

УДК: 531.391:517.958

**ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ВИБРОРОБОТА
В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ**

© 2013 г.

А.Г. Егоров, О.С. Захарова

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Zakharovaos.mex@gmail.com

Поступила в редакцию 19.11.2012

Изучается прямолинейное движение двухмассовой системы, состоящей из сферического корпуса и подвижной внутренней массы, в среде с сопротивлением. Проводится анализ энергетически оптимальных режимов движения системы, полученных для различных приближений закона сопротивления движению тела в вязкой жидкости.

Ключевые слова: оптимальное управление, виброробот, энергетический коэффициент, силы Бассе, вязкая жидкость.

Изучается прямолинейное движение механической системы, состоящей из двух тел, в среде с сопротивлением. Одно тело (внутренняя масса) помещено в другое (корпус) и может перемещаться относительно него, не контактируя с внешней средой. Корпус же, находясь в сопротивляющейся среде, имеет возможность передвигаться за счет периодического движения внутренней массы. Задавая закон движения внутреннего тела, можно управлять движением всей системы. Подобные механические устройства, перемещающиеся лишь за счет колебания внутреннего тела, называют вибророботами.

В современном мире мобильные робототехнические системы решают большое количество различных задач, связанных, например, с мониторингом состояния окружающей водной среды, исследованием рельефа дна, взятием проб воды, и другие. В ряде случаев необходимы устройства, способные интегрироваться в изучаемую среду, не нарушая происходящих в ней процессов. Такими устройствами являются вибророботы, так как их корпуса могут быть выполнены гладкими, не содержащими выступающих деталей. Широко обсуждались возможности использования таких мини и микро-вибророботов в медицине, нанотехнологическом оборудовании [1, 2]. Аналогичный принцип передвижения наблюдался у лишенных конечностей живых существ (черви, змеи), при перемещении которых происходит перераспределение массы вдоль их тела [3, 4].

Впервые вопрос об оптимальном движении системы посредством перемещения внутреннего тела был поставлен Ф.Л. Черноусько [5,6], рассмотревшим прямолинейное движение

виброротора по горизонтальной плоскости при наличии кулоновского трения между плоскостью и телом. В последнее время эта проблематика широко обсуждается в литературе как для других идеализированных законов сопротивления, так и для неоднородных перемещений внутренних масс [7, 8]. Обычно задача оптимизации движения внутренней массы ставится как задача максимизации средней скорости движения тела или перемещения тела за период при ограничении максимальной скорости или минимального ускорения движения внутренней массы. В работе [9] было впервые предложено максимизировать не среднюю скорость движения тела, а эффективность движителя. В работе применительно к общему случаю степенного закона сопротивления отыскивалось оптимальное управление движением внутренней массы виброробота произвольной формы, отвечающее минимальным энергетическим затратам при заданной средней скорости движения корпуса и фиксированном периоде колебаний. Весьма общая ситуация рассмотрена в [10], где максимизируется перемещение тела за период, а от силы сопротивления требуется всего лишь быть монотонно возрастающей функцией скорости движения корпуса. В [11] предложен метод решения задачи для произвольных, в том числе и немонотонных, законов сопротивления. С его использованием решена задача, отвечающая закону сопротивления движению корпуса в вязкой жидкости, который был выбран на основе известных экспериментальных данных [12]. Наличие кризиса сопротивления делает в этом случае зависимость силы сопротивления от скорости движения существенно немонотонной.

До сих пор, однако, исследования ограничивались квазистационарными законами, когда сила сопротивления однозначно определялась скоростью движения корпуса. Гидродинамические силы сопротивления движению корпуса в вязкой жидкости определяются теми течениями, которые были сформированы телом в жидкости за все время движения. В общем случае они не могут быть описаны исключительно в терминах мгновенной скорости, но должны определяться всей предысторией движения. В гидродинамике учет предыстории осуществляется посредством нелокальной по времени силы сопротивления Бассе. В работе [13] сила Бассе задается в своей простейшей, классической форме, имеющей строгое обоснование лишь для случая медленного движения корпуса. Тем не менее, принятая постановка полезна при изучении движения виброробота в вязкой жидкости по двум причинам: как необходимый первый шаг при рассмотрении более реалистичных законов [14, 15] для наследственных сил сопротивления и как средство качественной оценки границ применимости квазистационарного приближения.

В настоящей статье проводится комплексный анализ движения сферического виброробота в вязкой жидкости на основе результатов, полученных авторами ранее при решении задач оптимизации управления движением виброробота в смысле энергетических затрат.

1. Постановка задачи оптимизации

Рассмотрим систему, состоящую из двух твердых тел. Основное тело (тело M - корпус) сферической формы и массы M находится в среде с сопротивлением, а тело массы m (далее – внутренняя масса) перемещается внутри него. Изучаются продольные периодические движения внутренней массы относительно тела M , при которых вся система перемещается как целое. Обозначим через u скорость тела M , а через x и $v = \dot{x}$ - перемещение и скорость внутренней массы относительно тела M . Основное уравнение, описывающее движение $u(t)$ тела при заданном законе $x(t)$ движения внутренней массы, имеет вид

$$(m + M)\dot{u} + R(u) = -m\ddot{x}, \quad (1.1)$$

где R – сила сопротивления среды движению жидкости. В квазистационарном приближении сила сопротивления считается зависящей от мгновенной скорости корпуса. Для любого заданного периодического с периодом T закона $x(t)$ уравнение (1.1) однозначно определяет периодическую с тем же периодом функцию

$u(t)$, а $x(t)$ играет роль кинематического управления.

Обозначая угловыми скобками среднее по периоду, определим среднюю мощность $\langle N(u) \rangle$ ($N(u) = u \cdot R(u)$), затрачиваемую на преодоление сил сопротивления, и среднюю скорость движения корпуса $\langle u \rangle = U$. Величина $\langle N(u) \rangle$ равна [9] мощности сил, сообщаемых корпусу внутренней массой. Предложенная в [9] постановка оптимизационной задачи состоит в отыскании такого периодического закона $x(t)$ колебаний внутренней массы, который при фиксированном периоде T колебаний и заданной средней скорости $\langle u \rangle = U$ движения корпуса минимизировал бы мощность внутреннего движителя $\langle N(u) \rangle$. Удобство такой постановки состоит в том, что исходная задача расщепляется на две последовательно решаемые задачи: первая из них определяет оптимальный закон $u(t)$ движения корпуса, вторая восстанавливает по оптимальному закону $u(t)$ зависимость движения внутренней массы от времени $x(t)$. Возможность расщепления связана с тем, что единственное условие, налагаемое на функцию $x(t)$, условие периодичности, можно выразить в терминах u . Действительно, соотношение (1.1), рассматриваемое как задача нахождения периодической функции $x(t)$ при заданной периодической левой части, имеет решение тогда и только тогда, когда $\langle R \rangle = 0$. Поэтому при любом законе $u(t)$, удовлетворяющем ограничению $\langle R \rangle = 0$, периодическая функция $x(t)$ находится из соотношения (1.1) простым интегрированием. Исходная задача при этом сводится к задаче, состоящей в нахождении периодической с периодом T функции $u(t)$, минимизирующей функционал $\langle N(u) \rangle$ с учетом ограничений $\langle u \rangle = U$, $\langle R \rangle = 0$.

Энергетические затраты на движение тела с помощью внутреннего движителя (подвижной внутренней массы) удобно характеризовать с помощью энергетического коэффициента (ЭК)

$$\eta = \frac{N_0}{N_{\text{вбр}}}, \quad N_{\text{вбр}} = \min_{\langle R(u) \rangle = 0, \langle u \rangle = U} \langle N(u) \rangle,$$

$$N_0 = \min_{\langle u \rangle = U} \langle N(u) \rangle,$$

как отношение минимальной мощности N_0 , необходимой для движения тела со средней скоростью U , к мощности $N_{\text{вбр}}$, затрачиваемой

при оптимальном движении с этой скоростью виброробота. Если функция $N(u) = u \cdot R(u)$ выпукла, то $N_0 = N(U)$. В общем случае, как показано в [11], $N_0 = N^*(U)$, где $N^*(u)$ - максимальная выпуклая миноранта функции $N(u)$.

2. Степенной закон сопротивления

В работе [9] рассматривался степенной, в общем случае анизотропный, закон сопротивления

$$R(u) = k(u)|u|^\alpha, \quad k(u) = \begin{cases} 1, & u > 0, \\ -\kappa, & u < 0. \end{cases}$$

Показано, что в этом случае оптимальное движение корпуса имеет двухфазный характер. На части периода продолжительности ΔT корпус движется в положительном направлении с постоянной скоростью $u_+ U$ (прямое движение), на оставшейся части – в отрицательном направлении со скоростью $u_- U$ (обратное движение).

Результаты расчетов в виде зависимости ЭК η от показателя степени α при различных значениях κ асимметрии закона сопротивления представлен на рис. 1. Основные характеристики оптимального движения тела для предельных значений параметров α и κ приведены в таблице 1. Там же даются некоторые численные значения для практически важного случая $\alpha = 2$, являющегося, как известно, хорошим приближением в широком диапазоне скоростей движения тела в ньютоновской жидкости. Как видно из таблицы, эффективность движителя в этом случае, по крайней мере для симметричного тела (при $\kappa = 1$), невелика, и составляет всего 8%.

Отметим, что чередование промежутков

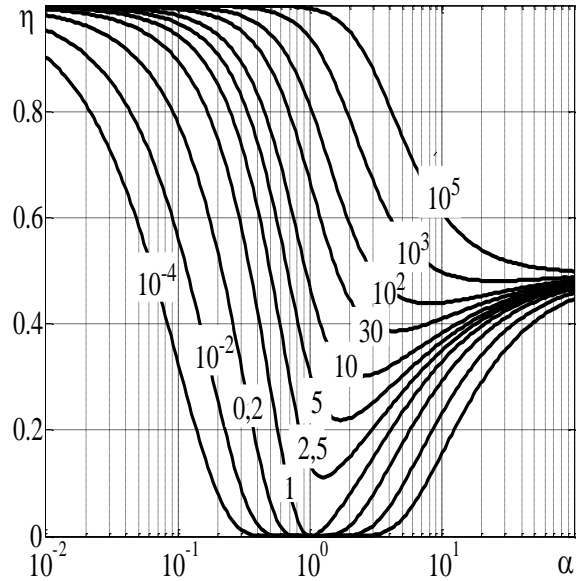


Рис. 1. Зависимость ЭК η от степени α при различных значениях параметра анизотропии κ (числа у кривых)

прямого и обратного движений может быть любым, но суммарное время каждого из видов движения на интервале периодичности должно быть равно ΔT и $(1 - \Delta)T$ соответственно. Каждому из бесконечного множества оптимальных законов движения тела соответствует единственный периодический с периодом T закон $x(t)$ движения внутренней массы. Среди всего множества оптимальных законов движения тела был выделен простейший (базовый), при котором происходит единственная смена направления движения тела на каждом периоде. Показано [9], что базовое решение, помимо того, что является простейшим из оптимальных решений, обладает замечательным экстремальным свойством: при заданном периоде колебаний длина тела (величина размаха колебаний)

Таблица 1

Характеристики оптимального движения для степенного закона сопротивления

	$\kappa = \infty$	$\alpha = \infty$	$\alpha = 0$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$		
					$\kappa = 1$	$\kappa = 10$	$\kappa = 100$
η	1	0,5	1	$\frac{1}{\kappa}(\sqrt{\kappa} - 1)^2$	0.079	0.306	0.587
Δ	1	1	$\frac{k}{1+k}$	$\frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa}+1}$	0.965	0.933	0.945
u_-	0	1	+0	$\frac{1}{\sqrt{\kappa}-1}$	6.743	1.386	0.450
u_+	1	1	$\frac{1+k}{k}$	$\frac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa}-1}$	1.278	1.169	1.084

не превосходит ту, что определяется базовым решением, а при заданной длине тела период колебаний не может быть меньше базового.

3. Немонотонная сила сопротивления

В работе [11] предложен метод решения задачи для произвольных, в том числе и немонотонных законов сопротивления. С его использованием решена задача, отвечающая закону

$$R(u) = \frac{1}{2} C_x(\text{Re}) \pi r a^2 |u| u, \quad \text{Re} = \frac{ua}{l} \quad (3.1)$$

с коэффициентом сопротивления, зависимость которого от числа Рейнольдса была выбрана на основе известных экспериментальных данных [12] для обтекания сферы. В (1) через a и v обозначены радиус сферы и кинематическая вязкость жидкости. Наличие кризиса сопротивления [12] делает зависимость силы сопротивления от скорости движения существенно немонотонной, а мощность $N(u)$ сил сопротивления – невыпуклой функцией скорости. Основным результатом вычислений является представленная на рис. 2 зависимость энергетического коэффициента от безразмерной средней скорости движения тела (числа Рейнольдса). Там же изображен использованный в расчетах график коэффициента сопротивления сферы $C_x(U) = U^{-2}R(U)$.

Как видно, энергетический коэффициент η с небольшим запозданием по скорости U отражает изменения в зависимости $C_x(U)$. При стремлении числа Рейнольдса U к нулю энергетический коэффициент стремится к нулю. Это связано с тем, что на малых скоростях U закон

сопротивления линеен, а при линейных законах, как известно (см. [9]), прямое движение виброробота невозможно. С ростом U в докризисном диапазоне зависимость $C_x(U)$ становится более пологой, а коэффициент η приближается к значению 0.079, найденному в [9] для квадратичных законов сопротивления. Движение тела при этом имеет двухфазный характер с продолжительной фазой прямого и короткой высокоскоростной фазой обратного движения (строки 1–3 в табл. 2). Такой режим движения будем называть базовым. При приближении U к U_1 скорость возвратного движения приближается к кризисным значениям. Однако энергетически невыгодно, чтобы обратное движение осуществлялось при низких сопротивлениях. Вследствие этого на интервале (U_1, U_2) реализуется трехфазное движение, при котором обратное движение проводится с докризисной скоростью, а фаза медленного прямого движения с ростом U замещается фазой быстрого прямого движения со скоростью, отвечающей кризису сопротивления (строки 4, 5 в табл. 2).

Далее, в узком диапазоне (U_2, U_3) скоростей реализуется наиболее энергетически выгодная ситуация с двумя фазами движения: докризисной обратной и кризисной прямой. Именно здесь энергетический коэффициент достигает максимального значения (строка 6 в табл. 2). При этом, в отличие от базового режима, скорость прямого движения превосходит скорость обратного движения. Обратная инверсия скоростей происходит в интервале (U_3, U_4) посредством трехфазного движения с одной прямой и

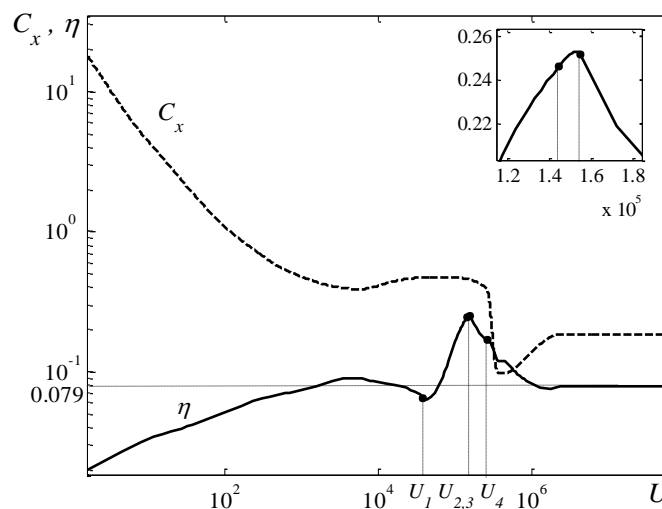


Рис. 2. Зависимости коэффициента сопротивления C_x и энергетического коэффициента η от средней скорости U движения сферы

Таблица 2

Параметры оптимального движения сферического виброробота

U	η	u_+	a_+	u_-	a_-	u_0	a_0
95	0.051	141.7	0.9557	-911.9	0.0443	0	0
$2.57 \cdot 10^3$	0.085	$3.26 \cdot 10^3$	0.9646	$-1.65 \cdot 10^4$	0.0354	0	0
$2 \cdot 10^4$	0.078	$2.57 \cdot 10^4$	0.9648	$-1.33 \cdot 10^5$	0.0352	0	0
$4.3 \cdot 10^4$	0.063	$3.46 \cdot 10^5$	0.0321	$-2.43 \cdot 10^5$	0.0682	$5.38 \cdot 10^4$	0.8997
$1.24 \cdot 10^5$	0.217	$3.46 \cdot 10^5$	0.5229	$-2.43 \cdot 10^5$	0.2779	$5.38 \cdot 10^4$	0.1992
$1.53 \cdot 10^5$	0.253	$3.48 \cdot 10^5$	0.6775	$-2.57 \cdot 10^5$	0.3225	0	0
$1.72 \cdot 10^5$	0.219	$3.52 \cdot 10^5$	0.7202	$-1.14 \cdot 10^6$	0.0096	$-2.61 \cdot 10^5$	0.2702
$2.56 \cdot 10^5$	0.17	$3.52 \cdot 10^5$	0.9225	$-1.14 \cdot 10^6$	0.0561	$-2.61 \cdot 10^5$	0.0215
$3.62 \cdot 10^5$	0.12	$4.37 \cdot 10^5$	0.9647	$-1.71 \cdot 10^6$	0.0353	0	0
$4.525 \cdot 10^5$	0.117	$5.44 \cdot 10^5$	0.9662	$-2.15 \cdot 10^6$	0.0338	0	0
$8.13 \cdot 10^5$	0.087	$9.79 \cdot 10^5$	0.972	$-4.97 \cdot 10^6$	0.028	0	0
$4.75 \cdot 10^6$	0.0789	$6.07 \cdot 10^6$	0.9654	$-3.20 \cdot 10^7$	0.0346	0	0

двумя обратными фазами. С ростом скорости U докризисная обратная фаза замещается закризисной (строки 7, 8 в табл. 2). После полного замещения, начиная с $U = U_4$, реализуется двухфазный базовый режим, отвечающий в пределе $U \rightarrow \infty$ квадратичному закону сопротивления (строки 9–11 в табл. 2).

Обратим внимание, что наличие кризиса сопротивления позволяет в разы, с 8 до 25%, повысить энергетический коэффициент движителя.

4. Учет сил Бассе

При движении тела в вязкой жидкости условие квазистационарности гидродинамических сил сопротивления применимо лишь при малых ускорениях тела и, следовательно, неизбежно нарушается с ростом частоты колебаний внутренней массы. В [13] рассматривается естественное и широко используемое на практике [16] обобщение закона сопротивления на случай высокочастотных колебаний

$$R[u] = \frac{1}{2} C_x \pi \rho a^2 |u| u + 6\pi \rho \nu a^2 \int_{-\infty}^t \frac{du/d\tau}{\sqrt{\pi \nu (t-\tau)}} d\tau. \quad (4.1)$$

Такой подход при описании сил сопротивления, действующих на сферу со стороны вязкой жидкости, подвергается обоснованной критике [15, 17]. Тем не менее, на наш взгляд, он является полезным первым шагом при изучении движения виброробота в присутствии сил гидродинамического сопротивления.

Как видно, отличие (4.1) от квазистационарного приближения (3.1) состоит лишь в дополнительном учете сил Бассе. Сила сопротивления теперь определяется не только текущим значением скорости $u(t)$, но и всей предысторией $\{u(\tau), \tau < t\}$. В работе [13] рассматривается важный частный случай $C_x = \text{const}$ квадратичного сопротивления. Он отвечает умеренным числам Рейнольдса, лежащим в диапазоне $800 < \text{Re} < 3 \cdot 10^5$. Внутри этого диапазона C_x изменяется в пределах $0.4 \div 0.5$ [12]. После

нормировки скорости u на U , времени t на период T задача об оптимальном управлении движением тела записывается в виде

$$N_{\min} = \min(N_V[u] + sN_H[u]) \quad (4.2)$$

$$\langle u \rangle = 1 \quad (4.3)$$

$$\langle u|u| \rangle = 0 \quad (4.4)$$

$$N_V = \langle |u|^3 \rangle, \quad N_H = \langle uR_H \rangle, \quad R_H = \int_{-\infty}^t \frac{\dot{u}(\tau)d\tau}{\sqrt{(t-\tau)}}$$

Минимизация в (4.2) проводится на множестве периодических с периодом единица функций, удовлетворяющих ограничениям (4.3), (4.4). При записи (4.4) дополнительно учтено, что $\langle R_H \rangle = 0$ для любой периодической функции u . Единственный безразмерный параметр задачи (4.2)

$$s = \frac{12}{C_x U} \sqrt{\frac{\nu}{\pi T}},$$

характеризуя отношение сил Бассе к вязким силам, задает степень нестационарности движения тела. При $s=0$ задача (4.2)–(4.4) оптимального управления движением корпуса является квазистационарной и представляет собой задачу для квадратичного закона сопротивления, решение которой описано в п. 2.

Задача (4.2)–(4.4) решалась численно сеточными методами. Проведенные расчеты (рис. 3) показали, что отказ от условия квазистационарности и учет наследственных эффектов не приводит к качественному изменению оптимальных режимов движения корпуса. По-прежнему оптимальные движения имеют двухфазный характер; продолжительности и скорости прямой и обратной фаз движения корпуса отличаются от «квазистационарных» на первые десятки процентов. Максимальная скорость движения корпуса возрастает с ростом s от $u_+ = 1.286$ при $s=0$ до $u_+ = 1.436$ при $s=\infty$, минимальная скорость убывает от $u_- = -6.653$ до $u_- = -8.562$, продолжительность фазы обратного движения несущественно возрастает.

Из рис. 3 видно, что наиболее существенное изменение оптимального закона движения $u(t; s)$ происходит в диапазоне s от 0,1 до 3. При меньших чем 0.1 значениях s закон движения близок к квазистационарному $u_0(t)$, полученному в пренебрежении силами Бассе.

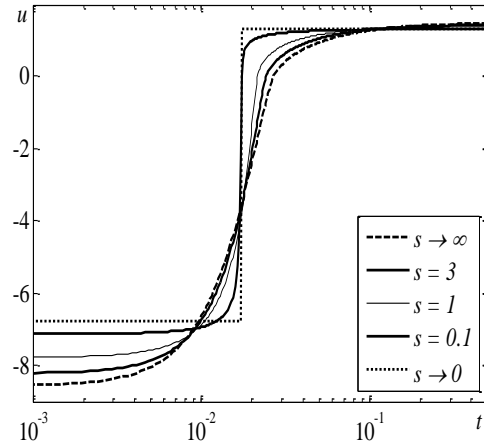


Рис. 3. Оптимальный закон движения $u(t)$ при различных значениях параметра s

При больших чем 3 значениях s , наоборот, можно пренебречь силами вязкого трения. Здесь $u(t; s)$ практически совпадает с $u_\infty(t) = u(t; \infty)$. На рис. 4 сплошной линией показана зависимость основной интегральной характеристики – энергетического коэффициента η_{\max} – от параметра s . Штриховые линии на этом рисунке отвечают значению $\eta_{\max}^{(0)} = 0.079$ и асимптотике $\eta_{\max}(s) = \eta_\infty s^{-1}$ ($s \rightarrow \infty$). Величина $\eta_\infty = 0.056$ подсчитывается по мощности сил Бассе для $u_\infty(t)$ согласно формуле $\eta_\infty = (N_H(u_\infty))^{-1}$.

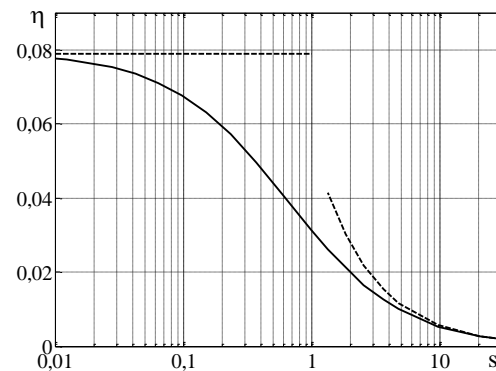


Рис. 4 Зависимость энергетического коэффициента η_{\max} от параметра s – сплошная линия (штриховые линии – асимптотики при $s \rightarrow 0$ и $s \rightarrow \infty$)

Как и следовало ожидать, энергетический коэффициент монотонно падает с ростом параметра s , что соответствует дополнительным потерям мощности двигателя на преодоление сил Бассе.

Заключение

Предложенные в [9] энергетическая формулировка задачи оптимизации движения виброробота и подходы к ее решению могут быть использованы при изучении движения виброробота в вязкой жидкости. В частности, они прямо переносятся на нелокальные по времени зависимости, учитывающие предысторию движения, и на реальные немонотонные зависимости сил сопротивления от скорости.

Отказ от условия квазистационарности и учет наследственных эффектов не приводит к качественному изменению оптимальных режимов движения корпуса. Характеризующий эффективность движения энергетический коэффициент $\eta_0 = 0,079$, вычисленный для квазистационарного случая ($T = \infty$), является в общем случае $T < \infty$ верхней оценкой для η .

Ограниченность постановки связана главным образом с чрезмерной схематизацией наследственных сил. Их более реалистичный учет, основанный на полуэмпирических моделях типа описанных в [14, 15] и прямом численном моделировании гидродинамической задачи предполагается провести в будущем.

Список литературы

1. Li H., Furuta K., Chernousko F.L. Motion generation of the capsbot using internal force and static friction // Proc. 45th IEEE Conf. Decision and Control. San Diego, CA, USA. 2006. P. 6575-6580.
2. Vartholomeos P., Papadopoulos E. Dynamics, design and simulation of a novel microrobotic platform employing vibration microactuators // Trans. ASME. J. Dynam. Syst., Measur., and Control. 2006. V. 128. № 1. P. 122-123.
3. Zimmerman K., Zeidis I., Steigenberger J. Mathematical model of wormlike motion systems with finite and infinite degree of freedom // Theory and Practice of Robots Manipulators: Proc. 14th CISMIFToMM Symp. Udine, Italy. Berlin etc.: Springer, 2002. P. 507-516.
4. Miller G. The motion dynamics of snakes and worms // Computer Graphics. 1988. V. 22. № 4. P. 169-

173.

5. Черноусько Ф.Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // Докл. РАН. 2005. Т. 405. № 1. С. 56-60.
6. Черноусько Ф.Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижной внутренней массы // ПММ. 2006. Т. 70. Вып. 6. С. 915-941.
7. Черноусько Ф.Л. Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // ПММ. 2008. Т. 72. Вып. 2. С. 202-215
8. Болотник Н.Н., Фигурина Т.Ю. Оптимальное управление прямолинейным движением твердого тела по шероховатой плоскости посредством перемещения двух внутренних масс // ПММ. 2008. Т. 72. Вып. 2. С. 216-229.
9. Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением // ПММ. 2010. Т. 74. Вып. 4. С. 620-632.
10. Болотник Н.Н., Фигурина Т.Ю., Черноусько Ф.Л. Оптимальное управление прямолинейным движением системы двух тел в сопротивляющейся среде // ПММ. 2012. Т. 76. Вып. 1. С. 3-22.
11. Егоров А.Г., Захарова О.С. Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости // Изв. Вузов. Матем. 2012. №2. С. 57-64
12. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974/ С. 36/
13. Егоров А.Г., Захарова О.С. Энергетически оптимальное движение виброробота в вязкой жидкости // Труды Девятой Всеросс. науч. конф. имени Ю.И. Неймарка, Нижний Новгород, 24-29 сент. 2012г. С. 358-367.
14. Mei R., Adrian R. J. Flow past a sphere with an oscillation in the free-stream and unsteady drag at finite Reynolds number // J. Fluid Mech. 1992. V. 237. P. 323-341.
15. Kim I., Elghobashi S., Sirignano W.A. On the equation for spherical-particle motion: effect of Reynolds and acceleration numbers // J. Fluid Mech. 1998. V. 367, P. 221-253.
16. Соу С. Гидродинамика многофазных сред. М.: Мир, 1971, С. 29.
17. Mei R. Velocity fidelity of flow tracer particles // Experiments in Fluids. 1996. V. 22. P. 13.

THE ENERGY-OPTIMAL MOTION OF VIBRATION-DRIVEN ROBOT IN A RESISTIVE MEDIUM

A.G. Egorov, O.S. Zakharova

We consider a rectilinear motion of a two-mass system consisting of a spherical shell and a movable internal mass in a resistive medium. We analysis the energy-optimal modes of a system motion, obtained for different approximations of the law of resistance to movement of the body in a viscous fluid.

Keywords: optimal control, vibration-driven robot, energy consumption coefficient, Basset history force, viscous liquid.