

Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского



Том 52

**ТРУДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

ТОМ 52

ЛОБАЧЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2015

**Материалы Четырнадцатой
Всероссийской молодежной
школы-конференции
(Казань, 22 – 27 октября 2015 г.)**

Казанское математическое общество

2015



Российский фонд фундаментальных исследований

Издание осуществлено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-31-10441 мол_г)

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1
Т78

Печатается по рекомендации Редакционно-издательского
совета Казанского математического общества

Редакционная коллегия: ст. преп. А. А. Агафонов, проф. И. Б. Бадриев, доц.
Д. В. Бережной, проф. В. И. Жегалов, доц. Н. А. Корешков, проф. С. Р. Насыров,
доц. Е. Н. Сосов, проф. Л. Р. Шакирова

Составитель – Р. К. Губайдуллина

Т78 Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 52 / Казанское ма-
тематическое общество. «Лобачевские чтения – 2015» // *Материалы Четырнадца-
той Всероссийской молодежной научной школы-конференции* / под общ. ред. проф.
С. Р. Насырова. – Казань: Издательство Казанского математического общества,
Изд-во Академии наук РТ, 2015. – Т. 52. – 180 с.

ISBN 978-5-9690-0268-5

Сборник содержит материалы Четырнадцатой Всероссийской молодежной научной
школы-конференции «Лобачевские чтения – 2015», организованной на базе Института мате-
матики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального уни-
верситета. Школа-конференция проведена в Казани с 22 по 27 октября 2015 года при финан-
совой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов
и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их прило-
жений.

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1

ISBN 978-5-9690-0268-5

© Казанское математическое общество, 2015
© Казанский (Приволжский)
федеральный университет, 2015
© Издательство Академии наук РТ, 2015

ЛИТЕРАТУРА

1. Савенкова А. Е. Обратная задача с интегральным условием переопределения для гиперболического уравнения // Вестн. СамГУ. Естественнаучн. сер. 2014. – № 3(114). – С. 83–92.

А. А. Саламатин, К. Г. Корнев

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Clemson University,
arhouse131@rambler.ru, kkornev@clemson.edu

**КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ
ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ДВУУГОЛЬНОЙ
ФОРМЫ: АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ**

В работе моделируется течение несжимаемой вязкой жидкости в цилиндрическом канале (со свободной поверхностью) и трубе (без свободной поверхности) под действием постоянного градиента давления. Сечение столба жидкости (область Ω) изображено на Рис. 1 и представляет собой двугольник, являющийся результатом разности, пересечения или объединения двух кругов (пунктирные кривые 1, 2 и 3 соответственно).

Квазистационарное приближение течения сводится к двумерному уравнению Пуассона относительно продольной компоненты v вектора скорости, безразмерный вид которого

$$\Delta v(x, y) = 1, \quad (x, y) \in \Omega.$$

Форма области Ω полностью определяется тремя параметрами: углом $\theta \in (0; 2\pi)$ двугольника и радиусами образующих кругов.

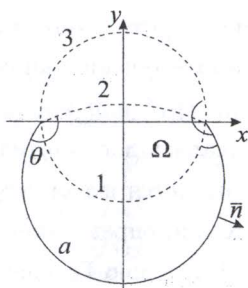


Рис. 1. Область течения Ω . Дугами малого радиуса отмечен угол θ ; \bar{n} – вектор внешней единичной нормали к границе Ω .

Рассматриваемые классы течений отличаются заданием граничного условия на верхнем ребре (кривые 1–3) двугольника Ω : жидкость в канале обладает свободной поверхностью, на которой задается условие отсутствия трения ($\partial v / \partial n = 0$), а для жидкости в трубе на том же ребре ставится условие прилипания ($v = 0$). На втором ребре (кривая a) всегда задается условие прилипания.

Для каждого типа течения на основе известных формул Пуассона и Дини для задач Дирихле и Неймана на полуплоскости построено аналитическое решение $v(x, y)$. Для этого осуществлен переход от исходной задачи к эквивалентному уравнению Лапласа с неоднородным граничным условием на кривых 1–3 и построено конформное отображение $\xi + i\eta = f(x + iy)$ исходной области Ω на квадрант $\{\xi > 0, \eta > 0\}$. Задача в квадранте допускает продолжение на всю верхнюю полуплоскость $\eta > 0$, что окончательно приводит к задаче Дирихле (течение в трубе) или Неймана (течение в канале) на полуплоскости. Таким образом, решение имеет вид суммы двух интегралов типа Коши по действительной оси.

Аналитическое представление скорости $v(x, y)$ позволяет

исследовать напряжения $\partial v / \partial n$, возникающие на стенках канала или трубы в результате течения жидкости. Для этого при $\theta < \pi/2$ (случай тонких труб или жидкости, хорошо смачивающей канал) потребовалась дополнительная регуляризация решения. Причина заключается в том, что производная плотности интеграла типа Коши, определяющего решение, не удовлетворяет при $\theta < \pi/2$ условию Гельдера. В результате для течения трубе было показано, что при $\pi < \theta < 2\pi$ (объединение двух кругов) напряжения в углах имеют интегрируемую особенность, а при $\theta \leq \pi$ напряжения ограничены.

А. А. Самсонов, П. С. Соловьёв, С. И. Соловьёв

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
sergei.solovyev@kpfu.ru*

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАГРУЖЕННОЙ ПЛАСТИНЫ

Пусть Ω – область, занимаемая срединной поверхностью пластины, Γ – граница области Ω , $\rho = \rho(x)$ – плотность материала, $D = D(x) = Ed^3/12(1 - \nu^2)$ – цилиндрическая жесткость пластины, $E = E(x)$ – модуль Юнга, $\nu = \nu(x)$ – коэффициент Пуассона, $d = d(x)$ – толщина пластины в точке $x \in \Omega$. Предположим, что в точках пластины $x^{(ij)} \in \Omega$ упруго присоединены массы M_{ij} с коэффициентами жесткости подвески K_{ij} , $\sigma_{ij} = K_{ij}/M_{ij}$, $\sigma_i = \sigma_{ij}$, $j = 1, 2, \dots, r_i$, $r_i \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, m$, $m \geq 1$, $0 < \sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_m < \infty$.

Обозначим через $w(x, t)$ нормальные перемещения точки $x \in \Omega$ срединной поверхности пластины в момент времени t ,

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абдрахманова А. И.	3	Зайнетдинов Д. Х.	75
Абызов А. Н.	5	Зубкова С. К.	77
Аксанова И. И.	7	Изосимова О. А.	79
Андреев П. Д.	9	Калинин Е. И.	156
Ахметов Д. Ю.	22	Карабашева Э. Н.	81
Ахметова А. Н.	24	Кечина О. М.	83
Бадриев И. Б.	26	Кибец Ю. И.	59
Балафендиева И. С.	29, 31, 32	Ковтуненко П. В.	85
Бережной Д. В.	29, 40, 44	Корнев К. Г.	132
Валеев И. И.	34	Красникова Н. Б.	87
Ванягина С. В.	37	Кулешов А. В.	90
Вечтомов Е. М.	38	Кузнецов К. И.	151
Габсаликова Н. Ф.	40	Куркин А. А.	151
Гайнуллина А. Р.	42	Кутдусова Л. Р.	92
Гайнулина Л. Р.	44	Лапин А. В.	95
Галимов А. Ф.	31, 32	Мазо А. Б.	156
Гермидер О. В.	46	Малюгина А. А.	97
Гиниятова Д. Х.	48	Макаров М. В.	26
Гоник Е. Г.	50	Мартемьянова Н. В.	99
Гущина В. А.	53	Миронова С. Р.	100
Давлетшин А. И.	55	Митягина Э. О.	102
Даутова Д. Н.	57	Модин И. А.	104
Демарева А. В.	59	Мухаметгалиев И. И.	107
Долгоносова А. Ю.	62	Насырова Н. И.	87
Елгушова А. С.	64	Низамиева Л. Ю.	108, 176
Еремеева Е. О.	69	Новиков А. О.	111
Ерыгина Н. С.	71	Новиков В. В.	113
Жукова Н. И.	62, 73	Новиков П. А.	116

Нуркаева Л. И.	92	Топорков Д. Ю.	138, 147
Нян Ч. Х. Н.	5	Турыгина И. А.	149
Орлова И. В.	118	Тюгин Д. Ю.	151
Паймушин В. Н.	26	Ульянова Е. С.	153
Петров М. В.	50	Уразова Д. З.	7
Петухова К. А.	120	Уртяков П. В.	156
Погодина Л. Д.	100	Фазлеева Э. И.	124
Попов В. Н.	46	Фалилеева М. В.	34, 153
Рахимов К. У.	122	Фатыхов Ф. А.	158
Ризванов З. З.	64, 124	Февральских Л. Н.	113
Романенко А. Д.	95	Федорова Т. Г.	50, 59
Рыжова Л. В.	128	Хаджи А. А.	160
Савенкова А. Е.	130	Хайдаров Ш. М.	162
Садыкова Е. Р.	92	Хакимова Г. Р.	128
Саламатин А. А.	102, 132	Халитова Т. Ф.	147
Салимов Р. Б.	136	Чебакова В. Ю.	166
Самсонов А. А.	134	Шакирова А. Т.	32
Сафиулин Р. Р.	138	Шакирова Л. Р.	64
Созонтова Е. А.	140	Шалагинова Н. В.	170
Соловьёв П. С.	134	Шангараева А. И.	172
Соловьёв С. И.	134	Шеина К. И.	73
Секаева Л. Р.	29, 31	Шошин Д. В.	59
Сулейманов А. З.	136	Шурыгина М. А.	108, 176
Султанов Л. У.	3, 29	Шушкина Ю. А.	59
Тапкин Д. Т.	143		
Тимергалиев Б. С.	145		