

Разности и коммутаторы идемпотентов в C^* -алгебрах

Бикчентаев А.М., Фауаз Хаттаб

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г.Казань, Россия

Доклад продолжает исследования [1]–[4]. Установлено подобие некоторых пар идемпотентов ($A = A^2$) и пар трипотентов ($A = A^3$) в гильбертовом пространстве \mathcal{H} . Получены новые результаты о разностях и коммутаторах идемпотентов P и Q . В унитальном случае с разностью $P - Q$ нами ассоциирована разность $A_{P,Q}$ другой пары идемпотентов. Пусть φ – след на унитальной C^* -алгебре \mathcal{A} , \mathfrak{M}_φ – идеал определения следа φ . Если $P - Q \in \mathfrak{M}_\varphi$, то $A_{P,Q} \in \mathfrak{M}_\varphi$ и $\varphi(A_{P,Q}) = \varphi(P - Q) \in \mathbb{R}$. В некоторых случаях это позволило установить равенство $\varphi(P - Q) = 0$. Получены новые тождества для пар идемпотентов и для пар изоклинических проекторов ($A = A^2 = A^*$). Доказано, что каждый оператор $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$, $\dim \mathcal{H} = \infty$, представляется в виде суммы не более чем 50 коммутаторов идемпотентов из $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Показано, что коммутатор идемпотента и произвольного элемента из абстрактной алгебры не может быть ненулевым идемпотентом. Если \mathcal{H} сепарабельно и $\dim \mathcal{H} = \infty$, то каждый косоэрмитов ($A^* = -A$) оператор $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ представляется в виде суммы $A = \sum_{k=1}^4 [A_k, B_k]$, где $A_k, B_k \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ косоэрмитовы.

Работа выполнена в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2020-1478.

- [1] Bellissard J., van Elst A., Schulz-Baldes H. *The noncommutative geometry of the quantum Hall effect. Topology and physics*, J. Math. Phys. **35** (10), 5373–5451 (1994).
- [2] Bikchentaev A.M. *Tripotents in algebras: invertibility and hyponormality*, Lobachevskii J. Math. **35** (3), 281–285 (2014).
- [3] Бикчентаев А.М. *Разности идемпотентов в C^* -алгебрах*, Сибирск. матем. журн. **58** (2), 243–250 (2017).
- [4] Бикчентаев А.М. *Разности идемпотентов в C^* -алгебрах и квантовый эффект Холла*, ТМФ **195** (1), 75–80 (2018).