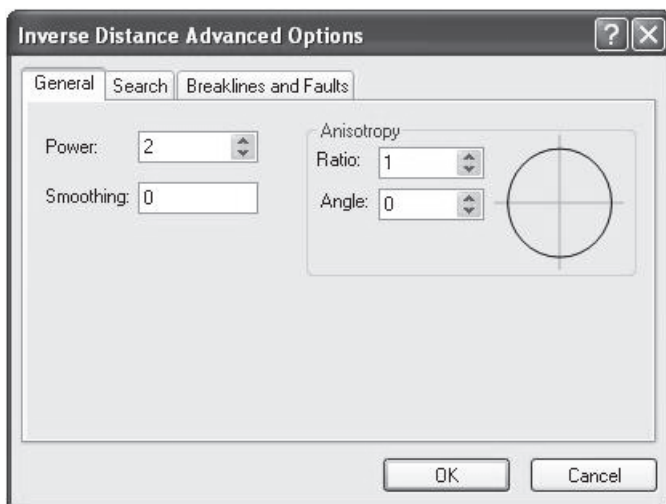


Рис.11. Параметры метода обратных расстояний.

### **Модифицированный метод Шепарда - «Modified Shepard`s Method»**

Этот метод работает в тех же предположениях, что и метод обратных расстояний, но позволяет уменьшить эффект «бычьих глаз». В качестве оценки переменной  $Z$  в произвольной точке  $(X_0, Y_0)$  области исследования используется среднее взвешенное значений аппроксимирующих функций в этой точке:

$$\widehat{Z}_0 = \frac{\sum_{i \in N_0} w_{0i} \cdot Q_i(X_0, Y_0)}{\sum_{i \in N_0} w_{0i}}.$$

В общем случае, суммирование ведется не по всем  $n$  выборочным точкам, а лишь по  $n_w$  ближайшими соседями той точки, где делается оценка. Здесь  $N_0$  – набор номеров таких ближайших выборочных точек ( $|N_0| = n_w$ ). Число  $n_w$  является параметром метода, контролирующим его локальность.

Веса выборочных точек, также как и в методе обратных расстояний, обратно пропорциональны расстоянию до точки оценки, но задаются другим способом:

$$w_{i0} = \left( \frac{d_{\max 0} - d_{i0}}{d_{\max 0} \cdot d_{i0}} \right)^2,$$

где  $d_{i0}$  - расстояние от точки интерполяции до  $i$ -ой точки измерения;  $d_{\max 0}$  – расстояние до максимально удаленной выборочной точки, среди тех, которые учитываются при вычислении оценки.

В отличие от метода обратных расстояний вместо значений самой переменной  $Z$ , измеренных в выборочных точках, усредняются значения  $n_w$  аппроксимирующих функций, построенных вокруг

каждого из  $n_w$  наблюдений. В качестве таких функций программа Surfer использует квадратичные функции:

$$Q_i(X, Y) = a + b \cdot X + c \cdot Y + d \cdot X \cdot Y + e \cdot X^2 + f \cdot Y^2.$$

Коэффициенты  $i$ -ой функции определяются методом взвешенных наименьших квадратов по  $n_q$  выборочным точкам - ближайшим соседям  $i$ -ой точки выборки, с ограничением  $Q_i(X_i, Y_i) = Z_i$ ; веса определяются в соответствие с вышеприведенной формулой. Параметр  $n_q$  отвечает за другой аспект локальности метода. Применение такого подхода позволяет избавляться от появления эффекта «бычьих глаз». Подходящее значение  $n_q$  в 1.5-2 раза больше, чем количество свободных параметров у аппроксимирующей функции; у квадратичной функции их шесть.

Модифицированный метод Шепарда по определению является точным интерполятором. В программе Surfer реализация данного метода позволяет использовать еще один параметр - параметр сглаживания  $\delta$ , действующий так же, как и в методе обратных расстояний, и заставляющий метод работать как сглаживающий интерполятор. Наиболее приемлемые значения этого параметра – от 0 до 1.



Метод может экстраполировать значения  $Z$  за пределы диапазона выборочных данных.

Параметры метода задаются в диалоговом окне (рис. 12), которое появляется после нажатия на кнопку «**Advance Options**»: параметр  $n_w$  задается в строке ввода «**Weighting Neighbors**», параметр  $n_q$  - в строке ввода «**Quadratic Neighbors**», для задания параметра  $\delta$  служит строка ввода «**Smoothing Factor**». В блоке «**Search**» можно задать параметры поискового эллипса, накладывающего ограничения на дальность и место поиска ближайших выборочных точек, используемых при оценках.

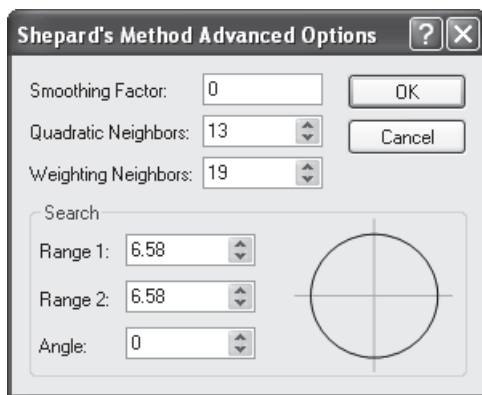


Рис. 12. Параметры модифицированного метода Шепарда.

## **Метод ближайшего соседа - «Nearest Neighbor»**

В качестве оценки переменной  $Z$  в некоторой точке исследуемой области берется значение, которое

имеет ближайшая (по Евклидовому расстоянию) выборочная точка:

$$\widehat{Z}_0 = Z_i,$$

где  $Z_i$  – значение в выборочной точке, расположенной ближе других к местоположению  $(X_0, Y_0)$ .

Этот метод рекомендуется использовать в том случае, если исходные выборочные точки расположены в пространстве регулярно (в узлах некоторой регулярной сетки, покрывающей исследуемую область) или почти регулярно (незначительно смещены относительно узлов сетки). Выходная растровая модель должна иметь шаг равный или близкий к шагу выборочной сетки. Метод полезен, когда данные, расположенные в узлах регулярной сетки, записаны в текстовом ASCII-файле, но должны быть преобразованы в формат сетки (GRD) программы Surfer.

Иногда в некоторых узлах выборочной сетки данные отсутствуют и в них изучаемая переменная не должна интерполироваться (эти узлы попали в такие подобласти, где переменная  $Z$  не распределена). В этом случае выходная растровая модель должна иметь бланковочные значения в тех местах, где нет данных наблюдения. Для этого в соответствующем диалоговом

окне «**Advance Options**» (рис. 13) необходимо задать радиусы поискового эллипса, установив их меньше, чем шаг выборочной сетки.

Для метода ближайшего соседа могут быть заданы линии нарушения пространственной непрерывности и линии разломов (вкладка «**Breaklines and Faults**»). Метод не экстраполирует значения  $Z$  за пределы диапазона выборочных данных.

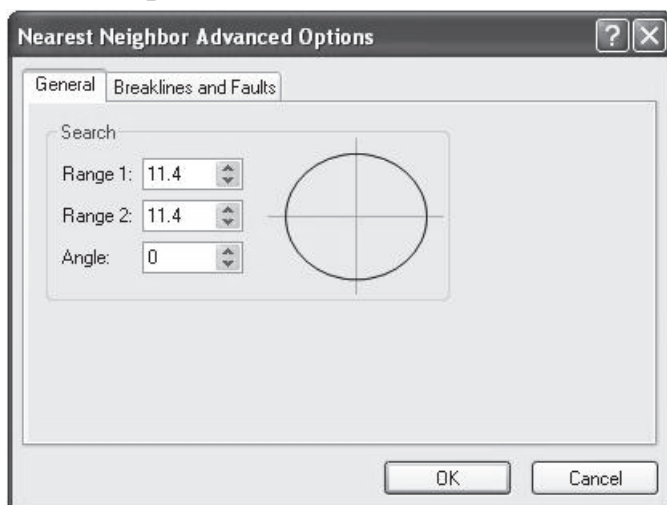


Рис.13. Параметры метода ближайшего соседа

## **Метод скользящего среднего - «Moving Average»**

Оценкой переменной  $Z$  в некоторой точке исследуемой области, полученной по этому методу, будет среднее арифметическое значений в выборочных

точках, попавших в поисковый эллипс с центром в этой точке:

$$\widehat{Z}_0 = \frac{\sum_{i \in N_0} Z_i}{n_0}.$$

Суммирование ведется по  $n_0$  ближайшим соседям точки интерполяции, попавшим в окрестность поиска. Здесь  $N_0$  – набор номеров таких выборочных точек ( $|N_0| = n_0$ ). Параметры поискового эллипса задаются в диалоге «**Moving Average Advance Options**» на вкладке «**General**» в блоке «**Search Ellipse**» (рис. 14). Это значения большой и малой полуосей эллипса и угол, определяющий его ориентацию в пространстве.

В строке «**Minimum number of data (node is blanked if fewer)**» этого же диалогового окна задается минимальное количество  $n_0$  точек выборки, необходимых для вычисления среднего. В случае если количество выборочных точек, попавших в поисковый эллипс, окажется меньше заданного, вычисления не производятся и точке присваивается бланковочное значение.

Метод скользящего среднего не рекомендуется использовать, если объем выборочных данных небольшой или средний. Однако в случае больших и

очень больших наборов пространственных данных, он является полезным инструментом исследования. Этот метод позволяет выявлять разномасштабные тренды в данных и быстро работает даже на очень больших выборках. Он также может рассматриваться как альтернатива методу ближайшего соседа для получения растровых моделей по большому объему исходных данных, расположенных на регулярной выборочной сетке.

Метод позволяет учитывать линии нарушения пространственной непрерывности, но не разломы (вкладка «**Breaklines**»).

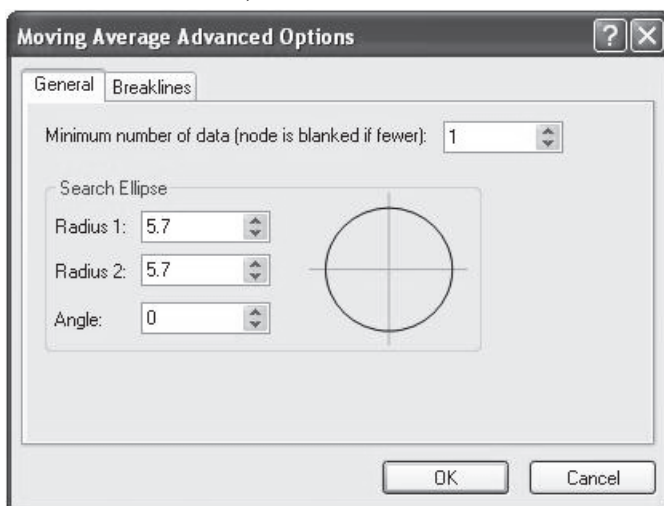


Рис.14. Параметры метода скользящего среднего.

## **Полиномиальная регрессия - «Polynomial Regression»**

Метод используется для оценки пространственного тренда в данных, то есть зависимости изучаемой пространственной переменной  $Z$  от координат  $X$ ,  $Y$ . Этот метод не является интерполяционным в прямом смысле: он не пытается предсказать неизвестные значения  $Z$ . Он предназначен для выявления глобальных пространственных трендов и теряет детальную локальную информацию, содержащуюся в данных.

В диалоговом окне (рис.15), которое появляется после нажатия на кнопку «**Advance Options**», задается вид полинома, с использованием которого строится полиномиальная модель тренда. Для этого в блоке «**Surface Definition**», используя переключатель, выбирается predetermined вид полинома: линейный, билинейный, квадратичный или кубический. Либо можно, выбрав пункт «**User defined polynomial**», вручную задать степень полинома отдельно для переменной  $X$  (в поле «**Max X Order**») и переменной  $Y$  (в поле «**Max Y Order**»). В поле «**Max Total Order**» определяется максимум суммы степеней  $X$  и  $Y$ . Полином будет включать все комбинации  $X$  и  $Y$ , сумма степеней которых не превосходит значения в поле «**Max Total Order**».

Уравнение полиномиальной регрессии  $Z$  на  $X, Y$  строится с использованием метода наименьших квадратов на основе всех входных данных (окрестность поиска не применяется), и метод можно считать глобальным и сглаживающим интерполятором. Оценкой переменной  $Z$  в произвольной точке исследуемой области будет значение, вычисленное по полученному уравнению регрессии:

$$\widehat{Z}_0 = Q(X_0, Y_0),$$

где  $Q(X, Y)$  - построенный полином.

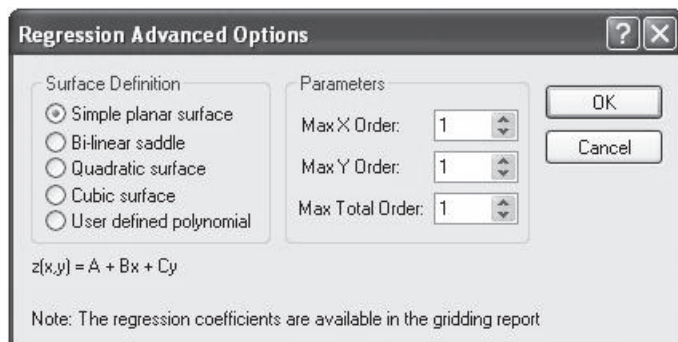


Рис.15. Параметры полиномиальной регрессии

## ***Метод локальных полиномов - «Local Polinomial»***

Этот метод также оценивает зависимость пространственной переменной  $Z$  от координат  $X, Y$ , но в отличие от предыдущего использует кусочно-полиномиальное интерполирование. Он строит

полиномиальную регрессию  $Z$  на  $X$ ,  $Y$  по данным, попавшим в поисковый эллипс с центром в заданной точке области исследования, получая, таким образом, полиномиальное приближение в локальной окрестности этой точки. Реализация метода в Surfer использует локальные полиномы степени 1, 2 или 3:

$$a + b \cdot X + c \cdot Y,$$

$$a + b \cdot X + c \cdot Y + d \cdot X \cdot Y + e \cdot X^2 + f \cdot Y^2,$$

$$a + b \cdot X + c \cdot Y + d \cdot X \cdot Y + e \cdot X^2 + f \cdot Y^2 + g \cdot X^2 \cdot Y + h \cdot X \cdot Y^2 + i \cdot X^3 + j \cdot Y^3.$$

Для определения коэффициентов полиномов применяется метод взвешенных наименьших квадратов, где вес каждой выборочной точки зависит от ее расстояния от точки, где делается оценка, параметров поискового эллипса и задаваемого пользователем параметра **Power**. Этот параметр задается в диалоге «**Local Polynomial Advance Options**» (рис.16) на вкладке «**General**» в строке «**Power**». Чем больше его значение, тем больший вес будут иметь близлежащие точки выборки, и меньший – удаленные (то есть, тем «локальнее» будет полином). Степень аппроксимирующего полинома задается в блоке «**Polynomial Order**».



Локальная окрестность для поиска данных определяется на вкладке «**Search**». Чтобы избежать резких изменений поведения модельной поверхности (разрывности производных), необходимо обеспечить плавность соединения соседних полиномов. Для этого размеры локальной окрестности задают таким образом, чтобы обеспечить частичное перекрытие наборов данных, используемых для интерполяции в соседних узлах сетки.

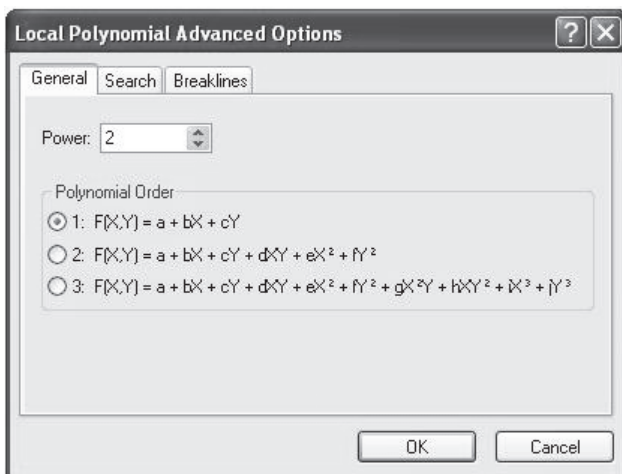


Рис.16. Параметры метода локальных полиномов.

Оценкой переменной  $Z$  в точке интерполяции будет являться значение полиномиального уравнения:

$$\widehat{Z}_0 = Q_0(X_0, Y_0),$$

где  $Q_0(X, Y)$  - локальный полином, построенный по данным из локальной окрестности точки  $(X_0, Y_0)$ .

При построении локальных полиномов можно учитывать известные линии нарушения пространственной непрерывности на территории исследования (вкладка «**Breaklines**»).

Метод локальных полиномов наиболее подходит для моделирования локально гладких поверхностей. Глобальный полином первого порядка соответствует плоскости (рис. 17 (а)); глобальный полином второго порядка соответствует поверхности с изгибом, позволяя отображать долины; глобальный полином третьего порядка может характеризовать два изгиба. Но для поверхности с меняющейся формой, например ландшафта с чередованием склонов и ровных поверхностей, глобальный полином не подходит. Локальные полиномы представят такую поверхность более точно (рис. 17 (б)).

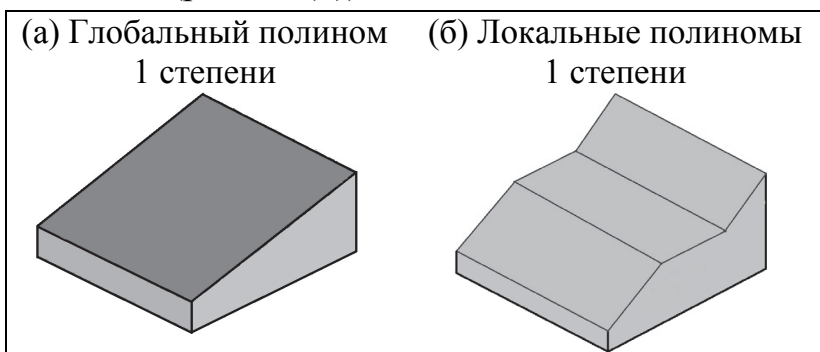


Рис.17. Иллюстрация поверхностей глобального и локальных полиномов.

## **Триангуляция с линейной интерполяцией - «Triangulation with Linear Interpolation»**

Этот метод использует алгоритм построения триангуляции Делоне - разбиения области исследования на совокупность треугольников. Вершинами треугольников являются соседние точки выборки; точки соединяются таким образом, что ребра треугольников не пересекаются. Внутри окружности, описанной вокруг любого построенного треугольника, не попадает ни одна из точек триангуляции (рис.18).

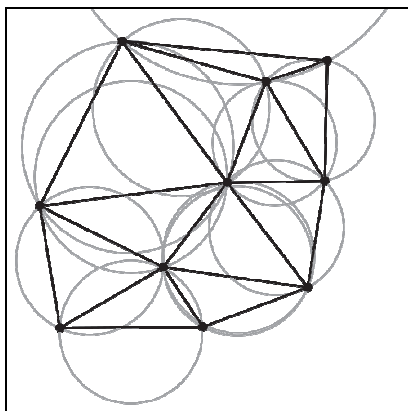


Рис.18. Триангуляция Делоне.

Для оценки переменной  $Z$  в некоторой точке  $(X_0, Y_0)$  области исследования сначала определяется, в какой треугольник она попала.

Пусть интерполируемая точка попала в треугольник, образованный выборочными точками с координатами  $(X_1, Y_1)$ ,  $(X_2, Y_2)$  и  $(X_3, Y_3)$ . Тогда в

трехмерном  $(X, Y, Z)$  пространстве строится плоскость, проходящая через точки с координатами  $(X_1, Y_1, Z_1)$ ,  $(X_2, Y_2, Z_2)$  и  $(X_3, Y_3, Z_3)$ . Уравнение плоскости:

$$a \cdot X + b \cdot Y + c \cdot Z + d = 0,$$

где коэффициенты могут быть найдены по известным формулам:

$$a = Y_1(Z_2 - Z_3) + Y_2(Z_3 - Z_1) + Y_3(Z_1 - Z_2)$$

$$b = Z_1(X_2 - X_3) + Z_2(X_3 - X_1) + Z_3(X_1 - X_2)$$

$$c = X_1(Y_2 - Y_3) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_1 - Y_2)$$

$$d = X_1(Y_2Z_3 - Y_3Z_2) + X_2(Y_3Z_1 - Y_1Z_3) + X_3(Y_1Z_2 - Y_2Z_1)$$

Оценкой переменной  $Z$  в точке  $(X_0, Y_0)$  будет соответствующее значение на этой плоскости (рис.19):

$$\widehat{Z}_0 = \frac{-a \cdot X_0 - b \cdot Y_0 - d}{c}.$$

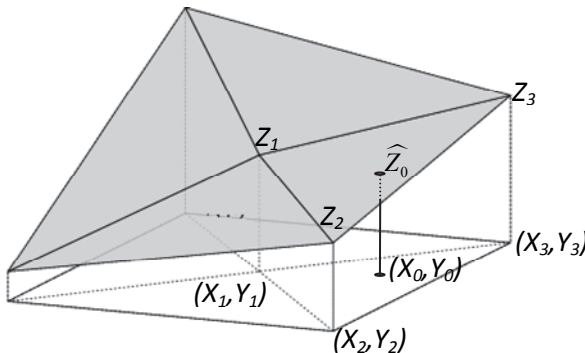


Рис. 19. Триангуляция с линейной интерполяцией.

Использование этого метода при небольшом числе точек выборки приводит к появлению явных треугольных граней на модельной растровой поверхности, или больших прямолинейных сегментов на карте изолиний. Триангуляция с линейной интерполяции работает лучше, если данные равномерно распределены по исследуемой территории. Метод эффективен, если требуется сохранить линии разрывов поверхности.

Метод точно воспроизводит значения в выборочных точках, то есть является точным интерполятором. Метод может учитывать анизотропию изучаемой переменной. Полученную схему триангуляции можно сохранить в файл векторного формата, задав ему имя в соответствующем диалоге «**Advance Options**» (рис.20).

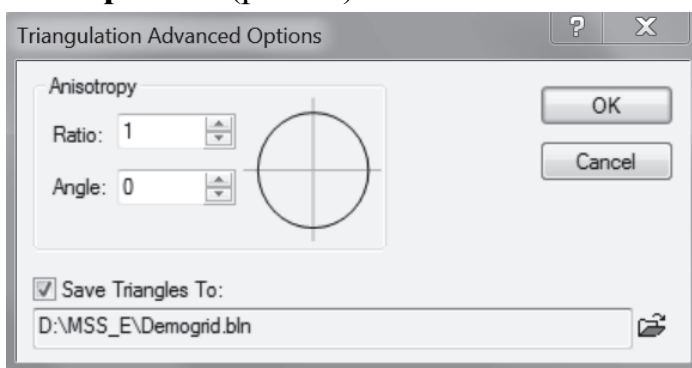


Рис.20. Параметры метода триангуляции с линейной интерполяцией.

## **Метод естественной окрестности - «Natural Neighbor»**

В этом методе оценка переменной  $Z$  в некоторой точке области исследования определяется как среднее взвешенное значений этой переменной в выборочных точках (фактически в ближайших выборочных точках):

$$\widehat{Z}_0 = \sum_{i=1}^n w_{i0} \cdot Z_i,$$

где веса  $w_{i0}$  определяются с использованием диаграмм Вороного.

Диаграмма Вороного для заданного множества точек - это такое разбиение плоскости на совокупность областей, при котором любая точка в отдельной области разбиения ближе к одной из точек множества, чем к любой другой точке множества (рис.21 (а)). Диаграммы Вороного также называют разбиением Тиссена или ячейками Дирихле. Одним из главных свойств диаграммы Вороного является её взаимно-однозначное соответствие с триангуляцией Делоне. А именно, если соединить рёбрами исходные точки, чьи многоугольники (ячейки) Вороного граничат друг с другом, то получим триангуляцию Делоне (рис.21 (б)).

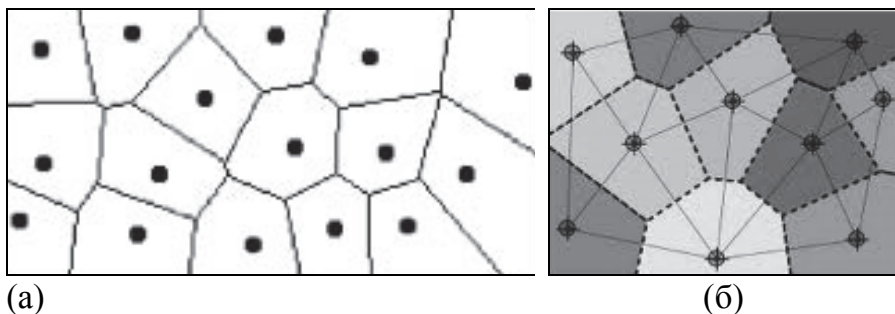


Рис.21. (а) Диаграмма Вороного.  
 (б) Диаграмма Вороного и триангуляция Делоне.

В методе естественной окрестности строятся две диаграммы Вороного. Сначала строится диаграмма Вороного для множества точек выборки (рис.22 (а)). Затем в это множество встраивается точка  $(X_0, Y_0)$ , где делается оценка, и строится диаграмма Вороного для новой конфигурации точек (рис.22 (б)). Диаграммы накладываются одна на другую. Ячейка новой точки (заполненная серой заливкой на рис.22 (в)) покрывает части ячеек некоторых точек первой диаграммы. Именно эти точки выборки (естественные соседи) и будут учитываться при оценке  $Z$  в точке  $(X_0, Y_0)$ . Веса  $w_{i0}$  определяются как доля площади ячейки интерполируемой точки  $(X_0, Y_0)$ , принадлежащей ячейке  $i$ -ой выборочной точки на первой диаграмме.

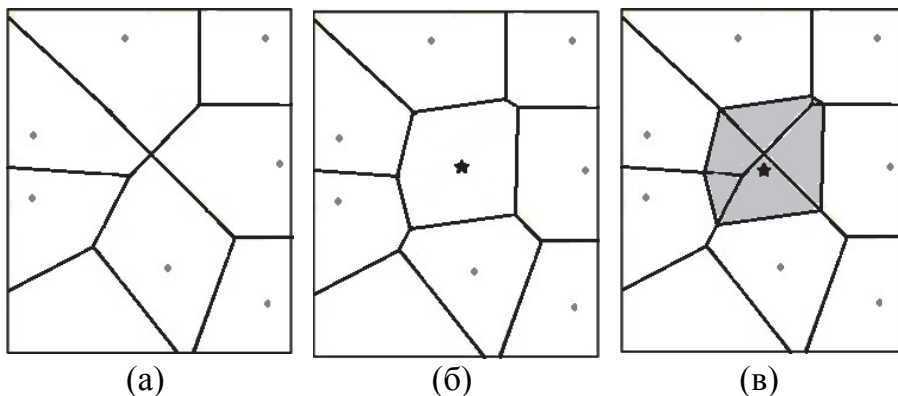


Рис.22. (а) Диаграмма Вороного для точек выборки.  
 (б) Диаграмма Вороного для точек выборки и точки интерполяции.  
 (в) Наложение двух диаграмм.

Метод позволяет получать хорошие изолинейные карты по наборам данных, содержащим скопления выборочных точек в одних подобластях исследуемой территории и разреженные выборочные точки в других подобластях. Получаемая в произвольной точке оценка  $Z$  всегда будет заключаться в пределах диапазона значений в ближайших точках. В построенной модели не будет «пиков», «ям», «хребтов», «долин», которые не были бы представлены исходными данными. Метод является точным интерполятором.

В диалоге «**Natural Neighbor Advance Options**» предоставляется возможность задать параметры анизотропии, а также сохранить в файл векторного формата схему триангуляции Делоне,



соответствующую первой диаграмме Вороного (рис.23).

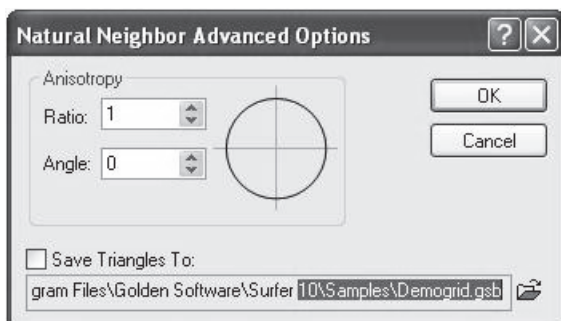


Рис.23. Параметры метода естественной окрестности.

## ***Метод минимальной кривизны - «Minimum Curvature»***

Под этим названием в Surfer используется двухмерный сплайн с натяжением (с минимизацией кривизны). Поверхность, построенная с помощью этого метода, подобна тонкой эластичной пластине, которая стремится пройти через все экспериментальные точки с минимальным числом изгибов. Метод не является точным интерполятором, он генерирует наиболее гладкую поверхность, которая проходит настолько близко к экспериментальным точкам, насколько это возможно.

Предварительно с использованием метода наименьших квадратов и всех выборочных данных строится аппроксимирующая поверхность на основе

простого полинома  $Z(X, Y) = a + b \cdot X + c \cdot Y$ , и в точках выборки вычисляются остатки - разность между результатами аппроксимации и наблюдаемыми значениями:  $e_i = (a + b \cdot X_i + c \cdot Y_i) - Z_i$

Далее, используя алгоритм минимальной кривизны, остатки интерполируются в узлах сетки. Алгоритм решает модифицированное дифференциальное уравнение:

$$(1 - T_i)\nabla^2(\nabla^2 e) - (T_i)\nabla^2 e = 0$$

с граничными условиями

$$(1 - T_b)\frac{\partial^2 e}{\partial n^2} + (T_b)\frac{\partial e}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial(\nabla^2 e)}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial^2 e}{\partial X \partial Y} = 0,$$

где  $\nabla^2$  - оператор Лапласа,  $\mathbf{n}$  - нормаль к границе,  $T_i$  - параметр «внутреннее натяжение»,  $T_b$  - параметр «натяжение на границе». Алгоритм работает итерационно, переисчисляя оценки в узлах модельной сетки, пока не будет достигнута либо заданная невязка, либо заданное число итераций.

Результирующую оценку  $Z$  получают путем сложения аппроксимирующей полиномиальной поверхности и проинтерполированных остатков:

$$\hat{Z}(X, Y) = a + b \cdot X + c \cdot Y + \hat{e}(X, Y).$$

В диалоговом окне (рис. 24), которое появляется после нажатия на кнопку «**Advance Options**», задаются параметры, управляющие работой метода минимальной кривизны, в том числе критерий сходимости.

В строке ввода «**Maximum Residual**» задается максимальная невязка (измеряется в тех же единицах, что и экспериментальные данные). Наиболее подходящее значение этого параметра равно, примерно, 10% от точности исходных данных. Например, если исходные данные измерены с точностью до единицы, то рекомендуемое значение  $\text{Maximum Residual} = 0.1$ . По умолчанию значение этого параметра устанавливается равным  $0.001 \cdot (Z_{\max} - Z_{\min})$ . Итерации продолжаются до тех пор, пока максимальная невязка для всей итерации не станет меньше значения  $\text{Maximum Residual}$ .

В строке ввода «**Maximum Iteration**» необходимо задать максимальное количество итераций. Значение этого параметра должно устанавливаться в зависимости от числа узлов растровой сетки, в которых вычисляется оценка. Если  $M$  - число узлов сетки, то значение этого параметра рекомендуется выбирать в интервале от  $M$  до  $2M$ . Например, если используется

сетка 50 на 50, то максимальное количество итераций должно быть установлено между 2500 и 5000.

Если при работе алгоритма количество итераций превысит заданное значение *Maximum Iteration*, и при этом расчетная невязка окажется выше заданной *Maximum Residual*, то модель не будет создана (появится сообщение, что итерационный процесс не сходится).

В строке ввода «**Relaxation Factor**» задается, так называемый, фактор расслабления. Его значение может изменяться от 0 до 2, и по умолчанию, равно 1, что хорошо работает в большинстве случаев. Чем меньше значение этого параметра (ближе к 0), тем медленнее работает алгоритм, но тем вероятнее схождение (достижение нужной невязки за заданное число итераций); и наоборот, чем больше это число (ближе к 2), тем быстрее работает алгоритм, но вероятность схождения ниже. Оптимальное значение фактора расслабления определяется путем проб и ошибок.

В строках ввода «**Internal Tension**» и «**Boundary Tension**» можно задать параметры  $T_i$  и  $T_b$ , управляющие «внутренним натяжением» сплайна и «натяжением на границе», соответственно. Оба эти параметра управляют степенью кривизны (натяжением) поверхности и изменяются от 0 до 1.

Если взять число близкое к нулю, то натяжение будет минимальным, и наоборот, если взять число близкое к 1, то это будет приводить к максимальному натяжению (меньшей кривизне) моделируемой поверхности. Например, высокое натяжение создаст области между наблюдениями, которые будут выглядеть как грани драгоценного камня.

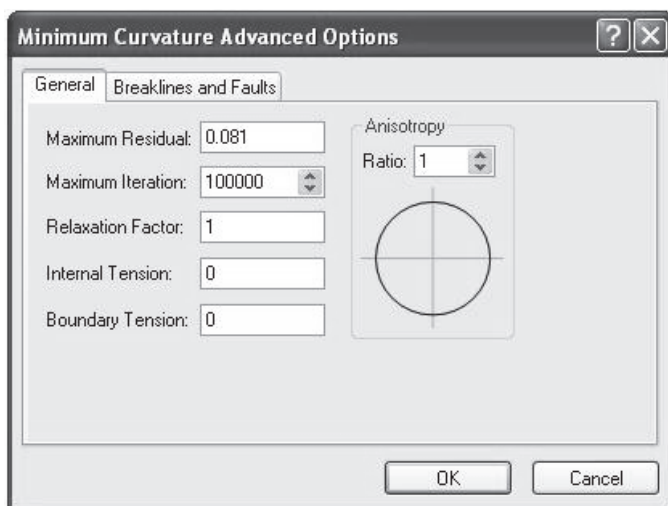


Рис.24. Параметры метода минимальной кривизны.

При построении поверхности методом минимальной кривизны могут быть учтены линии нарушения пространственной непрерывности и линии разломов (вкладка «**Breaklines and Faults**»), а также задана анизотропия.

Этот метод лучше всего подходит для медленно меняющихся поверхностей, например, высот

грунтовых вод, рельефа (без резко меняющихся элементов рельефа), концентрации загрязняющих веществ в воздухе. Важным свойством метода является непрерывность поверхности производной второго порядка.

### **Метод радиальных базисных функций - «Radial Basic Function»**

В этом методе оценка переменной  $Z$  в произвольной точке области исследования находится как линейная комбинация значений радиальных базисных функций (РБФ):

$$\widehat{Z}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i B(d_{i0}),$$

где  $d_{i0}$  – расстояние между точкой, где вычисляется оценка, и  $i$ -ой точкой измерения;  $\lambda_i$  – коэффициент  $i$ -ой выборочной точки;  $B()$  - радиальная базисная функция, аргументом которой является расстояние  $d_{i0}$ .

РБФ является ядерной функцией, которая определяет оптимальные веса, применяемые к точкам данных во время интерполяции. Существует множество разновидностей РБФ; из них в Surfer доступны пять типов:

Мультикватричная функция (Multiquadric)

$$B(d) = \sqrt{d^2 + R^2},$$

Обратная  
мультикватричная  
функция (Inverse  
Multiquadric)

$$B(d) = \frac{1}{\sqrt{d^2 + R^2}},$$

Мультилогарифмическая  
функция (Multilog)

$$B(d) = \log(d^2 + R^2),$$

Плоский сплайн (Thin-  
Plate Spline)

$$B(d) = (d^2 + R^2) \log(d^2 + R^2),$$

Кубический сплайн  
(Natural Cubic Spline)

$$B(d) = (d^2 + R^2)^{3/2},$$

где  $d$  – расстояние (с учетом анизотропии) от точки интерполяции до выборочной точки,  $R^2$  – параметр сглаживания. Каждая базисная функция имеет различную форму и позволяет получать разные интерполированные поверхности. Наиболее часто используется мультикватричная функция, которая, по мнению многих, является наилучшей с точки зрения построения гладкой поверхности, проходящей через экспериментальные точки. Для параметра сглаживания  $R^2$  нет общих рекомендаций по выбору оптимального значения; разумные значения этого параметра находятся в интервале от среднего расстояния между точками выборки до половины этого среднего.

Коэффициенты  $\lambda_i$  получают решением системы  $n$  уравнений, которые составляются из условия точной интерполяции - прохождения выходной поверхности через значения  $Z$  в  $n$  выборочных точках:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i B(d_{ij}) = Z_j, \quad j = 1, \dots, n.$$

Неизвестными в уравнениях являются  $n$  коэффициентов  $\lambda_i$ . И последовательность действий для определения  $\lambda_i$  включает: вычисление расстояний между всеми выборочными точками ( $d_{ij}$ ), вычисление по ним значений РБФ ( $B(d_{ij})$ ), решение системы уравнений.

Все РБФ-методы являются точными интерполяторами. Параметр сглаживания позволяет регулировать гладкость получаемой поверхности. С помощью РБФ можно успешно создавать модели слабо изменяющихся поверхностей, например поверхности высот. Однако этот метод плохо подходит, если возможны значительные изменения изучаемой пространственной переменной в пределах коротких расстояний, и/или если существует подозрение, что исходные данные могут содержать ошибки.

Для вычислений с использованием РБФ в Surfer необходимо в диалоговом окне (рис.25) на вкладке «**General**» в строке «**Basic Function**» выбрать вид РБФ, и в строке «**R<sup>2</sup> Parameter**» задать значение параметра сглаживания  $R^2$ . Метод позволяет ограничивать окрестность поиска выборочных данных (вкладка



«Search»), учитывать линии нарушения пространственной непрерывности (вкладка «Breaklines») и анизотропию.

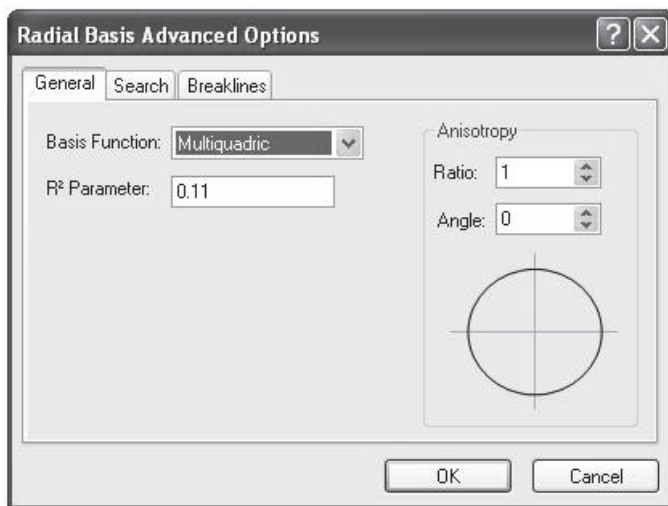


Рис.25. Параметры метода радиальных базисных функций.

## **Методы кригинга - «Kriging»**

В отличие от всех описанных выше методов, которые относятся к классу детерминированных, кригинг является геостатистическим методом. Кригинг строит скорее статистическую модель реальности, чем модель интерполяционной функции. Геостатистические методы основываются на вероятностной модели, рассматривающей изучаемую пространственную переменную  $Z(X,Y)$  как реализацию случайной функции  $Z(X,Y)$ . Такой подход позволяет

учитывать пространственную корреляцию данных и дает возможность не только создавать модели поверхностей, но также получать оценку точности этих моделей.

Реализованные в различных приложениях методы кригинга решают задачу интерполяции с применением линейных оценок. Это три основные формы кригинга: простой кригинг (используется, если известно математическое ожидание случайной функции  $Z$ ), ординарный кригинг (математическое ожидание случайной функции  $Z$  неизвестно, но постоянно) и универсальный кригинг (математическое ожидание случайной функции  $Z$  неизвестно и непостоянно).

В рамках данного пособия будут описаны лишь элементы Surfer-интерфейса, позволяющего выбирать форму кригинга и задавать параметры модели кригинга. Поэтому прежде, чем приступать к практическим занятиям по построению пространственных моделей с использованием этого метода, необходимо изучить теорию геостатистического анализа и моделирования, которая детально описана в различных отечественных (Савельев и др., 2012) и зарубежных учебниках.

В простейшем случае, кригинг-оценка значения пространственной переменной  $Z$  в некоторой точке, где не было измерений, определяется как:

$$\widehat{Z}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot Z_i,$$

где  $n$  весов  $\lambda_i$  являются решением системы кригинга:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i C_{ij} = C_{0j}, \quad j = 1, \dots, n,$$

а ошибка оценки кригинга определяется как квадратный корень из дисперсии оценки:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \text{Var}\{\mathbf{Z}(X_0, Y_0) | Z_1, \dots, Z_n\} = E[(\widehat{Z}_0 - \mathbf{Z}(X_0, Y_0))^2] = \\ &= C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_{0i} \end{aligned}$$

В этих уравнениях  $C_{ij} = C((X_i, Y_i); (X_j, Y_j))$  - значение функции ковариации, характеризующее связь между случайной величиной  $\mathbf{Z}(X_i, Y_i)$  в  $i$ -ой точке выборки и случайной величиной  $\mathbf{Z}(X_j, Y_j)$  в  $j$ -ой точке выборки. Соответственно,  $C_{0i} = C((X_0, Y_0); (X_i, Y_i))$  - значение функции ковариации между случайной величиной  $\mathbf{Z}(X_0, Y_0)$  в интерполируемой точке и случайной величиной  $\mathbf{Z}(X_i, Y_i)$  в  $i$ -ой точке выборки.

Функция  $C()$  нам не известна. В предположении стационарности изучаемого явления, эта функция

может быть оценена по выборочным данным, и по результатам оценки построена ее модель  $\hat{C}()$ . При этом оценивается и моделируется не сама ковариация, а другая мера пространственной корреляции - *вариограмма*, зная которую можно достаточно просто получить функцию ковариации. Этот процесс носит название вариограммного анализа данных. Полученная модель ковариации  $\hat{C}()$  затем подставляется в систему кригинга, которая решается для определения весов  $\lambda_i$ . Таким образом, для применения метода кригинга предварительно должна быть получена модель вариограммы - меры пространственной корреляции данных, которая и является основным параметром метода.

Основные этапы создания геостатистической модели включают:

1) анализ и предварительную обработку данных (декластеризация, выявление трендов и областей пространственной неоднородности, анализ распределения, выпадающих значений, анизотропии),

2) расчет значений эмпирической вариограммы или ковариации,

3) построение модели вариограммы или ковариации,

4) решение системы уравнений кригинга для определения весов,

5) получение прогнозного значения и ошибки (неопределенности) оценки в произвольной точке области исследования (например, в узлах регулярной сетки).

В Surfer параметры кригинга задаются в диалоговом окне «**Kriging Advanced Options**» (рис.26) во вкладке «**General**», которая разделена на блоки.

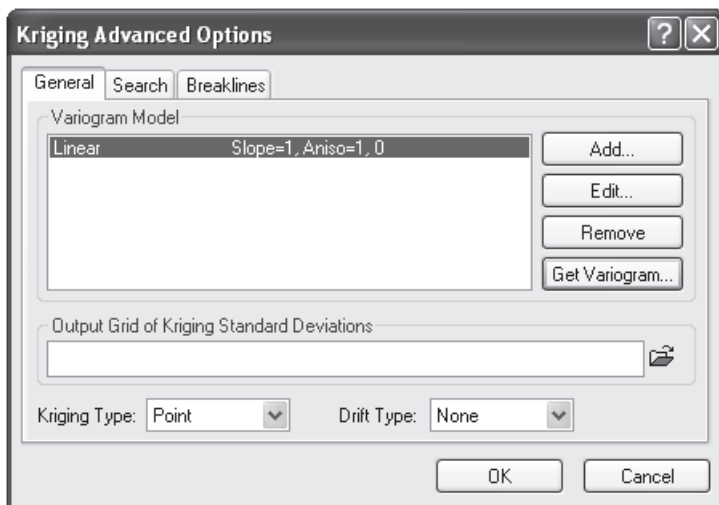


Рис.26. Параметры метода кригинга.

В блоке «**Variogram Model**» предоставляется возможность добавить (кнопка «**Add**»), удалить (кнопка «**Remove**»), отредактировать (кнопка «**Edit**») модель вариограммы, подобранную в ходе

вариограммного анализа (см., например, пункт главного меню «Variogram->New variogram...»).

В блоке «**Output Grid of Kriging Standard Deviation**» можно задать имя файла, в котором будет записана сетка стандартных отклонений – ошибок кригинга.

В выпадающем списке «**Kriging Type**» можно выбрать либо «**Point**», либо «**Block**». В случае выбора «**Point**» (по умолчанию), метод оценивает значения в узлах сетки. В случае выбора «**Block**», оцениваются средние значения в прямоугольных блоках с центром в узлах сетки. Блоки размером и формой соответствуют ячейкам сетки. Поскольку «блочный» кригинг оценивает среднее в «блоке», он генерирует гладкую поверхность. То есть, даже, если точка наблюдения расположена точно в узле сетки, оценка «блочного» кригинга в этом узле не воспроизведет наблюдаемое значение.

Выпадающий список «**Drift Type**» содержит три значения: «**None**» (по умолчанию); «**Linear**»; «**Quadratic**». Он предназначен для извещения о наличии в данных пространственного тренда (дрифта) и выбора формы кригинга. Если выбрана опция «**None**», то считается, что исходные данные не содержат пространственного тренда. В этом случае

оценка будет выполняться методом ординального кригинга. Если выбрана опция «**Linear**» или «**Quadratic**», то считается, что в данных присутствует линейный или квадратичный тренд, и оценка выполняется методом универсального кригинга.

Для кригинга может задаваться окрестность поиска выборочных точек (вкладка «**Search**»), а также могут учитываться известные линии нарушения пространственной непрерывности (вкладка «**Breaklines**»). Анизотропное поведение изучаемой переменной учитывается на этапе построения модели вариограммы.

Кригинг является очень гибким методом, он может быть либо точным, либо сглаживающим интерполятором в зависимости от значений параметров. Он позволяет эффективным и естественным образом включать в модель анизотропию и тренды. Если рассматривать только методы интерполяции, которые работают на основе взвешенного усреднения, то кригинг является наилучшим несмещенным предиктором. Если данные имеют нормальное распределение, то кригинг становится наилучшим предиктором среди всех несмещенных предикторов (не только взвешенных средних). Метод кригинга дает хорошие результаты

для большинства наборов данных, в силу чего является рекомендуемым и выбранным по умолчанию в Surfer.

### ***Расчет статистик - «Data Metrics»***

Выбор этого метода позволяет рассчитывать в узлах заданной сетки различные, в основном статистические, показатели на основе значений в выборочных точках, попавших в поисковый эллипс. Данный метод, в общем случае, не является интерполяционным. Он предназначен для предварительного анализа исходных данных. Рассчитываемый показатель выбирается в списке «**Data Metric to Grid**» (рис.27) на вкладке «**General**» диалога «**Data Metrics Advance Options**». Например, если выбрать пункт «**Mean**» в блоке «**Z Moment Statistics**», а на вкладке «**Search**», задавая поисковый эллипс, выбрать пункт «**Use all data**» (использовать все исходные данные), то на результирующей сетке в каждом узле будет находиться одно и то же число - среднее значение, подсчитанное по всем выборочным данным.

При подсчете статистик может быть задана окрестность поиска выборочных данных (вкладка «**Search**»), а также заданы и учтены известные линии



нарушения пространственной непрерывности и линии разломов (вкладка «**Breaklines and Faults**»).

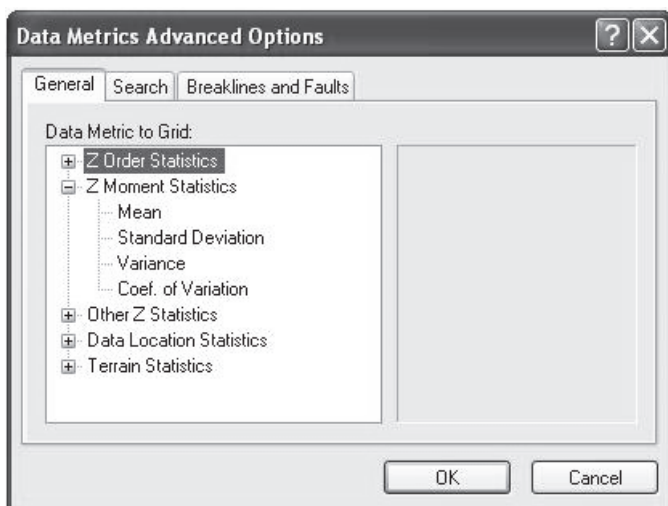


Рис.27. Выбор статистик.

## ***Задание 1. Построение цифровой модели рельефа***

1.1. Создайте «линию разрыва» на территории исследования, используя пункт меню «**Map**» → «**Digitize**», и сохраните ее в формате \*.bln.

1.2. Создайте цифровую модель рельефа. В качестве исходных данных используйте файл relief.txt и файл с «линией разрыва» поверхности в формате \*.bln. Используйте поочередно все методы, предоставленные в пункте «**Gridding Method**» (кроме

«Polynomial Regression» и «Data metrics»), сохраняя результаты моделирования каждый раз в новый файл.

1.3. Оцените ошибки (с использованием перекрестной проверки) построения поверхностей различными методами. При этом в качестве проверочных используйте 10% от количества исходных точек.

1.4. Выполните элементарный статистический анализ полученных ошибок, рассчитав следующие показатели: минимум, максимум, среднее, асимметрию, дисперсию, сумму, сумму положительных и отрицательных ошибок. Постройте гистограмму частот, а также проверьте гипотезу о нормальности распределения.

1.5. На основании полученных статистических показателей сделайте заключение о том, какой метод наилучшим образом описывает исходный набор данных.

## Раздел 2. Картографическое отображение моделей

Оценка значений пространственной переменной  $Z$  в узлах регулярной сетки, проведенная методами интерполяции, дает растровый слой. Для его картографического отображения (визуализации) в программе Surfer доступны следующие методы классической картографии: метод изолиний, метод цветовых шкал, метод аналитической отмывки. Кроме них представлены еще два метода: визуализация в виде трехмерной поверхности и карта градиентов. При создании картографических произведений можно использовать векторные слои с сопутствующей информацией, а также создавать слои постов наблюдений.

Создание карт реализовано в пункте меню «**Map**», где необходимо выбрать подпункт «**New**», если создается новый картографический набор, или «**Add**», если нужно добавить слой к уже существующему набору. Рассмотрим реализацию в Surfer нескольких методов картографического отображения.

## **Метод изолиний**

Построение карт изолиний реализовано в подпункте «**Contour Map**» (при выборе «**New**») или «**Contour Layer**» (при выборе «**Add**»). Вначале появляется диалоговое окно, предлагающее выбрать файл формата GRD с растровой моделью, после чего в окне типа **Plot** выводится карта изолиний (например, рис.28), которую можно настроить в диалоговом окне «**Property manager – Map: Contours**» (рис. 29). Описание функциональных возможностей вкладок этого окна представлено ниже в таблицах.

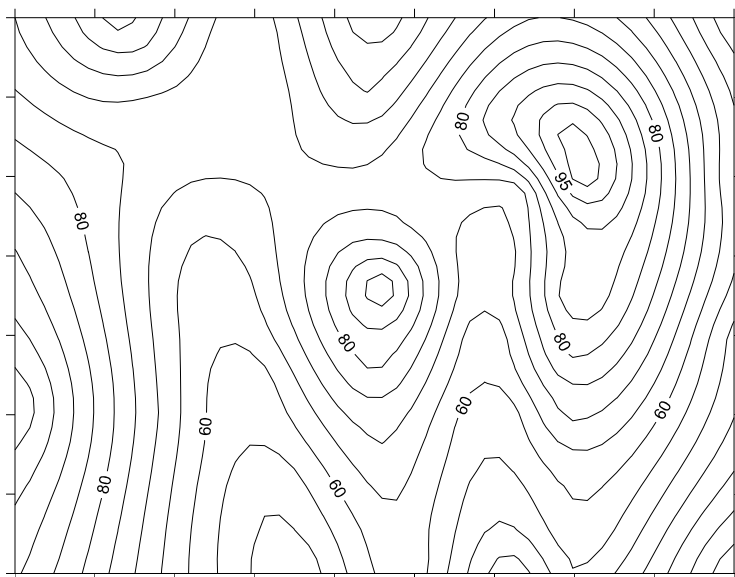


Рис.28. Пример карты изолиний.

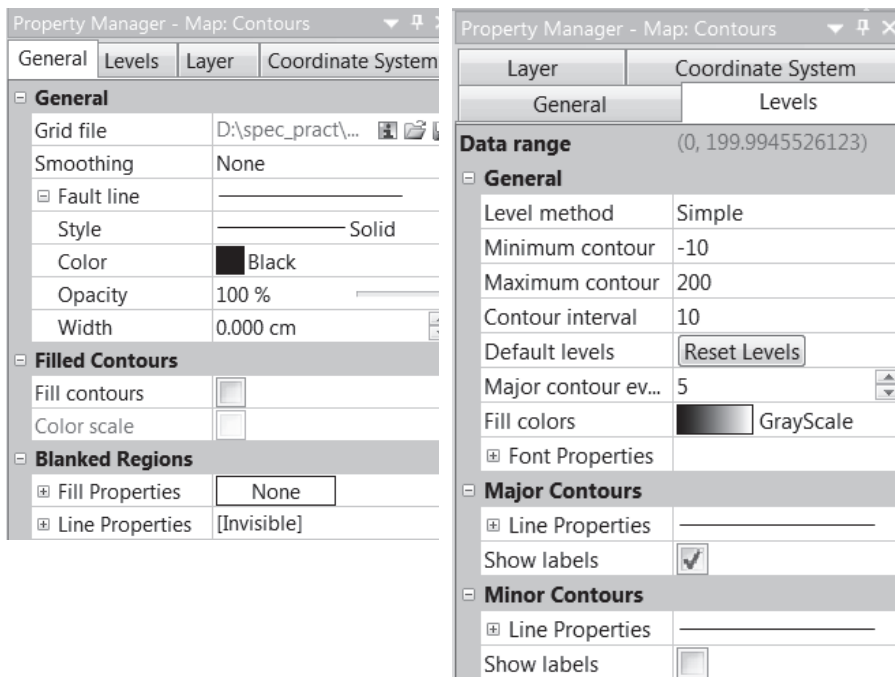


Рис. 29. Вкладки для настройки карты изолиний.

### Описание вкладки «General»

<b>General</b>	<p><b>Grid file</b> - приводится имя GRD-файла с моделью, отображаемой на карте</p> <p><b>Smoothing</b> - настройка сглаживания изолиний (сама модель не сглаживается); степень сглаживания задается в выпадающем списке</p> <p><b>Fault line</b> - настройка типа, толщины и цвета линий типа Fault (если модель строилась с их учетом)</p>
<b>Filled Contours</b>	<p><b>Fill contours</b> - включает/отключает заливку между изолиниями</p> <p><b>Color scale</b> - включает/отключает отображение шкалы заливки (легенды)</p>

<b>Blanked region</b>	<b>Fill Properties</b> - настройка заливки для отображения областей с бланковочным значением в узлах сетки
	<b>Line Properties</b> - настройка линий границ областей с бланковочным значением в узлах сетки

### Описание вкладки «Levels»

<b>General</b>	<p><b>Level method</b> - выбор одного из двух режимов настройки изолиний: <b>Simple</b> - изолинии с заданным шагом; <b>Advanced</b> - изолинии с произвольными отметками, возможность сохранения и загрузки настроек отображения изолиний</p> <p><b>Minimum contour</b> - минимальное значение изолиний (по умолчанию - минимальное значение на сетке)</p> <p><b>Maximum contour</b> - максимальное значение изолиний (по умолчанию - максимальное значение на сетке)</p> <p><b>Contour interval</b> - шаг изолиний</p> <p><b>Default levels</b> - восстанавливает значения по умолчанию</p> <p><b>Major contour every</b> - задает кратность основных изолиний</p> <p><b>Fill colors</b> - настройка цветовой шкалы для заливки областей между изолиниями; возможен выбор из существующего набора цветовых шкал или создание собственной шкалы (рис.30)</p> <p><b>Font Properties</b> - настройка надписей на изолиниях</p>
----------------	---

<b>Major Contours</b>	<b>Line Properties</b> - настройка типа, толщины и цвета основных изолиний <b>Show labels</b> – включает/отключает подписи изолиний
<b>Minor Contours</b>	<b>Line Properties</b> - настройка типа, толщины и цвета других изолиний <b>Show labels</b> – включает/отключает подписи изолиний

На вкладке «**Layer**» настройка **Opacity** позволяет регулировать степень прозрачности слоя от 0 % (полная прозрачность) до 100 % (непрозрачное изображение).

Вкладка «**Coordinate System**» предоставляет возможность задать систему координат карты, выбрав из списка predetermined систем координат, либо описать пользовательскую.

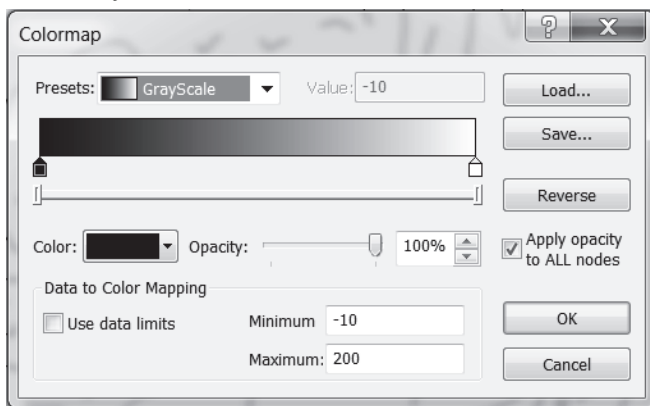


Рис. 30. Создание пользовательской цветовой шкалы.

При создании собственной цветовой шкалы (рис.30) можно добавлять в шкалу промежуточные цвета, используя указатель мыши и клавишу «Ctrl».

Созданную шкалу можно сохранить в файл, а в дальнейшем загружать (кнопки «**Save...**», «**Load...**»).

### **Метод цветowych шкал**

Построение карты с использованием цветowych шкал реализовано в подпункте «**Image map**» (при выборе «**New**») или «**Image Layer**» (при выборе «**Add**»). После выбора файла формата GRD с растровой моделью, она визуализируется в окне типа **Plot** как попиксельное изображение, где каждый пиксель окрашен в соответствии с цветовой шкалой (например, рис. 31). Свойства изображения настраиваются в диалоговом окне «**Property manager – Map: Image Map**» (рис. 32).

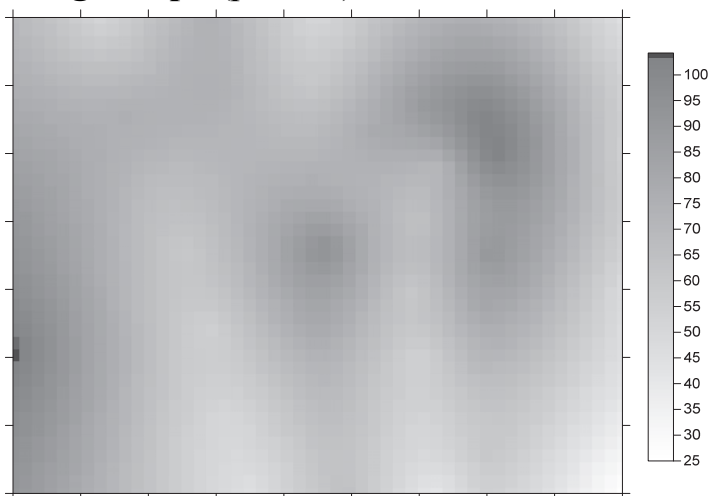


Рис.31. Пример карты, построенной методом цветowych шкал.



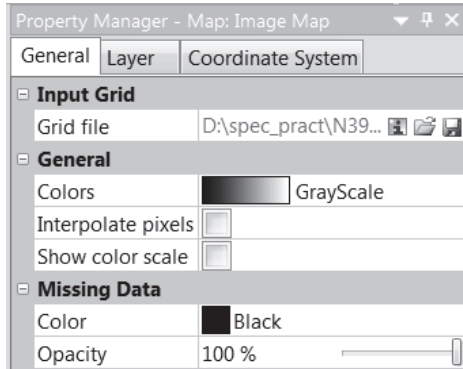


Рис. 32. Вкладки для настройки карты, построенной методом цветowych шкал.

### Описание вкладки «General»

<b>Input grid</b>	<b>Grid file</b> - приводится имя GRD-файла с растровой моделью, отображаемой на карте
<b>General</b>	<p><b>Colors</b> - настройка цветовой шкалы для отображения пикселей; возможен выбор из существующего набора цветowych шкал или создание собственной шкалы (рис.30)</p> <p><b>Interpolate Pixels</b> - включает/отключает сглаживание пиксельной структуры</p> <p><b>Color scale</b> - включает/отключает отображение шкалы (легенды)</p>
<b>Missing Data</b>	<p><b>Color</b> - настройка заливки для отображения областей с бланковочным значением в узлах сетки</p> <p><b>Opacity</b> - настройка степени прозрачности этих областей</p>

Вкладки «Layer» и «Coordinate System» аналогичны описанным для рис.29.

## ***Метод аналитической отмывки***

Метод реализован в пункте меню «**Map**», подпункте «**Shaded relief Map**» (при выборе «**New**») или «**Shaded Relief Layer**» (при выборе «**Add**»). После выбора файла формата GRD с растровой моделью, в окне типа **Plot** появляется изображение (рис. 33), которое можно настроить в диалоге «**Property manager – Map: Shaded Relief Map**» (рис. 34).

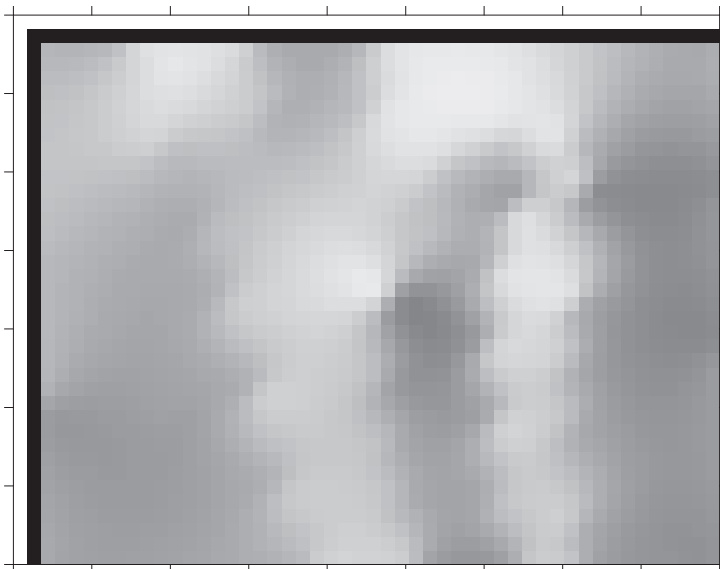


Рис.33. Пример карты, построенной методом аналитической отмывки.

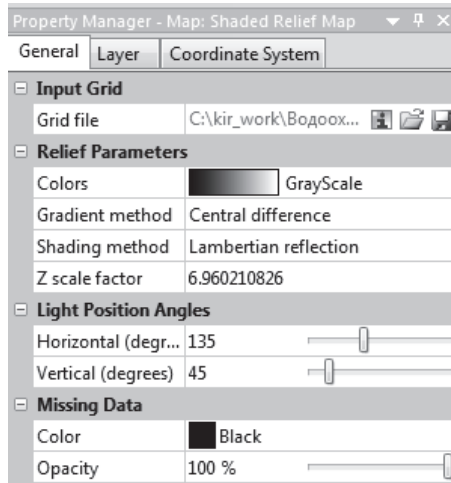


Рис. 34. Вкладки для настройки карты, построенной методом аналитической отмывки.

### Описание вкладки «General»

<b>Input grid</b>	<b>Grid file</b> - приводится имя GRD-файла с растровой моделью, отображаемой на карте
<b>Relief Parameters</b>	<p><b>Colors</b> - настройка цветовой шкалы для отображения затененных и освещенных участков поверхности</p> <p><b>Gradient Method</b> - настройка степени сглаженности изображаемой поверхности: <b>Central Difference</b> – более сглаженная поверхность; <b>Midpoint Difference</b> – менее сглаженная поверхность</p> <p><b>Shading Method</b> - выбор алгоритма расчета отраженного света (всего четыре алгоритма); по умолчанию используется <b>Lambertian reflection</b> - оптимальный выбор для большинства поверхностей</p>

	<b>Z Scale Factor</b> - коэффициент масштабирования по Z (чем он больше, тем длиннее тени)
<b>Light Position Angels</b>	Задаёт (в градусах) положение источника света: <b>Vertical</b> - над горизонтом; <b>Horizontal</b> - по сторонам света
<b>Missing Data</b>	Настройки аналогичны описанным выше

### ***Карта постов наблюдений***

Карту постов исходных наблюдений - карту выборки – можно получить, используя подпункт «**Post Map**» (при выборе «**New**») или «**Post Layer**» (при выборе «**Add**»). В появившемся диалоговом окне нужно выбрать файл с выборочными данными, после чего в окне типа **Plot** выводится карта выборки (рис. 35), которую можно настроить в «**Property manager – Map: Post Map**» (рис. 36).

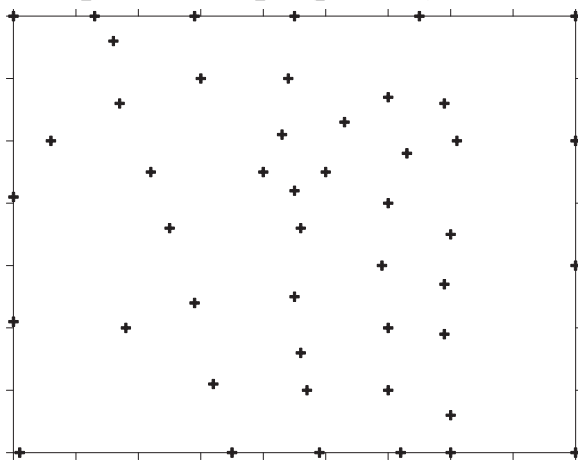


Рис.35. Пример карты постов наблюдений.

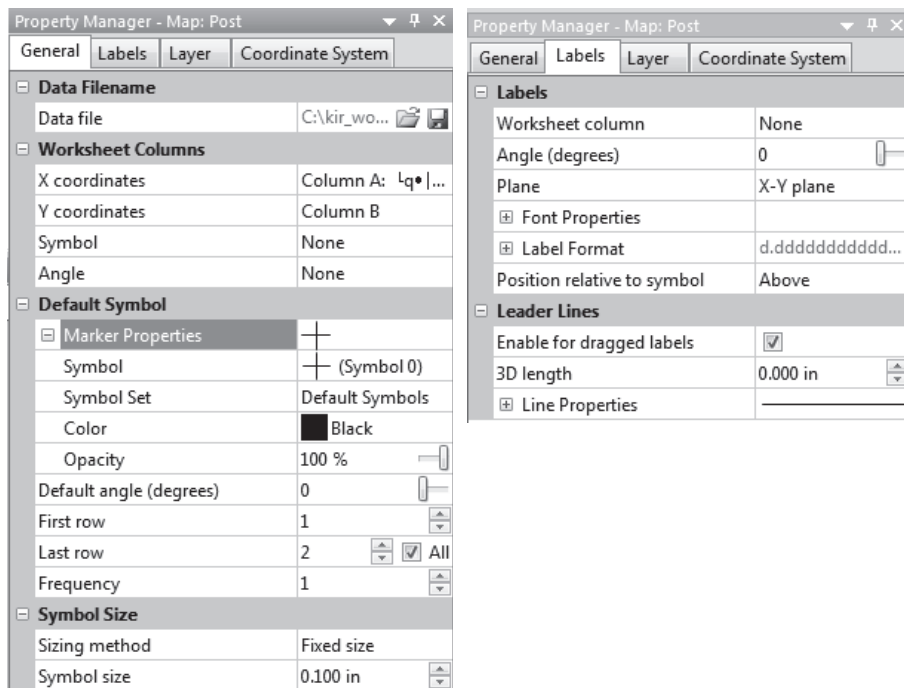


Рис.36. Вкладки для настройки карты выборки.

### Описание вкладки «General»

<b>Data File name</b>	<b>Data file</b> - приводится имя файла с выборочными данными
<b>Worksheet Columns</b>	<b>X Coordinates, Y Coordinates</b> - в выпадающих списках выбираются колонки файла с данными, в которых находятся значения координат $X$ , $Y$ точек выборки <b>Symbol</b> - выбор колонки, в которой записаны коды символов, которыми будут отображены точки <b>Angle</b> - выбор колонки, в которой записаны углы наклона символов точки

<p><b>Default Symbol</b></p>	<p>Настройка символа, которым будут отображены точки, если выше в строках <b>Symbol</b> и <b>Angle</b> установлено значение <b>None</b></p> <p><b>Symbol Set</b> - выбор набора символов или шрифтов из списка установленных на компьютере</p> <p><b>Symbol</b> - выбор символа из установленного набора</p> <p><b>Color</b> - выбор цвета символа</p> <p><b>Opacity</b> – настройка прозрачности символа</p> <p><b>Default angle</b> - настройка угла наклона символа (в градусах)</p> <p><b>First row</b> - номер выборочной точки (строки в файле данных); точки, начиная с этого номера, будут отображаться на карте</p> <p><b>Last row</b> - номер выборочной точки (строки в файле данных); точки, с номером больше заданного, не будут отображаться</p> <p><b>Frequency</b> - частота отображения точек на карте (например, если 2, то будет отображаться каждый второй пост)</p> <p><b>All</b> - включает/отключает отображение всех точек выборки</p>
<p><b>Symbol Size</b></p>	<p><b>Sizing Method</b> - выбор одного из двух режимов настройки размера символов:</p> <p><b>Fixed Size</b> – фиксированный размер;</p> <p><b>Proportional</b> – размер символа на карте пропорционален значению выбранной колонки из файла с данными</p>

## Описание вкладки «**Labels**»

<p><b>Labels</b></p>	<p><b>Worksheet Column for Labels</b> - выбор колонки файла с данными, значения которой будут подписями</p> <p><b>Angle(degree)</b> - угол наклона подписей (в градусах)</p> <p><b>Plane</b> - настройка ориентации подписей: <b>X-Y plane</b> - подписи будут располагаться параллельно осям координат; <b>Screen</b> - подписи будут располагаться параллельно краям экрана</p> <p><b>Font Properties</b> - настройка шрифта подписей</p> <p><b>Label Format</b> - настройка формата подписей (например, количество знаков после запятой для числовой подписи)</p> <p><b>Position relative to symbol</b> - настройка позиции подписи относительно поста (сверху, снизу, справа, слева и т.д.)</p>
<p><b>Leader Lines</b></p>	<p><b>Enable for dragged labels</b> - включает/отключает указательные линии от подписи к символу поста</p> <p><b>3D length</b> - настройка высоты расположения подписи над символом поста и длину линии указателя, в случае наложения карты постов на 3-х мерное изображение («<b>Wareframe map</b>»)</p> <p><b>Leader Lines</b> - настройка свойств линии указателя</p>

## **Карты 3-х мерных поверхностей**

Визуализация модели в виде 3-х мерной поверхности реализована в подпункте «**3D Surface**» (при выборе «**New**») или «**3D Surface Layer**» (при выборе «**Add**»). После выбора файла с моделью (GRD), в окне типа **Plot** появляется изображение (рис. 37), которое можно настроить в диалоге «**Property manager – Map: 3D Surface Map**» (рис. 38).

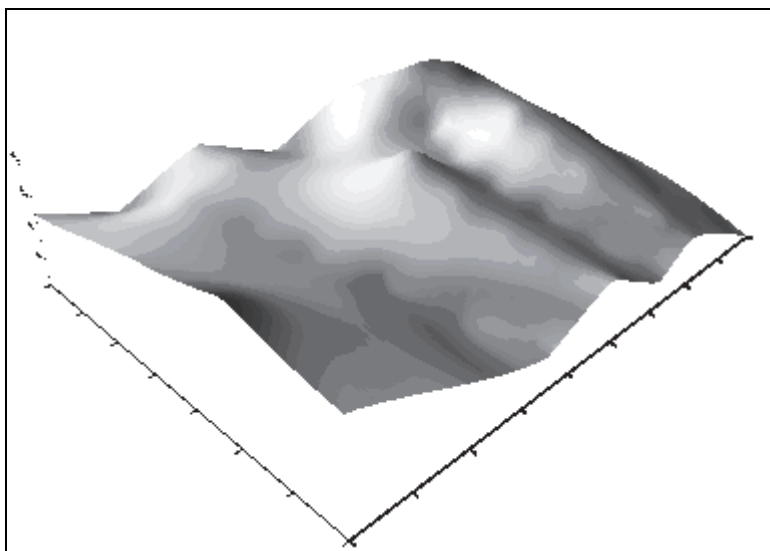


Рис.37. Пример карты 3-х мерной поверхности.



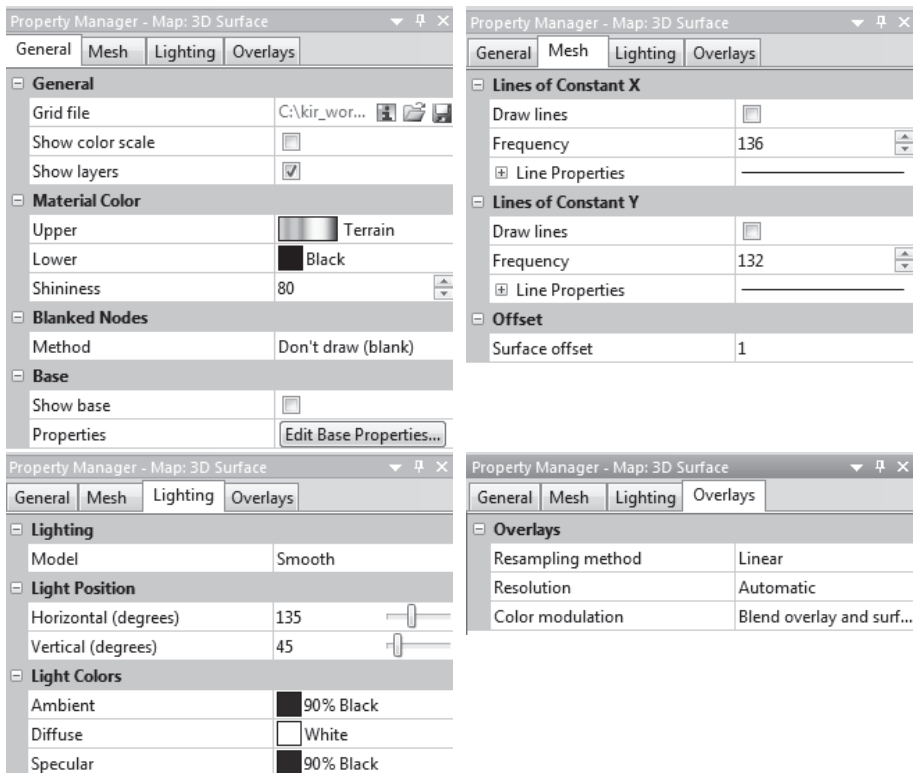


Рис. 38. Вкладки для настройки карты 3-х мерной поверхности.

### Описание вкладки «General»

<b>General</b>	<p><b>Grid file</b> - приводится имя GRD-файла с моделью, отображаемой на карте</p> <p><b>Show color scale</b> - включает/отключает отображение цветовой шкалы (легенды)</p> <p><b>Show layers</b> - включает/отключает отображение других слоев карты</p>
----------------	--

<b>Material Color</b>	<b>Upper</b> - настройка цветовой шкалы <b>Lower</b> – настройка цвета основания <b>Shininess</b> - настройка степени отражения, изменяется от 0 (более светлая картинка) до 100 % (более темная картинка)
<b>Blanked Nodes</b>	<b>Method</b> – выбор способа отображения бланковочных значений: <b>Don't draw(blank)</b> – не отображать; <b>Remap to</b> – отображается заданное значение
<b>Base</b>	<b>Show base</b> - включает/отключает отображение боковых граней трехмерной поверхности <b>Properties</b> – настройка свойств отображения боковых граней

#### Описание вкладки «Mesh»

<b>Lines of Constant X</b>	<b>Draw lines</b> - включает/отключает отображение осей X и Y координатной сетки
<b>Lines of Constant Y</b>	<b>Frequency</b> - частота линий координатной сетки <b>Line Properties</b> - настройка типа, толщины и цвета линий
<b>Offset</b>	<b>Surface offset</b> - настройка линий координатной сетки при наложении нескольких 3-х мерных поверхностей

#### Описание вкладки «Lighting»

<b>Lighthig</b>	<b>Model</b> - настройка вариантов освещенности поверхности: <b>None</b> - отключает все световые эффекты; <b>Smooth</b> - каждая ячейка сетки разделяется на два треугольника, цвета внутри треугольника интерполируются на основе значений в его вершинах, что обеспечивает плавные цветовые
-----------------	--

	<p>переходы;</p> <p><b>Flat</b> - каждая ячейка сетки разделяется на два треугольника, каждый треугольник отображается одним цветом, что ведет к появлению видимых граней на изображении</p>
<b>Light Position</b>	<p>Задаёт (в градусах) положение источника света: <b>Vertical</b> - над горизонтом; <b>Horizontal</b> - по сторонам света</p>
<b>Light Colors</b>	<p><b>Ambient, Diffuse, Specular</b> - три настройки, задавая которые можно добиться отображения, соответствующего текстуре определенного материала (металл, дерево и др.).</p>

### Описание вкладки «Overlays»

<b>Resampling method</b>	<p>Настройка метода перерисовки изображения:</p> <p>Nearest - ближайший пиксель</p> <p>Linear - билинейная модель, с использованием 4-х ближайших пикселей</p>
<b>Resolution</b>	<p>Настройка разрешения изображения</p>
<b>Color modulation</b>	<p>Настройка цветов при наложении дополнительных слоев на 3-х мерную поверхность:</p> <p><b>Use surface color only</b> - использовать цвета 3-х мерной поверхности</p> <p><b>Use overlay color only</b> - использовать цвета наложенного слоя</p> <p><b>Blend overlay and surface colors</b> - смешать цвета 3-х мерной поверхности и наложенного слоя</p>

## Создание картографических произведений

Для создания картографического набора выполняется операции наложения карт (Overlay). Для этого необходимо выбрать нужные построенные карты в окне типа **Plot** (используя указатель мыши и клавишу **Ctrl**, или клавишу **F2** - выбор всех карт) и вызвать пункт меню «**Map**» → «**Overlay Maps**».

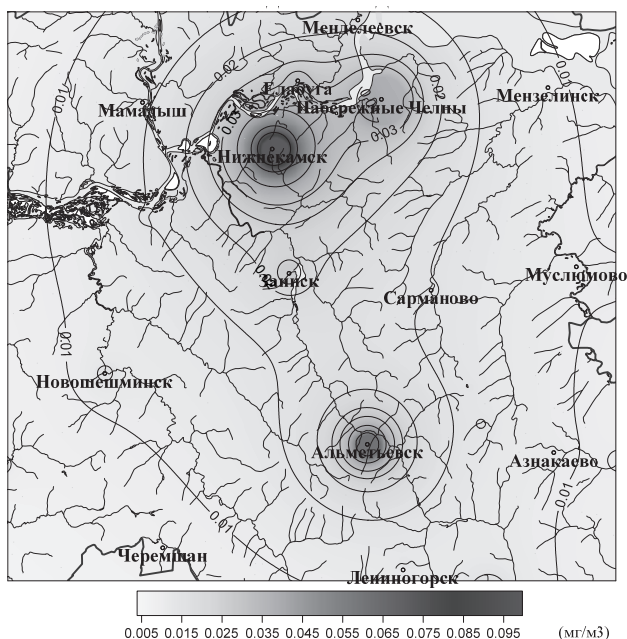


Рис. 39. Пример картографического произведения, содержащего слой изолиний, векторный слой гидросети, слой постов (населенные пункты).

Для того чтобы задать масштаб карты, нужно в окне «**Object Manager**» выбрать указателем мыши

карту («Map») и нажать левую клавишу мыши, а в появившемся меню выбрать «Property Manager: Map» подпункт «Scale» (рис. 40). Здесь можно задать масштаб по каждой из координат  $X$ ,  $Y$  в отдельности или согласовано при включенной опции «Proportional XY Scaling». При отображении 3-х мерных поверхностей становится доступной третья строка «Z Scale», в которой можно задать масштаб по  $Z$ .

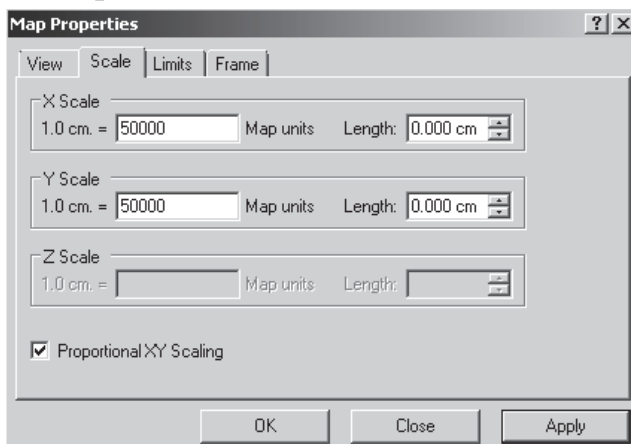


Рис. 40. Установка масштаба карты.

## ***Задание 2. Картографическое отображение построенной модели***

2.1. Используя четыре описанные выше метода, построить четыре карты. В качестве исходных данных используйте файл с растровой моделью (Задание 1), которая наилучшим образом описывает исходные данные. Создайте картографические произведения,

1) наложив карту изолиний, карту аналитической отмывки и карту постов; 2) карту изолиний и карту 3-х мерной поверхности. Задайте масштаб карт 1:25 000.

2.2. Для карты изолиний установите шаг горизонталей 10 м, цвет изолиний черный, ширина 0,01 см. В интервале 110–120 м задайте шаг горизонталей 2 м, а цвет этих изолиний красным. Подпишите изолинии через одну и сделайте их читаемыми (для этого, если есть необходимость, измените размер шрифта).

2.3. Для карты аналитической отмывки установите источник света таким образом, чтобы его высота над горизонтом и экспозиция были  $45^\circ$ . Сглаживание - отключить.

2.4. Для карты цветовых шкал задайте следующую палитру цветов: синий – голубой – зеленый – желтый – красный – коричневый, для диапазона значений от минимума до максимума значений исходных данных.

2.5. Для карты 3-х мерной поверхности задайте палитру цветов, указанную в пункте 2.4.

## Раздел 3. Операции с растровыми моделями

Принято различать следующие классы операций над растровыми слоями: алгебру карт (вычитание, умножение, сложение, сравнение и т.д.), операции с объектами, операции, учитывающие пространственный контекст. Обработка и анализ растровых слоев с помощью различных операций и их комбинаций достаточно подробно описываются в методическом пособии «Пространственный анализ в растровых геоинформационных системах» (Савельев и др. 2007). Здесь мы коротко остановимся на реализации алгебры карт в Surfer, и более подробно - на некоторых операциях, учитывающих пространственный контекст, а именно на расчете морфометрических показателей рельефа.

### ***Алгебра карт в Surfer***

Операции алгебры карт предоставляются через пункт меню «**Grid**», подпункт «**Math...**». После выбора файл (GRD) с растровым слоем – первого операнда операции - появляется окно «**Grid Math**» (рис. 41). Здесь в блоке «**Input Grid**» отображаются имена файлов с растровыми сетками (слоями), которые

будут участвовать в вычислениях. Каждому слою автоматически присваивается имя переменной (**Variable**). Добавить или удалить слой можно с помощью кнопок «**Add Grids**» или «**Remove Grid**», соответственно.

Ниже в строке ввода «**Enter a function of the form...**» вводится математическое выражение с использованием заданных имен переменных. В выражение могут включаться встроенные математические функции, статистические функции, логические операторы, операторы сравнения (например,  $\max$ ,  $\exp$ ,  $\sin$ ,  $\sqrt{\phantom{x}}$  и пр.), а также константы.

В строке «**Output Grid File**» задается имя файла (GRD) для результата операции.

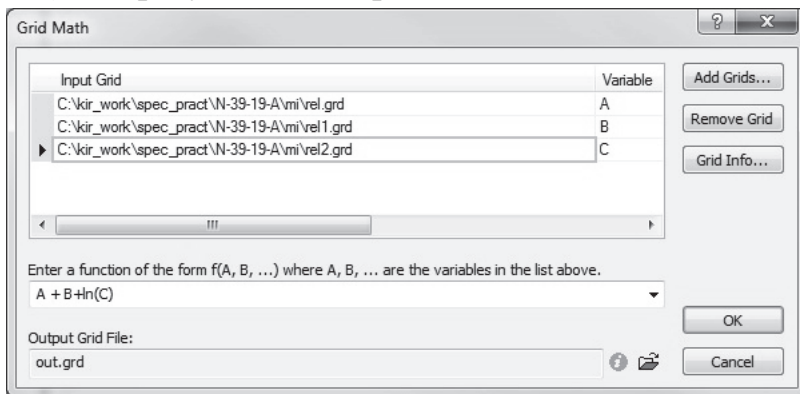


Рис. 41. Окно для задания операций алгебры карт.

Операции алгебры карт можно выполнять с одним и более растровыми слоями. При использовании двух и



более слоев, эти слои должны иметь одинаковые геометрические параметры: координаты  $X$  и  $Y$  левого нижнего и правого верхнего углов, а также шаги сеток по  $X$  и по  $Y$  должны быть одинаковы для всех слоев, участвующих в вычислениях. То есть слои должны быть пространственно совмещенными.

Для примера, простейшие операции над двумя слоями схематично показаны на рис. 42.

A			+	B			=	C = A + B		
5	8	4		3	4	5		8	12	9
12	10	5		14	12	12		26	22	17
3	9	10		26	20	18		29	29	28
A				B			=	C = Max(A, B)		
8	4	10		3	6	2		8	6	10
10	12	0		10	2	2		10	12	2
5	6	8		6	4	18		6	6	18

Рис. 42. Пример операций алгебры карт.

## ***Морфометрические характеристики рельефа***

Рассмотрим методы расчета основных морфометрических характеристик рельефа: уклона, экспозиции, профильной кривизны, плановой кривизны. Эти характеристики в виде растровых слоев получают на основе цифровой модели рельефа.

Пусть  $Z = Z(X, Y)$  - высота поверхности земли над уровнем моря в точке  $(X, Y)$ . Её градиент в каждой точке поверхности - это вектор  $\left(\frac{\partial Z}{\partial X}, \frac{\partial Z}{\partial Y}\right)$ , который своим направлением указывает направление наискорейшего возрастания  $Z$ , а по величине (модулю) равен скорости возрастания  $Z$  в этом направлении. То есть градиент в каждой точке будет показывать «направление самого крутого подъёма», и своей величиной характеризовать крутизну склона.

## Уклон

Уклон (крутизна) - это угол между горизонтальной плоскостью и плоскостью, касательной к земной поверхности в некоторой точке. Он определяется величиной градиента в точке:

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)^2}.$$

Уклон может быть измерен в градусах (изменяется от 0 до 90°), в градах, в радианах. Для вычисления уклона в градусах формула примет вид:

$$S_T = \frac{360}{2\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)^2}.$$

Уклон земной поверхности отвечает за скорость склоновых процессов (почвенная, овражная эрозия, оползни, осыпи), которые обусловлены перемещением вещества (почво-грунтов, водных потоков) по земной поверхности под действием силы тяжести.

Для отображения растровой модели уклонов чаще всего используют метод цветowych шкал, деля весь диапазон значений уклонов на следующие интервалы: 0-1°; 1-3°; 3-5°; 5-7°; 7-10°; 10-15°; 15-20°; 20-40°; 40-90° или 0-0.5°; 0.5-1°; 1-2°; 2-4°; 4-6°; 6-8°; 8-10°; 10-20°; 20-90° (Мальцев, 2006).

## **Экспозиция**

Экспозиция - это угол, отсчитываемый по часовой стрелке между направлением на север и направлением вектора градиента в точке (рис.43). Следовательно, экспозиция в градусах (изменяется от 0° до 360°) равна:

$$A_T = 270 - \frac{360}{2\pi} \arctg\left(\frac{\partial Z}{\partial Y} / \frac{\partial Z}{\partial X}\right).$$

Экспозиция показывает направление перемещения вещества (водных потоков, почво-грунтов, загрязнителей) по земной поверхности под действием силы тяжести, а также определяет величину приходящей солнечной радиации.

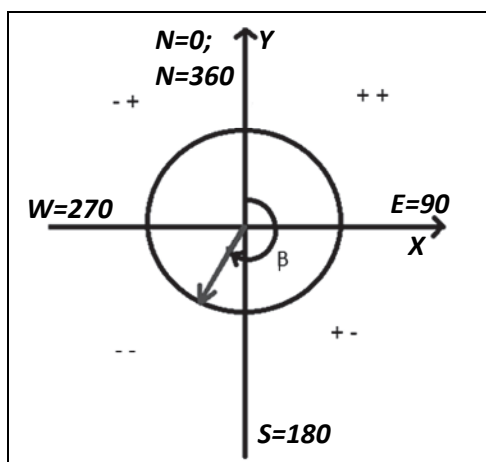


Рис. 43. Экспозиция.

Для картографического отображения этой переменной используется метод цветовых шкал. При этом диапазон значений экспозиции делится на восемь интервалов, которые соответствуют восьми сторонам света: север -  $0-22.5^\circ$ ,  $337.5 - 360^\circ$ ; северо-восток -  $22.5-67.5^\circ$ ; восток -  $67.5-112.5^\circ$ ; юго-восток -  $112.5-157.5^\circ$ ; юг -  $157.5-202.5^\circ$ ; юго-запад -  $202.5-247.5^\circ$ ; запад -  $247.5-292.5^\circ$ ; северо-запад  $292.5-337.5^\circ$ . Каждому интервалу соответствует определенный цвет. В Северном полушарии склонам южных и западных экспозиций обычно задают «теплые» цвета (поскольку эти склоны являются более теплыми), а склонам северных и восточных экспозиций задают «холодные» цвета (эти склоны являются более холодными).

## Профильная кривизна

Профильная кривизна – это кривизна поверхности в направлении максимального уклона (кривизна линии профиля, заложенной вдоль направления линии тока). В геоморфологии ее называют вертикальной кривизной. Она вычисляется по формуле:

$$K_p = \frac{rp^2 + 2spq + tq^2}{(p^2 + q^2)(1 + p^2 + q^2)^{3/2}},$$

где  $p = \frac{\partial Z}{\partial X}$ ,  $q = \frac{\partial Z}{\partial Y}$ ,  $r = \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}$ ,  $s = \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y}$ ,  $t = \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}$  - частные производные поверхности  $Z(X, Y)$  по направлениям.

Единицы измерения вертикальной кривизны - 1/м. Она отрицательна, когда поверхность выпуклая; положительна, когда поверхность вогнутая; равна нулю для прямолинейного профиля склона.

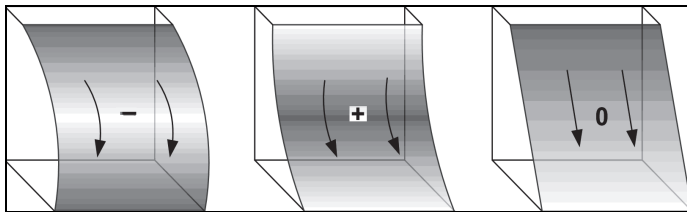


Рис. 44. Профильная кривизна.

Профильная кривизна описывает изменение составляющей силы тяжести вдоль склона, а, следовательно, и изменение скорости перемещения

вещества по поверхности склона в направлении от водораздела к подножию склона. Она отражает ускорение или замедление потоков. Анализ этой характеристики рельефа позволяет в первом приближении выделить на местности участки преобладания денудации или аккумуляции.

### Плановая кривизна

Плановая кривизна - это кривизна поверхности в направлении, перпендикулярном направлению максимального уклона. Ее также называют горизонтальной кривизной. Она определяет кривизну горизонталей и вычисляется по формуле:

$$K_H = \frac{rq^2 - 2spq + tp^2}{(p^2 + q^2)^{3/2}}.$$

Размерность плановой кривизны - 1/м. Как и профильная кривизна, она принимает отрицательные значения, когда поверхность выпуклая; положительна, когда поверхность вогнутая; равна нулю для прямолинейных горизонталей.

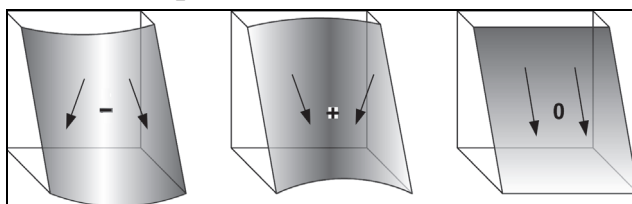


Рис. 45. Плановая кривизна.

Карта плановой кривизны показывает зоны, где происходит конвергенция - схождение линий тока (вогнутые области), и зоны дивергенции - рассеивания потока (выпуклые области), то есть, по сути, могут выявляться эрозионно-опасные области.

## Расчет морфометрических показателей

Для вычисления морфометрических показателей на основе цифровой модели рельефа используется сеточная аппроксимация производных  $p = \frac{\partial Z}{\partial X}$ ,  $q = \frac{\partial Z}{\partial Y}$ ,

$$r = \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2}, \quad s = \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y}, \quad t = \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2}.$$

В программе Surfer реализованы следующие конечно-разностные методы оценки этих производных в произвольном узле растровой сетки (например, 5-й узел на рис.46):

первая частная производная по  $X$   $p \approx \frac{Z_6 - Z_4}{2\Delta X},$

первая частная производная по  $Y$   $q \approx \frac{Z_2 - Z_8}{2\Delta Y},$

вторая частная производная по  $X$   $r \approx \frac{Z_6 - 2Z_5 + Z_4}{(\Delta X)^2},$

вторая частная производная по  $Y$   $t \approx \frac{Z_2 - 2Z_5 + Z_8}{(\Delta Y)^2},$

производная по  $X$  и  $Y$

$$s \approx \frac{Z_3 - Z_1 - Z_9 + Z_7}{4\Delta X \Delta Y},$$

где  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8, Z_9$  – значения цифровой модели рельефа в узлах регулярной сетки, расположение которых показано на рис. 46, а  $\Delta X$  – шаг сетки по  $X$ ,  $\Delta Y$  – шаг сетки по  $Y$ .

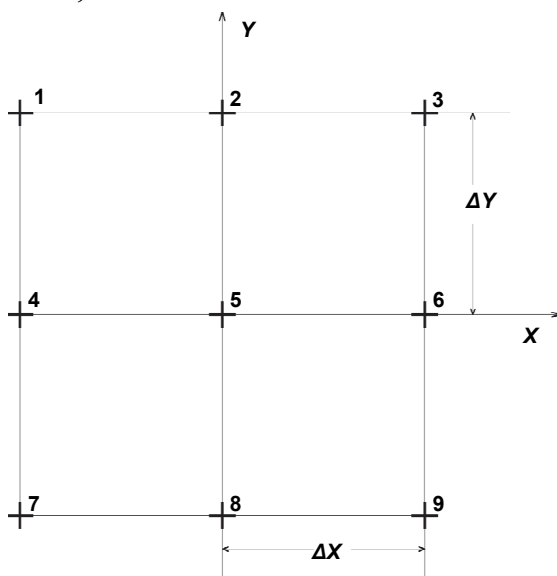


Рис. 46. Схема расположения узлов регулярной сетки для иллюстрации методов оценки производных.

Вычисление морфометрических характеристик в Surfer реализовано в пункте главного меню «**Grid**» подпункте «**Calculus**». После выбора файла (GRD) с цифровой моделью рельефа появляется окно, представленное на рис. 47.



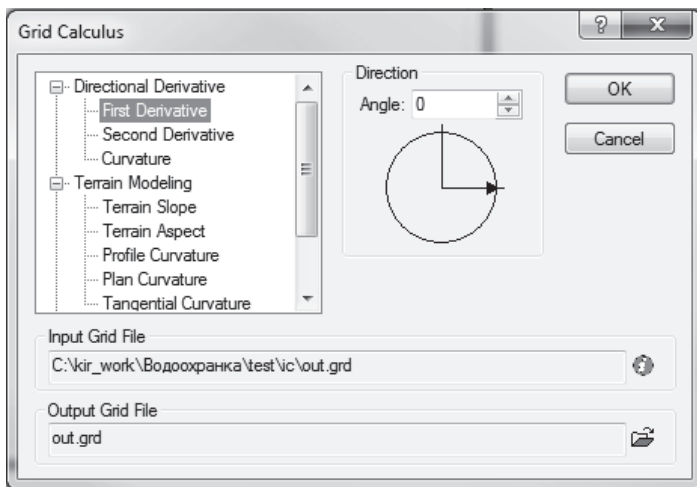


Рис. 47. Выбор морфометрических показателей.

В верхней левой части окна приведен древовидный диалоговый интерфейс, используя который выбирается рассчитываемый морфометрический показатель. В группе «**Terrain Modeling**» (рис. 47), доступны следующие показатели: «**Terrain Slope**» – уклон, «**Terrain Aspect**» – экспозиция, «**Profile Curvature**» – профильная кривизна, «**Plan Curvature**» – плановая кривизна, «**Tangential Curvature**» – тангенциальная кривизна.

В строке «**Input Grid File**» приводится имя файла (GRD) с цифровой моделью рельефа. В строке «**Output Grid File**» нужно задать имя файла (GRD), в котором будут записаны результаты расчетов.

### **Задание 3. Операции с растровыми моделями**

3.1. Известно, что различные геологические поверхности в разной степени коррелируют с рельефом. Как правило, чем ближе та или иная геологическая поверхность к дневной поверхности, тем коэффициент корреляции больше. Используя растровую модель рельефа, необходимо получить модель поверхности кровли верхнепермских отложений. Известно, что абсолютные отметки этой поверхности на исследуемой территории в среднем на 150 м меньше, чем отметки рельефа, а их среднеквадратическое отклонение в 2 раза меньше чем у рельефа. Коэффициент корреляции ( $r$ ) отметок кровли верхнепермских отложений и отметок рельефа равен 0.96. Применить метод простой линейной регрессии:

$$y = a + b \cdot x,$$

где  $b = r \cdot s_y / s_x$ ,  $a = y_{\text{ср}} - b \cdot x_{\text{ср}}$ . Для определения значения  $x_{\text{ср}}$  использовать **Grid Info**.

3.2. Используя цифровую модель рельефа (Задание 1), постройте четыре модели морфометрических показателей (уклон, экспозиция, профильная и плановая кривизны). Полученные модели отобразите на картах методом цветовых шкал.

При создании цветowych шкалах в качестве минимального и максимального значений используйте 1% и 99% квантили.

3.3. Самостоятельно изучите работу со сглаживающими фильтрами в Surfer. Создайте две сглаженные модели рельефа. Размер сглаживающего окна задайте 3x3 и 7x7. Полученные модели отобразите на картах методом аналитической отмывки.

## Литература

1. *Девис Дж.* Статистика и анализ геологических данных / М.:Мир, 1997. - 572 с.
2. *Делоне Б.Н.* О пустоте сферы // Изв. АН СССР. ОМЕН. 1934. № 4. С. 793–800.
3. *Жучкова В.К., Раковская Э.М.* Методы комплексных физико-географических исследований. Учебное пособие для студентов вузов / Москва, 2004. 368 с.
4. *Кошкарёв А.В., Тикунов В.С.* Геоинформатика. М.: Картгеоиздат-Геодезиздат, 1993. 213 с.
5. *Мальцев К.А.* Построение цифровых моделей рельефа при помощи кубических парабол. // Геоморфология. – 2006. № 3. С. 30-36.
6. *Мухарамова С.С., Савельев А.А., Пилюгин А.Г.* Основы геостатистического анализа и моделирования в экологии. Учебно-методическая разработка / Казань: Лаборатория оперативной полиграфии КГУ, 2002а. – 38 с.
7. *Мухарамова С.С., Савельев А.А., Пилюгин А.Г.* Геостатистический анализ данных в экологии. Учебно-методическая разработка / Казань: Лаборатория оперативной полиграфии КГУ, 2002б. – 54 с.
8. *Роджерс Д., Адамс Дж.* Математические основы машинной графики/ Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1980. 204 с.

9. *Савельев А.А.* Моделирование пространственной структуры растительного покрова (геоинформационный подход) / Казань: Казанский гос. университет, 2004. – 244 с.
10. *Савельев А.А., Мухарамова С.С., Пилюгин А.Г.* Пространственный анализ в растровых геоинформационных системах. Учебно-методическое пособие / Казань: «Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина», 2007. 30 с.
11. *Савельев А.А., Мухарамова С.С., Пилюгин А.Г., Чижикова Н.А.* Геостатистический анализ данных в экологии и природопользовании (с применением пакета R). Учебное пособие / Казань: Издательство Казанского университета, 2012. 120 с.
12. *Свидзинская Д.* Основные геоморфометрические параметры: теория. GIS-Lab.info (<http://gis-lab.info/qa/geomorphometric-parameters-theory.html>).
13. *Скворцов А.В.* Триангуляция Делоне и её применение. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. – 128 с.
14. Справка ArcGIS (10.2 и 10.2.1) URL: <http://resources.arcgis.com/ru/help/main/10.2/#/na/003100000008000000/>.
15. *Bors A. G.* Introduction of the Radial Basis Function (RBF) // Networks –Online Symposium for Electronics Engineers. DSP Algorithms: Multimedia. 2001. Issue 1. Vol. 1. P. 1–7.
16. *Chiles J.-P., Delfiner P.* Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty / J.Wiley&Sons,Inc., 1999. - 695 p.

17. *Cressie N.A.C.* The Origins of Kriging // *Mathematical Geology*. 1990. Vol. 22. P. 239–252.
18. *Cressie N.A.C.* *Statistics for Spatial Data* / New York: John Wiley and Sons, 1991, 900 p.
19. *Davis J. C.* *Statistics and Data Analysis in Geology*. New York: John Wiley and Sons, 1986.
20. *Isaaks E. H., Srivastava R. M.* *An Introduction to Applied Geostatistics* / New York: Oxford University Press, 1989.
21. *Moore I. D., Lewis A., Gallant J. C.* Terrain properties: Estimation Methods and Scale Effects // *Modeling Change in Environmental Systems*/ Jakeman A.J. et al. (Eds.). New York: John Wiley and Sons, 1993.
22. *Renka R.J.* Multivariate Interpolation of Large Sets of Scattered Data // *ACM Transaction on Mathematical Software*. 1988. Vol. 14. № 2. P. 139–148.
23. *Saveliev A.A., Mukharamova S.S., Chizhikova N.A., Budgey R., Zuur A.F.* Spatially continuous data analysis and modelling // *Analysing ecological data.* / A.F. Zuur, E.N. Ieno, G.M. Smith. - Springer-Verlag, 2007. - Chapter 19. - P. 341-372. - 672 p.
24. *Shepard D.* A two dimensional interpolation function for irregularly spaced data // *Proc. 23rd Nat. Conf. ACM*. 1968. P. 517–523.
25. *Sibson R.* A Brief description of natural neighbor interpolation// *Interpolating multivariate data*. New York: John Wiley & Sons. 1981. Chapter 2. P. 21-36.

26. *Smith W. H. F., Wessel P.* Griding with continuous curvature splines in tension // GEOPHYSICS. 1990. Vol. 55. №. 3 P. 293-305.
27. Surfer Users Guide. Golden Software Inc. URL: [http://www.wi.zut.edu.pl/gis/Surfer\\_8\\_Guide.pdf](http://www.wi.zut.edu.pl/gis/Surfer_8_Guide.pdf),  
<http://downloads.goldensoftware.com/guides/Surfer10Guide.pdf>,  
[http://downloads.goldensoftware.com/guides/Surfer12\\_Users\\_Guide\\_Preview.pdf](http://downloads.goldensoftware.com/guides/Surfer12_Users_Guide_Preview.pdf)
28. *Voronoi G.* Nouvelles applications des parameters continues à la therie des formes quadratiques. Deuxième Mémoire: Recherches sur les parralléloèddres primitifs // J. reine angew. Math. 1908. N. 134. P. 198–287.
29. *Watson D.* Contouring: A Guide to the Analysis and Display of Spatial Data / London: Pergamon Press, 1992.