# Изменение представления: Схема Горнера. Задачи на пирамиду. Повторение сбалансированных деревьев. 2-3 дерево.

Алгоритмы и структуры данных - Практика 3 - Айрат Хасьянов

# Головоломка

- Числа от нуля до четырнадцати относятся к трём множествам.
  1. 6, 0, 8, 3, 9;
  2. 1, 7, 11, 4, 14;
  3. 2, 12, 5, 10, 13.
- Отнесите 15, 16, 17 к правильным множествам!

# Ответ

1. 6, 0, 8, 3, 9;

2. 1, 7, 11, 4, 14, 17;

3. 2, 12, 5, 10, 13, 15, 16.

# Задачи

1. Напишите эффективный алгоритм поиска и удаления из пирамиды элемента с наименьшим значением.

2. То же для произвольного элемента v, определите временную сложность этого алгоритма.

# Схема Горнера

$$
\begin{aligned}
P(x_0) &= a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + \cdots x_0(a_{n-1} + a_n x_0)\dots)) \\
&= a_0 + x_0(a_1 + x_0(a_2 + \cdots x_0(b_{n-1})\dots)) \\
&\vdots \\
&= a_0 + x_0(b_1) \\
&= b_0
\end{aligned}
$$

# Задачи 2

1. Напишите обычную реализацию схемы Горнера, и используя Sream API!

# Бинарное возведение в степень - частный случай применения схемы Горнера!

$$a^{13} = a^{p(2)} \qquad p(x) = p_3x^3 + p_2x^2 + p_1x + p_0$$

Горнер

$$a^{p(x)} = (((a^{p3})^x \times a^{p2})^x \times a^{p1})^x \times a^{p0}$$

$$a^{p(2)} = (((a^{p3})^2 \times a^{p2})^2 \times a^{p1})^2 \times a^{p0}$$

Степени a - цифры бинарного представления 13

$$a^{13} = (((a^1)^2 \times a^1)^2 \times a^0)^2 \times a^1$$

# Что происходит? (Продолжаем Метод преобразования)

- Мы изменили представление задачи возведения в степень при помощи представления показателя степени в виде полинома и метода Горнера

# Задачи 3

1. Мар содержит числа и степени, в которые их нужно возвести. Преобразуйте в коллекцию чисел, возведённых в степени при помощи Stream API

# рекурсивный алгоритм

```
static int binExp(int a, int x){
    if(x==1) return a;
    if(x==0) return 1;
    int acc = binExp(a, x/2);
    return acc*acc*(x%2==1?a:1);
}
```

```
pairs.entrySet().stream()
    .map(e->binExp(e.getKey(),e.getValue()))
    .forEach(e-> out.print(e+" "));
```

# Бинарное возведение в степень справа на лево. Задачи 4

1. Перепишите в предыдущей задаче алгоритм так, чтобы коэффициенты полинома рассмоатривались справа на лево.

2. Какова сложность первого и второго алгоритма возведения в степень?

# Домашнее задание

1. Дописать и исправить ошибки в приложенном классе для 2-3 деревьев. Показать работу исправленного класса на примерах.

2. Перепишите программу для хранения в дереве любых типов, реализующих Comparable.

3. Сравните сложность алгоритма грубой силы и бинарного возведения в степень.

4. Разработайте нерекурсивный алгоритм возведения в степень, который имитирует бинарное возведение справа на лево, но не использует явное бинарное представление показателя степени.