

УДК 524.387-862-735

**ТОЛЩИНА АККРЕЦИОННЫХ  $\alpha$ -ДИСКОВ: ТЕОРИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ**© 2007 г. В. Ф. Сулейманов<sup>1,2</sup>, Г. В. Липунова<sup>3</sup>, Н. И. Шакура<sup>3</sup><sup>1</sup>Казанский государственный университет, Казань, Россия<sup>2</sup>Институт астрономии и астрофизики, Тюбинген, Германия<sup>3</sup>Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

Поступила в редакцию 17.12.2006 г.; после доработки 27.12.2006 г.

В связи с тем, что, с одной стороны, наблюдения рентгеновских двойных систем указывают на значительную полутолщину аккреционных дисков (вплоть до  $h/R \approx 0.25$ , где  $h$  — полутолщина диска,  $R$  — его радиус), а с другой стороны, известно, что стандартные аккреционные  $\alpha$ -диски имеют существенно меньшую полутолщину, двумя независимыми численными методами исследована теоретическая вертикальная структура таких дисков и показано, что их максимальная полутолщина в докритическом режиме не может превосходить  $h/R \approx 0.1$ . Рассматриваются различные причины видимого увеличения толщины дисков. Наиболее вероятным является присутствие вещества над диском в виде горячей короны, рассеивающей жесткое излучение центрального источника и внутреннего диска. Это эффективно увеличивает наблюдаемую толщину диска и облучение его внешних частей. В этом случае объясняется и отношение оптического потока к рентгеновскому в рассматриваемых системах, и наблюдаемые свойства затменных рентгеновских двойных.

PACS: 97.10.Gz, 97.80.Jp

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время считается, что дисковая аккреция вещества служит источником энергии, излучаемой астрофизическими объектами многих типов. В картине дисковой аккреции все вещество вращается вокруг гравитирующего центра приблизительно в одной плоскости по практически круговым орбитам. Из-за вязкого трения диск излучает, а вещество дрейфует к центру. Современные модели аккреционных дисков основаны на теории (или же непременно сравниваются с ней), разработанной Шакурой и Сюняевым [1] в 1973 г. и за последующие десятилетия преобравшей статус стандартной картины аккреции в двойных системах и ядрах галактик (см., например, [2, 3]). При этом модели, построенные на основе аккреционных дисков Шакуры–Сюняева объясняют как общую энергетику объектов (рентгеновских двойных, катаклизмических переменных звезд, активных ядер галактик), так и во многих случаях распределение энергии в их спектрах и динамику происходящих в них нестационарных явлений. В частности, вспышки карликовых новых и рентгеновских новых хорошо моделируются в рамках модели  $\alpha$ -диска при учете неполной ионизации водорода в его внешних частях [4–7]. Ход кривых блеска рентгеновских новых хорошо описывается в рамках нестационарной модели  $\alpha$ -диска [8–9] на этапе вязкой эволюции, когда все вещество в диске полностью ионизовано.

В целом, динамика дисковой аккреции в реальных астрофизических объектах адекватно описывается в рамках предположений о тонком  $\alpha$ -диске (см., однако, обсуждение в разд. 6).

Геометрическая толщина реальных аккреционных дисков в тесных двойных системах оценивалась различными косвенными методами, и существуют указания на то, что величина относительной полутолщины диска в ряде случаев значительна: в 1.5–3 раза больше толщины стандартного тонкого диска Шакуры–Сюняева. Таким образом, существует расхождение в величинах толщин диска, полученных из исследования динамики аккреционных дисков и их геометрии, которая используется при построении моделей излучения двойных систем с аккреционным диском.

В данной работе мы проводим численное моделирование вертикальной структуры диска и на основе двух независимых методов получаем радиальную зависимость для толщины диска, которая достижима в рамках стандартной модели аккреционного диска. Также мы обсуждаем возможные причины, приводящие к тому, что тонкий аккреционный диск проявляет себя как более протяженный объект.

Вертикальная структура аккреционных дисков в общем случае (как стационарных, так и нестационарных) описывается системой четырех обыкновенных дифференциальных уравнений, точное

решение которых при заданных граничных условиях может быть найдено численными методами. С введением в рассмотрение проинтегрированного по вертикальной координате уравнения углового момента количества движения находится радиальная структура стационарных аккреционных дисков. Система дифференциальных уравнений для вертикальной структуры диска решалась в ряде работ (см., например, [10–16]).

Мы рассмотрим два различных подхода к решению системы вертикальной структуры. В первом случае она решается численно с учетом реальной непрозрачности, одновременным учетом вклада газового и лучистого давления. Для росселандова среднего используются величины из таблиц непрозрачности для газа с солнечным химическим составом [17–19].

Второй подход, предложенный и осуществленный в [15], заключается в поиске подобных решений системы уравнений вертикальной структуры, приведенной к безразмерному виду, с применением аналитической аппроксимации коэффициента непрозрачности

$$\kappa = \kappa_0 \rho^\zeta / T^\nu, \quad (1)$$

которая имеет два варианта, в результате чего диск разделяется на две зоны. Степенные показатели  $\zeta$  и  $\nu$  имеют разные значения в зависимости от того, какие процессы дают основной вклад в непрозрачность. Ближе к центру диска главную роль играют процессы томсоновского рассеяния на свободных электронах. Дальше от центра преобладают процессы фотоионизации ионов тяжелых элементов и свободно-свободные переходы. Вкладом давления излучения в этих двух зонах пренебрегаем.

Вблизи центра диска, где при больших темпах аккреции преобладает давление излучения, в веществе имеют место вязкостная (вековая) и тепловая неустойчивости [20–22], а на больших расстояниях развивается ионизационно-тепловая неустойчивость [4] из-за начала рекомбинации атомов водорода. Таким образом, в общем случае стабильная зона в диске ограничена по радиусу изнутри и снаружи. Например, для  $M \sim 10 M_\odot$ ,  $\dot{M} \sim 10^{18}$  г/с,  $\mu \sim 0.6$ , параметра турбулентности  $\alpha \sim 0.1$ , стационарная зона диска расположена между  $\sim 9.3 \times 10^7$  см и  $\sim 6.5 \times 10^{10}$  см. Однако с учетом облучения внешних частей диска жестким излучением, идущим от его центральных областей, эта зона может быть продлена до  $10^{11}$  [23]. Представленные в настоящей работе результаты справедливы только в стационарных зонах аккреционных дисков, в которых преобладает газовое давление, а водород полностью ионизован.

В следующем разделе выписываются уравнения вертикальной структуры стандартного  $\alpha$ -диска. В

разделе 3 описан применявшийся метод численного решения. В разделе 4 на основе метода решения вертикальной структуры [15] выводятся аналитические радиальные зависимости. В разделе 5 мы сравниваем радиальные зависимости, построенные на основе разных методов решения вертикальной структуры. В заключительном разделе работы обсуждаются возможные причины расхождения между теоретически предсказываемыми толщинами дисков и их наблюдаемыми значениями.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Запишем основные уравнения стационарной дисковой аккреции [1, 24]. Релятивистские поправки, вводимые в уравнения для учета эффектов ОТО при аккреции на черную дыру, опускаем, так как будем исследовать области, удаленные от центра. Мы будем рассматривать геометрически тонкие оптически толстые аккреционные  $\alpha$ -диски без учета адвекции и потери массы с поверхности. Это, в частности, означает, что угловая скорость вращения диска на каждом радиусе  $R$  равна кеплеровской,  $\omega = \sqrt{GM/R^3}$ . Светимость такого диска не превосходит эддингтоновский предел. Параметрами, определяющими структуру диска, являются масса гравитирующего центра  $M$ , внутренний радиус аккреционного диска  $R_{\text{in}}$ , темп аккреции  $\dot{M}$  и параметр  $\alpha$ , характеризующий вязкость вещества диска. Таким образом, в цилиндрических координатах для осесимметричного диска имеем следующие уравнения.

Уравнение неразрывности

$$2\pi R v_r \int_{-h}^h \rho dz = \dot{M}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность,  $v_r$  — радиальная компонента скорости вещества,  $h$  — полутолщина диска.

Закон сохранения углового момента

$$2\pi \int_{-h}^h w_{r\varphi} dz = \dot{M} \omega f(R), \quad (3)$$

где  $w_{r\varphi}$  — касательная компонента тензора вязких напряжений,  $f(R)$  — функция, содержащая информацию о граничных условиях на тензор вязких напряжений. Для нерелятивистского, стационарного, внешне неограниченного диска  $f(R) = 1 - \sqrt{R_{\text{in}}/R}$ , что соответствует условию равенства нулю вязких напряжений на внутренней границе диска. Вдали от центрального объекта  $f(R) \cong 1$ .

Условие гидростатического равновесия по  $z$ -координате

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} = -\omega^2 z, \quad (4)$$

где  $P$  — полное давление в диске, равное сумме давления излучения  $P_{\text{rad}}$  и давления газа  $P_{\text{gas}}$ , которое определяется из уравнения состояния для идеального газа

$$P_{\text{gas}} = \frac{\rho \mathcal{R} T}{\mu}, \quad (5)$$

$\mu$  — средний молекулярный вес вещества в диске,  $T$  — температура. Компонента тензора вязкости в каждой точке диска  $w_{r\phi}$  выражается через полное давление в этой точке при помощи параметра  $\alpha$  [24]:

$$w_{r\phi} = \alpha P. \quad (6)$$

Предполагаем, что энергия в диске вдоль  $z$ -координаты переносится излучением. При непрозрачности по Крамерсу конвекция не развивается [25]. Выпишем интегральные по частоте моменты стационарного уравнения переноса излучения: нулевой момент

$$\frac{1}{\rho} \frac{dQ}{dz} = 4\pi \kappa_a (B_T - J) \quad (7)$$

и первый момент в диффузионном приближении

$$\frac{1}{3\rho} \frac{d\varepsilon_{\text{rad}}}{dz} = -\kappa_r \frac{Q}{c}. \quad (8)$$

Скорость генерации энергии определяется выражением

$$\frac{dQ}{dz} = \frac{3}{2} \omega w_{r\phi}. \quad (9)$$

Здесь  $\kappa_a$  — средний по частоте коэффициент истинной непрозрачности, равный планковскому среднему, если спектр средней интенсивности в любой точке диска равен функции Планка,  $\kappa_r$  — Росселандовский средний коэффициент поглощения,  $Q$  — поток лучистой энергии,  $B_T = \sigma_{\text{SB}} T^4 / \pi$  — интегральная по частоте функция Планка,  $J$  — интегральная по частоте средняя интенсивность излучения, связанная с плотностью лучистой энергии соотношением

$$\varepsilon_{\text{rad}} = \frac{4\pi J}{c}. \quad (10)$$

При термодинамическом равновесии имеет место простая связь между плотностью лучистой энергии и давлением излучения

$$P_{\text{rad}} = \frac{\varepsilon_{\text{rad}}}{3}, \quad (11)$$

которая будет использоваться в дальнейшем. Остальные обозначения стандартные.

Будем характеризовать модель аккреционного диска следующими физическими величинами, зависящими от радиуса диска: плотностью и температурой в плоскости симметрии диска при  $z = 0$   $\rho_c$  и  $T_c$ , полутолщиной диска  $h = z(\tau_r = 2/3)$ ,

где  $\tau_r$  — Росселандовская оптическая глубина диска, и поверхностной плотностью

$$\Sigma = \int_{-h}^h \rho dz.$$

Эти величины должны быть найдены из уравнений (2)–(9) с соответствующими граничными условиями. Описанию методики решения посвящен следующий раздел.

Отметим, что усреднение физических величин по  $z$ -координате позволяет перейти к алгебраическим уравнениям. Если при этом непрозрачность берется в виде (1), то получаются решения, аналогичные [1].

### 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

На каждом радиусе диска его вертикальная структура может быть определена из решения дифференциальных уравнений (4), (8) и (9) с соответствующими граничными условиями. Для нахождения температуры на каждой глубине мы использовали уравнение (7), пренебрегая членом  $dQ/dz$ , т.е. определяли ее из термодинамического соотношения

$$B_T = J = \frac{\sigma_{\text{SB}} T^4}{\pi} = \frac{3c P_{\text{rad}}}{4\pi}.$$

Как было показано в [11], учет члена  $dQ/dz$  в уравнении (7) (физически он означает, что генерация тепловой энергии происходит на всех глубинах в диске) для эффективно оптически толстых дисков ведет к формированию короны над диском, однако незначительно влияет на температуру внутренних оптически толстых слоев диска.

Для удобства решения уравнения (4), (8) и (9) были переписаны в следующем виде:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz'} = (z_1 - z') \omega^2, \quad (12)$$

$$\frac{dQ}{dz'} = -\frac{3}{2} \alpha P \omega, \quad (13)$$

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{dz'} = \frac{\rho \kappa_r Q}{c}. \quad (14)$$

Здесь введена новая переменная  $z' = z_1 - z$  (рис. 1), где  $z_1$  — параметр, формально соответствующий полутолщине диска при  $\tau_r = 0$  (фактически он соответствует малой глубине  $\tau_r \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ , с которой начинаются расчеты).

Интегрируя (9) с учетом (3), получаем

$$Q_0 = \frac{3}{8\pi} \omega^2 \dot{M} f(R). \quad (15)$$

Здесь  $Q_0 = \sigma_{\text{SB}} T_{\text{eff}}^4$  — поток лучистой энергии, выходящий с поверхности диска на данном радиусе. Это выражение не зависит от деталей строения диска по  $z$ -координате, и может быть использовано в качестве граничного условия на поверхности диска.

Примем следующие граничные условия на поверхности ( $z' = 0$ ):

$$Q(0) = Q_0, \quad \rho(0) = 0,$$

$$P(0) = P_{\text{rad}}(0) = \frac{2}{3} \frac{Q_0}{c}.$$

Граничным условием в плоскости симметрии диска является требование равенства нулю потока излучения:

$$Q(z' = z_1) = 0.$$

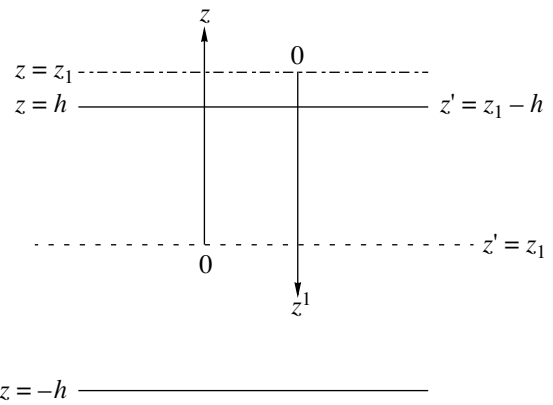
Таким образом, мы имеем 4 граничных условия для 3 неизвестных функций от независимой переменной  $z'$ . Уравнения (12)–(14) с указанными граничными условиями могут быть решены методом предсказания и коррекции от поверхности вглубь при заданном значении полутолщины диска  $z_1$ . Величина  $z_1$  заранее не известна. Из всех решений уравнений (12)–(14) выбирается решение с такой величиной  $z_1$ , которое удовлетворяет граничному условию в плоскости симметрии диска. Конкретно, значение  $z_1$  находилось методом деления отрезка пополам до достижения условия  $Q(z_1) < 0.01 Q_0$ . В процессе решения непрозрачность на каждой глубине находилась итерациями до достижения относительной точности 1%. Текущее значение  $\kappa_{\text{r}}$  находилось по текущим значениям  $T_{\text{c}}$  и  $P_{\text{gas}}$  из таблиц непрозрачностей [17, 18], дополненных в сторону высоких температур [19]. Содержание химических элементов при этом предполагалось солнечным [26].

Далее на каждом радиусе диска определялись параметры диска: полутолщина  $h$ , равная расстоянию между плоскостью симметрии диска и уровнем, где оптическая глубина  $\tau_r = 2/3$ , и поверхностная плотность  $\Sigma = 2 \int_{z_1-h}^{z_1} \rho dz'$ . Лучевая плотность  $\sigma(z')$  определяется четвертым дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\sigma}{dz'} = \rho. \quad (16)$$

#### 4. РАДИАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ДИСКА: АНАЛИТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ

Используя подход к расчету вертикальной структуры диска, предложенный в [15], получим аналитические выражения для радиальных зависимостей параметров диска. Авторы работы [15] брали коэффициент непрозрачности  $\kappa_{\text{r}}$  в аналитическом виде (1), в котором индексы  $\zeta$  и  $\nu$  зависят

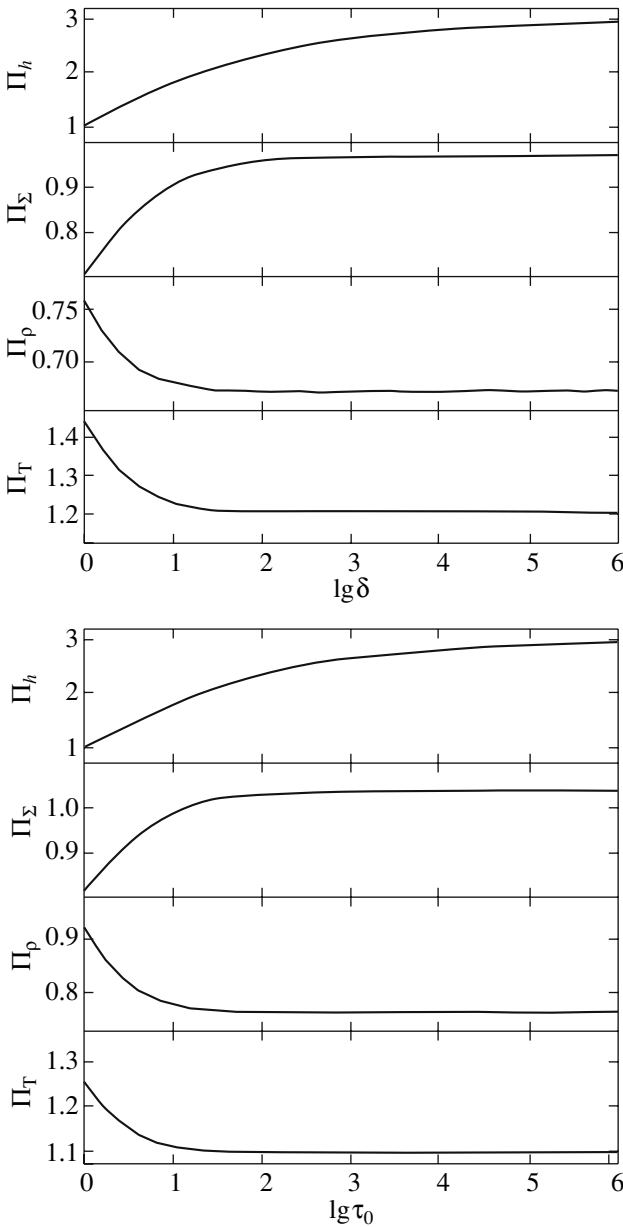


**Рис. 1.** Система координат в диске. Штриховая линия соответствует плоскости симметрии диска, сплошные линии — поверхности диска, где  $\tau_r = 2/3$ . Штрихпунктирной линией показана верхняя поверхность диска, где  $\tau_r = 0$ .

от типа непрозрачности в диске. В зоне В, где преобладает рассеяние на свободных электронах,  $\zeta = \nu = 0$ ; в зоне С, где поглощение обусловлено свободно-свободными и связанно-свободными переходами, формула (1) приобретает вид формулы Крамерса с  $\zeta = 1$  и  $\nu = -7/2$ . Предполагалось также, что давлением излучения в диске можно пренебречь. Как оказалось из сравнения результатов двух методов расчета вертикальной структуры, в зоне В это предположение заметно ограничивает точность решения, если  $P_{\text{rad}} \gtrsim (0.2-0.3) P_{\text{gas}}$ .

В методе, предложенном в [15], рассматривается система уравнений для безразмерных функций  $P/P_{\text{c}}$ ,  $z/h$ ,  $Q/Q_0$ ,  $T/T_{\text{c}}$ . Независимой переменной уравнений в [15] является лучевая плотность, отсчитываемая от плоскости симметрии диска и нормированная на величину  $\Sigma/2$ . В переписанной таким образом системе уравнений (12)–(16) присутствуют четыре безразмерные величины  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$ , являющиеся комбинациями физических параметров диска и радиуса  $R$  (см. также [27]). Метод, предложенный в [15], позволяет также рассчитывать и вертикальную структуру нестационарных дисков, моделирование которых в приложении к рентгеновским новым было реализовано в работе [8].

Чтобы найти решение (четыре функции и четыре неизвестных параметра), ставятся восемь граничных условий — четыре на поверхности диска и четыре в его плоскости симметрии. В этих граничных условиях появляется свободный параметр задачи, различный в зонах В и С и представляющий собой меру оптической толщи диска. Поверхность диска также определяется по-разному в двух зонах. В зоне с преобладающей ролью поглощения в непрозрачности за поверхность диска



**Рис. 2.** Зависимости безразмерных факторов, рассчитанных для верхних графиков по формуле (22) и для нижних графиков по формуле (31), от логарифмов величин, характеризующих оптическую толщину диска (построенные соответственно для табл. 2а и 1а из работы [15]).

принят уровень, где оптическая толща, рассчитываемая от бесконечности до поверхности диска, равна  $2/3$  и температура равна эффективной. В зоне с преобладающей ролью томсоновского рассеяния в качестве поверхности диска берется уровень, где наступает термализация излучения и эффективная оптическая глубина  $\tau^\dagger \cong 1$ . Эффективная оптическая толща набирается как  $d\tau^\dagger = \sqrt{\kappa_{\text{ff}}(\kappa_{\text{T}} + \kappa_{\text{ff}})}\rho dz$ . В [15] проведено численное

интегрирование системы уравнений и затабулированы значения  $\Pi_1 - \Pi_4$  в зависимости от величины свободного параметра,  $\delta$  или  $\tau_0$ <sup>1</sup>.

Используя определения безразмерных параметров  $\Pi_1 - \Pi_4$  из [15], найдем полутолщину диска  $h$ , поверхностную плотность  $\Sigma$ , плотность  $\rho_c$  и температуру  $T_c$  в форме радиальных зависимостей, включающих также общие параметры аккреционного диска. В стационарном режиме дисковой аккреции имеем связь (15) между потоком с поверхности диска  $Q_0$  и темпом аккреции.

Отнормируем параметры диска на характерные значения для аккреционных дисков в двойных системах с компонентами звездных масс:

$$M = mM_\odot, \quad \dot{M} = \dot{M}_{17} \times 10^{17} \text{ г/с}, \quad (17)$$

$$R = R_7 \times 10^7 \text{ см (зона В) или}$$

$$R = R_{10} \times 10^{10} \text{ см (зона С).}$$

В качестве характерного значения коэффициента  $\kappa_0$  из выражения (1) мы используем в зоне В величину  $\kappa_{\text{T}}^* = 0.335 \text{ см}^2/\text{г}$ , полученную аппроксимацией к табличным значениям [17, 18], для среды с весовыми долями водорода  $X = 0.69$  и гелия  $Y = 0.27$  и величину  $\kappa_0^* = 5 \times 10^{24} \text{ см}^5\text{г}^{-2}\text{К}^{7/2}$  в зоне С [3, гл. 5]. Соответствующий молекулярный вес  $\mu = 0.62$ . В среде с таким химическим составом поглощение излучения происходит главным образом в результате фотоионизации ионов тяжелых элементов.

Итак, в зоне В, где по определению основной вклад в непрозрачность дают процессы рассеяния на свободных электронах и где газовое давление больше радиационного, решая систему алгебраических уравнений из [15] для  $\Pi_1 - \Pi_4$  и учитывая (15) и (17), получим:

$$h/R = 0.0092m^{-7/20} \dot{M}_{17}^{1/5} \alpha^{-1/10} R_7^{1/20} \times \quad (18)$$

$$\times f(R)^{1/5} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{-2/5} \left(\frac{\kappa_{\text{T}}}{\kappa_{\text{T}}^*}\right)^{1/10} \Pi_h,$$

$$\Sigma = 5.1 \times 10^3 m^{1/5} \dot{M}_{17}^{3/5} \alpha^{-4/5} R_7^{-3/5} \times \quad (19)$$

$$\times f(R)^{3/5} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{4/5} \left(\frac{\kappa_{\text{T}}}{\kappa_{\text{T}}^*}\right)^{-1/5} \Pi_\Sigma \text{ г/см}^2,$$

$$\rho_c = 2.8 \times 10^{-2} m^{11/20} \dot{M}_{17}^{2/5} \alpha^{-7/10} R_7^{-33/20} \times \quad (20)$$

$$\times f(R)^{2/5} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{6/5} \left(\frac{\kappa_{\text{T}}}{\kappa_{\text{T}}^*}\right)^{-3/10} \Pi_\rho \text{ г/см}^3,$$

$$T_c = 8.2 \times 10^6 m^{3/10} \dot{M}_{17}^{2/5} \alpha^{-1/5} R_7^{-9/10} \times \quad (21)$$

<sup>1</sup> Уточненные таблицы в электронном виде доступны по запросу к авторам или по адресу <http://xray.sai.msu.ru/galja/data/PPPP/>.

$$\times f(R)^{2/5} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{1/5} \left(\frac{\kappa_T}{\kappa_T^*}\right)^{1/5} \Pi_T K. \quad \times \Pi_1^{-4/15} \dot{M}_{17}^{37/75} \frac{m^{19/75}}{R_7^{19/25}}.$$

Комбинации безразмерных параметров  $\Pi_h$ ,  $\Pi_\Sigma$ ,  $\Pi_\rho$  и  $\Pi_T$  связаны следующим образом с параметрами  $\Pi_1 - \Pi_4$ :

$$\Pi_h = \Pi_1^{1/2} \Pi_3^{1/10} \Pi_4^{-1/10}, \quad \Pi_\Sigma = \Pi_3^{4/5} \Pi_4^{1/5}, \quad (22)$$

$$\Pi_\rho = \Pi_1^{-1/2} \Pi_2^{-1} \Pi_3^{7/10} \Pi_4^{3/10}, \quad \Pi_T = \Pi_3^{1/5} \Pi_4^{-1/5}.$$

Их величины в зависимости от свободного параметра  $\delta$  показаны на рис. 2 вверху. Свободный параметр  $\delta$  определяется в виде

$$\delta = \frac{\tau}{\tau_T(\tau^\dagger = 1)},$$

где

$$\tau = \kappa_T \frac{\Sigma}{2} \quad (23)$$

– оптическая толща по рассеянию в диске и  $\tau_T(\tau^\dagger = 1)$  – оптическая толща по рассеянию, набирающаяся от бесконечности до поверхности диска, расположенной на глубине термализации излучения [15]. Для нахождения глубины термализации используем приближенное условие (см., например, [28, 29])

$$\tau^\dagger = - \int_{\infty}^h \sqrt{\kappa_{\text{ff}} \kappa_T} \rho dz \cong 1.$$

Из уравнения гидростатического баланса в изотермическом приближении получаем закон для уменьшения плотности вещества над диском и находим величину

$$\delta = \frac{\tau}{\tau_T(\tau^\dagger = 1)} = \left[ \frac{2^{3/4} \rho_c \kappa_0}{18 T_c^{7/2} \kappa_T (\rho_c h)^2} \frac{\Pi_1 \Pi_2^3}{\Pi_4^{9/8}} \right]^{8/15},$$

которая довольно слабо зависит от параметров диска: для характерных значений, использованных нами для нормировок в зоне В, можно взять следующую оценку, в которую включены самые сильные зависимости:

$$\delta \sim 200 \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{8/15} \Pi_1^{4/15} \frac{R_7^{4/25} \dot{M}_{17}^{8/75} \mu_6^{28/25}}{\alpha^{64/75}}. \quad (24)$$

В зоне В оптическая толща по рассеянию  $\tau_T(\tau^\dagger = 1)$ , рассчитанная от бесконечности до глубины термализации, больше 1, поскольку велика роль рассеяния:

$$\tau_T(\tau^\dagger = 1) = \frac{\tau}{\delta} \sim 4 \left(\frac{\kappa_T}{\kappa_T^*}\right)^{76/75} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{-8/15} \times \quad (25)$$

При уменьшении темпа аккреции зона В смещается по радиусу к центру диска, уступая место зоне С.

Вблизи центрального объекта при больших темпах аккреции в диске появляется зона с преобладающей ролью давления излучения. Радиус, на котором сравниваются давление излучения  $aT_c^4/3$  и давление газа  $\rho_c \mathcal{R}T_c/\mu$  в плоскости симметрии диска (граница между зонами А и В) [1] приближенно оценивается как

$$R_{AB} \sim 10^7 m^{1/3} \dot{M}_{17}^{16/21} \alpha^{2/21} \times \quad (26)$$

$$\times \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{8/21} \left(\frac{\kappa_T}{\kappa_T^*}\right)^{6/7} \text{ см.}$$

Здесь взяты характерные значения безразмерных параметров  $\Pi_1 - \Pi_4$  и  $f(R) = 1$ . Выражение (26) является оценкой сверху, так как  $f(R) \leq 1$ .

Далее, в зоне С, где основной вклад в непрозрачность дают процессы поглощения свободносвободными и связанно-свободными переходами и газовое давление много больше радиационного, получаем следующие выражения:

$$h/R = 0.020 m^{-3/8} \dot{M}_{17}^{3/20} \alpha^{-1/10} R_{10}^{1/8} \times \quad (27)$$

$$\times f(R)^{3/20} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{-3/8} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{1/20} \Pi_h,$$

$$\Sigma = 33 m^{1/4} \dot{M}_{17}^{7/10} \alpha^{-4/5} R_{10}^{-3/4} \times \quad (28)$$

$$\times f(R)^{7/10} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{3/4} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{-1/10} \Pi_\Sigma \text{ г/см}^2,$$

$$\rho_c = 8.0 \times 10^{-8} m^{5/8} \dot{M}_{17}^{11/20} \alpha^{-7/10} R_{10}^{-15/8} \times \quad (29)$$

$$\times f(R)^{11/20} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{9/8} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{-3/20} \Pi_\rho \text{ г/см}^3,$$

$$T_c = 4.0 \times 10^4 m^{1/4} \dot{M}_{17}^{3/10} \alpha^{-1/5} R_{10}^{-3/4} \times \quad (30)$$

$$\times f(R)^{3/10} \left(\frac{\mu}{0.6}\right)^{1/4} \left(\frac{\kappa_0}{\kappa_0^*}\right)^{1/10} \Pi_T K,$$

где комбинации безразмерных параметров связаны с параметрами  $\Pi_1 - \Pi_4$  следующим образом:

$$\Pi_h = \Pi_1^{19/40} \Pi_2^{-1/20} \Pi_3^{1/10} \Pi_4^{-1/20}, \quad (31)$$

$$\Pi_\Sigma = \Pi_1^{1/20} \Pi_2^{1/10} \Pi_3^{4/5} \Pi_4^{1/10},$$

$$\Pi_\rho = \Pi_1^{-17/40} \Pi_2^{-17/20} \Pi_3^{7/10} \Pi_4^{3/20},$$

$$\Pi_T = \Pi_1^{-1/20} \Pi_2^{-1/10} \Pi_3^{1/5} \Pi_4^{-1/10}.$$

Они показаны на рис. 2 внизу в зависимости от свободного параметра

$$\tau_0 = \frac{\kappa_0 \rho_c \sigma}{T_c^{7/2} 2} = 500 \frac{\dot{M}_{17}^{1/5} f(R)^{1/5}}{\alpha^{4/5}} \times \left( \frac{\mu}{0.6} \right) \left( \frac{\kappa_0}{\kappa_0^*} \right)^{2/5} \frac{\Pi_3^{4/5} \Pi_4^{3/5}}{\Pi_1^{1/5} \Pi_2^{2/5}}, \quad (32)$$

приблизительно равного

$$\tau_0 \sim 300 \dot{M}_{17}^{1/5} \alpha^{-4/5} \left( \frac{\kappa_0}{\kappa_0^*} \right)^{2/5}. \quad (33)$$

Полная оптическая толщина

$$\tau = \int_0^h \kappa_0 \rho^2 T^{-7/2} dz \quad (34)$$

найдена в [15] в процессе численного решения уравнений вертикальной структуры и однозначно зависит от  $\tau_0$ . Приведем также формулу, аппроксимирующую табличные значения с точностью лучше 1% при  $\tau_0 > 6$ :

$$\tau \approx 1.042 \tau_0^{1.006}. \quad (35)$$

Для часто представляющего интерес интервала значений общих параметров диска величины  $\lg \delta$  и  $\lg \tau_0$  лежат в пределах от 2 до 4. Для этих значений рассмотренные комбинации из величин  $\Pi_1 - \Pi_4$  практически не меняются с радиусом, и внутри каждой зоны можно пользоваться одной характерной величиной:

$$\text{зона В: } \Pi_h \approx 2.6, \quad \Pi_\Sigma = 0.96, \quad \Pi_\rho = 0.67, \quad \Pi_T = 1.2, \quad (36)$$

$$\text{зона С: } \Pi_h \approx 2.6, \quad \Pi_\Sigma = 1.03, \quad \Pi_\rho = 0.76, \quad \Pi_T = 1.09. \quad (37)$$

Граница между зонами В и С приблизительно определяется из равенства  $\kappa_T$  и  $\kappa_0 \rho T^{7/2}$  в плоскости симметрии диска (для характерных значений безразмерных параметров  $\Pi_1 - \Pi_4$  и  $f(R) = 1$ ):

$$R_{BC} \sim 5 \times 10^7 m^{1/3} \dot{M}_{17}^{2/3} \left( \frac{\mu}{0.6} \right)^{-1/3} \times \left( \frac{\kappa_0}{\kappa_0^*} \right)^{-2/3} \left( \frac{\kappa_T}{\kappa_T^*} \right)^{4/3} \text{ см.}$$

За внешнюю границу зоны С примем радиус, где начинается рекомбинация атомов водорода (при  $T_{\text{eff}} \sim 10^4$  К). При этом диск становится неустойчивым, а в переносе энергии к поверхности начинает играть роль конвекция из-за значительного увеличения коэффициента непрозрачности вещества [4, 10]. В тех областях уже нельзя аппроксимировать

коэффициент непрозрачности  $\kappa_r$  законом Крамерса. Из условия  $T_{\text{eff}} = 10^4$  К, приравнивая правую часть (15) и  $\sigma_{\text{SB}} T_{\text{eff}}^4$ , получим:

$$R_C \approx 1.4 \times 10^{10} m^{1/3} \dot{M}_{17}^{1/3} \text{ см.} \quad (38)$$

Рассмотрим диск, вещество которого состоит исключительно из водородной плазмы ( $\mu = 0.5$ ), и примем для такой среды величину непрозрачности  $\kappa_r = 6.4 \times 10^{22} \rho T^{-7/2} \text{ см}^2/\text{г}$  [2] (в работе [1] использована близкая величина), которая определяется только свободно-свободными переходами электронов в плазме. Она на два порядка меньше величины непрозрачности для связанно-свободных переходов  $\kappa_0^*$ , однако результирующее изменение физических величин будет подавлено маленькими степенями, в которых входит коэффициент непрозрачности в выражения (27)–(30). Например, полутолщина диска (27) изменится за счет непосредственного уменьшения  $\kappa_0$  и  $\mu$ , а также  $\Pi_h$ , так как  $\tau_0$  упадет почти в 10 раз (см. (32) и нижние графики на рис. 2). Итак, получим, что в случае  $\mu = 0.5$  полутолщина диска  $h$  на  $\sim 25\%$  меньше, чем при  $\mu = 0.62$ .

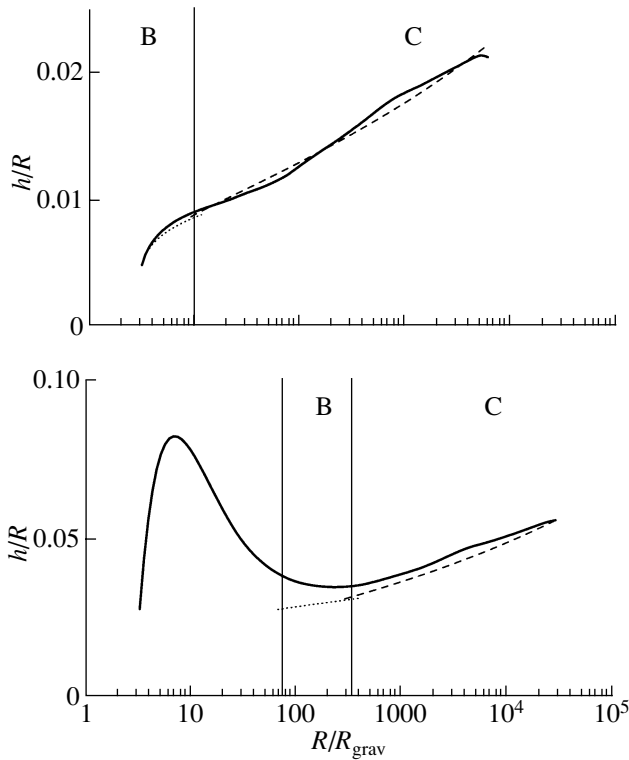
Если в формулах для радиальных зависимостей физических параметров диска положить все параметры  $\Pi_1 - \Pi_4$  равными 1,  $\kappa_T = 0.4 \text{ см}^2/\text{г}$ ,  $\kappa_0 = 6.4 \times 10^{22} \text{ см}^5 \text{ г}^{-2} \text{ К}^{7/2}$  и  $\mu = 0.5$ , то они совпадут с выражениями для стандартного  $\alpha$ -диска в работе [2, гл. 3].

Численное решение уравнений вертикальной структуры дает большую толщину диска по сравнению с толщиной однородного диска, или так называемым “характерным гидростатическим размером”  $v_s/\omega$ , где  $v_s$  — скорость звука в плоскости симметрии. То, что численно рассчитанная толщина диска больше примерно в 2 раза “характерного гидростатического размера”, отмечалось еще в работе [1, рис. 11]. Это увеличение обусловлено неоднородностью распределения плотности и температуры по толщине диска и составляет фактор порядка  $\sqrt{\Pi_1} \sim 2.5$  [15]:

$$h \cong \sqrt{\Pi_1} \sqrt{\frac{\mathcal{R} T_c}{\mu \omega}}. \quad (39)$$

## 5. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

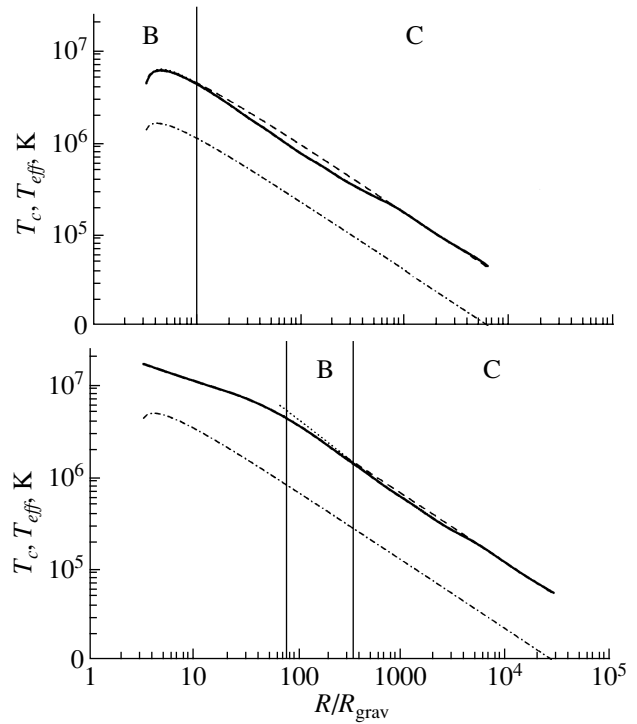
Сравнение результатов, полученных двумя описанными выше методами, будем производить путем построения радиальных зависимостей основных физических параметров: относительной полутолщины и поверхностной плотности диска, плотности и температуры в его центральной плоскости. Эти



**Рис. 3.** Относительная полутолщина диска. Параметры диска:  $m = 10$ ,  $R_{\text{grav}} = 2GM/c^2 \approx 3 \times 10^6$  см,  $\alpha = 0.3$ ,  $\mu = 0.62$  и  $\dot{M} = 3.36 \times 10^{16}$  г/с (вверху) и  $\dot{M} = 3.36 \times 10^{18}$  г/с (внизу). Сплошная жирная кривая — результат точной модели с табличными значениями непрозрачности и  $P = P_{\text{rad}} + P_{\text{gas}}$ ; пунктирной и штриховой кривыми изображены зависимости для зон соответственно В и С, полученные с использованием аналитической аппроксимации коэффициента непрозрачности.

зависимости построены для двух моделей аккреционного диска вокруг черной дыры с массой  $M = 10 M_{\odot}$ , с параметрами  $\mu = 0.62$ ,  $\alpha = 0.3$  и с темпами аккреции, соответствующим болометрическим светимостям диска  $0.002L_{\text{Ed}}$  и  $0.2L_{\text{Ed}}$ , где  $L_{\text{Ed}} = 1.26 \times 10^{39}$  эрг/с — эддингтоновская светимость для объекта с массой  $10 M_{\odot}$ . Полученные зависимости изображены на рис. 3–8. Вертикальными линиями изображены формальные границы между зонами А, В и С. Для верхних графиков зона А отсутствует. Кривые даны вплоть до радиуса, на котором эффективная температура равна  $10^4$  К.

Пунктирными линиями показаны зависимости для зоны В, рассчитанные по формулам (18)–(21), штриховыми — зависимости для зоны С из (27)–(30). Значения безразмерных параметров, кроме  $\Pi_h$ , берутся согласно (36) и (37). Параметр  $\Pi_h$  слегка меняется при изменении темпа аккреции на 2 порядка. Мы использовали следующие значения: для  $\dot{M} = 3.36 \times 10^{16}$  г/с —  $\Pi_h = 2.61$  в зоне В и



**Рис. 4.** Температура в плоскости симметрии диска. Параметры диска и обозначения те же, что на рис. 3. Штрих-пунктирной линией показана эффективная температура  $T_{\text{eff}} = (Q_0/\sigma_{\text{SB}})^{1/4}$ .

$\Pi_h = 2.58$  в зоне С, для  $\dot{M} = 3.36 \times 10^{18}$  г/с —  $\Pi_h = 2.69$  в зоне В и  $\Pi_h = 2.67$  в зоне С.

Зависимости, выраженные аналитическими формулами (пунктирная и штриховые кривые), хорошо согласуются с точным решением, полученным для табличных значений непрозрачности (жирная сплошная кривая) в областях, где давление излучения пренебрежимо мало. Полутолщины дисков в зоне С для  $\dot{M} = 3.36 \times 10^{18}$  г/с, рассчитанные для табличных непрозрачностей и по закону (27), различаются, главным образом, из-за отличий закона непрозрачности по Крамерсу и реальной (табличной) непрозрачности (нижние графики на рис. 3). Необходимо помнить, что коэффициент  $\kappa_0^* = 5 \times 10^{24} \text{ см}^5 \text{ г}^{-2} \text{ К}^{7/2}$  является аппроксимацией, более или менее точной в зависимости от конкретных параметров аккреционного диска. Отличия, обусловленные вкладом давления излучения, становятся заметными, когда  $P_{\text{rad}}/P_{\text{gas}} \gtrsim 0.2-0.3$ .

Согласие результатов двух численных методов расчета вертикальной структуры аккреционного диска в общей области применимости методов (там, где можно пренебречь ролью давления излучения) говорит также в пользу надежности каждого из методов. Это дает основание для использования формул (18)–(21), (27)–(30) при описании радиальной



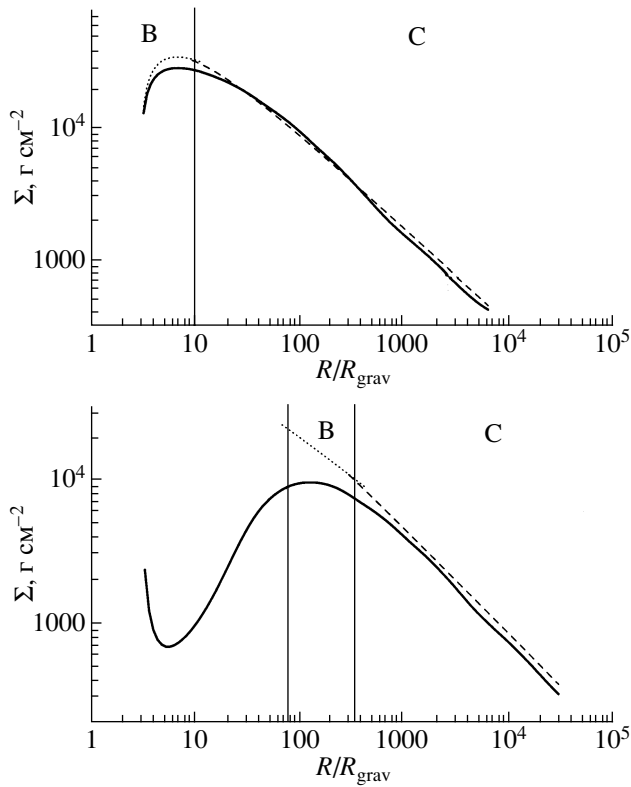


Рис. 5. Поверхностная плотность диска. Параметры диска и обозначения те же, что на рис. 3.

структуры диска в зонах В и С между радиусами, которые оцениваются формулами (26) и (38), при условии, что давление излучения в области В не превосходит  $0.3 P_{\text{gas}}$ .

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полутолщина внешних частей классических оптически толстых аккреционных  $\alpha$ -дисков солнечного химического состава в зоне полной ионизации водорода составляет (см. (27) и (37)):

$$\frac{h_d}{R} = 0.05 m^{-3/8} \dot{M}_{17}^{3/20} \alpha^{-1/10} R_{10}^{1/8}.$$

Как отмечалось ранее, данная формула справедлива для зон, где перенос энергии к поверхности осуществляется излучением. В более удаленных от центра областях, где начинается рекомбинация водорода и развивается конвекция, толщина диска уменьшается и его поверхность оказывается в тени [10]. Таким образом, мы ограничимся рассмотрением диска с полностью ионизованным водородом и  $T_{\text{eff}} \gtrsim 10^4$  К. Будем считать также, что максимальная относительная полутолщина диска  $h_d/R$  достигается на радиусе, соответствующем  $T_{\text{eff}} = 10^4$  К.

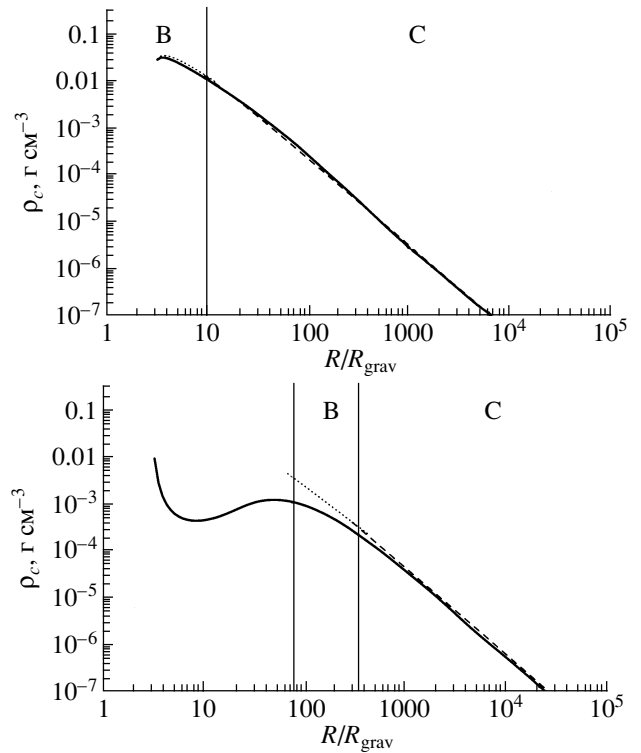


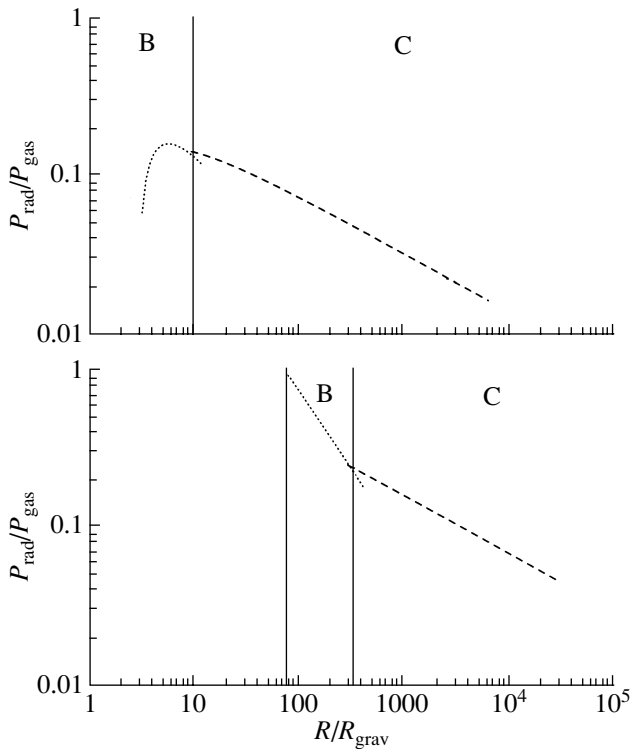
Рис. 6. Плотность в плоскости симметрии диска. Параметры диска и обозначения те же, что на рис. 3.

Тогда мы можем записать выражение для максимальной относительной полутолщины диска в зависимости от его параметров:

$$\frac{h_d}{R}(\text{max}) = 0.093 m^{-17/120} \alpha^{-1/10} \dot{m}^{23/120}, \quad (40)$$

где  $\dot{m}$  — темп аккреции, нормированный на величину критического темпа аккреции  $1.26 \times 10^{38} (m/\eta c^2)$ , соответствующего эддингтоновской болометрической светимости. Принято, что  $\eta = 1/12$ . Из этого выражения легко получить, что для дисков высокой светимости ( $\dot{m} \approx 1$ ) вокруг нейтронных звезд в маломассивных рентгеновских двойных  $h_d/R \approx 0.1$  при  $\alpha = 0.1$ . Диски вокруг черных дыр с массой  $\sim 10 M_{\odot}$  в рентгеновских новых в максимуме блеска ( $\dot{m} \sim 0.5$ ) при том же значении параметра  $\alpha$  имеют максимальную относительную полутолщину  $\sim 0.07$ . Следовательно, можно с уверенностью утверждать, что относительная полутолщина  $\alpha$ -дисков не может существенно превышать 0.1. Напомним, что мы рассматриваем диски с темпом аккреции меньше критического:  $\dot{m} \lesssim 1$ .

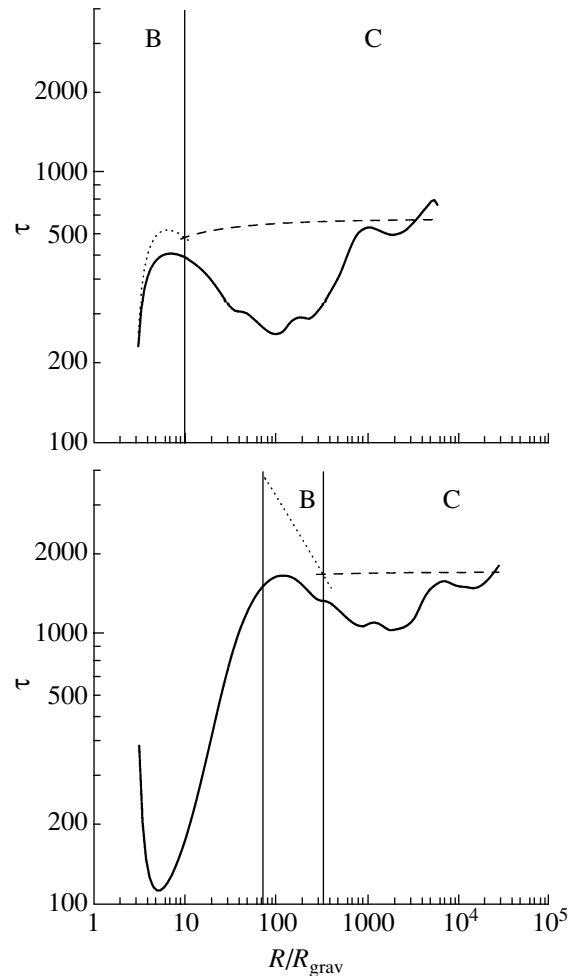
Сравним полученную величину с данными наблюдений. Анализ данных для достаточно хорошо исследованных 11 рентгеновских новых с черными дырами [30] показывает, что нет систем с углом наклона орбитальной плоскости к лучу зрения больше  $75^\circ$ . Редкость затмений в рентгеновских новых



**Рис. 7.** Отношение давления излучения к давлению газа в плоскости симметрии диска. Параметры диска и обозначения те же, что на рис. 3.

с черными дырами и нейтронными звездами также приводит к заключению, что они не наблюдаются “с ребра” [30, 31]. Авторы цитированных работ делают вывод, что в этих системах рентгеновское излучение внутреннего плоского диска блокируется частями диска или структурами над диском (например, его хромосферой или короной), имеющими значительную относительную толщину, которая порядка или более тангенса половины угла, под которым виден с компактного объекта вторичный компонент:  $\sim 0.15-0.25$ . Такая же картина присутствия вещества в виде короны над диском следует из анализа рентгеновских кривых блеска относительно редких затменных рентгеновских двойных систем [32, 33]. Широкие (около трети орбитального периода) минимумы свидетельствуют о том, что в этих системах мы видим очень протяженный источник рентгеновского излучения. Скорее всего, это излучение, рассеянное в короне диска, в то время как первичный источник рентгеновского излучения (внутренние части диска и, если есть, центральный источник) не виден.

О геометрии переизлучающих областей также можно получить информацию методом эхокартографирования (см., например, [34, 35]), который заключается в анализе задержек между вариациями рентгеновского излучения и оптического



**Рис. 8.** Оптическая толщина диска. Параметры диска и обозначения те же, что на рис. 3. Пунктирная кривая в зоне В рассчитана по формуле (23), штриховая в зоне С — по формуле (35).

потока, которые зависят от расстояния, проходимого рентгеновскими фотонами до переизлучения. Для маломассивной рентгеновской двойной GRO J1655–40 авторы [34] получили относительную полутолщину диска на внешнем радиусе  $\sim 0.24$ . Далее, повышенная относительная толщина внешних частей аккреционных дисков следует из большого отношения оптического излучения к рентгеновскому в тех же рентгеновских новых во время вспышки [36, 37] и в сверхмягких рентгеновских источниках [38, 39]. Об этом также говорит анализ амплитуды оптической переменности маломассивных двойных рентгеновских источников вследствие эффекта отражения от диска и вторичной компоненты [40]. Такого рода оценки основываются на том, что оптическое излучение диска определяется в значительной степени поглощением и переработкой жесткого рентгеновского излучения, и поэтому они зависят, в частности, от геометрии областей,

перехватывающих излучение, и от типа центрального источника.

В [41] предложена методика оценки наибольших “вязких” времен в аккреционных дисках по положению излома в спектре мощности вариаций рентгеновского излучения в маломассивных рентгеновских двойных. Из величины вязкого времени можно получить оценку на полутолщину диска на внешнем крае. Она оказалась существенно больше, чем толщина стандартного диска. Авторы исследовали спектры мощности 12 источников и сделали вывод, что значительная часть аккреционного потока может идти в оптически тонком горячем “корональном потоке” с характерными размерами  $h/R \gtrsim 0.1-0.3$ . Тем не менее, необходимо отметить, что проблема временной переменности дисков достаточно сложна и нуждается в дальнейших исследованиях.

Проанализируем возможные пути увеличения толщины  $\alpha$ -дисков и согласования теории с наблюдениями.

В принципе, чтобы увеличить толщину диска, достаточно повысить температуру в его плоскости симметрии (см. формулу (39)). Однако повышение температуры будет сопровождаться сильным уменьшением непрозрачности, и, соответственно, оптической толщины диска. Имеет место эффект “просветления” диска, при котором уменьшается множитель  $\Pi_1$ , так что полутолщина диска практически не меняется (см. также формулу (39)).

С другой стороны, можно увеличить поверхностную плотность диска  $\Sigma$ . В этом случае возрастает и его оптическая толщина и температура в центральной плоскости, так как  $T_c \sim (\kappa_r \Sigma)^{1/4} T_{\text{eff}}$ . Простейшие оценки показывают, что при сохранении светимости диска это можно сделать лишь путем уменьшения вязкости в диске на много порядков, т.е. параметр  $\alpha$  должен быть порядка  $10^{-6}$ . Такая величина параметра  $\alpha$  представляется маловероятной, поскольку динамика угасания вспышек карликовых новых [5, 6] и рентгеновских новых [7, 8, 37, 42] хорошо объясняется в рамках геометрически тонких нестационарных аккреционных дисков с параметром  $\alpha \sim 0.1-1$  для зон с полной ионизацией.

Другой гипотетической возможностью увеличить температуру в центральной плоскости диска является облучение внешних частей диска жестким излучением. Отношение потока, облучающего элемент поверхности диска, расположенного под углом  $\approx (dh_{\text{irr}}/dR - h_{\text{irr}}/R)$ , к внутреннему потоку, выработанного из-за вязкого трения (см., например, [1, 43], а также формулу (15)) составляет

$$\frac{Q_{\text{irr}}}{Q_0} = \frac{4}{3} \eta \Psi(\theta) (1 - A_x) \times \quad (41)$$

$$\times \frac{h_{\text{irr}}}{R} \left( \frac{d \ln h_{\text{irr}}}{d \ln R} - 1 \right) \frac{R}{R_{\text{grav}}} \equiv \frac{4}{3} \eta C \frac{R}{R_{\text{grav}}},$$

где  $h_{\text{irr}}$  — высота, на которой происходит перехват рентгеновского излучения,  $\eta \sim 0.1$  — эффективность аккреции,  $1 - A_x$  — доля падающего потока, которая подвергается термализации и которая зависит от альбедо диска и распределения энергии в спектре центрального источника [44],  $R_{\text{grav}} = 2GM/c^2$ . Для профиля стандартного диска выражение в скобках на второй строке формулы (41) равно  $1/8$  (см. формулу (27)).

Функция  $\Psi(\theta)$  описывает угловое распределение центрального излучения: поток зависит от угла как  $\Psi(\theta)L/4\pi R^2$ , где  $\theta$  — угол между нормалью к плоскости, в которой лежит центральная часть диска, и направлением от нее к облучаемому элементу поверхности диска. В случае точечного центрального источника  $\Psi(\theta) = 1$ , для плоского центрального диска  $\Psi(\theta) = 2 \cos(\theta)$  [45, 46]. Второй случай может реализоваться, если центральный объект — черная дыра. При этом обычно используется приближение  $\cos \theta \approx h_{\text{irr}}/R$  для больших углов  $\theta$ , что справедливо при рассмотрении геометрически тонких внешних частей дисков.

Температура в плоскости симметрии диска может быть оценена как

$$T_c^4 \cong \frac{3}{8} \tau_0 T_{\text{eff}}^4 + T_{\text{irr}}^4,$$

где  $T_{\text{irr}}^4 = Q_{\text{irr}}/\sigma_{\text{SB}}$ . Для увеличения толщины диска, скажем, вдвое, необходимо будет увеличить температуру в 4 раза, а для этого необходим поток, в  $\sim 95\tau_0$  раз больший собственного, так как

$$\frac{Q_{\text{irr}}}{Q_0} \cong \frac{3\tau_0}{8} \left( \left( \frac{T_c^{\text{new}}}{T_c^{\text{old}}} \right)^4 - 1 \right).$$

При  $\alpha = 0.5$  по формуле (33) параметр  $\tau_0 \sim 1000$  для солнечного химического состава и  $\tau_0 \sim 170$  для диска из чистого водорода. А по формуле (41) получаем верхнюю оценку на отношение потоков:

$$\frac{Q_{\text{irr}}}{Q_0} \approx 75 \frac{C}{5 \times 10^{-3}} \left( \frac{\eta}{0.1} \right)^{2/3} \frac{\dot{m}^{1/3}}{m^{1/3}}.$$

Эта оценка получена для внешней границы зоны C (см. формулу (38)). Таким образом, мы видим, что и формально облучения не достаточно для заметного утолщения диска при любом химическом составе.

Более того, авторы работы [23] рассчитывают вертикальную структуру облученного диска и аргументируют, что при глубоком прогреве стационарного диска внешним потоком температура в центральной плоскости диска увеличивается, поверхностная плотность и оптическая толщина уменьшаются, а геометрическая толщина практически не меняется.

В ряде работ толщина дисков определяется из отношения рентгеновского и оптического потоков,

т.е. фактически в них определяется параметр облучения. Рассмотрим подробнее этот параметр

$$C = \Psi(\theta)(1 - A_x) \frac{h_{\text{irr}}}{R} \left( \frac{d \ln h_{\text{irr}}}{d \ln R} - 1 \right),$$

который выше мы нормировали на характерное значение (см., например, [7] и ссылки там). Величина  $C$  может быть определена из наблюдаемого отношения рентгеновского и оптического потоков и комбинирует в себе две наименее определенные величины — толщину и альbedo диска, — и поэтому ее удобно использовать для сравнения с предсказаниями различных моделей.

Важно отметить, что учет эффектов ОТО на распространение света вблизи черной дыры увеличивают функцию  $\Psi(\theta)$  по сравнению с плоской метрикой для больших углов  $\theta$ . Главным образом, из-за эффекта абберации происходит прижатие траекторий фотонов к плоскости диска [47]. Так, для плоского диска вокруг экстремально вращающейся черной дыры Керра с  $a_{\text{Kerr}} = 0.9981$  в направлении  $\cos \theta \sim 0.1$  множитель  $\Psi(\theta)$  в 3–4 раза выше, чем при распространении света в плоском пространстве (рис. 9). Учет потемнения к краю излучения, исходящего с поверхности диска, приводит к уменьшению числа фотонов на больших  $\theta$ . Коэффициент в законе потемнения к краю  $u = 0$  при локальном изотропном распространении фотонов с поверхности диска,  $u = 1.5$  для модели серой атмосферы,  $u = 2.06$  для атмосферы с преобладающей ролью рассеяния на электронах [48, 49]. Штриховой линией на рис. 9 показана зависимость  $\Psi(\theta)$ , рассчитанная с учетом переизлучения фотонов, вернувшихся в диск.

Примем в первом приближении, что профиль диска соответствует стандартной модели. Тогда без учета релятивистского усиления получаем для плоского диска

$$C \sim 6 \times 10^{-5} \left( \frac{h_{\text{irr}}/R}{0.05} \right)^2 \frac{1 - A_x}{0.1} \quad (42)$$

и для точечного источника

$$C \sim 6 \times 10^{-4} \left( \frac{h_{\text{irr}}/R}{0.05} \right) \frac{1 - A_x}{0.1}.$$

Если изотропно излучающий источник поднят на высоту  $Z_x$  над плоскостью симметрии, то  $C$  подрастет в  $1 + (Z_x/h_{\text{irr}})(d \ln h_{\text{irr}}/d \ln R - 1)^{-1}$  раз [50].

В процессе моделирования рентгеновской и оптической кривых блеска авторы [36] получили, что для рентгеновской новой А 0620-00 (1975)  $C \sim 0.004$  для эпохи, когда центральный рентгеновский источник — это диск, и  $C \sim 0.0014$  для GS 1124-683 (1991). В модели из [37] для вспышки А 0620-00 на временах 10–50 дней после пика

получается, что  $C \sim (6-9) \times 10^{-3}$ . С другой стороны, авторы [40], исследуя маломассивные рентгеновские двойные системы с нейтронными звездами, получили  $C \sim 0.002-0.004$ .

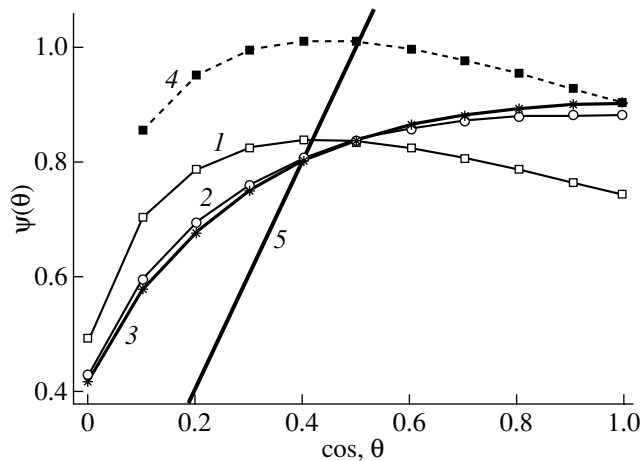
Итак, по формуле (42) для эффективности переработки рентгеновского излучения  $1 - A_x \sim 0.1$  [44], максимальной толщине для стандартного диска  $h_{\text{irr}}/R \sim 0.05-0.1$  и с учетом релятивистского усиления  $\sim 4$  получаем  $C \sim 0.00025-0.001$ , из чего следует что, вообще говоря, либо толщина диска должна быть больше стандартной, либо эффективность переработки рентгеновского излучения 0.1 недостаточна для согласования с наблюдениями, либо обе эти величины нуждаются в увеличении. Аналогичный вывод следует для случая центрального точечного источника.

Если у диска есть горячая корона, то преимущественно там происходит первичное рассеяние жестких фотонов на свободных электронах, и далее эти фотоны могут проникать в подфотосферные слои диска с последующим поглощением [23, 51]. В результате перехвата рентгеновских квантов в короне эффективная полутолщина диска по перехвату  $h_{\text{irr}}$  оказывается в 1.5–2.5 раза больше стандартной  $h_d$ . Модели корон рассматривались в работах [51–57]. Вещество над диском также может представлять собой слой, образующийся из газа, перетекающим с соседней компоненты (см., например, [58–60]).

В результате тепловой неустойчивости над стандартным диском может появиться двухфазная среда, состоящая из облаков с температурой  $\sim 10^4$  К и межоблачного вещества с температурой примерно на два порядка выше. В [61] предложена модель, согласно которой на облаках могут происходить многократные процессы рассеяния рентгеновского излучения и результирующий коэффициент переработки в оптическое излучение  $1 - A_x$  увеличивается до 0.3–0.5.

Рассмотрим также вариант скрученного диска, который может перехватывать значительную долю центрального излучения. В [14, 36] предлагалось, что в маломассивных рентгеновских двойных диски могут быть скрученными, как в Нег Х-1 [62]. Существует ряд причин возможного искривления дисков: из-за эффекта Ленза–Тирринга [63], из-за давления излучения [64, 65] и др.

Величина  $C$  для диска, скрученного из-за момента сил, порождаемого давлением излучения, была рассчитана в [66] и было показано, что она может быть значительна даже при высоком альbedo диска (был рассмотрен случай изотропно излучающего центрального источника). С другой стороны, авторы делают вывод, что только в небольшом числе маломассивных рентгеновских двойных систем (преимущественно длиннопериодических) такое искривление диска может развиваться.



**Рис. 9.** Угловое распределение излучения от диска с учетом эффектов ОТО. Кривые 1–3 рассчитаны по коду из работы [68] для коэффициента в законе потемнения к краю  $u = 0, 1.5$  и  $2.6$ , соответственно. Кривая 4 рассчитана для  $u = 0$  и с учетом переизлучения фотонов, вернувшихся в диск, в модели *kerrbb* пакета XSPEC 11.3.1 [69] по коду, описанному в [70]. Прямой линией 5 изображена функция  $\Psi(\theta) = 2 \cos \theta$  для ньютоновской метрики.

В случае скрученности диска из-за разнонаправленности спина черной дыры и вектора орбитального момента двойной системы, его геометрия зависит от отношения величин вязкостного параметра  $\alpha$  и полутолщины диска (см., например, [67]). Приблизительно можно представить такой диск как состоящий из двух частей: внешней, лежащей в орбитальной плоскости двойной, и повернутой внутренней. Предположим, что собственная полутолщина диска незначительна (как у стандартного диска). Заметим, что если центральный источник излучает изотропно, эффекта увеличения перехвата рентгеновского потока таким диском не будет. Однако и в случае неизотропного излучения (вполне ожидаемого, поскольку центральный объект — черная дыра) мы не получим заметного увеличения доли перехватываемого потока. При учете эффектов ОТО на распространение фотонов, диаграмма направленности излучения плоского диска становится более изотропной (рис. 9). К тому же необходимо помнить, что для скрученного диска площадь облучаемой поверхности в два раза меньше. Например, если относительная полутолщина диска  $\sim 0.05$ , то, лежа в плоскости, он перехватывает поток  $L_x(0.05)^2/r^2$  при  $\Psi(\theta) = 2 \cos \theta$ . Применяя угловое распределение для черной дыры с максимальным моментом при учете потемнения к краю с коэффициентом  $1.5$  (кружки на рис. 9), получаем, что на самом деле нескрученный диск перехватывает поток  $\sim 0.024L_x/r^2$ , т.е. на порядок больше. Предположим, что внешние части такого диска наклонены так, что тангенс угла между плоскостью диска и экваториальной плоскостью черной дыры равен  $0.2R$ , тогда несложный численный расчет дает, что половиной диска перехватывается всего  $\sim 0.015L_x/r^2$ .

Таким образом, представляется более вероятным, что наблюдаемая полутолщина аккреционных дисков объясняется наличием вещества над их поверхностью (корона и (или) ветер), оптически толстого в радиальном направлении. При определенных условиях эта среда может быть неоднородной.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описан метод расчета вертикальной структуры стандартного  $\alpha$ -диска. На основе независимого метода расчета вертикальной структуры [15] нами получены аналитические радиальные зависимости для параметров дисков, дающие, в частности, явную зависимость от коэффициента непрозрачности. Получено согласие двух методов в области, где предположения моделей одинаковы, т.е. где водород полностью ионизован и можно пренебречь давлением излучения.

Численное решение уравнений вертикальной структуры диска со стандартным космическим обилием элементов дает почти в 3 раза большую толщину диска по сравнению с так называемым “характерным гидростатическим размером”. Такой диск толще чисто водородного примерно на четверть.

Известным несоответствием, обсуждаемым в настоящей работе, между наблюдательными характеристиками двойных систем с аккреционными дисками и теоретическими предсказаниями, является толщина диска. Использование модели стандартного диска приводит к заключению, что для согласования с наблюдениями необходимо ввести в рассмотрение вещество над диском, перехватывающее рентгеновское излучение. При наличии над

диском горячей короны, рассеивающей рентгеновское излучение, толщина  $h_{\text{итг}}$  по перехвату может стать в 1.5–3 раза больше толщины стандартного диска  $h_{\text{д}}$ . В таком случае можно объяснить и статистику затмений в двойных системах, и оптический поток от аккреционных дисков в рентгеновских источниках.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 06-02-16025-а и 05-02-17744), а также Программы поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-784.2006.2). Г.В. Липунова благодарит Ю.Ю. Ковалева за поддержку. Н.И. Шакура благодарит дирекцию Института астрофизики им. М. Планка (Гархинг, Германия) за представляемые краткосрочные ежегодные визиты для проведения научно-исследовательской работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, *Astron. and Astrophys.* **24**, 337 (1973).
- S. Kato, J. Fukue, and S. Mineshige, *Black-hole accretion disks* (Kyoto University Press, Kyoto, Japan, 1998).
- J. Frank, A. King, and D. J. Raine, *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2002), 3rd ed.
- F. Meyer and E. Meyer-Hofmeister, *Astron. and Astrophys.* **104**, L10 (1981).
- J. Smak, *Acta Astron.* **34**, 161 (1984).
- J. K. Cannizzo, *Accretion Disks in Compact Stellar Systems, 1993*, p. 6.
- G. Dubus, J.-M. Hameury, and J.-P. Lasota, *Astron. and Astrophys.* **373**, 251 (2001).
- G. V. Lipunova and N. I. Shakura, *Astron. and Astrophys.* **356**, 363 (2000).
- Г. В. Липунова, Н. И. Шакура, *Астрон. журн.* **79**, 407 (2002).
- F. Meyer and E. Meyer-Hofmeister, *Astron. and Astrophys.* **106**, 34 (1982).
- G. Shaviv and R. Wehrse, *Astron. and Astrophys.* **159**, L5 (1986).
- В. Ф. Сулейманов, *Письма в "Астрон. журн."* **18**, 255 (1992).
- J.-M. Hameury, K. Menou, G. Dubus, *et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **298**, 1048 (1998).
- G. Dubus, J.-P. Lasota, J.-M. Hameury, and P. Charles, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **303**, 139 (1999).
- N. A. Ketsaris and N. I. Shakura, *Astron. and Astrophys. Trans.* **15**, 193 (1998).
- J. K. Cannizzo, *Astrophys. J.* **385**, 94 (1992).
- R. L. Kurucz, *Atlas: A computer program for calculating model stellar atmospheres*, SAO Special Report (Cambridge: Mass., Smithsonian Astrophys. Observ., 1970).
- R. Kurucz, *Kurucz CD-ROMs* (Cambridge, MA, U.S.A.: Smithsonian Astrophys. Observ., 1993).
- В. Ф. Сулейманов, *Письма в "Астрон. журн."* **17**, 575 (1991).
- A. P. Lightman and D. M. Eardley, *Astrophys. J. (Lett.)* **187**, L1 (1974).
- N. Shibazaki and R. Hōshi, *Progr. Theor. Phys.* **54**, 706 (1975).
- N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **175**, 613 (1976).
- А. В. Мещеряков, Р. А. Лихачев, Н. И. Шакура, *Астрон. журн.*, в печати (2007).
- Н. И. Шакура, *Астрон. журн.* **49**, 921 (1972).
- R. J. Tayler, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **191**, 135 (1980).
- N. Grevesse and E. Anders, in: *Cosmic Abundances of Matter*, AIP Conf. Proc. v. 183, ed. C. J. Waddington (Amer. Inst. Phys., 1989), p. 1.
- Ю. Э. Любарский, Н. И. Шакура, *Письма в "Астрон. журн."* **13**, 917 (1987).
- Я. Б. Зельдович and Н. И. Шакура, *Астрон. журн.* **46**, 225 (1969).
- D. Mihalas, *Stellar atmospheres*, 2nd ed. (San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1978).
- R. Narayan and J. E. McClintock, *Astrophys. J.* **623**, 1017 (2005).
- M. Milgrom, *Astron. and Astrophys.* **67**, L25 (1978).
- J. E. McClintock, R. A. London, H. E. Bond, and A. D. Grauer, *Astrophys. J.* **258**, 245 (1982).
- Z. Ioannou, T. Naylor, A. P. Smale, P. A. Charles, and K. Mukai, *Astron. and Astrophys.* **382**, 130 (2002).
- K. O'Brien, K. Horne, R. I. Hynes, *et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **334**, 426 (2002).
- R. I. Hynes, in: *The Astrophysics of Cataclysmic Variables and Related Objects*, ASP Conf. Ser., v. 330, eds J.-M. Hameury, J.-P. Lasota (Astron. Soc. Pacif., 2005a), p. 237.
- A. A. Esin, E. Kuulkers, J. E. McClintock, and R. Narayan, *Astrophys. J.* **532**, 1069 (2000).
- V. F. Suleimanov, G. V. Lipunova, and N. I. Shakura, in: *5th INTEGRAL Workshop on the INTEGRAL Universe*, ESA SP-552, eds V. Schoenfelder, G. Lichti, C. Winkler (European Space Agency, 2004), p. 403.
- R. Popham and R. Di Stefano, *Accretion Disks in Supersoft X-ray Sources*, Tech. Rep. Smithsonian Astrophys. Observ. (Cambridge, MA, U. S.A.: Smithsonian Astrophys. Observ., 1996).
- S. Schandl, E. Meyer-Hofmeister, and F. Meyer, *Astron. and Astrophys.* **318**, 73 (1997).
- J. A. de Jong, J. van Paradijs, and T. Augusteijn, *Astron. and Astrophys.* **314**, 484 (1996).
- M. Gilfanov and V. Arefiev, arXiv: astro-ph/0501215 (2005).
- Ü. Ertan and M. A. Alpar, *Astron. and Astrophys.* **393**, 205 (2002).
- A. R. King and H. Ritter, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **293**, L42 (1998).
- V. Suleimanov, F. Meyer, and E. Meyer-Hofmeister, *Astron. and Astrophys.* **350**, 63 (1999).
- Н. Г. Бочкарев, Р. А. Сюняев, Т. С. Хрузина и др., *Астрон. журн.* **65**, 778 (1988).

46. J. Fukue, Publ. Astron. Soc. Japan **44**, 663 (1992).
47. C. T. Cunningham, Astrophys. J. **202**, 788 (1975).
48. S. Chandrasekhar, *Radiative transfer* (New York: Dover, 1960).
49. A. Laor, H. Netzer, and T. Piran, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **242**, 560 (1990).
50. R. I. Hynes, Astrophys. J. **623**, 1026 (2005b).
51. M. A. Jimenez-Garate, J. C. Raymond, and D. A. Liedahl, Astrophys. J. **581**, 1297 (2002).
52. M. C. Begelman and C. F. McKee, Astrophys. J. **271**, 89 (1983).
53. M. de Kool and D. Wickramasinghe, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **307**, 449 (1999).
54. A. Różańska and B. Czerny, Astron. and Astrophys. **360**, 1170 (2000).
55. F. Meyer, B. F. Liu, and E. Meyer-Hofmeister, Astron. and Astrophys. **361**, 175 (2000).
56. K. A. Miller and J. M. Stone, Astrophys. J. **534**, 398 (2000).
57. J. M. Miller, J. Raymond, A. Fabian, *et al.*, Nature **441**, 953 (2006).
58. J. Frank, A. R. King, and J.-P. Lasota, Astron. and Astrophys. **178**, 137 (1987).
59. P. J. Armitage and M. Livio, Astrophys. J. **470**, 1024 (1996).
60. Д. В. Бисикало, П. В. Кайгородов, А. А. Боярчук, and О. А. Кузнецов, Астрон. журн. **82**, 788 (2005).
61. V. Suleimanov, F. Meyer, and E. Meyer-Hofmeister, Astron. and Astrophys. **401**, 1009 (2003).
62. N. I. Shakura, N. A. Ketsaris, M. E. Prokhorov, and K. A. Postnov, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **300**, 992 (1998).
63. J. M. Bardeen and J. A. Petterson, Astrophys. J. (Lett.) **195**, L65 (1975).
64. J. A. Petterson, Astrophys. J. **216**, 827 (1977).
65. J. E. Pringle, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **281**, 357 (1996).
66. G. I. Ogilvie and G. Dubus, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **320**, 485 (2001).
67. S. H. Lubow, G. I. Ogilvie, and J. E. Pringle, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **337**, 706 (2002).
68. R. Speith, H. Riffert, and H. Ruder, Comp. Phys. Commun. **88**, 109 (1995).
69. K. A. Arnaud, in: *Astronomical Data Analysis Software and Systems V*, ASP Conf. Ser., v. 101, eds G. H. Jacoby, J. Barnes (Astron. Soc. Pacif., 1996), p. 17.
70. L.-X. Li, E. R. Zimmerman, R. Narayan, and J. E. McClintock, Astrophys. J. Suppl. Ser. **157**, 335 (2005).

## THE THICKNESS OF $\alpha$ ACCRETION DISKS: THEORY AND OBSERVATIONS

V. F. Suleimanov, G. V. Lipunova, and N. I. Shakura

Observations of X-ray binaries indicate substantial half-thicknesses for the accretion disks in these systems (up to  $h/R \approx 0.25$ , where  $h$  is the disk half-thickness and  $R$  its radius), while standard  $\alpha$  accretion disks display appreciably smaller half-thicknesses. We study the theoretical vertical structure of such disks using two independent numerical methods, and show that their maximum half-thicknesses in the subcritical regime cannot exceed  $h/R \approx 0.1$ . We consider various reasons for the apparent increase in the disk thickness, the most probable of which is the presence of matter above the disk in the form of a hot corona that scatters hard radiation from the central source and inner parts of the disk. As a result, the observed thickness of the disk and the illumination of its outer parts effectively increase. This mechanism can also explain both the optical-to-X-ray flux ratio in these systems and the observed parameters of eclipsing X-ray binaries.