

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В РОССИИ

**Материалы Международного форума
по математическому образованию,
посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского**

IFME – 2017

Казань, 18–22 октября 2017 г.

Том 1



**КАЗАНЬ
2017**

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Н11

Ответственный редактор

доктор педагогических наук, профессор (Казань, КФУ) **Л.Р. Шакирова**

Редакционная коллегия:

доктор педагогических наук, профессор (Москва) **А.Г. Мордкович**;
доктор физико-математических наук, профессор (Казань, КФУ) **М.Г. Храмченков**;
доктор педагогических наук, профессор (USA, The University of Texas at El Paso) **М.А. Чошанов**;
доктор педагогических наук, профессор (Казань, КФУ) **Л.Р. Шакирова**;
кандидат педагогических наук, доцент (Казань, КФУ) **К.Б. Шакирова**;
кандидат педагогических наук, доцент (Казань, КФУ) **Н.В. Тимербаева**;
кандидат педагогических наук, доцент (Казань, КФУ) **О.В. Разумова**

Н11 **Н.И. Лобачевский и математическое образование в России:** материалы Международного форума по математическому образованию, 18–22 октября 2017 г. (XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов на тему «Н.И. Лобачевский и математическое образование в России», VII Международная научно-практическая конференция «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU – 2017)»). / отв. ред. Л.Р. Шакирова. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. – Т. 1. – 302 с.

ISBN 978-5-00019-870-4(Т.1)
978-5-00019-869-8

В сборнике представлены материалы Международного форума по математическому образованию, посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского, включающего следующие научные мероприятия: XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов на тему «Н.И. Лобачевский и математическое образование в России», VII Международная научно-практическая конференция «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU – 2017)». Форум посвящен обсуждению достижений и результатов исследований в области математического образования в высших учебных заведениях, школах и техникумах, колледжах, училищах, институтах повышения квалификации работников образования, региональных методических центрах и межшкольных методических центрах.

Сборник состоит из двух томов: первый том содержит материалы тезисов пленарных докладов и секций: «Исторические предпосылки, тенденции и особенности развития математического образования в России», «Научное и педагогическое наследие Н.И. Лобачевского», «Анализ и обобщение теоретических и практических, традиционных и инновационных подходов к модернизации математического образования», «Научно-методическое обеспечение качества подготовки современного учителя математики в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов»; второй том – секций: «Обмен технологиями, материалами, опытом работы по обучению математике в общеобразовательных учреждениях, университетах, педагогических вузах», «Практика математического образования за рубежом», «Современные информационные технологии в преподавании математики».

Сборник предназначен для преподавателей, научных работников, учителей, аспирантов, соискателей, магистров, студентов, всех, кто занимается исследованиями в системе математического образования.

Материалы сборника публикуются в авторской редакции.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-00019-870-4(Т.1)
978-5-00019-869-8

© Издательство Казанского университета, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Пленарные доклады	7
Castel F. Une problematique partagee dans tous les pays: l'interdisciplinarite. L'exemple des mathematiques en France	7
Tchoshanov M. Analysis of lower secondary mathematics teachers' content knowledge in USA and Russia	8
Ермаков В.Г. Психолого-педагогические аспекты применения аксиоматического метода в обучении математике	13
Липатникова И.Г. Современный подход к качеству образования и оценке метапредметных результатов обучения математике	18
Марданов М.Д., Асланов Р.М. Роль Насиреддина Туси в развитии математического образования	21
Подходова Н.С. Психолого-педагогические аспекты методического наследия Лобачевского: актуальность и значимость	28
Полякова Т.С. Николай Иванович Лобачевский и математическое образование в России	36
Тестов В.А. Дискретность и непрерывность в математической картине мира	41
Ястребов А.В. Исследовательское обучение математике в вузе и школе	45
Секция 1. Исторические предпосылки, тенденции и особенности развития математического образования в России	48
Вечтомов Е.М., Варанкина В.И. Обучение аспирантов направления подготовки «Математика и механика»	48
Клековкин Г.А. Обучение математике в цифровом обществе	52
Кондратьева Г.В. Эволюция основных форм обучения математике в образовательной практике пореформенной России (1861-1905 гг.)	57
Кузнецова Т.И. Математик, волей судьбы ставший одним из ведущих специалистов по преподаванию программирования. Памяти И.Н. Антипова (к 80-летию со дня рождения)	60
Мельников Р.А., Савина О.А., Щербатых С.В. Путь Николая Николаевича Лузина в науку	65
Пучков Н.П. К вопросу реализации современной Концепции развития математического образования в Российской Федерации	71
Рыманова Т.Е. Образованность подрастающего поколения как залог национальной безопасности страны	74
Сафуанова А.М. «Исследование уроков» и открытый подход как факторы совершенствования преподавания математики	79
Щукина Г.В. Авторская концепция А.Г.Мордковича школьных курсов «Алгебра 7-9»	82
Секция 2. Научное и педагогическое наследие Н.И. Лобачевского	87
Гильмуллин М.Ф. О взаимоотношениях Лобачевского и Гаусса (225-летие Н.И. Лобачевского и 240-летие К.Ф. Гаусса)	87
Дробышев Ю. А., Дробышева И.В. Н.И.Лобачевский и П.Л.Чебышев: служение Отечеству и долгу	91
Еникеева С.Р., Садреева Г.Р. Николай Иванович Лобачевский – выдающийся деятель народного образования	97
Орлов В.В. Н.И. Лобачевский и школьный курс геометрии	99
Панишева О.В., Овчинникова М.В. Отражение идей педагогического наследия Н.И. Лобачевского в теории и практике современного школьного математического образования	102
Пырков В.Е. Развитие идей Н.И. Лобачевского в работах Д.Д. Мордухай-Болтовского	107
Ромакина Л.Н. Инверсия относительно абсолюта расширенной гиперболической плоскости	111
Ромакина Л.Н., Харченко А. А., Харченко Н. А. Геометрические построения на идеальной области плоскости Лобачевского	114
Шакирова Л.Р. Н.И. Лобачевский и пятый постулат Евклида	119

Широкова О.А. О сохранении наследия Н.И. Лобачевского казанскими математиками и об истории создания музея Н.И. Лобачевского в Казанском университете	122
Секция 3. Анализ и обобщение теоретических и практических, традиционных и инновационных подходов к модернизации математического образования	126
Боженкова Л. И. Базовые интеллектуальные способности в обучении геометрии	126
Бушмелева Н.А., Разова Е.В. Интеграция обучения математики и информатики при изучении теории чисел	131
Бушмелева Н.А., Соколова А.Н. Изучение геометрических алгоритмов в контексте организации учебной практики студентов технических направлений подготовки	134
Власов Д.А., Синчуков А.В. Формирование представлений о теоретико-игровом равновесии в системе прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики	137
Главацкий С.Т., Бурькин И.Г. Специфика обучения студентов-математиков специализации «Наука о данных» в программах академического высшего образования	142
Денисова М.И., Власова С.А. Деятельность как механизм реализации развивающего обучения математике в средней школе	146
Дробышева И.В., Дробышев Ю. А. Модель формирования компетенций при обучении математическим дисциплинам будущих бакалавров экономики	148
Егунова М.В. Бинарная роль практических приложений математики в обучении школьников	154
Забелина С.Б. Традиции и инновации в обучении математике в вузе	156
Зарипова З.Ф. Оценивание результатов учебной деятельности бакалавров направления «Нефтегазовое дело» по дисциплине «Математика» как педагогическая проблема	159
Каширская Ю.С., Столярова И.В. Проектирование модуля педагогической практики в обновленном образовательном процессе педагогического университета	163
Корнилов В.С. Подходы к индивидуализации обучения студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений	166
Кузина Н.Г., Галушкина Д.В. Интеллектуальные игры как форма организации самостоятельной деятельности бакалавров педагогических вузов	169
Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л. Некоторые аспекты организации НИРС на примерах учебных исследований будущих бакалавров и магистров	171
Линник И.И., Линник Е.П., Овчинникова М.В., Шилова Л.И. Понятийно-категориальный анализ проблемы математической подготовки обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению	176
Майорова Н. Л., Шабаршина Г. В. Некоторые рассуждения о преподавании математики в школе как результат написания отчета о проведении единого госэкзамена по математике	180
Мацур Ф.К. Роль исследовательской деятельности в процессе формирования специалиста	185
Мельников Ю.Б., Соловьянов В.Б., Ширпужев С.В. Алгебраический подход к формированию содержания курса математики	189
Николаева Т.Т. Образовательные технологии в формировании познавательных способностей обучающихся	193
Пекарская О.А. Классификационные признаки задач, обеспечивающих практико-ориентированное обучение математике в колледже	197
Перминов Е.А. Об актуальности и методологии отражения элементов современной алгебры в математическом просвещении в школе	201
Поличка А.Е. Задачное обеспечение самостоятельной работы в овладении учебными дисциплинами	206
Филичева Н.П. Модернизация методов персонализированного обучения алгебре в открытой (сменной) общеобразовательной школе	209
Хасанова А.Ю. Профессиональное ориентирование математических дисциплин в экономическом институте	215
Шабанова М.В., Павлова М.А., Николаев Р.Н. Система подготовки учащихся к исследовательской деятельности в области математики	218
Широкова Е.А. Взгляд на перспективы современного преподавания математики студентам нематематических факультетов	221
Яремко Н.Н., Селютин В.Д. Основные концептуальные положения критериально-корректностной математической подготовки бакалавров	224

Секция 4. Научно-методическое обеспечение качества подготовки современного учителя математики в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов	226
Вдовиченко А.А. Формирование компетенций культурно-просветительской и проектной деятельности будущих педагогов-математиков средствами дисциплины «Методика обучения и воспитания (математика)»	226
Власова И.Н. Методические семинары математики как средство формирования профессиональных умений педагога	228
Гаврилова М. А. Модель информационно-образовательной среды учителя математики	232
Гильмуллин М.Ф. Роль историко-математической среды в достижении метапредметных результатов в обучении	234
Маклецов С.В., Хабибуллина Г.З., Хайруллина Л.Э. О применении модели классификации на основе искусственных нейронных сетей для повышения качества обучения студентов	236
Малова И.Е. Методические проекты студентов как средство повышения качества подготовки будущего учителя	238
Меджидова Айгюн Абульфат гызы Творческая инициатива учителя и пути повышения эффективности урока	242
Пырков В.Е. Роль и место коучинга в подготовке будущего учителя математики	245
Севостьянова С.А. Формирование профессиональных компетенций у магистрантов в курсе «Методика работы с одаренными детьми»	247
Семеняченко Ю.А. Проблема проверки сформированности профессиональных компетенций в ходе изучения математических дисциплин у студентов – педагогов	249
Симоновская Г.А. Реализация федерального государственного образовательного стандарта высшего образования при подготовке будущего учителя математики	251
Суховиенко Е.А. Диагностика владения приемами поиска решения задач у будущих учителей математики	254
Таранова М.В. Методические спецкурсы как основа подготовки будущих учителей математики к реализации развивающего обучения	258
Тарасова О.В. Построение основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование, профиль Математика и физика по модульному принципу	261
Тимербаева Н.В., Фазлеева Э.И., Шакирова К.Б. Подготовка будущих учителей математики к активизации учебно-познавательной деятельности учащихся	264
Токарева Л.И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов университета на занятиях по теории и методике обучения математике	268
Уткина Т.И. Обеспечение качества подготовки магистра педагогического образования профиль «Математическое образование»	271
Хазыкова Т.С. Актуальные вопросы математической подготовки учителей начальных классов	277
Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. Обучение методам конструирования задач с целью повышения качества подготовки учителя математики	279
Шатрова Ю.С., Иванюк М.Е. Использование приемов формирующего оценивания при изучении математических дисциплин будущими учителями математики	282
Шкерина Л.В. Дидактический потенциал теоретической подготовки учителя к формированию метапредметного знания учащихся при обучении математике	285
Сведения об авторах	289

УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ!

В современном мире неуклонно повышается роль математики и математического образования. В Концепции развития российского математического образования отмечается, что «математика может стать национальной идеей России XXI века и математическое образование должно явиться предметом государственной программы». Математика лежит в основе всех современных технологий и научных достижений, она является одним из основных компонентов экономики. Математической деятельностью является создание современных информационных и коммуникационных технологий. Математика – это основное средство развития логического и пространственного мышления учащихся, моделирования объектов реальной действительности. В настоящее время математическая грамотность является обязательным элементом культуры, социальной, личной и профессиональной компетентности. Математическое образование – это задача государственной важности.

В России всегда была традиционно сильная система математического образования. В последние годы в ней наблюдаются некоторые изменения, обусловленные рядом объективных и субъективных причин. В ее дальнейшем развитии заинтересована вся математическая общественность России: от ученых-теоретиков до учителей-практиков. Организованный Институтом математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского федерального университета Международный форум по математическому образованию имеет своей целью объединение творческих сил учителей, преподавателей вузов, методистов-математиков для обсуждения проблем и дальнейших перспектив развития математического образования.

Форум объединяет на одной площадке сразу три значимых мероприятия: XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов; VII Международную научно-практическую конференцию «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика» (MATHEDU-2017); VII Республиканский семинар учителей математики. Форум посвящен 225-летию со дня рождения выдающегося ученого-геометра, создателя неевклидовой геометрии, в прошлом (1827-1846) ректора Казанского университета Н.И. Лобачевского. В связи с юбилеем 2017 год объявлен в Казанском федеральном университете Годом Лобачевского.

2017 год является юбилейным и для постоянно действующего Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (научный руководитель – А.Г. Мордкович), который ежегодно проходит в разных городах России уже 30 лет. Казанский семинар посвящен теме «Н.И. Лобачевский и математическое образование в России».

В настоящий сборник вошли статьи и тезисы ученых и преподавателей высших учебных заведений, учителей школ, гимназий, лицеев, колледжей, аспирантов и студентов по актуальным проблемам математического образования.

Надеюсь на успешную работу Форума.

Александр Григорьевич Мордкович,
доктор педагогических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки РФ,
Лауреат премии Президента РФ в области образования

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

УДК 378

UNE PROBLEMATIQUE PARTAGEE DANS TOUS LES PAYS : L'INTERDISCIPLINARITE. L'EXEMPLE DES MATHÉMATIQUES EN FRANCE

Castel Frédéric,
Université de Reims Champagne Ardenne, France

Annotation. En France la question de l'interdisciplinarité est aussi au cœur des enseignements actuels. Des disciplines de l'école a priori éloignées des mathématiques peuvent contribuer aux apprentissages de cette discipline. L'informatique et le numérique sont en priorité dans l'enseignement des mathématiques. Une grande attention est accordée à un Simulateur Interactif de Classe afin d'acquérir des compétences prévues.

Les mots clefs: mathématique, didactique, informatique, interdisciplinarité, simulateur de classe, genèse instrumentale

ПРОБЛЕМА МЕТАПРЕДМЕТНОСТИ: ПРИМЕР ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ ВО ФРАНЦИИ

Фредерик Кастель,
Директор Педагогических институтов г. Шомон и г. Труа, доктор философии,
Университет г. Реймса, Шампань-Арденн, Франция

Аннотация. Во Франции остро поднимается вопрос метапредметности. Связь с изначально отдаленными от математики предметами может послужить лучшему ее усвоению. Приоритетом является информатика и ИКТ в обучении математике; при этом большое внимание уделяется созданию и использованию математических симуляторов для овладения предметными навыками.

Ключевые слова: математика, дидактика, информатика, метапредметность, симуляторы для работы в классе, создание инструментария.

En France, comme en Russie, la question de l'interdisciplinarité est au cœur des enseignements actuels. La Mathématique n'échappe pas à cette question. Pour qu'elle reste une matière noble, au lieu de l'isoler, il lui faut se tourner vers les autres disciplines. Et ceci dans un double but, au cœur d'un double échange: être au service des autres disciplines, certes, mais aussi se servir des autres disciplines pour approfondir les apprentissages mathématiques.

Ainsi, nous appuierons notre intervention sur trois exemples:

- D'abord, nous ne pouvons pas échapper à la question de la place de l'informatique dans notre enseignement. En France, beaucoup son tomber dans un excès: tous pratiquer sur un ordinateur en laissant tomber le papier et le crayon, est-ce que ça conserve le sens des apprentissages de bases ? Nous verrons au travers un exemple comment garder une alternance (Voltolini 2014): le numérique « au service » des mathématiques, et pas « à la place » des mathématiques. Toute la question de la genèse instrumentale (Rabardel 1995) se pose alors...

- Ensuite, nous verrons comment une discipline de l'école a priori éloignée des mathématiques peut contribuer aux apprentissages de cette discipline. Ainsi, les cours de sport à l'école peuvent être le support de la construction de nouveau savoir. Un jeu très connu des jeunes enfants peut alors devenir très précieux à l'enseignant de mathématiques... (Arab, 2017)

- Enfin, parce qu'on ne pilote pas un avion avant d'être passé sur un simulateur, parce qu'on n'opère pas un malade sans avoir travaillé sur des mannequins, pourquoi confit-on sans problème des élèves à un novice? Un groupe de recherche, avec l'IREM de Reims, a imaginé un Simulateur Interactif de Classe (Emprin 2011) pour tester les compétences pédagogiques et didactiques avant de se confronter à des élèves réels (Sabra & all 2014).

La bibliographie

1. Arab, M. (2017) Une situation de géométrie élémentaire prenant appui sur une séance d'EPS a-t-elle un potentiel d'apprentissage en mathématique ? Un exemple au cycle 3, communication, colloque COPIRELEM 2017, Epinal, France

2. Emprin, F. (2011). Construction d'un Simulateur informatique de Classe (SIC) pour la formation des enseignants. Conférence EIAH 2011 (Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain), MONS – Belgique, 25 au 27 mai 2011
3. Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies, une approche cognitives des instruments contemporains. Armand Colin, Paris.
4. Sabra, H., Emprin, F., Connan, P.-Y., Jourdain, C. (2014), Classroom Simulator, a new instrument for teacher training. The case of mathematical teaching, in Futschek, G. & Kynigos, C. (eds). Proceedings of the 3rd international constructionism conference, August 19-23, 2014 Vienna, Austria.
5. Voltolini, A (2014) Un duo d'artefacts virtuel et matériel pour apprendre à construire un triangle à la règle et au compas, Grand N n°94.

УДК 378

ANALYSIS OF LOWER SECONDARY MATHEMATICS TEACHERS' CONTENT KNOWLEDGE IN USA AND RUSSIA

Mourat Tchoshanov,
University of Texas at El Paso, USA
mouratt@utep.edu

Abstract. The study analyzed differences in 8th grade students' performance on mathematics portion of TIMSS test through the lens of teacher knowledge. The sample of this study consisted of lower secondary mathematics teachers from US (grades 6-9, N=102) and Russia (grades 5-9, N=97). The instrument was designed to assess teacher content knowledge based on cognitive domains of knowing, applying, and reasoning, as well as addressing lower secondary mathematics topics of Number, Algebra, Geometry, Data and Chance. The study main results suggest that student performance on international tests could be explained by teacher knowledge as well as inform the field on priorities placed on lower secondary mathematics teachers' knowledge in USA and Russia by content and cognitive domains.

Keywords: Teacher knowledge, Student performance, Lower secondary school mathematics, TIMSS.

Objective

Motivation for the study is based on the 8th grade mathematics portion of the TIMSS-2011 results (Mullis et al. 2012). The assessment used in TIMSS is broken up by content and cognitive domains. The content domains composed of the following topics: Number, Algebra, Geometry, and Data and Chance. The cognitive domain consists of Knowing, Applying, and Reasoning. Analyzing the TIMSS-2011 results at the 8th grade in Mathematics, we identified a difference in the US and Russian students' performance on this examination. Overall, average score of Russian students in content domain is 539 and the US students – 509. Russian students also outperformed the US students in each cognitive domain: Knowing – 548 and 519 accordingly, Applying – 538 and 503, and Reasoning – 531 and 503. The TIMSS data triggered a question – could the difference in student performance be explained by Russian and the US teacher performance on a similar test. The question lead us to analyze the US and Russian 8th grade students' TIMSS performance in mathematics through the lens of lower secondary teachers' content knowledge in content and cognitive domains. The following research questions guided this study: what parallels if any exist between the US and Russian 8th grade students' TIMSS performance in mathematics and the US and Russian lower secondary mathematics teachers' content knowledge? And to what extend the US and Russian lower secondary mathematics teachers' knowledge differ by content and cognitive domains?

Perspectives

Conducting cross-national studies allow comparing, sharing, and learning about issues in an international contexts (Robitaille & Travers, 1992). Cross-national studies also help researchers understand in a more explicit way on their own context, teaching practice, knowledge, and get insights of better choices in constructing the teaching and learning process (Stigler and Perry, 1988). During the last decade, number of cross-national studies on teacher education is increasing in order to understand differences in student performance on international tests

such as TIMSS, PISA (Wang & Lin, 2005). Scholars have address these differences focusing on characteristics such as teachers' perceptions of effective mathematics teaching (Cai & Wang, 2009; Hemmi & Ryve, 2015), attitudes and beliefs of mathematics pre-service teachers (Wagner, Lee, & Ozgun-Koca, 1999), teacher knowledge (TEDS-M, 2011; Author, 2015), among others.

Most of the prior studies focused on affective domain of mathematics instruction. Cai, Ding and Wang (2013) conducted a cross-national study to examine US and Chinese in-service teachers' (n=36) view about the meaning of instructional coherence. The study found that instructional coherence is highly related to discourse. In regards of teacher perceptions of effective mathematics teaching, Hemmi and Ryve (2014) conducted a cross-national study of teacher-educators' perception of effective mathematics teaching in Sweden (n=8) and Finland (n=5). The study found that Swedish teacher educators conceptualize effective teaching as interactions with individual children, building on students' ideas and using mathematics from emerging situations. Finnish teacher educators consider effective teaching in providing clear presentation of mathematics, routines and homework. Some studies focused on cognitive domain of mathematics instruction. For example, Andrews (2008) compared middle school teachers' (n=16) conceptualization and presentation of mathematics in four countries: England, Belgium, Hungary and Spain. The Flemish teachers present a moderate cognitive complexity supported by a moderately high didactic coherence while English teachers present a low cognitive complexity and barely moderate didactic coherence. The Hungarian teachers presented a high cognitive complexity supported by high levels of didactic coherence in contrast with the Spanish teachers comprising low cognitive complexity allied to low didactic coherence.

Few cross-national studies focused on teacher knowledge. Large-scale study conducted by University of Michigan examined mathematical content and pedagogical content knowledge of in-service teachers from 17 countries including USA and Russia (Tatto & Senk, 2011; Tatto, 2013). The development of the items for TEDS-M study was informed by MT21 knowing mathematics for teaching (Ferrini-Mundy, Floden, McCrory, Burril, & Sandow, 2005) and learning mathematics for teaching frameworks (Hill, Ball, and Schilling, 2008). The nature of mathematics teacher knowledge, conceptual representation and curriculum materials were examined by Ma (1999) to explain differences in students' performance in the U.S. and China. An, Kulm, and Wu (2004) studied the PCK of middle school teachers (n=61) in the U.S. and China. They found that mathematical PCK differs since Chinese teachers emphasize developing procedural and conceptual knowledge through traditional teaching practices while their counterparts in the U.S. focus on promoting creativity and inquiry through activities designed to develop student's understanding of mathematical concepts. Sorto et al. (2009) administered surveys that measured teachers' content knowledge (n=385) in Costa Rica and Panama and found that teachers in both countries focus more on knowing rules and procedures than on making connections and reasoning.

The literature review indicates that there is a need to conduct more cross-national studies on in-service teachers' knowledge and its potential impact on students' learning and achievement in mathematics.

Methodology

The proposed study is based on the assessment framework used by TIMSS (Mullis et al. 2012). In this section we will describe the study participants, the instrument as well as data collection and data analysis procedures.

Participants. The sample of this study consisted of lower secondary mathematics teachers from US (grades 6-9, N=102) and Russia (grades 5-9, N=97). The US teacher-participants were selected from urban public middle schools in the Southwestern part of the country. Teacher sample demographic information was self-reported by participating teachers. In terms of gender distribution, 55% of teacher participants were females and 45% - males. Most of the US participants (64%) had 1-5 years of teaching experience. Additionally, 62% of the teacher sample received their teaching certificate through traditional teacher preparation programs and 38% of participating teachers were certified through alternative programs. The Russian teacher-participants were selected from urban public secondary schools in the Volga region. Russian participating teachers had attained a secondary mathematics teacher preparation Specialist's degree¹, which allowed them to teach in secondary schools (grades 5-11). Majority of participating teachers were females (89%). The sample was composed by 78% of teachers who have more than 10 years of teaching experience.

¹ In Russia, the secondary school consists of lower and upper levels: the lower secondary school includes grades from 5 to 9, and grades 10-11 are part of the upper secondary school.

Instrument. The instrument used in this study was the Teacher Content Knowledge Survey. It was designed to assess teacher content knowledge based on the three cognitive domains: Knowing, Applying, and Reasoning. The TCKS survey consisted of 33 multiple choice-items topics addressing main objectives of lower secondary mathematics curriculum: Number, Algebra, Geometry, Data and Chance. The instrument was field-tested. The alpha coefficient technique (Cronbach, 1951) was utilized to evaluate the reliability of the teacher content knowledge survey. “The value of the coefficient of .839 suggests that the items comprising the TCKS are internally consistent” (Author, 2011).

Data Collection. This study implemented data collection procedures at two different levels: (a) teacher and (b) student level. At the teacher level data - measurement of teachers' knowledge was conducted using the TCKS instrument. Each teacher was given 90 min to complete the survey and they were allowed to use graphic calculators during the survey. Along with teachers' scores on the TCKS, teachers' demographic information such as: gender and ethnicity, years of teaching experiences, as well as other proxies for teacher content knowledge (i.e., mathematics coursework) were also collected. Secondary level student data was obtained through TIMSS-2011 study (Mullis et al. 2012).

Data Analysis. In correspondence with the research questions, data analysis was performed using the following two major statistical techniques: (a) correlation analysis using standard ordinary least square (OLS) method: the selection of this parametric technique was determined based on the key research question of the study (parallels between teacher knowledge and student achievement), nature of the interval type of data used for teacher knowledge and student performance scores; and (b) non-parametric techniques (chi-square test of goodness of fit) was selected to measure the variance between independent groups of the same (not normal) distribution with arbitrary sample sizes of each group. The selection of this test was also based on the ordinal (ranked) nature of data for content and cognitive domains of teacher knowledge and student performance.

Results and Conclusions

In this section, we first analyze teacher knowledge data by content domain, then we analyze teacher data by cognitive domain, and finally we analyze parallels between student and teacher performance within and between countries.

The results reported on teacher content knowledge show that the US teachers' highest mean score was obtained on Number domain – 623 and lowest on Geometry domain - 514 (see Table 1) while Russian teachers' highest mean score was obtained on Algebra domain – 728 and lowest on Data and Chance domain – 387 (see Table 2). Moreover, we found that the US teachers' highest mean score was obtained, as expected, on Knowing domain – 734 and lowest on Reasoning domain - 495 (see Table 3). Russian teachers' highest mean score was obtained, as expected, on Knowing domain – 760 and lowest, unexpectedly, on Applying domain - 504 (see Table 4).

Placed on the same scale, US teachers' and students' performance on Content Domain closely parallel each other (Pearson's $r=0.8115$, $p<0.05$) (see Table 5) whereas Russian teachers' and students' performance significantly parallel each other (Pearson's $r=0.9526$, $p<0.01$) with unexpected “reverse” results on Data and Chance (see Table 6). Also, we found the US teachers' and students' performance on Cognitive Domain significantly parallel each other (Pearson's $r=0.9993$, $p<0.01$) whereas correlation between Russian teachers' and students' performance is adequate but not significant (Pearson's $r=0.7168$).

Moreover, we identified that there is no significant difference between Russian and US teachers' knowledge on Number and Geometry domains (*Chi-square* 0.347 $p>.05$ and *Chi-square* 1.293 $p>.05$) (see Table 7). However, there is a statistically significant difference between Russian and US teachers' knowledge on Algebra domain (in favor of Russian teachers; *Chi-square* 6.311 $p<.05$) and Data and Chance domain (in favor of US teachers; *Chi-square* 8.003 $p<.05$) (see Table 7). This finding closely parallels the US and Russian students' performance on TIMSS with a statistically significant difference on Algebra domain (in favor of Russian students) and a difference on Data and Chance domain (in favor of US students).

Also, this study reported that there is no significant difference between Russian and US teachers' knowledge on Knowing and Applying cognitive domains (*Chi-square* 1.707 $p>.05$ and *Chi-square* 0.008 $p>.05$) whereas there is a statistically significant difference on Reasoning domain (in favor of Russian teachers; *Chi-square* 19.117 $p<.05$) (see Table 8). This finding parallels (not significantly though) the US and Russian students' performance on TIMSS' cognitive domain.

We are cognizant of the limitations concerning the use of secondary data (TIMSS data). Teacher selection was conducted using convenient sampling technique that influences generalizability of the study results. Moreover, there is no cluster matching between teachers participating in the study and students tested in TIMSS.

Significance. Despite the limitations, the study main results suggest that student performance on international tests could be explained by teacher knowledge. The study also presents opportunities for comparing, sharing, and learning about issues in cross-national context in US and Russian teacher education, training and development. Moreover, cross-national study on teacher knowledge may inform the field on priorities placed on lower secondary mathematics teachers' knowledge in USA and Russia by content and cognitive domains.

References

1. An, S. Kulm, G., and Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school, mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(2), 145-172.
2. Andrews, P. (2009), Comparative Studies of Mathematics Teachers' Observable Learning Objectives: Validating Low Inference Codes. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), pp. 97-122.
3. Cai, J., Ding, M., and Wang, T. (2014). How do exemplary Chinese and U.S. mathematics teachers view instructional coherence?, *Educational Studies in Mathematics* 85(2), p.265-280
4. Cai, J., & Wang, T. (2010). Conceptions of effective mathematics teaching within a cultural context: Perspectives of teachers from China and the United States. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(3) p. 265-287.
5. Cronbach, L. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of the tests. *Psychometrika*, 16(3), 297-334.
6. Ferrini-Mundy, J., Floden, R. E., McCrory, R., Burrill, G., & Sandow, D. (2005). *Knowledge for teaching school algebra: Challenges in developing an analytic framework*. East Lansing, MI: Michigan State University, Knowledge of Algebra for Teaching Project.
7. Hemmi, K., & Ryve, A. (2015), Effective mathematics teaching in Finnish and Swedish teacher education discourses, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), p. 501-521.
8. Hill, H., Ball, D., & Schilling, S. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*. 39(4), 372-400.
9. Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
10. Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *The TIMSS 2011 International Results in Mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
11. Robitaille, D.F. & Travers, K.J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 687-709). New York: Macmillan Publishing Company.
12. Sorto, M., Marshall, J., Luschel, T., and Carnoy, M. (2009). Teacher knowledge and teaching in Panama and Costa Rica: A comparative study in primary and secondary education. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa*, 12(2), 251-290.
13. Stigler, J.W. & Perry, M. (1988). Cross-cultural studies of mathematics teaching and learning: Recent finding and new directions. In D. Grouws & T. Cooney (Eds.), *Effective mathematics teaching directions* (pp. 194-223). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
14. Tatto, M. & Senk, S. (2011), The Mathematics Education of Future Primary and Secondary Teachers: Methods and Findings from the Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M), *Journal of Teacher Education*, 62 (2), 121-137
15. Tatto, M.T. (Ed.). (2013). *The Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries*. Technical report. Amsterdam: IEA.
16. Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher content knowledge, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76(2), 141-164.
17. Tchoshanov, M., Cruz, M., Huereca, K., Shakirova, K., Shakirova, L., Ibragimova, E. (2017). Examination of lower secondary mathematics teachers' content knowledge and its connection to students' performance. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 683-702.
18. Wagner, S., Lee, H., & Ozgun-Koca, S. (1999), A comparative Study of the United States, Turkey, and Korea: Attitudes and Beliefs of Preservice Mathematics Teachers towards Mathematics, teaching mathematics, and their teacher preparation programs. *Proceedings of the Annual Meeting of Association of Mathematics Teacher Educators*. Chicago, IL. January, P.13
19. Wang, J., & Lin, E. (2005). Comparative Studies on U.S. and Chinese Mathematics Learning and the Implications for Standards-Based Mathematics Teaching Reform. *Educational Researcher*, 34(5) pp. 3-13.

Tables

Table 1. US Teachers' means scores by Content Domain

Content Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Number	623	20.3129	205.1512	40.296
Algebra	563	23.2356	234.6679	46.093
Geometry	514	25.4349	256.8802	50.456
Data and Chance	593	20.9738	211.8252	41.606

Table 2. Russian Teachers' means scores by Content Domain

Content Domain	Mean	Stand. Error	Stand. Deviation	Conf. Level (95%)
Number	656	106.5819	319.7456	23.873
Algebra	728	82.8841	248.6523	30.648
Geometry	586	72.7004	218.1013	45.505
Data and Chance	387	125.0891	306.4044	35.844

Table 3. US Teachers' means scores by Cognitive Domain

Cognitive Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Knowing	734	19.7673	197.6733	39.2226
Applying	505	20.7101	207.1015	41.0934
Reasoning	495	23.8130	238.1303	47.2502

Table 4. Russian Teachers' means scores by Cognitive Domain

Cognitive Domain	Mean	SE	SD	Conf. level (95%)
Knowing	760	14.2486	135.1745	28.3117
Applying	504	12.7961	121.3950	25.4257
Reasoning	593	17.7406	168.3028	35.2503

Table 5. US Teachers' and Students' Performance by Content Domain

Content Domain	Number	Algebra	Geometry	Data & Chance
Teachers	623	563	514	593
Students	514	512	485	527

Table 6. Russian Teachers' and Students' Performance by Content Domain

Content Domain	Number	Algebra	Geometry	Data & Chance
Teachers	656	728	586	387
Students	534	556	533	511

Table 7. Russian and US Teachers' Knowledge by Content Domain

Content Domain	Number	Algebra	Data and Chance	Geometry
Russia	656	728	387	586
USA	623	563	593	514
Chi-square	0.347	6.311*	8.003**	1.293
p-value	0.5558	0.0119	0.0047	0.2555

Table 8. Russian and US Teachers' Knowledge by Cognitive Domain

Cognitive Domain	Knowing	Applying	Reasoning
Russia	760	504	593
USA	734	505	495
Chi-square	1.707	0.008	19.117**
p-value	0.1914	0.9287	0

УДК 378.147:515.12

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ АКСИОМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

**Ермаков В. Г., доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент,
Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины, Гомель, Беларусь
vgermakov@gmail.com**

Аннотация. Рассмотрены проблемы применения аксиоматического метода в математике и в системе математического образования. На примере общей топологии очерчена схема локального обращения аксиоматической теории. Описаны специальные методы управления образовательными процессами и функции текущего контроля, ориентированные на разрешение проблем, порождаемых глубокой неоднородностью математического знания.

Ключевые слова: математическое образование, аксиоматический метод, сингулярная теория управления и контроля.

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL ASPECTS OF APPLYING THE METHOD OF AXIOMATIZATION IN MATHEMATICS TRAINING

**V.G. Ermakov, doctor of pedagogical sciences, candidate of
physical and mathematical sciences, the associate professor,
The Gomel state university of F.Skorina, Gomel
vgermakov@gmail.com**

Abstract. Problems of applying axiomatization to mathematics and mathematical education are considered. Through the example of the general topology the diagram of the local conversion of the axiomatic theory is contoured. Specific methods of controlling educational processes and the functions of the current monitoring aimed at solving the problems generated by fundamental inhomogeneity of mathematical knowledge are described.

Keywords: mathematical education, method of axiomatization, singular control theory.

Аксиоматический метод уже более двух тысяч лет используется и при построении математических теорий, и при обучении математике, однако проблемы, порождаемые этим методом, не только не решены, но и усиливаются. При этом в настоящее время поиск решения этих проблем становится очень важным и в методологическом отношении. Ранее в статье [5] и других работах нами было показано, что стремительно меняющиеся условия современной жизни усиливают кризисные явления в системе образо-

вания главным образом потому, что своей многогранностью они нарушают хрупкое равновесие между простотой педагогических теорий и сложностью описываемых ими процессов. Отсюда следует, что для противодействия разрушительным тенденциям в развитии образования необходимо, по меньшей мере, расширить класс рассматриваемых моделей управления образовательными процессами и соответственно расширить функции текущего контроля. Представленный в данной статье анализ психолого-педагогических аспектов применения аксиоматического метода позволяет указать некоторые конкретные способы адресного и дозированного усложнения методов управления и контроля.

Оценки проблемных моментов в использовании аксиоматического метода при обучении математике отличаются друг от друга очень сильно. Так, согласно широко распространенным представлениям, «аксиомы – это то, что не требует доказательств», и якобы поэтому помогать учащимся в этом месте не нужно. Подпитывает эти представления предложенная Аристотелем трактовка начал «доказывающей» науки, «как состоящих из первых, непосредственно необходимых, самоочевидных, истин и непосредственно (без объяснения) понятных, первичных, понятий» [14, с. 72]. Однако оставлять начала без доказательств вынуждает логика построения теории, а вовсе не их «самоочевидность», которой может и не быть. И когда при строгом следовании аксиоматическому методу изложение математической теории начинают с немотивированного определения, то это зачастую создает читателю такие психологические трудности, которые, по словам В.И. Арнольда, «почти непреодолимы для нормального человека» [1, с. 118].

Наличие столь мощной преграды для тех, кто начинает изучать такую теорию, легко обнаружить и по ведению самих математиков. А.Г. Глухов в своем очерке «О началах геометрии (г. Лобачевского)» отмечает, что, хотя геометрия Евклида и господствовала в математике свыше двух тысяч лет, но пятый постулат о параллельных «не представлялся математикам столь очевидным, как другие, и они упорно пытались доказать его» [3]. Приведенный в очерке длинный список имен тех, кто занимался его исследованием, венчают слова Гаусса о том, что «в области математики найдется мало вещей, о которых было бы написано так много, как о проблеме в начале геометрии при обосновании теории параллельных линий... по существу, за 2000 лет мы не ушли в этом вопросе дальше, чем Эвклид» [3]. Причину особого отношения к данному постулату на протяжении всего времени его использования М. Клайн объясняет так: «Евклид явно боялся предположить, что могут существовать *бесконечные* прямые, которые никогда не пересекаются: *любое* утверждение о бесконечных прямых не подкреплялось опытом, в то время, как аксиомы по определению должны быть самоочевидными истинами о физическом мире» [10, с. 94]. Н.И. Лобачевский, который внес решающий вклад в исследование проблемы пятого постулата, писал, что «никакая Математическая наука не должна бы начинаться с таких темных понятий, с каких, повторяя Евклида, начинаем мы Геометрию, и что нигде в Математике нельзя терпеть такого недостатка строгости, какой принуждены были допустить в теории параллельных линий» [12, с.185]. И это не единственный выявленный изъян в построении начал геометрии.

Еще одну грань проблем, порождаемых аксиоматикой геометрии, установила С.А. Яновская, отметив, что «вокруг начал (принципов) геометрии велись уже в античной древности ожесточенные споры. В Древней Греции существовали фактически, по меньшей мере, три разных подхода к геометрии, мы сказали бы три разные системы геометрии: (1) Система Демокрита... (2) Система Анаксагора... (3) Система Евклида...» [14, с. 81]. Анализ этих споров привел Яновскую к выводу о том, что их объективной причиной стали трудности, связанные с математическим выражением непрерывности. На решение этой проблемы математикам тоже потребовалось два тысячелетия.

Таким образом, идеал, сформулированный Аристотелем, не был достигнут даже в начале истории аксиоматики. Ближе к истине оказываются слова А. Пуанкаре: «Математики не уничтожают препятствия, мешающие им, но просто отодвигают их за границы своей науки» [2, с. 6]. Цель этих усилий понятна – сделать саму теорию более строгой и упорядоченной, но достигается она с издержками – трудные и нерешенные проблемы теории концентрируются в ее пограничном слое. «Кажется, трудность понятий, – пишет Н.И. Лобачевский, – увеличивается по мере их приближения к начальным истинам в природе; также, как она возрастает в другом направлении, к той границе, куда стремится ум за новыми познаниями» [12, с.185].

В последнее время контраст между внутренней упорядоченностью теории и остротой нерешенных пограничных проблем, в том числе педагогических, усилился многократно. Справедливость этого тезиса наглядно демонстрирует пример симлектической геометрии, которая сформировалась в итоге длительного развития механики, вариационного исчисления и т.д. Для краткости данную геометрию излагают теперь аксиоматическим методом, который позволяет опустить долгий исторический путь ее развития. По словам В.И. Арнольда, «сущность этого метода состоит в том, чтобы превращать теоремы в опреде-

ления. Содержательная часть теоремы становится тогда мотивировкой определения» [2, с. 70]. Без помощи педагога восстановить столь масштабную предысторию исходных понятий теории учащийся не может, поэтому о какой-либо самоочевидности этих начал речи уже не может быть в принципе.

Данный пример не является исключительным. Это видно по тому, что для облегчения первой встречи с такими теориями авторы часто в своих монографиях по математике помещают главу «Предварительные сведения», а сверх этого приводят высказывание П. Халмоза: «Начинающий не должен смущаться, если у него не хватает предварительных знаний даже для чтения предварительных сведений».

Психолого-педагогические аспекты оказания помощи индивиду в неформальном усвоении начал теории, построенной аксиоматически, обсудим на примере общей топологии, которая до объединения с курсом дифференциальной геометрии была в системе высшего математического образования самостоятельным учебным предметом и вызывала у студентов большие трудности. В связи со сложившейся традицией применения аксиоматического метода в преподавании математики время на обстоятельную пропедевтику исходных понятий теории не было предусмотрено. Поэтому для проведения в интересах индивида локального обращения теории соответствующая пропедевтическая программа должна быть максимально короткой. Как известно, в благоприятной учебной ситуации эту программу можно свести к одной-единственной теореме для метрических пространств, а именно, к доказательству того, что отображение одного метрического пространства в другое непрерывно тогда и только тогда, когда прообраз любого множества, открытого во втором пространстве, открыт в первом пространстве. Этот факт помогает увидеть, что систему открытых множеств рассматривают в качестве исходного понятия общей топологии не потому, что она «непосредственно понятна», а для того, чтобы сгруппировать накопленные сведения вокруг наиболее ценных достижений предшествующей теории непрерывных отображений.

Для педагогической поддержки перехода от метрических пространств к топологическим опора на такие частные факты важна еще и в силу общих тенденций трансформации математического знания. Дело в том, что для объединения расширяющегося поля сведений приходится использовать понятия с более широким объемом (т.е. классом обобщенных в понятии предметов) и одновременно с более узким содержанием (т.е. совокупностью признаков, по которым произведено выделение предметов в данном понятии). Если ориентироваться на совокупность признаков, то понятия «топология» и «метрика» никак не связаны друг с другом, поскольку в первом случае соответствующая совокупность касается системы подмножеств исходного множества, а во втором случае она касается свойств некоторой числовой функции. Следовательно, при формальном изучении этих понятий представления студентов могут остаться фрагментарными и осмысления перехода от одного понятия к другому именно как обобщения не будет. Но если привлечь внимание студентов к открытым множествам в метрическом пространстве, порождаемым метрикой, то с точки зрения объема понятий факт и способ обобщения станут очевидными.

В силу ряда причин благоприятная учебная ситуация при обучении математике давно стала редкостью, поэтому многим студентам приходится оказывать помощь и в осмыслении понятия метрики, которое тоже является понятием высокого уровня абстракции. Развернутая программа такой помощи описана в статьях [6] и [7]. Принципы построения этой программы в значительной мере определяются дефицитом времени на ее реализацию. Благодаря этому описание названных принципов упрощается.

Во-первых, из-за того, что пропедевтическую лестницу опорных фактов нужно строить с прицелом на ее минимизацию, каждый из этих фактов приобретает особую ценность и потому должен быть усвоен студентами на максимальном уровне качества. В противном случае осмысление организуемого педагогом перехода на новый уровень обобщения застынет на промежуточном рубеже. В свою очередь, это условие влечет за собой необходимость внесения изменений в систему текущего контроля.

Во-вторых, любой набор опорных фактов для кого-то из студентов окажется избыточным, а для кого-то – недостаточным. Педагогу придется самому принимать решение о том, в каком случае программе помощи нужно расширить, а в каком, напротив, завершить ее реализацию досрочно. Отсюда, в частности, следует, что оптимизация учебного процесса не может достигаться без активного участия педагога при любом уровне технологизации этого процесса.

В-третьих, малый объем вспомогательного материала может сделать всю программу бесполезной из-за недостаточной связности текстов и пропусков в обосновании утверждений. Поэтому при оценке хода и итогов реализации пропедевтической программы нужно опираться не на знания, умения и навыки, а на такие трудно формализуемые критерии, как степень осмысления отдельных понятий и фактов, готовность и способность конкретного студента к восполнению пропущенных деталей и к дальнейшему самостоятельному изучению данного курса. Осуществить диагностику таких аспектов обучения может

только педагог, поэтому в системе текущего контроля нужно заранее предусматривать мероприятия, основанные на диалогах между педагогом и студентами.

В-четвертых, воспрепятствовать достижению поставленных целей могут также пробелы в предшествующей подготовке студентов по сопутствующим вопросам, касающимся, например, теории множеств, общих свойств отображений, понятия непрерывного отображения и т.п. Если педагог отважится не отступать перед этим «девятым» валом вскрывающихся проблем, то рассматриваемую программу пропедевтики придется дополнять набором подпрограмм корректирующего обучения по смежным направлениям, определяя их необходимый объем по ходу учебного процесса.

Эти, во многом вынужденные, шаги задают следующую схему педагогической поддержки студентов при изучении ими начал топологии и в целом понятий высокого уровня абстракции. Центральное место в ней занимает последовательность опорных фактов, реализующая искомое локальное обращение аксиоматической теории. Важную роль играют также вспомогательные задания с иной направленностью, которые призваны готовить фундамент для обобщений, восполнять пробелы в подготовке, корректировать различные технические навыки вплоть до перестройки учебной деятельности студентов. Фактически эти задания должны образовать защитную (трубчатую) окрестность основной пропедевтической линии и блокировать влияние побочных проблем на формирование требуемых представлений.

В том, что в программу пропедевтики начал топологии приходится привлекать такой большой объем материала, нет ничего удивительного, поскольку они сами и возникли в результате многоступенчатого сжатия обширного поля сведений. В связи с этим напрашивается аналогия со сверхмассивными черными дырами, открытыми в центре большинства галактик, и аналогия с теорией о том, что эти дыры формировались и развивались во взаимосвязи с окружающими их галактиками. Отмеченная выше многовековая активность математиков в осмыслении начал евклидовой геометрии и острые проблемы «распредмечивания» начал современных математических теорий подтверждают, что понятия высокого уровня абстракции, как и названные объекты во вселенной, индуцируют в своей окрестности бурные процессы и взаимодействия.

Такой взгляд на ситуацию позволяет прийти к общему выводу о том, что имеющиеся модели управления образовательными процессами должны быть дополнены специальными моделями управления в окрестности названных сингулярностей информационного пространства. Несмотря на локальный характер этих дополнений их влияние на образовательные процессы может быть очень большим. Некоторые каналы такого влияния уже достаточно ясны.

Так, строгий контроль за качеством обоснования основных утверждений из коррекционно-пропедевтической программы дает студентам возможность на собственном опыте увидеть, что опора на связи между фактами способствует сжатию материала во внутреннем плане и формированию профессиональной памяти. Как показано в статье [8], названная направленность контроля содействует также формированию профессионального внимания.

Построение укороченной пропедевтики сложных понятий дает педагогу и повод, и цель, и опыт использования сильно связанных последовательностей задач, а затем и опыт компоновки «трубчатых» окрестностей для этих последовательностей. Значение этого опыта очень велико. По словам Г.В. Дорофеева, «проблема систематизации приемов варьирования задач, создания циклов задач различного назначения является весьма актуальной для совершенствования процесса обучения будущих учителей, но исключительно сложна как в теоретическом, так и в практическом плане» [4, с. 39]. В рассматриваемом случае все упрощается вследствие того, что фактор времени делает коридор для выбора вариантов очень узким. Попутно отметим, что варьирование задач позволяет осуществить операционализацию известного принципа системы Л.В. Занкова – принципа обучения на высоком уровне трудности [9].

Так как силовое поле понятия высокого уровня абстракции во многом само предопределяет последовательность педагогических действий, то можно рассчитывать, что педагогу, отважившемуся на проведение глубоких коррекционно-пропедевтических мероприятий, благодаря их адресному характеру, будет сопутствовать успех, который, в свою очередь, укрепит творческую активность педагога и облегчит ему выбор эффективных методов дальнейшей работы. Как было показано выше, начала аксиоматической теории сродни Двумикуму Янусу: одной своей стороной они в буквальном смысле обращены в прошлое, а другой – в будущее. И если педагог ради пропедевтики этих начал на время вернется вместе с участниками учебного процесса в далекое прошлое теории, то и ради учащегося, отставшего от программы, он сможет вернуться с ним по цепям связей между фактами на несколько ступеней назад – с уверенностью в успехе и в последующем ускорении учебного процесса.

Этот режим управления с переключением приоритетных направлений в действиях педагога принципиально актуален по нескольким причинам. Во-первых, он хорошо согласуется со структурой математического знания. Г. Вейль в своем докладе от 3 декабря 1929 г. привел такие слова Ф. Клейна: «Знание начинается, так сказать, в середине и теряется в неизвестности не только вверх, но и вниз. Наша задача – рассеивать тьму в обоих этих направлениях» [11, с. 424]. Очевидно, эти слова нужно адресовать не только математикам, но и тем, кто ее преподает. Во-вторых, включение в учебный процесс большого числа корректирующих мероприятий позволяет в управлении образовательными процессами перейти от идеала абсолютной устойчивости, который в современных условиях уже не достижим, на динамический тип устойчивости, который для своей поддержки требует активных усилий со стороны педагога.

Вопреки ожиданиям, трудные проблемы, порожденные началами математических теорий, создают хорошую основу для педагогики сотрудничества. В этом месте педагог не может не прийти на помощь учащемуся, а учащийся не может от нее отказаться. Из-за узкого коридора возможностей им приходится тесно согласовывать свои действия, а успех, который может быть только общим, позитивно скажется в дальнейшем на обеих сторонах взаимодействия. Именно наличие хорошо различимого и сложного препятствия удерживает учащегося на достаточно высоком уровне активности и позволяет ему накапливать позитивные эффекты от каждого шага коррекции – в духе энергетической накачки лазера. Для педагога этот локальный эпизод учебного процесса ценен проявляющимся каскадом зависимостей, которые соединяют чисто методические аспекты обучения конкретному разделу математики и методологические аспекты управления образовательными процессами на основе нелинейных и стохастических моделей.

Эффективность предложенного способа решения проблем, порожденных использованием аксиоматического метода, подтверждается многочисленными результатами его практического применения и хорошим согласованием полученных выводов с разработанной А.Г. Мордковичем концепцией профессионально-педагогической направленности специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте [13].

Литература

1. Арнольд В.И. Математика с человеческим лицом / В.И. Арнольд // Природа. – 1988. – № 3. – С. 117-119.
2. Арнольд В.И. Теория катастроф / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1990. – С. 128.
3. Глухов А.Г. Книги, пронизывающие века / А.Г. Глухов. – К.: Рад. школа, 1979. – 152 с.
4. Дорофеев Г.В. О составлении циклов взаимосвязанных задач / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1983. – № 6. – С. 34-39.
5. Ермаков В.Г. Социально-культурные и методологические аспекты развивающегося образования / В.Г. Ермаков, Н.Н. Нечаев // Вестник МГЛУ. Сер. «Педагогические науки». – Вып. 562. – Сб. «Психолого-педагогические проблемы развития образования». – М.: ИПК МГЛУ «Рема», 2009. – С. 46-65.
6. Ермаков В.Г. Функции и структура задач при локальном обращении аксиоматических теорий / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2012. – № 2(72). – С.45-52.
7. Ермаков В.Г. Современные проблемы оптимизации процесса обучения и информационные технологии // Современные образовательные Web-технологии в системе школьной и профессиональной подготовки: сборник статей участников Международной научно-практической конференции (25-27 мая 2017 г.). – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2017. – С. 13-18.
8. Ермаков В.Г. Методологические проблемы построения эффективных образовательных технологий и психология внимания / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2015. – № 5(92). – С. 15-18.
9. Ермаков В.Г. О проблемах и способах операционализации дидактической системы Л.В. Занкова / В.Г. Ермаков // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2017. – № 2(101). – С. 14-18.
10. Клайн М. Математика. Утрата определенности / М. Клайн. – М.: Мир, 1984. – 434 с.
11. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в XIX столетии: В 2 т. Т.1 / Ф. Клейн. – М.: Наука, 1989. – 456 с.
12. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений. Т. 1. Сочинения по геометрии. Геометрические исследования по теории параллельных линий. О началах геометрии / Н.И. Лобачевский. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1946. – 415 с.
13. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте / А.Г. Мордкович. – Дисс. ... докт. пед. наук. – М., 1986. – 355 с.
14. Яновская С.А. Из истории аксиоматики / С.А. Яновская // Историко-математические исследования. – Вып. XI. – М.: Физматгиз, 1958. – С. 63-96.

СОВРЕМЕННЫЙ ПОДХОД К КАЧЕСТВУ ОБРАЗОВАНИЯ И ОЦЕНКЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Липатникова И. Г., доктор педагогических наук, профессор,
заведующая кафедрой теории и методики обучения математике,
Институт математики, информатики и информационных технологий,
Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург
lipatnikovaig@mail.ru**

Аннотация. В статье рассматривается идея современного подхода к качеству образования и оценке метапредметных результатов обучения. Обосновывается приоритетность оценивания качества образования, что позволяет раскрыть его новое понимание с позиции метапредметного обучения математике.

Ключевые слова: качество образования, оценивание, метапредметность, формирующее оценивание, критериальное оценивание.

A MODERN APPROACH TO EDUCATION QUALITY AND THE ASSESSMENT OF INTERDISCIPLINARY LEARNING OUTCOMES MATHEMATICS

**I.G. Lipatnikova, doctor of pedagogical sciences, professor,
head of department of theory and methodology of teaching mathematics,
Institute of mathematics, informatics and information technologies,
Ural state pedagogical university, Ekaterinburg
lipatnikovaig@mail.ru**

Abstract. The article discusses the idea of the modern approach to education quality and the assessment of interdisciplinary learning outcomes. The author substantiates the priority of evaluating the quality of education that allows you to reveal his new understanding from the position of interdisciplinary learning math.

Keywords: quality of education, evaluation, meta-subject, formative assessment, criterion assessment.

В последнее время в российском обществе самой обсуждаемой проблемой на всех уровнях становится вопрос о качестве школьного образования и управления им. На первый взгляд, кажется, что все это просто, искусственно надуманно, ибо уже несколько десятков лет мы только тем и занимаемся, что боремся за качество образования, за его постоянное повышение. Вместе с тем указанная проблема вызывает яркую полемику в различных кругах общества. Важность и своевременность ее описывается в различных литературных источниках, где авторы занимают альтернативные позиции по поводу понимания качества образования.

По мнению В.А. Болотова [3], качество образования – это комплексный показатель, объединяющий все этапы обучения, развития и становления личности, условий и результатов образовательного процесса, а также критерий эффективности деятельности образовательного учреждения, соответствие реально достигаемых результатов нормативным требованиям, социальным и личностным ожиданиям

В.И. Андреев [1] рассматривает качество образования как системную характеристику образования, зафиксированную в показателях и критериях оценки процесса и/или результата образовательной деятельности, на основе которых осуществляется оценка степени соответствия реального процесса и/или результата образовательной деятельности с реальной моделью, образовательным стандартом или ожидаемым результатом/

В свою очередь М.М. Поташник [10] определяет качество образование как соотношение цели и результата, мера достижения цели при том, что цели (результаты) находятся в зоне потенциального развития учащегося.

Как видим, качественное образование рассматривается с позиции целостности содержания, технологий обучения, методов контроля и оценки результатов на соответствие личностного развития жизненному самоопределению ученика и требованиям общества в новых социально –экономических условиях. Вместе с тем оно выступает одной из важнейших характеристик, определяющих конкурентоспособность

отдельных учебных заведений и национальных систем образования в целом. Следует заметить, что о значимости качественного образования говорилось еще на круглом столе Министров образования, организованном ЮНЕСКО в Париже в 2003 году, где речь шла о праве каждого человека на качественное образование [12]. В рамках данного обсуждения был определен подход, который предполагает изменения на двух уровнях. На уровне учащегося приводились доводы по поводу ориентации на имеющиеся знания, признания формальных и неформальных способов обучения, гарантий равенства возможностей и обеспечение безопасной и поддерживающей образовательной среды. На уровне системы образования обосновывалось выстраивание стратегий развития, нормативное обеспечение, распределение ресурсов и измерение результатов обучения. Предполагалось, что данные изменения внесут свои коррективы в контекст качества образования.

О качестве образования свидетельствуют и результаты TIMSS-2015 [3] (Trends in Mathematics and Science Study). По уровню математической грамотности среди восьмиклассников российские школьники набрали 538 баллов, что существенно выше среднего значения в 500 баллов. Это позволило им закрепиться в десятке лидеров, куда также вошли учащиеся из Сингапура, Кореи, Тайваня, Гонконга и Японии. Результаты остальных 32 стран оказались существенно ниже российских (среди них США, Англия, Венгрия, Австралия, Швеция).

Гарантия качества или управление качеством предполагает его оценивание, что обеспечивает и реализацию Федерального образовательного стандарта общего образования, согласно которому формируется новое понимание качества образования. В рамках его, основной задачей учебного процесса становится формирование креативности, умения работать в команде, проектного мышления и аналитических способностей, коммуникативных компетенций, толерантности и способности к самообучению, что обеспечивает успешность личностного, профессионального и карьерного роста будущих выпускников общеобразовательных школ. В связи с этим требования Федерального государственного образовательного стандарта общего образования сужают проблему оценки качества образования до оценки метапредметных результатов.

Метапредметность изначально заложена в диагностических материалах международных исследований. Оценивание предметных результатов сводится к оцениванию знаний и умений стандартами, что достаточно методически проработано в рамках общего образования. Оценивание личностных результатов сводится к диагностическим методикам по психологии и социальной педагогике, что также методически проработано и неоднократно апробировано. Метапредметные же результаты для отечественной системы образования относительно новое явление, поэтому и система оценивания таких результатов в настоящее время до конца не проработана.

Метапредметные результаты включают в себя освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности.

Такой подход раскрывает математику, по мнению Б.Д. Пайсона [9], как открытую систему, содержащую наряду с собственно предметной подструктурой другие равноправные подструктуры: развивающие, воспитывающие, обучающие, связи между которыми так же значимы, как и внутрипредметные содержательные связи. При этом автор выделяет составляющие образовательной области «Математика»:

- предметную, содержание которой задается стандартами обучения соответствующей предметной области (ПС);
- логическую, представляющую собой совокупность общелогических фактов, на основе которых происходит языковая и структурная организация учебного математического материала (ЛС);
- технологическую, включающую приемы и способы изучения определенного раздела математики (ТС);
- метапредметную, содержащую основополагающие математические идеи, раскрывающие методологию и специфику математической науки (МС);
- деятельностно-психологическую, включающую основные элементы познавательной деятельности, присущей данной области (ДС);
- общекультурную, содержание которой составляют знания о математике как о неотъемлемой части духовного богатства человеческой цивилизации (ОС)[].

Указанные компоненты характеризуют структуру развития личности учащегося в процессе обучения математике.

По мнению Г.В. Дорофеева [5], «главная задача не изучение основ математической науки, как таковой, а общеинтеллектуальное развитие – формирование у учащихся в процессе изучения математики качеств мышления, необходимых для полноценного функционирования человека в современном обществе, для динамичной адаптации человека к этому обществу». Эти слова характеризуют метапредметность математической науки.

Особенности оценки метапредметных результатов обучения связаны с природой универсальных действий. Следуя теории развивающего обучения В.В. Давыдова [4], каждое учебное действие является способом формирования мотива учебных действий и «шагом» достижения поставленной цели. Это позволяет превращать учебные действия в универсальные действия. При этом формируемые понятия в процессе обучения становятся предметом (объектом) преобразующей деятельности ребенка и средством реализации задачи развития. Концепция универсальных учебных действий позволяет рассматривать их как «знание в действии», как способность использовать на практике полученные знания и навыки.

Результативность оценки метапредметных результатов обучения обеспечивается ее критериальной составляющей [6], которая позволяет раскрыть потенциал каждого учащегося на основе процедуры формирующего оценивания.

Под формирующим оцениванием понимается оценивание в процессе обучения, обеспечивающее анализ знаний, умений, ценностных установок учебного процесса, формирование коммуникативных умений учащихся, обратной связи об успехах и неудачах учащихся [8]. Приоритетной целью такого оценивания, по мнению группы разработчиков нового подхода к оцениванию, известная как группа реформирования оценивания (Assesment Refom Group), является мотивированность учащегося на дальнейшее обучение, создание индивидуальной образовательной траектории их развития, формирование навыков самооценки учащихся, планирование и прогнозирование индивидуальной деятельности самими учащимися. Процесс обучения непрерывен, соответственно, формирующее оценивание является тоже непрерывным.

Как видим, использование процедуры формирующего оценивания предусматривает непосредственное изменение структуры, форм, методов и средств учебного процесса, а также предполагает обосновывание необходимости критериальной основы процесса обучения математике [7].

С этой целью предлагаем алгоритм выявления критериев оценивания:

- определение конечных результатов обучения и универсальных учебных действий учащихся, формируемых на уроке;
- выбор методов (кейс-метод, синквейн, инсерт, кластер и т.д) и инструментария (индивидуальный лист, диаграмма достижений, рефлексивная карта), с помощью которых будет проходить овладение результатами обучения и универсальными учебными действиями;
- выделение формируемого действия;
- определение пошаговых операций выделенного действия;
- выделение критериев на основе пошагового действия;
- составление таблицы критериев.

Целенаправленное использование критериального оценивания в учебном процессе позволит учащимся стать активными участниками оценивания своих образовательных результатов; научиться оценивать самих себя с целью понимания того, что необходимо сделать для улучшения своих результатов обучения, а учителю позволит обеспечить качество образования в процессе обучения математике.

Литература

1. Андреев В.И. О гарантированности качества высшего образования и саморазвития конкурентоспособной личности // Ученые записки Казанского государственного университета. – Т.149. кн.1. – 2007. – С.61-69
2. Балясникова Л.А., Золотухина Н.Ф. Образование для всех: диалог с Юнеско // Вестник Герценовского университета. Народное образование. Педагогика. – 2011. – № 6. – С.3-6.
3. Болотов В. А., Вальдман И. А., Ковалева Г. С., Пинская М. А. Анализ опыта создания российской системы оценки качества образования. URL : http://iuorao.ru/images/jurnal/11_3/bolotov_2.pdf. (дата обращения 22.08.17).
4. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 544 с.
5. Дорофеев Г.В. Математика для каждого. – М.: Аякс, 1999. – 292с.
6. Кравцова И. Л., Пинская М. А. Критериальное оценивание входит в практику отечественной школы // Народное образование. – 2012. – № 2. – С. 163-168.

7. Липатникова И. Г. Современные средства оценивания результатов обучения: учебное пособие. Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2010. – 254 с.
8. Липатникова И.Г. Оценивание как диагностическая процедура формирования конечных результатов обучения по математике // Педагогическое образование в России. – 2016. – №7. – С. 177-182.
9. Пайсон Б.Д. Предметный и надпредметный аспекты логической составляющей образовательной области «математика» / Современные проблемы образования: вопросы теории и практики: коллективная монография / И.А.Баширова, Т.Л. Блинова, Э.К. Брейтигам и др.; под общ. ред. И.Г. Липатниковой. – Екатеринбург: УрГПУ, 2009. – 298 с.
10. Управление качеством образования: Практико-ориентированная монография и методическое пособие / под ред. М.М. Поташника – М.: Педагогическое общество России, 2000. – 448 с.

УДК 930

РОЛЬ НАСИРЕДДИНА ТУСИ В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Марданов Мисир Джумаил оглы,
член-корреспондент НАН Азербайджана, доктор физико-математических наук, профессор, директор Института математики и механики Национальной Академии Наук Азербайджана, Азербайджан, г. Баку
misir.mardanov@imm.az

Асланов Рамиз Муталлим оглы,
доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом «Научно-технической информации» Института математики и механики Национальной Академии Наук Азербайджана, Азербайджан, г. Баку
r_aslanov@list.ru

Аннотация. В статье раскрываются: история культурного развития Азербайджанского народа, краткая автобиография Н. Туси, его научное наследие и роль в развитии современной математики.

Ключевые слова: история, культура, понятие числа, геометрия, тригонометрия, обсерватория.

THE PART OF NASIR AL-DIN TUSI IN THE DEVELOPMENT MATHEMATICAL EDUCATION

Mardanov Misir Jumayil oglu,
corr.-member of ANAS, doctor of physic-mathematical sciences, professor, director of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Azerbaijan, Baku
misir.mardanov@imm.az

Aslanov Ramiz Mutallim oglu,
doctor of pedagogic sciences, candidate of physics-mathematical sciences, professor, head of the department of "Scientific and Technical information" of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, Azerbaijan, Baku
r_aslanov@list.ru

Abstract. The article notes some words, the history of cultural development of the Azerbaijan people, the brief autobiography of N. Tusi, his scientific legacy and role in the development of modern mathematics.

Keywords: history, culture, concept of number, geometry, trigonometry, observatory.

История культурного развития Азербайджанского народа составляет одну из ярчайших страниц истории социальной культуры Среднего Востока. Тяжёлая жизнь народных масс в период феодального строя, распространение религиозного фанатизма в массах, разбойные нападения иностранных захватчи-

ков на Азербайджанскую землю повлекли за собой задержку развития творческих сил народа, но несмотря на это Азербайджанский народ взрастил в своих рядах много выдающихся учёных, мыслителей и поэтов, которые прославились в мировой науке и культуре блестящими гениальными произведениями. Такие выдающиеся представители Азербайджанской и мировой поэзии как Хагани Ширвани (1126, Шемаха – 1199, Тебриз), Низамí Гянджеví (1141, Гянджа – 1209, Гянджа), Мухаммед Физули (1480, Кербела, Ак-Коюнлу – 1556, Кербела, эялет Багдад) завоевали славу во всём мире. Азербайджанские поэты Гатран Табризи (1012–1072), Фелеки Ширвани (1108, Шемаха – 1146, Шемаха), Имадеддин Насими (1369, Шемаха – 1417, Алеппо) и многие другие знамениты на Ближнем и Среднем Востоке. Эти выдающиеся сыновья Азербайджанского народа были не только поэтами, но и мыслителями, учёными с широким диапазоном знаний. Их богатое наследие и в первую очередь их бессмертные поэтические произведения доказывают, что они помимо высокого поэтического таланта обладали ещё глубокими и всесторонними знаниями.

Наряду с этим Азербайджанский народ завоевал славу в различных областях и вписал в историю мировой культуры ряд имён выдающихся учёных. Становление науки математики в Азербайджане имеет очень древнюю историю. Ещё в X веке именитый учёный из города Табриз-Табризи написал ряд ценных научных трудов по математике и астрономии. Великие мыслители XI века Абульгасан Бахманяр ибн Марзбан (... – 1066) и Хатиб Табризи (1030 – 1108), выдающийся астроном XII века Фаридаддин Али ибн Абдулкарим Ширвани, известный инженер и учёный Амираддин Масуд Нахчывани, врач и философ XII века возвращённый вблизи Халхала Афзаладдин Абдулмалик Хунджи создали ценные научные труды, дошедшие до наших времён.

Автор глубоких исследований, трудов в области философии, логики, литературы, языкознания и библиографии Хатиб Табризи преподавал в знаменитом Багдадском университете «Низамийя». Очень интересен тот факт, что произведения Хатиба Тебризи «Шархи-хамса» было переведено на языки Европейских народов и неоднократно издавалось. Астроном Фаридаддин Али Ширвани посвятивший многие годы своей жизни изучению астрономии составил ряд звёздных таблиц, что явилось стоящим подарком для науки его времени.

В XII-XIV вв. в Азербайджане наука, а главным образом астрономия, математика и исторические науки были развиты в высшей степени. Особо следует отметить выдающегося учёного того времени, основателя и руководителя построенной в 1258-1261 гг. обсерватории в Мараге Насиреддина Туси.

Мухаммед Насиреддин Туси (Абу Джафар Мухаммед ибн Мухаммед ибн Хасан Насиреддин ат-Туси) – великий азербайджанский математик, механик и астроном XIII века, чрезвычайно разносторонний учёный, автор сочинений по философии, географии, музыки, оптике, медицине, минералогии родился в городе Хамадане 18 (17) февраля 1201 году. Молодость свою он провёл в городе Туси, где он под наблюдением своего отца, знатного законоведа и богослова, получил первичное образование, а затем образованием Туси стали заниматься учителя школы Бахманьяра аль-Азербайджани и Абу Али ибн Сины. О своих детских и юношеских годах Насираддин Туси писал: «Воспитание моё прошло в окружении людей, которые были исламскими богословами и последователями шариата. Имена моих родственников были хорошо известны науке. Сначала воспитывался под их руководством и душой ощущая истинность ислама, я и не предполагал, что помимо этой религии может существовать какая-либо иная. Мой отец был мудрым человеком, получившим образование у своего дяди и последователя Даи ат-дуат Таджаддин Шахрастани. Он не переоценивал значения шариата и призывал меня приобретать знания в различных науках и внимать поучениям, как наших богословов, так и других религиозных учёных.» Вскоре Насиреддин Туси стал одним из учеников своего отца Афзал ад-Дина Каши Рахматоллаха, прозванного Кямаладдином Мохаммедом Хасебом. Под его руководством он начал изучать математику. Также в раннем возрасте он начал учёбу, изучив Коран, хадисы, шиитскую юриспруденцию, логику, философию, математику, медицину и астрономию. После смерти отца в поисках истины и для приобретения новых знаний он покинул родной дом. «Я не забыл слова отца ставшими для меня его духовным завещанием. Согласно ему, я стремился приобрести знания у всех учёных, с которыми мне приходилось встречаться», – писал Насираддин Туси в автобиографии. Н. Туси продолжал совершенствоваться в различных областях науки. Его учителями в разные времена были: в области математики, астрономии, тригонометрии и музыки – Кямаладдин Абдул Фаттах Муса Мосули; медицины и философии – Готбатдин Мисри; мусульманской юриспруденции – Шейх Моинаддин; логики – Фаридаддин Дамад; литературоведения и литературной критики – Абу Ас-Са'адат; мусульманского богословия – Шейх Борханаддин и Насиреддин Абуталиб Абулла и др. Насиреддин Туси обладал завидной эрудицией, прекрасно знал труды не только мыс-

лителей Востока, но Древнегреческих учёных в особенности Платона и Аристотеля. Полученные Туси всесторонние и глубокие знания позволили ему в скором времени завоевать авторитет в научной среде. Ещё в раннем возрасте Туси пристрастился к чтению, обладание феноменальной памятью позволяло ему запоминать всё, что он прочёл, увидел и услышал. Глубокий интеллект помогал ему выделить самое главное, суть вопроса и избавляться от бесполезного и ненужного. Его любимыми занятиями были придумывание новых шарад, составление теорем, конструирование и изготовление всяческих приборов и инструментов. Он интересовался изучением трудных научных вопросов.

Несмотря на то, что Туси является автором более ста серьёзных работ по математике, физике, медицине, философии, этике, логике и астрономии, исследователи считают, что, прежде всего, он был математиком.

Благодаря своему научному творчеству Туси обрел известность и славу во всем восточном мире и встал в один ряд с такими гениальными учеными как Абу Али ибн Сина, Абу Рейхан Бируни и Хамид аль-Ходженди. Авторы многотомной энциклопедии «Кембриджская история Ирана» проделали огромную работу по изучению наследия Туси. Б. Байли (манчестерский университет), А. Баузе (Неапольский институт Востоковедения), Я. Рыпка и другие учёные в своих статьях дали высокую оценку разносторонней научной деятельности Туси и широко осветили научные достижения созданной им марагинской обсерватории.

Насиреддин Туси, завоевавший славу во всём мире своими работами в области математики и астрономии, основал знаменитую школу математиков и астрономов на Среднем Востоке, многие представители которой снискали себе славу выдающихся учёных. Среди них следует отметить азербайджанцев Фахраддина Марагаи, Шамсадина Ширвани и др. Перевод оригинальных трудов Насираддина Туси на языки народов Европы и Азии оказал большое влияние на развитие математики и астрономии того времени. Знаменитый звёздный каталог Туси «Зидж Элхани» был создан на 300 лет раньше, чем такие же работы крупного датского астронома Тихо Браге (1546-1601). На основе его трудов Иоганн Кеплер (27 декабря 1571 года, Вайль-дер-Штадт – 15 ноября 1630 года, Регенсбург) создал небесную механику. Исаак Ньютон (25 декабря 1642, Вулстхорп-бай-Колстерворт, Линкольншир, Королевство Англия – 20 (31) марта 1726, Кенсингтон, Королевство Великобритания), опираясь на их труды, создал фундаментальные законы механики. Математические труды Туси многократно издавались в Италии, Англии, во Франции – главных центрах европейского Возрождения.

Понятия о непрерывных и дискретных величинах были ещё до Насиреддина Туси. Однако их взаимосвязи не были изучены и не учитывалось единство их противоречий. Наличие взаимосвязи между ними впервые показал Насиреддин Туси. В начале своего сочинения «О целом четырехстороннике» Насиреддин Туси отметил, что непрерывные величины можно понять только с помощью дискретных величин и наоборот, дискретные величины можно познать посредством непрерывных величин. Спустя 362 года после выдвижения им этой мысли учёный в области геометрии Кавальери повторяет её в своем письме Галилею: «Мне кажется, принцип величин является общим для непрерывных и дискретных величин».

Насиреддин Туси развивает понятие числа через отношения. Во второй редакции работы Туси «Тахрири Оглидис» на 109 странице он отмечает, что: «Если одна величина соизмерима с другой один раз, это равенство, если же соизмеримо несколько раз без остатка, это составляет отношение измеряемого к соизмеримому, если брать наоборот – слой. Если есть остаток, мы его измеряем с помощью других остатков. Если одна из двух величин соизмеряет другую ровно несколько раз это – рациональные величины, если одна из них не равна другой и нет такой третьей величины, способной измерить все три, то эти величины иррациональны».

Сравним это высказывание Насиреддина с нижеследующим высказыванием Исаака Ньютона.

И.Ньютон пишет: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлечённое отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу. Числа бывают трёх видов: целые, дробные и иррациональные. Числа, которые измеряются величинами это – целые числа, которые измеряются частью величины это – дробные числа, а те, которые не измеряются величинами, это – иррациональные числа».

Насиреддин Туси совершил огромную революцию в развитии понятия числа. Он впервые объяснил единицу в качестве числа и дал ей определение. «Число это количество, полученное из совокупности единиц. Число это нечто, стоящее в численном ряде, и поэтому я утверждаю, что единица также является

числом». Насиреддин Туси также считал числом сумму, полученную при вычитании двух чисел, и обосновал это математически.

Академиком З.И. Халиловым было отмечено, что мысли великого Насиреддина Туси, касающиеся теорий непересекающихся количеств и теорий чисел, оказали большое влияние на дальнейшее развитие математики и сыграли важную роль в подготовке таких серьезных открытий как переменные количества, дифференциальное и интегральное исчисление и строгое определение непрерывности, которые играют большую роль в обосновании современного математического анализа.

Одним из наиболее значительных вкладов Туси в мировую науку является создание знаменитой на всем Востоке Марагинской астрономической обсерватории, где работало более 100 учёных из разных народов (фарсы, арабы, иудеи, китайцы, монголы и многие другие), таким образом, уже в XIII веке Марагинская обсерватория была международным научным центром.

При обсерватории в Мараге функционировали библиотека для хранения 400 тысяч книг и школа для подготовки научных кадров. В то время по своей значимости эта обсерватория была известной в мире.

Обсерватория в Мараге закладывала основы многих научных новшеств. Например, историческим фактом является то, что в 1266 году выпускник школы в Мараге азербайджанец Керимеддин Салмас двумя веками раньше немецкого ученого Мартина Бохайма (1459 – 1507) изготовил глобус!

Научные и астрономические исследования, проводимые в обсерватории в Мараге, стали результатом появления в свет произведения «Астрономические таблицы Ильхани». В этом произведении приводились основные элементы геоцентрических орбит планет, их среднего вращения в сутки, которые оказались точнее, чем астрономические исследования 17-ого века. Кроме этого, в «Астрономических таблицах...» приводилось множество математических, астрономических и географических таблиц. Этим произведением Туси вписал себя в мировую астрономическую науку.

О существовании материка под названием Америка Туси заявил много раньше Колумба. Учитель Х. Колумба П. Тосканелли, оказывается, использовал таблицы Туси. Таблица была опубликована в Лондоне (1652) и в Оксфорде (1711) на арабском и латинском языках. В его произведении «Тахрир аль-Маджасты», которое является обработанным вариантом «Альмагеста» великого греческого ученого Клавдия Птолемея, корректируется теория движения планет внутри геоцентрической системы Птолемея. Известно около 150 трактатов и писем Насиреддина Туси, из которых двадцать пять, написаны на персидском, а остальные – на арабском языке. Существует даже трактат по геомантии, который Насиреддин Туси написал на арабском, персидском и тюркском, демонстрируя свое мастерство на всех трёх языках. Отмечается, что Насиреддин Туси знал и греческий.

Наследие Туси является сокровищницей энциклопедических знаний как для всего Ближнего и Среднего Востока, так же в равной степени и для Азербайджана, составной части Восточного мира, поскольку оно сыграло особую роль в формировании и развитии образа мышления Азербайджанского народа. Важнейшими особенностями мышления Туси являются научная глубина, энциклопедическая разносторонность и объем знаний. С его творчеством неразрывно связано развитие ренессансных черт в азербайджанской культуре XIII-XVI вв.: свойственная им устремленность к свободомыслию и свободолюбию, идеалу человеколюбия и справедливости, глубокая вера в неисчерпаемые силы человеческого разума, научного познания, в великие возможности творческой, практически-преобразующей деятельности человека – всё это от Насиреддина Туси, как и от других титанов азербайджанского ренессанса.

Этот гениальный азербайджанец – автор более 20 знаменитых научных трудов по математике и астрономии. Туси редактировал и корректировал труды Евклида, Архимеда, Автолика, Феодосея, Менелая, Апполония, Аристарха, Гипсикла, Птолемея и др., создал принципиальный подход к теории параллельных линий, создал плоскости сферической тригонометрии как самостоятельной дисциплины.

Насиреддин Туси имел большие заслуги в области физики, экономики, философии, медицины, географии, минералогии, этики, логики и т.д., написал более 100 научных произведений. Его произведения «Основания геометрии», «Книга Архимеда о шаре и цилиндре», «Трактат о полном четырёхстороннике» (Шаклул гита), «Начала», «Отражение и преломление света», «Оптика Евклида» интересны математикам, физикам; «Законы медицины» – медикам; «Изучение небесного свода» – астрономам; «Книга о ценных камнях» – минералогам; «О государственном финансировании» – экономистам; «Зидж Эльхани», «Избрание счастливых дней» – астрономам. Насиреддин Туси автор множества произведений о солнечном затмении, преломлении света, образовании небесного свода. Он автор таких произведений, как «Комментарии знаков», «Правила геометрии», «О шаре и цилиндре», «Усеченный конус Апполония»,

«Квадратура круга Архимеда», «Сферика Менелая», «О вечности и бесконечности вселенной», «Об астролябии», «Воспоминания об астрономии», «О календаре», «Альмагест Птолемея», «О драгоценностях», «О финансах», «Абстракция» и др.

Научные находки Туси дали толчок развитию геометрии, повлияли на работы французского математика Адриена Мари Лежандра (18 сентября 1752, Париж – 10 января 1833, Париж), английского математика Джона Вэллеса (23 ноября (3 декабря) 1616 – 28 октября (8 ноября) 1703) и итальянского учёного Джироламо Саккери (1667–1733). В своём произведении «Тахрир-оглидис» (прототип «Начала» Евклида), а также в «Основах геометрии» он высказал свою теорию по 5-му постулату Евклида, нашел общую связь между внутренними углами треугольника, развил теорию соотношений, указанную в произведениях Архимеда «Шар и цилиндр» и «Квадратура круга». Эта книга, оставившая далеко позади всё, что было опубликовано по геометрии до XVIII века, в 1657 году была переведена на латинский язык и опубликована в Лондоне, а Джон Валлис читал по ней лекции в Оксфордском университете. Насиреддин Туси, готовя своё произведение, заново проработал геометрические расчёты Евклида и, не меняя содержание, сделал добавления к ним. Он в этой книге также дал 48 вариантов доказательства теоремы Пифагора. Тем самым Туси как учёный-азербайджанец стал популярен в Англии.

Труд Насиреддина Туси «Изложения Евклида» был издан в Риме в 1594 году на арабском языке, а в XVII веке дважды на латинском языке. В этом труде Насиреддин Туси вслед за Омаром Хайймом показывает, что постулат Евклида о параллельных прямых является следствием предположения о существовании четырёхугольника с четырьмя прямыми углами. Многие его произведения и по сей день ждут своих исследователей. Его произведения разбросаны по всему миру. Они обогащают библиотеки Баку, Берлина, Вены, Казани, Каира, Кембриджа, Лейпцига, Москвы, Мюнхена, Оксфорда, Парижа, Санкт-Петербурга, Стамбула, Флоренции. 800 лет произведения этого гениального Азербайджанца изучаются, но интерес к ним всё равно остается высоким.

Насиреддин Туси 4 мая в 1260 году закончил одну из своих фундаментальных работ «Шаклул Гита» (Трактат о полном четырёхстороннике).

Работа состоит из пяти книг. В первой книге содержится 14 предположений, во второй книге содержится 11 глав, в третьей книге содержится 3 главы, в 4 книге содержится 5 глав, в 5 книге содержится 7 глав. В его книге, рассказывающей о плоскостной и сферической тригонометрии даются теоремы Менелая, современные тригонометрические формулы и теоремы, определены стороны в отношении сферического треугольника, дано диалектическое определение понятиям дискретного и неусеченного количества. Это произведение было в 1891 году напечатано на арабском и французском языках. Переписал эту книгу 3 ноября 1278 года бедный Абдулла Абдул Каяфи ибн Абдул Меджид ибн Обеидулла в деревне Ширван города Зенгибабада. Благодаря этому труду Туси получил мировую известность. Впервые в истории мировой науки в этом произведении тригонометрия преподносится как самостоятельная наука. Этот трактат, переведённый на английский, русский и французский языки, стал незаменимым источником для специалистов. Трактат Мухаммеда Насиреддина Туси «О полном четырёхстороннике» (Шаклул Гита) (Издательство Академии наук Азербайджанской ССР, Баку, 1952 г., 200 стр.) в 1952 году был переведён с арабского на русский язык и отредактирован Г.Д. Мамедбеги и Б.А. Розенфельдом. Понятие чисел, высказанное Туси, соответствует современным понятиям, тем самым учёный опередил европейских ученых на 400 лет. Насиреддин Туси, являющийся автором больших исследований и трудов в области математики, формулой Бинома и методом извлечения корней всех степеней, внёс свое имя в историю этой науки и возвысился в ранг гения. В труде «Джалеул хесаб» («Вычисление с помощью древесины и песка») даётся формула извлечения корня любой степени положительной цифры, а также биномиальные коэффициенты до 12-й степени. В математических трудах Туси объяснил метод извлечения корней всех степеней целого числа (впервые в истории математики), показал биномиальные коэффициенты, образующие арифметический треугольник, и закономерности между ними, словами описал бином Ньютона.

Насиреддин Туси в своих научных трудах развил:

1. **Теорию параллельных линий** – доказав пятый постулат Евклида, он сыграл большую роль в истории возникновения неэвклидовой геометрии и вообще современной геометрии. Основываясь на постулате о параллельных линиях, Евклид доказывает, что сумма углов в треугольнике равна двум прямым; если же предварительно принять, что сумма углов треугольника равна двум прямым, то отсюда вытекает лемма Насиреддина:

Если из концов АВ восставим к нему перпендикуляры АС, ВD, и на них отложим равные отрезки АС, ВD, и проведём прямую DC, то каждый из углов АСD и ВDС будет прямым, а отрезок CD будет равен АВ. (рис.1)

Насиреддин в своих добавлениях пытался доказать V постулат Евклида, но он фактически заменил аксиому о параллельных прямых другой аксиомой.

Ошибка Насиреддина была замечена, по-видимому, им самим и исправлена во второй редакции, где Насираддин, приводя V постулат Евклида, выдвигает следующий заменяющий его постулат: Если несколько прямых линий, расположенных в одной плоскости, расходятся в одном направлении, то они не могут в этом направлении сходиться. По пути Насиреддина, независимо друг от друга, шли три геометра: в первой половине XVIII столетия Сакерри в Италии; во второй половине того же столетия философ и математик Ламберт в Германии; в начале XIX столетия знаменитый французский геометр Лежандр. Все трое ставили своей задачей – доказать, не опираясь на постулат о параллельных линиях, теорему о сумме углов треугольника.

И Саккери, и Лежандр допустили ошибки, и только Ламберт не впал в заблуждение: указывая трудности, он признал их для себя непреодолимыми.

«Доказательства евклидова постулата, – говорит он, – могут быть доведены столь далеко, что остаётся, по-видимому, ничтожная мелочь. Но при тщательном анализе оказывается, что в этой кажущейся мелочи и заключается вся суть вопроса; обыкновенно она содержит либо доказываемое предложение, либо равносильный ему постулат».

Всё это, как известно, подготовило открытие великого русского учёного Н.И. Лобачевского, который решил проблему о параллельных линиях в новой постановке и создал неевклидовую геометрию.

2. **Теорию составных отношений** – теория отношений Насиреддина сыграла важную роль в эволюции понятия числа. Первая книга трактата «Шаклул гита» посвящена развитию теории отношений. Теория составных отношений Насиреддина развивает теорию составных отношений Табризи и Омара Хайяма. Развивая мысль Хайяма Насираддин переносит представление отношения величин в виде непрерывной дроби, которой Хайям пользовался для определения равенства отношений в самом определении отношения величин. О непосредственном влиянии Насиреддина на дальнейшее развитие этого направления свидетельствует работа английского математика Джона Валлиса «О пятом постулате и пятом определении шестой книги Евклида», посвящённая двум проблемам, рассматриваемым Насиреддином, – теория параллельных линий и теория составных отношений.

3. **Понятие числа** – Идея распространения понятия числа на непрерывные величины высказана Насирэдином в следующих словах: «Поэтому каждое из этих отношений может быть названо числом, измеряемым единицей, так же как предшествующий член отношения измеряется последующим членом.

Так как умножение одного числа на другое есть действие, состоящее в том, что первое число увеличивается во столько раз, каково второе число, то составление одного отношения из двух других есть действие, состоящее в том, что количество первого отношения увеличивается во столько раз, каково количество второго отношения» («Шаклул гита», Баку, стр.22).

Эта идея – дальнейшее развитие идеи Хайяма. Появившееся в результате этой эволюции понятие вещественного числа и позволило в конце XVIII века Ньютону и Лейбницу завершить открытие дифференциального и интегрального исчисления. Ньютон в 1707 г. понимал под числом уже всякое вещественное число: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлечённое отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой за единицу. Число бывает трёх видов: целое, дробное и иррациональное. Целое число есть то, что измеряется единицей, дробное – крат-

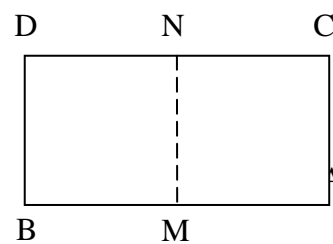


Рис. 1



ной долей единицы, иррациональное число несоизмеримо с единицей» (Всеобщая арифметика, М.-Л., 1948, стр.8, пер. А.П. Юшкевича).

4. **Тригонометрию** – В основном «Шаклул гита» посвящён тригонометрии. Этот трактат завершает развитие сферической тригонометрии. Результаты Насиреддина, изложенные в этом произведении, часто приписывались немецкому математику XV в. Регимонтану (Йоганн Мюллер) и голландскому математику XVI-XVII вв. Снеллиу. Решение сферического треугольника по его трём углам впервые дано Насиреддином, что является одной из его заслуг.

Большой заслугой Насиреддина является ещё то, что он первый возвёл своими работами тригонометрию на новую ступень самостоятельной научной дисциплины. Это обеспечило быстрое и разностороннее развитие тригонометрии, а вместе с тем и значительно увеличило ту пользу, которую извлекала из неё астрономия.

Всё это даёт полное основание считать Насиреддина Туси одним из наиболее выдающихся учёных своего времени и ставить его в ряд гигантов научной мысли.

Выполнив обещание, Туси в 1235 году написал книгу «Эхлаг-Насири» завоевавшую славу на всем Востоке и представил властителю. За короткое время произведение распространяется по Кавказу, в Иране, Средней Азии, Индии и в других странах. В последующие годы один экземпляр книги попадает к ханам Менгу и Хулагу. Прочитав ее, они выразили Туси своё уважение и благодарность. В течение многих лет ат-Туси был советником Хулагу по финансовым вопросам; он разработал проект налоговой реформы, осуществлённый одним из преемников ильхана.

Произведение «Эхлаг-Насири» состоит из «Ведения и причин написания книги», «Первых заметок и разделов науки», «трех статей и тридцати глав». В этом произведении Н. Туси проявил себя искусным педагогом и талантливым воспитателем. Говоря о врождённых способностях человека, о влиянии окружающей среды на его формирование и развитие, автор отмечает важную роль в этом деле учёбы и воспитания.

Своим произведением «Эхлаг-Насири» Н. Туси вошел в историю восточных народов, как научный просветитель, педагог и теоретик морали.

Только из-под пера человека, наделённого незаурядным интеллектом, в высшей степени образованного, воспитанного, талантливого, обладающего ораторскими способностями, могло выйти такое бессмертное произведение по этике и эстетике, философии и воспитанию «Эхлаг-Насири». Подобным гражданином должны гордиться не только его единомышленники или соотечественники, но и всё человечество. Спустя несколько лет Н. Туси написал по логике книгу «Эсасул-игтибас». Это произведение считается вторым по логике, после книги Ибн Сины «Шифа». Н. Туси в 1248 году написал «Тахрир Оглидис».

Н. Туси умер 25 июня 1274 году в городе Багдаде и похоронен в мечети Джалил Месджид. На могиле учёного выбита надпись: «Помощник нации и религии, шах страны наук. Такого сына мать времени не родила».

О Насиреддине Туси – великом учёном и великом человеке написано немало, и есть основание полагать, что тема эта далеко не исчерпана. Ибо его титаническая деятельность получила воплощение в великом множестве областей человеческого познания: математике, астрономии, тригонометрии, физике, космологии, минералогии, философии, теологии, логике, истории, социологии, праве, этике, биологии, медицине, теории музыки, литературоведении, поэзии, науковедении, географии. И в каждой из этих областей великий Азербайджанский ученый оставил свой неизгладимый оригинальный след.

Работы многих авторов (Керимеддин Салмас, Б.А. Розенфельд, Г.Д. Мамедбейли, З.И.Халилов, А.П. Юшкевич, Г.П. Матвеевская, А.Э. Шмидт, Г. Цейтен, М.Я. Выгодский, Ф. Клейн, Б. Бойля, А. Баузьяни, Я.Рыпки, Э.Т. Белл, Ф.А. Касумханов, Ф. Алекперли, М.У. Гашимзаде, М. Диноршоев, Н. Идибеков, И.Г. Колочинский, А.А. Корсун, М.Г. Родригез, Ф.Д. Крамар, А. Кубесов, И.О. Лютер, Т.А.Токарева, В.Н.Молодший, С.А.Яновская, Ди Боно, Н. Канас, Е.С. Кеннеди, С. Крен, М.С. Зеллер, А.К. Рзаев, М.М. Рожанская, А.А. Бабаев, Э.М. Мамедов, В.Ф. Меджлумбекова, Джеббар Ахмед, М.Д. Марданов, С.Г. Табатабаи, Э. Абуллаев, Д.Д. Аль-Даббах, А. Алиев, С.Г. Алиев, Р.М. Асланов, Р.Г. Бабаева, С.Г. Ибрагимова, С. Мамедова, Т. Мусаева, К. Раджабов, А. Сабиров, Ш.Х. Яхьяев, Рамиз Дениз, И. Ирматов и др.) посвящены изучению трудов Насиреддина Туси; по ним издано много монографий, книг, статей и написаны диссертации.

Широкий диапазон научных знаний и природный талант крупнейшего энциклопедиста со способностями научного предвидения Насираддина Туси дали ему возможность опередить свою эпоху, стать в одном ряду с такими крупнейшими корифеями мировой науки как Ибн Сина, Фараби, Бируни,

Бахманияр и др. Труды Н.Туси оказывали благотворное влияние на его современников и на последующее поколение учёных и мыслителей.

Литература

1. Di Bono M. Copernicus, Amico, Fracastoro and Tusi's device: Observations on the use and transmission of a model. *Journal for the History of Astronomy*. – 1995. – №2. – P. 133-154.
2. Kren C. The rolling device of Nasir al-Din al-Tusi in the «De spera» of Nicole Oresme. *Isis*. – 1971. – № 62. – P. 490- 498.
3. Асланов Р.М. О научном наследии Насиреддина Туси // Научные труды математического факультета МПГУ (юбилейный сборник 100 лет). – М.: МПГУ, 2000.
4. Асланов Р.М., Рустамов В.Д. Один из корифеев XIII века // Научные труды МПГУ, серия: Естественные науки. – М.: Прометей, 2003.
5. История, современное состояние математики и астрономии и взгляд в будущее // Материалы Международной конференции, посвященной памяти Насиреддина Туси. – Баку, 2014. – 374 с.
6. Максудов Ф.Г., Мамедбейли Г.Д. Мухаммед Насирэддин Туси.Б. – Гянджлик, 1981. – 104 с.
7. Мамедбейли Г.Д. Насиреддин Туси (на азербайджанском языке). – Баку: Издательство Детской и Юношеской Литературы, 1957. – 154 с.
8. Марданов М.Д. О великом учёном Азербайджана – Насиреддине Туси // История, современное состояние математики и астрономии и взгляд в будущее: Материалы Международной конференции, посвященной памяти Насиреддина Туси. – Баку, 2014. – С. 123-136 (на азербайджанском языке).
9. Марданов М.Д., Мамедов Э.М. Некоторые актуальные вопросы изучения наследия, научной деятельности и жизни Насиреддина Туси // Известия НАНА. – 2016. – Т. 3. – № 3. – С. 12-29 (на азербайджанском языке).
10. Марданов М.Д., Асланов Р.М. Мухаммад Насиреддин Туси // Предшественники современной математики Азербайджана. Историко-математические очерки. – М.: Прометей, 2016. – С.11-24.
11. Мухаммед Насираддин Туси О полном четырехстороннике (Шаклул гита) (Перевод под редакцией Г.Д. Мамедбейли и Б.А. Розенфельда). – Баку: Издательство Академии Наук Азербайджанской ССР, 1952. – 199 с.
12. Мухаммед Насирэддин Туси. Трактат о полном четырёхстороннике (Шаклул Гита). – Баку, 1952. – 199 с.
13. Рзаев А.К. Туси. – М.: Юридическая литература, 1990. – 64 с.
14. Рожанская М. М., Матвиевская Г. П., Лютер И. О. Насир ад-Дин ат-Туси и его труды по математике и астрономии в библиотеках Санкт-Петербурга, Казани, Ташкента и Душанбе. – М.: Восточная литература, 1999.
15. Розенфельд Б. А. О математических работах Насир-эддина Туси. Историко-математические исследования. – 1951. – №4. – С. 489-512.
16. Халилов З.И. О Математических трудах Насирэддина Туси. – Баку: Издательство АГУ, 1956. – 51 с.
17. Шмидт А. Э. Насирэддин Туси по вопросу о свободе воли. – Спб., 1913.

УДК 372.851

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МЕТОДИЧЕСКОГО НАСЛЕДИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО: АКТУАЛЬНОСТЬ И ЗНАЧИМОСТЬ

**Подходова Н.С., доктор педагогических наук, профессор,
РГПУ им. А.И.Герцена, г. Санкт-Петербург
podhodova@gmail.com**

Аннотация. В статье на основе рассмотрения исторического материала, современных исследований в области педагогической психологии и методики обучения математики обосновывается актуальность педагогических и методических идей Лобачевского, соответствие основным целям математического образования, связанным с развитием личности. На основе анализа диссертаций по методике обучения (преподавания) математике, теоретических выводов и идей, предложенных Н.И. Лобачевским, их реализации в учебниках и профессиональной деятельности,

исторического опыта, запросов общества и государства предложены направления решения проблемы развития личности при обучении математике.

Ключевые слова: методика обучения математике, развитие личности ученика, субъектный опыт, идея фузионизма.

PSYCHOLOGICAL AND PEDAGOGICAL ASPECTS OF METHODOLOGICAL LOBACHEVSKY HERITAGE: THE VALIDITY AND RELEVANCE

**N.S. Podhodova, Dr. Ped. Sciences, professor,
The Herzen State Pedagogical University, St. Petersburg
podhodova@gmail.com**

Abstract. The article deals with historical material, modern research in the field of pedagogical psychology and the methodology of teaching mathematics. As a result we have substantiation of the relevance of Lobachevsky's pedagogical and methodological ideas the goals of the modern education system. Based on the analysis of dissertations on methodology of teaching (teaching) mathematics, theoretical conclusions and ideas proposed by N.i. Lobachevskim, implement them in textbooks and professional activity, historical experiences, queries, society and the State the directions of solutions to the problem of development of personality in teaching mathematics.

Keywords: methodology of teaching mathematics, development of student's personality, subject experience, idea of fusionism.

Одной из основных черт современной системы образования является направленность на развитие личности ученика на основе интеграции методики, психологии, педагогики и математики, в примерной программе, заданной ФГОС ОО, развитие личности через освоение универсальных действий при обучении математике является ведущей целью. Каковы пути достижения этой цели в методике обучения математике? Нова ли эта особенность системы образования в целом, и математического образования, в частности? Ретроспективный взгляд в историю методики преподавания (с 80-х г. – методики обучения) позволит ответить на этот вопрос и будет способствовать определению путей решения указанных проблем. Вопросы изменения преподавания математики ставились еще на рубеже XVIII- XIX в.в. И одним из первых, кто поставил эти вопросы, был Н.И. Лобачевский. Общеизвестно, что в открытии неевклидовой геометрии Лобачевский опередил своих современников, но на наш взгляд, и в методике преподавания (обучения) математики он предвосхитил многие подходы, актуальные в наше время. Одним из первых он выделил в качестве образовательной цели идею всестороннего развития личности ученика. На торжественном собрании Казанского Императорского университета 5 июля 1828 г., в 1-ую годовщину пребывания на посту ректора в речи «О важнейших предметах воспитания» Н.И. Лобачевский высказал эту идею студентам. «...Одно образование умственное не довершает еще воспитание. Человек, обогащая свой ум познаниями, еще должен учиться уметь наслаждаться жизнью.» Согласно взглядам ученого, основную роль в формировании личности человека играет воспитание, раскрывающее заложенные в человеке возможности бесконечного самосовершенствования. Выдающийся математик подчеркивал значимость русского языка и литературы. «не знать или «не постигать духа в своем Отечественном языке – постыдно» [12, 111]. Ученый был противником чисто классического образования, считал необходимым усилить преподавание математики и естественных наук в школах. [3, 14]. Обучение Н.И. Лобачевский рассматривал как процесс одновременно нравственного и умственного развития. В процессе воспитания ученик становится «творением в совершенстве» [1, 17], «мудрость ... не дана ему от рождения: она приобретается учением» [1, 18]. Преподавателям необходимо «открыть Гения, обогатить его познаниями и дать свободу следовать его внушениям» [1, 18].

И еще одну важную образовательную цель выделял Н.И. Лобачевский, считая, что образование должно быть направлено на изучение реального мира, должно быть подчинено жизненным потребностям, диктующим его задачи и пути развития. «Здесь учат тому, что на самом деле существует; а не тому, что изобретено одним праздным умом» говорил Лобачевский в своей речи «О важнейших предметах воспитания» (1828). Аналогичная цель была сформулирована в философской концепции образования

XXI века. Фактически Николай Иванович предвосхитил цели последующих и современного этапа развития методики обучения математике.

Так, в циркуляре 1834 года сообщалось, что главной целью обучения математике является не изучение теорем, а «упражнение рассудка ученика, приучение его к ясности и точности своих идей, к логичности в его мышлении» [8, 39]. На 1 съезде преподавателей математики также было обращено внимание на значимость развития и воспитания учеников. В своем докладе С.И. Шохор-Троцкий «Требования, предъявляемые психологией к математике как учебному предмету» призывал «больше учить, чем преподавать, а также не жалеть времени на воспитание. [14, 114]. В докладе он сослался на высказывание Ж.Ж. Руссо «Воспитание – есть искусство терять время для того, чтобы затем его выиграть». Д.Д. Мордухай-Болтовский, рассматривая вопросы о связи средней и высшей школы, выделил главенство целей: средняя готовит «ум ученика» высшая – юристов, инженеров, учителей. Но этих целей, он считал, что мало. Необходимо осуществлять всестороннее воспитание человека (научное, этическое, религиозное,...). Начало достижению этих целей было положено реформой образования 1915-1916 г.г., о которой редко упоминают в настоящее время. Это реформа реализовывалась на всех этапах образования: от начального до университетского. В ней участвовали почти все российские ведомства и общества. В министерство просвещения приходили письма с проектами от ведомств, от родителей, такими как «опыт образного эмоционального преподавания, развитие души, децентрализации и автономия школы»; с описанием методов, которые актуальны и сегодня. Во Франции распространялась «новая педагогика» С. Френе, основной целью которой было «максимальное развитие личности ребенка в разумно организованном обществе, которое будет служить ему, и которому он сам будет служить. Ребенок сам строит свою личность, а мы ему в этом помогаем» [15, 38-39]. Широкое распространение в школах преобразования реформы получили уже после 1918 года. Считалось престижным поехать в Россию изучать методический опыт. Так, например, С. Френе, основатель Международной Федерации сторонников «новой школы», посетив вместе с делегацией народных учителей Франции в 1925 году Советский Союз, высоко оценивал усилия, направленные на развитие просвещения в стране.

В программах по математике 1920 года отмечалось: «Необходимо помнить, что цель школы не в том, чтобы готовить будущих математиков, физиков, историков или других ученых; ее цель в том, чтобы развить всесторонне все элементы человеческого ума и его способностей, открыв юноше дорогу туда, куда его влечет» [11, 2-3]. Эти годы можно расценивать как попытку создания модели обучения, основанной на внедрении идеи приоритета развивающих целей личности по отношению к информативным.

5 сентября 1931 г. выходит постановление ЦК ВКП (б) «О начальной и средней школе», согласно которому с 1932 г. школы переходят на новые программы. В них предлагалось отразить «точно очерченный круг систематизированных знаний». Главной целью становится всестороннее гармоническое развитие личности» [6, 156].

В основу некоторых разработанных проектов того времени были положены принципы политехнического обучения. Указывалась связь применения математических знаний к решению задач физики, астрономии, химии, что помогало ученикам понять место математики в науке и ее ценность, что способствовало раскрытию аксиологического аспекта изучения математики, фактически, актуального сейчас действия «смыслообразования».

Цели преподавания математики предусматривали формирование умения применять теоретический материал на практике. Главная роль отводилась геодезическому практикуму. Происходило увлечение прикладной направленностью геометрии, причем, отражающей специфику того периода, изучение геометрии было связано с черчением, сохранялась идея фузионизма. Содержание курсов по темам немногим отличается от современного. Эта программа действовала до 1955 г. Как результат реализации постановления и программы – повсеместное резкое повышение качества образования, в частности, уровня математической грамотности. Престиж науки и образования в это время был высок, профессия учителя – значима. За 50-60 годы было сделано 80% научных открытий периода 1950-1990 г.г. Запуск первого спутника, полет человека в космос заставил американцев обратиться к русскому феномену. Они сделали вывод: «русские выигрели космос за ученической партией». Результаты достижения цели всестороннего развития ученика проявились и в экономике. Впервые и пока единственный раз СССР выиграл гонку за четвертый технологический уклад (1930-1990 гг.), где ведущую роль играли машиностроение, тяжелая промышленность, энергетика. Это время как раз включает период стабильности школьного обучения. Достижения эти были обусловлены соответствующей системой образования и математической подготовкой.

Доля (т.у.) в экономике стран [2]

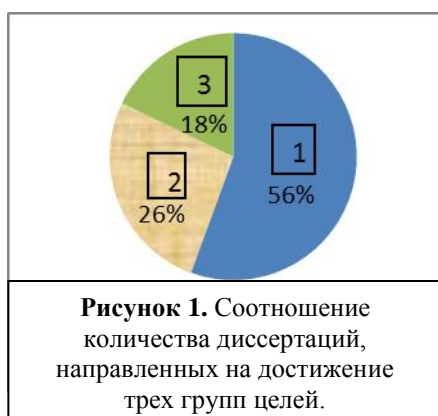
Страна	III т.у.	IV т.у.	V т.у.	VI т.у.
США	-	20 %	60 %	5 %
Россия	30%	50%	10%	-
Украина	57,9 %	38 %	4 %	

Сейчас говорят о седьмом технологическом укладе. Его отличие в том, что человеческое сознание, мышление станет такой же производительной силой, какой в своё время стала наука, и тогда мы обретаем возможность изготавливать нужный нам продукт прямо из пустоты, не прибегая к предварительному изготовлению станка или иного оборудования. Такие технологии называют когнитивными. И здесь тоже велика роль математики. Именно ее изучение способствует развитию таких видов мышления как формально-логическое, алгоритмическое. Также освоение математики требует постоянной аналитической деятельности. Поэтому направленность на развитие мышления и умения анализировать имеющиеся модели и создавать новые должны быть одними из основных задач математического образования в школе как реализующие запросы государства. Но, кроме этого, важно понимать, что вырабатываемые человечеством знания, в конечном счете, есть результат **коллективной** деятельности людей и их совместного осознания действительности. Отсюда важность владения коммуникативными УУД. Но российским специалистам часто не хватает именно умения осуществлять социальную коммуникацию. И даже обладая высоким профессиональным уровнем, они могут не найти свое место в обществе в силу этого.

Такие периоды как середина XIX века, когда произошло зарождение систематического классического русского образования, начало XX века, когда происходит возврат к нему и активный поиск путей реализации, а также частичная реализация, и, наконец период стабильности и реализации такого образования в 30 – е и до середины 60 г.г. показали преимущество обучения математике, когда целью является всестороннее развитие личности ребенка, проводимое на основе освоения систематических математических курсов, взаимосвязи теории и практики, а также разумного внедрения идеи политехнизма как связи с жизнью.

В настоящее время в школьном математическом образовании одним из приоритетных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире вне рамок образовательного процесса. Согласно положениям ФГОС ООО необходим переход от предметно-ориентированного обучения к обучению, реализующему системно-деятельностный подход, предполагающий подготовку школьника к профессиональной и общественной жизни, развитие его личности. Конечно, современные достижения науки, преимущественно, педагогики и психологии, должны вносить коррективы современную методику обучения математике школьника, и их влияние должно, в первую очередь, отражаться в научных исследованиях по методике обучения математике. Поэтому мы обратились к исследованиям в области методики обучения математике, и попытались отследить их направленность. Были выделены группы целей, на поиск путей достижения которых направлены диссертационные исследования по методике обучения математике.

- цели, направленные на улучшение освоения математики учащимися за счет изменения структуры и конкретных изменений в математическом содержании; (1)



- цели, направленные на развитие психических процессов: памяти, восприятия, определенных качеств и сторон мышления, универсальных мыслительных операций, т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступает как средство достижения развития мышления; (2)

- цели, связанные с личностными качествами учеников, в частности, смыслообразованием, мотивацией, самоопределением, самосовершенствованием, развитием самостоятельности, т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступают как средство развития личности. (3)

И хотя возможность выполнять исследовательские работы и защищаться в области методики преподавания математики,

появилась в стране в 30-е годы прошлого века, первые защиты прошли только в 50-е. До 80-х г.г. количество выполненных исследований по методике обучения математике было незначительно (по 0-2 работы в год), поэтому ниже мы рассмотрим исследования за последние 30 лет. На основе анализа полученных данных были построены графики зависимости количества исследований от года для каждой группы целей, начиная с 1985 года и по 2015 год. В это время постоянно происходили реформы школьного математического образования, менялись и внедрялись новые учебники, причем, не всегда был реализован этап апробации этих учебников (количество исследований в определенный год изображено точкой). На диаграмме справа показано процентное соотношение количества диссертаций в выделенных группах за последние 30 лет, на графике ниже зависимость количества диссертаций третьей группы от года.

Как показали результаты исследования, несмотря на установку в различных документах, связанных с развитием системы математического образования, о приоритете развивающих целей, количество работ, направленных на развитие личности, значимо меньше, чем направленных на освоение математики. Возможно, это связано с трудностями реализации этих целей, с тем, что в современной школе все-таки учителям преимущественно при изучении математики приходится ориентироваться на государственную аттестацию, которая вряд ли соответствует образовательным результатам, выделенным в ФГОС ОО и целям Концепции развития математического образования в РФ.



Рисунок 2. Количество исследований в определенные годы, направленных на достижение третьей группы целей.

Рассматривая цели математического образования

Н.И. Лобачевский, он также разрабатывал пути достижения поставленных целей. В «Наставлениях учителям математики в гимназии» он писал, что в математике всего важнее способ преподавания. Сложилась удивительная ситуация. Решая проблемы преподавания и желая создать учебный предмет геометрии, совершенный в методическом смысле, математик пришел к созданию новой неевклидовой геометрии, отраженной в работах «О началах геометрии» (1829) и «Геометрические исследования по теории параллельных линий» (1840). Фактически, его методические идеи можно рассматривать как первые попытки создания психолого-педагогических основ обучения геометрии, отвечающих на вопросы современной методической системы. В истории методики психолого-педагогические основы обучения математики были представлены явно значительно позже: на 1 Всероссийском съезде преподавателей математики, где участвовали психологи, и даже физиологи. А оформились в самостоятельный раздел методики обучения математики они уже на рубеже XX-XXI в.в. Одной из важнейших идей Н.И. Лобачевского была **идея учета возрастных особенностей учащихся**, которую он высказал первым, и которая сейчас отражена в учебниках по педагогической психологии.

Идея зависимости методов обучения от возраста учащихся постепенно переросла в понимание **необходимости разработки подготовительного курса** геометрии. Встал вопрос: «Как обучать ему?», на который ученый ответил в «Наставления учителям математики в гимназиях». В его ответе можно выделить несколько позиций. Одной из важнейших является **обеспечении мотивации**. Для обучения в школах, считал Лобачевский необходимо умение учителя «победить леность и рассеянность детского возраста». И необходимо думать над тем, «как возбудить внимание учеников, когда они заметно устали». «Преподавание математики бывает только тогда успешным, когда ученики вполне понимают учителя, а потому он должен приспособиться к понятию слушателей, присоединять занимательность к своему преподаванию и не спешить идти вперед, пока ученики не будут в состоянии за ним следовать. Занимательность учения заключается в удовольствии понимать предмет и преподаваемое применять к решению вопросов», - писал он в своей работе «Наставления учителям математики в гимназиях». Н.И. Лобачевский предлагал приучать учащихся думать и действовать самостоятельно, что, по его мнению, в значительной мере зависит от таланта преподавателя вызвать интерес к учению. Он справедливо считал, что "охота в ученике чему-нибудь учиться всегда более происходит от его собственных успехов, и, следовательно, от способа преподавания". [1] Фактически сейчас мы эту идею можем трактовать как создание условий для формирования смыслообразования при изучении учебного материала через формирование познавательного интереса и понимание учебного материала. Заботясь о

понимании, он выдвигал еще идею **учета опыта ученика**, говоря современным языком методики, - субъектного опыта ученика, включающего содержательную составляющую (образы, представления, понятия), процессуальную, эмоционально-нравственную и коммуникативную. Эта идея лежит в основе личностно ориентированного подхода, на котором базируется ФГОС ОО. «Что же надобно сказать о дарованиях умственных, врожденных побуждениях, свойственных человеку желаниях? Все должно остаться при нем; иначе исказим его природу, будем ее насиловать и повредим его благополучию». [1]

Рассматривая содержательную составляющую методики преподавания математики, ученый четко выделял **специфику геометрии** и ее изучения, особенно его начального этапа. «Способ преподавания в чисто геометрическом учении должен быть всегда весьма отличный от способа алгебраического, покуда геометрия не будет доведена до того, чтобы могла соединиться с алгеброй, что и называется применением алгебры к геометрии». «При вступлении в геометрию надобно довольствоваться теми понятиями, которые получаем о них прямо с помощью чувств без всяких дальнейших исследований и постороннего пособия. Способность составлять отвлеченные понятия, которые позволяют множество различных предметов соединять в одном представлении, приобретает постепенно и может совершенствоваться непрестанно для развития ума, а в постепенном развитии понятий и в умении не допускать, чтобы одно изучение на память общих правил и механическое исчисление заменяли суждение, заключается искусство преподавания и успех его». [1]

Фактически речь идет о чувственных или житейских понятиях (предпонятиях), которые позднее выделили педолог Л.С. Выготский, психолог Ж.Пиаже и др., а в наши дни рассматривает И.С. Якиманская. **Важность чувственных образов, представлений для изучения геометрии** была выделена ученым одним из первых. И в **наглядности** он видел общедидактический принцип, представленный как в содержании обучения, так и в его методах. Этот принцип лежит в основе популярного в настоящее время в методике обучения математике визуально-когнитивного подхода.

Психолого-педагогические исследования XX и XXI в.в. подтвердили правомерность взглядов Н.И. Лобачевского. Приведем некоторые обоснования. Существуют различные периодизации психического развития. Но преимущественно психологи (П.П. Блонский, Л.С. Выготский М.Н. Шардаков и др.) отмечают, что только после 10 лет начинает активизироваться левое полушарие, регулирующее преимущественно деятельность словесно-логических компонентов мышления и формируется оно до 22 лет [13]. Но в онтогенезе развитие каждой генетической ступени мышления (наглядно-действенной, наглядно-образной, словесно-логической или понятийной) базируется на деятельности предыдущей (Л.С. Выготский). Поэтому Н.И. Лобачевский совершенно правомерно определяет процесс формирования понятий от образов к собственно понятиям и их систематизации. Это подтверждают и исследования Ж.Пиаже, согласно которым подростковый возраст (12-14 лет) есть период рождения гипотетико-дедуктивного мышления, способности абстрагировать понятие от действительности, формулировать и перебирать альтернативные гипотезы и делать предметом анализа собственную мысль является. К концу подросткового возраста ребенок уже способен отделять логические операции от тех объектов, над которыми они производятся, и классифицировать высказывания независимо от их содержания. [9]

Понятие “вырастает” из предпонятия, которое базируется на образах, представлениях. У учащихся при переходе на понятийный уровень уже должен быть сформирован достаточно полный объем понятия, что невозможно при традиционном подходе. Поэтому мы часто имеем в традиционном курсе математики “повисшие в воздухе” определения, неоперативные понятия, которые учащиеся не могут применять. [10] Согласно концепции Э. Эриксона с точки зрения осознания себя (рефлексивные способности) возраст 6 - 11 лет образует единую стадию. Это подтверждает целесообразность выделения при изучении геометрии периода с 1 по 6 класс для организации подготовительного курса изучения геометрии на основе активизации образных компонентов мышления.

Отметим объективные трудности реализации такого курса в силу определенных свойств образов, и отчасти объясняющие предпочтительное внимание в процессе изучения математики в традиционной школе к развитию понятийной составляющей мышления. Образ - субъективное образование, в то время как понятие, – исторически сложившееся объективное образование. В образе представлены не только перцептивные свойства объекта, но и личностное отношение к нему. В нем отражаются как постоянные, так и подвижные, изменчивые свойства объекта, что, с одной стороны, создает трудности для фиксации образа, а с другой – позволяет избежать жестких границ при оперировании образом (И.С. Якиманская). Создавая образ, ученик как бы вычерпывает из объекта только значимое для себя содержание. Через него

общественно значимое приобретает личностный смысл. Понятия же задаются определениями или описываются аксиомами, что позволяет их алгоритмизировать, а, значит, облегчает овладение ими в процессе обучения. Поэтому управление формированием образов оказывается значительно сложнее управления формированием понятий, если вообще возможно. Но использование образов в обучении – основа личностной заинтересованности учеников и развития его творческих способностей, за которые преимущественно отвечает образное мышление. Учет субъектного опыта, обращение к образам и окружающему ученика миру логично требуют использования в процессе обучения объемных фигур как наиболее адекватных моделей реального мира. И в написанной Н. И. Лобачевским в 1823 г. книге «Геометрия» была впервые предпринята попытка нарушить школьную последовательность изложения геометрии по Евклиду – от планиметрии к стереометрии и реализована идея слитного изучения планиметрии и стереометрии, т.е. реализована **идея фузионизма**.

С самого начала своей работы автор объединяет измерение прямых и кривых линий; далее линейных, двугранные и телесные углы и рассматривает окружность и шаровую поверхность и т.д. В начале 20 века появились учебники, учитывающие разработки физиологов и психологов, в которых фактически были реализованы идеи, описанные Н.И. Лобачевским. Геометрический материал был выделен в самостоятельный предмет. Выделяли три концентрических курса: 1-ый - подготовительный предлагался в школе первой ступени (8-12 лет), 2-ой и 3-ий – систематический курс соответственно планиметрии и стереометрии изучался в школах второй ступени. Геометрию начинали изучать как отдельный предмет с 3-его по 5-ый классы с целью ознакомления с геометрическими свойствами окружающего мира. Курс был построен на идеи фузионизма, наглядности, учете опыта ребенка, практических и лабораторных работ, причем этот курс представлял систему и изучение строилось концентрически (в противоположность отрывочного изучения элементов геометрии, чаще плоскостной, в современных учебниках начальной школы). И такой курс был обоснован и с педагогических, и с психологических позиций. Еще Юнг говорил, что человеку для жизни нужна арифметика и геометрия. Изучение такого курса наглядной геометрии соответствует возрастным особенностям учеников. Ведь у школьников до 11-12 лет преобладают пространственные, а не плоскостные представления, как показали исследования психологов [6]. Реализация идеи фузионизма необходима и для осуществления связи с окружающей жизнью. В повседневной жизни ребенок имеет дело с трехмерными предметами (материальные модели геометрических фигур), и с их поверхностями (наиболее адекватные модели плоских фигур и поверхностей). Кроме того, выделяя объемные фигуры, необходимо сравнивать их с плоскими, чтобы показать специфику каждой. Это позволяет отработать с учащимися такие существенные свойства объемных и плоских фигур, как часть пространства и часть плоскости соответственно, а также позволяет учитывать особенности процессов создания обобщенных представлений, связанных с такими умственными действиями как сравнение, классификация и др. Реализация идеи позволяет показать ценность геометрии в окружающем мире, способствует формированию умения анализировать и объяснять явления окружающей жизни, конструировать модели, и, конечно, «работает» на развитие пространственного мышления. Последнее как разновидность образного способствует развитию творческих способностей ребенка, а значит, и развитию личности. В настоящее время фузионизм реализован в некоторых пропедевтических курсах геометрии в 1-6 классах (Н.С. Подходова), а также в учебниках геометрии для основной школы (И.Ф. Шарыгина и Л.Н. Ерганжиевой, В.А. Гусева и др.).

Что же касается достижения цели развития личности ученика при изучении математики, то методическое наследие Н.И. Лобачевского, исторический опыт достижения указанной цели в разные периоды развития методики обучения математике, современные психолого-педагогические и методические исследования, запрос государства и общества позволяют выделить несколько основных направлений ее реализации в методике обучения математике:

- разработка средств для осознания учеником ценности математического знания для своего развития, для жизни, для овладения математикой, понимания места математики в мире, в системе наук. Но при этом необходимо показать математику не только как царицу, но и как служанку других наук и всего человечества. Как говорил Галилей, на ее языке пишутся законы Природы. Она является основой инженерии, она часть общей культуры;

- формирование умения «математически» ориентироваться в окружающем мире, как умения понимать, с каким математическим понятием связан процесс или явление в окружающем мире, а также умения объяснить или обосновать этот процесс или явление с точки зрения науки;

разработка средств для овладения математическими методами, способами преобразования окружающего мира на определенном уровне, полученными при изучении математики, развития умения анализировать существующие модели и создавать новые; понимания, что математика представляет собой способ формализованного отражения рассматриваемых ситуаций;

- создание условий и средств, способствующих развитию мышления ученика (логического, пространственного, абстрактного, гибкого, вариативного, ...); для этого необходимо уделять внимание логике построения самой математики, введению заданий с неоднозначным ответом, на несуществование, на раскрытие целенаправленной последовательности мыслей и действий при решении задач, фактически, на развитие рефлексии и т.п;

- учет особенностей ученика в процессе обучения, должно уделяться внимание созданию условий для самопознания учеником самого себя, как отправной точки самоопределения личности;

обеспечение условий для самостоятельной подготовки учеников, включающей как поиск материалов для выполнения заданий по изучаемому разделу, так и самостоятельное освоение нового материала; должно уделяться внимание развитию коммуникативных умений как необходимому условию создания конечного продукта;

- разработка средств для применения учениками знаний и умений из других областей при решении математических сюжетных задач. При решении задач на разные процессы необходимо учитывать знания и умения учащихся, освоенные при изучении других областей, либо в самом решении, либо добавляя в решение задачи этап абстрагирования (выделение свойств объекта, которые не учитываем при составлении математической модели). Например, на уроках химии ученики узнают, что железо в чистом виде в природе не встречается, чаще применяются сплавы железа с углеродом. И когда рассматривается процесс плавления стали и чугуна, то учитывается, что углерод, входящий в состав сплавов, при плавлении частично преобразуется в углекислый газ, который отводится. В математике же в такой ситуации, мы потерю массы не учитываем;

- разработка средств для владения учениками разными способами представления математической информации. Чаще используется визуальный, но более действенным для понимания является тактильно-кинестетический. Так, можно при изучении функций в старшей школе, предложить учащимся изобразить прямолинейное движение точки, траектория которой описывается заданным законом, например, определенной квадратичной функцией;

- отбор математического содержания, необходимого для обладания каждым учеником знаниями, обеспечивающими ему достаточный уровень способности «ориентироваться» в современной жизни, в частности, выделения качественных и количественных категорий, дискретности и непрерывности, единства математики (например, с акцентом на связь алгебраического и геометрического представления связей между математически объектами), углубленное изучение понятий отношений, соответствий и функций, владение языком математики; представление о порядке величин и оценки погрешностей в расчетах.

Литература

1. Александров П.С., Бронштейн И.Н., Лаптев Б.Л. Научно-педагогическое наследие.
2. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма. – Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 664 с.
3. Василенко В. Технологические уклады в контексте стремления экономических систем к идеальности // Соціально-економічні проблеми і держава : журнал. – Тернополь, 2013. – Т. 8, № 1. – С. 65-72.
4. Каган В.Ф. Лобачевский и его геометрия: общедоступ. очерки / В. Ф. Каган. – М.: Гостехтеориздат, 1955. – 304 с.
5. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость наша боль. М.: Просвещение, 2001. – 318 с.
6. Комарова Е.А. Преемственность в обучении математике: Методическое пособие. – Вологда: Издательский центр ВИРО, 2007. – 108 с.
7. Корнеева Е.И. Некоторые особенности оперирования представлениями плоскостных и объемных геометрических фигур: Автореф. дис. ... канд. психол. наук. – М., 1983.
8. Лобачевский Н.И. Наставления учителям математики в гимназиях // Труды института естествознания. – Вып. 2. – 1948. – С. 554-560.
9. Мрочек В.Р., Филиппович Ф. Педагогика математики. – СПб., 1910.
10. Пиаже Ж., Инельдер Б. Генезис элементарных логических структур. Классификация и сериация / Пер. с фр. Э.М. Пчелкиной. – М.: Изд-во ИЛ, 1963. – 448 с.

11. Подходова Н.С. Теоретические основы построения курса геометрии 1-6 классов. (Целостный подход в обучении геометрии) //Наука и школа. – 1999. – №1. – С. 20-26.
12. Примерные программы по математике. Вып. 1. – М.: Гиз, 1920.
13. Синдаловский Б.Г. Очерки о русской науке / М.: Тип. К. Нестеренко, 1902. – С. 239.
14. Соуза Д. Как мозг осваивает математику. – М.: Издательство: "Ломоносов", 2010. – 237 с.
15. Труды 1-го Всероссийского съезда преподавателей математики. 27.12.1911-3.01.1912. –Том 1. – СПб.: «Север», 1913.
16. Френе С. Избранные педагогические сочинения: Пер. с франц. /Сост., общ. Ред. И вступ. Ст. Б.Л. Вульфсона. – М.: Прогресс, 1990.

УДК 930

НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В РОССИИ

**Полякова Т.С., доктор педагогических наук, профессор,
Южный Федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
46tsp@mail.ru**

Аннотация. В статье характеризуется всемирно-историческая роль Н.И. Лобачевского как великого математика и одного из первых ученых-математиков России, получивших признание за рубежом. Раскрыты условия формирования ученого в рамках Казанского университета. Основное внимание уделено значению педагогической и методической деятельности в области отечественного математического образования. Кратко характеризуются основные периоды педагогической и методической деятельности Лобачевского и наиболее значимые труды в этой области.

Ключевые слова. Лобачевский, революция в математике, Румовский, Бартельс, Карташевский, учебники алгебры и геометрии, методические труды.

NIKOLAY IVANOVICH LOBACHEVSKY AND MATHEMATICAL EDUCATION IN RUSSIA

**T.S. Polyakova, doctor of education, professor,
Southern Federal university, Rostov-na-Donu
46tsp@mail.ru**

Abstract. The article describes the world-historical role of N.I. Lobachevsky as a great mathematician and one of the first mathematical scientists of Russia who received recognition abroad. Conditions for the formation of a scientist within the framework of the Kazan University are revealed. Main attention is paid to the importance of pedagogical and methodological activity in the field of domestic mathematical education. Major periods of Lobachevsky's pedagogical and methodological activity and the most significant works in this field are briefly characterized.

Keywords: Lobachevsky, revolution in mathematics, Rumovsky, Bartels, Kartashevsky, textbooks of algebra and geometry, methodical works

В предложенной нами периодизации истории отечественной математики выделены 4 эпохи – допетровская, эпоха развития математики в рамках Российской империи, советская и, наконец, постсоветская эпохи.

Допетровская эпоха характеризуется полным отсутствием стране математики как науки. Более того, церковь, опасаясь католической экспансии, запрещает книги, идущие с Запада, в том числе и математические. Несмотря на это, сохранились математические рукописи XVII в., имеющие преимущественно форму учебных пособий: народ нуждался в математических знаниях и преодолевал запреты.

Остановимся подробнее на эпохе развития математики в рамках Российской империи, которая включает в себя три периода:

1. Период становления математики как науки. Хронология: 1725г. – 20-е гг. XIX в. Персоналии – Леонард Эйлер.

2. Период появления первых всемирно признанных отечественных математиков. Хронология: 20-е – 60-е гг. XIX в. Персоналии – Н.И. Лобачевский и М.В. Остроградский.

3. Период создания первых отечественных научно-математических школ. Хронология: 60-е гг. XIX в. – 1917 г. Персоналии – П.Л. Чебышёв и Н.Ф. Егоров (позже – Н.Н. Лузин).

Безупречная логика: в начале истории отечественной математики – представитель европейской континентальной научно-математической школы Л. Эйлер, потом первоклассные математики в статусе одиночек-соотечественников Н.И. Лобачевский и М.В. Остроградский, и только после этого – отечественные научно-математические школы.

Названы великие имена. И все же среди них выделяется имя Николая Ивановича Лобачевского. Чем? Он начал *революцию* в математике, изменил тысячелетиями существовавший взгляд на ее основы – аксиоматический метод, показав, что аксиома не истина, принимаемая без доказательства в силу своей очевидности, а некая гипотеза. Математическое сообщество осознало мощь этого открытия к сожалению, лишь после ухода из жизни гения. Онокардинально изменило само представление о возможностях математики и обеспечило синергетическое развитие различных ее частей, прежде всего геометрии, а потом и других ее частей.

Каким же образом гений такого масштаба мог, родившись практически на рубеже XVIII и XIX вв. (всего чуть более чем полвека после приезда из Европы в Россию первых ученых-математиков), состояться в только что открытом (1804 г.) Императорском Казанском университете? Заметим, что Казанский учебный округ, образованный в 1803 г. в рамках образовательных реформ М.М. Сперанского, был самым отдаленным от Европы и обширным учебным округом. Тем не менее, в этом удаленном от европейских математических центров университете сложился уникальный состав преподавателей.

Каким образом? Напомним, что попечителем Казанского университета был назначен один из первых отечественных академиков-математиков С.Я. Румовский, ученик Эйлера, стажировавшийся у него в Берлине и, по-видимому, сохранивший связи с европейским математическим сообществом. Не стоит забывать, что началось время наполеоновских войн, а вместе с ними хорошо нам знакомый процесс «утечки мозгов» только не из России в Европу, а в обратном направлении. Воспользовавшись этим, С.Я. Румовский сумел столь тщательно подобрать преподавательский состав Казанского университета, что за короткое время он стал одним из ведущих университетов России. Особенно это касалось физико-математических наук.

В частности, в Казань в 1808 г. приехал известнейший немецкий математик профессор М.Ф. Бартельс, учитель знаменитого Гаусса. Волею судеб в России он стал учителем и другого открывателя неевклидовой геометрии – Н.И. Лобачевского, который поступил в Казанский университет годом ранее. Однако не только Бартельс и другие европейские преподаватели пробудили в Лобачевском математика. Об этом говорит тот факт, что, прибыв в Казанский университет, Бартельс был поражен высоким уровнем подготовки студентов, перешедших в университет из Казанской гимназии. Откуда? Оказывается, прекрасную математическую подготовку обеспечил выпускник Московского университета Григорий Иванович Карташевский, который после окончания курса был послан в Казанскую гимназию учителем математики. Именно он пробудил интерес Лобачевского к математике. Так что в становлении Лобачевского как гениального математика прямо или косвенно участвовали как европейские университеты, так и первый университет, открытый на территории современной России – Императорский Московский университет (мы не берем во внимание академический университет при Петербургской Академии наук, образованный параллельно с самой академией, так как эффективность его была очень невелика.). Заметим, что Московский университет со времени своего основания курировал губернские гимназии, в том числе Казанскую. Что касается преподавания математики и развития математики как науки, то Казанский университет практически с самого его основания опередил своего покровителя с точки зрения качества преподавания математики и постановки в нем научной работы.

Коснемся теперь исторических традиций математического образования. Нами выделены традиции патроната математического образования со стороны 1) государства и 2) со стороны математики как науки. Традиция патроната математического образования со стороны государства заложена в самом

начале XVIII в. Петром I. Им создана сеть государственных профессиональных школ с математической доминантой (математико-навигационная, цифирные, артиллерийская, инженерная и др.). Традиция же патроната математического образования со стороны математики как науки заложена великим Эйлером, который «...не вменял себе за унижение трудиться над сочинением, которое было ниже сил его, но важно по намерению, с которым было написано» [10]. Он со времени приезда в Петербург преподавал математические дисциплины в академических гимназии и университете, создал проект обучения в гимназии, написал учебники математики практически по всем математическим дисциплинам. Он же является создателем первой математико-методической школы: его ученики и последователи преподавали математику и писали учебники практически для всех учебных заведений Петербурга.

Николай Иванович Лобачевский был достойным продолжателем заложенной Эйлером традиции патроната математического образования со стороны математики как науки. Вызывает неподдельное удивление и искреннее восхищение тот факт, что, наряду с великими достижениями в математике, Лобачевский находил силы и время не только для практической педагогической деятельности (он читал практически все математические курсы в Казанском университете), но и для глубокой разработки педагогических и методических проблем. Его по праву можно назвать одним из выдающихся отечественных педагогов-математиков.

Надо признать, что этому способствовали особенности системы образования, созданной в начале XIX в. в результате реформ Сперанского. Дело в том, что во главе учебных округов были поставлены университеты, под патронатом которых оказались все типы школ – приходская, уездная и гимназия, между которыми первое время существовала преемственность: «Каждая школа начинает с того, чем кончила предыдущая; таким образом обеспечен прямой переход из одной школы в другую» [7. С. 40]. Это положение было зафиксировано в уставах университетов 1804 и 1828 гг. Поэтому Н.И. Лобачевский, став в 1827 г. ректором Казанского университета, по долгу службы осуществлял руководство всеми уровнями образования в Казанском учебном округе.

Только новое положение об управлении учебными округами 1835 г. ослабило влияние на школьное образование университетов, поскольку последние были отстранены от прямого участия в делах учебных округов. Однако связь университетов и гимназий отнюдь не была окончательно прервана. Непременным членом совета при попечителе округа должен был быть ректор соответствующего университета. Кроме того, и устав 1835 г. требовал от попечителей округов «во всех училищных делах, требующих ученых соображений, испрашивать мнение Совета университета». Таким образом, рычаги влияния университетов на среднюю и начальную школу во многом сохранились.

Таковы были отношения отечественных университетов и школы во времена Н.И. Лобачевского. Перейдем к характеристике педагогических и методических идей великого ученого и его деятельности во благо отечественного математического образования. При этом мы выделяем несколько периодов в этой деятельности и формировании педагогических и методических идей Н.И. Лобачевского.

Начальный период (1812-1826) связан с преподаванием Лобачевским в Казанском университете элементарной математики чиновникам, готовящимся к сдаче «экзамена на чин», который предусмотрен реформами Сперанского. Заметим, что Н.И. Лобачевский привлекался к преподавательской работе еще М.Ф. Бартельсом, который зачастую поручал своим студентам проводить фрагменты занятий или даже целые занятия. Преполагает он и в высшем математическом классе Казанской гимназии. Именно в это время он ставит перед собой две проблемы – проблему 5-го постулата, которая привела его к гениальному открытию, и проблему «способа преподавания» [5. С 186].

В этот период Лобачевский преподает математику по собственным конспектам и пишет свои первые учебники. Это опубликованная в 1823 г. «Геометрия» и рукописное руководство по элементарной алгебре (1825), в предисловии к которому он уже подчеркивает важность методики преподавания. «Я готов думать, что если учение математики, столь свойственное уму человеческому, остается для многих безуспешно, то это по справедливости должно приписать недостаткам в искусстве и способе преподавания» [6. С 360].

В этот же период им разработана даже методика чтения математических курсов, сосредоточенная в двух его «Обозрениях преподавания чистой математики», которые являются планами преподавания Н.И. Лобачевским математических дисциплин в Казанском университете в 1822–1826 гг. Такого рода документы по всем читаемым в университете дисциплинам составлялись ежегодно и отсылались на утверждение попечителю соответствующего учебного округа. Это дает основание считать великого ученого одним из первых методистов-математиков высшего математического образования.

Наиболее плодотворный период педагогической и методической деятельности Н.И. Лобачевского связан с его ректорством в Казанском университете (1827-1845). Одновременно он становится председателем училищного комитета, в ведении которого находились все школы Казанского учебного округа. Надо сказать, что назначение Н.И. Лобачевского состоялось во многом благодаря тому, что на должность попечителя Казанского учебного округа был назначен граф М.Н. Мусин-Пушкин, который сам «получил образование и необходимую для службы аттестацию на курсах при Казанском университете» [2. С. 287]. Это был человек, искренне преданный делу просвещения и, в частности, своей «альма-матер». В течение последующих десятилетий он оказывал постоянное влияние на постановку образования в округе, широко используя при этом советы Н.И. Лобачевского, который обладал в глазах Мусина-Пушкина огромным авторитетом [8. С. 78].

Не имея возможности для характеристики деятельности Лобачевского как организатора народного образования, сосредоточимся на его роли в совершенствовании преподавания математики.

Вопреки уставу 1828 г., в соответствии с которым преподавание математики преследовало чисто формальные, а не практические («материальные») цели, в Казанском учебном округе не только в 20-х гг., но и значительно позже, использовали для преподавания математики учебники Н.И. Лобачевского, в которых «формальные» и «материальные» цели обучения не противопоставлялись, а взаимно дополняли друг друга.

Уже в первый год руководства университетом Н.И. Лобачевский создал комиссию по разработке программ по всем предметам, в том числе и по математике, для поступления в это учебное заведение. Они оказались настолько удачными, что в 1830 г. Министерство просвещения поручило Казанскому университету составить программы обучения математике во всех гимназиях и училищах своего ведомства [1. С.4]. Такие были составлены по всем математическим предметам и снабжены методическими рекомендациями для преподавателей.

Лобачевский считал, что математику можно хорошо изучить только в государственном учебном заведении: «...наука почти бесполезная в семействах, но весьма важная для Государств, Математика требует и учения от лица Государства. Едва ли не из общественных заведений могут только выходить хорошие Математики, где все благоприятствует этой науке». Почему? Лобачевский полагает, что только в государственных учебных заведениях возможны: «выбор лучших наставников, которые непрестанно трудятся увеличить собственные свои познания; порядок и строгость, так сказать, военные, которые одни только в состоянии принудить учеников следовать неослабно за преподаванием и удерживать в непрестанном напряжении их внимание; наконец, множество учеников, возбуждая соревнование, рождает охоту, превращает ее со временем в страсть и бывает причиною появления гениев-Математиков» [6. С. 369].

Н.И. Лобачевский уделял большое внимание методам преподавания математики, предлагая варьировать их в зависимости от возраста и предыдущей математической подготовки учеников. Как он считал, в отношении начинающих «напрасно было бы заботиться об определениях, присоединять пояснения правилу». Лобачевский был большим поклонником так называемого ланкастерского способа обучения (метод взаимного обучения), т.к. считал, что именно он «разнообразием своим предохраняет учеников от скуки, а выкладками на счетах действует на чувства...» [3. С.556]. Для среднего возраста метод должен быть таким, чтобы ученик от чувственных восприятий переходил к формированию отвлеченных понятий и элементам доказательств. И только в старших классах гимназии следовало свободно оперировать абстрактными понятиями и доказательствами. Наконец, математическая теория, как считал Лобачевский, начинается «не прежде как с алгебры», которая по учебному плану 1828 г. изучалась в 3-х и 4-х классах гимназий. Курс алгебры следовало излагать систематически, со всеми возможными доказательствами. Именно такой курс и был им разработан еще в 1825 г.

Третий, заключительный период педагогической и методической деятельности Н.И. Лобачевского связан с уходом его с должности ректора Казанского университета и длился практически до конца жизни (1846-1855). Лобачевский все силы отдает руководству округом, несмотря на то, что, занимая должность управляющего учебным округом и помощника попечителя, с 1848 г. он практически был отстранен попечителем от дел округа. В.М. Нагаева считает [8. С. 106-107], что это объясняется педагогическими взглядами Н.И. Лобачевского, его стремлением к бессловности образования, просвещению широких слоев народа, противодействием насаждавшемуся в связи с революционными событиями в Европе мистицизму и религиозности. Это могло вызвать недовольство руководства Министерства народного просвещения.

Тем не менее, Н.И. Лобачевский активнейшим образом занимается управлением округом, заботясь о росте числа уездных и приходских школ, их материальной поддержке; взаимоотношениями учителей и учеников, считая, что основным воспитательным фактором является авторитет учителя; оказании методической помощи молодым учителям и др.

В истории Казанского учебного округа это время было отмечено значительным усилением учебно-методической работы: Лобачевский постоянно заботился о привлечении к ней учителей. Еще в 1842 г. Казанский округ проявил инициативу чисто методического характера: «Для поощрения самих преподавателей к большей их деятельности возложена на ст. учителей гимназий обязанность представлять ежегодно г. попечителю какой-либо опыт своих занятий» [8. С.103]. Это одно из первых в истории отечественного образования требований по обобщению и распространению передового опыта.

Педагогические и методические труды Н.И. Лобачевского. Сразу заметим, что основное внимание мы уделим его методическим трудам, лишь упомянув даже его знаменитый педагогический труд «О важнейших предметах воспитания», несмотря на то, что высказанные в ней постулаты как никогда актуальны и сейчас.

Методические взгляды Н.И. Лобачевского ранее всего сформулированы им в предисловиях к учебникам математики для гимназий, а также в уже упоминавшихся нами «Обозрениях...» Наибольшее значение он придает методам обучения, выделяя среди них аналитический и поясняя его сущность: «Аналитический способ состоит в том, чтоб отношения между величинами выражать уравнениями <...> уравнения, которые выражают собой зависимость величин друг от друга, заключают в себе все нужное к разрешению вопроса, освобождают от рассмотрения качеств сих величин и подчиняют ход задачи действиям алгебры» Однако, подчеркивая преимущества синтеза («...он ясен, осязателен и гораздо убедительнее для начинающих») [4.С. 59-60], Лобачевский предлагает сочетать анализ и синтез в преподавании. Эти представления кладутся Лобачевским в основу не только гимназического, но и университетского математического образования.

Наиболее зрелым и детальным методическим трудом Лобачевского являются «Наставления учителям математики в гимназиях» (1830), которые впервые изданы только в конце 40-х гг. XX в. [8].

В этом труде он раскрывает роль и сущность гимназического математического образования, которые видит в соотношении формального и материального; придает большое значение систематичности и научной строгости изложения; характеризует значимость развития средствами математики мышления, прежде всего, логического; подчеркивает роль сознательности и целеустремленности в обучении математике; придает особое значение учету возрастных и индивидуальных особенностей детей, их способностям.

Существует обширная литература по проблеме педагогической и методической деятельности великого ученого. Нами была предпринята попытка ее обобщения в фундаментальном труде «История математического образования в России» [9]. В нем содержится специальная глава, посвященная этой проблеме.

Литература

1. Гнеденко Б.В. Педагогические взгляды Н.И. Лобачевского // Мат. в шк. 1993. № 1. СС. 4.
2. Каган В.Ф. Н.И. Лобачевский // Очерки по геометрии. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1963.
3. Лобачевский Н.И. Наставления учителям математики в гимназиях // Труды Института истории естествознания. Вып. 2. – М.: Изд-во АН СССР, 1948.
4. Лобачевский Н.И. Научно-педагогическое наследие. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма / Отв. ред. П.С. Александров и Б.Л. Лаптев. – М.: Наука, 1976.
5. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений. В 5 тт. Т.1. – М.: Гостехиздат, 1946.
6. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений. В 5 тт. Т.4. – М.: Гостехиздат, 1948.
7. Мрочек В., Филиппович Ф. Педагогика математики. Исторические и методические этюды. Т.1. – СПб: Книгоиздательство О. Богдановой, 1910.
8. Нагаева В.М. Педагогические взгляды и деятельность Н.И. Лобачевского / Историко-математические исследования. Вып. III. – М.; Л.: Гостехиздат, 1950.
9. Полякова Т.С. История математического образования в России. – М: Изд-во Московского университета, 2002. – 624 с.
10. Похвальная речь Эйлеру Николаю Фусса // Развитие идей Эйлера и современная наука. - М.: Наука 1988.

ДИСКРЕТНОСТЬ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КАРТИНЕ МИРА

Тестов Владимир Афанасьевич, доктор педагогических наук, профессор,
Вологодский государственный университет
vladafan@inbox.ru

Аннотация. В статье показаны пути формирования целостной математической картины мира. В истории математики имелись неоднократные попытки нарушения баланса между дискретностью и непрерывностью, свести математику к одной из этих компонент. Однако в этом случае становилось очевидным разрушение целостности математической картины мира. С использованием тринитарной методологии в статье показывается, что единство дискретности и непрерывности можно обеспечить с помощью третьего компонента – фрактальности.

Ключевые слова: научная картина мира, тринитарная методология, дискретность, непрерывность, фрактальность.

DISCRETENESS AND CONTINUITY IN THE MATHEMATICAL PICTURE OF THE WORLD

V.A. Testov, doctor of education, professor,
Vologda State University
vladafan@inbox.ru

Abstract. The article shows the ways of forming an integral mathematical picture of the world. In the history of mathematics, there have been repeated attempts to disrupt the balance between discreteness and continuity and to reduce mathematics to one of these components. However, in this case it became obvious the destruction of the integrity of the mathematical picture of the world. Using the trinitarian methodology, the article shows that the unity of discreteness and continuity can be achieved with the help of the third component – fractality.

Keywords: scientific picture of the world, trinitarian methodology, discreteness, continuity, fractality.

Одним из основополагающих принципов отбора содержания обучения математике, как в школе, так и в вузе, является принцип целостности содержания. В настоящее время при изучении математики этот принцип не всегда соблюдается, конкретный материал во многих случаях не складывается в систему знаний; учащийся чаще всего не в состоянии самостоятельно ее структурировать и осмыслить. Как известно, целостной системой представлений об общих свойствах и закономерностях объективного мира, особой формой систематизации знаний является научная картина мира, представляющая собой качественное обобщение и мировоззренческий синтез различных научных теорий. Поэтому ее формирование является важнейшей задачей обучения, которой посвящен ряд исследований. В частности, имеются исследования, посвященные формированию у школьников математической картины мира ([4], [5], [12]).

Для формирования целостного представления о математике необходимо стремиться к единению различных взглядов на природу математики. Однако существует ли у математиков единое целостное представление о том, что такое математика? Как образно выразился М. Клайн, каждое крыло здания математики претендует на роль единственно истинного храма, где хранятся жемчужины математической мысли. Он приводит в своей книге известную притчу о семи слепцах и слоне. Наткнувшись на слона, слепцы принялись ощупывать его и спорить, на что он похож. Один ощупывал хвост, другой ногу слона, третий – хобот и т.д. Слепцы не могли прийти к согласию, т.к. все они представляли слона по-разному [6]. Так и математики рассматривают свою науку с различных точек зрения, им так же трудно согласовать свои позиции, как и несчастным слепцам.

Позиции ученых сильно отличаются, поэтому нет единой точки зрения на предмет математики. Долгие годы считалось, что предметом математики являются числа и фигуры. Ф.Энгельс вместо этих терминов предложил использовать термины «количественные отношения» и «пространственные формы», чтобы подчеркнуть, что предмет математики не плод чистого разума, а часть реального мира, Советские математики опирались на это определение Ф.Энгельса, но признавались, что с появлением новых разделов математики необходимо расширить это определение. Группа французских математиков под псевдонимом Н. Бурбаки считала, что математика – это наука о специальных структурах, называемых мате-

математическими, которые подразделяются на алгебраические, порядковые и топологические [3]. В.И. Арнольд в противовес этому мнению отмечал, что математика является экспериментальной наукой – частью теоретической физики и членом семейства естественных наук.

В структуре математической картины мира существенное место занимают общие представления о дискретности и непрерывности математических объектов и их взаимосвязи с реальным миром. Вся история математики наполнена дискуссиями разных точек зрения на природу математики, ее характер, на соотношение в ней дискретного и непрерывного, конечного и бесконечного. Следует отметить, что как среди философов, так и математиков нет полного единства по этим вопросам.

Первобытная математика была дискретной. В Древней Греции соотношение дискретного и непрерывного было одной из основных проблем в философии и математике. Глубокие размышления античных философов приводили их к выводу о несовместимости принципов дискретности и непрерывности. Демокрит придерживался дискретных, атомистических взглядов, считая, что мир дискретен. Точки он представлял, как атомы пространства, имеющие малый, но конечный объем. Причем он обосновывал необходимость атомистического миропонимания ссылкой не на физические явления, а на чисто математические затруднения, возникающие в том случае, если считать пространство непрерывным.

На основе атомистических идей Антифонтом, Евдоксом и Архимедом был разработан метод исчерпывания для вычисления площадей криволинейных фигур. Тем не менее, большинство древнегреческих ученых – современников Демокрита – отвергли атомистическое истолкование геометрии. Так Платон (427-347 гг. до н.э.) был яростным противником атомизма, он всю жизнь собирал рукописи с работами Демокрита и их сжигал. По мнению этих ученых, такое истолкование не соответствовало духу математики и смешивало математику и физику. Атомистические идеи возродились снова лишь в XVII в. в работах Кеплера, Кавальери и Виета.

Сложность вопроса о соотношении непрерывности и (или) дискретности мира наглядно показали знаменитые апории Зенона. Со времен их появления многие ученые, начиная с Аристотеля, Плутарха и Сенеки и вплоть до наших дней, порождали все новые и новые попытки опровержения апориев, объявляли о найденном разрешении этих проблем. Но все так называемые «разрешения» апорий представляют собой логическую ошибку, состоящую в том, что доказывается не тот тезис, который требуется доказать. Апории Зенона не нашли удовлетворительного разрешения и поныне. Среди математиков очень распространенной была точка зрения, что с созданием математического анализа, теории бесконечно малых и предельного перехода апории Зенона были разрешены. Однако и это «разрешение» было таким же заблуждением. Математический анализ в данном случае просто-напросто обходит неудобный момент, напрямую связанный с апориями, путем его игнорирования. Вместо вызывающего сопротивление разума утверждения «стрела никогда не долетит до цели» появился всех устраивающий тезис «переменная никогда не достигнет своего предела».

Выдающиеся математики Р. Курант и Г. Роббинс пишут в своей книге: «Еще со времен Зенона и его парадоксов все попытки дать точную, математическую формулировку интуитивному физическому или метафизическому понятию непрерывного движения были безуспешными... Точки прямой представляют везде плотное множество, и не существует точки, «следующей» за данной. Остается неизбежное расхождение между интуитивной идеей и точным математическим языком, предназначенным для того, чтобы описывать ее основные линии в научных, логических терминах. Парадоксы Зенона ярко обнаруживают это несоответствие» [8, с.337-338]. Отмахиваясь от апорий Зенона на протяжении двух с половиной тысячелетий и объявляя их пустыми софизмами, человеческий разум только показывал свою беспомощность перед гениальным прозрением античности.

Идеи дискретности и непрерывности соперничали и в первый период создания дифференциального и интегрального исчисления. Так Буридан считал границей тела сколь угодно тонкий слой, а не геометрическую поверхность. Подобных представлений придерживался и Н.И. Лобачевский. Он писал, что если два тела «касаются линейно», то следует доводить сечения до «тонкости волоса или черты на бумаге», а если касаются в точке – до «малости песчинки» [9, с. 174-175]. Атомистическим представлениям следовал Кавальери, его методы позволяли ему вычислять площади и объемы геометрических фигур.

Лейбниц считал, что «существуют неделимые или непротяженные элементы; иначе невозможно быть ни началу, ни концу движения». Он ввел величины, названные им инфинитезимальными, или бесконечно малыми, которые отличны от нуля, но меньше любого другого положительного числа. Это не переменная величина, т.е. не функция, стремящаяся к нулю, а постоянная величина, но очень малая. Самым уязвимым местом его теории было противоречие с аксиомой Архимеда. Это противоречие было разрешено Робинсоном значительно позднее, во второй половине XX столетия.

В XIX в большинство математиков, исходя из потребностей строгого логического обоснования исчисления бесконечных малых, пошли по другому пути, фактически изгнали идеи дискретности из математического анализа, что отдалило математику от реальности. Создатели математического анализа Коши, Дедекин, Кантор, Вейерштрасс и другие придали фундаментальным математическим понятиям значительно большую строгость, которой им до этого не хватало. Но, как отметил английский физик-космолог Джеральд Уитроу, все эти математики придерживались формалистической точки зрения на природу своего предмета.

Вместе с тем даже в период господства парадигмы непрерывной математики отдельные математики высказывали идеи дискретности. Так во 2-й половине XIX в. русский математик Н. В. Бугаев, опираясь на аналогии между некоторыми операциями теории чисел и математического анализа, пытался построить аритмологию: науку о «прерывных» функциях. Он писал: «Изменяться величины могут непрерывно или прерывно... Сообразно с этими двумя способами, функции разделяются на непрерывные и прерывные, а сама математика распадается на два громадных раздела: теорию непрерывных и теорию прерывных функций... Прерывность гораздо разнообразнее непрерывности. Разнообразие форм, под которыми является прерывность, ведет к тому, что научные вопросы аритмологии часто бывают сложнее и труднее соответствующих вопросов анализа». Он подчеркивал взаимосвязь и взаимодополняемость аналитического и аритмологического подходов. «Мы видели, что в области чистой математики непрерывность и прерывность суть два понятия, несводимых одно к другому. При правильной оценке и классификации фактов чистой математики между ними должны устанавливаться не противоречия, а гармония» [2].

Вопросами взаимосвязи непрерывности и дискретности в математике занимался и ученик Бугаева – П. А. Флоренский. В 1903 г. во введении к своей диссертации он утверждает, что есть чисто фактические данные, помимо отвлеченных, указывающие на прерывность многих сторон действительности». Распространение непрерывных методов он объясняет плодотворностью дифференцирования и интегрирования, отмечая, что задачи, в которых имелась очевидная прерывность, рассматривались как курьез [13].

В начале XX в. происходят революционные перемены в теоретической физике, что привело к усилению интереса к математическим вопросам, относящимся к взаимосвязи непрерывных и дискретных процессов и функций. В это время М. Планк выдвинул гипотезу о дискретности физического действия. Затем А. Эйнштейн ввел дискретность туда, где, казалось, вряд ли она может присутствовать – в световые явления. В последующие годы квантовая механика рассматривала вопрос о синтезе дискретности и непрерывности в форме корпускулярно-волновой двойственности.

Дискретность возникла и при разработке теории информации. Академик А. Н. Колмогоров считал, что «дискретные механизмы являются ведущими в процессах переработки информации и управления в живых организмах». Подводя итог историческому обзору, сошлемся на его слова «По существу, – писал он, – все связи между математикой и ее реальными применениями полностью уместаются в области конечного... Мы предпочитаем непрерывную модель лишь потому, что она проще» [7]. Именно поэтому математические модели были в основном непрерывными. Эту же мысль хорошо сформулировал известный американский специалист по дискретной математике Д. Зайлбергер: «Непрерывный анализ и геометрия являются только вырожденными аппроксимациями дискретного мира... Хотя дискретный анализ концептуально проще непрерывного, технически он, как правило, значительно сложнее. Поэтому в отсутствие компьютеров непрерывная геометрия и анализ были необходимыми упрощениями, позволявшими исследователям добиваться успехов в естественных науках и математике».

Все эти перемены в математике не могли не сказаться и на содержании математического образования. Соотношение дискретного и непрерывного в обучении математике также всегда было предметом обсуждения и споров. В настоящее время дискретные вопросы, несмотря на изменение их роли в математической картине мира, в школьном курсе математики затрагиваются примерно в той же мере, как и несколько десятилетий назад, что мешает обеспечить гармоничное сочетание дискретного и непрерывного в изучении математики и в понимании ее характера.

Как показано выше, в истории развития науки имелись неоднократные попытки нарушения баланса между дискретностью и непрерывностью, свести математику к одной из этих компонент. Однако все они заканчивались неудачей, ибо становилось очевидным разрушение в этом случае целостности математической картины мира. Таким образом, происходящие процессы в естествознании, информатике, самой математике приводят к необходимости новой, сбалансированной точки зрения на природу математики, отражающей ее целостность, синергию в ней непрерывного и дискретного.

Объяснение попыткам свести математику либо к дискретности, либо к непрерывности можно найти в том, что в основе взглядов большинства ученых лежит традиционная методология, бинарное мышление.

При этой методологии расчленение объекта или явления на две части – дихотомия – являлось доминирующим для всей классической науки. Элементарные структуры имели вид бинарных оппозиций: вещество-поле, бытие-сознание, дифференциация-интеграция, необходимость–случайность, материализм–идеализм и т.п. По этой же схеме произошло и деление наук на естественные и гуманитарные, на фундаментальные и прикладные. В истории науки можно проследить, как доминанты в каждой оппозиции периодически менялись, а позднее противоборствующие стороны стали претендовать на равноправие. Но если противоречия сосуществуют, то должно быть нечто третье, обеспечивающее их примирение. Для объяснения синтеза, целостности оказалось необходимым наличие третьего фактора.

Основой нового мышления может стать тринитарная методология, которая в последнее время все шире используется в постнеклассическом мировоззрении, хотя ростки этого мышления зародились значительно раньше, еще в Древней Греции. Троединое начало лежит в основе многих религий. Триады, характеризующиеся известной формулой «тезис-антитезис-синтез», широко использовались в гегелевской диалектике. П.А. Флоренский писал о триединстве ума, чувства и воли человека, он рассматривает трихотомию, как начало системы и приходит к мысли об онтологичности «триадической структуры».

В последние десятилетия целый ряд ученых стали широко применять тринитарную методологию. В России появилась и общественная организация, объединяющая приверженцев этой идеи, – Академия Тринитаризма. Значительный вклад в развитие тринитарного мышления внес Р.Г. Баранцев. Им были рассмотрены системные (целостные) триады, единство которых создается тремя потенциально равноправными элементами одного уровня (рацио, эмоцио, интуицио), каждый из которых может служить мерой совмещения двух других [1].

Тринитарная методология может быть применена к анализу самых различных явлений и объектов. Так отсутствие единого понимания предмета математики может быть объяснено тем, что математика представляет собой единство трех разных составляющих: логики (рацио), интуиции (интуицио) и эксперимента (эмоцио).

В качестве третьего элемента, необходимого для решения проблемы противоречия между дискретностью и непрерывностью в математике, как меру их компромисса, можно рассматривать фрактальность. Такого взгляда придерживается и Р.Г. Баранцев. По последним физическим представлениям Вселенная состоит из бесконечного числа вложенных фрактальных уровней материи с подобными друг другу характеристиками. Философы высказывают точку зрения, что фрактальность есть одно из всеобщих фундаментальных свойств бытия. С появлением фракталов со всей очевидностью стала ясна ограниченность описания природы с помощью гладких кривых, поверхностей и гиперповерхностей. Окружающий нас мир гораздо разнообразнее, и в нем оказалось немало объектов, допускающих фрактальное описание и не укладывающихся в жесткие рамки евклидовых линий и поверхностей.

Фрактальность часто определяется через *самоподобие*. Под такое определение подходят не только красивые конструкции, созданные при помощи компьютера, но и давно известные матрёшки, детские пирамидки, художественные тексты (например, в сказках типа «Репка», «Теремок», «Колобок» и т.п.). Фрактал – это удивительное понятие математики, оказавшееся средством адекватного отражения многих природных и социальных явлений.

Как известно, первые фрактальные множества появились в конце XIX – начале XX века, но они вызывали скорее неприязнь и недоумение многих ученых-математиков того времени. Один из создателей теории множеств Георг Кантор первым построил фрактальное множество из непрерывного объекта – отрезка путем выбрасывания из этого отрезка бесконечное число раз интервалов разной длины. В результате получается дискретный объект – канторова пыль (рис.1).

Но большинство из фрактальных множеств в то время оставались невидимыми для глаз, поскольку подходящей техники для реализации свойства самоподобия, которым обладают все фракталы, еще не находилось. И только в конце XX века с появлением компьютера удалось построить эти множества.

Фрактальная геометрия – это не просто новый раздел математики, это одна из важнейших составных частей математической картины мира, что определяет ее значение для обучения. Кроме того, это средство интеграции в обучении математики и информационных технологий. Изучение фрактальной геометрии способствует решению основных задач, поставленных в Концепции развития математического образования. Это, прежде всего, повышение мотивации учащихся к изучению математики, развитие у них познавательной активности, сближения процессов обучения и исследования, решение проблемы эс-

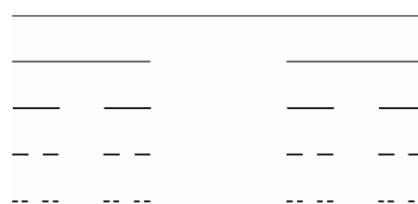


Рис.1 Множество Кантора (Канторова пыль)

тетической направленности обучения. Фракталы обладают эстетической привлекательностью, практически не требуется дополнительных знаний и умений, чтобы ощутить природную эстетическую красоту фракталов, получить от этой красоты эстетическое удовольствие. Фрактальная геометрия пока не включена даже в вузовские программы, хотя имеется опыт ее преподавания в ряде вузов ([10] и др.). Имеется опыт знакомства с основами фрактальной геометрии и учащихся средних учебных заведений.

Таким образом, фрактальность является таким же фундаментальным структурным свойством материи, как дискретность и непрерывность. Фрактальность можно рассматривать в качестве третьего элемента, необходимого для решения проблемы противоречия между дискретностью и непрерывностью в математике, как меру их компромисса. Тем самым с помощью этого нового научного направления предоставляется возможность обеспечить единение дискретности и непрерывности, сформировать у обучающихся целостную математическую картину мира.

Литература

1. Баранцев Р.Г. Синергетика в современном естествознании. – М.: Книжный дом «Либроком», 2014. – 160 с.
2. Бугаев Н. В. Математика и научно-философское мировоззрение //Филос. и социол. мысль. – 1989. – №5. – С. 85-93.
3. Бурбаки Н. Архитектура математики // Очерки по истории математики. – М.: ИЛ, 1965. – С. 245-259.
4. Горбачев В.И. Углубленное изучение математики и математическая картина мира /Актуальные проблемы углубленного математического образования. Материалы XXVII Пленума Учебно-метод. совета по математике и механике и Всеросс. научно-метод. конференции /Под ред. В.Н.Чубарикова. – Майкоп: Изд-во АГУ, 2010. – С. 69-71.
5. Ермак Е.А. Геометрическая составляющая естественнонаучной картины мира старшекласников: Монография. – СПб.: Изд-во РПГУ им.А.И. Герцена, 2004.
6. Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М.: Мир, 1984.
7. Колмогоров А. Н. Научные основы школьного курса математики. Первая лекция // Математика в школе. – 1969. – № 3. – С. 12-18.
8. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? – М.: Просвещение, 1967.
9. Лобачевский Н. И. Полное собрание сочинений: В 5т. – М.; Л.: Гос изд.техн.-теорет. лит., 1949. Т. 2: Сочинения по геометрии. – 604 с.
10. Секованов В.С. Методическая система формирования креативности студента университета в процессе обучения фрактальной геометрии. – Кострома: КГУ им. Н.А. Некрасова, 2005.
11. Тестов В.А. Дискретность и непрерывность в математике. // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Вып. 12. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2010. – С. 36-45.
12. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. – Вологда, ВГПУ, 2012. – 176 с.
13. Флоренский П. А. Введение к диссертации «Идея прерывности как элемент мирозерцания» // Историко-мат. исслед. – 1986. – Вып. 30. – С. 159-177.

УДК 378.147

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ И ШКОЛЕ

**Ястребов А. В., доктор педагогических наук, профессор,
Ярославский государственный педагогический университет
им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль
alexander.yastrebov47@gmail.com**

Аннотация. Книги из списка литературы, опубликованные в последние два года, подводят промежуточный итог длительной разработки авторской концепции моделирования научных исследований в учебном процессе. В докладе делается их презентация путем формулировки основных положений и иллюстрации этих положений посредством конкретных педагогических сценариев.

Ключевые слова: исследовательское обучение, модель научных исследований, теоретическое и экспериментальное начала математики.

INQUIRY BASED TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL AND HIGHER SCHOOL

**A.V. Yastrebov, D. Sci. in Pedagogics, full professor,
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinski, Yaroslavl
alexander.yastrebov47@gmail.com**

Abstract. There are five books in the references, which were published during the last two years. The books sum up the author's research in mathematics education, which was carried out for many years. The main statements of the author's conception are formulated and then illustrated by means of some pedagogical scenarios.

Keywords: inquiry based teaching, model of research, theoretical and experimental origins of mathematics.

Основу цикла составляет монография [2]. Она предназначена для преподавателей математики вузов, аспирантов-математиков, студентов-математиков бакалавриата и магистратуры, школьных учителей. Особую целевую группу составляют преподаватели и студенты педагогических вузов. В книге изложена концепция обучения математике, суть которой отражена в ее названии. Выявлены некоторые неотъемлемые свойства математики, наличие которых не зависит ни от области математики, ни от исторического периода её развития, ни от уровня обсуждаемых исследований. Ими оказываются четыре специальных свойства математики: деятельностно-продуктивный дуализм, эмпирико-теоретический дуализм, личностно-социальный дуализм и индуктивно-дедуктивный дуализм. Обоснована целесообразность моделирования этих свойств в учебном процессе. Сформулированы принципы написания задачников по математике и на их основе построен ряд оригинальных коллекций заданий. Предложена модель подготовки группы студентов к исследовательской деятельности. Для полного и, в то же время, компактного описания модели автором разработан специальный язык, названный графом соответствия. Описан процесс изобретения автором некоторых математических теорем.

Монографию [2] дополняет коллективная монография [1], написанная большой группой архангелогородских математиков при участии автора этих строк. Она посвящена изложению историко-научных предпосылок, теоретических основ и практического опыта исследовательского обучения математике в стиле экспериментальной математики. В книге изложена история развития экспериментального подхода в математике и математическом образовании, представлена теоретическая модель исследовательского обучения в стиле экспериментальной математики, дана характеристика содержательных и технологических основ ее реализации в системе основного и дополнительного общего образования, внеурочной деятельности учащихся общеобразовательных школ, организации конкурсных мероприятий. Главное в ней состоит в том, что выявлена одна из неявных линий школьного курса математики – линия экспериментальной математики – и показана плодотворность ее теоретической и практической разработки. Публицистический аспект книги состоит в том, что в ней содержится «Мягкий манифест экспериментальной математики», который призван (и, по мнению автора, может) привлечь внимание педагогического сообщества к решению серьезной методической задачи – рациональному использованию в образовании достоинств двух взаимно дополнительных подходов, теоретического и экспериментального.

Книга [1] является «апологией экспериментальной математики», где слово «апология» употребляется в хорошем смысле. В ней исследовательское обучение математике считается неразрывно связанным с экспериментом. Между тем математические исследования могут порождаться не только экспериментальными, но и теоретическими задачами. Это единство описано в монографии [3]. Нестандартный логический ход автора состоит в том, чтобы ввести два родственных понятия: «исследовательски ориентированное обучение в школе» и «исследовательское обучение конкретного школьника». Под первым из них понимается потенциальная возможность 1) приобрести первоначальный опыт использования общенаучных методов исследования; 2) приобрести первоначальный опыт использования тех конкретных умственных действий, которые производят математики-исследователи; 3) приобрести представление об элементах методологии математики; 4) приобрести первоначальный опыт полномасштабного личного исследования в области математики. Второе понятие трактуется как реализация в отношении конкретного школьника каждой из вышеперечисленных четырех возможностей. Во введении ко книге обсуждается целесообразность такого «двухступенчатого» определения.

В основной части книга показано следующее. Прежде всего, первоначальный опыт использования общенаучных методов исследования (п. 1) приобретает, фактически, в начальной школе. Для иллю-

страции этого положения приведены примеры задач для начальной школы и проделан анализ некоторых учебников на предмет их насыщенности подходящими задачами. Кроме того, показано, что пп. 2 и 3 могут быть реализованы как в основной, так и в полной школе. Для этого предложена серия педагогических сценариев, в которых изучаемые теоремы повторно открываются самими учащимися. Сценарии подобраны таким образом, что часть из них является чисто теоретическими, а другая часть предполагает проведение эксперимента того или иного типа. Наконец, приобретение опыта полномасштабного личного исследования в области математики (п. 4) отнесено к дополнительным занятиям в полной средней школе, более точно, к процессу подготовки к математическим конференциям школьников. Приведены примеры некоторых «больших проектов», выполненных в разные годы школьниками под руководством автора.

Книги [4, 5] представляют собой учебные пособия для бакалавров по направлению «Педагогическое образование» и профилю «Математическое образование». Они предназначены для студентов, но полезны не только для них, но и для преподавателей педагогических вузов и учителей школ. Важно, что они подготовлены в рамках авторской концепции моделирования базовых свойств научных исследований в учебном процессе, которая подробно изложена в книгах [2, 3].

Книга [4] поддерживает курс «Методика обучения и воспитания в области математики», который изучается в 4–7 семестрах. Его первая часть посвящена методике изучения теорем и, в частности, обучению школьников доказательству теорем. В устном изложении эта часть называется «Избранные теоремы школьной математики в деталях и нюансах». Отбор теорем осуществлялся в соответствии с их значимостью в школьном курсе математики. Впрочем, представление о значимости во многом носит эстетический характер и отражает субъективную точку зрения авторов.

Вторая часть книги [4] представляет собой справочник. Ее текст лаконичен, так как содержит преимущественно общепринятые термины, формулировки теоретических положений и минимальный набор основных примеров, иллюстрирующих их. Пособие ориентировано на изложение того и только того материала, который может быть реально изложен за один семестр обучения. Его рекомендуется использовать в сочетании с полномасштабными учебниками. Целесообразно использовать пособие для чтения *до* лекции или *во время* лекции.

Книга [5] представляет собой задачник по общей методике преподавания математики. Такое сочетание – задачник и общая методика – является достаточно необычным. Математической базой для задач по общей методике математики служит материал как школьной, так и вузовской программы за первые 2–3 курса обучения. Задания построены таким образом, что подлежащие усвоению положения общей методики выявляются студентом в результате методико-математического анализа условий и/или решений математических задач. Задачи бифункциональны, то есть пригодны к использованию при изучении как методических, так и математических дисциплин. В книге имеется система авторских комментариев к отдельным задачам и группам задач, раздел, облегчающий процесс их решения, а также раздел с полными ответами и/или решениями.

Литература

1. Шабанова М.В., Овчинникова Р.П., Ястребов А.В. и др. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с. doi: 10.17513/np.141.
2. Ястребов А. В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований. – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. – 306 с.
3. Ястребов А. В. Исследовательское обучение математике в школе. – Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017.
4. Ястребов А. В., Корикина Т. М., Сулова И. В. Методика преподавания математики: теоремы и справочные материалы: учебное пособие для академического бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 173 с.
5. Ястребов А. В. Методика преподавания математики: задачи: учебное пособие для академического бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 150 с.

СЕКЦИЯ 1

ИСТОРИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ, ТЕНДЕНЦИИ И ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИИ

УДК 378.147

ОБУЧЕНИЕ АСПИРАНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

**Вечтомов Е.М., доктор физико-математических наук, профессор,
Вятский государственный университет, г. Киров
vecht@mail.ru**

**Варанкина В.И., кандидат физико-математических наук, доцент,
Вятский государственный университет, г. Киров
veravarankina@gmail.com**

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы обучения и исследовательской подготовки аспирантов-математиков. Анализируется опыт работы аспирантуры по специальности «Математическая логика, алгебра и теория чисел» в Вятском государственном университете (г. Киров).

Ключевые слова: аспирантура, высшее образование, обучение аспирантов-математиков, научное исследование.

TRAINING OF GRADUATE STUDENTS OF THE DIRECTION «MATHEMATICS AND MECHANICS»

**E.M. Vechtomov, doctor of science in physics and mathematics, professor,
Vyatka State University, Kirov, Russia
vecht@mail.ru**

**V.I. Varankina, candidate of science in physics and mathematics, associate professor,
Vyatka State University, Kirov, Russia
veravarankina@gmail.com**

Abstract. The article deals with the issues of teaching and research training for postgraduate students-mathematicians. The experience of postgraduate work in the specialty "Mathematical Logic, Algebra and Number Theory" in Vyatka State University (Kirov) is analyzed.

Keywords: postgraduate education, higher education, training of postgraduate students-mathematicians, scientific research.

О реформе аспирантуры. В 2013 году аспирантура в Российской Федерации стала третьим уровнем высшего образования – вслед за бакалавриатом и магистратурой. Это американская модель высшего образования, принципиально отличающаяся от советского и российского подхода.

Ранее наша аспирантура была направлена главным образом на научные исследования, подготовку, написание и защиту кандидатской диссертации. Обучение сводилось в основном к самостоятельной подготовке аспирантов к сдаче кандидатского экзамена по специальности, а также к годовым курсам философии и иностранного языка для сдачи соответствующих кандидатских экзаменов. Новые знания по научной специальности аспирант приобретал индивидуально, консультируясь с научным руководителем, изучая специальную литературу, участвуя в работе научных семинаров и конференций, в ходе научных изысканий.

В настоящее время обучение в аспирантуре стало более формализованным и регламентированным. Аспиранту необходимо пройти целый ряд зачетных курсов по гуманитарным и специальным дисциплинам, учебную и научно-исследовательскую практики. Завершается обучение сдачей выпускного экзамена

по специальности и научным докладом по теме исследования (фактически предзащитой кандидатской диссертации). В американской аспирантуре (их докторантуре со степенью PJ) обучение ведется ежедневно, включая массу серьезных аудиторных занятий – по аналогии с магистратурой. В России организовать такое обучение можно только в ведущих университетах, имеющих национальный, федеральный или научно-исследовательский статус. В этих университетах можно набирать и обучать нормальные аспирантские группы (по 10–20 человек) и даже потоки. В других российских вузах такое обучение невозможно. Поэтому и число выделяемых Минобрнауки мест, в том числе внебюджетных, в аспирантуру таких университетов весьма ограничено. Так, Вятскому государственному университету (ВятГУ), ведущему опорному университету страны, в 2017 году выделено всего 12 бюджетных мест в аспирантуру (столько же планируется и в 2018 году).

Российская аспирантура продолжает готовить научно-педагогические кадры высшей квалификации, ориентированные на преподавание в вузе и дальнейшую научно-исследовательскую работу.

Аспирантура по направлению подготовки «Математика и механика». В Кировской области существует единственная аспирантура по направлению подготовки 01.06.01 Математика и механика – в Вятском государственном университете по научной специальности 01.01.06 Математическая логика, алгебра и теория чисел. Наша аспирантура открыта в 1994 году под научным руководством доктора физико-математических наук, профессора Е. М. Вечтомова. Ее закончили 30 человек, половина из которых успешно защитила кандидатские диссертации по алгебре. Научно-исследовательская работа велась и ведется по тематике алгебраической школы «Функциональная алгебра и теория полуколец» [3, 19], действующей с 1994 года. С сентября того же года на базе кафедры фундаментальной и компьютерной математики ВятГУ (сначала кафедры алгебры Кировского государственного педагогического института имени В. И. Ленина, заведующий кафедрой профессор Е. М. Вечтомов) работает городской научный алгебраический семинар [20] (руководители семинара доктора физико-математических наук Е. М. Вечтомов и В. В. Чермных). Заседания семинара проводятся еженедельно по понедельникам с сентября по декабрь и с февраля по май каждого учебного года. На семинаре заслушиваются и анализируются результаты новых исследований членов коллектива научной школы и приглашенных докладчиков, обсуждаются планы дальнейшей исследовательской и издательской деятельности, ставятся обзорные и методические доклады по направлению наших исследований, проходят предзащиты кандидатских диссертаций своих и иногородних диссертантов.

Что мы делаем и что должны сделать. В первое десятилетие XXI века в нашей аспирантуре 01.01.06 на одном курсе училось 1–3 аспиранта, в настоящее время – не более одного. Поэтому аудиторные занятия по специальности проводятся как обзоры и разъяснения по отдельным темам. Преобладают самостоятельное изучение аспирантом научно-образовательной литературы и индивидуальные консультации с научным руководителем.

При подготовке аспирантов – к кандидатским экзаменам и в формировании исследователей – мы используем наши учебные пособия [7, 12, 16, 23, 35, 40], монографии [17, 28, 29–32, 34, 36, 41], научные обзоры [8, 9, 11, 13, 24–27, 33, 39, 42–44], многочисленные научные, методические и методологические статьи в области математики. Нами разработаны материалы по специальным курсам для аспирантов и магистрантов [1, 2, 6, 10, 14, 15, 18, 37, 45].

Аспиранты и магистранты активно участвуют в работе научных конференций; за последние 20 лет кафедрой фундаментальной и компьютерной математики было организовано и проведено 10 научно-практических конференции всероссийского и международного уровня по математическому образованию и современной математике (см., например, [5, 21]).

Аспиранты и студенты имеют возможность публиковать свои статьи в периодическом межвузовском сборнике научно-методических работ «Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона», издаваемого с 1998 года (готовится к печати 20-й выпуск сборника [38]). В редколлегию Математического вестника входят известные российские математики и методисты; Е. М. Вечтомов – главный редактор, В. И. Варанкина – заместитель главного редактора, кандидат физико-математических наук, доцент Е. Н. Лубягина – ответственный секретарь. Сборник имеет международный индекс ISSN 2226-597X, включен в базу данных РИНЦ, его выпуски выставлены в Elibrary, информация выкладывается на сайте матвест.рф.

Важную роль в научном становлении аспирантов играет наш алгебраический семинар и участие молодежи как исполнителей различных грантов по функциональной алгебре и теории полуколец. Отме-

тим, что коллектив научной школы «Функциональная алгебра и теория полуколец» регулярно участвует в подаче заявок на гранты и в выполнении исследований по полученным грантам. Профессор Е. М. Вечтомов в 1998–2001 годы четырежды выигрывал грант соросовского профессора, руководил грантами РФФИ (2003, 2008), РГНФ (2006, 2012, 2015), ведущей научной школы университета (2008, 2013, 2014), тематическим планом «Полукольца и пучки» (2009–2012), проектной частью государственного задания Минобрнауки РФ «Функциональная алгебра и полукольца», проект «1.1375.2014/К (2014–2016)». В настоящее время мы ведем исследования по базовой части государственного задания Минобрнауки РФ «Полукольца и их связи», проект 1.5879.2017/БЧ (2017–2019).

Следует особо подчеркнуть, что в качестве аспирантской профориентации актуальны отбор способных бакалавров-математиков и усиленная математическая подготовка наших магистрантов по направлениям: 02.04.01 Математика и компьютерные науки, профиль Алгебра и дискретная математика, 44.04.01 Педагогическое образование, профиль Математика.

Выводы:

1. В очередной раз Минобрнауки РФ приняло некое половинчатое решение, в данном случае по аспирантуре, которое ни организационно-педагогически, ни финансово-экономически не отвечает мировым стандартам.

2. По сути дела, «американизация» российской аспирантуры ничего реально не меняет (и изменить не может), по крайней мере, в региональных университетах. Хорошо то, что срок обучения в очной аспирантуре по естественным и математическим наукам увеличился до четырех лет.

3. Еще раз подчеркнем [4, 22], что кандидат физико-математических наук – это штучный продукт, требующий соответствующей предметной и исследовательской подготовки аспиранта и высокого профессионализма его научного руководителя (как наставника и ученого). Весьма желательно по естественно-математическим направлениям увеличить число часов на руководство одним аспирантом до 75–100 часов в год.

Примечание. Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ «Полукольца и их связи», проект 1.5879.2017/8.9.

Литература

1. Варанкина В.И. Учебная дисциплина «История и методология математики» для магистрантов-математиков // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 5; URL: <http://www.science-education.ru/128-21878>. 0,5 п. л.
2. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Изучение теории метрических пространств // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2013. – № 2(3). – С. 103-111.
3. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Научная алгебраическая школа // Герценка. Вятские записки. – 2009. – № 15. – С. 199-207.
4. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. О качестве математического образования // Математика в образовании. Вып. 9. – Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2013. – С. 148-152.
5. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. XXXIII Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов // Математика в школе. – 2015. – № 2. – С. 61-62.
6. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н. Изучение топологической структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2014. – № 2. – С. 86-93.
7. Вечтомов Е.М. Введение в полукольца. – Киров: Изд-во Вятского государственного педагогического университета, 2000. – 44 с.
8. Вечтомов Е.М. Введение в структурную теорию полуколец и полутел // Материалы XIX Международной конференции «Математика. Образование». – Чебоксары: Чувашский государственный университет, 2011. – С. 56-68.
9. Вечтомов Е.М. Вопросы определяемости топологических пространств алгебраическими системами непрерывных функций // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Алгебра. Топология. Геометрия. – 1990. – Т. 28. – С. 3-46.
10. Вечтомов Е.М. Изучение порядковой структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2010. – № 2(1). – С. 111-120.
11. Вечтомов Е.М. К теории полуколец непрерывных функций // Материалы XXI Международной конференции «Математика. Образование». – Чебоксары: Чувашский государственный университет, 2013. – С. 19-34.

12. Вечтомов Е.М. Кольца непрерывных функций на топологических пространствах. – М.: Изд-во Московского педагогического государственного университета, 1992. – 120 с.
13. Вечтомов Е.М. Кольца непрерывных функций. Алгебраические аспекты // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Алгебра. Топология. Геометрия. – 1991. – Т.29. – С. 119-191.
14. Вечтомов Е.М. Курс «Упорядоченные множества и решетки» для магистрантов-математиков // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2011. – Вып. 13. – С. 169-186.
15. Вечтомов Е.М. Курс по выбору «Функциональная алгебра и полукольца» для аспирантов-математиков // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2; URL: <http://www.science-education.ru/129-21879>. 0,5 п. л.
16. Вечтомов Е.М. Математические очерки. – Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, 2004. – 215 с.
17. Вечтомов Е.М. Метафизика математики. – Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, 2006. – 508 с.
18. Вечтомов Е.М. Натуральный ряд // Математика в высшем образовании. – 2012. – Вып. 10. – С. 15-34.
19. Вечтомов Е.М. Научная школа по математике: традиции и новации в подготовке научных и научно-педагогических кадров // Кадровые ресурсы высшей школы: современные модели подготовки научных и научно-педагогических кадров: сборник материалов лекций, докладов, семинаров, дискуссионных трибун Всероссийской молодежной конференции в рамках фестиваля науки. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2012. – С. 30-33.
20. Вечтомов Е.М. Научный алгебраический семинар // Вестник Вятского педагогического университета. Серия естественных наук. Вып. 1. Математика, информатика, физика. – 1996. – С. 27-29.
21. Вечтомов Е.М. О научно-методических конференциях по развитию математического образования // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2014. – № 8. – С. 160-162.
22. Вечтомов Е.М. О проблемах высшего профессионального образования в России // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2009. – Вып. 9. – С. 118-127.
23. Вечтомов Е.М. Основные математические структуры. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2013. – 292 с.
24. Вечтомов Е.М. Полукольца и пучки. Обзор результатов исследований за 2008–2012 гг. // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2013. – № 1(1). – С. 185-193.
25. Вечтомов Е.М. Полукольца непрерывных отображений // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2004. – № 10. – С. 56-63. (грант РФФИ, проект 03–01–07005-ано)
26. Вечтомов Е.М. Результаты исследований научной алгебраической школы Вятского государственного университета «Функциональная алгебра и теория полуколец» в 2014–2016 годы // Advanced science. – Киров: Изд-во Вятского государственного университета, 2017. – № 1. 1,2 п. л.
27. Вечтомов Е.М. Строение полутел // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. – 2009. – Вып. 10. – С. 3-42. (грант РФФИ, проект 08–01–11000-ано)
28. Вечтомов Е.М. Философия математики. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2013. – 316 с.
29. Вечтомов Е.М. Функциональные представления колец. – М.: Изд-во Московского педагогического государственного университета, 1993. – 191 с.
30. Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н., Сидоров В.В., Чупраков Д.В. Элементы функциональной алгебры. Т. 1 / [под ред. Е. М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2016. – 384 с.
31. Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н., Сидоров В.В., Чупраков Д.В. Элементы функциональной алгебры. Т. 2 / [под ред. Е.М. Вечтомова]. – Киров: ООО «Издательство «Радуга-ПРЕСС», 2016. – 316 с.
32. Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н., Чермных В.В. Элементы теории полуколец. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2012. – 228 с.
33. Вечтомов Е.М., Михалев А.В., Сидоров В.В. Полукольца непрерывных функций // Фундаментальная и прикладная математика. – 2016. – Т. 21. – № 2. – С. 47-121.
34. Вечтомов Е.М., Петров А.А. Полукольца с идемпотентным умножением. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. – 144 с.
35. Вечтомов Е.М., Сидоров В.В. Абстрактная алгебра. Базовый курс. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2014. – 260 с.
36. Вечтомов Е.М., Сидоров В.В., Чупраков Д.В. Полукольца непрерывных функций. – Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, 2011. – 312 с.
37. Вечтомов Е.М., Чермных В.В. Изучение алгебраической структуры // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2012. – № 1(3). – С. 41-48.
38. Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: периодический межвузовский сборник научно-методических работ / [гл. ред. Е. М. Вечтомов]. Вып. 19. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2017. – 316 с.

39. Чермных В.В. Полукольца сечений пучков // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2005. – № 13. – С. 151-158. (грант РФФИ, проект 03–01–07005-ано)
40. Чермных В.В. Полукольца. – Киров: Изд-во Вятского государственного педагогического университета, 1997. – 130 с.
41. Чермных В.В. Функциональные представления полуколец. – Киров: Изд-во Вятского государственного гуманитарного университета, 2010. – 224 с.
42. Artamonova I. I., Chermnykh V. V., Mikhalev A. V., Varankina V. I., Vechtomov E. M. Semirings: sheaves, continuous functions, multiplicative structure // Semigroups with applications, including semigroup rings. – Sankt-Petersburg, 1999. – P. 23-58.
43. Vechtomov E.M. Rings and sheaves // Journal of Mathematic Sciences (New-York). – 1995. – Vol. 74. – № 1. – P. 749-798.
44. Vechtomov E.M. Rings of continuous functions with values in a topological division ring // Journal of Mathematic Sciences (New-York). – 1996. – Vol. 78. – № 6. – P. 702-753.
45. Vechtomov E.M., Varankina V.I. Bases mathematical structures and their connections // ВятГГУ – 100 лет: инновационные научные проекты. Сборник научных трудов по материалам межвузовской научной конференции. – Киров: Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. – С. 76-85.

УДК 372.851

ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В ЦИФРОВОМ ОБЩЕСТВЕ

**Клековкин Г.А., кандидат физико-математических наук, доцент,
Самарский филиал ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской
педагогический университет», Самара
klekovkun_ga@mail.ru**

Аннотация. Вскрываются некоторые негативные тенденции в умственном развитии ребенка в период онтогенеза в условиях глобального цифрового общества, рассматривается их влияние на процесс обучения математике в школе и вузе.

Ключевые слова: обучение математике, умственная деятельность, цифровые технологии, системы компьютерной математики, системы динамической геометрии.

MATHEMATICAL EDUCATION IN DIGITAL SOCIETY

**G.A. Klekovkin, candidate of science, assistant professor,
Samara Affiliate of Moscow City Pedagogical University, Samara
klekovkun_ga@mail.ru**

Abstract. The article reveals some of the negative tendencies within a child's mental development during the ontogenesis period under conditions of global digital society. Their impact on the process of mathematical education in schools and universities is under consideration.

Keywords: mathematical education, mental activity, digital technology, computer Algebra systems, dynamic Geometry systems.

Диалог внучки и бабушки:

- Бабушка, а какой у тебя был мобильник, когда ты была такая, как я?
- Внученька, в то время даже слова «мобильник» еще не было.
- Бабушка, а планшет у тебя был какой?
- И планшетов тогда тоже не было.
- Бабушка, а ты динозавров помнишь?

Анекдот

1. Начиная с 2007 года [4] почти все сообщения автора на заседаниях данного семинара были так или иначе связаны с применением информационных технологий в обучении математике. Эти сообщения отражали определенный опыт, постепенно накапливаемый в результате внедрения систем компьютерной математики и систем динамической геометрии в процесс преподавания различных математических курсов главным образом будущим учителям информатики и математики. За прошедшее десятилетие качественно обновились сами электронные средства обучения математике, появилось достаточно большое количество русскоязычных учебно-методических пособий по работе с ними, существенно выросло число научных публикаций, посвященных использованию новых инструментов математической деятельности в обучении математике в школе и вузе. Всё это внушало некоторый оптимизм и надежду на то, что новые средства обучения действительно позволят осуществить качественный прорыв в практике обучения математике. Одновременно с этим приходилось наблюдать стремительное падение общего уровня математической подготовки выпускников средней школы, утрату ими многих интеллектуальных качеств, необходимых для успешного обучения в вузе.

Первоначально причины этих негативных тенденций выделялись в научной необоснованности и профессиональной неподготовленности подходов и мероприятий, с помощью которых пытались вести модернизацию школьного и вузовского образования (впрочем, эти причины тоже нельзя сбрасывать со счетов). Однако достаточно скоро стало ясно, что основные причины кроются в том, что умственное развитие и формирование интеллекта детей, родившихся и выросших в мире современной цифровой информационной техники и технологий, происходит совершенно иначе, чем проходило до эпохи всеобщей компьютеризации. Особенно заметно это стало после прихода в вуз поколения Net (сетового поколения), выросшего в условиях, когда Интернет стал неотъемлемой и естественной частью нашей повседневной жизни. Мы стали свидетелями наступления нового этапа в природе функционального и онтогенетического развития человеческой психики и интеллекта, о котором писал психолог О. К. Тихомиров в середине прошлого века [1]. Современные информационные технологии не только дополняют и расширяют возможности человека, а коренным образом преобразуют содержание, структуру и стиль его умственной деятельности, детский мозг (и наш тоже) невольно приспосабливается к ним, формируясь и развиваясь в неизвестном пока нам направлении. Сегодня в учебные заведения пришли «другие» ученики, и учить их надо как-то иначе. Но как? Удовлетворительных ответов на этот важнейший для нас вопрос в настоящее время не существует.

2. Снижение общего уровня обученности выпускников средней школы и отрицательное воздействие глобальной информатизации на формирование головного мозга, а в конечном итоге на умственное развитие ребенка в период онтогенеза с каждым годом становятся всё более заметными. Чтобы понять, как купировать эти негативные явления, в работе [2] была предпринята попытка вскрыть их причины. В ней рассматриваются побочные отрицательные эффекты от использования гипертекстовых, мультимедийных и сетевых технологий, а также информационных инструментальных средств автоматизации повседневной и профессиональной деятельности. В частности, обсуждаются такие проблемы обучения в цифровом обществе как снижение у представителей сетового поколения собственной познавательной активности, сокращение объема рабочей памяти, отсутствие установок на длительное запоминание воспринимаемой информации, фрагментарность и бессистемность наличных знаний, отсутствие каких-либо четких представлений о границах собственного знания и незнания, абсолютное доверие к любой информации, размещенной в Сети и т. д.

Цифровые технологии внедряются в практику отечественного образования гораздо позднее, чем это произошло во многих других странах мира. Поэтому, казалось бы, чтобы понять, как вести обучение в новых непривычных условиях, достаточно обратиться к опыту зарубежных специалистов. Однако их мнения, выводы и рекомендации оказались крайне противоречивыми.

Ярые апологеты внедрения в обучение цифровых технологий по большей части голословно утверждают, что в цифровом обществе утрата способностей к традиционному фундаментальному образованию может быть не отрицательной, а положительной тенденцией в развитии мозга. По их мнению, перечисленные негативные явления в развитии мозга являются таковыми лишь с точки зрения традиционной психолого-педагогической науки, что предметные системные знания, которые мы привыкли давать в школе и вузе, новому поколению становятся ненужными, что они только засоряют нашу память огромным количеством второстепенной невостребованной информации, блокирующей истинные творческие способности человека. Также голословно утверждается, что в высшем образовании университеты в их

нынешнем виде устарели, что подлинной инфраструктурой знания становится Интернет и т. д. Медийные педагоги-предметники во многом пока ещё сами заняты освоением открывшихся возможностей в представлении учебного материала, а при внедрении разрабатываемых электронных учебных ресурсов и технологий в процесс обучения почти не задумываются о возможных негативных последствиях.

Большинство же публикаций зарубежных специалистов, посвященных изучению влияния цифровых технологий на детское развитие, лишь подтвердило собственные дилетантские наблюдения. В их исследованиях обычно отмечается, что представители сетевого поколения всё меньше читают и запоминают, предпочитая мимоходом потреблять готовую информацию, причем совмещая этот процесс с другими занятиями (многозадачный режим). Сетевое поколение часто называют поколением «нашел, скачал, вставил». Стремительно растет число публикаций, описывающих новые виды болезненных зависимостей и их следствия (синдром дефицита внимания, зависимости от компьютерных игр и Интернета (Google-эффект), цифровое слабоумие). Неудивительно, что в тех странах, где массовое внедрение цифровой техники и технологий началось гораздо раньше, чем у нас, родители в семьях с высоким уровнем образования стали ограничивать общение детей с различными гаджетами и даже запрещать пользоваться ими до определенного возраста.

Наиболее сильное впечатление осталось от прочтения книги [5] немецкого нейробиолога и практикующего врача-психиатра Манфреда Шпитцера, которая стала результатом его собственных научных поисков и обобщения большого количества исследований по воздействию цифровых технологий на развитие мозга, выполненных учеными различных стран мира. Автор достаточно убедительно обосновывает, что цифровые технологии – благо только для тех, кто имеет хорошую образовательную подготовку, для них они действительно становятся инструментом для получения и развития новых знаний. Однако на детей, у которых мозг ещё полностью не сформировался, они могут оказать пагубное влияние. Так, например, пользование ребенка компьютером в раннем дошкольном возрасте может приводить к нарушению внимания, а в старшем – к затруднениям при чтении. В школьном возрасте у подростков, постоянно пользующихся компьютером, наблюдаются растущая социальная изоляция и агрессивность, а легкость общения с информацией не приучает их трудиться, т. к. акцент смещается на удовольствие и т.д. Отношение Шпитцера к использованию компьютера и сетевых информационных технологий в обучении хорошо выражает следующая цитата: «Компьютер обрабатывает информацию. Люди, которые учатся, – тоже. Из этого делается неверный вывод, что компьютеры – идеальные инструменты для обучения. Однако именно потому, что компьютеры, ноутбуки и смартборды делают умственную работу *за нас*, для обучения они не годятся. Обучение предполагает *самостоятельную* умственную работу: чем активнее и глубже мозг обрабатывает информацию, тем лучше она будет усвоена. Использование СМИиК в системе образования ведет к формированию у детей поверхностного мышления. Нет достаточных доказательств, чтобы утверждать, будто современная цифровая техника улучшает обучение в школе» [5, с. 83]. Следует, правда, заметить, что Шпитцер рассматривает главным образом влияние на развитие мозга компьютера как такового и сетевых технологий. Однако познакомиться с его книгой полезно любому педагогу, который занимается внедрением цифровых технологий в практику обучения.

3. Вся умственная и внешняя предметная деятельность человека неразрывно связана с автоматизмами и автоматизацией. В психологии автоматизмами называют действия, которые в знакомых ситуациях реализуются непосредственно, без участия сознания. Автоматизмы освобождают сознание от постоянного контроля над осуществлением многократно повторявшихся ранее операций, входящих в состав целостного сложного действия. Разгружая сознание человека, они тем самым неизмеримо увеличивают его творческие возможности. В основе же технического и технологического прогресса, результаты которого стали для нас настолько естественными и привычными, что мы их просто перестали замечать, лежит создание всё новых и новых средств автоматизация внешней предметной деятельности. Причинами этих процессов автоматизации являются биологические и социальные потребности человека в экономии затрат, энергии, времени и т. п.

Одним из важнейших условий осознанной человеческой деятельности является продуктивный диалог её внутреннего и внешнего планов. Внутренняя мыслительная деятельность, происходя из внешней, не отделяется от последней и не становится над ней. Внешний план деятельности не только является источником умственного развития, но и постоянно служит его дополнительной внешней опорой. Выход умственной деятельности во внешний план может быть обусловлен вполне естественным желанием избавиться себя от напряженной внутренней активности. Стоит вспомнить, как школьники перестают вы-

полнять простейшие вычисления в уме после того, как их научили это делать на бумаге. В проблемных ситуациях и при решении действительно трудных задач внешний план может служить источником новых идей и регулятором внутренних умственных действий. Вспомним, например, процесс решения геометрических задач. Поэтому неудивительно, что человечество всегда мечтало не только о средствах автоматизации физического труда, но и о средствах автоматизации во внешнем плане своей мыслительной деятельности. Сегодня это время наступило. Так, с появлением различных информационных инструментальных средств для численных и символьных вычислений реализовалась многовековая мечта людей, чья профессиональная деятельность так или иначе связана с математикой, – автоматизировать умственную математическую деятельность во внешнем плане.

Наиболее широкое распространение среди математиков и специалистов, имеющих дело с математическим моделированием, а также при преподавании математики в вузах и учреждениях среднего профессионального образования получили различные системы компьютерной математики (СКМ). Эти мощные инструменты математической деятельности, с одной стороны, освобождают пользователя при решении знакомых стандартных задач от «ручных» рутинных и порой достаточно громоздких вычислений. В этом случае система выполняет функцию замещения; пользователь может даже не знать реализованных в ней алгоритмов; чтобы получить нужный результат, ему достаточно корректно ввести исходные данные. Сформировать технические навыки использования СКМ при решении подобных задач достаточно просто, в крайнем случае, пользователь всегда может обратиться к справочнику системы. С другой стороны, система может выполнять функции дополнения. В данном случае речь идет о применении СКМ при решении незнакомых и исследовательских задач. На этапе поиска решения пользователь, обращаясь к функциональным возможностям системы, может, например, визуализировать аналитические данные в графической форме, оперативно проверить возникшую гипотезу, изменить параметры или коэффициенты в уравнении и т. п. Он может, наконец, разработать собственный алгоритм и написать его программную реализацию на языке системы, расширяя и дополняя тем самым ее функциональные возможности. Системы компьютерной математики, таким образом, являются инструментом, который существенно автоматизирует традиционную математическую деятельность и открывает широкие возможности для экспериментирования, поднимая математический эксперимент на качественно новый уровень. Среди школьных учителей математики наибольшей популярностью пользуются системы динамической геометрии или, что более точно, интерактивные динамические системы (ИДС). При решении учебных математических задач эти системы также могут выполнять функции замещения и дополнения.

За рубежом новые средства математической деятельности практически сразу стали активно и целенаправленно внедряться в процесс обучения математике. У нас же, даже не смотря на появление подобных программных средств в свободном доступе, их внедрением пока увлечены отдельные педагогический энтузиасты. Вместе с тем, как показывают опросы нынешних первокурсников, более 70 % из них ещё в школе регулярно пользовались при выполнении домашних заданий различными онлайн-калькуляторами и решателями. Можно, конечно, ещё долго не замечать этого стихийного «самообучения». Можно всякий раз, когда заходит речь об использовании новых средств автоматизации математической деятельности в обучении, вспоминать издержки от внедрения в нашу жизнь обычного калькулятора. (Кстати, многократно приходилось наблюдать, что люди, не получившие в школе навыков выполнения численных вычислений без калькулятора, не испытывают от этого никакого дискомфорта.) Можно также успокаивать себя тем, что вся математика, изучаемая в школе и в различных вузовских курсах, создавалась задолго до появления новых средств математической деятельности, а затем на основании этого утверждать, что к формированию полноценных знаний, умений и навыков у обучающихся и развитию у них соответствующих способностей ведет только традиционное преподавание с бумагой и мелом (ручкой). Для тех, кто придерживается этой точки зрения, хочется заметить, что развитие познания – это не только приращение знаний, но и развитие средств их получения, в том числе инструментальных.

Информационные инструментальные среды во многих сферах человеческой деятельности становятся в настоящее время обыденным явлением, не замечать этого при организации обучения уже просто невозможно. Сказанное, разумеется, относится и к использованию в обучении средств автоматизации математической деятельности. Сразу же, однако, вспоминаются отрицательные эффекты технического и технологического прогресса. С каждым годом человек попадает во всё более и более глубокую зависимость от создаваемых им самим технических разработок и технологий; нередко он уже ни физически, ни психологически не способен отказаться от соблазнов, которые несут эти новшества. Если до недавнего

времени мы главным образом были обеспокоены нарушениями функций человеческого организма в результате сокращения двигательной активности, то сегодня, как было отмечено выше, особую тревогу вызывают трансформации в умственной деятельности. Поэтому при внедрении СКМ и ИДС в обучение математике нужно постоянно заботиться о том, чтобы этот процесс не стал причиной ещё одной болезненной зависимости.

Хорошо известно, что в любом деле с помощью одного и того же инструмента одни могут создавать истинные шедевры, а другие – заурядный ширпотреб. При использовании СКМ и ИДС происходит то же самое, при этом уровень задач, решение которых пользователь передает компьютеру, напрямую зависит от уровня его математической подготовки. Обратную зависимость можно наблюдать при обучении математике: применение СКМ и ИДС в учебном процессе существенно влияет на качество математического образования обучаемых, причем не всегда в лучшую сторону. Если, например, педагог при использовании средств автоматизации математической деятельности в ходе обучения будет задействовать их только для замещения «ручных» вычислений, то зависимость от этих средств наверняка сформируется у большинства обучаемых. То же самое может произойти при злоупотреблении в обучении готовыми динамическими моделями и манипуляторами.

Для того чтобы этого не произошло, обучающиеся должны быть содержательно готовы к сознательному знакомству с новыми для них инструментами автоматизации математической деятельности, при этом они должны иметь определенный «ручной» опыт выполнения передаваемых системе численных или символьных вычислений. При изучении и применении функций систем предпочтение следует отдавать задачам, при решении которых учащемуся вначале требуется самостоятельно найти решение, опираясь на хорошее знание теоретического материала, и только после этого выполнить трудоемкие и громоздкие вычисления. На начальном этапе изучения СКМ и ИДС в отдельных случаях системы можно использовать для проверки результатов «ручных вычислений». Еще важнее научить обучающегося использовать системы в качестве инструмента, дополняющего и расширяющего поисковую и исследовательскую деятельность.

Пока основное внимание большинства авторов руководств и учебных пособий по внедрению в обучение различных систем компьютерной математики главным образом концентрируется вокруг описания функций и возможностей этих систем, а в качестве иллюстративных примеров выбирается решение задач, предназначенных для традиционной отработки вычислительных умений и навыков. В некоторых отношениях гораздо дальше продвинулись некоторые учителя, энтузиасты внедрения в обучение математике интерактивных динамических систем. В их публикациях и разработках можно найти интересные примеры реализации функции дополнения. Теоретическое осмысление исследовательского обучения на базе ИДС представлено в коллективной монографии [6].

Уверен, что уже скоро средства автоматизации математической деятельности будут на плановой основе представлены в отечественной средней и высшей массовой школе. Поэтому в заключение ещё раз хочется вернуться к мысли о необходимости разработки новой типологии учебно-математических задач [4], которая позволит всесторонне представить их функциональные возможности.

Литература

1. «Искусственный интеллект» и психология / Отв. ред. О. К. Тихомиров. М.: Наука, 1976. 343 с.
2. Клековкин Г. А. Проблемы обучения в условиях открытого информационного пространства / Г. А. Клековкин // Образование и наука. – № 7, 2014. – С. 4-23.
3. Клековкин Г. А. Система задач в условиях использования в обучении мультимедийных технологий / Г. А. Клековкин // Задачи в обучении математике: теория, опыт, инновации: Материалы Всероссийской научно-практ. конф., посвященной 115-летию П.А.Ларичева. – Вологда: Русь, 2007. – С. 43-49.
4. Клековкин Г. А. Средства автоматизации математической деятельности в школьном обучении / Г. А. Клековкин // Новые средства и технологии обучения математике в школе и вузе: материалы XXVI Всероссийского семинара препод. математики ун-тов и педвузов. – Самара; М.: СФ МГПУ, МГПУ, 2007. – С. 191-193.
5. Шпитцер М. Антимозг: цифровые технологии и мозг / М. Шпитцер – М.: АСТ, 2014. – 288 с.
6. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов и др. – М.: Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с.

ЭВОЛЮЦИЯ ОСНОВНЫХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРАКТИКЕ ПОРЕФОРМЕННОЙ РОССИИ (1861-1905 гг.)

**Кондратьева Г.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Московский государственный областной университет, г. Москва
kondratevagv@mail.ru**

Аннотация. Статья посвящается исследованию развития основных форм обучения (классно-урочная система, репетиторство, гувернерство) в пореформенной России. Вскрыты особенности репетиторства и гувернерства, характерные для рассматриваемого временного интервала.

Ключевые слова: история школьного математического образования, формы обучения, пореформенная Россия.

THE EVOLUTION OF THE PRINCIPAL FORMS OF TEACHING MATHS IN THE EDUCATIONAL PRACTICE OF THE POST-REFORM RUSSIA (1861-1905)

**G.V. Kondrateva, candidate of pedagogical sciences, assistant professor,
Moscow State Regional University, Moscow
kondratevagv@mail.ru**

Abstract. The article analyses the development of the principal forms of teaching (teaching in classrooms, private tutoring and tutorial approach) in the post-reform Russia. The peculiarities of tutoring and tutorial approach, characteristic of the time period, are brought to the attention of the reader.

Keywords: history of maths education, forms of teaching, post-reform Russia

Классно-урочная система была основной формой обучения в пореформенной России. Еще со дня принятия первого Устава народных училищ России (1786 г.), урок являлся основной формой организации образовательного процесса в средних учебных заведениях России. Устав гимназий 1804 г. и последующие Уставы 1828 г, 1864 г. подтверждали классно-урочную систему как основную форму обучения. Укреплению позиций классно-урочной системы способствовало увеличение числа учебных заведений (гимназий, реальных училищ, женских учебных заведений). К 1860-м гг. классно-урочная система оформилась в достаточно стройную систему, в которой основной формой организации учебного процесса являлся урок.

О.А.Саввина и И.А. Марушкина [7], исследуя эволюцию урока математики в пореформенной России указывали, что в это время происходит усложнение структуры урока. Появляются следующие этапы урока: проверка и постановка домашней работы, решение устных задач в классе; осуществляется смена школьных принадлежностей на уроке (использование индивидуальных досок для классной работы, тетрадей - для домашней). В широкой повседневной практике уроков начинает использоваться фронтальный опрос учащихся, катехизический и наглядный методы обучения.

Продолжительность урока регламентировалась нормативными документами и изменялась в сторону уменьшения. Так, продолжительность урока в 50-х годах составляла 1 час 15 минут. С 27 октября 1865 года уроки стали длиться 1 час. В 1871 году продолжительность уроков была положена в 55 минут. Циркуляром от 12 октября 1889 года продолжительность уроков была установлена в 50 минут. Циркулярным предложением министерства от 8 августа 1890 года была сделана попытка вернуться к продолжительности уроков в 55 минут, но, насколько известно, данная мера не была принята.

Классно-урочная форма обучения предполагала опору на «среднего» ученика, и не давала возможности полностью даже при высоко профессиональной работе педагога обеспечить продуктивную образовательную деятельность каждого ученика при большой наполняемости классов (не менее 40 человек). Вместе с тем требования к математической подготовке учащихся (как показывает анализ материалов для экзамена на аттестат зрелости) были достаточно высокими. Естественно, возникла потребность в индивидуальной подготовке учащихся.

В результате в пореформенной России начинает распространяться особая форма обучения, существующая параллельно с классно-урочной системой, а именно репетиторство. В отличие от современной ситуации в образовании, когда услуги репетитора востребованы на этапе подготовки к ЕГЭ, в пореформенной России репетитор приглашался для регулярной подготовки на более ранних этапах обучения. Часто репетиторы занимались с учащимися третьего, четвертого класса, тогда как к экзаменам учащийся уже готовился самостоятельно. Отметим, что сам термин «репетитор» имел в пореформенной России другой смысл, чем сегодня. Репетитором называли учителя под наблюдением и руководством которого учащиеся, жившие в закрытых казенных учебных заведениях, выполняли домашние задания.

Как правило, частные (или как тогда говорили «приватные») уроки протекали по стандартной схеме. Вот как выглядело типичное занятие. «Что задано к следующему разу?»--спрашивал репетитор-студент. -- «Две задачи по арифметике, перевод и слова по латинскому и придумать десять примеров по русскому». -- «Сделал задачи?» -- «Нет, пробовал, но не вышли», -- «Ну, давай вместе сделаем». Задачи оказались нетрудные, но очень длинные, числа большие и мальчик постоянно сбивался. Затем шел перевод с латинского. Время шло, и час уже пролетел, а работы еще много. Репетитор начинает торопиться и покрикивать... Мальчик теряет, и ни одного примера на грамматическое правило родного языка не может придумать. Наконец, репетитор сам все примеры говорит и уходит» [4, с.40]. Отличительной особенностью репетиторства в пореформенной России было широко распространенное приглашение репетитора по широкому кругу предметов, а не узкого специалиста (например, по математике).

Собственно репетиторство как форма обучения не была новацией пореформенной России. И в первой половине XIX в. существовала практика частных уроков. Однако она не была так широко распространена и часто вырождалась в откровенную коррупцию. Так, И.И. Панаев в воспоминаниях приводит пример учителя, который, взяв деньги за несколько уроков вперед, сообщал ученику вопросы к экзамену и никаких уроков не проводил, ссылаясь на здоровье. Гонорар учителя составил при этом 150 рублей [5].

Наибольший расцвет собственно репетиторство получило именно в 1880-е гг. Именно тогда репетиторство оказывается в центре внимания общественности. Свой протест против частных уроков выразила в открытом письме императору М.К. Цебрикова. Рост репетиторства влиял и на кадровый состав репетиторов. Если в 1860-х гг. репетитором современники видели дьячка (для обучения чтения и письму), уездного или гимназического учителя, то в 1880-х гг. репетиторством активно занимаются уже не только учителя. Но и студенты и даже ученики старших классов гимназий. Так, в 1883 г. на заседании педагогического совета Вятской гимназии обсуждался вопрос о репетиторстве учеников данного учебного заведения. Директор гимназии, делавший основной доклад, вскрыл негативные стороны подобной практики. С одной стороны, гимназисты не обладают должной подготовкой и проводят занятия на невысоком уровне. С другой стороны, гимназисты отвлекаются от своих собственных занятий. Имеет место даже определенная эксплуатация родителями своих детей, когда речь идет о стремлении извлечь скорейшую выгоду из образования сыновей[1].

Нередко профессиональный уровень учителя-студента был достаточно невысок. А.П. Чехов в рассказе «Репетитор» с иронией показывает, как репетитор-студент не мог решить арифметическую задачу за 2 класс гимназии. «Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 рублей. Спрашивается сколько аршин купил он и того и другого, если синее стоило 5 рублей за аршин, а черное 3 рубля?». Вместе с тем нельзя огульно говорить о низком уровне преподавания студентов. Так, например, хорошо известно, что выдающийся отечественный математик Н.Н. Лузин во время обучения в Томской гимназии (в 1894–1901 гг.) поначалу обнаружил полную неспособность к математике в той форме, в которой она преподавалась (заучивание правил и действия по шаблонам). Положение спас репетитор, студент Томского политехникума, который открыл и развил у Н. Н. Лузина способность к самостоятельному решению сложных задач[2].

Педагогическая общественность в целом всегда была весьма критично настроена к репетиторству. Резко критикуя подобную работу учащихся и студентов из-за низкого профессионализма, педагоги высказывали отрицательное отношение и к подобной подработке для педагогов. «Кому даются приватные уроки? По большей части тем негодьям, которые при помощи этих уроков в кратчайший срок должны успеть в том, в чем не могла успеть в школе. А в случае неуспеха кто виноват? Разумеется, учитель, потому что он получает дорогую плату. При таких обстоятельствах неудивительно, что учителя, дающие приватные уроки, становятся чрезвычайно плохими учителями, тогда как они должны совершенствоваться помощью преподавания» [6] – такого мнения придерживались многие учителя.

Так почему же несмотря на многочисленные непривлекательные стороны репетиторство процветало? Репетиторство давало возможность многим учащимся получить среднее образование. Репетиторство, становившееся достаточно массовой формой обучения, позволяло отчасти нивелировать проблемы, но порождало и свои отрицательные моменты (неоправданное привлечение учащихся старших классов, излишняя нагрузка педагогов и т.п.).

Другой формой организации обучения математике в пореформенной России было гувернерство. Эта форма семейного (домашнего) обучения была широко распространена в дореформенной России. Существование помещичьих усадеб определяло широкую потребность в домашнем обучении. Тогда как в пореформенной России с падением материальной обеспеченности дворянства, ростом городов, оно теряет свои позиции из-за падения материальной обеспеченности дворянства. В отличие от репетиторства, которое существовало параллельно с классно-урочной системой, домашнее обучение было совершенно независимо от школы. Оно использовалось для подготовки к поступлению в учебные заведения или даже полностью для получения образования.

Домашнее обучение контролировалось государством и достаточно тщательно регламентировалось. Так, в Российской империи существовало законодательство о домашнем обучении, для занятий с детьми необходимо было получить звание домашнего учителя, учительницы или наставника, наставницы. В системе домашнего обучения существовала определенная отчетность. Домашние наставники, учителя и учительницы должны были с окончанием каждого года предоставлять отчеты о своих занятиях директорам имеющихся в данной местности училищ. В свою очередь директора училищ должны были иметь в своих канцеляриях послужные списки домашних наставников и учителей. Родители не имели права принимать для воспитания детей наставника или учителя, не имеющего свидетельства строго установленного образца, а о принятом наставнике (учителе) должны были сообщать учебному начальству. Если учителя или наставники не сообщали о своем определении в частные дома, то они подвергались штрафу от двадцати двух рублей 20 копеек до шестидесяти рублей.

Примером успешного домашнего обучения является подготовка выдающегося ученого-математика С.В. Ковалевской (Корвин-Круковской). Именно домашний учитель Корвин-Круковских И.И. Малевич, который занимался с Софьей в самом раннем возрасте, познакомил девочку с арифметикой, алгеброй и геометрией, и заложил основы ее математического образования. Иосиф Игнатьевич Малевич провел в этой семье почти 10 лет с октября 1858 по январь 1868 года. До И.И. Малевича Соню ничему не учили, кроме музыки и языков. Малевич приступил к систематическим занятиям. Он занимался с ней математикой, русским, географией, историей, естественными науками. Он не только знакомил свою ученицу с фактической стороной, но старался главным образом развить в ней разностороннее логическое мышление.

И.И. Малевич, приступая к занятиям с С.В. Корвин-Круковской, имел уже большой педагогический опыт. Преподавал в ряде дворянских семейств: в семье псковского помещика И.Е. Семевского (1839-1843), у которого воспитывал 6 сыновей и несколько юношей из других семейств; в семействе генерала Н.И. Пущина (1852-1854), где готовил сына; в семействе помещика С.В. Корвин-Круковского (1854-1858), родственника С.В. Ковалевской, занимаясь с его сыновьями.

И.И. Малевич не имел высшего образования, он, сын мелкопоместного дворянина, получил образование в шестиклассном училище (1820-1829). Но всю жизнь занимаясь самоподготовкой, И.И. Малевич прекрасно владел методикой, хорошо разбирался в учебной и методической литературе того времени. Так, например, первое знакомство с арифметикой И.И. Малевич проводит по способу немецкого педагога А. Грубе. Хотя данный способ впоследствии и был отвергнут отечественной методикой, но на рассматриваемый нами момент – это было передовое слово в методике арифметики. Софья прошла курс арифметики за два с половиной года. Увидев способности своей ученицы, И.И. Малевич предлагает ей пройти курс арифметики Бурдона, принятой в то время в Парижском университете. И.И. Малевич знакомит свою подопечную с алгеброй также по книгам Бурдона, в соответствии с курсом принятом в Институте путей сообщения. Малевич изучает с Софьей геометрию, которая, вообще-то говоря, считалась предметом трудным и, многие педагоги того времени полагали геометрию недоступной и даже вредной для женского образования. Но И.И. Малевич исходит прежде всего из потребностей развития своей ученицы, хотя время от времени и опасается, не слишком ли далеко они зашли вперед в своем учении. И.И. Малевич составляет для Софьи программу занятий по тригонометрии.

Причем нельзя сказать, что способности С.В. Ковалевской проявились сразу же в начале занятий. Как вспоминает И.И. Малевич[3], арифметика в начале обучения Софье не нравилась. Интерес к этому предмету зародился только спустя несколько месяцев после начала занятий. Безусловно, в этом есть и определенная заслуга ее учителя, который старался развить в девочке ее способности.

И.И. Малевич представлял собой тот идеал домашнего педагога, который уходил в прошлое с падением дворянского благосостояния. Разорение многих дворянских семей в результате реформы 1861 г. вело к тому, что уходила в прошлое «усадебная», помещичья крепостная культура, а вместе с ней исчезали и основы для домашнего обучения.

Наряду с классно-урочной системой, репетиторством и домашним обучением в пореформенной России имело место и зарождение новых форм обучения. Так, можно говорить о генезисе особой формы обучения, организованного благодаря инициативе периодических изданий. Учащийся получал задание, публикуемое на страницах журнала, решал задачу, затем отправлял решение в редакцию, там решение проверялось, анализировалось, и сообщались результаты.

Такую форму обучения в работе с читателями практиковал «Журнал элементарной математики». В журнале помещались темы для самостоятельной работы, наиболее удачные решения публиковались в журнале. Задачи и темы не были стандартными. Так же работал и журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики». Он публиковал на своих страницах темы, упражнения и задачи для учащихся. С 1886 г. по 1905 г. включительно для решения было предложено для решения учащимся более 4-х тысяч задач. С 1887 по 1905 г. опубликовано 47 выпусков упражнений, которые вели известные педагоги математики А.И. Гольденберг, Н.Соболевский, З.Архипович и др. Журнал публиковал как подробные разборы задач, так и отчеты о нерешенных задачах. Таким образом, устанавливалась обратная связь. В этой работе принимали участие, безусловно, наиболее мотивированные и способные учащиеся.

Развитие математического образования в пореформенной России должно было ответить на вызовы нового общества. Модернизация коснулась всех сторон математического образования, в т.ч. и форм обучения. Изменялись, совершенствовались уже существующие формы, появлялись новые. Ключевым направлением стало упрочение классно-урочной системы, что определялось общей тенденцией движения к массовому образованию.

Литература

1. Егорова М.В. Повседневная жизнь учащихся Урала в дореволюционный период/ М.В.Егорова // Известия Алтайского государственного университета. – 2008. --№ 3-4. -- С. 84-87
2. Лаврентьев А.А. Николай Николаевич Лузин/ А.А. Лаврентьев// Успехи математических наук. – 1971. – Т. XXIX. – Вып. 5. – С. 177-178
3. Малевич, И.И. С.В.Ковалевская / И.И. Малевич// Русская старина.-- 1890.--Т. 68. –С.629
4. Матвеев. Характеристики учеников / Матвеев// Русская школа. – 1893. – № 2. – С. 90
5. Панаев И.И. Литературные воспоминания/ И.И. Панаев; [Ред. текста, вступ. статья "Литературная деятельность И.И.Панаева", с. V-LVI и примеч. И. Ямпольского]. – Ленинград: Тип. "Печ. двор" , 1950 . – 472 с.
6. Приватные уроки // Учитель. – 1862.–Б.н. – С. 461
7. Саввина О.А Урок математики в дореволюционной средней школе/ О.А.Саввина, И.А. Марушкина – М.: Инфра, 2013. – 80 с.

УДК 004.4

МАТЕМАТИК, ВОЛЕЙ СУДЬБЫ СТАВШИЙ ОДНИМ ИЗ ВЕДУЩИХ СПЕЦИАЛИСТОВ ПО ПРЕПОДАВАНИЮ ПРОГРАММИРОВАНИЯ. ПАМЯТИ И.Н. АНТИПОВА (К 80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

**Кузнецова Т.И., доктор педагогических наук, доцент,
профессор кафедры естественных и гуманитарных наук,
Институт русского языка и культуры Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова, г. Москва
kuzti45@gmail.com**

Аннотация. 4 апреля 2017 года исполнилось 80 лет со дня рождения Игоря Николаевича Антипова. Он был одним из многих математиков, которые по зову времени, переориентировавшему их на развитие и популяризацию вычислительной математики, на преподавание программирования, информатики, на использование компьютеров в обучении. Настоящая статья – краткий рассказ о нем как об ученом-

педагоге, во многом определившем становление и развитие отечественной методики преподавания информатики и, в частности, программирования.

Ключевые слова: Антипов И.Н., программирование, информатика, методика преподавания информатики, история становления преподавания информатики в средней школе и в педагогических вузах.

**THE MATHEMATICIAN, BECAME TO ONE OF LEADING EXPERTS
ON TEACHING PROGRAMMING BY WILL OF DESTINY.
I.N. ANTIPOV'S MEMORIES (TO THE 80 ANNIVERSARY SINCE BIRTH)**

**T. I. Kuznetsova, doctor of pedagogical sciences, associate professor,
professor of department natural and humanities,
Institute of Russian and culture of The Lomonosov Moscow State University, Moscow
kuzti45@gmail.com**

Abstract. On April 4, 2017 80 years since the birth of Igor Nikolaevich Antipov were executed. He was one of many mathematicians who on the call of time reorienting them on development and promoting of calculus mathematics on teaching programming, informatics, on use of computers in training. The present article – the short story about it as about the scientist-teacher who in many respects defined formation and development of a domestic technique of teaching informatics and, in particular, programming.

Keywords: Antipov I.N., programming, informatics, a technique of teaching informatics, history of formation of teaching informatics at high school and in pedagogical higher education institutions.



Игорь Николаевич Антипов родился 4 апреля 1937 года в Москве. Учёба в школе № 22 была ему в радость, поэтому он решил стать учителем и после получения аттестата зрелости поступил на физико-математический факультет Московского городского педагогического института имени В.П. Потёмкина, по окончании которого получил специальность «Математик» (1960). В течение учёбы в институте Игорь не порывал связи со своей школой, работая в ней сначала лаборантом (1954–1957), затем киномехаником (1958–1959), а с четвёртого курса института – уже по специальности – учителем математики.

В 1961 году волей судьбы он оказался в Вычислительном центре АН СССР, где ему предложили должность инженера-программиста. Этот шаг навсегда связал его с программированием и определил всю его дальнейшую судьбу. Творческое начало в становлении Игоря Николаевича как специалиста определило и его службой список: системный программист, младший научный сотрудник; аспирант отдела автоматизации программирования (руководитель – В.Д. Поддерюгин). С 1966 г. его основная деятельность – разработка библиотеки стандартных программ, трансляторов с алгоритмических языков в лаборатории систем математического обеспечения (руководитель – член-корр. АН СССР С.С. Лавров). Надо отметить, что в данный период жизни И.Н. Антипова во всех отечественных школах стали вводить производственную практику, которая проходила на различных предприятиях. ВЦ АН СССР вместе с ВЦ МГУ имени М.В. Ломоносова стали базой для школы № 52 (в настоящее время это гимназия № 1514): она была названа школой с углубленным изучением математики и производственным обучением по профессии «Программирование». В 60-е годы в школе работало много сотрудников этих вычислительных центров. Руководил всей работой зав. отделом вычислительных методов ВЦ АН СССР, доктор физико-математических наук Александр Александрович Абрамов, а потом – его сын Сергей Александрович, выпускник этой школы 1964 г.

Работа со школьниками увлекла и Игоря Николаевича, он отдал этой школе двадцать лет (1964–1984), работая в ней по совместительству: преподавал сначала математику, затем математику и программирование и, наконец, всецело посвятил себя преподаванию только программирования. Таким образом, поворот в судьбе отечественного образования стал ключевым моментом в судьбе Игоря Николаевича.

Благодаря удивительным преподавателям-специалистам, которые в своей авторской экспериментальной работе использовали новейшие достижения в области программирования, учащиеся изучали программирование на алгоритмических языках (Фортран, Алгол 60, Амбир, АПЛ и др.). Более того, некоторые темы ученики школы № 52 начинали изучать раньше студентов вузов. Это относится, например, к программированию на Алголе (1964/65 учебный год). То же можно сказать и о программировании на АПЛ, и о программировании на языке «Диалог» с использованием выносных пультов.

В связи с правительственным постановлением «О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы» (1966) в среднюю общеобразовательную школу стали вводиться факультативные занятия как новая форма учебной работы, нацеленной на углубление знаний и развитие разносторонних интересов и способностей учащихся, началась работа и по организации факультативов по математике и ее приложениям, в том числе и три специальных факультативных курса, постановка которых в той или иной степени предполагала использование ЭВМ: «Программирование», «Вычислительная математика», «Векторные пространства и линейное программирование».

В ответ на это постановление в 1967 г. в НИИ СиМО АПН СССР была образована лаборатория прикладной математики (зав. лабораторией – доктор педагогических наук, член-корр. АПН СССР С.И. Шварцбург). Основное направление работы лаборатории – разработка учебно-методических материалов по обучению информатике учащихся средних учебных заведений (школ с углублённым изучением математики, техникумов). При этом много внимания уделялось разработке факультативных курсов.

Поскольку работа со школьниками оказалась для Игоря Николаевича судьбоносной, он с энтузиазмом подключился к исследованиям этой лаборатории. В результате в 1971 году он из ВЦ АН СССР перешёл работать в лабораторию прикладной математики и в том же году под руководством С.И. Шварцбурда защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата педагогических наук на тему «Проблема изучения алгоритмического языка в средней школе». В НИИ СиМО он работал вплоть до 1983 года – в должности старшего научного сотрудника, по-прежнему оставаясь преподавателем программирования в 52-й школе (по совместительству). Именно в это время появились его работы, посвящённые внедрению информатики в среднюю школу [1, с. 8].

В 1983–1984 гг. Игорь Николаевич – доцент МОПИ им. Н.К. Крупской, преподаёт программирование на БЭСМ-4, на программируемых калькуляторах МК-64, защищает диссертацию на соискание учёной степени доктора педагогических наук на тему «Содержание и методы обучения программированию в средних учебных заведениях» и избирается академиком Международной академии информатизации (1984).

Такой взлёт Игоря Николаевича не прошёл незамеченным для руководящих органов народного образования и в 1984 г. по решению Министерства просвещения РСФСР его переводят в НИИ школ РСФСР на должность заведующего лабораторией обучения информатике. Это было связано с великим мероприятием, готовящимся в нашей стране, – с грядущим введением в среднюю школу дисциплины «Основы информатики и вычислительной техники» (ОИиВТ). Успешность проведения этого мероприятия зависела от качества организации разработки экспериментальных материалов по обучению информатике и от проведения самого эксперимента в средней школе в государственных масштабах.

Эксперимент проводился в московской школе № 183. Была поставлена задача обучения программированию на БЭЙСИКе (использовалась ЭВМ ДЗ-28), особо выделялись работы на МКШ-2 в начальной школе. Надо отметить большую поддержку в организации и в самом процессе проведения эксперимента, оказываемую Игорю Николаевичу директором НИИ школ В.Ф. Кривошеевым и заместителями директора Ю.М. Колягиным и О.А. Боковневым, с которыми его связывала давняя дружба – ещё с НИИ СиМО. Показательно, что к наблюдениям за экспериментом был подключен журналист Е.А. Кубичев, вскоре оформивший свои впечатления в интереснейшей книге [2]. Записанные им интервью, с различными участниками эксперимента, актуальны и сейчас. Наиболее интересные, с точки зрения автора этих строк, были прокомментированы в статье в [1, с. 15–16].

В течение 1984/1985 учебного года по поручению министра просвещения РСФСР Г.П. Веселова И.Н. Антипов руководил экспериментом по введению предмета ОИиВТ ещё и в двух школах г. Зеленограда. Работа велась на базе Московского института электронной техники (МИЭТ), использовались ЭВМ ДВК-1, ДВК-2, язык программирования Фокал. В то же самое время на базе НИИ школ проводились важнейшие работы по образовательной и методической подготовке учителей информатики Москвы и других городов нашей страны. Подробнее об этом можно прочитать в его автобиографии в [1, с. 7–8].

Таким образом велась подготовка к введению предмета ОИиВТ в масштабах РСФСР. И это ещё не всё: Игорь Николаевич занимался этим и в масштабах всей страны, т.е. СССР. Подготовка к введению предмета в советскую школу осуществлялась в тесном контакте Игоря Николаевича с группой сотрудников Вычислительного центра Сибирского отделения АН СССР во главе с академиком А.П. Ершовым. Результат – совместное методическое пособие «Изучение основ информатики и вычислительной техники», вышедшее в 1985 году под редакцией А.П. Ершова и В.М. Монахова (авторский коллектив: А.П. Ершов, В.М. Монахов, А.А. Кузнецов, М.П. Лапчик, И.Н. Антипов, С.А. Бешенков).

Наконец, в январе 1985 года ЦК КПСС и Совет Министров СССР приняли постановление «Об общегосударственной программе создания, развития производства и эффективного использования вычислительной техники и автоматизированных систем ...». В соответствующем приказе Министерства образования СССР, в частности, было предусмотрено создание программы работ по подготовке и переподготовке специалистов в области вычислительной техники на 1986–1990 гг., а также проведение до 1985/86 учебного года корректировки учебных программ, совершенствование всей методической и учебно-исследовательской работы, направленной на широкое использование электронно-вычислительных машин (ЭВМ) в учебном процессе. Работа предстояла огромная, но, безусловно, Игорь Николаевич встретил эти распорядительные акты во всеоружии.

В апреле того же 1985 года Программно-методическая комиссия Министерства образования нашей страны постановила включить предмет ОИиВТ в учебный план и подготовительных факультетов для иностранных граждан отечественных университетов и вузов. Игорь Николаевич активно участвовал в реализации этого постановления: в течение 1985–1986 гг. под его руководством была разработана Рабочая программа и затем были написаны соответствующие методические указания. Главная особенность курса состояла в том, что в связи с весьма ограниченным временем учёбы иностранцев на подготовительных факультетах программирование преподносилось сразу на Бэйсике. Подробнее об этом эпизоде в жизни И.Н. Антипова можно прочитать в нашей статье [1, с. 18–22].

В НИИ школ И.Н. Антипов проработал вплоть до 1995 года. За это время им были написаны основополагающие труды [1; с. 8–9]. Этот период знаменателен ещё и тем, что именно в эти годы (точнее, с 1984 по 1990 гг.) ему удалось создать «Пионерский вычислительный центр» (ПВЦ) – совершенно уникальную рубрику в самой распространённой популярной детской газете «Пионерская правда». Игорь Николаевич придумал специальный персонаж, которого он назвал Электроником, и от его имени обучал школьников составлению алгоритмов и программированию с помощью учебных исполнителей, которых придумал тоже он сам. В условиях безмашинного обучения информатике делался акцент на алгоритмизацию с возможной дальнейшей реализацией на компьютере.

Для работы с учащимися начальных классов была выделена серия выпусков «Электроник в гостях у «Звездочки». По материалам ПВЦ были организованы выездные «открытые уроки» с учащимися 5–7 классов в школах Москвы, Калуги, Ставрополя, в пионерском лагере «Артек». Мероприятие приняло ультра массовый характер в масштабах всей страны. Кроме учащихся, в него были вовлечены и школы, и родители ... Потрясает то, что уже на первый выпуск ПВЦ пришло более 20 тысяч писем от школьников с выполненными заданиями. С рубрикой «ПВЦ» вышло 38 выпусков «Пионерской правды». Большие усилия к современной подробнейшей реставрации этой работы И.Н. Антипова приложили Белова М.А. и Пантелеймонова А.В. [1, с. 70–140].

Отметим, что, кроме плановых исследований и мероприятий в средних учебных заведениях, ПВЦ, Игорь Николаевич в стенах руководимой им лаборатории организовал регулярный научно-методический семинар «Актуальные проблемы использования компьютеров в учебном процессе». Трудно переоценить встречи на нем с интересными людьми – учителями, методистами, авторами учебных пособий, программистами, заинтересованными в улучшении обучения информатике учащихся средней школы, с представителями УПК №1 Октябрьского района, с сотрудниками ИНЭУМа, в том числе с такими специалистами по методике преподавания математики и информатики, как Сатаров Г.А., Каймин В.А., Степанов М.Е., Шамшуринов В.Л., Соловейчик С.Л., Федорова Н.Е., Луканкин А.Г. и с многими другими, кто стоял у истоков преподавания информатики.

Игорь Николаевич находил время и на участие в других семинарах, например, в знаменитом Андроновском семинаре – Всероссийском научно-методическом семинаре «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом», где ещё 14 декабря 1978 года он сделал доклад на тему «Вопросы изучения программирования в средних учебных заведениях». Из более поздних докладов, сделанных им на этом семинаре, можно отметить доклад «Использование средств и методов программирования и элементов машинной техники в процессе обучения математике».

Наверное, можно сказать, что Игорь Николаевич был человеком мира – мира информатики. Думаю, что именно это свойство его натуры сыграло роль в том, что в 1991 г. И.Н. Антипова пригласили работать в МГОУ (тогда ещё МОПИ им. Н.К. Крупской) заведующим **впервые образованной** кафедрой вычислительной математики и методики преподавания информатики. Этот факт свидетельствовал об его огромном авторитете и в университете, и, вообще, в образовательном сообществе.

Четыре года он работал «на два фронта», всё ещё оставаясь, как на основной работе, в НИИ общего образования МО РФ (результат реорганизации НИИ школ), и по совместительству – зав. кафедрой ВМиМПИ в МГОУ. И только к 1995 г. был выбран МГОУ. В автобиографии Игорь Николаевич подробно описал основные направления своей работы и работы руководимой им кафедры, значительно расширив поле своей деятельности на студентов педвуза и, что особенно важно, на студентов физико-математического направления.

Кафедра ВМиМПИ оказалась последним местом работы Игоря Николаевича, 10 сентября 2011 г. после продолжительной изнуряющей болезни, в течении которой он, несмотря ни на что, продолжал продуктивно работать, его не стало.

Незадолго до этого печального события – 19–20 мая 2011 г. – университет устроил Игорю Николаевичу праздник – Всероссийскую научно-практическую конференцию «Обучение информатике: история, современность и перспективы», приурочив её к 50-летию юбилею его научно-педагогической деятельности. Дополнительно к конференции был издан сборник трудов «Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности» [1], содержащий уникальный материал из наследия И.Н. Антипова, статьи коллег о работе с ним, соавторов, друзей.

В автобиографии, написанной специально для этого сборника, Игорь Николаевич сформулировал то, что сделано им в плане внедрения и совершенствования обучения информатике в школе, т.е. фактически подвёл итог своей творческой деятельности [1, с. 10–11]. Отметим лишь некоторые из них: произведён отбор содержания и методов обучения информатике в школе. Предложена система задач для обучения программированию. Осуществлён переход от программирования в кодах к программированию на алгоритмических языках, в частности, на языке АЛГОЛ 60 (в школе раньше, чем в вузах). Экспериментально проверена эффективность обучения программированию; даны рекомендации по изучению алгоритмических языков «снизу – вверх». Предложено раннее введение понятия «простейшего программирования» с дальнейшим изучением алгоритмических языков; были подготовлены учебные пособия для учащихся математических школ, а также пособие по программированию для факультативов в массовой школе. Игорь Николаевич особенно ценил своё сотрудничество с группой сотрудников из Вычислительного центра Сибирского отделения Академии наук под руководством А.П. Ершова, в результате которого были подготовлены учебно-методические материалы, статьи и другие работы по обоснованию общеобразовательной значимости обучения информатике. Тем самым уже с 1985/1986 учебного года создавалась база для введения в школу предмета «Основы информатики и вычислительной техники».

По вопросам обучения математике и информатике И.Н. Антиповым опубликовано более 200 работ, Под руководством И.Н. Антипова было защищено несколько диссертаций. Особо отметим работы: И.П. Фроловой («Методика изучения приложений неравенств в курсе математики средней школы», 1984), Д.А. Грамакова («Профессиональная направленность курса "Информатика" для студентов математиков педагогического вуза», 2001), В.В. Анисимова («Методические особенности применения пакета прикладных программ в обучении математике и информатике», 1990). По этим работам видно, что со своими учениками Игорь Николаевич проявлял себя и как математик, и как информатик, и, вообще, как специалист с широким спектром направлений исследований.

С конца 1980-х годов И.Н. Антипов – член учёных советов по защите кандидатских и докторских диссертаций в НИИ школ МП РСФСР, в МГПУ, в МГОПУ (МГГУ) им. М.А. Шолохова, в МОПИ им. Н.К. Крупской (МПУ, МГОУ). В то же время он – член экспертного совета по сертификации учебных компьютерных программ при ИНИНФО (Институт информатизации образования), а с 1990 по 1993 гг. – член экспертного совета по педагогике и психологии ВАК СССР.

И.Н. Антипов был удостоен следующих наград: Почетная грамота ЦК ВЛКСМ (1985); Значок «Отличник народного просвещения» (1986); Медаль «Ветеран труда» (1986); Бронзовая медаль ВДНХ СССР (1987); Заслуженный работник высшей школы (2006).

4 апреля 2017 г. Игорю Николаевичу Антипову исполнилось бы 80 лет. Этой дате было посвящено заседание Всероссийского научно-методического семинара «Передовые идеи в преподавании математики в России и за рубежом» (13.04.2017), активным участником которого он был. В заключение приведём слова, сказанные когда-то о его соратнике – академике А.П. Ершове [3], которые в полной мере относятся и к Игорю Николаевичу (трудно сказать лучше): становление И.Н. Антипова как ученого совпало по времени со становлением методики преподавания программирования как науки – в этом специфика его научного пути, отличающая его от его современников, работавших в других областях науки. Про-

блемы, с которыми он сталкивался, были в большой мере проблемами становления и роста нового научного направления. Ему приходилось быть не только исследователем, но и агитатором, и защитником, и организатором – этого требовала от него возникавшая дисциплина ОИиВТ. Его научно-методические результаты и организаторская деятельность важны не только сами по себе, но и своей ролью в самоидентификации нового направления в методике преподавания, в создании основ внутренних исследований этого направления.

Литература

1. Игорь Николаевич Антипов: 50-летию научно-педагогической деятельности / Под общей ред. А.В. Пантелеймоновой. – М.: Изд-во МГОУ, 2011. – 142 с.
2. Кубичев Е.А. ЭВМ в школе: Из опыта работы школы № 183 Москвы. – М.: Педагогика, 1986. – 96 с. – (Пед. поиск: опыт, проблемы, находки).
3. Поттосин И.В. А.П. Ершов – пионер и лидер отечественного программирования / Становление Новосибирской школы программирования (мозаика воспоминаний): Сб. науч. тр. / Под ред. И. В. Поттосина. – Новосибирск: ИСИ СО РАН, 2001. С. 7–16.

УДК 930(092)

ПУТЬ НИКОЛАЯ НИКОЛАЕВИЧА ЛУЗИНА В НАУКУ

Мельников Р.А.,
кафедра математики и методики её преподавания,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец
roman_elets_08@mail.ru

Саввина О.А.,
кафедра математики и методики её преподавания,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец
oas5@mail.ru

Щербатых С.В.,
кафедра математики и методики её преподавания,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец
shchersv@elsu.ru

THE PATH OF NIKOLAI N. LUZIN INTO SCIENCE

R.A. Melnikov,
Department of mathematics and methods of teaching mathematics,
Yelets state I.A. Bunin university, Yelets
roman_elets_08@mail.ru

O.A. Savvina,
Department of mathematics and methods of teaching mathematics,
Yelets state I.A. Bunin university, Yelets
oas5@mail.ru

S.V. Shcherbatyh,
Department of mathematics and methods of teaching mathematics,
Yelets state I.A. Bunin university, Yelets
shchersv@elsu.ru

Abstract. The emergence of N.N. Luzin's research «Integral and a trigonometrical row» became an important event in the history of science. For the first time this work was published in 1915, and a year later it was presented to the physical and mathematical council of the Moscow University as the master thesis. In the council N.N. Luzin was awarded doctor's degree for this research at once. This event was preceded by the difficult period in the scientist's life. From the archival sources it has been found out that N.N. Luzin studied quite success-

fully at the university. Before the defence of the master thesis N.N. Luzin was on a scientific business trip in France and Germany twice where he communicated with famous European mathematicians. In the article new facts are provided which define the value of the Moscow professor D.F. Egorov in N.N. Luzin's fate. D.F. Egorov helped N.N. Luzin to enter the circle of scientific problems of that time, gave positive responses twice for N.N. Luzin's work «Integral and a trigonometrical row». The way which was done by N.N. Luzin in science, is instructive, and his thesis remains a model of the scientific creativity on mathematics so far.

Keywords: the history of science, the formation of the scientist (on the example of N.N. Luzin), methods of teaching mathematics, history of mathematics education.

1. Introduction

In 1915 in Moscow the unique mathematical work «Integral and a trigonometrical row» was issued, belonging to the feather of the future academician N.N. Luzin (1883–1950). This work was presented as his master thesis to the academic council of the physical and mathematical faculty of Imperial Moscow University. However during the defence of the thesis on the 27th of April, 1916 there was an extraordinary phenomenon – the academic council decided unanimously to award N.N. Luzin the degree of the doctor of abstract mathematics, passing the intermediate degree of the master (a very rare case in the practice of universities of that time).

The emergence of this brilliant thesis was preceded by long and persistent work of the author. His formation as a scientist was rather difficult, N.N. Luzin's biography is instructive in many respects, full of tragic and happy events.

His election in the 1920th years as the member of a number of authoritative scientific communities became a sign of recognition of Luzin's scientific merits: the corresponding member (1927), the active member of the Academy of Sciences of the USSR (1929), the member of the Krakow Academy of Sciences, the honorary member of the Belgian mathematical society and Mathematical society in Calcutta. In 1928 on the VIII International Mathematical Congress in Bologna on which he made the plenary report «About the ways of development of the theory of sets», he was elected the vice-president of the Congress.

The works of his pupils and colleagues N.K. Bari, V.V. Golubev, P.I. Kuznetsov, M.A. Lavrentyev, etc. are devoted to the biography of the academician (Bary [1], Kuznetsov [2], Lavrent'ev [3]). The Moscow scientists revealed N.N. Luzin's contribution to the development of mathematics, the scientific tree of the scientist (the names of all his pupils and followers) was reconstructed.

His political persecution in the summer of 1936 which became the history under the name «Luzin's Affairs» became a heartrending experience for the academician. S.S. Demidov and S.S. Kutateladze's researches are devoted to the study of this tragic episode in the life of the scientist (Demidov [4], Kutateladze [5]). In 1999 the remained shorthand report of a meeting of the Commission of Presidium of Academy of Sciences of the USSR was published by miracle, in 2002 in the USA there was some work which imprinted G.G. Lorentz's memoirs (1910–2006) – the witness of mathematical events in the USSR of that time (Lorentz [6]).

However in the scientific heritage and N.N. Luzin's biography there are still many white spots, poorly studied facts.

2. Materials and methods

The purpose of this work is the research of the student's and the subsequent to it period of the preparation of the master thesis in N.N. Luzin's life. The tasks were set: 1) to establish which disciplines he studied at the university; 2) what professors taught him; 3) which of those professors had the defining impact on N.N. Luzin's formation as a scientist. For the implementation of the goal we used predictive, historical and comparative, historical and system methods of knowledge. Preference was given to studying the primary sources (archival documents, and also the letters and works written by N.N. Luzin). The research consisted of three stages. At the first stage gaps in N.N. Luzin's biography were established, the underestimation of D.F. Egorov's role in the formation of the future academician was revealed. At the second stage a search of the documents allowing to restore these gaps was carried out. The documents which are stored in the funds of the Central state archive were found and studied. At the third stage comparison, generalization and systematization of the facts, ideas, research materials was carried out.

3. Discussion

As the famous poet said: «A big thing is seen at distance». Today a hundred years later after a release of the composition «Integral and a trigonometrical row», it is obvious that the time has come to track in detail and

without ideological stamps that way which led Nikolay Nikolaevich to the fundamental discoveries made in his master thesis representing up to now an unsurpassed model of the scientific research of such a level.

4. Results

Nikolay Nikolaevich Luzin was born on the 27th of November (on December 9th), 1883 in the Siberian city of Tomsk in the family of the trade employee Nikolay Mitrofanovich Luzin. Nikolay Nikolaevich got a secondary education in the Tomsk gymnasium.

The known and quite an extraordinary fact in the biography of the future academician was that in the senior classes he had some difficulties while studying mathematics. Then his father invited the talented student as a tutor from the Polytechnical Institute which had been opened in Tomsk recently. The student helped the teenager to solve many tasks from various books of elementary mathematics, and the result surpassed all expectations: Nikolay became the best on mathematics among his schoolmates quickly enough.

In the Central state archive of Moscow the school-leaving certificate of Nikolay Luzin from which it is possible to learn a number of interesting data remained:

«The school-leaving certificate is given to Nikolay Luzin, religion of the Orthodox Christian, the son of the petty bourgeois who was born on the 27th of November, 1883 in Tomsk and trained one year in the Irkutsk gymnasium and seven years in Tomsk.

It is given, firstly, on the basis of the supervision of his studying in the Tomsk gymnasium all the time, his behavior was excellent in general, the serviceability in attendance and preparation for the lessons, and also in the performance of written works was excellent, diligence was good and inquisitiveness was excellent, secondly, that he showed the following knowledge in:

The God's law – 5 (5);
Russian language, Church Slavonic language and literature – 4 (4);
Logic – 5
Latin language – 4 (4);
Greek language – 4 (4);
Mathematics – 5 (5);
Mathematical geography – 5;
Physics – 5;
History – 5 (5);
Geography – 5 (5);
French language – 3 (3)" [7].

After leaving gymnasium in 1901 N.N. Luzin moved to Moscow with parents where he entered the mathematical department of the physical and mathematical faculty of Imperial Moscow University. Nikolay didn't plan to connect his future with mathematics, he considered his entrance in the University as an intermediate step to receiving engineering education. He dreamed to enter the St. Petersburg Polytechnical Institute, but, being afraid of difficult entrance examinations (the competition in this educational institution was extremely high then), he preferred to take a two-year university course at the mathematical department on the basis of which they admitted to Polytechnical Institute without examinations.

At the university there was an unexpected metamorphosis with Nikolay's scientific and professional preferences. He was fond of mathematics so much that soon he forgot about the initial intention to become an engineer. N.V. Bugaev (1837–1903) whose lectures fascinated the young man became one of the first professors who had an impact on the formation of N. Luzin's scientific interests.

At this time N.N. Luzin listened to the lectures of brilliant professors: N.E. Zhukovsky (1847–1921) – on mechanics; E.E. Leyst (1852–1918) – on meteorology and terrestrial magnetism; I.A. Kablukov (1857–1942) – in chemistry; V.K. Tserasky (1849–1925) – on astronomy; K.A. Andreyev – on higher algebra); B.K. Mlodzeevsky (1858–1923) – on analytical geometry; L.K. Lakhtin (1863–1927) – on the differential equations; D.F. Egorov (1869–1931) – a special course, etc. At this time the theory of functions and the theory of sets began to get into the walls of the Moscow University (for example, the course read by professor B.K. Mlodzeevsky and the lectures of associate professor I.I. Zhegalkin (1869–1947)).

N.N. Luzin didn't stand aside and from the public life of the department. At the university he made friends with the student P.A. Florensky (1882–1937) who was also studying at the mathematical department one course more senior than he was [8].

In the fall of 1902 the third-year student P. Florensky (1882–1937) had a burning desire to create the students' mathematical circle at the university. At the meetings of the circle professors N.E. Zhukovsky, L.K. Lakhtin, B.K. Mlodzeevsky, D.F. Egorov, etc. spoke. The student N.N. Luzin took an active part in the work of students' circle and was elected the secretary of it [1, p. 10].

In the years of studying at the university the theory of sets got to a focus of N.N. Luzin's interest with the help of N.V. Bugaev and P. Florensky's influence – it was then a new section of mathematics created in the last third of the XIX century by the German scientist G. Kantor (1845–1918). On the basis of this theory in the 1890th years the French mathematicians E. Borel (1871–1956), A. Lebesgue (1875 - 1941) and R.- L. Beram (1874–1932) constructed the theory of explosive functions – the theory of functions of valid variable quantity. At the first International Mathematical Congress in Zurich (1897) this theory was in the center of the gathered scientists' attention. At this congress the Moscow mathematical school was represented by N.V. Bugaev who gave the brilliant report at the plenary session. Being a student, N.N. Luzin also started studying these questions.

D.F. Egorov began to take care of N.N. Luzin at the university. It happened not at once. At first sight Nikolay Luzin wasn't distinguished from his classmates but if he was carried away by any question, he tried to understand it quite deeply, he read additional literature, thought out the proofs. Once he took his examination to D.F. Egorov who paid attention to Nikolay Luzin's original answers. Professor began to invite the student to his individual consultations, set difficult tasks before him, discussed their possible decisions.

In 1905 the normal course of the university classes was broken by the revolutionary events. Being afraid of the talented student's involvement in them (there were enough reasons for concern – it is known that under Luzin's bed revolutionary students stored bombs and leaflets), his teacher D.F. Egorov organized for him a business trip to Paris where he was sent together with another pupil V.V. Golubev (1884–1954).

During these restless years Luzin endured the heavy nervous shock connected both with the revolutionary events, and with the doubt whether he was correct to choose that profession. In his letters D.F. Egorov tried to influence the unbalanced young man, convinced him to continue serious work at mathematics. In the letters he urged N.N. Luzin to attend G. Hadamard's lectures who read them «perfectly and very substantially», according to D.F. Egorov's opinion, [9]. Pavel Florensky's letters gave big spiritual help to Nikolay. As a result N.N. Luzin gradually returned to science: to the work in the Parisian libraries; to the classes in Sorbonne where he attended E. Borel and A. Poincare's lectures; and also in Collège de France where he took G. Hadamard and G. Darboux's courses.

Having come back to Russia, N.N. Luzin continued his studies at the Moscow University which he graduated from in 1906 with the diploma of the first degree (today we would say with honors). In the Central state archive of Moscow Nikolay Nikolaevich's diploma about the higher education remained which was issued to him on the 21st of August, 1907. In this document it is certified that in the fall of 1906 he passed the tests in the physical and mathematical commission and during his training he received high marks (we will notice that the mark «quite satisfactorily» was the highest in the three-point scale that existed then: unsatisfactorily, satisfactorily, quite satisfactorily).

1. N.N. Luzin's results at the course examinations:

- analytical geometry (the 1st and 2nd parts) – quite satisfactorily;
- higher algebra – quite satisfactorily;
- differential calculus – quite satisfactorily;
- differential geometry – quite satisfactorily;
- integral calculus (the 1st part) – quite satisfactorily;
- physics (the 1st and 2nd parts) – quite satisfactorily;
- mechanics – quite satisfactorily;
- chemistry – quite satisfactorily.

2. N.N. Luzin's results at the final examinations:

- integral calculus (the 2nd part) and the theory of probability – quite satisfactorily;
- mechanics (the 2nd part) – quite satisfactorily;
- astronomy – satisfactorily;
- meteorology and terrestrial magnetism – quite satisfactorily;
- the theory of functions (an additional subject) – quite satisfactorily;
- the equations with private derivatives – satisfactorily;
- composition – quite satisfactorily [7].

When graduating from the university N.N. Luzin was left to be prepared for a professorial rank.

By 1909 he had passed the master examinations and was entitled the existing then «undergraduate» together with the right of teaching at the higher school after reading two trial lectures, the one at his own choice and the second one to the destination of the faculty. Luzin read trial lectures and assumed to begin teaching at the university in the fall of 1910. However, he didn't start his work then as he was sent to a new scientific business trip to Goettingen (Germany) and Paris (France) for the improvement of the mathematical knowledge and acquisition of research experience.

This business trip was extremely fruitful for Luzin. N.N. Luzin's arrival to Paris coincided with the beginning of work of the seminar which had just been organized by G. Hadamard in Collège de France. At first G. Hadamard himself made the review of the works which captured different areas of mathematics, and then the young began to make reports. The young Russian scientist took an active part in this seminar, and also came into close contacts with E. Píkar (1871–1956), E. Borel (1871-1956), A. Lebesgue (1875-1941), A. Denjoy (1884–1974) and other European mathematicians. He worked a lot and successfully on the master thesis and in 1912 he published some notes in the edition of Academy of Sciences of France «Comptes Rendus». These publications gained fame in Europe and Russia almost at once. In particular, one of them contained the theorem of S-property bearing his name nowadays – Luzin's theorem.

During the foreign business trip Nikolay Nikolaevich didn't lose contact with the Moscow mathematicians, he corresponded with them actively. Among his constant addressees there was D.F. Egorov who did not only read the mathematical texts sent from abroad, but also helped the pupil with advice, he himself continued the search of scientific decisions in the field of the subject connected with the generalization of the concept of integral and the origin of the concepts of the theory of functions of the valid variable quantity. In 1911 D.F. Egorov proved one fundamental theorem of the theory of functions of the valid variable quantity, bearing the name of its author nowadays.

Moreover, D.F. Egorov thought up one more way to help his pupil. We will remind that in 1897 at the Moscow mathematical society an award was founded in the name of A.U. Davidov (1823–1885) which was given for the composition on the declared subject. In 1912 D.F. Egorov being a member of the Commission on giving awards proposed to point the following subject to the competition for an award: «Decomposition of the functions in trigonometrical ranks in the connection with the latest researches in the field of expansion of the concept about the integral» [10]. Undoubtedly, formulating the subject this way, D.F. Egorov meant that N.N. Luzin could be the only indisputable applicant for receiving an award on this subject.

After the second return to Moscow in summer of 1914 N.N. Luzin started teaching at the university as an associate professor, thus continuing to work on the master thesis.

In 1915 N.N. Luzin's work «Integral and a trigonometrical row» was published. The volume of the composition made 242 pages and included six chapters. In the introduction N.N. Luzin formulated shortly the main idea of his work: «to find the most general definition of the concept of the integral so that to expand the class of trigonometrical ranks of Fourier to possible limits» [11].

In October, 1915 this work was presented to the council of physical and mathematical faculty of the Moscow University on the competition of an award in the name of A.U. Davidov. The commission on the consideration of the composition included professor K.A. Andreyev, the dean L.K. Lakhtin and professor D.F. Egorov [12, p. 83]. On November 27th, 1915 at the meeting of the physical and mathematical faculty it was decided to give N.N. Luzin an award of A.U. Davidov of 300 roubles for the marked composition [12, p. 98].

At this time N.N. Luzin presented the same work to the council of the physical and mathematical faculty as the thesis for receiving the degree of the master of abstract mathematics. The preparation of the reference was charged to D.F. Egorov again [12, p.83].

In 1916 the composition was published in the journal «Mathematical Collection». Professors D.F. Egorov and L.K. Lakhtin acted as official opponents.

In the review of the thesis prepared by D.F. Egorov on March 16th, 1916 the detailed analysis was given to the composition and in its final part the result was summed up:

«High advantages of N.N. Luzin's work don't leave any doubt in me that it would only be fair to estimate his talent of the highest academic degree. I will add to it that N.N. Luzin has other valuable works and that his name is honourably popular in the mathematical world. I will also notice that the investigated work contains so much valuable material in its real variant that it would be enough for two separate compositions, especially at further development of some author's instructions which often have the character of a simple hint.

In view of all above I would believe certainly to the answering facts of the case, having allowed N.N. Luzin to defend the present composition and to petition, in case of the satisfactory dependence before the Council of the Imperial Moscow University about N.N. Luzin's statement in degree of the doctor of abstract mathematics» [13, p. 110].

In some other speeches exclusive advantages of work were noted, among which there were not only opening new important mathematical facts, but the indication of a set of perspective ways of further researches.

Really, this work defined the further development of the metric theory of functions in many respects, it included the statement of several unresolved problems, which were a source of inspiration for mathematicians for ten years.

The period from 1914 to 1924 is the time of blossoming of the scientist's scientific and pedagogical activity. He read a facultative course of the theory of functions of the valid variable quantity except the obligatory courses from year to year and conducted a research seminar. This special course read by him for many years and the seminar accompanying it also became the center from which the well-known Moscow school of the theory of functions grew which gave to the world a set of new names of mathematicians – Luzin's pupils. Among the pupils of the first generation of this school were elected subsequently academicians of Academy of Sciences of the USSR: P.S. Alexandrov (1896–1982), A.N. Kolmogorov (1903–1987), M.A. Lavrentyev (1900–1980), P.S. Novikov (1901–1975), and correspondent members – L.A. Lyusternik (1899-1981), A.A. Lyapunov (1911–1973), D.E. Menshov (1892–1988), L.G. Shnirelman (1905–1938).

N.N. Luzin's fate developed quite successfully. He gained the world recognition, was elected the member of a number of academies and scientific organizations. However in the 1930th in the life of the academician there were tragic events connected with the persecution of his teacher D.F. Egorov at first, and then with the persecutions on N.N. Luzin himself. The scientist was compelled to change the place of work several times. The scope of his scientific researches underwent many changes. In the early thirties, being afraid of the charges of its excessive abstractness, he was engaged in applied tasks and differential geometry.

5. Conclusion

N.N. Luzin died on February 28th, 1950. Soon after his death the Academy of Sciences of the USSR adopted the resolution on the edition of his works. In 1953-1959 there were collected the academician's works in three volumes which included the composition «Integral and a trigonometrical row». In 1951 this work was published with comments edited by N.K. Bari and D.E. Menshov. In the same edition the book was republished in 2009 [14].

Thus, the thesis «Integral and a trigonometrical row» was published five times: during N.N. Luzin's lifetime (1915 and 1916) twice and three times after his death (1951, 1953 and 2009). Such popularity of the composition wasn't casual. For many years this work was a source of ideas for researchers from different countries working in the field of the theory of functions. N.N. Luzin's success was preceded by the fundamental mathematical education which he got at the Moscow University, professor D.F. Egorov's constant help, scientific teaching in Europe. Today N.N. Luzin's way to the academic science is very instructive too.

References

1. Bari N.K., Golubev V.V. Biografija N.N. Luzina [N.N. Luzin's biography] // Sobranie sochinenij N.N. Luzina. T.3. – Moskva: Izd-vo AN SSSR, 1959. – P. 468-483.
2. Kuznecov P.I. Nikolaj Nikolaevich Luzin (k 100-letiju so dnja rozhdenija) [Nikolaj Nikolaevich Luzin (to the 100th anniversary since his birth)]. Sb. statej. – Moskva: Znanie, 1983.
3. Lavrent'ev M.A. Nikolaj Nikolaevich Luzin [Nikolaj Nikolaevich Luzin] // Uspehi matematicheskikh nauk. – 1974. – T. 29. – Vyp. 5. – P. 177-182.
4. Delo akademika Nikolaja Nikolaevicha Luzina [Academician Nikolaj Nikolaevich Luzin work.]. Otv. redaktory S.S. Demidov i B.V. Ljovshin. – Sankt-Peterburg: RHGI, 1999.
5. Kutateladze S.S. Kornj dela Luzina [The basis of Luzin work] // Sibirskij zhurnal industrial'noj matematiki. – 2007. – T.10. – №2 (30). – P. 8-92.
6. Lorentz G. G. Mathematics and politics in the Soviet Union from 1928 to 1953 [Mathematics and politics in the Soviet Union from 1928 to 1953] // J. Approx. Theory. – 2002. – V. 116. – P. 169-223.
7. Central'nyj gosudarstvennyj arhiv Moskvj. F.418. Op.315. D. 528. Studencheskoe delo N.N. Luzina [Student's business of N.N. Luzin].
8. Perepiska N.N. Luzina s P.A. Florenskim (publikacija i primechanija S.S. Demidova, A.N. Parshina, S.M. Polovinkina i P.V. Florenskogo) [N.N. Luzin's correspondence with P.A. Florensky (the publication and

S.S. Demidov, A.N. Parshin, S.M. Polovinkin and P.V. Florensky's notes) // Istoriko-matematicheskie issledovanija. – Vyp. 31. – 1989. – P. 125-190.

9. Pis'ma D.F. Egorova k N.N. Luzinu (Predislovie P.S. Aleksandrova. Publikacija i primechanija F.A. Medvedeva pri uchastii A.P. Jushkevicha) [D.F. Egorov's letters to N.N. Luzin (P.S. Alexandrov's Preface. Publication and notes by F.A. Medvedev with the assistance of A.P. Yushkevich)] // Istoriko-matematicheskie issledovanija. – Vyp. 25. – 1980. – P. 335-361.

10. Izvlechenie iz protokolov zasedanija Moskovskogo matematicheskogo obshhestva [The extraction from the reports of the Moscow mathematical society] // Matematicheskij sbornik. – 1915. – T.29. – №4. – P.466-467.

11. Luzin N.N. Integral i trigonometricheskij rjad [Integral and trigonometrical row]. Moskva: Tip. Lissnera i Sobko, 1915. – 242 p.

12. Central'nyj gosudarstvennyj arhiv Moskvy. F.418. Op. 461. D. 55. Zhurnal zasedanij fiziko-matematicheskogo otdelenija za 1915 g. [Minute-book of the physical and mathematical department of 1915].

13. Egorov D.F. Otzyv o dissertacii N.N.Luzina «Integral i trigonometricheskij rjad», predstavlennoj dlja poluchenija stepeni magistra chistoj matematiki [Reference about N.N. Luzin's thesis «Integral and a trigonometrical row», presented for receiving the degree of the master of abstract mathematics] // Uspehi matematicheskikh nauk. – 1953. – T. VIII. – Vyp. 2(54). – P.104-110.

14. Luzin N.N. Integral i trigonometricheskij rjad [Integral and trigonometrical row]. Moskva: Fizmatlit, 2009. – 468 p.

УДК 378

К ВОПРОСУ РЕАЛИЗАЦИИ СОВРЕМЕННОЙ КОНЦЕПЦИИ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Пучков Н.П., доктор педагогических наук, профессор,
Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов
sekr@nnn.tstu.ru**

Аннотация. Рассматриваются возможности определения и реализации различных направлений изучения математики в техническом вузе, а также реализации новых элементов математического содержания с выходом на практико-ориентированную подготовку.

Ключевые слова: математическая подготовка, математическое мышление, профессиональная направленность, математическая статистика, стохастические модели.

ON REALIZATION OF MODERN CONCEPTION OF MATHEMATICAL EDUCATION DEVELOPMENT IN THE RUSSIAN FEDERATION

**N.P. Puchkov, doctor in pedagogy, professor,
Tambov state technical university, Tambov
sekr@nnn.tstu.ru**

Abstract. The article examines the possibilities for identifying and realizing different trends of teaching mathematics at a technical higher school and the possibilities for implementing new elements of mathematical content with a purpose of developing practically-oriented training.

Keywords: mathematical training; mathematical thinking; professional orientation; mathematical statistics; stochastic models.

Одно из важных мероприятий по реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации (Распоряжение Правительства РФ от 24.12.2013 г. № 2506р) обозначено как определение направлений изучения математики с учётом осваиваемых студентами профессий, включая и реализацию новых элементов математического содержания, наиболее востребованных в современной экономике и производстве [1].

В настоящее время в вузах страны одновременно осуществляется много различных преобразований, приводящих, к сожалению, в некотором плане и к ослаблению математической подготовки студентов. В частности это:

- переход на уровневую систему высшего образования;
- внедрение компетентного подхода в обучении;
- оптимизация численного состава преподавателей, направленная на повышение зарплаты за счёт, по сути, увеличения учебной нагрузки;

Такие преобразования опосредованы непрерывной сменой образовательных стандартов, порождающей лавинообразный документооборот, отвлекающий всех преподавателей от педагогической деятельности.

Ослабление математической подготовки – следствие субъективных причин: в результате борьбы за учебную нагрузку (штатное расписание) профилирующие кафедры стараются «урезать» в учебных планах долю нагрузки общенаучных кафедр, «растворяя» содержание преподаваемых ими курсов в дисциплинах профильной подготовки под лозунгом главенства профессиональных компетенций.

Согласно содержанию новых образовательных стандартов вузам предоставлена большая самостоятельность в выборе учебных курсов, как по наименованию, так и по объёму, по времени изучения.

В таких условиях с учётом вышеперечисленных преобразований весьма непросто складывается ситуация с выбором содержания математических курсов, т.к. возникают противоречия между преподавателями профилирующих кафедр, определяющих содержание обучения по соответствующему направлению подготовки и преподавателями кафедры высшей математики, имеющими своё представление о содержании курса высшей математики, как законченного, целостного предмета обучения, обладающего строгой внутренней логикой, курса, не допускающего каких-либо деформаций. Как писал известный советский математик В.И. Арнольд «Математика – живой организм, вдобавок, подобный лестнице, в которой выкидывание даже отдельных ступенек чревато опасно» [2].

В тоже время требования действующих ГОСов необходимо удовлетворять, находя компромиссы профилирующих и математических кафедр. Здесь надо учитывать то обстоятельство, что вузовский курс математики целенаправлен на формирование как общекультурных компетенций, так и профессиональных. Поэтому возникает идея в рамках отведённого времени на изучение математики условно разделить этот курс на две части: инвариантную для всех реализуемых в вузе направлений подготовки и вариативную, профессионально направленную. В содержательном плане это подразумевается как выделение их инвариантной энциклопедической части: основные понятия, их связь между собой, основные методы, идеи, принципы математики и вариативной части: выделение тем, наиболее востребованных в процессе преподавания специальных дисциплин и закрепление теоретических положений путём решения профессионально направленных задач.

Рассматривая стандарт образования как его стержень, базу, гарантию качества образования, необходимо соизмерять его требования (к структуре программ, к условиям реализации) с реальным положением дел в конкретном вузе, характеристиками которого являются: качество педагогического состава (включая и уровень взаимоотношений математических и профилирующих кафедр), уровень методической работы, условия труда преподавателей (загруженность, оплата), качество обучающихся, включая их убеждённость в своей востребованности как специалиста.

Как показывает опыт работы аудиторная нагрузка по математике по большинству образовательных программ составляет 108 часов (36 ч. лекции и 72 часа практики), инвариантная часть может быть реализована за 72 часа, на вариативную остаётся 36 часов. Для реализации такого плана занятий необходимо, на наш взгляд, придерживаться следующих рекомендаций, которые мы используем в своей работе:

1. Для наиболее полной конкретизации социальных целей общества в настоящий период его развития в рамках учебно-воспитательного процесса в вузе целесообразно конструировать цели обучения в виде аспекта готовности студентов к будущей профессиональной деятельности.

Состав аспекта готовности, как цель его формирования в процессе обучения математике, представляет, на наш взгляд, систему компонентов, включающих: математические знания и рациональные методы их усвоения, умения применять знания на практике, творческие способности умственной деятельности, осознание смысла математической подготовки как условия овладения научными основами предстоящей профессиональной деятельности, её престижности, стремление самостоятельно ставить и достигать цели самообразования и самовоспитания, стремление принимать логически обоснованные решения, осознание математических знаний и методов их приобретения как базовых основ специальных знаний.

2. В процессе преподавания необходимо ориентироваться на воспитание у студентов убеждённости в том, что математика учит не просто осуществлять вычисления, а, в большей степени, строить и оптимизировать деятельность, вырабатывать и принимать решения, проверять действия, исправлять ошибки, различать аргументированные и бездоказательные утверждения.

3. Основой организации подготовки студентов в вузе являются те требования, которые закладываются в квалификационную характеристику специалиста (в настоящее время – это совокупность компетенций), формируемую высшей школой совместно с предприятиями – заказчиками и преподавателями выпускающих кафедр вуза. С другой стороны эти требования должны реализовываться в совместной деятельности всех кафедр, принимающих участие в процессе становления молодого специалиста в форме межпредметного взаимодействия. Межпредметное взаимодействие становится едва ли не самой главной задачей в их преподавании, а не просто следствием изучения комплекса наук. Именно поэтому математическая подготовка должна стать объединяющей основой этого цикла предметов. Большинство контрольных мероприятий курса высшей математики должны носить исследовательский характер и выполняться с кафедрами общенаучного цикла. Центральным местом при прохождении курса высшей математики отведено задачам, ориентированным на математические модели общетехнических дисциплин. Одной из действенных форм укрепления межпредметных связей можно считать проведение массовых межпредметных олимпиад [3], группируемых на основе дисциплин «Математика», «Физика», «Информатика», «Теоретическая механика», «Сопротивление материалов».

4. Реализация планов математической подготовки требует решения не только организационно – методических, но и психологических проблем. При изучении дисциплин, не относящихся к разделу специализации, у студентов постоянно возникают вопросы, связанные с необходимостью (полезностью) их изучения. Рассуждения общего характера «учите, потом узнаете» успеху преподавания не способствуют. В тоже время подробная иллюстрация применения математики в будущей профессии разрушает структуру математического курса и поглощает много времени.

Одна из важнейших целей математической подготовки в техническом вузе – выработать у будущих инженеров необходимый «математический слух», сформировать комплекс навыков, именуемых математической культурой, развивать математическое мышление. Нельзя, жертвуя строгостью изложения, ограничиваться лишь интерпретацией математического аппарата в какой-то области. Главная цель иллюстрирования должна быть демонстрация универсальности математических знаний на основе прикладных задач методами математического моделирования. Выработка методологических основ межпредметной деятельности является центральным ориентиром при выборе иллюстративного материала.

Истинные интересы студентов технических вузов лежат далеко от математики, поэтому следует так строить преподавание, чтобы студент постоянно ощущал, что, изучая математику, он приближается к более глубокому пониманию своей специальности. Надо показать математику в действии уже в вузе.

Одновременно следует помнить о необходимости ухода от стандартных, инвариантных программ преподавания, надо излагать новые методы (не классические), созданные под непосредственным воздействием современной практики.

5. Научно – исследовательская работа студентов должна следовать за учебным процессом как его естественное продолжение, как углубление математических знаний до возможности их приложения к инженерным задачам той специальности, по которой проводится обучение. Математический аппарат, полученный студентами на занятиях по высшей математике, должен в полной мере реализовываться при изучении общетехнических и специальных дисциплин. Кроме того, надо стремиться к тому, чтобы преподаватели – математики и прикладники находили общий язык при решении технических вопросов, требующих математического анализа. Совместную работу математических и выпускающих кафедр эффективно организовать при освоении обучающимися магистерских программ. Доля математических дисциплин в магистратуре не должна опускаться ниже 20 – 25%. Это не обязательно самостоятельные дисциплины по математике, лучше, если это глубоко математизированные специальные дисциплины, ведь многие общенаучные, общеинженерные дисциплины, по сути, можно считать математическими моделями. Например, гидродинамика является моделью движения жидкости, теплопередача – модель передачи тепла, математическая экономика – модель процессов экономики и т.п.

Реализация математизированных магистерских программ позволяет развиваться, повышать свою квалификацию и преподавателям математических кафедр, т.к. создаются условия для научно-исследовательской работы более высокого уровня, чем с первокурсниками с их «школярскими» программами.

6. Необходимым элементом рабочей программы по математике является проведение итоговых занятий в форме интерактивных лекций (не более 3-х), посвящённых философско – историческим аспектам

математики, математическим моделям и гуманитарной составляющей вузовского курса математики. У каждой лекции имеется своя ценность: первая имеет своей целью показать работу математиков – философов, для которых вычисления – орудие действий, а не смысл; вторая лекция формирует единый взгляд на математические модели, которые обучаемые изучали начиная со школы (задачи на составление уравнений) и заканчивая построением стохастических моделей в курсе математической статистики; третья лекция имеет целью показать неразрывную связь математики с реальной жизнью через биографии известных своими математическими результатами людей, многие из которых не были профессиональными математиками.

Одним из направлений развития математического образования в России является разрешение методологических проблем математической подготовки современных специалистов, связанных с переходом от концепции строгого детерминизма к более широким представлениям детерминизма стохастического. На такой переход настраивает то обстоятельство, что в условиях современной действительности человек вынужденно сталкивается с необходимостью решения весьма нестандартных задач, зачастую проблемного характера. Это обстоятельство инициирует более глубокое изучение такой дисциплины, как «Теория вероятностей и математическая статистика», т.к. она способствует формированию наиболее значимых общекультурных компетенций: способность вероятностного стиля восприятия и описание объектов, явлений окружающего мира; способность находить организационно – управленческие решения в нестандартных, неопределённых ситуациях и нести за них ответственность с учётом нравственных аспектов деятельности; способность выстраивать и реализовывать перспективные линии культурного, нравственного и профессионального саморазвития и самосовершенствования.

Как показывает личный опыт работы, изучение в математической статистике темы «Построение стохастических моделей» имеет большое значение и как в методическом плане преподавания дисциплины «Математика», так и в популяризации математики как науки. Учёт наличия большого количества факторов, выбор наиболее значимых, делают математические модели для обучающихся наиболее реальными, а саму математику представляют полезной наукой, необходимой для изучения.

Литература

1. Концепции развития математического образования в РФ (утверждена распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 г. № 2506р).-
(http://www.firo.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf)
2. В.И. Арнольд «Математика и математическое образование». Сб.»Математика в образовании и воспитании». Сост. В.Б. Филиппов. – М.: ФАЗИС, 2000, с. 195 – 205.
3. Пучков, Н.П. Олимпиадное движение как форма организации обучения в вузе / Н.П. Пучков, А.И. Попов. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2009. – 180 с.

УДК 374

ОБРАЗОВАННОСТЬ ПОДРАСТАЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ КАК ЗАЛОГ НАЦИОНАЛЬНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ СТРАНЫ

**Рыманова Т.Е., кандидат педагогических наук, доцент
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец
barkarelez@mail.ru**

Аннотация. В статье рассматривается проблема образованности современных детей. В качестве средства диагностики используется дистанционная межпредметная олимпиада, особенности которой заключаются в том, что в ней предлагаются довольно доступные задания, но из разных областей научного знания (математики, географии, истории и пр.). Первые результаты исследования, проводимого кафедрами математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина, свидетельствуют о серьезности данной проблемы и необходимости ее детального изучения.

Ключевые слова: образованность подрастающего поколения, дистанционная межпредметная олимпиада.

EDUCATION OF THE YOUNGER GENERATION AS A GUARANTEE NATIONAL SECURITY

**T.E. Rymanova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Yelets state University named after I.A. Bunin, Yelets
barkarelez@mail.ru**

Abstract. The article deals with the problem of education of modern children. Remote interdisciplinary olympiad as the means of diagnosis is suggested. The olympiad includes rather available tasks, but from different areas of scientific knowledge (mathematics, geography, history etc.). The first results of the study made by the Department of mathematics and methods of teaching it of Yelets state University named after I.A. Bunin, testify to the seriousness of the problem and the need for its detailed study.

Keywords: education of the younger generation, remote interdisciplinary olympiad.

Национальная безопасность любого государства – это большой комплекс самых разных параметров, который включает политическую, военную (оборонную), экономическую, финансовую, социальную, продовольственную и другие составляющие. В этом ряду особое место занимает образовательный компонент. В данном контексте речь идет не только о знаниях гражданина в конкретной научной или производственной областях, но и об уровне образованности населения в целом.

Изучая последний вопрос, мы решили провести анкетирование разных категорий обучающихся: школьников, учащихся средних профессиональных учреждений и студентов вузов. Вопросы были предложены из нескольких областей знания в тестовой форме, достаточно простые, известные большинству людей. Анкета состояла из трех частей: в первой собраны задания, доступные даже учащимся начальных классов, во второй части были представлены задачи из школьной программы и краеведения, последние связаны с Елецким краем. В третью группу вошли вопросы по уровню сложности немного выше, чем в предыдущей. Все предложенные задания можно разделить на несколько групп:

- I. Задания гуманитарного цикла (филология, литература, история);
- II. Задания естественно-математического цикла (математика, физика, астрономия, география);
- III. Вопросы обществоведческого характера;
- IV. Вопросы по истории и географии Елецкого края и Липецкой области.

Для более полного представления приведем анкету, которая была предложена всем участникам независимо от категории.

Анкета

Часть 1.

1. 2017 год в России объявлен годом ...
2. Кто автор строк «Я помню чудное мгновенье ...»?
3. Как правильно писать слово «к...ртофель»?
4. Чему равно значение выражения $7 \times 8 - 2$?
5. Владимир Владимирович Путин - ...
6. Великая Отечественная война закончилась ...
7. Столица Российской Федерации – город ...
8. Самая большая по площади страна в мире?
9. Какую планету Солнечной системы называют голубой?

Часть 2.

1. Какой кирпич лучше обеспечивает теплоизоляцию в здании?
2. Математической моделью равномерного прямолинейного движения является ...
3. Этот российский город считают научной столицей Сибири - ...
4. На этой площади Ельца находится Вознесенский собор, стела города воинской славы. Как называется площадь?
5. Этот город Липецкой области в XIX веке называли «русским Иерусалимом»...
6. Известный закон физики выражается формулой $F = ma$. Как он называется?
7. Самое распространенное дерево в России ...
8. Кто автор повести «Капитанская дочка»?
9. Укажите степень выражения 2^4 ...

Часть 3.

1. В середине августа 1395 года город Елец был осажден 400-тысячным войском и уничтожен. Предводителем того войска был...

2. Наш земляк, выдающийся государственный деятель, первый нарком здравоохранения Советской России, создатель первой в мире системы здравоохранения, основанной на профилактике заболеваний, которая до сих пор существует в Российской Федерации ...

3. По типу правления Российская Федерация является ...

4. 25 августа 2006 года конгресс Международного Астрономического союза вывел это космическое тело из списка планет Солнечной системы ...

5. Определить регион Российской Федерации по его описанию: «Регион находится в лесостепной зоне европейской части Российской Федерации в 370 км южнее Москвы. По ее территории протекают крупные реки Дон и Воронеж».

6. Определите силу тока в проводнике сопротивлением 20 Ом, если напряжение равно 10 В.

7. Кто главный герой произведения М.Ю. Лермонтова «Герой нашего времени»?

8. Как правильно поставить ударение в слове «звонит»?

9. Девочка подбрасывает мяч вверх и ловит его. По какой траектории движется мяч?

Интересны результаты проведенного анкетирования. В исследовании принимали участие учащиеся из двух школ города Ельца и одной школы Елецкого района Липецкой области, а также студенты среднего профессионального образования и вуза. Сопоставим результаты анкетирования (первой части) разных категорий участников. К сожалению, не все в курсе, что 2017 год в России объявлен годом экологии. Только 60% студентов среднего профессионального и высшего образования об этом знают. Все ученики 11 классов правильно ответили на второй вопрос первой части. Только 8% шестиклассников и 9% десятиклассников не знают, как пишется слово «картофель». В четвертом задании первой части предлагалось найти значение числового выражения. Успешно справились с ним учащиеся 7-11-х классов, студенты СПО. Это задание вызвало затруднения у 17% шестиклассников и 3% студентов, обучающихся на гуманитарных специальностях вуза. Кроме 8% учеников 6-х классов, все участники анкетирования знают президента нашей страны. Очень тревожным остается тот факт, что только студенты и старшеклассники (10-11 классы) правильно ответили, когда закончилась Великая Отечественная война. 8% шестиклассников, 7% семиклассников, 7% восьмиклассников и 18% девятиклассников этого не знают. Столицу своего Отечества правильно назвали все участники, кроме 8% учащихся 6-х классов. На восьмой вопрос верно ответили ученики 9-х, 10-х, 11-х классов и студенты вуза. Однако 5% учащихся СПО, 25% шестиклассников, 14% семиклассников, 7% восьмиклассников не знают самую большую по площади страну в мире. Последнее задание первой части не вызвало затруднений у школьников из 8-х, 10-х и 11-х классов. На этот вопрос правильно ответило только 58% учеников 6-х классов, 71% учащихся 7-х классов, 73% девятиклассников, а также 73% и 83% студентов среднего профессионального и высшего образования соответственно.

Много неправильных ответов во второй и третьей частях анкеты в заданиях по математике и физике. Но самые большие затруднения вызвали вопросы по истории и географии родного края. Представленный фрагмент статистической обработки результатов анкетирования шокирует и заставляет задуматься. Отметим, что самыми маленькими участниками данного исследования были ученики 6-х классов, которые выполняли первую часть. Эти дети учатся по новым образовательным стандартам!

В нашем отечественном образовании до 1917 года большое внимание уделялось образованности молодого поколения. Как не вспомнить сегодня слова А.С. Пушкина: «Уважение к минувшему – вот черта, отличающая образованность от дикости...» [7, с. 184]. По мнению П.Ф. Каптерева, образованный человек – это такой человек, который чувствует себя живым и деятельным членом современного культурного общества, понимает тесную связь своей личности с человечеством, со своим родным народом, со всеми прежними работниками на поприще культуры, который по мере сил двигает человеческую культуру вперед [3, с. 435]. В настоящее время все чаще появляются исследования о качестве образования [1,5,6], но, к сожалению, практически отсутствуют работы по проблеме образованности молодого поколения. Анализ разных точек зрения позволяет охарактеризовать последнее не только как результат обучения, но и как степень культурности человека, уровень усвоения им историко-культурного наследия предшествующих поколений [4,8]. Под культурностью будем понимать показатель культуры как критерий интеллектуального и общественного развития личности. Несомненно, данная проблема в теоретическом и прикладном аспектах требует детального изучения [8,9].

С 2015 года кафедра математики и методики ее преподавания Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина проводит исследование, в ходе которого выясняются степень познавательной активности и самостоятельности учащихся 5-9 классов, а также уровень их эрудиции и широта кругозора, позволяющие сделать выводы об образованности современных школьников. В качестве возможного средства ее определения предлагается использовать дистанционную межпредметную олимпиаду «На перекрестках наук» [9]. Это название выбрано неслучайно, так как знания школьников проверялись по нескольким предметным областям естественно-математического цикла. Нам хотелось охватить разные категории учащихся, поэтому в олимпиаде могли участвовать все желающие. Как отмечалось, школьникам предлагались задания из разных научных областей, и в этом заключается принципиальное отличие проводимой олимпиады от предметных олимпиад [2]. Для каждого класса были подобраны от десяти до двенадцати задач, в основном в тестовой форме. Последнее задание - одинаковое для всех. Нужно в краткой форме ответить на вопрос «За что я люблю математику (или географию, или физику)?» Ученику предоставлялось право выбора написать о любом предмете.

Все вопросы можно разбить на несколько групп:

- математические задачи;
- задачи с вероятностным содержанием;
- задачи логического характера;
- задания по географии;
- физические задачи;
- задания по истории и географии нашей Родины;
- вопросы краеведческого характера;
- исторические задания с математическим содержанием;
- задания межпредметного и метапредметного содержания;
- задания познавательного и поискового характера.

В качестве примера приведем задания олимпиады для 6-го класса (2016 год).

Задание 1. Найдите число целых решений неравенства $|x + 2| \leq 3$.

Задание 2. Какому городу Липецкой области посвятил рассказ из цикла «Записки охотника» И.С. Тургенев?

Задание 3. Древнегреческого математика и философа Пифагора спросили: сколько у него учеников. Ученый ответил так: «Половина увлекается математикой, одна четверть изучает природу, одна седьмая находится в раздумье, а оставшаяся часть – три девы». Сколько учеников было у математика?

Задание 4. При каких значениях a уравнение $|x + 2| = a$ не имеет решений?

Задание 5. Спортивная школа г. Ельца выставила на соревнования по бегу команду девочек в составе: Вика, Кристина, Алина и Саша. Кристина пробежала дистанцию быстрее Алины, но медленнее Саши. Алина затратила на ту же дистанцию времени больше, чем Вика, которая бежит медленнее Кристины. Как распределились места на соревнованиях по бегу?

Задание 6. Самое большое по площади озеро России.

Задание 7. Назовите имя главы государства, который обладал для своего времени обширными познаниями в области математики и техники.

Задание 8. Какой масштаб используется для построения плана города Ельца?

Задание 9. На школьном вечере Дима выступал в роли клоуна. Ему назвали число, потом предложили разделить на два и прибавить к результату 6. Дима все перепутал: названное число умножил на 2 и после вычел 6. При этом ответ получился один и тот же. Какое число зрители назвали клоуну Диме?

Задание 10. Температура воздуха у поверхности земли $+26^{\circ}\text{C}$. Воздушный шар поднялся на высоту 8 км. Какую температуру показывает градусник в корзине воздушного шара?

Задание 11. Напишите краткий ответ на вопрос «За что я люблю математику (физику или географию (природоведение))?»

Поясним некоторые, по нашему мнению, важные методические моменты. Задание с абсолютной величиной было предложено неслучайно и по сравнению с 2015 годом усложнилось: ученикам нужно было решить неравенство. Несмотря на то, что неравенства с переменной будут изучаться в курсе алгебры, шестиклассники могут справиться с предложенной задачей, используя геометрическую интерпретацию модуля. Кроме того было предложено задание с параметром. Достаточно неожиданное и новое для

учащихся 6 класса. Но мы считаем, что по мере изучения теоретического материала задачи с модулем и с параметрами необходимо рассматривать как можно раньше и по возможности чаще. Как показывает опыт, это оправдывает себя. Причем ученика надо приучать перед выполнением любого задания задавать себе вопрос: «А что я знаю, что я умею?» Это в какой-то степени будет способствовать формированию у школьников регулятивных учебных действий, что является одной из задач образовательных стандартов второго поколения. Задание 3 и задание 9 можно решить алгебраическим путем. Пятая задача логическая, такие вопросы очень популярны сейчас в начальной школе. Она легко решается с помощью графа. Задача десятая межпредметного характера. С целью воспитания патриотизма и любви к своей Родине в олимпиаду были включены вопросы о России. Причем задание 6 еще и географического характера, а задание 7 – исторического, которое несет и познавательный элемент. Хочется верить, что, может быть, кто-то из участников олимпиады возьмет в руки произведение Ивана Сергеевича Тургенева «Записки охотника» и прочитает строки, посвященные небольшому, но очень милому городку Лебедянь. И конечно, мы не могли обойти вниманием Елец – город воинской славы, которому в 2016 году исполнилось 870 лет. Поэтому неслучайно появился вопрос о масштабе. Таким образом, кроме заявленных выше целей, мы хотели, чтобы учителя увидели проблемные места в современном образовательном процессе, а также обратить внимание педагогов на некоторые их методические решения.

Статистический анализ результатов олимпиады показал следующее. Всего приняло участие 64 шестиклассника. 80% школьников справились с первой задачей. Более половины ребят не знают, какому городу Липецкой области посвятил рассказ И.С. Тургенев. Задачу об учениках Пифагора правильно решили 80% ребят. 40% участников не справилась с уравнением с параметром. Чуть менее 70% учащихся правильно определили, как распределились места на соревновании (задание 5). 10% шестиклассников не знают самое большое по площади озеро России. Всего пятеро школьников при ответе на седьмой вопрос не назвали Петра I. 60% ребят знают, в каком масштабе выполнен план Ельца. 80% участников правильно указали, что за число было названо клоуну, чуть меньше справились с десятым заданием. Более 80% шестиклассников любят математику, причем некоторые отмечали, что у них хорошие учителя. 20% учеников отдали предпочтение географии, в основном связано это с путешествиями, интересными местами России и мира. Четверо школьников написали, что им нравятся оба предмета. Два человека оставили вопрос без ответа.

В целом в 2016 году в проводимом мероприятии приняло участие более 300 школьников 5-9 классов из городов Ельца и Данкова, а также Долгоруковского, Елецкого, Измалковского, Краснинского, Лебедянского, Усманского районов Липецкой области. В марте этого года к нам обратились учителя по просьбе своих учеников провести очередную олимпиаду «На перекрестках наук». Выяснилось, что она вызывает неподдельный интерес у детей. В 2017 году в третий раз была проведена межпредметная олимпиада, результаты которой сейчас обрабатываются.

В качестве иллюстрации нашей работы мы взяли шестой класс, но детальный анализ проводится по всем категориям учащихся. Результаты показывают, что, что менее 10% участников олимпиады «На перекрестках наук» в 2016 году правильно ответили на все вопросы. Причем, если с предметными задачами ребята справились более или менее успешно, то задания общекультурного характера вызывали большие затруднения. Это свидетельствует о том, что уровень образованности современных школьников низкий. Такой результат был предсказуем, поэтому в поисках ответов на вопросы ребята имели возможность познакомиться с новыми фактами не только из математики, но и из географии, и истории Отечества. Творческое задание, предполагающее написать мини-сочинение: «За что я люблю (математику, физику, географию)», было направлено на развитие у школьников культуры письменной речи, на формирование умения аргументированно излагать свои мысли. Поэтому выбор дистанционной формы проведения олимпиады, мы считаем, был правильным, так как позволяет помимо диагностических задач решать обучающие и общекультурные.

Несомненно, что по результатам проведенного исследования еще нельзя предлагать какие-нибудь рекомендации, но некоторые выводы сделать можно. И главный из них следующий: результаты анкетирования и олимпиады по шестому классу свидетельствуют о том, что новые образовательные стандарты, к сожалению, не приносят желаемых результатов. А ведь через десять лет эти ребята станут полноправными членами российского общества. На лицо вырисовываются проблемы в математическом и естественнонаучном образовании, которые необходимо как можно быстрее решать, в противном случае никакого прорыва в модернизации производства не произойдет. О каком воспитании патриотизма можно говорить, если молодое поколение не знает историю своего края, своей Родины, теряется связь поколе-

ний, у молодежи нет чувства сопричастности с судьбой своей Отчизны. Все это в совокупности позволяет говорить о проблеме образованности молодого поколения с позиции национальной безопасности нашего государства.

Литература

1. Бахмутский А.Е. Оценка качества школьного образования: дис. ... д-ра пед. наук. – СПб., 2004. – 343 с.
2. Горев П.М. Выездная олимпиада по математике для абитуриентов ВятГУ: положения, задания, анализ результатов // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2016. – № 5. – С. 29-34.
3. Каптерев П.Ф. Избранные педагогические сочинения. – М.: Педагогика, 1982. – 707 с.
4. Колягин Ю.М., Саввина О.А., Тарасова О.В. Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль. Часть 1. От древнейших времен до 20 века / Ю.М. Колягин, О.А. Саввина, О.В. Тарасова. – 3-е изд. – Орел: ООО Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. – 307 с.
5. Кощева И.К. Качество образования как социальная проблема: дис. ... канд. соц. наук. Екатеринбург, 2003. – 157 с.
6. Кулакова Н.И. Мониторинг как средство повышения качества образования в современной школе: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Рязань, 2008. – 25 с.
7. Пушкин А.С. Наброски статьи о русской литературе // Пушкин А.С. Полное собрание сочинений: В 16 т.- М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1937-1959. Т.11 Критика и публицистика, 1819-1834. – 1949. – С. 184.
8. Рыманова Т.Е. Межпредметная олимпиада как средство определения уровня образованности современных школьников [Электронный ресурс] // Вестн. Оренб. гос. пед. ун-та. Электрон. науч. журн. – 2017. – № 2 (22). – С. 292-301.
9. Рыманова Т.Е., Саввина О.А., Мельников Р.А. Научно-методические исследования в рамках образовательных стандартов второго поколения. // Концепция развития математического образования: проблемы и пути реализации: материалы XXXIV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – М.: Изд-во ООО «ТРИП», 2015. – С. 152-157.

УДК 372.851

«ИССЛЕДОВАНИЕ УРОКОВ» И ОТКРЫТЫЙ ПОДХОД КАК ФАКТОРЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

**Сафуанова А.М., аспирантка кафедры высшей математики и методики преподавания математики,
Московский городской педагогический университет, г. Москва
alinas1990@mail.ru**

Аннотация. В работе рассматривается своеобразный подход к совершенствованию математического образования, успешно применяемый в японской системе математического образования в последние десятилетия: «Исследование уроков». Выявлены основные особенности рассматриваемого подхода, возможности и границы его применения.

Ключевые слова: математическое образование, исследование уроков, подготовка учителей математики

“LESSON STUDY” AND OPEN-ENDED APPROACH AS FACTORS OF IMPROVING MATHEMATICS TEACHING

**A.M. Safuanova, PhD student, department of higher mathematics and methods of teaching mathematics,
Moscow City University, Moscow
alinas1990@mail.ru**

Abstract. This paper discusses original approach to mathematics teaching that is successfully used in Japan mathematical education in the last decades: “Lesson Study”. Main features of this approaches, its possibilities and restrictions are revealed.

Keywords: Mathematics education, lesson study, preparation of mathematics teachers.

Как известно, японские учащиеся показывают высокие результаты в различных международных исследованиях достижений школьников. Одной из важнейших причин такого преимущества японского математического образования является «открытый подход» к преподаванию математики, решение задач «с открытыми концами» [1].

Как пишет японский ученый Нохда [2], «открытый подход» предполагает, что решаемые задачи должны заключать в себе математические идеи. Используются не рутинные задачи типов: проблемные ситуации (исходя из которых, учащиеся сами должны формулировать задачи); задачи-процессы (которые можно решать с помощью различных подходов, различных способов мышления); задачи с открытыми концами, т.е. задачи, которые учащиеся могут переформулировать, получая новые; порождающие задачи – те, из которых, углубляя, можно получать новые, более сложные, иллюстрирующие интересные математические идеи; задачи со многими решениями, открытые поисковые задачи. Задача, по определению Нохды – не просто упражнение, а «проблема, которую обычно ставит перед учениками учитель и для решения которой нет предписанных способов». Таким образом, открытый подход можно считать проявлением генетического подхода к решению задач [3].

«Открытый подход» резко отличается от обычного, и даже в экспериментальных классах его используют лишь раз в месяц.

Японские авторы выделяют три типа задач с открытыми концами [2, 4, 5]:

- 1) Поиск закономерностей (правил, соотношений, отношений, свойств): например, найти все закономерности в таблице умножения;
- 2) Классификация: учащимся предлагается классифицировать объекты по различным характеристикам, что может привести к формулировке некоторых математических понятий;
- 3) Измерение: учащимся предлагается приписать меру определённым явлениям (такие задачи требуют использования имеющихся математических знаний и умений).

Отмечаются следующие преимущества и недостатки открытого подхода:

Преимущества:

- 1) Учащиеся более активны на уроках и чаще выражают свои идеи.
- 2) У учащихся больше возможностей для надлежащего применения своих математических знаний и умений.
- 3) Даже слабые учащиеся могут по-своему давать ответы на задачу.
- 4) Незаметно возникает мотивация к поиску доказательств.
- 5) Учащиеся получают богатый опыт получения удовольствия от открытий и от одобрения соучеников.

Недостатки:

- 1) Трудно создавать или готовить осмысленные математические проблемные ситуации.
- 2) Учителям трудно успешно ставить задачи. Иногда учащиеся не понимают, как отвечать, и дают ответы, не имеющие математического смысла.
- 3) Некоторые даже способные учащиеся боятся давать ответы.
- 4) Учащиеся чувствуют, что обучение неудовлетворительно, потому что затрудняются делать чёткие и ясные выводы.

Открытый подход требует тщательного планирования урока. Для этого прежде всего необходимо сделать следующее:

- 1) Составить список возможных ответов учащихся на проблему.
- 2) Сделать цель использования проблемной ситуации ясной.
- 3) Разработать такой способ постановки задачи, чтобы учащиеся ясно понимали её смысл, а также что требуется от них.
- 4) Сделать задачу по возможности привлекательной, интересной.
- 5) Давать достаточно времени на полное исследование проблемы.

Важны также этапы подведения итогов и оценивания результатов работы учащихся.

Открытый подход разрабатывался в Японии в 70-е годы 20 столетия. Он предъявляет высокие требования к учителям, поэтому начиная с 80-х годов его используют в комбинации с давно существовавшим в Японии методом повышения мастерства учителей математики. Этот метод, позднее принятый на вооружение также в Великобритании и США, получил английское название “Lesson study”, т.е. «Исследование уроков» или даже «Урок-исследование». Чтобы не терять оттенков смысла, будем использовать англоязычный термин.

В 2002 году применение “Lesson study” и открытого подхода было официально рекомендовано министерством образования, культуры, спорта, науки и технологий Японии. Метод опирается на следующие принципы [6]:

- 1) Учителя лучше всего обучаются и совершенствуются, наблюдая преподавание других учителей;
- 2) Учителя, лучше владеющие пониманием и навыками в методике обучения предмету, должны делиться своими знаниями и опытом с коллегами;
- 3) Учителя должны культивировать интерес учащихся к предмету и сосредотачиваться на качестве их учения.

Lesson study состоит из

- 1) постановки педагогической проблемы, решаемой уроком-исследованием;
- 2) планирования и подготовки к уроку;
- 3) собственно урока (открытого урока в присутствии коллег-учителей);
- 4) обсуждения и оценивания результатов урока;
- 5) переосмысления урока;
- 6) повторного проведения урока после переосмысления;
- 7) нового обсуждения и оценивания результатов;
- 8) распространения результатов среди коллег.

Метод Lesson study, встроенный также в систему повышения квалификации учителей математики в Японии, показал свою эффективность, и высокие результаты японских школьников в исследованиях TIMSS в начале этого тысячелетия стимулировали интерес к этому методу и в Европе, и в Америке. Он широко применяется в странах Юго-восточной Азии [7]. Из стран СНГ этим методом активно пользуются лишь в Казахстане, где опубликованы и русскоязычные материалы о Lesson study [8].

Отметим, что Lesson study способствует и изменению касающихся математики и её преподавания убеждений [9] будущих и работающих учителей, делая их взгляды более современными.

Думается, что как Lesson study, так и открытый подход должны изучаться и внедряться и в отечественном математическом образовании.

Задачи с открытыми концами использованы нами во время работы с одарёнными детьми на «Малом мехмате» МШУ имени М.В. Ломоносова. Можно отметить повышения интереса к занятиям и мотивации у учащихся. Теперь такая работа ведётся со студентами бакалавриата математических специальностей в Московском городском педагогическом университете (в рамках спецсеминара). Первые результаты показывают не только возросший интерес к решению задач, но и расширение методов и приёмов, к которым прибегают студенты при решении.

Литература

1. Сафуанов И.С. Открытый подход к обучению математике / И. С. Сафуанов // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи Материалы I Всероссийской научно-практической конференции. – Майкоп: Изд-во АдГУ, 2015. – С. 126-130.
2. Nohda, N. A study of “open-approach” method in school mathematics / N. Nohda // Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics. – 1986. – P. 119-131.
3. Safuanov I.S. The genetic approach to the teaching of algebra at universities / I. S. Safuanov // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 2005. – V. 36. – № 2-3. – P. 255-268.
4. Becker, J. The open-ends approach: A new proposal for teaching mathematics / Becker, J., Shimada, Sh. (Eds.). – Reston, Virginia: NCTM, 1997.
5. Nohda, N. Paradigm of the “open-approach” method in mathematics teaching: Focus on mathematical problem solving / N. Nohda // Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematik, – 1991. – № 2. – S. 32-37.
6. Burghes, D. Lesson Study: enhancing mathematics teaching and learning / Burghes, D., Robinson, D. – Reading: CfBT, 2010.
7. Сафуанов И.С. Математическое образование в Сингапуре: традиции и инновации / Сафуанов И.С., Атанасян С.Л. // Наука и школа. – 2016. – № 3. – С. 38-44.
8. Чичибу Т. Руководство для учителей по реализации подхода Lesson Study: пер. с англ. / Т. Чичибу (Япония), Л. Ду Тоит (Южная Африка), А. Тулепбаева (Республика Казахстан). – Астана: Центр педагогического мастерства АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы», 2013.
9. Карданова Е.Ю. Сравнительное исследование убеждений и практик учителей математики основной школы в России, Эстонии и Латвии / Карданова Е.Ю., Пономарева А.А., Осин Е.Н., Сафуанов И.С. // Вопросы образования. – 2014. – № 2. – С. 44-81.

АВТОРСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ А.Г. МОРДКОВИЧА ШКОЛЬНЫХ КУРСОВ «АЛГЕБРА 7-9»

**Щукина Г.В., учитель математики,
МБОУ «Школа №55», г. Казань
gulnara-11@mail.ru**

Аннотация. В статье описывается авторская концепция А.Г.Мордковича, положенная в основу учебников алгебры для 7-9 классов. Приведены социальные и педагогические причины, вызвавшие необходимость создания учебников, раскрыты основания, придающие учебникам алгебры А.Г.Мордковича гуманитарный характер. Задача создания УМК, соответствующего образовательным потребностям информационного общества, отражена в реализации двух положений: переносе акцента в преподавании математики с научности на гуманитарность, усилением педагогической составляющей учебников. Обновление методической составляющей учебников выражено в придании функционально-графической содержательной линии стержневой, связующей роли. Описание авторской позиции подтверждено примерами из учебников и задачников алгебры А.Г. Мордковича для 7-9 классов.

Ключевые слова: авторская концепция А.Г.Мордковича, алгебра, математика, педагогический опыт, требования ФГОС, математика в школе.

**THE AUTHOR'S CONCEPTION OF SCHOOL TEXTBOOKS IN ALGEBRA
BY MORDCOVICH A.G. FOR 7-9 GRADES**

**G.V. Shchukina, the teacher,
school №55, Kazan
gulnara-11@mail.ru**

Abstract. The article considers the author's conception of Mordcovich A.G., which was the basis of algebra textbooks for 7-9 grades. There are some social and pedagogical reasons for creation of this textbook. There can be find some grounds which give Mordcovich's textbook more humanitarian character. The aim of the creation of Educational Complex corresponding to the educational needs of the information society and it is reflected in two basis: shifting the emphasis in teaching mathematics from the scientific approach to the humanitarian as well as making strength on the pedagogical component of the textbooks. Updating the methodological component of the textbooks is expressed in giving the functional –graphic content to the stem line. The description of the author's position is confirmed by the examples from the textbooks and problem books of algebra by Mordkovich A.G. for 7-9 grades.

Keywords: The Author's conception of school textbooks in Algebra by Mordcovich A.G. for 7-9 grades., algebra, mathematics, pedagogical experience, GEF requirements, mathematics in school, Mordcovich A.G., Textbooks of algebra under the editorship of Mordkovich A.G., mathematics in school.

В 2001 году авторскому коллективу под руководством Мордковича Александра Григорьевича, доктора педагогических наук, профессора, заведующего кафедрой Московского городского педагогического университета, за создание в соавторстве с Е.Е.Тульчинской, Л.А. Александровой, Т.Н.Мишустинной учебно-методического комплекта «Разработка и внедрение новой концепции изучения курса «Алгебра: 7-9 классы» в общеобразовательных учреждениях» присуждена премия Президента Российской Федерации в области образования.

Обновление «линейки» учебников алгебры в школьном курсе было вызвано несколькими причинами:

1) отставанием российской практики издания школьных учебников от мировой тенденции полной их замены раз в 10-15 лет;

2) изменением социального заказа перед школой и требованиями готовящихся ФГОС общего образования: научить обучающихся самостоятельно учиться, мыслить и применять знания в практической деятельности;

3) необходимостью введения гуманитарной, или общекультурной парадигмы образования взамен устаревшей для информационного общества прикладной парадигмы;

4) назревшей потребностью создания учебно-методического комплекта, в котором перемещение акцента с обучения на развитие воплощено в содержании и методическом аппарате учебника.

Авторы декларируют два положения, раскрывающие концепцию учебников алгебры 7-9 классов. Первый - о месте математики в системе школьного обучения: «математика в школе – это не наука и даже не основы науки, а школьный предмет» [12]. Второй, усиливающий первый и учитывающий реалии современного информационно общества – «математика в школе – это гуманитарный учебный предмет» [12].

Реализацию первого положения концепции «математика в школе – это не наука и даже не основы науки, а школьный предмет» авторы видят во введении в учебник двух содержательно-методических изменений:

- снижению уровня научной строгости изложения материала учебника;
- в обеспечении учебника дидактическим и методическим аппаратом для реализации принципов развивающего обучения.

1) Снижение уровня научной строгости изложения курса алгебры.

Коллектив авторов под руководством А.Г. Мордковича считает, что в учебном предмете «математика» уровень строгости изложения материала не обязательно должен совпадать со строгостью построения науки математики. Для школьного предмета, решающего задачу обучения и воспитания школьников, приоритетными становятся законы педагогики, психологии развивающего обучения (разумеется, с соблюдением всех законов дидактического принципа научности). Эта авторская позиция отразилась в подходах к определению понятий, к доказательству свойств и признаков изучаемых математических понятий и явлений.

Строгие, научно обоснованные определения (по мнению авторов, высший, после вербального и наглядно-интуитивного, формальный уровень определений), соответствующие аксиоматическому принципу построения математики, вводятся, если выполняются два условия:

- у учащихся накоплен достаточный опыт понимания и оперирования понятиями на вербальном и наглядно-интуитивном уровнях;
- введение научного определения вызвано внутренними учебными потребностями ученика.

Показательным в плане развития потребности ученика найти точное определение является понятие равносильности уравнений. В 7 классе ученики при решении линейных и даже квадратных уравнений выполняют тождественные преобразования выражений, входящих в их состав, не упоминая о равносильности, т.к. в рассматриваемом блоке неравносильных преобразований нет. В первом полугодии 8 класса при решении дробно-рациональных уравнений учащиеся убеждаются в необходимости проверки корней, но сам термин «равносильность» не вводится. Во втором полугодии 8 класса при решении иррациональных уравнений, когда у учеников появляется желание понять причину появления посторонних корней, можно вводить, но пока в описательной форме, понятие равносильности, как разрешение проблемы: преобразования выполнены верно, почему появляются лишние корни? В 9 классе выполнение преобразований при решении всех уравнений уже основано на понятии равносильности. Таким образом, методическая ценность авторского подхода позволяет формировать учебную мотивацию школьников и способствует осознанному усвоению учебного материала.

Анализ учебников алгебры показывает, что в восьмом классе явные определения приведены для следующих понятий: алгебраической дроби, отношения «больше» для действительных чисел, арифметического квадратного корня, возрастающей и убывающей функций, числового неравенства и неравенства с переменной, квадратного уравнения и его видов, корня квадратного уравнения, что составляет чуть больше половины всех новых понятий, изучаемых в этом классе. Определения всех остальных понятий изложены простым, доступным для учеников языком и являются описательными и контекстуальными. Таковы определения иррационального числа, функции $y = \sqrt{x}$.

В отличие от научных, школьные доказательства, по мнению авторов, «мало поучительны и схоластичны» [7], поэтому могут быть заменены правдоподобными рассуждениями, опирающимися на графические модели, интуицию, жизненный опыт учеников.

Например, не приведены доказательства основного свойства дроби, свойства $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ и др. Вместо этого авторы предлагают проверить равенства, придавая им числовые значения, приводят алгоритмы

применения свойств при решении задач. Свойства функций $y = kx$, $y = x^2$, $y = \frac{k}{x}$, $y = \sqrt{x}$ и др. носят описательный характер на основе наблюдения графика. Но в то же время, красивое, стройное воспитывающее интерес к математике доказательство о том, что $\sqrt{5} \neq \frac{m}{n}$, где m – целое, а n – натуральное, помещено в учебник.

Итак, снижение уровня научности изложения материала не умаляет математической и методической ценности учебника, а, наоборот, позволяет организовать учебную работу детей для достижения метапредметных и личностных результатов.

2) Реализация принципов развивающего обучения.

В учебниках алгебры для 7-9 классов А.Г. Мордковича реализуются пять принципов развивающего обучения Л.С. Выготского: принцип ведущей роли теоретических знаний, принципы обучения на высоком уровне трудности и в быстром темпе, принципы осознания школьниками процесса учения и систематической работы над общим развитием всех учащихся.

Авторы разработали для ученика комплект: учебник для самостоятельного домашнего чтения и задачник с четырехуровневой системой упражнений. В этом ученическом «наборе» развивающий характер обучения отражен в изложении теоретического материала и в системе практических упражнений.

Вся теория, определения, правила, выводы перенесены в учебник, один параграф из которого ученикам нужно прочитать дома, чтобы подготовиться к терминологическому диктанту или другим видам работы по понятиям и определениям. С помощью этого приема реализуется принцип приоритетности теоретических знаний. Учебник и задачник насыщены информацией (учебники по объему в два раза больше аналогичных), поэтому изучение материала проходит в быстром темпе. Осознание учеником процесса обучения достигается за счет организации проблемного обучения. С проблемой, вызывающей потребность ученика в изучении нового, ученик сталкивается в ходе решения конкретной математической задачи, которая ему «не по силам». Благодаря использованию приемов опережающего обучения, ученик, осознавая недостаток знаний, выходит на новую «математическую модель» и новое содержание учебного материала.

Например, научившись находить сумму подобных одночленов, ученики сталкиваются с задачей: как найти сумму неподобных одночленов. Проблемная ситуация готовит к ознакомлению с новым понятием - многочленом.

Говоря о реализации принципа развития всех учащихся, авторы утверждают, что эта задача решается учителем на конкретном уроке. Для этого авторским коллективом предложен задачник с самостоятельной и избыточной четырехуровневой системой упражнений, состоящей из:

- устных и полустстных задач (до черты),
- задач базового (среднего) уровня сложности (со значком «^o»),
- задач уровня выше базового (после черты),
- трудных задач (со знаком «**•**»).

Практическое воплощение общекультурного потенциала учебного предмета математики, заложенного во втором положении «математика – это гуманитарный предмет», авторы видят в следующих особенностях учебника:

1) идейным стержнем развертывания всего курса алгебры являются математический язык и математическая модель;

2) одна из особенностей учебников, придающих им гуманитарную общекультурную значимость, – возможность организации целенаправленной и систематической работы над формированием информационной компетентности обучающихся.

Эти особенности отражены в методическом построении учебника. Приоритетной содержательно-методической линией является функционально-графическая. Функция выступает как первичная математическая модель, поэтому изложение материала подчинено жесткой схеме: функция – уравнения – преобразования. Изучение функций начинается в 7 классе с линейной функции. Изучение класса функций содержит универсальное инвариантное ядро, включающее шесть элементов: графическое решение уравнений, наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке, преобразование графиков, функциональная символика, кусочные функции, чтение графика. Функционально-графический метод

выстраивает взаимо-обусловленную логику изучения материала: вводится функция – как модель наблюдаемого в жизни процесса, потом как средство для решения уравнения, далее выполняются преобразования над функциями, в том числе кусочными. Обобщением является описание свойств функции, чтение графиков представляет собой перевод информации, заданной символически, в словесную модель. К 9 классу достаточно большое число изученных свойств функций превращает процесс чтения графика интересным, многоплановым.

Общее построение учебника соответствует пяти основным требованиям: крупноблочного изложения, отсутствия «тупиковых» тем»; логической завершенности в пределах года и всего построения курса и приоритетности функционально-графической линии, возможности организации самостоятельной работы ученика с учебником.

Итак, функция является ведущей идеей курса алгебры практически во всех разделах, а методология новой концепции заключается в следующем: каждый год ориентирован на конкретную модель реальной действительности, выраженную в функциональной зависимости и отраженную в модели - классе функций.

Информационная компетентность, как умение учеником самостоятельно добывать информацию и последовательно, логично излагать мысли, формируется в самостоятельном чтении математических текстов школьником. Поэтому теория, разборы ключевых задач написаны подробно, многословно, в мягком стиле и помещены отдельно, в учебник.

Вывод. Главные положения авторской концепции А.Г.Мордковича школьного курса алгебры:

1) математика в школе – не наука, а учебный предмет, причем менее естественнонаучный, чем гуманитарный предмет общекультурной значимости;

2) стержень курса – математический язык и «мягкое» математическое моделирование, поэтому приоритет в школе отдается функционально-графической линии.

Снижение уровня научности изложения материала не умаляет математической и методической ценности учебника, а, наоборот, позволяет организовать учебную работу детей для достижения метапредметных и личностных результатов, заявленных ФГОС общего образования. Функция является ведущей идеей курса алгебры практически во всех разделах, а методология новой концепции заключена в последовательном завершенном в рамках года изучении конкретной модели реальной действительности, выраженной в классе функций. Авторская концепция А.Г. Мордковича учебников алгебры является основой практического учебного пособия, позволяющего решать задачу ФГОС основного общего образования о формировании культурного человека, умеющего мыслить, понимающего идеологию математики как модели организации деятельности человека.

Учебники алгебры под редакцией Мордковича А.Г. входили в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации обязательной части основной образовательной программы с 2006-2007 по 2015-2016 учебные годы. С 2016-2017 учебного года эти учебники Приказом Минобрнауки РФ от 26.01.2016 № 38 из Федерального Перечня (ФП) исключены на три года. Они не включены и в перечень, рекомендуемый к использованию при реализации части основной образовательной программы, формируемой участниками образовательного процесса, как учебники, не прошедшие дополнительную экспертизу [14]. Будут ли они в Федеральном перечне учебников 2019-2020 учебного года неизвестно.

Литература

1. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович, Л.А.Александрова, Т.Н.Мишустина и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.
2. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович, Л.А.Александрова, Т.Н.Мишустина и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 251 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч.2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений/ А.Г. Мордкович, Л.А.Александрова, Т.Н.Мишустина и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 223 с.
4. Мордкович А.Г. Алгебра.7 класс. Методическое пособие для учителя/ А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2010. – 64 с.
5. Мордкович А.Г. Алгебра.8 - 9 классы. Методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2010. – 77 с.

6. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. / А.Г. Мордкович и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.
7. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. / А.Г. Мордкович и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 215 с.
8. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс. В 2ч. Ч.1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. / А.Г. Мордкович и др., под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2013. – 224 с.
9. Мордкович А.Г. В школьной математике надо срочно отойти от рутины заучивания формул. / А.Г. Мордкович // Школьное обозрение. – 2001. – № 4. – С. 10-15.
10. Мордкович А.Г. Новая концепция школьного курса алгебры./ А.Г. Мордкович // Математика в школе. – 1996. – № 6. – С. 60-61.
11. Мордкович А.Г. Тематическое планирование курса алгебры 7-9 класс./ А.Г. Мордкович// Математика в школе. – 2000. – № 4. – С. 50-55.
12. Практика развивающего обучения математике в общеобразовательной школе. Ответы на вопросы.[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ziimag.narod.ru/algebra7.html>. Дата обращения: 01.08.2017г.
13. Указ Президента Российской Федерации № 1114 «О присуждении премий Президента Российской Федерации в области образования за 2001 год» от 3.10.2002г.
14. Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования в 2016-17 учебном году. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации № 253 от 31.03. 2014г. (с изменениями на 26.01.2016г.)

Н.И. Лобачевский не имел такого титула. Более того, его величайшее творение – неевклидова геометрия – при жизни осталось непризнанным. Со второй половины XIX века, после признания, доказательства непротиворечивости, подтверждения неевклидовой реальности физического мира, она поставила Н.И. Лобачевского в первые ряды первооткрывателей «королевы наук». Более того, с неё начинается в истории период современной математики. А первое и единственное прижизненное признание научных заслуг (неявно – неевклидовой геометрии) Лобачевского принадлежит Гауссу. Оно отражается в ниже-следующем письме Гаусса Королевскому обществу (23.11.1842) с предложением избрать Н.И. Лобачевского членом-корреспондентом (Рис. 1). Что и было сделано вскоре.

Der Königlichen Societät
erlaube ich mir zum Correspondenten unserer Gesellschaft vorzuschlagen
den Kaiserlichen Russischen Staatsrath N. Lobatschewski [Lobatschewski]
Professor in Kasan einen der ausgezeichnetesten Mathematiker des Russischen Reichs.
Göttingen den 23 November 1842

gehorsamst
Gauß

mit Vergnügen beistimmend

Den Vornamen habe ich bisher nur
geschrieben als mit dem Anfangsbuchstaben
N. (namentlich Nicolaus)
bezeichnet für den Könner.

G.

Hausmann
Laungenbech
Lonzak
Benecke
Marks
Weber
Wöler
Hubum
H. Ritter
Hoerk
Berthold

Archiv
Akad. d. Wiss.
Göttingen

Ниже приводится перевод этого письма.

Королевскому обществу

смею себе позволить предложить членом-корреспондентом нашего общества наук
Императорского Российского статс-советника Н. Лобачевского, профессора в Казани,
одного из выдающихся математиков Российской империи.

Гёттинген 23 ноября 1842

Честь имею
Гаусс

с удовольствием присоединяюсь

Вместо имени я до сих пор
написал только начальную букву
Н. (по имени Николаус)
указал для знатоков

Г.

Хаусман
Лангенбек
Лонзак
Бенеке
Марк
Вебер
Вёлер
Хубум
Г. Риттер
Гёк
Бертольд

Это письмо-предложение приводится также в замечательном исследовании переписки Гаусса с российскими коллегами [10, С. 510], более точно, в разделе Nicolaj Ivanovič Lobačevskij (1792-1856), С. 472-519.

В левом нижнем углу письма Гауссом приписано примечание о букве Н, которая (N) в верхнем тексте означала первую букву имени Лобачевского. Об этом написано и в работе К.-Р. Бирман [1, С. 322]. «Гаусс, с известной его добросовестностью, оставил открытым вопрос об имени Лобачевского и попытался его выяснить. Это ему удалось, как видно из следующего письма секретарю Геттингенского общества И.Ф.Л. Хаусману (также из архива Геттингенской академии наук):

Кроме того, уважаемый друг, я должен дополнительно уведомить Вас, что имя нашего казанского корреспондента действительно Николай, хотя, по всей вероятности, диплом Вы уже отослали, и это дополнение опоздало. Небольшое сочинение, в котором имеется полное имя и которое я напрасно искал, вновь попало мне в руки только сегодня».

18 декабря 1842

В(есь) Т(вой) Гаусс

С этой расшифровкой буквы Н связано другое письмо Гаусса непосредственно Лобачевскому от 19 декабря 1842 г. (Рис. 2)

Nachträglich muß ich Ihnen, mein namhaftester Freund,

Vorhang ausmachen, daß unser Kasanscher Correspondent misst, lies von Vornamen Nicolaus führt, obwohl im aller Maße Pheinlichkeit war, das Diplom bereits fortgeschickt haben, und also die Ergänzung post festum kommt. Zum kleinen Spaß, die den ausgeschriebenen Vornamen dagibt, und den ich prüfen vergeblich suchte, ist mir recht früh zufällig gleich in die Augen gefallen.

Den 19. Dezember 1842.

T.T.
Gauß

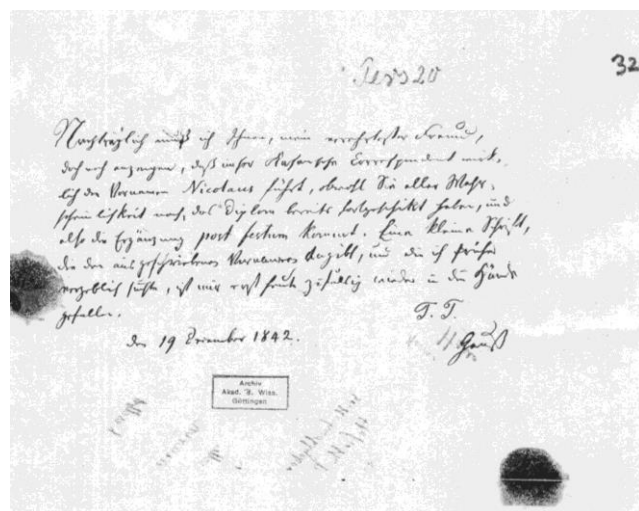


Рис. 2. Письмо К.Ф. Гаусса Н.И. Лобачевскому (19 декабря 1842 г.)

Перевод

Мой самый именитый друг, хоть и поздно, я вынужден Вам открыть завесу о том, чего не достаёт нашему Казанскому члену корреспонденту, который носит имя Николаус. Очень неудобно перед Вами, что диплом успели отправить, поэтому дополнение прибудет после церемонии. Немного весело, но там будет написано имя, которое я пытался добавить. Мне это сразу бросилось в глаза.

19 декабря 1842.

Гаусс

Речь идёт об исправлении диплома член-корреспондента.

Вопрос об избрании Н.И. Лобачевского членом-корреспондентом Гёттингенского научного общества освещался во многих исследованиях, например, в журнале «Историко-математические исследования» [1, С. 322-325]. «Несомненно, что Лобачевскому доставило глубокое удовольствие признание его Гауссом, слава которого дошла до него и его университетского товарища И.М. Симонова еще за тридцать лет до этого через М.Ф. Бартельса».

История взаимоотношений двух «королей математики» не прозрачна и доступна только профессионалам – историкам математики.

Считается, что первое сообщение о созданной им новой геометрии Н.И. Лобачевский представил 7 (19) февраля 1826 г. в Отделение физико-математических наук Казанского университета в виде сочинения «Сжатое изложение начал геометрии со строгим доказательством теоремы о параллелях». Оно не было опубликовано. Через три года после этого доклада Лобачевский публикует в журнале «Казанский вестник» своё исследование «О началах геометрии» (1829). Это была первая в мировой печати работа по неевклидовой геометрии.

Встретив непонимание в России, тем не менее, Н.И. Лобачевский не прекратил своей работы над развитием новой геометрии, понимая её чрезвычайное значение. В «Учёных записках Казанского уни-

верситета» появляются следующие геометрические работы: «Воображаемая геометрия» (1835), «Новые начала геометрии с полной теорией параллельных» (1835-1838).

Чтобы познакомить европейских математиков со своими идеями, Лобачевский публикует в Германии на французском языке работу «*Géométrie imaginaire*» (1837, «Воображаемая геометрия») и на немецком языке книжечку «*Geometrische Untersuchungen zur Theorie der Parallellinien*» (1840, «Геометрические исследования по теории параллельных линий»).

«Так до самой своей кончины Лобачевский вёл борьбу, отстаивая свои идеи, значение которых не смогли оценить его современники. При его жизни было опубликовано только два положительных отклика» [5, С. 24]. Б.Л. Лаптев называет эти имена: профессор Казанского университета П.И. Котельников (1842), и венгерский математик Фаркаш Бойаи (1851). «Был и ещё один отзыв, высказанный в частной переписке и ставший известным значительно позднее. Речь идёт об оценке К.Ф. Гаусса, пришедшего к неевклидовой геометрии раньше и независимо от Лобачевского. Познакомившись с упомянутом выше небольшим сочинением «*Geometrische Untersuchungen*», изданным в Германии, он был восхищён им, о чём написал своим друзьям. Однако в печати с поддержкой идеи Лобачевского он не выступил, хотя и предложил избрать его, не уточняя причину, членом Гёттингенского Общества наук (академии), директором которого состоял, что и было сделано в ноябре 1842 г.» [5, С. 24].

Интерес к неевклидовой геометрии проявился в Европе после посмертного опубликования в 1863 г. переписки К.Ф. Гаусса с некоторыми учёными [4, С.9; 9, С. 65]. Лишь в своих дневниках и в письмах близким друзьям он мог высказаться по поводу неевклидовой геометрии. Например, в письме астроному Г.Х. Шумахеру (28 ноября 1846) Гаусс так оценил труд Лобачевского: «Вы знаете, что уже 54 года (с 1792 г.) я разделяю те же взгляды (с некоторым развитием их, о котором не хочу здесь упоминать); таким образом, я не нашёл для себя в сочинении Лобачевского ничего фактически нового. Но в развитии предмета автор следовал не по тому пути, по которому шёл я сам; оно выполнено Лобачевским мастерски, в истинно геометрическом духе. Я считаю себя обязанным обратить Ваше внимание на это сочинение, которое, наверное, доставит Вам совершенно исключительное наслаждение» [3, С. 5; 8, С. 119-120].

В письме к Герлингу (5 февраля 1844 г.) содержится признание К.Ф. Гаусса о своей инициативе избрания Лобачевского: «Однако относительно экспериментального обоснования, указанного в т. 17 Крелля, на стр. 303, я не нашёл ничего в работе от 1840 г.; я должен буду поэтому решиться написать по этому поводу непосредственно г-ну Лобачевскому, избрание которого в члены-корреспонденты нашего общества состоялось около года тому назад по моей инициативе. Может быть, он мне пришлёт «Казанский вестник»» [8, С. 119]. Здесь же он говорит, что Лобачевский написал ему благодарственное письмо по поводу избрания в общество.

Обширный сборник разнообразных документов, относящихся жизни Н.И. Лобачевского был составлен Л.Б. Модзалевским [7]. Например, это самое единственное письмо Лобачевского Гауссу приводится в этом сборнике под № 487 [6, С. 638-639; 7, С. 450-451].

Из письма Н.И. Лобачевского к К.Ф. Гауссу 7 июня 1843 г. [5, С. 638-639]:

Ihr gütiges Schreiben erhielt ich zugleich mit dem Diplom als Mitglied der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Ich ersuche Sie ergebenst der Königl. Gesellschaft meinen Dank zu bezeugen und derselben zu versichern, dass ich mir es für eine grosse Ehre schätze, zu den correspondirenden Mitgliedern derselben zu gehören, und ich wünsche dass jede meiner Arbeiten im gelehrten Fache würdig sein möchte, mit den ausgezeichneten Schriften der Gesellschaft vereinigt zu werden, ich werde wenigstens alle meine Bemühungen dahin richten.

Verzeihen Sie mir, das ich so lange zögerte Ihnen zu antworten, der unglückliche Brand der Stadt trägt die Schuld davon, dieser hatte sowohl meine Gesundheit als auch meine persönlichen Angelegenheiten etwas zerstört, und mich ausserdem noch mit einer Menge besonderer Dienstgeschäfte überhäuft.

Empfangen Sie bei dieser Gelegenheit zugleich die Versicherung meiner ausgezeichnetsten Hochachtung, mit welcher ich für immer verbleibe

Eur. Hochwohl geboren ergebenster

N. Lobatschewsky

Перевод

Ваше любезное письмо я получил одновременно с дипломом члена-корреспондента Королевского Общества наук в Геттингене. Покорнейше прошу Вас засвидетельствовать мою благодарность Королевскому обществу и заверить его, что я почитаю за большую честь принадлежать его членам-корреспондентам и выражаю желание, чтобы каждая из моих работ в научной области была бы достойна быть на одном уровне с превосходными трудами Общества; я во всяком случае направлю на это все мои усилия.

Простите мне, что я так долго медлил с ответом, злополучный пожар города ответствен за это; этот последний несколько расстроил мое здоровье, так же как и мои личные дела, и помимо этого обременил меня еще массой особых служебных забот.

Пользуясь удобным случаем, прошу также принять заверения в моем исключительном почтении, с которым я остаюсь навсегда

Вашего высочордия признательнейший Н. Лобачевский.

Подлинник письма хранится в библиотеке Гёттингенского университета [6, С. 648].

Диплом, выданный Н.И. Лобачевскому Гёттингенским Королевским обществом наук 11(23) ноября 1842 г. приводится Л.Б. Модзалевским [7, С. 453-455]. Там имя Лобачевского написано только буквой Н.

Таким образом, существовавшие взаимные симпатии Гаусса и Лобачевского установлены из разных источников. Тем не менее, возникают новые данные, уточняющие взаимоотношения этих двух титанов математики.

Литература

1. Бирман К.-Р. Об избрании Н.И. Лобачевского членом-корреспондентом Геттингенского научного общества // Историко-математические исследования. – 1973. – Вып. 18. – С. 322-325.
2. Болгарский Б.В. Казанская школа математического образования (в характеристиках её главнейших деятелей). Часть I. – Казань: Типография «Татполиграф», 1967. – 260 с.
3. Вишневецкий В.В. Вклад Бояи, Гаусса и Лобачевского в открытие неевклидовой геометрии (К 200-летию со дня рождения Яноша Бояи) // Известия высших учебных заведений. – 2002. – №11(486). – С. 3-7.
4. Изотов Г.Е. Казанское физико-математическое общество. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2003. – 32 с.
5. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский, 1792-1856. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2001. – 76 с.
6. Лобачевский Н.И. Научно-педагогическое наследие. Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма / П.С. Александров и др. – М.: Наука, 1976. – 664 с.
7. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского / Сост. и ред. Л.Б. Модзалевский. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 827 с.
8. Об основаниях геометрии. Сборник классических работ по геометрии Лобачевского и развитию её идей / Ред. А.П. Нордена. – М.: Гостехиздат, 1956. – 527 с.
9. Празднование Казанским университетом столетия открытия неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевским. – Казань: Физ.-мат. об-во при КГУ, 1927.
10. Karin Reich, Elena Roussanova. Carl Friedrich Gauß und Russland. Sein Briefwechsel mit in Russland wirkenden Wissenschaftlern / Unter Mitwirkung und mit einem Beitrag von Werner Leffeldt // ABHANDLUNGEN DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN. NEUE FOLGE. Band 16. DE GRUYTER. 2014. 905 p. <https://www.degruyter.com/view/product/174236>.

УДК 37.017

Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ И П.Л. ЧЕБЫШЕВ: СЛУЖЕНИЕ ОТЕЧЕСТВУ И ДОЛГУ

**Дробышев Ю.А., доктор педагогических наук, профессор,
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации
drobyshev.yury2011@yandex.ru**

**Дробышева И.В., доктор педагогических наук, профессор,
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации
drobysheva2010@yandex.ru**

Аннотация. В статье на примере жизни и деятельности двух великих математиков Н.И.Лобачевского и П.Л.Чебышева раскрыты основные черты их характера и показано их служение своему делу и Отечеству. Представленный материал может быть использован для решения воспитательных задач при обучении студентов и учащихся математике.

Ключевые слова: Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, персоналистический компонент истории математики, воспитание обучающихся.

**N. I. LOBACHEVSKY AND P. L. CHEBYSHEV:
A SERVICE OF THE FATHERLAND AND DUTY**

**Y. A. Drobyshev, doctor of pedagogical science, professor,
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation,
drobyshev.yury2011@yandex.ru**

**I.V. Drobysheva, doctor of pedagogical science, professor,
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation,
drobysheva2010@yandex.ru**

Abstract. The article on the example of the life and work of two great mathematicians N. I. Lobachevsky and P. L. Chebyshev has shown their service to the cause. The material presented can be used to solve educational problems in the training of students and pupils.

Keywords: N.I. Lobachevsky, P. L. Chebyshev, personalistic component the history of mathematics, the education of students.

Последние годы авторы занимаются исследованием проблемы использования персоналистического компонента истории математики для решения различных воспитательных задач [1, 2]. Обращение к этой проблеме связано с тем, что у современной молодежи размыты нравственные ориентиры. Как следствие этого у молодых людей зачастую отсутствуют идеалы людей, воплотивших в себе наиболее высокие качества нравственно совершенной личности и служения Отечеству. Мы исходим из того, что примеры жизни и деятельности великих и нравственно чистых личностей помогают обращению молодого поколения к благородным мыслям и поступкам.

Критерием для выбора личностей, чья жизнь и деятельность может выступать в качестве средства патриотического воспитания молодежи, является их беззаветное служение своему делу и нравственные поступки. Наиболее яркими личностями, чья жизнь может выступать примером служению чести и долгу, являются Николай Иванович Лобачевский и Пафнутий Львович Чебышев. Всему миру они известны как великие математики и талантливые педагоги, но важно знать не только о математических заслугах этих ученых, но и о том, какими они были людьми.

По последним данным Н.И. Лобачевский родился в 1792 году в Макарьеве, где его мать Прасковья Александровна после бракосочетания с Иваном Максимовичем Лобачевским прожила около года. Затем она переехала в Нижний Новгород в дом землемера межевой конторы, поручика Сергея Степановича Шебаршина. В исповедных записях Алексеевской церкви Н.И. Лобачевский записан как «воспитанник» С.С. Шебаршина. Исходя из этого, большинство исследователей приходят к выводу, что Николай Иванович был незаконнорожденным сыном землемера. Иван Максимович Лобачевский, будучи в фактическом разводе с женой, дал свою фамилию всем трём её сыновьям, что позволило им получить законные метрики о рождении и впоследствии поступить в Казанскую гимназию. В ней Николай Иванович проучился четыре года на казенном содержании, испытывая материальные затруднения. Он демонстрировал хорошие знания по иностранным языкам и математике. В 1807 году Н.И. Лобачевский со второй попытки поступил в недавно созданный Казанский университет, который закончил в 1811 году со степенью магистра математики и физики. Он остался при университете для научной и преподавательской деятельности, в дальнейшем вся его жизнь связана с этим университетом. Испытав во время обучения лишения из-за нехватки денежных средств, он, когда находился на посту ректора университета, всячески старался поддерживать талантливых студентов.

П.Л. Чебышев родился в 1821 году в семье Льва Павловича и Агрофены Ивановны Чебышевых, принадлежавшей к старинному дворянскому роду, как говорили, «с порядочными материальными средствами». Его назвали в честь святого Пафнутия, великого чудотворца земли Русской. Главными добродетелями святой Пафнутий считал милосердие, прощение своих обидчиков и смирение. Он отличался исключительным трудолюбием и был примером для всей монастырской братии в трудах.

В течение жизни Пафнутий Львович Чебышев полностью оправдал свое имя, следуя завету великого чудотворца: «Спешите делать добро!». Он обладал такими же добродетелями, как и святой Пафнутий.

Всю свою жизнь Пафнутий Львович следовал законам Божиим. Памятуя закон Божий, который говорит: «Почитай отца твоего и мать твою, чтобы продлились дни твои на земле, которую Господь, Бог твой, дает тебе». Сильно любя и уважая своих родителей, он в начале 1880-х годов на месте снесенного старого родительского дома поставил памятник, аналога которому нет нигде в мире – массивную гранитную глыбу с надписью «Здесь у Льва Павловича и Агрофены Ивановны Чебышевых родилось пятеро сыновей и четыре дочери» [5].

В шестнадцать лет он поступил в Московский университет. В силу того, что в 1840 году в России наступил голод и материальная помощь родителей прекратилась, он, как и Н.И. Лобачевский, столкнулся с материальными трудностями. Вместе с двумя братьями, готовившимися к поступлению в университет, он остался жить в московском доме и нередко испытывал самую настоящую нужду. Несмотря на это, П.Л. Чебышев, тем не менее, не бросил учебу. Он просто сделался расчетливым и экономным, что сохранилось в нем на всю жизнь, иногда изрядно удивляя окружающих.

После окончания университета в 1841 году П.Л. Чебышев подал прошение допустить его к магистерским экзаменам. Экзамены продолжались до конца 1843 года. Между тем материальное положение братьев по-прежнему оставалось трудным. Отчасти по этой причине, а отчасти из желания не отступать от семейной традиции, он решил отправить братьев в Петербург в артиллерийское училище и вместе с ними перебраться в столицу.

Несмотря на то, что, живя в Москве, Пафнутий Львович еще не состоял на «статской» службе и сам испытывал материальные затруднения, он безвозмездно исполнял должность секретаря попечительства о бедных Пречистенской части г. Москвы (1841–1846), оказывая им посильную помощь [3]. Бескорыстие молодого П.Л. Чебышева в отношении городской бедноты было известно всем. Наверное, именно с этих пор зазвучит знаменитая чебышевская фраза, ставшая впоследствии афоризмом: «Честь дороже прибытка» [5]. Здесь, как и у святого, давшего ему имя, проявилось его главная добродетель - милосердие.

В первые годы петербургской жизни Чебышеву опять пришлось испытать нужду. Однако ограничивая свои расходы на бытовые потребности, он не жалел средств на изготовление и испытание своих механизмов и помощь нуждающимся людям. По воспоминаниям его старшей сестры Елизаветы Львовны, к концу своей жизни он имел довольно большое состояние, но при этом жил очень скромно, не имел ни собственного дома, ни собственного выезда, ездил обычно на извозчике, не пропуская случая с ним «поторговаться».

Будучи богатым человеком, он никогда не забывал о своих братьях и сестрах, а также их детях и всегда помогал им в трудную минуту. Братьям Николаю и Владимиру, которые были генералами артиллерии, он не только помогал в решении их профессиональных вопросов, но и поддерживал материально. Так как его сестры получили небольшое наследство, то заботу о них и их семьях он считал своим семейным долгом.

Во время работы П.Л. Чебышева в Санкт-Петербургском университете, студенты знали и то, что для Чебышева нет ничего невозможного: он «пробивает» стипендию талантливому студенту Л.И. Липкину, изобретателю инверсора, вместе с правом на жительство в столице; денежное пособие в 300 рублей – одесскому чиновнику И. Козлову, способному в математике молодому человеку; оказывает денежную помощь учителю минской гимназии Жбиковскому для выпуска учебника по арифметике для уездных училищ, проявляет заботу о лицах, склонных к научному творчеству (о Ляпунове и др.). Совместно со своими сестрами П.Л. Чебышев в барских домах в Москве предоставлял жилье студентам и устраивал для них благотворительные обеды.

Среди заслуг Н.И. Лобачевского и П.Л. Чебышева перед русской и мировой наукой особое место занимают созданные ими казанская (Н.Юферова, А.Токарева, Н.Пикторова, М.Мельникова, Н.Зинина, А.Попова, Н.Брашмана и др.) и петербургская (Г. Ф. Вороной, Д. А. Граве, Е. И. Золотарев, А. Н. Коркин, А.Н.Крылов, А.М.Ляпунов, А. А. Марков, В. А. Стеклов) математические школы. Для каждой из этих школ были характерны не только единство тематики, но и прикладная направленность математических исследований. Они придавали большое значение использованию достижений теории в решении повседневных проблем. Однажды П.Л. Чебышев сказал: в древности задачи ставили боги, затем полубоги, а теперь их ставит нужда.

Создание математических школ стало возможным благодаря не только их разнообразным и глубоким научным знаниям, но, в первую очередь, благодаря человеческим качествам - это любовь к ближне-

му и желание помочь человеку в трудную минуту. Они, как и знаменитый математик, один из создателей математического анализа Огюстен Луи Коши, создавший «Общество добрых дел», стремились помочь всем тем, кто переживал тяжелые времена и испытывал материальные или иного рода затруднения.

Появлению Петербургской школы предшествовала большая просветительская работа, которую безвозмездно вел в течение многих лет Пафнутий Львович. Раз в неделю в его дом на Васильевском острове мог прийти каждый, кто желал получить квалифицированную консультацию, совет, а иногда и материальную поддержку. Были случаи, когда он, узнав о достижениях молодых математиков, добивался зачисления их в университет или магистратуру, хотя формальные данные для такого устройства отсутствовали. Если кто-то из студентов проявлял математические способности, то их приглашал к себе в дом «на чай». Для студентов было величайшей честью за чашечкой чая побеседовать на математические темы с академиком и составить план исследования. Пафнутий Львович не ограничивался математикой и вел беседы со своими молодыми коллегами о классической музыке, опере, о модных художниках, о сочинителях исторического жанра, о богословии и европейской политике.

Можно привести много примеров, когда ученые активно участвовали в жизни тех или иных людей в трудную для них минуту.

Н.И. Лобачевский, будучи единогласно избранным на пятилетний срок на должность ординарного профессора, проявил заботу, и отеческое отношение к своему талантливому ученику Попову, освободив для него кафедру.

П.Л. Чебышев оказал существенную помощь С.В.Ковалевской при избрании ее членом-корреспондентом Российской Академии наук.

При выборе молодыми преподавателями тем научной работы, он часто предлагал им завершить свои исследования. Так первые работы Андрей Андреевича Маркова по теории вероятностей являлись непосредственным продолжением и завершением исследований П. Л. Чебышева. Видя талант и результаты научной работы Маркова, П. Л. Чебышев через 8 лет после опубликования Марковым первой научной работы предложил Академии наук избрать его в 1886 г. адъюнктом, через четыре года – экстраординарным академиком, а ещё через шесть лет – ординарным академиком.

Пережив тяжелые времена в своей студенческой жизни, Н.И.Лобачевский и П.Л.Чебышев понимали, как важно помочь талантливым людям в трудную минуту.

Русская наука многим обязана не только гению Лобачевского и Чебышева, но и их изумительному педагогическому дарованию и такту, проявившемуся с особой силой в течение более 30 лет работы в Казанском и Петербургском университетах. Сам П.Л.Чебышев, как и Н.И.Лобачевский, часы, проведенные среди студентов и учеников, считал лучшими в жизни.

Особо следует отметить, что оба ученых, во-первых, были замечательными преподавателями и, вторых, каждый из них внес существенный вклад в становление российского математического образования.

Студенты высоко ценили лекции Н.И. Лобачевского и П.Л. Чебышева. Вот как они отзываются о них. В воспоминаниях ученика Лобачевского Попова читаем: «Профессор Лобачевский умел быть глубокомысленным или увлекательным, смотря по предмету изложения... любил более сам учить, нежели излагать по авторам, предоставляя слушателям самим познакомиться с подробностями ученой литературы» [7].

Находясь на посту ректора Казанского университета, а затем, занимая пост попечителя и помощника попечителя Казанского учебного округа, Н.И.Лобачевский внимательно следил за выходившими в свет сочинениями учителей, рецензировал их, составлял программы, возглавлял испытательный комитет на вступительных экзаменах. Заботясь о здоровье своих студентов и их эстетическом воспитании, он в университете ввел гимнастику и преподавание искусств. Он писал: «Одно образование умственное не довершает еще воспитание. Человек, обогащая свой ум познаниями, еще должен учиться уметь наслаждаться жизнью». [6] И если казанским студентам удавалось видеть, как замечательно танцует Н.И. Лобачевский, то петербургские могли слышать на вечерах чебышевский голос под аккомпанемент гитары или рояля.

Методическое кредо Н.И. Лобачевского состояло в том, что «преподаватель должен стремиться, чтобы ученик понятия математики воспринял и усвоил именно чувствами» [7], только после этого точные формулировки, отвлеченное выражение этих понятий становятся более ясными. Он предлагал избегать механического запоминания математических фактов, а добиваться их ясного понимания. Развитие ума и одновременное этому приобретение умений – приоритетная идея методических взглядов Н.И. Лобачевского. В своей знаменитой речи «О важнейших предметах воспитания» он говорил о том, что препода-

даватель в своей деятельности должен руководствоваться чувством любви к студенту. «Одно чувство любви к ближнему, любви бескорыстной, беспристрастной, истинное желание добра вам налагало на нас попечение просветить ваш ум познаниями, утвердить вас в правилах веры, приучить вас к трудолюбию, порядку, к исполнению ваших обязанностей, сохранить невинность ваших нравов, сберечь и укрепить ваше здоровье, наставить вас в добродетелях, вдохнуть в вас желание славы, чувство благородства, справедливости и чести, этой строгой, неприкосновенной честности, которая бы устояла против соблазнительных примеров злоупотребления, не достигаемых наказанием» [6]. В этих словах четко видны те нравственные ориентиры, которых придерживался Лобачевский. Нам всем надо руководствоваться в своей деятельности этими наставлениями великого ученого и тогда мир станет лучше.

П.Л.Чебышев на своих лекциях заботился в первую очередь не столько о количестве сообщаемого материала, сколько о выяснении его принципиальных сторон. Как вспоминал его ученик А.Н.Ляпунов, лекции сопровождалось множеством интересных замечаний относительно значения и важности тех или других вопросов или научных методов. Вследствие этого они имели высокое развивающее значение, и слушатели после каждой лекции выносили нечто существенно новое в смысле большей широты взглядом и новизны точек зрения». Следует также особо отметить их одну основную особенность. Они были настолько увлекательными, что многие приходили слушать их по два раза. Бывали случаи, когда свободных мест в аудиториях для всех желающих не хватало, поэтому их занимали заранее, иногда даже за час до начала лекции. На лекции П.Л. Чебышёва стремились попасть десятки студентов с юридического факультета: они горели желанием прослушать курс его «Теории вероятностей». Юристы приходили сюда, чтобы поучиться, с их слов, «у профессора Чебышёва логичности построения выводов и поразительной доказательности речи», т.е. логике и риторике.

П.Л.Чебышев многие годы входил в состав Ученого комитета ведомства народного просвещения, где активно рецензировал программы и учебники по математике, ограждая школы от проникновения заведомо плохих или, как он любил говорить, «ограниченных» учебников. Чтобы представить объем фактически проведенной им работы в Ученом комитете, отметим, что только одних рецензий на учебники по математике, составленных им лично, обнаружено свыше 200.

Ученым были сформулированы основные методические или – как он их называл – элементарные принципы преподавания математики. Один из них гласит: «Новое в преподавании математики полезно только тогда, когда на опыте проверено, что оно лучше старого». Думаю, что если бы все реформаторы школьного образования последних лет придерживались тех принципов, которые были сформулированы Н.И. Лобачевским и П.Л. Чебышевым, то математическое образование в нашей стране было бы на порядок лучше.

Таким образом, мы видим, что, благодаря Николаю Ивановичу и Пафнутию Львовичу, были созданы две знаменитые математические школы – Казанская и Санкт-Петербургская. Каждый из ученых обогатил математическое образование, как новыми методическими идеями и созданной ими учебной литературой, так и своей яркой педагогической деятельностью.

Труды Н.И. Лобачевского и П.Л. Чебышёва носят отпечаток гениальности. Оба этих ученых внесли существенный вклад в решение проблем, над которыми человечество размышляло ни одно столетие: Н.И. Лобачевский создал неевклидову геометрию, а П.Л. Чебышев сделал открытия в теории чисел, теории вероятностей, теории приближения функций. Вместе с тем им удалось поставить ряд новых вопросов, над разработкой которых трудились как они сами, так и математики следующих поколений.

Однако признание их заслуг проходило по-разному. Важность проблемы, решенной Н.И. Лобачевским, не была осознана и оценена его современниками. Ему пришлось столкнуться с несправедливой критикой соотечественников, их непониманием и даже издевательствами, но это не повлияло на его работу над развитием «воображаемой» геометрии. Справедливость его идей, к сожалению, получила широкое подтверждение только после смерти, когда была опубликована переписка Гаусса, в том числе несколько его восторженных отзывов о геометрии Лобачевского. Это привлекло внимание отечественных и зарубежных ученых к творчеству и трудам Н.И. Лобачевского, которые определили развитие геометрии в XX столетии и, без сомнения, являются примером научного мужества.

Уважение европейских ученых к научным заслугам Пафнутия Львовича Чебышева выразилось на научном конгрессе в Париже (1878 г.), где он был избран почетным председателем двух секций: математической и механической и сделал на них несколько сообщений, касающихся теории вероятностей, тео-

рии чисел, практической механики и нового приложения математического анализа к наилучшему способу раскройке ткани.

Хотелось бы обратить внимание на одно из изобретений ученого – стопоходящую машину, которая имитировала движение животного при ходьбе. Спустя 100 лет по ее подобию создавались машины, которые были предназначены для передвижения по другим планетам. В настоящее время его изобретение используется как в робототехнике, так и в создании тренажеров, помогающим людям с ограниченными возможностями. Через это изобретение милосердие П.Л. Чебышева проявилось почти через полтора века – его изобретения служат больным людям и помогают им вернуться к нормальной жизни.

Таким образом, через всю свою жизнь Лобачевский и Чебышев пронесли такие добродетели как милосердие и трудолюбие. Они всегда были примером для всех своих многочисленных учеников и студентов.

Каждый из этих великих математиков за свою добросовестную службу отечеству был произведен в соответствующий чин: Н.И. Лобачевский - в чин статского советника; П.Л. Чебышев - в чин действительного тайного советника. Первый в «Табели о рангах» соответствовал генерал-майору в российской армии и контр-адмиралу во флоте, второй - чину полного генерала и должности министра. Кроме того, за личные заслуги Николай Иванович в 1838 году получил диплом на потомственное дворянское достоинство – титул, который достался Чебышеву по наследству.

Современники обращали внимание на необычайную скромность обоих великих математиков, несмотря на их высокие чины. За свою многолетнюю и добросовестную работу на ниве науки и просвещения Н.И.Лобачевский и П.Л.Чебышев получили несколько орденов, при этом П.Л.Чебышев никогда не упоминал о них и ни одной даты своей творческой жизни не отмечал и всячески препятствовал, когда кто-либо пытался организовать торжество.

Служение людям, государству было для этих ученых делом всей жизни.

Таким образом, обращение к персоналистической составляющей истории математики позволяет продемонстрировать проявление лучших качеств личностей ученых в поступках, формировать на этой основе у студентов идеалы нравственного поведения и побуждать их к самостоятельному изучению жизни и творчества великих математиков. Как писал Н.И. Лобачевский: «Пусть примеры в Истории, истинное понятие о чести, любовь к отечеству, пробужденная в юных летах, дадут заранее то благородное направление страстям и ту силу, которые позволяют нам торжествовать над ужасом смерти» [6].

Литература

1. Дробышев Ю.А. Пафнутий Львович Чебышев - человек на все времена/ Ю.А.Дробышев // Университет XXI века: научное измерение: Материалы Всерос.конф. – Тула: Изд-во Тул. пед. ун-та им. Л.Н. Толстого, 2016. – С.218-233.
2. Дробышев Ю.А. Воспитание личностных качеств студентов: материалы персоналистического компонента истории математики. Учебное пособие. / Ю.А.Дробышев, И.В.Дробышева, О.Б.Тарас. – М.: Изд-во ООО «ГРП», 2017. – 288с.
3. Лебедев С.Л. Человек я насквозь русский: Пафнутий Львович Чебышев. Лебедев С.Л. // История: прил. к газ. «Первое сентября» 16-31 августа (N16). – С.26-37.
4. Модзалевский Л.Б. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского / Л.Б.Модзалевский. – Москва-Ленинград: Изд-во Академии наук СССР, 1948. – 827с.
5. Никифоровский В.А. Пафнутий Чебышев – человек, математик, педагог // Вестник Российской Академии наук. 1995. – N5. – С.448-452.
6. Речь Н.И. Лобачевского "О важнейших предметах воспитания" на торжественном собрании Казанского Императорского университета 5 июля 1828 г., в 1-ую годовщину его пребывания на посту ректора [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://old.kpfu.ru/infres/nikolaev/kniga/g11.htm>
7. Шакирова Л.Р. Н.И.Лобачевский и Казанский университет / Л.Р.Шакирова. – Изд-ие 2-ое дополненное. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. – 24с.

**НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ –
ВЫДАЮЩИЙСЯ ДЕЯТЕЛЬ НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Еникеева С.Р., кандидат физико-математических наук,
ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», г. Казань
enikeeva.svetlana@mail.ru**

**Садреева Г.Р., учитель математики,
МБОУ «Гимназия №155», г. Казань
Gula2704@mail.ru**

Аннотация. Статья посвящена педагогической деятельности Н.И. Лобачевского. Рассматривается его вклад в развитие народного образования, разработка основ методико-педагогической теории.

Ключевые слова: Н.И. Лобачевский, педагогическая теория Лобачевского.

**NIKOLAI IVANOVICH LOBACHEVSKY –
THE OUTSTANDING PEOPLE OF NATIONAL EDUCATION**

**S.V. Enikeeva, PhD,
Kazan National Research Technological University, Kazan
enikeeva.svetlana@mail.ru**

**G.R. Sadreeva, mathematics teacher,
MBEU «Gymnasium No. 155», Kazan
Gula2704@mail.ru**

Abstract. The article is devoted to N.I. Lobachevsky. His contribution to the development of public education, the development of the foundations of the methodological and pedagogical theory is considered.

Keywords: NI Lobachevsky, Lobachevsky's pedagogical theory

Николай Иванович Лобачевский - великий российский математик, создатель геометрии Лобачевского, отличной от евклидовой геометрии. Это открытие совершило переворот в представлениях о природе пространства, более двух тысяч лет покоившихся на учении Евклида.

Н. И. Лобачевский родился в 1792 году в Нижнем Новгороде. У него было два брата. В начале девятнадцатого века из всех городов Поволжья и Сибири только в Казани была гимназия. Поэтому в 1802 году мать, Прасковья Александровна Лобачевская, привезла троих сыновей в Казань, чтобы дать им образование. Николай был принят в начальный класс, и уже к концу первого года обучения был награжден книгами за успехи в учебе. В конце 1806 года Лобачевский вместе с другими лучшими учениками старшего класса, после дополнительных экзаменов был переведен в студенты Казанского университета. По окончании университета в 1811 году был оставлен в нем магистром. В марте 1814 года Лобачевский был назначен адъюнкт - профессором (аналог современного доцента) в университете и уже с осени начал преподавать цикл физико-математических наук, не прекращая постоянной глубокой научной деятельности. В 1816 году его назначают уже экстраординарным профессором, и он все больше вникает в деятельность Казанского университета. Занимается упорядочиванием библиотеки, является председателем строительного комитета на строительстве главного университетского корпуса. При этом надо учитывать, что все происходит на фоне все более усиливающейся реакционной линии правительства Александра I, которое постоянно подвергает проверке университеты, чтобы искоренить зарождающиеся в них свободомыслие и атеизм. Н. И. Лобачевский в преподавании дисциплин физико-математического цикла твердо придерживался материалистических позиций. За отказ рассуждать на религиозные темы в своих публичных выступлениях, правительство устанавливает особый надзор за его поведением. Несмотря на это, Н. И. Лобачевский почти 20 лет (с 1827 по 1846 год) являлся ректором Казанского университета. Лобачевский как ректор способствовал тому, чтобы превратить Казанский университет в подлинное научно-учебное заведение. В эпоху цензурных притеснений, когда любая свободолобивая мысль подвергалась гоне-

нию, он смог добиться подлинного расцвета не только Казанского университета, но и Казанского учебного округа, который был в те годы весьма обширен. Округ включал в себя Казанскую, Нижегородскую, Симбирскую, Пензенскую, Саратовскую, Вятскую, Пермскую и Оренбургскую губернии. Под руководством Лобачевского был построен комплекс вспомогательных зданий университета. Он основал в 1834 году научный журнал "Ученые записки Казанского университета", развил издательскую деятельность.

Анализу научных трудов, жизни и деятельности великого русского ученого посвящено немало работ. В них исследуются различные периоды его жизни, мировоззрение, распространение и развитие его идей. Написано много вводных статей к сочинениям Лобачевского. В нашей статье мы хотели еще раз подчеркнуть неоценимый вклад Н. И. Лобачевского в развитие народного образования.

Как преподаватель, Лобачевский уделял особое внимание воспитательным аспектам науки, поискам философских основ научного познания, оптимальных педагогических средств передачи этих знаний. В своих лекциях он всегда опирался как на научные мемуары и монографии классиков, так и на новейшие в те годы исследования. Чаще всего в своей педагогической работе Лобачевский проявлял самостоятельность. Он не пользовался каким-либо одним готовым руководством, а читал лекции, как тогда говорили, "по своим тетрадам". У него всегда был тщательно продуманный план построения курса, в лекциях присутствовал углубленный анализ основных изучаемых понятий, стремление добиться особой четкости изложения. От студентов требовал не просто механического заучивания материала, а глубокого понимания, безукоризненной точности выражений и особенно ценил самостоятельность суждений. Конечно его методологический подход и педагогические воззрения остались неизвестными преподавателям других университетов (Лобачевский не публиковал статей на эту тему), они практически воздействовали на ход преподавания в Казанском университете. Такие преподаватели как П.И. Котельников, А. Ф. Попов, М.В. Ляпунов, М. И. Мельников продолжали проводить в жизнь его педагогические и методологические идеи.

В 1836 году Лобачевский осматривал учебные заведения Петербурга. В своем отчете, представленном министру народного просвещения, он пишет, что "...высшая ступень образованности приобретает самыми способными юношами только в университете или в равных с ним заведениях", эта образованность "заключается в тех познаниях, которые могут быть приобретаемы только с особенной природной способностью". Развитие студента, его творческое и научное развитие Лобачевский описывает так: в университете "воспитанник, выбрав какой-нибудь род занятий более по своим способностям..., следуя природной наклонности, упражняет отличительные свои дарования и, наконец, украсив их общими понятиями о других науках, посвящает себя тому предмету, которому должен быть уже навсегда предан, как любимому занятию в жизни и с тем, чтобы оставаться в числе ученых, в числе представителей просвещения по всему государству, во всех его сословиях и званиях". В этой цитате очень четко сформулированы цели и принципы организации процесса образования в университете, которые не теряют актуальности и в сегодняшней день.

Несмотря на многостороннюю и интенсивную деятельность по руководству университетом, Лобачевский уделял особое внимание работе училищ и гимназий Казанского учебного округа. Осталось много архивных материалов, освещающих это направление его деятельности. Вопреки установкам правительства, которое требовало сословных ограничений, Лобачевский стремился расширить охват населения образованием, нести культуру и знания в широкие народные массы.

У Лобачевского был накоплен огромный личный педагогический опыт в преподавании дисциплин физико-математического цикла, в том числе и в области элементарной математики. Например, в 1812 и 1813 годах он проводил летние чтения по арифметике и геометрии для чиновников. Читал в университете для студентов первого и второго курса три двухгодичных курса элементарной математики: один год им читалась арифметика и алгебра, а следующий год - логарифмы и геометрия.

Лобачевский представил и подготовил к печати рукописи двух учебников для гимназий: "Геометрия" и "Алгебра". Тогда по разным причинам они остались неопубликованными. Но в университетах и гимназиях Казанского округа несколько лет преподавателями эти учебники использовались в рукописном виде и, как отмечается в проводимых тогда обследованиях, успехи детей в этих учебных заведениях по математике были очень значительными.

Лобачевский состоял почти бессменным председателем испытательного комитета для проверки знаний абитуриентов университета, председателем училищного комитета с 1927 года, в ведении которого с 1805 года находились все школы Казанского округа. В связи с этим он проводил обследования учебных заведений в Нижегородской, Симбирской, Казанской и других губерниях, писал отчеты, делал замечания, давал советы, посылал конкретные инструкции. В своих советах он стремился вовлечь учителей в

работу по совершенствованию преподавания, методической грамотности. Наиболее полно и систематически вопросы, связанные с обучением в школе, рассмотрены Лобачевским в работах "Наставление учителям математики в гимназиях" [1] и "Инструкция о преподавании физики в гимназиях". В соответствии материалистическим подходом, при обучении математике, он рекомендовал учитывать возрастные особенности детей и начинать обучение с наглядно-осознательного подхода (вычисления с помощью счетов и т. п.), соблюдая "постепенное развитие понятий". Акцентировал внимание на том, что необходимо добиваться от учащихся сознательного понимания изучаемого материала, а не механического заучивания. Очень современно звучат сформулированные в этом наставлении цели обучения математике: "применение к потребностям в нашей жизни и дальнейшее развитие самой науки".

От учителей физики Лобачевский требовал обязательно демонстрировать опыты на уроках и объяснять физическую сторону обыкновенных явлений, особенно полезных в жизненной практике.

Николай Иванович Лобачевский всегда отмечал важную роль общественного воспитания: "множество учеников, возбуждая соревнование, рождает охоту, превращает ее со временем в страсть и бывает причиною появления гениев-математиков".

Вдохновенная многолетняя деятельность Николая Ивановича Лобачевского превратила Казань в один из лучших научных центров России, подняла общий уровень образования в крае. А его научные и педагогические принципы остаются актуальными и в наши дни.

Литература

1. Лобачевский Н.И. Наставления учителям математики в гимназиях. // Труды института истории естествознания АН СССР, 1948.

2. Лаптев Б.Л. Николай Иванович Лобачевский. / Б.Л. Лаптев. – Казань: Изд-во Казанского университета, 1976. – 136с.

УДК 37

Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ И ШКОЛЬНЫЙ КУРС ГЕОМЕТРИИ

**Орлов В.В., доктор педагогических наук, профессор,
РГПУ им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург
vlvo@mail.ru**

Аннотация. В статье рассмотрены исторические предпосылки возникновения и концепция Н.И. Лобачевского построения школьного курса геометрии, ее связь с современными взглядами на школьный учебник геометрии.

Ключевые слова: геометрия, Н.И. Лобачевский, единый школьный курс геометрии, фузионизм, самостоятельная деятельность ученика

N.I. LOBACHEVSKY AND SCHOOL GEOMETRY COURSE

**V.V. Orlov, doctor of pedagogical sciences, professor,
Herzen State Pedagogical University, St. Petersburg
vlvo@mail.ru**

Abstract. The article considers historical preconditions and the concept of N. I. Lobachevsky create a school course of geometry, its relation with modern views on the school textbook of geometry.

Keywords: geometry, N.I. Lobachevsky, a united school geometry course, fusionism, independent activity of the pupil

Фигура наряду с числом являются исторически первыми понятиями математики как научной системы. Поэтому геометрический материал всегда являлся предметом изучения в отечественных учебных заведениях, как частных, так и государственных, был представлен в учебных пособиях для различных

типов учебных заведений. Изначально содержание складывалось на основе потребностей практики и профессиональной направленности учебных заведений и имело преимущественно прикладной характер, как, например, в «Арифметике ...» Л.Ф. Магницкого. Позднее, наряду с прикладной, стала проявляться и теоретическая направленность в отборе содержания и его структурировании. Само содержание было представлено тремя разделами: геометрией линий (лонгиметрией), геометрией фигур (планиметрией), геометрией тел (солидометрией). На организацию содержания материала в отечественных учебных заведениях решающее влияние оказали «Начала» Евклида, особенно к середине XVIII в., когда геометрия начала выделяться в самостоятельный учебный предмет. Так уже в 1739 г. вышел первый печатный отечественный курс геометрии под редакцией А. Фарварсона «Евклидовы элементы ...», который мы можем рассматривать как «детского Евклида». Эта структура при построении школьного учебника геометрии остается популярной до нашего времени.

Отметим, что основными методами обучения были демонстрация и аналогия. Ведущая цель – сообщение фактов. Материал излагался по схеме: понятие – подробное решение задачи – правило – аналогичная задача, что имеет место и ныне при реализации информационной модели обучения. Вопросы методики обучения математики стали обсуждаться после открытия в Петербурге Учительской семинарии в 1786 г., до этого доминировала простейшая методическая идея: «Делай как я».

В последней четверти XVIII в. начала активно развиваться система гражданского образования (до этого основными потребителями образования были университетские и военные круги). В Российской империи появился новый тип учебных заведений – народные училища – малые (двухгодичные) и главные (четырёхклассные пятилетние), устав которых предусматривал изучение геометрии. Для них М.Е. Головиным в 1786 г. Оно имеет традиционную для XVIII в. структуру, в нем уже прослеживаются попытки логической организации материала, присутствуют отдельные обоснования. Наибольший интерес представляет авторский методический комментарий. Согласно ему учитель должен “заставить ученика перечитывать каждый период; изъяснять оный, тотчас спрашивать, как они поняли, и не продвигаться дальше, пока большая часть не уразумеет прочитанное. ... При задачах сначала истолковать само предложение, а затем приступать к доказательству” [1, с.4]. Из этого отрывка ясно, что основной целью обучения геометрии являлось сообщение готовой информации, ее заучивание и воспроизведение. В такой ситуации происходило, преимущественно, развитие памяти, а не мышления. Преподавание проходило в авторитарном стиле, ни о какой дифференциации и индивидуализации обучения, развитии познавательной самостоятельности школьников речи быть не могло, да такая задача и не ставилась.

Сделаем некоторые обобщения на основе сказанного выше.

1. В XVIII в. в России появилась система государственного образования, сложилась номенклатура учебных дисциплин, в рамках которой геометрия постепенно выделилась в самостоятельный учебный предмет, что вызвало создание соответствующих учебников.

2. Существенное влияние на авторов учебников оказывали западные традиции и научный авторитет Евклида, что приводило как к использованию при обучении геометрии самих “Начал”, так и их адаптированных вариантов, переводных и оригинальных учебников, написанных в традициях Евклида. В целом же в XVIII в. не было четкой концепции предмета, число учебных заведений было невелико, и отсутствовала острая потребность в массовом учебнике геометрии.

3. Обозначились два направления в преподавании геометрии: практическое и теоретическое. Основным для XVIII в. в России было практическое направление, что объясняется изначальным появлением системы профессионального образования, а затем уже общего, и необходимостью пропаганды геометрических знаний. В последней четверти XVIII в. два направления начали сближаться, и само образование сделало шаг от элитарного профессионального к массовому общему.

4. В преподавании основное внимание уделялось геометрии плоских фигур, рассматриваемых в пространстве, а стереометрии уделялось существенно меньше внимания. Свойства фигур и тел рассматривались лишь в контексте вычисления площадей и объемов, применения этих свойств на практике.

5. Основной метод преподавания - догматический. На первый план выдвигалось заучивание и воспроизведение готовых фактов. Проблемы развития мышления учащихся, учета их познавательных потребностей и личного опыта в преподавании в XVIII в. не ставились.

Наиболее важные результаты, решительно повлиявшие на построение школьного курса геометрии, были получены в XIX в., и они связаны, прежде всего, с именами С.Е. Гурьева, Н.И. Лобачевского, Ф.И. Буссе, А.Ю. Давидова.

К началу XIX в. в учебной литературе по геометрии проявились две тенденции: построение курса геометрии в логике «Начал» Евклида и построение прикладного курса геометрии на основе идей Лейбнера, Даламбера и Лакруа. Именно на основе идеи Даламбера позже построил свою концепцию школьного курса геометрии Н.И. Лобачевский. Комментирую первое направление, отметим, что «Начала» нельзя рассматривать как учебное пособие. Это, говоря современным языком, - научная монография, которую крайне сложно переработать в учебное пособие. Тем не менее, построение учебников геометрии в логике «Начал» Евклида имеют место до настоящего времени.

Идеи Даламбера оказали влияние и на методические взгляды С.Е. Гурьева. С.Е. Гурьев развернул программу курса геометрии, реализовав ее в своих учебниках. Он выступил пионером идеи пропедевтического курса геометрии, выделив три этапа геометрической подготовки: знакомство с геометрическими образами на опыте; настоящая геометрия; высшая математика [2, с.76], что весьма схоже с идеями Даламбера. Им же впервые были поставлены вопросы: с чего начинать изучение (с линий или тел); каковы связи между планиметрией и стереометрией; следует ли изучать синтетическую геометрию или аналитическую. Сам он являлся сторонником синтетического построения курса, что нашло отражение в его «Основаниях геометрии» [2], и повлияло на дальнейшее преподавание геометрии.

В первой половине XIX в. в основном сложилось содержание курса школьной геометрии. На более выпукло оно было представлено в учебниках Ф.И. Буссе для уездных училищ и гимназий. В связи с этим встал вопрос о его логической организации. В частности в качестве отдельного обсуждался вопрос, с чего начать изучение геометрии: с линий или тел. Именно над этим на основе опыта предшественников и современников работал Н.И. Лобачевский.

Во введении к сочинению «О началах геометрии» Н.И. Лобачевский писал: «Как не согласиться, что никакая наука не должна начинаться с таких тёмных понятий, с каких, повторяя Евклида, начинаем мы геометрию» [4, с.185]. Более полно его взгляды на содержание и методы преподавания геометрии были выражены в рукописи «Геометрия» - конспекте лекций, которые Н.И. Лобачевский читал начинающим студентам для углубления их геометрического образования, опубликованном лишь в 1909 году. Под геометрией автор понимал «часть чистой Математики, в которой предписываются способы измерять пространство» [5, с.28]. Из работ Н.И. Лобачевского явствует, что он был не только сторонником изучения метрической геометрии, но и там, где не было прямых измерений, не отделял предложений плоской геометрии от аналогичных предложений пространственной. Мы видим, что он первым встал на позиции фузионизма в изучении геометрии и опосредованно указал на целесообразность начинать изучение геометрии с тел.

В «Геометрии» было представлено 13 глав, в каждой из которых рассматриваются вопросы геометрии плоскости и сразу же излагаются аналогичные вопросы для пространства. Так, в главе об углах наряду с окружностью и кругом представлены сфера и шар. В четвертой главе – треугольник и тетраэдр, многоугольник и многогранник. В данном конспекте лекций фактически представлен фузионистский курс геометрии, но адресован он студентам, что не означает невозможность построения соответствующего курса для школьников. Такие попытки были предприняты позже, а в XIX в. идеи Н.И. Лобачевского не получили должного развития. Заметим, что вопреки закономерностям психологии развития идея построения курса школьной геометрии на идеях фузионизма и в настоящее время не пользуется популярностью. Не удовлетворена потребность и в самостоятельном пропедевтическом курсе геометрии в 5-6 классах школы.

Справедливости ради отметим, что в последней четверти XIX в. и в отдельные периоды XX в. в нашей школе были представлены пропедевтические курсы школьной геометрии, ряд из которых был построен на идеях фузионизма (С.И. Шохор-Троцкий, А.Р. Кулишер, Р.В. Гангнус и Ю.О. Гурвиц и др.), в систематическом курсе планиметрии рассматривались как отдельные вопросы некоторые многогранники и тела вращения, ряд авторов реализовывали кинематический подход при введении понятий: от точки к линии и от линии к поверхности, однако на концептуальном уровне этот вопрос почти не обсуждался, как и построение единого курса геометрии 1-11 классов. На теоретическом уровне последний вопрос был решен в проведенных на кафедре методики обучения математики РГПУ им. А.И. Герцена исследованиях (Н.С. Подходова, В.В. Орлов, Е.А. Ермак [3]) в 1998 – 2004 гг. Частично фузионистскими можно считать систематические курсы планиметрии А.Н. Колмогорова и А.Д. Александрова.

Высказанные почти 200 лет назад Н.И. Лобачевским идеи о построении единого фузионистского школьного курса геометрии, изучение которого начинается ни с точек и линий, а с тел остаются актуальными и в настоящее время.

Современная образовательная парадигма, в рамках которой изучение математики как учебного предмета и геометрии как его части рассматривается как единый многоступенчатый процесс, предусматривающего активную познавательную деятельность ученика, позволяет сформулировать цель изучения предмета следующим образом: развитие и воспитание ученика средствами предмета в процессе его самостоятельной деятельности по освоению математического содержания как основы для непрерывного образования, социализации и познания картины окружающего мира. Это требует создания новых учебников геометрии в рамках деятельностного подхода, реализующих идеи Николая Ивановича Лобачевского.

Литература

1. Головин М.Е. Краткое руководство к геометрии. Издано для народных училищ Российской империи. – СПб, 1786.
2. Гурьев С.Е. Основания геометрии. – СПб, 1825.
3. Ермак Е.А., Орлов В.В., Подходова Н.С. Концептуальные основы построения единого базового курса школьной геометрии //Прикладная математика, информатика, электроника (методические и научно-технические вопросы): Межвузовский сборник научных трудов. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 1997. – С.18-22.
4. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений: В 6 т. – М-Л.: Гостехиздат, 1949. Т.1. Сочинения по геометрии.
5. Лобачевский Н.И. Полное собрание сочинений: В 6 т. – М-Л.: Гостехиздат, 1949. Т.2. Сочинения по геометрии.

УДК 371.67.90

ОТРАЖЕНИЕ ИДЕЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО НАСЛЕДИЯ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО В ТЕОРИИ И ПРАКТИКЕ СОВРЕМЕННОГО ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Панишева О.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Луганский национальный университет им. Т.Шевченко, Луганск
panisheva-ov@mail.ru**

**Овчинникова М.В., кандидат педагогических наук, доцент,
ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта
m_ovchinnikova@ukr.net**

Аннотация. Авторы акцентируют внимание на некоторых педагогических идеях Н.И. Лобачевского и анализируют их становление и развитие в XX-XXI столетиях. Особо подробно рассмотрены идеи о практической направленности курса математики, о роли математического языка, о работе с одаренными детьми, об осуществлении межпредметных связей, в частности, о фузионизме в преподавании.

Ключевые слова: Н.И.Лобачевский, педагогические идеи, школьное математическое образование, прикладная направленность, фузионизм, математический язык.

REFLECTION OF THE IDEAS OF N.I.LOBACHEVSKY'S PEDAGOGICAL HERITAGE IN THE THEORY AND PRACTICE OF MODERN SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION

**O.V. Panisheva O.V., PhD, associate professor,
Lugansk National University. T.Shevchenko, Lugansk
panisheva-ov@mail.ru**

**M.V. Ovchinnikova, PhD, associate professor,
АНР (branch) V.I. Vernadsky CFU, Yalta
m_ovchinnikova@ukr.net**

Abstract. The authors focus on some pedagogical ideas of N.I. Lobachevsky and analyze as they have been formed and developed during XX and XXI centuries. Particularly detailed are the ideas on the practical orientation of the mathematics course, the role of math language, on working with gifted children, on the implementation of interdisciplinary connections, in particular, on fusionalism in teaching.

Keywords: N.I. Lobachevsky, pedagogical ideas, school mathematics education, applied orientation, fuzionism, math language

Обращение в педагогической деятельности к наследию великих учёных обогащает учебный процесс. Одной из ярких звёзд мировой и отечественной математики по праву считается Н.И. Лобачевский, в год 225-летия со дня рождения которого логично обратиться к актуализации и дальнейшему осмыслению его наследия. Изучению наследия Н.И. Лобачевского с конца XIX века по настоящее время как математика, как организатора, и как педагога посвящены десятки исследований, в которых рассмотрены его философско-мировоззренческие ориентиры, различные аспекты научного и педагогического наследия в применении к исторической эпохе; личность Н.И. Лобачевского как математика, мыслителя, общественного деятеля. Наиболее системно педагогическое наследие и деятельность Н.И. Лобачевского проанализированы в наши дни (2010 г.) в диссертационном исследовании И.Н. Кандаурова [2].

Отдельных работ, полностью посвященных изложению концепции воспитания, организации школьного образования, по методике преподавания математики Н.И. Лобачевским не написано. Мы узнаём его идеи, читая выступление «О важнейших предметах воспитания» (1828 г.), приуроченное к окончанию учебного года и выпуску студентов после первого года работы в качестве ректора [4]. Однако, основные педагогические идеи, дидактические указания можно узнать из таких источников как «Наставления учителям математики в гимназиях и уездных училищах», «Инструкция о преподавании физики в гимназиях», составленных и написанных им программам обучения студентов и учащихся, методических рекомендациях; учебниках, пособиях «Краткое руководство к улучшению методов преподавания». Все эти материалы на сегодняшний день оцифрованы и доступны интересующимся.

Н.И. Старшинов акцентирует внимание на ярко выраженную направленность педагогических взглядов и педагогической деятельности Н.И. Лобачевского на гуманизацию образования, и выделяет в деятельности Лобачевского-педагога и организатора: участие в судьбах учителей школ; коллегиальность в разрешении всех школьных вопросов; использование дидактических принципов преемственности, последовательности, доступности и научности, наглядности обучения; всестороннее развитие и воспитание личности, ориентация учебно-воспитательного процесса на саморазвитие и самовоспитание обучающихся и педагогов. Очень важным является определённое общественно-экономическим развитием страны придание образованию практического (реального) характера [9].

Отметим, что наряду с вышеперечисленным, Н.И. Лобачевский как воспитатель заботился о нравственном и физическом здоровье молодежи, в чём видел одну из очень важных задач школы. «Наставник юношества пусть обратит сюда внимание и постарается предупредить безрассудность молодости, ещё не знающей цены своему здоровью» – говорил ректор [4]. Можно сказать, что эти идеи Н.И. Лобачевского были предвестниками становления валеологии и здоровьесберегающих технологий в обучении.

Изучив первоисточники и труды исследователей жизни, педагогической деятельности и творчества великого геометра, мы обращаем внимание на три группы интересующих нас идей, реализация которых значима в преподавании математики. Первая – это мысли о принципах воспитательной работы в целом, вторая – о принципах организации учебного процесса, третья – идеи по методике преподавания математики. Проследим, как воплотились идеи Н.И. Лобачевского в образовании XX-XXI века.

Николай Иванович видел главнейшим способом совершенствования человека и общества непосредственно в широком просвещении населения [2]. Эта его идея была полностью воплощена в жизнь только в советский период, когда в 1930/31 учебном году вводится всеобщее обязательное обучение, в сельской местности – четырехлетнее, в городах – семилетнее, с политехнической направленностью. С 1932/33 учебного года была начата реорганизация семилетней политехнической школы в десятилетнюю. В 1958 г. принят закон об обязательном восьмилетнем образовании, и, наконец, в 1977 г. в СССР был принят закон об обязательном среднем образовании.

Н.И. Лобачевский был сторонником «программного единства школы», считая, что программы начальной, средней и высшей школ должны составлять неразрывное единое целое. Отметим, что нарушение принципа преемственности в математическом образовании (в цепочке и её отдельных звеньях формирование элементарных математических представлений – математика в начальной школе – математика в основной и средней школе – математические дисциплины в среднем профессиональном образовании и в высшей школе), несогласованность программ отнюдь не повышает качества математической

подготовки обучающихся. К сожалению, даже различная последовательность изучения тем по современным УМК усложняет процесс обучения математике.

Особо хочется отметить отношение Н.И. Лобачевского к работе с одарёнными детьми. Искусство воспитателей, по его мнению, заключается в том, чтобы «открыть Гения, обогатить его познаниями и дать свободу следовать его внушениям» [5, с. 18]. До середины XX века эта идея не была востребованной. Поиск одарённых детей, особенно из глубинки, стал целью ещё одного талантливого русского математика А.Н. Колмогорова, стараниями которого в 1963 году были открыты физико-математические школы-интернаты при Московском, Ленинградском, Новосибирском и Киевском государственных университетах, а позднее – в Ереване, Тбилиси, Чебоксарах и других городах. В начале 1990-х годов ФМШИ были переименованы в СУНЦы (Специализированные учебно-научные центры), лицеи или академические гимназии, также параллельно развивается система специализированных классов.

Другим направлением «поиска Гения» стали программы по работе с одарёнными детьми в обычных школах, которые получили значительное распространение с 90-х годов прошлого века.

Так, в России разработана целевая программа «Дети России». В её содержание входит подпрограмма «Одарённые дети», целью которой на государственном уровне является создание условий для выявления и развития талантливых детей. В рамках программы был реализован проект создания энциклопедии «Одарённые дети России», в которую занесены имена ребят, отличившихся в определенной сфере деятельности, имена заслуженных учителей и меценатов, отмечены образовательные учреждения, ведущие большую работу в это направлении. Президентом РФ утверждена «Концепция общенациональной системы выявления и развития молодых талантов» (2012 г.), а в «Концепции развития математического образования РФ (2015-2020 г.г.)» дальнейшее развитие работы с математически одарёнными детьми, кроме выше перечисленных форм, уделяется внимание системе дополнительного образования детей в области математики, системе математических соревнований, использованию сетевых форм реализации образовательных программ по математическим дисциплинам.

В Беларуси для выявления и поощрения развития способностей, обеспечения государственной поддержки и социальной защиты одарённых детей разработаны и реализуются программы «Одарённые дети», «Молодёжь Беларуси», «Молодые таланты Беларуси».

В Украине действуют программы поддержки одарённых детей: программа «Молодёжь Украины на 2009-2015 годы»; программа «Одарённые дети»; программа Национального фонда «Украина – детям». Также создан Институт одарённого ребенка при Академии наук Украины, который координирует проведение эффективной политики государства относительно поддержки одарённой молодёжи и способствует созданию условий для работы с ней.

Практическое использование математики, о котором говорил Н.И. Лобачевский, за рассматриваемый нами исторический период (XX-XXI вв.) понималось по-разному. От утилитарной концепции роли математики в трудовой школе в 20-е годы XX века (готовые рецепты применения математики в отраслях народного хозяйства) и принципа политехнического обучения в 50-е–60-е годы (профессиональная ориентация в обучении практическим приложениям математики), до принципа прикладной направленности курса, введенного в методику математики в 1970-е годы В.В. Фирсовым, (прикладная направленность рассматривается как одна из содержательно-дидактических линий, тесно связанная с другими линиями (функциональной, числовой и пр.) школьного курса математики). В настоящее время в связи с профилизацией старшей школы становится актуальным принцип практико-ориентированного обучения математике, который понимается как «способность математизировать информацию об окружающем мире и получать на основе этого новую информацию» [1]. Другими словами, школьники знакомятся с методами математического моделирования.

Анализ нормативных документов, программ и учебников для школьников России, Украины и Беларуси, позволяет сделать вывод, что практической (прикладной) направленности курса на современном этапе уделяется внимание во всех вышеуказанных государствах постсоветского пространства. Так, в пояснительной записке к программам по математике в Украине, в основу которых положен компетентностный подход, указывается, что «необходимым условием формирования компетентностей является практическая направленность обучения» [6]. Формулировка каждого специфического для математики образовательного задания (например, овладение учащимися языком алгебры) завершается тем, что указывается на необходимость уметь применять изучаемый материал. Знакомство с математическим моделированием начинается с 7 класса во время изучения уравнений их системам. Учебники содержат зна-

чительное количество прикладных задач. В программах по математике Беларуси отмечается, что «математика все шире проникает в повседневную жизнь, её идеи и методы становятся необходимыми специалистам в разных сферах деятельности» и первой целью обучения математике называют «овладение системой математических идей, которые необходимы для практической деятельности, для изучения других учебных предметов и практического образования» [7]. Повышенное внимание к прикладной составляющей математического образования школьников РФ, подчёркнутое в Концепции развития математического образования в РФ, прослеживается и в содержании контрольно-измерительных материалов для ОГЭ и ЕГЭ. А понятие математической модели вводится начиная с 5 класса (И.И.Зубарев, А.Г.Мордкович).

С идеей практического применения математики тесно связан вопрос межпредметных связей. В учебниках, написанных великим геометром, прослеживается его приверженность идее фузионизма – слитного изложения отдельных предметов. В частности, учебник Н.И. Лобачевского «Геометрия» считается одним из первых фузионистских курсов, в котором планиметрия излагается параллельно со стереометрией. Идеи фузионизма с регулярным постоянством занимали одну из ведущих ролей едва ли не при каждой попытке реформирования математического образования. Слияние планиметрии со стереометрией мы находим в книге А.Р. Кулишера «Учебник геометрии (Курс единой трудовой школы)» 1922 г. В русле идеи фузионизма был написан курс наглядной геометрии А.М. Астряба, состоящий из учебника и задачника (1923 г).

Вопрос слитного изложения планиметрии и стереометрии рассматривался на первых всероссийских учительских съездах в начале XX века. Первый съезд «пришел к единодушному выводу о необходимости слияния планиметрии и стереометрии в курсе начальной геометрии, предшествующей изучению систематического курса, что и нашло отражение в его резолюции. Однако было отмечено, что в основном курсе геометрии, где должна происходить четкая систематизация учебного материала, слияние, смешение курсов планиметрии и стереометрии нецелесообразно, так как это ведет к нарушению основополагающих педагогических принципов систематизации и последовательности обучения. Более того, в систематических курсах не следует смешивать различные разделы математики, например, алгебру и геометрию, поскольку в таких фузионистских курсах невозможно обеспечить последовательное и непрерывное прохождение учебного материала каждого из них»[8]. Во время следующей реформы математического образования 60-х-70-х годов к имеющимся прекрасным курсам начальной (пропедевтической, подготовительной) геометрии для младших школьников, в которых сочеталось изучение плоских и пространственных фигур, добавился учебник математики для 5-6 (тогда 4-5) классов известных авторов: Н.Я.Виленкина, А.С.Чеснокова, С.И.Шварцбурда.

Однако попытки слитного изложения систематического курса геометрии продолжались. Так, украинский математик Я. Жовнир разработал экспериментальный фузионистский курс геометрии в 7-9 классах (нумерация классов современная) и программу для 10-11 классов в духе фузионизма, к разработанным учебникам были написаны также «Сборник задач и упражнений» и «Рабочая тетрадь», т.е. создано полное методическое обеспечение для проведения уроков с учащимися. Тем не менее, эти работы не нашли сторонников и последователей, так и оставшись красивым экспериментальным методическим исследованием.

В 1972 году в СССР был издан переводной американский учебник Э. Моиза и Ф. Даунса «Геометрия» для студентов колледжей. Изложение систематического курса авторы сразу же начинают с аксиом прямой и плоскости. Темы плоской и пространственной геометрий излагаются либо параллельно («перпендикулярность в пространстве», «параллельность») или, так сказать «вперемежку». Но даже в сугубо планиметрических главах обязательны – задачи на пространственных чертежах [3].

Современными авторами учебников также частично используется идея слитного преподавания планиметрии и стереометрии. На настоящий момент в начальных классах действует достаточно много курсов и подходов к изучению геометрии, основанных на принципе фузионизма. Например, УМК «Наглядная геометрия» Н. Б. Истоминой, курс «Решаем геометрические задачи» И. В. Шадринной и др. В 1992 году в Москве вышла книга И.Ф. Шарыгина и Л.Н. Ерганжиевой «Наглядная геометрия», учебное пособие для 5-6 классов, в которой авторы дают набор задач и головоломок, формирующих у детей 10-12 лет пространственное представление и воображение; знакомят ребят с основными понятиями геометрии: точка, прямая, плоскость; окружность, шар, куб, тетраэдр и др., проекциями фигуры на плоскость. В 90-х годах 20 века проходил эксперимент в средних школах некоторых областей России по преподаванию геометрии 5-6-7-8 классах по учебнику доктора педагогических наук, профессора, заведующего кафедрой

методики преподавания математики МПГУ В.А. Гусева. Основная мысль учебника: «Мы в пространстве», ей подчинен весь теоретический и задачный материал книги.

Однако, как отмечает И.М. Смирнова, «фузионистский систематический курс геометрии никогда не был официальным, общепринятым, никогда не имел широкого распространения. Он нравился как интересная, привлекательная идея, альтернативная традиционному курсу. Неслучайно поэтому к идее слитного преподавания планиметрии и стереометрии обращаются в периоды реформ, во времена кризисов и коренных перестроек математического образования» [8].

Более жизнеспособной, на наш взгляд, эта идея стала в теории укрупнения дидактических единиц П.М. Эрдниева, который предложил слитное изложение разных разделов математики, используя среди прочего так называемые «двойные правила». Эти идеи мы эффективно используем в преподавании.

Другое направления идеи фузионизма в современной школе – создание интегрированных курсов.

В своих «Наставлениях учителям математики в гимназиях» Лобачевский писал: «Желательно, чтобы предоставлялось на волю ученикам посвящать себя исключительно языкам и для таких назначать также и греческий; напротив, других, рожденных с дарованиями для математических наук, не обременять изучением многих языков и не лишать средств для усовершенствования их преимущественных способностей». Эта его идея нашла воплощение в таких современных принципах образования, как вариативность, профилизация подготовки, возможность выбора учащимися элективных курсов.

Н.И. Лобачевский подчеркивает важность математического языка. «Чему, спрашиваю я, одолжены своими блистательными успехами в последнее время математические и физические науки, слава нынешних веков, торжество ума человеческого? Без сомнения, искусственному языку своему, ибо как назвать все сии знаки различных исчислений, как не особенным, весьма сжатым языком, который, не утомляя напрасно нашего внимания, одной чертой выражает обширные понятия. Такие успехи математических наук, затмивши всякое другое учение, справедливо удивляют нас; заставляют признаться, что уму человеческому предоставлено исключительно познавать сего рода истины, что он, может быть, напрасно гоняется за другими; надобно согласиться и с тем, что математики открыли прямые средства к приобретению познаний» [4].

Большое внимание освоению математического языка, культуре математических записей уделяется в современной школе. Так, в пояснительной записке к программам по математике в Украине говорится, что одной из задач школьного математического образования является «обеспечение овладения учащимися математическим языком, понимание ими математической символики, математических формул и моделей как таких, которые дают возможность описывать общие свойства объектов, процессов и явлений» [6].

Итак, мы рассмотрели только некоторые основные идеи Н.И. Лобачевского, нашедшие свое воплощение в современном математическом образовании. Среди них: практическая направленность изучения математики; широкое использование межпредметных связей; преемственность программ; поиск одаренных детей и работа с ними; вариативность, профилизация подготовки; важность овладения математическим языком.

То, что идея находит отражение спустя столетия в теории и практике образования, подтверждает её правильность, ценностную значимость, глубину, жизнеспособность, то, что она выдержала проверку временем и может рассматриваться как ориентир для будущего образования. Этих идей, высказанных гениальным математиком, гораздо больше, чем проанализировано нами. Изучение их реализации на протяжении разных исторических периодов даст возможность выделить самые жизнеспособные из них.

Литература

1. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе / М.В. Егупова. – дисс. на соискание ученой степени доктора педагогических наук – Москва, 2014. – 452 с.
2. Кандауров И.Н. Исследование педагогического наследия и деятельности Н.И.Лобачевского на основе системного подхода / И.Н. Кандауров. – Автореф. дисс. на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Ижевск, 2010. – 24 с.
3. Копаева Н.В. Школьное геометрическое образование с позиций идей фузионизма / Н.В. Копаева // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Вып. 11: Серия «История и теория математического образования». – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2006. – С.236-242.

4. Лобачевский Н.И. Речь о важнейших предметах воспитания / Н.И. Лобачевский. [Электронный ресурс] // Режим доступа: http://www.ng.ru/science/2009-12-02/14_lobachevsky.html.
5. Лобачевский Н.И. Научно-педагогическое наследие; Руководство Казанским университетом. Фрагменты. Письма / Н.И. Лобачевский ; Под общ. ред. П.С. Александрова [и др.]; Отв. ред. П.С. Александров и Б. Л. Лаптев. – Москва : Наука, 1976. – 663 с.
6. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. – К., 2012. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html> (дата обращения: 10.07.2017).
7. Матэматыка 5-11 класы. Вучэбная праграма. – Минск, 2012. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://mp.minsk.edu.by/main.aspx?guid=87891>.
8. Смирнова И.М. Идея фузионизма в преподавании школьного курса геометрии // Математика (еженедельное приложение к газете «Первое сентября»). – 1998. – № 17. – С. 1
9. Старшинов Н.И. Педагогические взгляды Н.И. Лобачевского на проблемы воспитания студентов / Н.И. Старшинов // Пед. образование и наука. – 2002. – № 1. – С. 55-60.

УДК 930

РАЗВИТИЕ ИДЕЙ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО В РАБОТАХ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО

**Пыркв В.Е., кандидат педагогических, наук, доцент,
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
pyrkovve@yandex.ru**

Аннотация. Статья знакомит с исследованиями Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского. Впервые введены в научный оборот работы Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского, сохранившиеся в рукописном наследии ученого.

Ключевые слова: Мордухай-Болтовской, геометрия Лобачевского, развитие идей, рукописное наследие.

DEVELOPMENT OF THE IDEAS OF N.I. LOBACHEVSKY IN D.D. MORDUKHAY-BOLTOVSKY'S WORKS

**V.E. Pyrkov, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Southern Federal University, Rostov-on-Don
pyrkovve@yandex.ru**

Abstract. Article acquaints with D.D. Mordukhay-Boltovsky's researches on Lobachevski geometry. For the first time D.D. Mordukhay-Boltovsky's works on Lobachevski geometry which remained in hand-written heritage of the scientist are introduced for scientific use.

Keywords: Mordukhay-Boltovskoy, Lobachevski geometry, development of the ideas, hand-written heritage.

Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской (1876-1952) – уникальное явление в отечественной науке и образовании. Его работы внесли существенный вклад во многие разделы математики, а также в историю и методику преподавания математики. Библиография научных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского состоит из более трехсот опубликованных исследований и около полутора сотен ненапечатанных, сохранившихся в рукописях. Причём около половины работ Д.Д. Мордухай-Болтовского посвящены геометрии.

Геометрией Д.Д. Мордухай-Болтовской заинтересовался еще в самом начале своей научной деятельности: первая его работа – «О кривизне плоских кривых» [1] относится к 1907 г. В автобиографии 1946 г., анализируя свой путь в науке, 70-летний профессор записал: «В геометрии меня преимущественно интересовали построения как на Эвклидовой, так и на не-Эвклидовой плоскости, вопросы аксиоматические и более всего многомерные пространства в особенности доказательство стереометрических теорем проектированием из четырехмерного и пятимерного пространства в трехмерное. Эти последние ра-

боты привлекли внимание голландских и советских математиков» (Государственный Архив Ростовской Области (ГАРО) Ф. Р-46. Оп. 22. Д. 63. Л. 86–87.).

В области классической дифференциальной геометрии Д.Д. Мордухай-Болтовской исследовал кривизны высших порядков и вопросы теории сетей Чебышева на поверхности. Им впервые был предложен метрический принцип двойственности и определены двойственные метрические понятия. Отдельный цикл работ составляют исследования по многомерной геометрии и теории многогранников и кристаллических форм. Эти работы были тесно связаны с деятельностью Д.Д. Мордухай-Болтовского по созданию геометрического кабинета, не имеющего в стране аналогов по многообразию своих экспонатов.

Вопросам геометрии Лобачевского посвящены 24 опубликованные работы Д.Д. Мордухай-Болтовского (см. список ниже). Часть работ сохранилась лишь в качестве упоминания в виде ссылок на доклады, сделанные Д.Д. Мордухай-Болтовским на заседаниях Общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском государственном университете.

Одной из ярких иллюстраций увлеченности Д.Д. Мордухай-Болтовского геометрией Лобачевского, и стремлением увлечь ей своих студентов, является воспоминание М.Г. Хапланова, ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского по Ростовскому госуниверситету. Дело было осенью 1922 года. На организованном Д.Д. Мордухай-Болтовским в эти сложные послереволюционные годы «студенческом семинарии» М.Г. Хапланов делал доклад на тему «Некоторые теоремы геометрии Лобачевского»: «... в аудитории температура была ниже нуля, в разбитое окно задувал холодный ветер ... Дмитрий Дмитриевич прослушал почти двухчасовой доклад, усы его покрылись инеем. Однако по окончании доклада он почти в течение часа с увлечением рассказывал о геометрии Лобачевского. ... Пальцы рук его так окоченели, что он не мог держать в руках мела, часто клал его и дыханием отогревал пальцы» [2. С.152].

Именно в это время Д.Д. Мордухай-Болтовской начал заниматься *конструктивными задачами* на плоскости Лобачевского. Его первая публикация по этой проблеме «О геометрических построениях в пространстве Лобачевского», относится к 1922 году (последние работы датированы годом смерти ученого и были опубликованы в Докладах АН СССР уже в 1954 году). Как свидетельствует М.В. Герасимова [3], эта работа в 11 страниц вышла в Самаре отдельным оттиском, при этом сам журнал так и остался неизданным. В дальнейшем статья была существенно переработана и дополнена, а в 1927 году вошла в сборник «In memoriam Lobatschevskii». В этой работе и статье «О диаметральном свойстве алгебраической кривой в геометрии Лобачевского» (1924), Д.Д. Мордухай-Болтовским по сути были заложены основы теории геометрических построений на плоскости и в пространстве Лобачевского: получены ряд общих результатов о построении с помощью линейки, циркуля и гиперциркуля; о построениях с помощью алгебраических кривых; об алгебраическом методе решения задач на плоскости Лобачевского; доказана неразрешимость ряда конструктивных задач в пространстве Лобачевского. Дальнейшее развитие эта тема получила в работах Н.М. Несторовича.

Николай Михайлович Несторович (1891-1955), студент Д.Д. Мордухай-Болтовского по Варшавскому университету (личное дело Несторовича хранится в ГАРО Ф.Р-46. Оп.22. Д.138; в РГУ работал с 1918 и до конца жизни; заведовал кафедрой геометрии и высшей математики). Под научным руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского он написал кандидатскую диссертацию на тему "Геометрические построения в пространстве Лобачевского", которую защитил в РГУ (1936). Докторская диссертация "Геометрические построения на плоскости Лобачевского" защищена в Киевском университете (1953). Позже эти работы Д.Д. Мордухай-Болтовского получили развитие в трудах ученика Несторовича – Р.И. Киришцева (1923 г.р.).

Общим принципиальным вопросам геометрии Лобачевского посвящена достаточно обширная статья Д.Д. Мордухай-Болтовского «Лобачевский и основные логические проблемы в математике» (1927), в основу которой была положена речь Д.Д. Мордухай-Болтовского, с которой он выступал на конференции в Казани, посвященной 100-летию юбилею открытия неэвклидовой геометрии. О торжественном открытии этой конференции сохранились воспоминания Ю.С. Хаплановой, которая была в составе делегации от Ростовского университета: «Зачитали поздравительные телеграммы, выступили с приветственными речами. После вице-президента Академии наук, громадного, с бородой и голосом протодьякона Стеклова, Мордухай показался маленьким и невзрачным. Но это только пока он не заговорил ...» [7].

Еще одним примером продолжения идей Лобачевского в работах Д.Д. Мордухай-Болтовского является серия работ по *механике* пространства Лобачевского. В статьях «Основания динамики материальной точки в пространстве Лобачевского» (1929) и «Некоторые проблемы динамики материальной

точки в неевклидовом пространстве» (1940), Д.Д. Мордухай-Болтовской выводит основные уравнения динамики в пространстве Лобачевского. Работы Д.Д. Мордухай-Болтовского по механике неевклидовых пространств продолжены в последних публикациях его ученика Б.Н. Саморукова [4].

Развитию *дифференциальной геометрии* пространства Лобачевского посвящены статьи «О кривизне на плоскости Лобачевского» (1940), «О кривизне кривых на плоскости Лобачевского» (1941), «Кривые Бертрана в пространстве Лобачевского» (1949), «О кривизне плоских кривых в пространстве Лобачевского» (1951) и «О кривизне пространственных кривых в пространстве Лобачевского» (1952). Вопросам *синтетической геометрии*, а именно построению теории трансверсалий на плоскости Лобачевского посвящены статьи «Основные теоремы теории трансверсалий на плоскости Лобачевского» и «Основные формулы теории трансверсалий на плоскости Лобачевского» (1940). Вопросы *четырёхмерного пространства* Лобачевского исследованы в работе «Параллельность и перпендикулярность прямых плоскостей и гиперплоскостей в трёхмерном и четырёхмерном пространствах Лобачевского» (1951). Исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского по этим вопросам геометрии Лобачевского были развиты в работах К.К. Мокрищева (Константин Константинович Мокрищев (1910-1981), выпускник Краснодарского педагогического института (1932); под научным руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского написал кандидатскую диссертацию на тему «Кривые Бертрана», которую защитил в РГУ (1938); работал в РГУ с 1932 и до конца жизни; заведовал кафедрой геометрии).

Некоторые фундаментальные результаты Д.Д. Мордухай-Болтовского, полученные в области геометрии Лобачевского нашли свое отражение в широко известных учебных пособиях «Основания геометрии» (В.Ф. Каган, 1956) и «Методы начертательной геометрии и её приложения» (1955).

В поздравительном адресе от председателя правления Северо-Кавказского государственного университета к 30-летию научно-педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского его вклад в развитие идей Н.И. Лобачевского оценен достаточно высоко и упоминается следующий факт: «Вы подвергаете глубокому исследованию вопрос о так называемых основах геометрии, являясь крупнейшим русским специалистом в этой области и получив в связи с этим приглашение занять кафедру геометрии в Казанском Университете, связанную с великим именем Лобачевского» (ГАРО Ф.Р-2605. Оп.1. Д.81. Л.66.).

К сожалению, большая часть работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по геометрии Лобачевского осталась неопубликованной, при этом многие рукописи погибли во время Великой отечественной войны, тем не менее, в Санкт-Петербургском филиале Архива РАН сохранилось около трех десятков рукописей работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по различным вопросам геометрии Лобачевского. Ниже мы приводим список этих работ с указанием на их объем, датировку и данные хранения. Эти работы еще ждут своего исследования.

Список опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по различным вопросам геометрии Лобачевского

1. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского. – Самара, 1922. – 11 с.
2. О диаметральном свойстве алгебраической кривой в геометрии Лобачевского // Известия Донского университета, Т.4, 1924. – С.99-102.
3. Краткий очерк жизни и научной деятельности Н.И. Лобачевского (доклад на заседании 7 марта 1926г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.7.
4. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского (доклад на заседании 9 мая 1922 г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.11.
5. Sur la mecanique dans l'espace Lobatszewskienne (Механика в пространстве Лобачевского. Сообщение на заседании 25 ноября 1923 г.) // Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при Северо-Кавказском университете, годы 1919-1926, т.3. – Ростов-на-Дону, 1926. – С.41-43.
6. Лобачевский и основные логические проблемы в математике. Речь на юбилее 100-летия открытия неевклидовой геометрии в Казани и Ростове-на-Дону // Известия Северо-Кавказского университета, т.1(12), 1927. – С. 78-95.
7. О геометрических построениях в пространстве Лобачевского // In memoriam N.I. Lobatschevski, v.2. – Казань: Главнаука, 1927. – С.67-82.
8. Основания динамики материальной точки в пространстве Лобачевского // Научные известия Смоленского университетата, вып.1, 1929. – С.33-48.

9. Про будовання за допомогою алгебричних кривих в Евклідовому і не Евклідовому просторах // Журнал математичного циклу Всеукраїнської Академії наук, т.1, вып.3, 1934. – С.15-30.
- 10.Эвклид и Лобачевский. Лекции по специальному курсу для математиков, прочитанные в РПИ в 1937-1938 гг. Ростов н/Д, 1938. – 61 с.
- 11.Некоторые проблемы динамики материальной точки в неевклидовом пространстве // Известия Ростовского педагогического института, т.10, 1940. – С.126-157.
- 12.О кривизне на плоскости Лобачевского // Ученые записки Научно-исследовательского института математики и физики при Ростовском университете, т.4, 1940. – С.29-30.
- 13.Основные теоремы теории трансверсалей на плоскости Лобачевского // Известия Ростовского педагогического института, т.10, 1940. – С.114-125.
- 14.Основные формулы теории трансверсалей на плоскости Лобачевского // Ученые записки Научно-исследовательского института математики и физики при Ростовском университете, т.4, 1940. С.23-24.
- 15.О кривизне кривых на плоскости Лобачевского // Труды Ленинградского кораблестроительного института, вып.6, 1941. – С.77-96.
- 16.Кривые Бертрана в пространстве Лобачевского // Доклады Академии наук СССР, т.69, № 6, 1949. – С.729-730.
- 17.О псевдоцикле на плоскости Лобачевского // Ученые записки Пятигорского педагогического института, т.7, 1950. – С.13-24.
- 18.О кривизне плоских кривых в пространстве Лобачевского // Наукові записки Київського Державного університету, т.10, вып.1, 1951. – С.43-52.
- 19.Параллельность и перпендикулярность прямых плоскостей и гиперплоскостей в трехмерном и четырехмерном пространствах Лобачевского // Успехи математических наук, т.6, вып.4, 1951. – С.176-183.
- 20.Теорема Понслэ на плоскости Лобачевского и эллиптические интегралы // Доклады Академии наук СССР, т.77, № 6, 1951. – С.961-964.
- 21.О кривизне пространственных кривых в пространстве Лобачевского // Математический сборник, т.30, вып.3, 1952. – С.483-508.
- 22.Геодезические линии эллипсоида в неевклидовом пространстве // Доклады Академии наук СССР, т.94, № 6, 1954. – С.991-993.
- 23.О дуге кривой второго порядка на плоскости Лобачевского // Доклады Академии наук СССР, т.95, № 3, 1954. – С.449-450.
- 24.Начертательная геометрия в пространстве Лобачевского // Методы начертательной геометрии и ее приложения. – М.: Гостехиздат, 1955. – С.305-310.

**Список рукописей, неопубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского
по различным вопросам геометрии Лобачевского**

(хранятся в Санкт-Петербургском филиале Архива Российской Академии Наук (СПбФА РАН))

1. Теория поверхностей в пространстве Лобачевского, 1946. – 28 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.52)
2. Некоторые теоремы об алгебраических кривых на плоскости Лобачевского, 1946. – 15 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.53)
3. О круговых сечениях и прямолинейно-образующих алгебраических поверхностей в евклидовом и неевклидовом пространствах и их аналогах в четырехмерном пространстве, 1948. – 5 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.55)
4. О некоторых свойствах асимптот алгебраических кривых на плоскости Лобачевского. 1949. – 2 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.56)
5. О луночках Гиппократы на плоскости Лобачевского, 1950. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.57)
6. Геометрография в трехмерном и четырехмерном евклидовом и неевклидовом пространстве, 1950. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.58)
7. О некоторых теоремах, относящихся к треугольнику на плоскости Лобачевского. – 16 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.59)
8. Кривые третьего порядка плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.61)
9. О некоторых формулах геометрии Лобачевского, выводимых из геометрических тождеств. – 6 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.62)
- 10.Соотношения между диагоналями и сторонами четырёхугольника на плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.63)

11. Об углах и полюсах и их стереометрических аналогах в пространстве Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.64)
12. О равновесии гибкой и нерастяжимой нити на плоскости Лобачевского. – 9 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.65)
13. О стационарных точках кривых второго порядка на плоскости Лобачевского. – 5 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.66)
14. Правильные тела в неевклидовом пространстве. – 7 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.68)
15. О правильных многогранниках и правильных гипергранниках в трёхмерном и четырёхмерном неевклидовом пространствах. – 7 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.69)
16. Заметка об уравнениях движения материальной точки в неевклидовом пространстве. – 2 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.70)
17. Некоторые кинематические теоремы в четырёхмерном как евклидовом, так и неевклидовом пространстве. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.71)
18. Об аналогах теоремы Пифагора на неевклидовой плоскости. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.72)
19. Звёздчатые многогранники в неевклидовом пространстве. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.73)
20. Отзыв о работе Н.А. Колмогорова «Геометрия тетраэдра евклидова и неевклидова пространства», 1948. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.119)
21. Соотношение между хордами окружностей на плоскости Лобачевского. – 3 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.146)
22. Некоторые кинематические теоремы на плоскости Лобачевского. – 6 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.149)
23. О парах и сверхпарах сил на плоскости Лобачевского. – 4 с. (СПбФА РАН ф.821, оп.1, д.150)

Литература

1. Мордухай-Болтовской Д.Д. О кривизне плоских кривых / Д.Д. Мордухай-Болтовской. – Варшава, 1907. – 32 с.
2. Хапланов М.Г. Выдающийся математик Д.Д. Мордухай-Болтовской (1876-1952) / М.Г. Хапланов // РГУ 1915-1965. Статьи, воспоминания, документы. – Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1965. – С.145-160.
3. Герасимова В.М. Указатель литературы по геометрии Лобачевского и развитию ее идей / Под общей редакцией В.Ф. Кагана. – М.: Гостехиздат, 1952. – 192 с.
4. Пырков В.Е. Научная школа Д.Д. Мордухай-Болтовского: ученики и последователи / В.Е. Пырков // Ждановские чтения. - Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2013. – С. 336-351.
5. Пырков В.Е. Мордухай-Болтовской: отец и сыновья / В.Е. Пырков // Научные и педагогические династии Южного федерального университета. Т.1. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. – С.141-162.
6. Пырков В.Е. Заметки к творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского в годы Великой Отечественной войны / В.Е. Пырков // Наука и техника: вопросы истории и теории. – 2015. – Выпуск XXXI. – С. 193-194.
7. Хапланова Ю.С. Прошлое. – Ростов-на-Дону, 1998. – С.75.

УДК 514

ИНВЕРСИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО АБСОЛЮТА РАСШИРЕННОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ

Ромакина Л.Н., доцент,
Саратовский государственный университет, г. Саратов
romakinaln@mail.ru

Аннотация. Инверсия относительно абсолюта расширенной гиперболической плоскости определена как предельный случай инверсии относительно гиперцикла гиперболической плоскости \hat{H} положительной кривизны. Представлены серии разбиений плоскости Лобачевского гармоническими параболоми, инверсные разбиениям плоскости \hat{H} , порожденным правильным n -контуром. Все объекты рассмотрены в проективной модели Кэли-Клейна.

Ключевые слова: плоскость Лобачевского, модель Клейна плоскости Лобачевского, гиперболическая плоскость положительной кривизны, расширенная гиперболическая плоскость.

INVERSION WITH RESPECT TO THE ABSOLUTE OF EXTENDED HYPERBOLIC PLANE

L.N. Romakina, associate professor,
Saratov State University, Saratov
romakinaln@mail.ru

Abstract. An inversion with respect to the absolute of an extended hyperbolic plane is defined as the limit case of an inversion with respect to the hypercycle of a hyperbolic plane \hat{H} of positive curvature. Series of partitions of the Lobachevskii plane by harmonious parabolas are presented. These partitions are inverse to the partitions of the plane \hat{H} by the regular n -contours. All objects are considered in the projective Cayley-Klein model.

Keywords: Lobachevskii plane, Cayley-Klein model of the Lobachevskii plane, hyperbolic plane of positive curvature, extended hyperbolic plane.

1. Постановка задачи. В проективной модели Кэли-Клейна плоскость Лобачевского Λ_2 реализуется на проективной плоскости внутри овальной линии γ [1, 2]. На идеальной области плоскости Лобачевского реализуется гиперболическая плоскость \hat{H} положительной кривизны [3, 4]. Плоскости Λ_2 и \hat{H} являются связными компонентами расширенной гиперболической плоскости H^2 [5]. Линию γ называют *абсолютом* плоскостей Λ_2 , \hat{H} и H^2 , а группу проективных автоморфизмов линии γ – *фундаментальной группой* преобразований этих плоскостей.

Пусть S – точка плоскости Лобачевского. *Гиперциклом* плоскости \hat{H} называют множество всех точек этой плоскости, расстояние от которых до точки S равно постоянному значению $r = i\rho - h$, где $h \in \mathbb{R}_+$, ρ – радиус кривизны плоскостей Λ_2 и \hat{H} . Точку S называют *центром*, а полярю l этой точки относительно абсолюта – *базой* гиперцикла. Число $r(h)$ называют *радиусом (высотой)* гиперцикла.

В работе [6] введена и исследована инверсия относительно гиперцикла плоскости \hat{H} . В данной работе рассмотрим предельный случай инверсии относительно гиперцикла, полагая, что базовый гиперцикл инверсии совпадает с абсолютом плоскости. В работах [7, 8] построены серии разбиений плоскости \hat{H} , порожденных правильным n -контуром. Здесь мы построим образы таких разбиений при инверсии относительно абсолюта.

2. Определение инверсии относительно абсолюта. Пусть S – внутренняя точка относительно абсолюта плоскости H^2 , а M – произвольная точка этой плоскости. Точку M' пересечения прямой MS с полярю точки M относительно абсолюта назовем *инверсной* точке M относительно абсолюта. Из плоскости H^2 исключим точку S и прямую l , полученное множество обозначим W : $W = H^2 \setminus \{S, l\}$. Преобразование I множества W назовем *инверсией* с центром S относительно абсолюта, если каждая точка множества W в преобразовании I переходит в инверсную ей точку.

В каноническом репере $R^* = \{A_1, A_2, S, E\}$ первого типа плоскости H^2 инверсия I с центром S относительно абсолюта задана формулами:

$$\lambda x_1 = x_1, \quad \lambda x_2 = x_2, \quad \lambda x_3 = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_3}, \quad (1)$$

полученными из формул (2.4) работы [2] предельным переходом при условии $h \rightarrow \infty$, характеризующем стремление базового гиперцикла к абсолюту.

3. Свойства инверсии относительно абсолюта. На основании свойств инверсии относительно гиперцикла (см. [6]) справедливы следующие свойства инверсии I относительно абсолюта.

1⁰. При инверсии I относительно абсолюта гиперцикл высотой h плоскости \hat{H} переходит в окружность радиуса $(-h)$ плоскости Лобачевского.

2⁰. Горизонт базы инверсии I совпадает с абсолютом плоскости \hat{H} .

3⁰. При инверсии I прямая, проходящая через центр инверсии, переходит в себя.

4⁰. При инверсии I гиперболическая прямая плоскости \hat{H} переходит в гиперболу данной плоскости.

5⁰. При инверсии I эллиптическая прямая плоскости \hat{H} переходит в эллипс плоскости Лобачевского.

Покажем, что параболическая прямая плоскости \hat{H} при инверсии I относительно абсолюта преобразуется в параболу. Действительно, а репере R^* первого типа абсолют плоскости H^2 задан уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 0. \quad (2)$$

Не нарушая общности рассуждений, выберем параболическую прямую m , проходящую через точку $E_{13} (1: 0: 1)$ на абсолюте. В репере R^* такую прямую можно задать уравнением $x_1 - x_3 = 0$. В преобразовании I , заданном формулами (1), прямая m переходит в линию, заданную уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_3 = 0. \quad (3)$$

Исследуя взаимное положение линий (2), (3), находим их общие точки: $E_{13}, J_1 (i: 1: 0), J_2 (-i: 1: 0)$. Прямая m является общей касательной линии (3) и абсолюта. Согласно классификации овальных линий плоскости H^2 линия (3) является параболой. Эллиптическую прямую $J_1 J_2$ назовем *мнимой осью* параболы (3), а параболическую прямую m – *базой* данной параболы. Точку пересечения мнимой оси с базой будем называть *коцентром*, а полярю коцентра параболы относительно абсолюта – *вещественной осью* параболы. Точку пересечения параболы с ее вещественной осью назовем *вершиной* параболы.

Парабола (3) обладает тем свойством, что полюс ее мнимой оси относительно абсолюта совпадает с вершиной параболы. Такие параболы будем называть *гармоническими*. Итак, отмечая лишь основные этапы рассуждений, доказали следующее свойство инверсии I относительно абсолюта.

b^0 . При инверсии I параболическая прямая плоскости \hat{H} переходит в гармоническую параболу плоскости Лобачевского.

4. Образ правильного n -контура плоскости \hat{H} при инверсии I . Пусть S – точка плоскости Лобачевского. Выберем на абсолюте γ последовательность точек K_1, K_2, \dots, K_n так, чтобы лучи SK_1, SK_2, \dots, SK_n разделяли угол вокруг точки S на n конгруэнтных между собой углов. При этом считаем, что $K_{n+t} = K_t, t \in \mathbb{N}, j = 1, \dots, n$. Через точки K_1, K_2, \dots, K_n проведем параболические прямые k_1, k_2, \dots, k_n соответственно. Точки попарного пересечения прямых k_1, k_2, \dots, k_n обозначим следующим образом:

$$k_j \cap k_{j+p} = A_j^p. \quad (3)$$

Упорядоченную последовательность отрезков $A_1^1 A_2^1, A_2^1 A_3^1, \dots, A_n^1 A_1^1$ параболических прямых назовем *правильным n -контуром* и обозначим F (см. [8]). Число n назовем *размерностью*, точку S – *центром*, полярю l точки S относительно абсолюта – *базой*, точки $A_1^p, A_2^p, \dots, A_n^p$ – *вершинами порядка p* правильного n -контура F .

В работе [8] доказано, что вершины одного порядка правильного n -контура принадлежат одному гиперциклу с центром в центре данного контура.

Простые 4-контуры $F_\mu^p = A_\mu^{p+1} A_\mu^{p+2} A_{\mu+1}^{p+1} A_{\mu+1}^p$ плоскости \hat{H} (см. определение в [9]) называют *составляющими* 4-контурами порядка p правильного n -контура F . Все составляющие 4-контуры одного порядка образуют *кольцо* правильного n -контура, порядок кольца совпадает с порядком составляющих его 4-контуров.

Ребра простых 4-контуров принадлежат параболическим прямым. Следовательно, при инверсии I относительно абсолюта простой 4-контур плоскости \hat{H} переходит в область плоскости Лобачевского, ограниченную четырьмя гармоническими параболой.

На рис. 1 представлены образы при инверсии I относительно абсолюта первого и второго колец правильного 8-контура (а) и первого, второго и третьего колец правильного 9-контура плоскости \hat{H} (б).

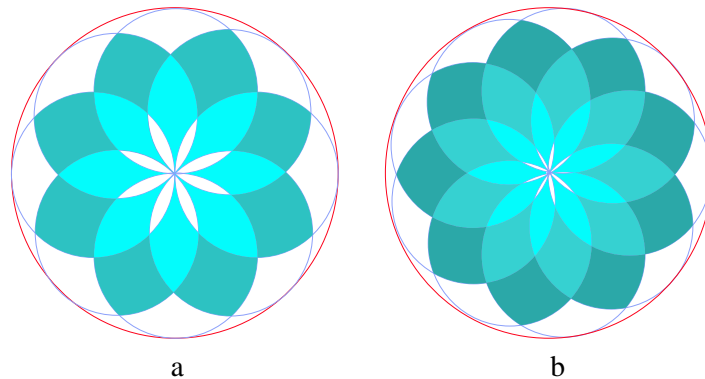


Рис. 1. Образы при инверсии I колец правильного n -контура плоскости \hat{H} , $n = 8$ (а), $n = 9$ (б)

В исследовании разбиений плоскости Лобачевского гармоническими параболой, полученных при инверсии I относительно абсолюта из разбиений, порожденных правильным n -контуром, интересным представляется вопрос о зависимости между площадью (см. [10, 11]) составляющего 4-контур порядка p правильного n -контур плоскости \hat{H} и его образа при инверсии I .

Литература

1. Ефимов Н.В. Высшая геометрия / Н.В. Ефимов. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
2. Клейн Ф. Неевклидова геометрия / Ф. Клейн. М.; Л.: ОНТИ, 1936. – 356 с.
3. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. Ч. 1: Тригонометрия / Л.Н. Ромакина. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2013. – 274 с.
4. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. Ч. 2: Преобразования и простые разбиения / Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2013. – 244 с.
5. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства / Б.А. Розенфельд. – М.: Наука, 1969. – 548 с.
6. Romakina L.N. Inversion with respect to the hypercycle of a hyperbolic plane of positive curvature / J. of Geom. – 2016. – Vol. 107. – No 1. – P. 137-149.
7. Ромакина Л.Н. Разбиения гиперболической плоскости положительной кривизны, порожденные правильным n -контуром // Теория относительности, гравитация и геометрия. Труды междунар. конф. "Petrov 2010 anniversary symposium on general relativity and gravitation" (Казань, 1–6 ноября 2010 г.). Ред., сост.: А.В. Аминова, С.В. Сушков. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2010. – С. 227-232.
8. Ромакина Л.Н. Простые разбиения гиперболической плоскости положительной кривизны / Л.Н. Ромакина // Матем. сб. – 2012. – Т. 203. – Вып. 9. – С. 83-116.
9. Ромакина Л.Н. Конечные замкнутые 3(4)-контур расширенной гиперболической плоскости / Л.Н. Ромакина // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2010. – Т. 10. – Вып. 3. – С. 14-26.
10. Ромакина Л.Н. О площади простого 4-контур гиперболической плоскости положительной кривизны / Л.Н. Ромакина // Ломоносовские чтения на Алтае: Сб. научн. статей междунар. конф. – 2014. – С. 346-353.
11. Ромакина Л.Н. К теории площадей гиперболической плоскости положительной кривизны / Л.Н. Ромакина // Publ. Inst. Math.-Beograd. – 2016. – Т. 99. – № 113. – С. 139-154.

УДК 514

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПОСТРОЕНИЯ НА ИДЕАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

**Ромакина Л.Н., доцент,
Саратовский государственный университет, г. Саратов
romakinaln@mail.ru**

**Харченко А. А., аспирант 3 курса,
Саратовский государственный университет, г. Саратов
ainadil@mail.ru.ru**

**Харченко Н. А., учитель МБОУ «СОШ№ 9», г. Саратов
ainagor@mail.ru**

Аннотация. Представлены построения с помощью линейки на идеальной области плоскости Лобачевского, рассматриваемой в проективной модели Кэли-Клейна.

Ключевые слова: плоскость Лобачевского, модель Клейна плоскости Лобачевского, гиперболическая плоскость положительной кривизны.

GEOMETRIC CONSTRUCTIONS ON THE IDEAL DOMAIN OF THE LOBACHEVSKII PLANE

L.N. Romakina, associate professor,
Saratov State University, Saratov
romakinaln@mail.ru

A.A. Kharchenko, graduate student 3 courses,
Saratov State University, Saratov
ainadil@mail.ru

N.A. Kharchenko, teacher school № 9, Saratov
ainagor@mail.ru

Abstract. Constructions on ideal domain of the Lobachevskii plane by means of a line are presented. The Lobachevskii plane considered in the projective Cayley-Klein model.

Keywords: Lobachevskii plane, Cayley-Klein model of the Lobachevskii plane, hyperbolic plane of positive curvature.

1. Постановка задачи. При изучении и развитии геометрии плоскости Лобачевского важную роль играет *овальная линия* [1], или в другой терминологии *коника* [2], проективной плоскости, под которой понимают невырожденную линию второго порядка, содержащую вещественные точки. В проективной модели Кэли-Клейна плоскость Лобачевского реализуется на проективной плоскости внутри овальной линии [3]. Поскольку на евклидовой плоскости овальные линии образуют три типа (эллипсы, гиперболы и параболы), интерпретировать планиметрию Лобачевского на евклидовой плоскости можно внутри любой линии этих типов, в частности, внутри окружности (такую модель плоскости Лобачевского называют моделью Клейна в круге). Отметим, что точку плоскости называют *внутренней* относительно овальной линии, если любая проходящая через нее прямая пересекает данную линию в двух вещественных точках. Точку плоскости, не принадлежащую овальной линии и не являющуюся внутренней относительно нее, называют *внешней* по отношению к данной линии. Под *внутренностью* овальной линии понимают множество всех внутренних относительно этой линии точек плоскости.

На идеальной области плоскости Лобачевского, т.е. на внешней области проективной плоскости относительно овальной линии, реализуется геометрия *гиперболической плоскости положительной кривизны* [3-5] (плоскость Лобачевского называют также *гиперболической плоскостью отрицательной кривизны*).

Пусть на проективной плоскости P_2 задана овальная линия γ . Обозначим через Λ^2 плоскость Лобачевского, реализованную внутри линии γ , а через \hat{H} – граничащую с ней гиперболическую плоскость положительной кривизны. Линию γ в этом случае называют *абсолютом* плоскостей Λ^2 и \hat{H} , а группу G проективных автоморфизмов линии γ – *фундаментальной группой преобразований* данных плоскостей. Совокупность всех свойств фигур плоскости Λ^2 (\hat{H}), инвариантных в преобразованиях группы G , согласно Клейну называют *геометрией* данной плоскости [6].

Общая постановка задач данной статьи может быть сформулирована следующим образом. Предположим, что эллипс (в частности, окружность) γ евклидовой плоскости служит изображением абсолюта плоскостей Λ^2 и \hat{H} . Требуется, пользуясь одной линейкой, построить фигуры $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$, указанным образом связанные с заданной в плоскости α линии γ фигурой Φ . Считаем выполнимыми следующие простейшие построения.

I. Построение прямой, проходящей через две заданные на чертеже точки.

II. Построение общей точки двух прямых, заданных на чертеже некоторыми отрезками.

III. Построение общих вещественных точек, в случае их существования, эллипса γ и прямой, заданной на чертеже некоторым отрезком.

Все построения сопроводим изображениями, выполненными с помощью динамической математической системы GeoGebra.

2. Основные построения. При решении задач предложенного в статье цикла потребуются следующие блоки основных построений, выполняемых в евклидовой плоскости с помощью линейки.

Блок А. Построение касательных к эллипсу (в частности, окружности) γ , проходящих через данную точку плоскости α , внешнюю относительно γ .

Приведем цепочку простейших построений, реализующую блок А (рис. 1).

1. Построение прямой AB (AD), где B (D) – точка линии γ , $B \neq D$.
2. Построение точки C (E) пересечения прямой AB (AD) и линии γ .
3. Построение точки M (N) пересечения прямых BD и CE (CD и BE).
4. Построение прямой MN .
5. Построение точек X , Y пересечения прямой MN и линии γ .
6. Построение касательных AX , AY к линии γ .

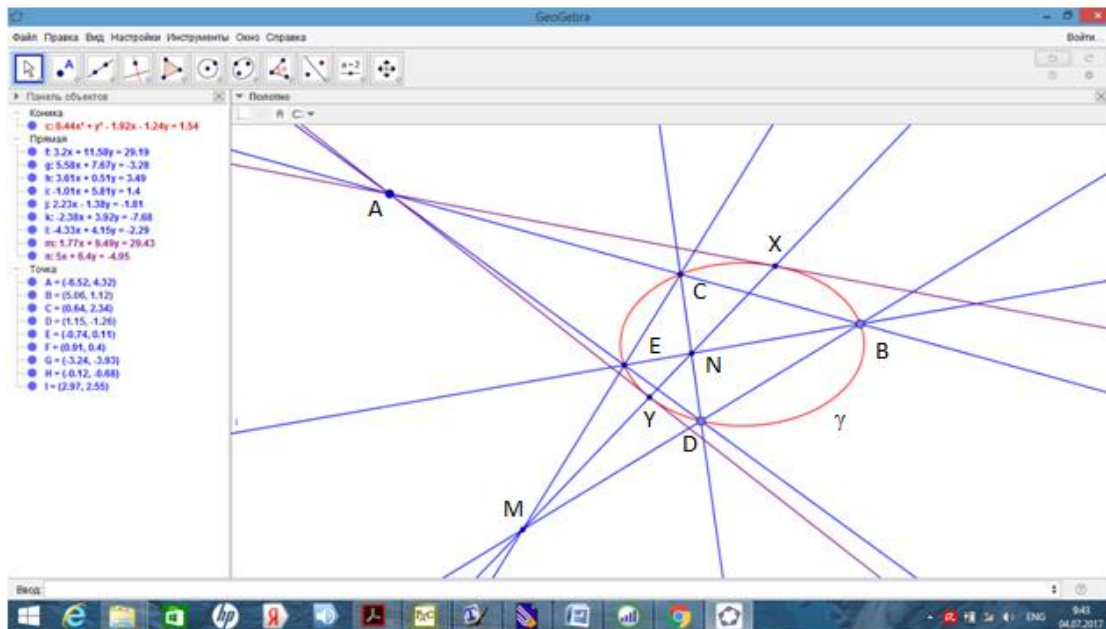


Рис. 1. Построение касательных к эллипсу γ , проведенных из точки A

Блок **В**. Построение полярной данной точки плоскости α относительно эллипса (окружности) γ при любом расположении точки по отношению к линии γ .

Построение полярной MN точки A , расположенной во внешней области плоскости α относительно линии γ , описано в блоке **А** (см. построения 1-4). Для внутренней относительно линии γ точки N плоскости α построение полярной проводим следующим образом (см. рис. 1).

1. Построение прямой NB (ND), где B (D) – точка линии γ , $B \neq D$.
2. Построение точки E (C) пересечения прямой NB (ND) и линии γ .
3. Построение точки M (A) пересечения прямых BD и CE (BC и DE).
4. Построение полярной AM точки N относительно линии γ .

Построение полярной точки линии γ относительно этой линии проведем после блока построений **С**.

Блок **С**. Построение полюса данной прямой плоскости α относительно эллипса (окружности) γ при любом расположении прямой по отношению к линии γ .

Чтобы построить полюс прямой l плоскости α относительно линии γ , выберем на прямой l точки A и B , не принадлежащие γ . Построим полярные a и b относительно линии γ точек A и B соответственно (см. блок **В**). Точка L пересечения прямых a , b – полюс прямой l относительно линии γ .

Возвращаясь к блоку построений **В**, построим полярную точки K линии γ относительно этой линии. Для этого проведем через точку K секущие KA и KB линии γ . Построим полюсы M , N этих прямых относительно γ . Прямая MN – искомая полярная точки K относительно γ .

3. Построение объектов плоскости \hat{H} . В зависимости от расположения прямой по отношению к абсолюту γ плоскости \hat{H} различают три типа прямых данной плоскости. *Эллиптическими* называют прямые, не имеющие общих вещественных точек с абсолютом. Прямые, пересекающие γ в двух вещественных точках, называют *гиперболическими*. Касательные к абсолюту прямые, изотропные на \hat{H} , называют *параболическими*. Две собственные точки плоскости \hat{H} разбивают содержащую их эллиптическую прямую на два смежных эллиптических отрезка. Две собственные для \hat{H} точки гиперболической или параболической прямой, разбивают эту прямую на три части, гиперболический или соответственно параболический отрезок и два луча [4]. Прямую b называют перпендикулярной к непараболической прямой a , если b

проходит через полюс прямой a относительно абсолюта γ . Если прямые a и b перпендикулярны, то они принадлежат различным типам. Для каждого эллиптического или гиперболического отрезка плоскости \hat{H} существует единственный срединный перпендикуляр. Если прямая a параболическая, то формально каждую гиперболическую прямую, проходящую через точку касания прямой a с абсолютом, можно считать перпендикуляром к прямой a . Понятие срединного перпендикуляра к параболическому отрезку не имеет смысла. В работе [7] (см. также [5]) исследованы простые 4-контур плоскости \hat{H} – простые замкнутые ломаные, образованные четырьмя параболическими отрезками. Доказано, что диагонали простого 4-контра взаимно ортогональны и разделены точкой их пересечения пополам [7, Теорема 2, утверждение 2]. Основываясь на этих свойствах простого 4-контра, предложим способ построения срединных перпендикуляров эллиптических и гиперболических отрезков плоскости \hat{H} .

Задача 1. В плоскости α задан эллипс (окружность) γ , изображающий абсолют плоскости \hat{H} . Точки A и B плоскости α изображают концы непараболического отрезка AB плоскости \hat{H} . Пользуясь одной линейкой, построить прямую, изображающую срединный перпендикуляр к отрезку AB .

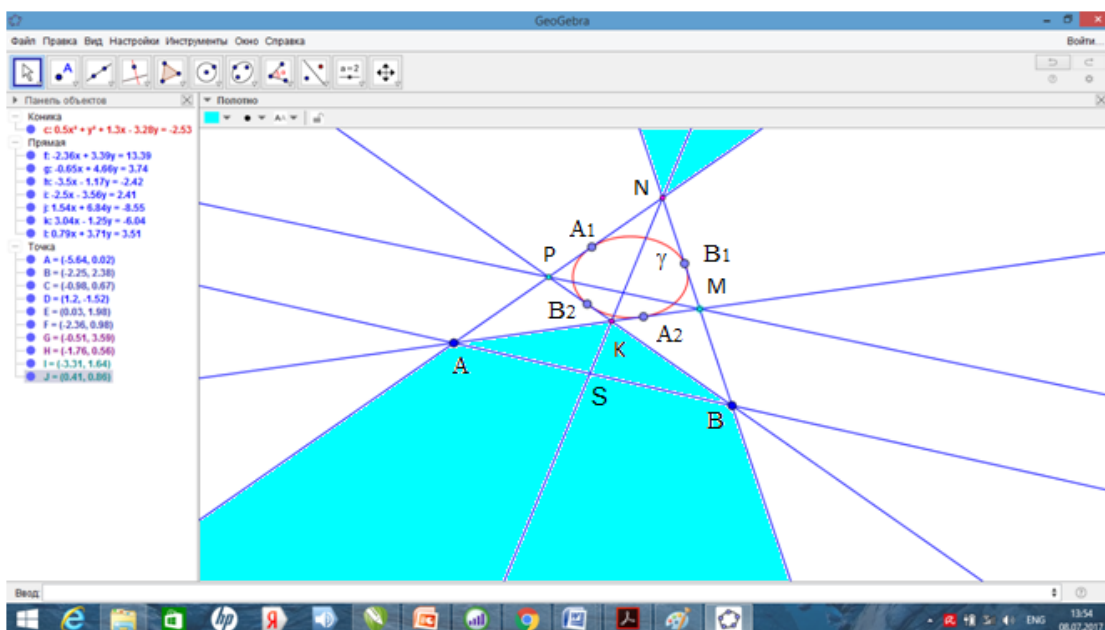


Рис. 2. Построение срединного перпендикуляра к эллиптическому отрезку AB

Решение. Предположим, что отрезок AB изображает эллиптический отрезок плоскости \hat{H} (рис. 2). Проведем касательные AA_1, AA_2, BB_1, BB_2 к линии γ (см. блок построений А). Отметим точки K, M, N, P попарного пересечения построенных прямых. Четырехугольник $AKBN$, внутренность которого на рис. 2 выделена заливкой, изображает простой 4-контур. Диагонали AB и KN этого четырехугольника изображают согласно теореме 2 из работы [7] ортогональные отрезки, разделяющие друг друга в точке S пополам. Следовательно, прямая KN – искомое изображение срединного перпендикуляра к отрезку AB . Прямая PM изображает срединный перпендикуляр к смежному отрезку AB , не содержащему точку S .

Если отрезок AB гиперболический, построение срединного перпендикуляра аналогичное. В качестве данного гиперболического отрезка можно выбрать отрезок KN с серединой в точке S , в плоскости α он изображен двумя лучами, исходящими из точек K и N (см. рис. 2).

Задача 2. В плоскости α задан эллипс (окружность) γ , изображающий абсолют плоскости \hat{H} . Точки A и B плоскости α изображают концы параболического отрезка AB плоскости \hat{H} с точкой C на абсолюте. Пользуясь одной линейкой, построить точку S , изображающую середину отрезка AB .

Решение. Определение середины параболического отрезка дано в книге [4], аналитическое обоснование способа построения середины параболического отрезка предложено в статье [8]. Приведем формулировку леммы 1 работы [8].

На плоскости \hat{H} середина отрезка произвольной параболической прямой p принадлежит гиперболической прямой, параллельной отличным от p параболическим прямым, проходящим через концы данного отрезка.

Способ построения середины параболического отрезка следует непосредственно из данного утверждения, согласно которому середина параболического отрезка лежит на прямой, соединяющей несобственные точки параболических прямых, проходящих через концы этого отрезка (рис. 3). Отметим, что данный способ использован в работе [9] при подготовке рисунка 5.

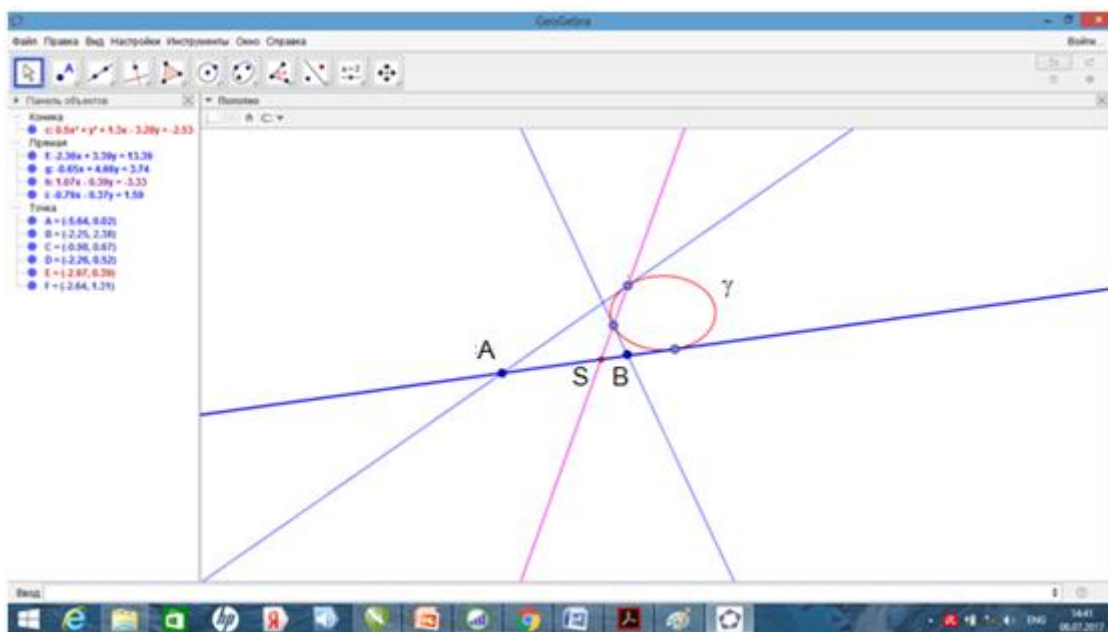


Рис. 3. Построение середины параболического отрезка AB

Литература

12. Ефимов Н.В. Высшая геометрия / Н.В. Ефимов. – М.: Наука, 1971. – 576 с.
13. Busemann H. Projective Geometry and Projective Metrics / H. Busemann, P. J. Kelley. – New York: Academic Press Inc., 1953. – 231 p.
14. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства / Б.А. Розенфельд. – М.: Наука, 1969. – 548 с.
15. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. Ч. 1: Тригонометрия / Л.Н. Ромакина. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2013. – 274 с.
16. Ромакина Л.Н. Геометрия гиперболической плоскости положительной кривизны. Ч. 2: Преобразования и простые разбиения / Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2013. – 244 с.
17. Клейн Ф. Неевклидова геометрия / Ф. Клейн. М.; Л.: ОНТИ, 1936. – 356 с.
18. Ромакина Л.Н. Конечные замкнутые 3(4)-контуры расширенной гиперболической плоскости / Л.Н. Ромакина // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. – 2010. – Т. 10. – Вып. 3. – С. 14-26.
19. Ромакина Л.Н. О площади простого 4-контура гиперболической плоскости положительной кривизны / Л.Н. Ромакина // Ломоносовские чтения на Алтае: Сб. научн. статей междунар. конф. – 2014. – С. 346-353.
20. Ромакина Л.Н. О площади трехреберника на гиперболической плоскости положительной кривизны / Л.Н. Ромакина // Матем. тр. – 2014. – Т. 17. – № 2. – С. 184-206.

Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ И ПЯТЫЙ ПОСТУЛАТ ЕВКЛИДА

**Шакирова Л.Р., доктор педагогических наук, профессор,
Казанский федеральный университет, г. Казань
lilianashakirova1209@gmail.com**

Аннотация. Исследование посвящено изучению вопроса о причинах выбора Н.И. Лобачевским пятого постулата Евклида в качестве предмета научного исследования.

Ключевые слова: Лобачевский, пятый постулат Евклида, Бартельс.

N.I. LOBACHEVSKY AND THE FIFTH POSTULATE OF EUCLIDE

**L.R. Shakirova, ScD in education, professor,
Kazan Federal University, Kazan
lilianashakirova1209@gmail.com**

Abstract. The reported study focused on the question of the reasons for the choice of N.I. Lobachevsky fifth postulate of Euclid as a subject of scientific research.

Keywords: Lobachevsky, the fifth postulate of Euclid, Bartels.

Многие исследователи биографии и научной деятельности Николая Ивановича Лобачевского рассматривали вопрос о том, кто пробудил его интерес к геометрии и рекомендовал заняться пятым постулатом Евклида. Постановка данного вопроса объясняется стремлением осмыслить путь ученого в науке. К началу XIX века данную проблему пытались решить на протяжении двух тысяч лет многие ученые мира. Кто или что явилось отправным пунктом в выборе данной области для исследования молодым ученым? Ряд исследователей утверждают, что учитель Лобачевского в Казанском университете профессор чистой математики Иоганн Мартин Христиан Бартельс сыграл важную роль в пробуждении его интереса к геометрии. Однако мог ли он подать Лобачевскому идею основательно заняться исследованием евклидова пятого постулата?

Возможно, еще на занятиях Григория Ивановича Карташевского в гимназии Лобачевский узнал о тщетных попытках ученых-математиков разобраться с проблемой пятого постулата Евклида. Именно он своей увлеченностью этим разделом математики и ее блестящим преподаванием привлек особое внимание Лобачевского к геометрии. Видимо, она заинтересовала будущего великого ученого еще и потому, что ее изучение связано с процессом абстрагирования, мысленного представления, которое было присуще его характеру [14].

Позднее на лекциях Бартельса по истории математики Лобачевский получил возможность подробнее ознакомиться с проблемой пятого постулата. Это произошло при изучении афинской философской школы, в частности, «Комментариев» Прокла, посвященных первой книге «Начал» Евклида. В ней содержались рассуждения ученых, отрицавших, что пятый постулат имеет ту же очевидность, как другие постулаты.

Современники высоко ценили преподавательскую деятельность и компетентность Бартельса в Казани: «Мы знаем, что его лекции были на гораздо более высоком уровне, чем лекции по математике в немецких университетах того времени» [16]. Он быстро завоевал доверие своих коллег, и с 1813 года в течение семи лет до самого отъезда занимал должность декана факультета. Другой интересный факт относится к приезду в Казань профессора астрономии Иоганна Литтрова в 1810 году, когда Бартельс был освобожден от чтения лекций по астрономии и в освободившиеся часы начал преподавать студентам курс истории математики по руководству Жана Этьена Монтюкла. Таким образом, Лобачевский на четвертом курсе получает сведения о последующих исследованиях проблемы параллельных выдающимися математиками мира (Гаусс, Кестнер, Даламбер, Пфафф, Кмогель, Лежандр, Зейферт и др.). Действительно, в начале XIX века теория параллельных привлекала внимание многих ученых, учителей, интересую-

щихся математикой образованных людей. Об этом свидетельствует профессор Казанского университета рубежа XIX – XX веков Александр Васильевич Васильев в книге «Н.И. Лобачевский». *«Известно до 30 сочинений, – отмечает он, – напечатанных только на немецком и французском языках с 1813 по 1814 г. Некоторые из этих сочинений сохранились в библиотеке Казанского университета со времен Лобачевского и приобретены, как показывает ее документальный каталог, самим Лобачевским»* [2]. А.М. Лежандр, например, с 1794 г. по 1832 г. опубликовал более 12 изданий учебника «Начала геометрии», получившего широкую известность. Как отмечает автор книги «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии», профессор математики Нижегородского университета Д.А. Гудков, *«почти в каждом новом издании Лежандр признавал ошибочность своих прежних доказательств 5-го постулата и давал новые»* [5]. Следует отметить, что в последующем Бартельс не возвращался к изложению проблемы параллельных своим казанским студентам.

Глубина освещения Бартельсом на лекциях проблемы параллельных объясняется тем, что он изучал ее не по опубликованным руководствам, а из первых уст, по исследованиям профессора Гельмштатского университета И.Ф. Пфаффа, у которого он учился с 1792 г. по 1794 г. (г. Брауншвейг). По рекомендации Пфаффа он переехал в Геттинген и изучал математику под руководством А.Г. Кестнера в течение двух лет. Можно предположить, что именно с подачи студента Мартина Бартельса его друг Карл Гаусс с 1782 г. начал заниматься исследованием причин безуспешности многочисленных попыток доказать пятый постулат. Вполне вероятно, что Бартельс и Гаусс обсуждали данный вопрос и позднее. (В.Ф. Каган полностью отрицает это, указывая, что их переписка носила сугубо личный характер и никаких математических вопросов не затрагивала [7]). О том, что Бартельс хорошо знал эту проблему, свидетельствует сам Гаусс в письме к Больяи в 1808 г.: *«Мой старый друг и первый мой учитель по математике Бартельс глубоко вник в предмет»* [6].

Справедливо задаться вопросом: мог ли магистр Н. Лобачевский получить от своего учителя Бартельса тему для исследования, касающуюся такой спорной проблемы? Очевидно, нет, ибо Бартельс хорошо знал мнению профессора Геттингенского университета Кестнера о невозможности решить эту проблему, он *«открыто советовал в своих лекциях с непонятым смирением принимать ее на веру, не отыскивая доказательств»* [6]. Этому же мнению придерживались профессор астрономии Геттингенского университета Зейферт и первый университетский профессор и наставник Бартельса Пфафф. В подобной ситуации Бартельс не мог предложить своему ученику заняться этой проблемой, но именно на его лекциях Лобачевский мог осознать всю сложность изучения геометрии. Увлечшись данной проблемой, он стал изучать имеющуюся литературу, пользуясь консультациями Бартельса. Была выработана программа домашних занятий Бартельса с Лобачевским в 1811 г., включающая изучение арифметики Гаусса и небесной механики Лапласа. Изучение арифметики, видимо, было продиктовано необходимостью устранить его пробелы в знаниях в результате самостоятельного отрывочного ее изучения в гимназии. Действительно, Лобачевский фактически не прошел полного курса арифметики и алгебры в гимназии в силу ряда причин: изменений в учебных планах, перемещения учителей и других организационных сложностей. Еще в 1808 г. Бартельс обратил на это внимание и предложил ему заняться арифметикой самостоятельно под его руководством. Об этом он сообщает в письме к Гауссу [3].

Углубленное изучение Лобачевским механики П.С. Лапласа можно объяснить следующими причинами. К началу XIX века некоторые ученые пришли к выводу, что доказать пятый постулат Евклида на основе земных геометрических построений невозможно и что при доказательстве следует основываться на законы механики. Очевидно, он имел возможность изучить книгу Ф. Швейкарта "Теория параллельных с предложением изгнания их из геометрии", опубликованную в 1807 г., содержащую неудачную попытку доказательства пятого постулата, в которой он *«указывал на то, что в обыкновенной теории параллельных вводится соотношение из области бесконечного»* [3]. Такой областью могла быть небесная сфера. Можно предположить, что Бартельс решил расширить и углубить познания Лобачевского в астрономии, заметив его интерес к проблеме параллельных.

Кроме того, изучение небесной механики Лапласа могло быть включено в программу с учетом желания Н. Лобачевского получить некоторые теоретические знания для астрономических наблюдений, проводимых под руководством профессора астрономии И.А. Литтрова. Можно считать, что с этого момента Н. Лобачевский начинает заниматься проблемой параллельных.

При этом некоторые ученые утверждают, что Бартельс не мог поощрять Лобачевского посвящать свои силы решению проблемы параллельных линий. Переписка Бартельса с коллегами из Дерпта после

1820 года доказывает, что он не считал новую геометрию Николая Ивановича имеющей большую ценность и не претендовал на участие в ее формировании [15].

Другие ученые полагают, что Лобачевский заинтересовался данной проблемой гораздо позднее, будучи преподавателем и столкнувшись с методическими трудностями. После первого опыта преподавания геометрии чиновникам перед молодым профессором встала задача создания научно и методически обоснованного курса геометрии. Он сосредоточил свои усилия на поисках простого и доходчивого метода ее изложения. Данную педагогическую задачу Лобачевский решал с позиции ученого, увидев за методическими трудностями серьезную научную и философскую проблему. Такой подход к педагогическим явлениям – это основная отличительная черта Лобачевского-педагога.

Известно, что уже в первые годы своей педагогической работы он пытался доказать постулат о параллельных как теорему. Об этом можно судить по сохранившимся студенческим записям его лекций 1815-1816 уч.г. [1] В них содержится доказательство леммы: *«Если сумма внутренних углов некоторого плоского треугольника равна двум прямым, то этот факт справедлив для всех плоских треугольников и, более того, справедлив пятый постулат Евклида»* [11]. Получен этот результат был в феврале 1817 года (ровно двести лет назад), тогда как А. Лежандр пришел к нему лишь через десять лет.

Историк математики Казанского университета XX века В.В. Вишневский утверждает, что интерес Лобачевского к проблеме постулата о параллельных Евклида *«сложился в процессе работы над рукописью книги «Геометрия» (1823), на которую академик Фусс дал нелестный отзыв»* [4]. Лобачевский так пишет об аксиоме параллельных: *«Строгого доказательства сей истины до сих пор не могли сыскать. Какие были даны – могут назваться только пояснениями, но не заслуживают быть почтены в полном смысле математическими доказательствами»*. Он подчеркивает, что *«параллелизм линий представляет трудность до сих пор непобедимую»*. Это заставило Лобачевского все вдумчивее вникать в построение основ геометрии и, наконец, прийти к мысли о совершенном отказе от этого постулата и замене его другим (на плоскости через точку, лежащую вне данной прямой, проходит более одной прямой, не пересекающей данную). Как известно, Лобачевский больше не возвращался к написанию данной книги. Спустя два года он представил совету физико-математического отделения доклад на тему: *«Сжатое изложение начал геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных линиях»*. Были назначены рецензенты данного сочинения (И.М. Симонов, А.Я. Купфер, Н.Д. Брашман), однако отзыв в совет так и не поступил, а текст доклада не сохранился.

Резюмируя вышеизложенное можно сделать вывод, что, не преувеличивая роль учителей Лобачевского в выборе тематики его научного исследования, следует отдать должное пылливому уму, настойчивости и мужеству ученого, позволивших ему прийти к революционному открытию начала XIX века, перевернувшему представления современников о природе пространства.

Литература

1. Бирман К.Р. О первых научных работах М.Ф. Бартельса // Вопросы истории естествознания, 1974. – С. 119 – 122.
2. Васильев А.В. Николай Иванович Лобачевский (1792-1856). – М.: Наука, 1992.
3. Васильев А.В. Н.И. Лобачевский (1793 – 1856). – СПб, 1914.
4. Вишневский В.В. // Казанский университет, 2006. – № 2.
5. Гудков Д.А. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Н. Новгород: ННГУ, 1992.
6. Загоскин Н.П. История Императорского Казанского университета за первые 100 лет его существования (1804 – 1904). – Казань. – Т. 2, 1902.
7. Каган В.Ф. Великий ученый Н.И. Лобачевский и его место в мировой науке. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1943.
8. Лаптев Б.Л. Бартельс и формирование геометрических идей Лобачевского // В сб.: Памяти Лобачевского посвящается. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1992. – С. 35-40.
9. Лаптев Б.Л. Н.И. Лобачевский и его геометрия. Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1976.
10. Николай Иванович Лобачевский: историко-биографический сборник. – Казань: ЖЫен, 2014.
11. Одинец В.П. Иоганн М.Х. Бартельс – не только наставник Гаусса и Лобачевского (к 240-летию со дня рождения И.М.Х. Бартельса) // Математика в высшем образовании. – 2009. – № 7. – С.147-160.
12. Шакирова, Л.Р. Тенденции поэтапного развития и содержание педагогической деятельности математической школы Казанского университета, 1804-1904 гг. Дисс. ... к.п.н. – Казань, 1998.
13. Шакирова Л.Р. Н.И. Лобачевский и математическая школа Казанского университета / Л.Р. Шакирова. – Казань: КГПУ, 2001.

14. Шакирова Л.Р. Казанская математическая школа, 1804 – 1954. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2002.
15. Duffy C., Nicholas Ivanovich Lobachevsky, In mem. Lobatschevskii, 1995, Volume 3, Part 2, 145–156.
16. Lumiste Ü. Martin Bartels as researcher: his contribution to analytical methods in geometry // *Historia Mathematica*, 1997, Volume 24, Part 1, 46-65.

УДК 929.52

О СОХРАНЕНИИ НАСЛЕДИЯ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО КАЗАНСКИМИ МАТЕМАТИКАМИ И ОБ ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ МУЗЕЯ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО В КАЗАНСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

**Широкова О.А., кандидат физико-математических наук, доцент,
Казанский федеральный университет, г. Казань,
shirokova2602@mail.ru**

Аннотация. Статья посвящена истории сохранения наследия Н.И. Лобачевского казанскими математиками и истории создания музея Н.И. Лобачевского в Казанском университете.

Ключевые слова: музей, Н.И. Лобачевский, казанские математики.

ABOUT HERITAGE PRESERVATION OF N.I. LOBACHEVSKY BY KAZAN MATHEMATICIANS AND ABOUT THE HISTORY OF THE CREATION OF THE MUSEUM OF N.I. LOBACHEVSKY AT KAZAN UNIVERSITY

**O.A. Shirokova, candidate of physico-mathematical sciences, associate professor,
Kazan Federal University, Kazan
shirokova2602@mail.ru**

Abstract. The article is devoted to the history of heritage preservation N. Lobachevsky by Kazan mathematicians and the history of the Museum of N. Lobachevsky at Kazan University

Keywords: museum, N. Lobachevsky, Kazan mathematicians.

«Идеи Н.И. Лобачевского дали развитию геометрии, да и всей математики в целом, мощный импульс, который в начале XX столетия привёл благодаря и другим открытиям аналогичного масштаба к радикальной перестройке всего здания математики. Однако в России имя Николая Ивановича Лобачевского оставалось в забвении, а значение его открытия для развития мировой науки было мало кому известно. Несомненно, этому способствовала и та резко негативная позиция, которую заняла в отношении работ Н.И. Лобачевского Российская Академия наук» [8]. Лишь «после десятков лет забвения в России его величайшего открытия неевклидовой геометрии, буквально за несколько лет в конце XIX в., она получила широкое признание» [3]. Ключевую роль для этого признания сыграла деятельность организованного в 1890 году Физико-математического общества при Казанском университете (КФМО), которое одной из главных своих целей поставило популяризацию идей Лобачевского, издание его трудов и увековечение его памяти. Главным организатором и вдохновителем этой деятельности стал Председатель КФМО профессор Александр Васильевич Васильев (1853–1929) – талантливый педагог, ученый широчайшего кругозора и энциклопедических знаний [2]. Характеристика деятельности других казанских учёных по распространению идей Лобачевского подробно описывается, например, в [6].

Несмотря на интересные геометрические работы казанских ученых рубежа XIX–XX веков, фактическое формирование Казанской геометрической школы произошло позднее и связано оно с деятельностью Петра Алексеевича Широкова. «П.А. Широкову принадлежит заслуга в организации широких геометрических исследований в Казанском университете. <...> С именем Петра Алексеевича связано возникновение Казанской геометрической школы, воспитавшей целый ряд блестящих ученых-геометров.

<...> Благодаря его трудам в Казанском университете возродилась школа геометров, преемственно связанная с исследованиями Н.И. Лобачевского» [4].

Личность и жизнь Н. И. Лобачевского всегда интересовали Петра Алексеевича. Он приложил немало усилий к популяризации идей Лобачевского и увековечению его памяти. Петр Алексеевич написал замечательное изложение геометрической системы Лобачевского [9]. Он ряд лет читал факультативные курсы по геометрии Лобачевского и выступал с научно-популярными лекциями, посвященными его открытию. П.А. Широков являлся членом юбилейной комиссии и принимал горячее участие в праздновании столетия открытия неевклидовой геометрии, происходившем 25 февраля 1926 г. в Казанском университете. Он выступал с докладом, редактировал материалы юбилейных торжеств [1], [7]. Живейшее участие принимал Петр Алексеевич в организации и проведении двух международных конкурсов на премию имени Лобачевского – седьмого (в 1927 г.) и восьмого (в 1937 г.) [5]. Он был членом комиссии по присуждению премий, в 1927 г. рецензировал представленные комиссии работы Дирка Стройка (D. Struik, Роттердам). В 1940 году он осуществил издание сборника избранных трудов лауреатов восьмого конкурса.

В 1943 году в канун празднования 150-летнего юбилея Н. И. Лобачевского П.А. Широков совместно с Н.Г. Чеботаревым подготовили докладную записку об организации музея-квартиры Н.И. Лобачевского.

Ещё в 1941 г. в двадцатом томе «Известий КФМО» было сообщено о планах казанских математиков создать библиотеку Lobatschevskiana и музей Н.И. Лобачевского. Усилиями ряда поколений библиотека была создана и в настоящее время насчитывает свыше 5000 названий книг и оттисков научных статей. Что касается музея, то создать его в Казанском университете оказалось значительно труднее.

Сын П.А. Широкова – Александр Петрович Широков в [4] пишет об отце: «В его документах сохранилась написанная им «Докладная записка об организации в Казани музея имени Лобачевского», которую должен был подписать председатель юбилейной комиссии Н.Г. Чеботарев. С тех пор прошло свыше пятидесяти лет, в этом году открыт дом-музей Лобачевского в Козловке, а Казанский университет так и не может организовать открытие музея-квартиры Лобачевского, несмотря на большие старания директора Музея истории университета Стеллы Владимировны Писаревой. Будем всё же надеяться, что к своему 200-летию Казанский университет сумеет создать музей-квартиру Лобачевского, и я хочу завершить свои воспоминания текстом указанной докладной записки, которую можно рассматривать как завещание, с которым Петр Алексеевич Широков и его друг Николай Григорьевич Чеботарев обратились к своим потомкам:

«Основной задачей создания музея им. Лобачевского является объединение в одном месте и хранение всех многочисленных материалов, относящихся к жизни и деятельности великого геометра, а также организация научно-исследовательской работы по глубокому и всестороннему изучению его биографии и творчества. Материалы эти в настоящее время разбросаны в самых разнообразных местах (различных библиотеках, кабинетах Казанского университета, музеях, архивах, в Государственном издательстве и т. д.); сохранность их ничем не гарантирована, не произведен учет этих материалов, не организовано их систематическое изучение. Между тем творчество Лобачевского, выдвинувшего русскую науку ещё в начале прошлого века на одно из первых мест в мире, его изумительная педагогическая и административная работа, его кипучая деятельность, направленная к просвещению народных масс и насаждению в нашей стране культуры во всех проявлениях жизни нашего народа, заслуживает такого же серьезного изучения, как и деятельность таких наших гениев, как Ломоносов, Пушкин, Менделеев и др. Прошло уже 87 лет со смерти этого исключительного революционера в области научной мысли, но до сих пор не создана серьёзная его биография, не изучены пути его творчества, и даже некоторые его рукописи не только не опубликованы, но даже неизвестны для научных исследователей. Как это ни тяжело, но нужно прямо признать, что наша страна до сих пор не уделяла должного внимания этому своему гению, между тем как за границей было сделано многое для выяснения его творчества и популяризации его идей; следует отметить, что серьёзные исследования, устанавливающие несомненный приоритет Лобачевского в создании неевклидовой геометрии и независимость его работ от исследований Гаусса, принадлежат западноевропейским ученым. Только Казанское Физико-Математическое Общество и некоторые отдельные ученые, как проф. А.П. Котельников и В.Ф. Каган, приложили много усилий к популяризации идей Лобачевского и увековечению его памяти, между тем как Академия наук и другие университеты, кроме Казанского, до сих пор оставались в стороне от разработки и распространения его идей.

В Казани существуют 2 музея, посвященных двум гениям нашего народа – Ленину и Горькому. Теперь необходимо создать музей им. Лобачевского, отдавшего всю свою жизнь служению науке, Казанскому университету и насаждению народного просвещения в Приволжском крае. В связи со 100-летним юбилеем со дня рождения Лобачевского Казанским Физико-Математическим Обществом был сооружен памятник Лобачевскому перед Казанским университетом. В торжественный день 150-летнего юбилея наша страна должна отметить величие своего гения созданием нового, более величественного памятника – научно-исследовательского учреждения его имени, посвященного увековечению его памяти, разработке и популяризации его идей.

Музей им. Лобачевского должен быть учрежден как самостоятельное научно-исследовательское учреждение при Наркомпросе РСФСР. Основной базой для создания материальной части музея послужит библиотека им. Лобачевского при Казанском Физико-Математическом Обществе, включающая в себя богатейшее собрание математических книг, относящихся к эпохе создания неевклидовой геометрии, а также её развития в XIX и XX столетиях. В музей должны быть переданы все рукописи Лобачевского, хранящиеся в различных архивах, библиотеках, кабинетах Казанского университета и музеях, а также материалы, относящиеся к его жизни и творчеству (подлинники портретов, графические материалы, относящиеся к его деятельности как члена строительного комитета Казанского университета, и т. п.). Музей должен производить систематическое собирание материалов, характеризующих постановку научной и педагогической работы в Казанском университете эпохи Лобачевского, рукописи его учителей, современных ему казанских профессоров и его учеников, записи его лекций, переписку, характеризующую его деятельность и состояние Казанского университета того времени.

Помещение. Музей необходимо организовать в той квартире, в которой жил Лобачевский в эпоху создания неевклидовой геометрии; в настоящее время в ней помещается геометрический кабинет Казанского университета, в котором находится библиотека им. Лобачевского, 2 подлинных его портрета и бюст работы Диллон. Академии наук необходимо принять срочные меры к восстановлению в первоначальном виде 3 комнат этого кабинета, временно отведенных под квартиру академику Чудакову.

Научно-исследовательская работа музея им. Лобачевского должна быть сосредоточена в первое время на глубоком изучении биографии Лобачевского и его научного творчества по архивным материалам. После того, как будут в достаточной мере выяснены эти вопросы, музей должен включить в свою работу темы более широкого характера: 1) детальное изучение истории возникновения неевклидовой геометрии; 2) изучение постановки преподавания математических дисциплин в школах и университетах нашей страны в эпоху XVIII и первой половины XIX в.; 3) историю физико-математического факультета Казанского университета; 4) историю распространения идей неевклидовой геометрии в нашей стране и за границей и т. д. Штат музея им. Лобачевского включает в себя: 1) директора музея (он же руководитель научно-исследовательской работы); 2) старшего научного сотрудника; 3) хранителя музея; 4) двух технических служащих» [4].

Далее Александр Петрович Широков пишет: «Я не буду здесь останавливаться на вопросе о том, что, как выяснилось впоследствии, музей-квартиру Лобачевского следует создать не в здании бывшего геометрического кабинета, а на втором этаже кабинета механики. В остальном начертанная программа ждет своего воплощения».

Заметим, что эти воспоминания Александр Петрович Широков написал в 1994 году, когда был открыт музей Н.И. Лобачевского в Козловке, в доме, построенном самим Лобачевским в 1848 году. До нынешнего года он оставался единственным в России музеем Лобачевского. Что касается программы, начертанной двумя выдающимися математиками Казанского университета [10], то с момента ее создания минуло уже почти 75 лет.

В 1992 году в дни празднования 200-летия со дня рождения Н.И. Лобачевского при активном участии кафедры геометрии стараниями сотрудников Музея истории университета в Казанском университете была открыта экспозиция, посвященная его жизни и деятельности. К сожалению, в 2011 году эта экспозиция была демонтирована. Её экспонаты до 2017 года хранились в фондах музея истории Казанского университета, в экспозиции которого оставался лишь небольшой уголок, посвященный Н.И. Лобачевскому.

В связи с 225-летием со дня рождения Н.И. Лобачевского и объявлением 2017 года Годом Лобачевского Казанский университет выступил с инициативой открытия музея Н.И. Лобачевского. Для создания музея выбран так называемый «ректорский дом» в университетском комплексе, где на втором

этаже размещалась квартира Н.И. Лобачевского. В этом доме он жил с 1827 по 1846 гг., осуществляя на протяжении 19 лет управление Казанским университетом. Здесь были созданы его основные труды по неевклидовой геометрии.

Таким образом, планы казанских математиков середины XX века наконец-то находят свое реальное воплощение.

Литература

1. In memoriam N. I. Lobatschevskii. П. – М.: Главнаука, 1927
2. Бажанов В.А. Александр Васильевич Васильев, 1853–1929: Ученый, организатор науки, общественный деятель. – Казань: Изд-во Казанского Ун-та. 2002. – 32с.
3. Изотов Г.Е. Казанское физико-математическое общество. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2003. – 32с.
4. Лаптев Б.Л., Широков А.П., Вишневский В.В. Петр Алексеевич Широков, 1895–1944. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2001. – 28с.
5. Международный конкурс на соискание премии имени Николая Ивановича Лобачевского (1937). Отчет. Казань: изд. Казан. физ.-мат. об-ва при Казан. ун-те, 1937. Приложение к отчету: Э. Картан. Группы голономии обобщенных пространств. С. 61–110. Э. Картан. Теория групп и геометрия. С. 111–141. Э. Картан. Метрические пространства, основанные на понятии площади. С. 143–194. В.Вагнер. Дифференциальная геометрия неголономных многообразий. С. 195–262.
6. Норден А.П., Широков А.П. Наследие Н.И. Лобачевского и деятельность казанских геометров // УМН. 1993. Т.48, вып.2(290). С. 47–74.
7. Столетие неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевского. – Казань: Изд. Казан. Физ.-мат. об-ва при Казанском ун-те, 1927.
8. Шапуков Б.Н. Предисловие к книге Изотова Г.Е. Казанское физико-математическое общество. // Изотов Г.Е. Казанское физико-математическое общество. – Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2003. – 32с.
9. Широков П.А. Краткий очерк основ геометрии Лобачевского. 2-е изд. – М.: Наука, 1983. – 77с.
10. Широкова О.А. Основатель Казанской геометрической школы Петр Алексеевич Широков // Математика в высшем образовании, Раздел «История математики и математического образования», 2015. № 13 – с. 165-184.

СЕКЦИЯ 3

АНАЛИЗ И ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ, ТРАДИЦИОННЫХ И ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К МОДЕРНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.02

БАЗОВЫЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СПОСОБНОСТИ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

**Боженкова Л. И., доктор педагогических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Московский педагогический государственный университет», г. Москва krasell@yandex.ru**

Аннотация. Рассмотрены базовые интеллектуальные способности и их специфика в обучении геометрии. Охарактеризована способность моделирования в обучении геометрии. Показано развитие способности понимания при работе с учебной информацией геометрии. Описана связь способности к дедуктивным рассуждениям с аксиоматическим методом в геометрии.

Ключевые слова: преобразование учебной информации; понимание; уровни понимания; индуктивные и дедуктивные рассуждения; аксиоматический метод; интеллектуальные умения.

BASIC INTELLECTUAL ABILITIES IN TRAINING GEOMETRI

**L.I. Bozhenkova, doctor of pedagogical sciences, associate professor,
Federal state budgetary educational institution of higher education
«Moscow state pedagogical University», Moscow
krasel1@yandex.ru**

Abstract. Basic intellectual abilities are considered and their specificity in the teaching of geometry. The ability of modeling in teaching geometry is characterized. The development of the ability understand when working with geometry information is shown. The relation of ability to deductive reasoning with an axiomatic method in geometry is described.

Keywords: transformation of educational information; understanding; levels of understanding; inductive and deductive reasoning; axiomatic method; intellectual skills.

В когнитивной психологии выявлены базовые интеллектуальные способности - моделирования, понимания, способность к индуктивному и дедуктивному рассуждениям [13]. В обучении способности развиваются через формирование адекватных умений. С. Л. Рубинштейн показал, что известный уровень развития способностей является предпосылкой, внутренним условием освоения человеком определённых знаний, формирования умений, а в процессе усвоения знаний и умений развиваются способности. Он отмечал, что способности не сводятся к знаниям и умениям, а являются выражением той прибавки, которую получают эти конструкты, если они усвоены субъектом и включены в уже существовавшую целостную систему его умений [12]. Охарактеризуем указанные интеллектуальные способности и покажем, что их развитие является характерной, неотъемлемой особенностью процесса обучения геометрии, осуществляемое посредством формирования определённых умений [4].

Способность моделирования - одна из важнейших, необходимых для успешного обучения. Р. Ф. Абдеев отмечает: “процесс получения информации всегда сопровождается построением модели, что указывает на неразрывную связь между получением новых знаний и моделированием” [1, с. 54]. Термин «модель» широко используется и часто в различных значениях. Воспользуемся философским определением этого понятия, данного В. А. Штофом: “Под моделью понимается такая мысленно представляемая или материально реализованная система, которая, отображая или воспроизводя объект исследования, способна замещать его так, что её изучение даёт нам новую информацию об этом объекте” [15, с. 19]. Выделяют два типа моделей по виду преобразования: вещественные и мысленные. Модели

первого типа допускают предметное преобразование, и включают: а) отображающие пространственные особенности объектов; б) имеющие физическое подобие с оригиналом; в) математические и кибернетические – отображающие структурные свойства объектов. Модели второго типа допускают лишь мысленное преобразование и включают: а) образно - иконические (чертежи, рисунки, таблицы, схемы и т.п.); б) знаковые (формулы, словесные формулировки и т.п.) [15].

По мнению А. Д. Александрова, В. И. Арнольда, М. М. Постникова и др. предметом математики являются модели, при этом модель рассматривается как логическая структура, в которой описан ряд отношений между её элементами [11]. В обучении математике рассматривается два условных направления процесса построения моделей. Первое связано с построением математических моделей реальной действительности. В работах известного методиста и математика Г. Фройденталя отмечается, что обучение геометрии имеет смысл, если только используются связи с окружающим пространством, “геометрия является одной из лучших возможностей обучения математизировать реальную действительность” [14, с. 40]. Второе направление характеризуется тем, что модель получается в результате преобразования математической информации. Предметом изучения геометрии являются такие единицы учебной информации как: понятия и их определения, формулировки теорем и их доказательства, геометрические задачи, учебные тексты, математические теории и др. [4]. Большинство моделей представления информации сводится к пяти типам, из которых используются в процессе обучения геометрии все, кроме фреймовой. Например, это - схемы: определения понятий, структур теорем, поиска решения задач и др. (логические модели); разнообразные систематизирующие таблицы, информационные схемы (реляционные модели); различные классификационные схемы (семантические модели); предписания алгоритмического, полуалгоритмического типов для решения классов геометрических задач и др. (продукционные модели) [4].

В обучении геометрии рассмотренные модели получаются в результате использования следующих приёмов преобразования учебной информации: схематизация, группировка, структурирование, достраивание запоминаемого материала, алгоритмизация [4]. Трудности и проблемы, возникающие в обучении геометрии, связаны с недостаточно сформированным умением переходить от одного способа представления информации к другому, поэтому необходимо уделять специальное внимание формированию у учащихся умений преобразования информации.

Отметим особенно такой способ преобразования учебной информации, как алгоритмизация. Анализ содержания задачного материала школьного курса геометрии показал, что есть объективная возможность представить сложные действия, выполняемые при решении геометрических задач, в виде организованной совокупности простых действий. Анализ методов решения геометрических задач, выполненный с целью выяснения возможностей использования предписаний, показал, что алгоритмизации подлежат задачи на построение и задачи, решаемые аналитическими методами [3, 4].

Таким образом, необходимым условием успешного усвоения учебной информации школьного курса геометрии является её преобразование, с целью получения визуальных опорных схем, отражающих характерные, специфические свойства отдельных единиц учебной информации во всём многообразии логических связей между ними – моделей изучаемой учебной информации. Усвоенные учениками умственные приёмы преобразования учебной информации школьного курса геометрии становятся интеллектуальными умениями, развивающими способность моделирования при изучении геометрии [4].

Со способностью моделирования теснейшим образом связана базовая интеллектуальная *способность понимания*. Эта способность, как одна из важнейших категорий, наряду со знаниями, умениями, навыками входит в таксономию учебных достижений учащихся и используется для оценки эффективности систем обучения. В психологии понимание рассматривается как психический процесс включения информации о чём-либо, в прежний опыт ученика, в усвоенные ранее знания и постижение на этой основе смысла и значения события, факта, содержания воздействия. К формам понимания относятся: классификация предметов, подведение частного под общее понятие, раскрытие причинных связей явлений, их внутренней структуры. Исследуя проблему понимания, В. В. Знаков выделяет три уровня понимания: понимание-узнавание, понимание-гипотеза, понимание-объединение [9].

В процессе обучения геометрии естественно говорить о понимании учениками составляющих учебного текста: определений понятий, теорем, методов решения задач определённых типов и классов, подлежащих усвоению. Так, о сформированности способности понимания изученного определения понятия, свидетельствует наличие у ученика умений: составить классификационную схему (понимание-объединение); подвести объект под понятие, вывести следствия из факта принадлежности объекта объёму данного понятия (понимание-узнавание) и др. При установлении связей между известными и неизвестными объектами геометрической задачи, при мысленном объединении составляющих элементов си-

туации в единое целое и т.д. развиваются дивергентные способности (понимание-гипотеза). Если требуется выявить общий способ решения задач определённого типа, то имеет место понимание-объединение т.к. неизвестным оказывается способ объединения отдельных частей в целостную структуру – предписание для решения задач определённого класса. То есть, при составлении учениками предписаний имеют место понимание-гипотеза и понимание-объединение, а при использовании таких предписаний имеет место понимание-узнавание [4, 5].

Понимание учебного содержания параграфа (пункта) школьного учебника геометрии – непростая задача даже для подготовленного ученика, читающего текст самостоятельно. Чтобы понимание стало средством усвоения знаний, необходимо сделать его целью обучения. То есть, в умственном опыте ученика должны быть знания о том, как *понимать* процесс понимания. Исследуя проблему, связанную с пониманием смысла новой информации, американские психологи К. А. Роусон и Дж. Данлоски установили, что понимание связано с оценкой самим человеком того, насколько хорошо он понимает текст [16]. К ориентирам, свидетельствующим о понимании текста, учёные относят следующие умения: преобразование изученного материала из одной формы в другую; интерпретация изученного материала; предположения о дальнейшем ходе развития действий, явлений и др. Если понимание человека проявляется в овладении этими ориентирами, то у него сформирован метакогнитивный контроль понимания. Проблема понимания связана с задачей извлечения знаний из текста и выделения его смысла, для чего в инженерии знаний разработана процедура понимания текста [2]. Трансформация этой процедуры в процесс обучения геометрии, использование уровней и условий понимания, типов моделей представления учебной информации позволили разработать структуру процесса активизации понимания учебного текста школьного курса геометрии (таблица 1) [4]. Шаги 1 – 3 этой процедуры позволяют ученику приступить к изучению новой информации, актуализируя содержание наличного умственного опыта, прогнозировать содержание материала, подлежащего изучению. Ученики представляют учебную информацию в виде определённых опорных схем, первоначально несовершенных, уточняя их при выполнении следующих шагов. На третьем шаге, используя аналогию, ученики выдвигают гипотезы о формулировках некоторых теорем, пытаются установить их истинность (четвёртый шаг процедуры). Пятый и шестой шаги процедуры позволяют целенаправленно сравнить полученные результаты (свои предположения) с содержанием учебной информации изучаемого параграфа (пункта). При таком подходе к изучению нового выполняются условия продуктивного произвольного запоминания учебной информации, у учащихся возникает познавательный интерес, который развивается при дальнейшем освоении темы на выбранном уровне с использованием определённых интеллектуальных умений [4].

Таблица 1

Структура процесса активизации понимания учебного текста школьного курса геометрии

<i>Уровни понимания учебных текстов</i>	<i>Процедуры понимания учебных текстов школьного курса геометрии</i>	<i>Конструирование ситуаций, посредством которых реализуется понимание текстов</i>
<i>предпонимание</i>	1) выдвижение предварительной гипотезы о смысле всего текста (предугадывание);	1) конструирование отдельной ситуации, совместимой с учебной информацией, имеющейся в распоряжении;
<i>понимание – гипотеза</i>	2) выявление значений непонятных слов (предположение);	
<i>понимание – гипотеза</i>	3) возникновение общей гипотезы о содержании текста (о знаниях);	2) конструирование отдельных утверждений по аналогии с существующей структурой
<i>понимание – гипотеза</i>	4) формирование смысловой структуры текста за счет установления внутренних связей между ключевыми фрагментами, за счет образования абстрактных понятий, обобщающих конкретные фрагменты знаний	3) конструирование различных моделей единиц учебной информации: определений понятий, формулировок теорем, процедур поиска и оформления доказательств теорем.
<i>понимание – объединение</i>		
<i>понимание – узнавание, понимание - гипотеза, понимание - объединение</i>	5) восприятие и извлечение учебной информации; 6) корректировка общей гипотезы, относительно обнаруженной в тексте информации	4) уточнение набора полученных схем; 5) конструирование новых информационных схем учебного содержания; 6) воспроизведение воспринятого

Успешное использование процедуры понимания на любом (даже начальном) этапе освоения школьного курса геометрии предполагает наличие у ученика: а) знаний и интеллектуальных умений, которые к моменту освоения новой учебной информации объективно известны; б) представлений о структурированности учебного содержания (понятия; отношения между понятиями, описывающиеся с помощью теорем; теоремы-свойства, теоремы-признаки; различные типы геометрических задач, методы их решения и др.); в), понимания того факта, что новая учебная информация выводится из уже известных знаний школьного курса геометрии; г) желания предпринять попытку поиска тех взаимосвязей между собственным знанием и учебной информацией, подлежащей усвоению, которые позволят подойти к открытию нового знания. При первоначальной организации понимания текста эта процедура может быть упрощена и трансформирована в приём работы с учебным текстом [4, 5].

Развитию понимания учебной информации на этапе применения знаний способствует составление геометрических задач - одного из важнейших средств развития креативности учащихся. Обучение учащихся составлению задач следует осуществлять постепенно, с первых шагов обучения геометрии [4].

Процессы понимания доказательства теорем и решения задач тесно связаны с базовой интеллектуальной способностью к индуктивным и дедуктивным рассуждениям, которая определяет самостоятельность мышления. Индукция позволяет вывести на уровень сознания подсознательный процесс выдвижения гипотез, что способствует достижению успеха при решении задач. Эта способность предполагает выход ученика за пределы данной ему информации для выполнения обобщения. С. Л. Рубинштейн отмечал, что «к общим понятиям или положениям в науке приходят двумя путями: в результате процесса обобщения - путь индукции; в результате анализа, выделяющего существенные свойства, стороны и соотношения явления; он лежит, в конечном счёте, и в основе первого пути» [13, с. 90]. Поэтому, у учащихся необходимо формировать умения использовать индуктивные рассуждения при освоении школьного курса геометрии, для чего схемы, лежащие в основе индуктивного рассуждения и видов индукции (полной, неполной, математической) полезно включить в содержание метазнаний [4].

В основе дедуктивного рассуждения лежит способность к дедукции, развивающаяся посредством совершенствования дедуктивного мышления (вывод логических умозаключений из имеющихся посылок). Так как в дедуктивном умозаключении происходит объединение знаний, данных в отдельных посылках, то его связывают с анализом и синтезом. В. И. Арнольд отмечал, что каждый школьник должен овладеть умением строгого логического рассуждения и возможностью получать этим способом надёжные выводы [11]. Наиболее распространённая схема рассуждений (обоснования суждений), введённая Аристотелем и используемая при дедуктивном умозаключении, - силлогизм [10]. К использованию силлогизмов в процессе обучения геометрии можно подходить двумя путями. Первый – явное их использование, что предполагает достаточно серьёзное знакомство с элементами логики, этот путь вряд ли возможен в условиях обучения в массовой школе, но вполне допустим в рамках профильной дифференциации обучения. Второй путь - использование силлогизмов на содержательном уровне – приемлем без ограничений. В этом случае используются термины: обоснование (большая посылка); условие и промежуточное условие (малая посылка); вывод (промежуточный вывод) [4].

Использование силлогизмов вносит вклад в понимание сущности аксиоматического метода. С дидактической точки зрения разница между аксиоматикой и традиционной дедуктивностью разъясняется с помощью терминов «глобальное упорядочение» и «локальное упорядочение» соответственно [14]. Г. Фройденталь считает, что учащихся не следует обучать аксиоматике в школе, но следует рассматривать процесс аксиоматизации, то, что так высоко ценит настоящий математик – «локальные упорядочения». Он отмечает, что в «локальном упорядочении» речь идёт не о полной аксиоматически обоснованной теории упорядочения, не о сложных дедуктивных рассуждениях, а о таком процессе, когда осознаются наглядные, но не всегда сознательно воспринимаемые факты [14]. Процесс творческой переработки информации при изучении отдельных тем школьного курса геометрии, когда школьник осваивает её в процессе собственной деятельности, целесообразно связать с «локальным упорядочением». Примером таких упорядочений является работа с геометрическими понятиями, «открытие» теорем, «открытие» теории параллелограмма [4].

Краткое раскрытие истории аксиоматического метода от Евклида до Гильберта, роли научной деятельности Д. Гильберта в создании аксиоматического метода, понятие абсолютной геометрии, история пятого постулата, рассказ об открытиях геометрии Лобачевского, рассмотрение на доступном уровне различных интерпретаций геометрии Лобачевского с учащимися, интересующимися математикой, изу-

чение всеми учащимися биографии Н. И. Лобачевского, основных этапов его педагогической деятельности - способы создания у учащихся представлений о значении аксиоматического метода в познании, расширение их знаний [8].

Определённый вклад в создание представлений об аксиоматическом методе вносит иллюстрация аксиоматики Г. Вейля на заключительном этапе обучения теме «Векторы» в планиметрии [7]. Выделение первоначальных понятий и операций над ними, рассмотрение аксиом, введение на их основе определений и теорем, которые хорошо известны учащимся, рассмотрение известных объектов с новых теоретических позиций, введение определения понятия прямой, которая в евклидовой геометрии являлась неопределяемым понятием и др. расширяет представления учащихся о геометрии, вносит свой вклад в понимание её основополагающих идей [4, 6].

К умениям, развивающим способность к индуктивным и дедуктивным рассуждениям, относятся те, в результате использования которых, формулируется некоторое суждение. Главной характеристикой этих умений, с точки зрения их содержания, является использование комплекса основных мыслительных операций: анализа, синтеза, сравнения, обобщения, как средства получения свойств и признаков объектов. В «чистом» виде эти операции крайне редко используются в обучении геометрии. Различные их сочетания, зависящие от специфики учебной информации курса геометрии, образуют системы интеллектуальных действий [4].

Учёт специфики школьного курса геометрии в развитии базовых интеллектуальных способностей и выполненные: логико-математический, логико-дидактический анализ процессов формирования математических понятий, обучения доказательству теорем, решения геометрических задач; анализ исследований, представленных в теории и методике обучения математике, связанных с этими процессами позволили, отобрать, составить и систематизировать приёмы умственных действий. Их использование обучающимися при изучении геометрии будет способствовать развитию интеллектуальных способностей учащихся [4].

Литература

1. Абдеев Р.Ф. Философия информационной цивилизации. – М.: ВЛАДОС, 1994. – 336 с.
2. Базы знаний интеллектуальных систем / Гаврилова Т. А. – СПб.: Питер, 2001. – 384 с.
3. Боженкова Л. И. Алгоритмический подход в обучении геометрии учащихся 6-8 классов: дис. ... канд. пед. наук. – Москва: МГПИ им. В. И. Ленина, 1990. – 170 с.
4. Боженкова Л. И. Теоретические основы интеллектуального воспитания учащихся в обучении геометрии: Монография. – Калуга: КПКУ, 2007. – 281 с.
5. Боженкова Л. И. Развитие способности понимания в обучении математике / Математика: фундаментальные и прикладные исследования и вопросы образования: материалы международной научно-практической конференции. – Рязань: РГУ им. С.А. Есенина, 2016. – С. 357-362.
6. Боженкова Л. И. Научные основы школьного курса геометрии в обучении // Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 2 (14). – С. 11-16.
7. Болтянский В. Г., Яглом И. М. Векторы в курсе геометрии средней школы. Пособие для учителя. – М.: Учпедгиз, 1962. – 96 с.
8. Историко-математические исследования: Выпуск IX (посвящён 100-летию со дня смерти Н.И. Лобачевского) / Под редакцией Г. Ф. Рыбкина, А. П. Юшкевича. – М.: ГИТТЛ, 1956. – С. 5-168.
9. Знаков В. В. Понимание как проблема психологии мышления // Вопросы психологии. – 1991. – № 1. – С. 18-26.
10. Лакатос И. Доказательства и опровержения (Как доказываются теоремы). Пер. с англ. – М.: Наука, 1967. – 152 с.
11. Математика в образовании и воспитании. Сост. В.Б. Филиппов. – М.: ФАЗИС, 2000. – 256 с.
12. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. – СПб.: Питер, 2000. – 705 с.
13. Солсо Р. Когнитивная психология. – СПб.: Питер, 2002. – 592 с.
14. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача. Ч. 1. /Под ред. Н. Я. Виленкина. - М.: Просвещение, 1982. – 208 с.
15. Штофф В. А. Моделирование и философия. – М.: Наука, 1966. – С. 19.
16. Rawson K. A., Dunlosky J. Are performance predictions for text based on ease of processing? // Journal of experimental psychology: learning, memory and cognition. – 2002. – V. 28. – N 1. – p. 69-80.

ИНТЕГРАЦИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

**Бушмелева Н.А., кандидат педагогических наук, доцент,
Вятский государственный университет, г. Киров
na_bushmeleva@vyatsu.ru**

**Разова Е.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Вятский государственный университет, г. Киров
ev_razova@vyatsu.ru**

Аннотация. В работе приводится иллюстрация интегративного подхода математической подготовки бакалавров при организации обучения теории чисел, который заключается в построении и анализе математических моделей и построении алгоритмов при решении задач теории чисел.

Ключевые слова: интегративный подход в обучении, обучение математике в вузе.

INTEGRATION OF THE TEACHING OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE IN THE STUDY OF NUMBER THEORY

**N.A. Bushmeleva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Vyatka State University, Kirov
na_bushmeleva@vyatsu.ru**

**E.V. Razova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Vyatka State University, Kirov
ev_razova@vyatsu.ru**

Abstract. The work illustrates the integrative approach of mathematical training of bachelors in the organization of training in number theory, which consists in the construction and analysis of mathematical models and the construction of algorithms for solving problems in number theory.

Keywords: integrative approach in teaching, teaching mathematics in higher education.

Современный этап развития общества характеризуется стремительным увеличением объема информации и развитием средств информационных и коммуникационных технологий, используемых во многих областях деятельности человека. С постоянно возрастающим объемом информации важно сформировать у обучающихся навыки работы с информацией такие, как поиск, систематизация, анализ. Поэтому особую значимость приобретают информатизация и фундаментализация образования. Их следует рассматривать как целенаправленно организованный процесс обеспечения сферы образования методологией, технологией и практикой создания и оптимального использования методик, ориентированных на реализацию научно-методических и практических основ фундаментального образования и на использование возможностей информационных и коммуникационных технологий.

Современному студенту важно понимать значимость получаемых им знаний, важно иметь ответ на вопрос о необходимости изучать тот или иной курс предметной подготовки. Современное образование должно быть нацелено на новые ориентиры профессиональной реализации, должно быть изменено представление о целях и ценностях образования, требуется пересмотр содержания подготовки. Возникает необходимость повышения уровня межпредметных знаний, в частности в области математики и информатики. Методическая система интегрированного изучения математики и информатики приобретает в современных условиях принципиально новое значение. Такой подход должен позволить показать практическую значимость классических разделов «чистой» математики, ее роль в развитии других областей науки.

Одним из таких разделов классической математики является теория чисел, изучение которого включено в образовательные программы многих направлений подготовки информационного, технического и математического профилей. В учебниках и учебных пособиях для вузов по теории чисел [1, 2, 4, 5] традиционно находят свое отражение следующие разделы:

1. *Теория делимости в кольце целых чисел*

Делимость целых чисел, свойства делимости. Теорема о делении с остатком. Общий делитель, наибольший общий делитель (НОД), свойства НОД. Алгоритм Евклида. Теорема о линейном разложении НОД. Наименьшее общее кратное (НОК), свойства НОК. Взаимно простые числа, свойства взаимно простых чисел.

2. Простые и составные числа. Основная теорема арифметики

Простые и составные числа, свойства простых чисел. Основная теорема арифметики. Описание делителей натурального числа. Количество $\tau(n)$ и сумма $\sigma(n)$ делителей натурального числа. Каноническое разложение натуральных чисел. Нахождение НОД и НОК с помощью канонических разложений. Теорема Евклида. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена. Важнейшие функции в теории чисел: $[x]$ и $\{x\}$ их свойства.

3. Мультипликативные функции и их примеры

Мультипликативные функции и их свойства. Примеры мультипликативных функций: число делителей данного числа, сумма делителей, функция Мебиуса, функция Эйлера.

4. Цепные дроби

Цепные дроби. Разложение рациональных чисел в цепную дробь. Подходящие дроби, вычисление подходящих дробей, переход от цепной дроби к неправильной. Свойства подходящих дробей. Полное и неполное частные подходящих дробей. Разложение иррациональных чисел в цепную дробь. Периодичность бесконечной цепной дроби. Приближение иррациональных чисел подходящими дробями.

5. Теория сравнений

Отношение сравнимости по модулю и его основные свойства. Классы вычетов по данному модулю, свойства классов вычетов. Кольцо Z_n , поле Z_p и группа Z_n^* . Делители нуля в кольце классов вычетов. Полная и приведенная система вычетов. Мультипликативная группа обратимых элементов. Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Тожество Гаусса.

6. Сравнения 1-ой степени

Сравнения первой степени и их решение. Неопределенные уравнения. Системы сравнений. Решение систем сравнений. Китайская теорема об остатках. Теорема Вильсона. Сравнения высшей степени по простому модулю. Сравнения по составному модулю. Показатель класса.

7. Первообразные корни и индексы. Двучленные сравнения

Первообразные корни, теоремы о существовании первообразных корней. Индексы, таблицы индексов. Теоремы о первообразных корнях и индексах. Двучленные сравнения по простому модулю. Вычет n -ой степени по простому модулю. Теорема о числе классов вычетов.

8. Сравнения 2-ой степени

Квадратичные вычеты и невычеты. Сравнения 2-ой степени по простому модулю. Символ Лежандра, свойства символа Лежандра. Критерий Эйлера. Закон взаимности. Символ Якоби, свойства символа Якоби. Сравнения 2-й степени по составному модулю

9. Дискретное логарифмирование

Логарифмирование в конечных полях. Примеры логарифмирования в конечных полях. Сложность алгоритмов логарифмирования в конечных полях.

Материал курса «Теория чисел» концентрирует в себе достаточно большой теоретико-числовой материал и богатую алгоритмическую составляющую. Методы информатики применяются здесь для эффективного решения задач теории чисел и ее приложений. На основе проведенного анализа теоретического материала и его приложений, выявлена его алгоритмическая составляющая:

- алгоритмы «длинной» арифметики;
- алгоритм Евклида;
- расширенный алгоритм Евклида;
- алгоритм разложения числа в цепную дробь;
- тесты проверки простоты числа (решето Эратосфена, тест на основе малой теоремы Ферма, свойства чисел Кармайкла, тест Рабина-Миллера и др.);
- генерация простых чисел (решето Эратосфена, алгоритмы построения больших простых чисел (числа Мерсена и др.));
- алгоритмы разложения числа на множители (факторизация числа);
- алгоритмы возведения числа в степень;
- алгоритмы решения линейных диофантовых уравнений;
- алгоритмы решения сравнений, систем сравнений;
- алгоритмы дискретного логарифмирования.

Кроме того, теоретико-числовой материал является фундаментом для решения таких задач информатики, как построение методов защиты информации [3]. В частности можно выделить следующие приложения теории чисел в криптографии:

- шифрование с открытым ключом (например, схема RSA);
- криптографические протоколы (например, системы Диффи-Хеллмана и Эль-Гамала);
- электронно-цифровая подпись (например, алгоритм DSA);
- аутентификация и идентификация (например, схема Клауса Шнорра, аутентификация на основе алгоритма RSA, схема Фейге-Фиата-Шамира).

Таким образом, изучение теории чисел, основанное на интеграции с вопросами и дисциплинами компьютерной подготовки, позволяет расширить базу задач и алгоритмов, позволяет продемонстрировать практическую значимость классического математического знания. При этом изучение теории чисел должно происходить с применением инновационных для математики, основанных на информатизации средств. Обучающиеся должны не только научиться решать математические задачи, но и уметь отобрать средства для их решения. При решении математических задач при изучении теории чисел необходимо уделять внимание не только чисто математическому решению, но и компьютерному моделированию теоретико-числовых задач, вопросам возможности реализации алгоритмов решения задач, поиску наиболее эффективных алгоритмов.

Именно программирование, представляющее собой деятельность, которая в узком смысле сводится к кодированию рассматриваемого алгоритма, а в широком является методологией информатики, то есть вычислительным экспериментом, должно стать средством организации обучения «Теории чисел». Оно открывает большие возможности для расширения круга решаемых задач, поскольку позволяет использовать в обучении, во-первых, задачи, требующие значительных вычислительных затрат для их решения, во-вторых, задачи, требующие использования комбинаторных методов решения.

Движущая сила образовательного процесса состоит в противоречии между теми задачами, которые ставятся перед студентом и его знаниями, умениями и навыками. Самостоятельная деятельность по устранению этого противоречия является залогом повышения качества обучения. Программирование как средство организации обучения при изучении курса стимулирует активность и самостоятельность обучающихся, способствует их развитию через преодоление собственных ошибок благодаря постоянной обратной связи, поддерживаемой компьютером. Оно способствует большей осознанности изучаемого теоретического материала, поскольку требует от студентов четкости в формализации используемого материала, точности в выражении своих мыслей и т.п. Построение математической модели прикладной задачи, разработка и обоснование алгоритма, его программная реализация и исследование позволяют сформировать навыки компьютерного моделирования, организации и проведения вычислительного эксперимента.

Построенная таким образом система обучения дисциплине «Теория чисел»:

- обеспечивает интеграцию математики и информатики;
- усиливает межпредметные связи изучаемого курса с другими науками, и имеет высокую прикладную направленность;
- способствует формированию представления о роли и месте математики, обеспечивает демонстрацию применения компьютерных технологий при исследовании математических задач;
- повышает математическую культуру учащихся;
- способствует привитию практических навыков математического моделирования и вычислительного эксперимента как инструментов учебной, научно-исследовательской и практической деятельности.

Интеграция математики и информатики при построении системы обучения дисциплине «Теория чисел» несет в себе огромный образовательный потенциал. Позволяет повысить математическую и алгоритмическую культуру, привить устойчивый интерес к математике через показ красоты, как самой математической теории, так и эффективное решение с помощью компьютера конкретных проблем теории чисел и ее приложений.

Литература

1. Бухштаб А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – М.: Просвещение, 1966. – 383 с.
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов; под ред. А.Э. Рывкина. – Изд. 6-е, испр. – Москва-Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 181 с.
3. Кнауб Л.В. Теоретико-численные методы в криптографии: учебное пособие / Л.В. Кнауб, Е.А. Новиков, Ю.А. Шитов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Сибирский федеральный университет. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2011. – 160 с.

4. Манин Ю.И. Введение в современную теорию чисел / Ю.И. Манин, А.А. Панчишкин. – М.: МЦНМО, 2009. – 552 с.

5. Сизый С.В. Лекции по теории чисел: учебное пособие / С.В. Сизый. - 2-е изд., испр. – М.: Физматлит, 2008. – 191 с.

УДК 378

ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ В КОНТЕКСТЕ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ПРАКТИКИ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

**Бушмелева Н.А., кандидат педагогических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
na_bushmeleva@vyatsu.ru**

**Соколова А.Н., кандидат педагогических наук,
ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
an_sokolova@vyatsu.ru**

Аннотация. Для студентов технических направлений подготовки учебная практика является неотъемлемой частью их профессионального становления, наряду с производственной практикой. Проблема исследования заключается в недостаточной разработанности методических подходов к организации учебной практики и ее содержательному наполнению, обеспечивающему формирование ряда общекультурных, профессиональных и специальных компетенций, необходимых для быстрой адаптации выпускников к условиям и специфике сферы деятельности. Целью исследования является определение методического потенциала геометрических алгоритмов в контексте отбора содержания учебной практики студентов ИТ-направлений. В статье выявлены виды деятельности студентов, позволяющие использовать геометрические алгоритмы для формирования навыков самостоятельной исследовательской деятельности и умений использовать современный инструментарий в решении теоретических и прикладных задач. Материалы статьи могут использоваться при проектировании содержания учебной практики студентов технических направлений подготовки.

Ключевые слова: высшее образование, учебная практика, геометрический алгоритм, обучение программированию, профессиональные компетенции

THE STUDY OF GEOMETRIC ALGORITHMS IN THE ORGANIZATION OF TRAINING PRACTICE FOR STUDENTS OF TECHNICAL UNIVERSITIES

**N.A. Bushmeleva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Vyatka State University, Kirov
na_bushmeleva@vyatsu.ru**

**A.N. Sokolova A.N., candidate of pedagogical sciences,
Vyatka State University, Kirov
an_sokolova@vyatsu.ru**

Abstract. For students of technical programs, training practice is an integral part of their professional development, along with production practice. The problem of the research lies in the insufficiently developed methodological approaches to the organization of training practice and its substantive content, which provides the formation of a number of general cultural, professional and special competencies necessary for the rapid adaptation of graduates to the conditions and specificity of the field. The aim of the study is to determine the methodological potential of geometric algorithms in the context of selecting the content of the training practice of IT programs students. The article identifies the types of students' activities that allow to utilize geometric algorithms for forming skills of independent research activity and the ability of modern tools using in solving theoretical and applied problems. The materials of the article can be used in the design of the content of the training practice of students in the technical programs.

Keywords: higher education, training practice, geometric algorithm, programming training, professional competencies

В условиях перехода на следующее поколение образовательных стандартов высшего образования происходит постоянный поиск новых подходов к организации и содержательному наполнению всех видов практик, в том числе для студентов технических направлений подготовки.

Актуальность исследования для направлений подготовки, связанных с информационными технологиями, обусловлена высоким темпом развития современных технологий и их быстрым внедрением в практику работы организаций, специализирующихся на разработке, внедрении и сопровождении программного обеспечения.

В период прохождения производственной практики студенты овладевают необходимыми профессиональными компетенциями на профильных базах практик под руководством представителей потенциальных работодателей, которые являются действующими специалистами в своей сфере.

При проектировании содержания учебной практики возникает необходимость, с одной стороны, обеспечить закрепление полученных теоретических знаний путем их практического применения для решения прикладных задач. С другой стороны, учебная практика выступает как подготовительный этап к прохождению производственной практики на предприятиях, поэтому в рамках нее должны формироваться соответствующие компетенции.

Таким образом, учебная практика представляет собой немаловажное звено исполнения образовательных стандартов и рабочих учебных планов, обеспечивает развитие студента как будущего профессионала, способствует формированию у него основополагающих профессиональных компетентностей будущего специалиста в области ИТ.

При анализе и отборе эффективных подходов к организации учебной практики студентов технических направлений подготовки использовались такие теоретические методы исследования, как анализ психолого-педагогической, методической и технической литературы, методических разработок по вопросам организации учебной практики, анализ методической литературы по вопросам использования средств ИКТ в обучении, в частности, для организации и контроля самостоятельной работы студентов.

Кроме того, использовались эмпирические методы – включенное наблюдение, констатирующий и формирующий педагогический эксперимент, анкетирование студентов выпускных курсов, анализ результатов опытно-экспериментальной работы.

Апробация, обобщение и внедрение результатов исследования осуществляются на базе факультета компьютерных и физико-математических наук Вятского государственного университета при организации учебной практики студентов направлений подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии.

Поиск оптимального содержательного наполнения учебной практики студентов указанных направлений подготовки проводился в два этапа.

На первом этапе осуществлялись проведение констатирующего эксперимента: исследовалось состояние проблемы организации учебной практики в отечественных учреждениях высшего образования. Для этого осуществлялся анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования, изучение и сравнительный анализ опыта организации различных видов практик в вузах России.

В отличие от производственной практики, в которой важную роль играют работодатели, учебная практика чаще проводится на базе университетов. Вопросам эффективной организации практик у различных направлений подготовки во взаимодействии с профильными предприятиями посвящен ряд работ: Михайлова В. В. [2], Давыденко Т. М., Пересыпкина А. П., Верзуновой Л. В. [1] и др. Однако в отношении организации учебной практики студентов технических направлений подготовки, в том числе связанных с информационными технологиями, наблюдается недостаток системных исследований.

Одним из подходов к выбору содержания учебной практики является решение олимпиадных задач по программированию из специализированных банков заданий [3].

Данный подход целесообразно использовать на младших курсах. Однако, например, на третьем курсе задачи такого типа уже недостаточно отражают профессиональную направленность учебной практики, не способствуют подготовке к прохождению производственной практики. В связи с этим, задание должно быть согласовано с сопутствующими дисциплинами учебного плана, техническими возможностями университета и принятыми формами контроля самостоятельной работы студентов, но при этом

быть достаточно объемным и трудоемким, чтобы способствовать формированию необходимых профессиональных компетенций.

В качестве индивидуального задания для студентов третьего курса может выступать моделирование и визуализация трехмерного геометрического объекта сложной формы.

Включение именно геометрических алгоритмов в задание на практику обусловлено следующими причинами:

- трехмерная графика играет важную роль при компьютерном моделировании различных объектов и технических систем, например, в программных продуктах AutoCAD;
- для программной реализации студенты самостоятельно выбирают язык программирования, используемые технологии и подходы к разработке программ, создают техническую документацию для своего программного продукту;
- большое внимание уделяется графическому интерфейсу приложения. В процессе публичной защиты результатов своей работы в рамках учебной практики студенты имеют возможность сравнить программы между собой и выбрать среди них наиболее удачные и наглядные;
- при реализации алгоритмов необходимо изучить существующие математические модели, используемые при построении трехмерных графических объектов. Таким образом, происходит обобщение и углубление полученных математических знаний.

В рамках выполнения индивидуального задания студенты должны разработать программу на языке высокого уровня, осуществляющую визуализацию заданного трехмерного объекта и позволяющую пользователю управлять перемещениями и трансформациями объекта и/или наблюдателя.

Форма объекта выбирается студентом самостоятельно и согласовывается с преподавателем-руководителем практики. Оговаривается требование, что геометрическая модель трехмерного объекта, должна включать описание координат вершин и ребер сложностью не менее 30 вершин.

Результатом первого этапа исследования стало включение реализации геометрических алгоритмов в учебную практику и разработка соответствующих методических материалов.

Второй этап был посвящен совершенствованию методических подходов к контролю над выполнением индивидуальных заданий и анализу эффективности применяемого подхода.

С целью изучения мнения о целесообразности включения изучения геометрических алгоритмов в учебную практику было проведено анкетирование 50 выпускников направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии разных лет (2015-2017 гг.). После подведения итогов анкетирования, были выявлены следующие результаты – 92% опрошенных студентов дали положительный ответ на вопрос открытого типа: «Были ли полезны алгоритмы, изученные в рамках учебной практики?», тогда как только 8% респондентов ответили на заданный вопрос отрицательно.

Также в анкете была предусмотрена возможность расширенного комментария. В комментариях 60% выпускников отметили, что изучение алгоритмов работы с геометрическими объектами в рамках учебной практики помогло им при написании выпускных квалификационных работ, тематика которых касалась различных алгоритмов поиска, оптимального размещения объектов на заданном пространстве (например, видеокамер в помещении) и т. п.

Опыт организации учебной практики, включающей изучение и программную реализацию геометрических алгоритмов, показывает, что для студентов технических направлений подготовки данный подход позволяет комплексно формировать профессиональные компетенции, необходимые для успешного прохождения производственной практики на предприятиях и подготовки выпускной квалификационной работы. Студенты положительно оценивают полученные знания и навыки. Кроме того, наглядность создаваемых в рамках практики приложений способствует положительной мотивации, поддержанию интереса к выбранной сфере профессиональной деятельности, создает заинтересованность в разработке качественных программных продуктов. Таким образом, учебная практика может эффективно выступать связующим звеном между образовательным процессом в вузе и профессиональной деятельностью в области современных технологий.

Литература

1. Давыденко Т.М. Роль работодателей в процессе развития профессиональных компетенций студентов при реализации учебных и производственных практик / Т.М. Давыденко, А.П. Пересыпкин, Л.В. Верзунова // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – № 2. – С. 1–7.

2. Михайлов В. В. Организация учебной и производственных практик студентов кафедры ИКСУ института кибернетики / В.В. Михайлов // Уровневая подготовка специалистов: государственные и международные стандарты инженерного образования: материалы конф. – Томск, 2013. – С. 326–328.

3. Соколова А. Н. Применение web-технологий для организации учебной практики студентов / А.Н. Соколова, Н.В. Шалагинова // Современные образовательные Web-технологии в системе школьной и профессиональной подготовки: сборник статей участников Международной научно-практической конференции (25–27 мая 2017 г.) / Науч. ред. С.В. Менькова, С.В. Миронова, отв. ред. С.В. Напалков; Арзамасский филиал ННГУ. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2017. – С. 462–465.

УДК 378

ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫМ РАВНОВЕСИИ В СИСТЕМЕ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО БАКАЛАВРА ЭКОНОМИКИ

**Власов Д.А., кандидат педагогических наук, доцент,
Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва
DAV495@gmail.com**

**Синчуков А.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва
AVSinchukov@gmail.com**

Аннотация. В центре внимания статьи содержательно-методические особенности формирования представлений о теоретико-игровом равновесии в системе прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики, реализуемой в экономическом университете. Раскрыто новое содержание спроектированной методической системы прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики, направленной на развитие системных представлений о математическом и имитационном моделировании социальных и экономических систем, количественных методах прогнозирования развития социально-экономических ситуаций в условиях риска, неопределенности и неполноты информации.

Ключевые слова: теория игр, моделирование, математическая подготовка, равновесие, бакалавр экономики, теоретико-игровая модель.

FORMATION OF REPRESENTATIONS ABOUT THEORETIC GAME EQUILIBRIUM IN THE SYSTEM OF APPLIED MATHEMATICAL TRAINING FUTURE BACHELOR OF ECONOMICS

**D.A. Vlasov, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Plekhanov Russian University of Economics, Moscow
DAV495@gmail.com**

**A.V. Sinchukov, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Plekhanov Russian University of Economics, Moscow
AVSinchukov@gmail.com**

Abstract. The focus of the article is the content-methodological features of the formation of ideas about the game-theoretical equilibrium in the system of applied mathematical preparation of the future bachelor of economics, realized at the economic university. A new content of the projected methodical system of applied mathematical preparation of the future bachelor of economics aimed at developing systemic notions of mathematical and imitational modeling of social and economic systems, quantitative methods of forecasting the development of socioeconomic situations under risk, uncertainty and incompleteness of information is disclosed.

Keywords: game theory, modeling, mathematical preparation, balance, bachelor of economics, game-theoretic model.

Введение. В современных условиях активизации рисков различной природы, усложнения социально-экономических отношений между различными социально-экономическими субъектами *возрастают требования, предъявляемые к принятию решений* в различных областях. Наряду с *информатизацией* экономической науки исследователи отмечают *опору современной экономической науки на математическое и имитационное моделирование* экономических процессов. Среди наиболее значимых направлений применения количественных методов, математического и имитационного моделирования отметим следующие проблемы:

- ситуации и проблемы *производства*;
- ситуации и проблемы *распределения*;
- ситуации и проблемы *обмена*;
- ситуации и проблемы *потребления*.

Другими словами, *современная экономическая теория и экономическая практика использует и обогащает математический аппарат*, используемый специальный язык экономической кибернетики позволяет не только анализировать разнообразные социально-экономические проблемы и ситуации, но и *формулировать новые объективные экономические законы*, объяснять динамику развития экономики и социума.

Перечисленные обстоятельства определяют значимость созданной и внедренной в образовательный процесс *методической системы прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики* [6], модель которой включает новое содержание семи параметров («Цель», «Содержание», «Методы», «Средства», «Организационные формы», «Преподаватель», «Студент»). В процессе опытно-экспериментальной работы в Московском государственном гуманитарном университете им. М.А. Шолохова, Московском педагогическом государственном университете, Московском финансово-промышленном университете «Синергия», Московском государственном университете экономики, статистики и информатики, Российском экономическом университете им. Г.В. Плеханова были исследованы различные психологические, организационные, методические аспекты не только функционирования методической системы прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики, но и ее *развития в условиях реализации государственных и профессиональных стандартов*.

Особую роль в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики играют методы и модели теории игр [19]. Обладая большим исследовательским, прогностическим и дидактико-интеграционным потенциалом, теоретико-игровые модели связаны с анализом большого количества задач принятия оптимальных решений в социально-экономической сфере, а также специфическим *профессиональным пониманием категории «оптимальность» через теоретико-игровое равновесие*, остро необходимым будущему бакалавру экономики согласно требованиям работодателей.

Игровые ситуации в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики. Игровые ситуации, аналогичные классическому примеру *«Дилемма заключенных»* возникают в самых разнообразных контекстах [7]. Это ситуации, в которых отдельные изменения стратегий в ущерб другим участникам игрового взаимодействия приводит обоих игроков к менее желательным результатам. В качестве актуальных примеров можно привести следующие:

- судебную тяжбу вместо досудебного урегулирования,
- проблему загрязнения окружающей среды,
- проблему гонки вооружений,
- маркетинговую стратегию снижения цен с целью захвата рынка сбыта продукции.

Во всех перечисленных ситуациях получающийся конечный результат игрового взаимодействия вреден для обоих игроков, ухудшает их начальное положение. Данные ситуации ставят проблему сотрудничества.

Роль равновесия Нэша в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики. В ряде примеров теоретико-игровых моделей рассмотрение *принципа доминирования одной стратегии над другой стратегией* (другими стратегиями) предоставляет игрокам однозначный ответ о том, как строить игровое взаимодействие. Однако *ряд теоретико-игровых моделей не характеризуются наличием доминирующих стратегий*. Таким образом идеи доминирования (мажорирования) стратегий недостаточно, для анализа данных моделей и предоставления рекомендаций по выбору оптимальной (оптимальных) стратегий.

Равновесие Нэша является центральным понятием теории игр, намного более общим, чем доминирование стратегий. В рамках реализации игровой концепции «*Равновесие Нэша*» каждому игроку рекомендуется стратегия, которую игрок не сможет улучшить в одностороннем порядке. Другими словами, имеет место предположение о том, что другие участники игрового взаимодействия следуют рекомендациям, поведение всех игроков рационально.

Ряд игр характеризуются множественным равновесным состоянием. В случае, например, наличия двух равновесных состояний, оба равновесия Нэша – законные рекомендации двум игрокам по игровому взаимодействию. Интересно, что как только игроки выбрали стратегии, которые формируют равновесие Нэша, у каждого из них отсутствует стимул к отклонению от этих равновесных (оптимальных) стратегий. Этот факт объясняет роль равновесия Нэша в процессе решения игр. С другой стороны, комбинация стратегии, которая не образует равновесия Нэша, не является оптимальным решением. Такая комбинация стратегии выступает ненадежной рекомендацией о том, как строить процесс игрового взаимодействия, так как, по крайней мере, один участник игры проигнорировал бы совет и вместо этого придерживался бы другой стратегии.

Существуют примеры, иллюстрирующие то, что равновесие Нэша может быть не уникальным. Они актуализируют проблему выбора равновесия. Другими словами, возникает вопрос – все ли из найденных равновесных состояний одинаковы с точки зрения дохода (эффективности)? В условиях, если теоретико-игровая модель обладает более чем одним равновесием Нэша, теория стратегического взаимодействия должна подталкивать лицо, принимающее решение к «самому разумному» равновесию, на котором следует фокусироваться.

В рамках современных достижений экономической теории равновесие принято рассматривать как рыночное равновесие между предложением продукции и спросом на продукцию. В основе этого подхода лежат теоретические построения Л. Вальраса. В практическом контексте достаточно широко распространена категория «финансовое равновесие». Эту категорию можно связать с вероятностью выполнения принятых обязательств предприятием. Современные условия требуют более широкого, междисциплинарного подхода к проблеме равновесия. С позиций, экономистов-исследователей, признающих наличие экономического движения, под равновесием следует понимать баланс между «входом» и «выходом» экономической системы. Обращаясь к *системному подходу анализа социально-экономических ситуаций в условиях риска, неопределенности, неполноты информации* [17, 18], следует отметить, что основа экономического движения заключена в наличии равновесного и неравновесного порядков.

Многоаспектное раскрытие феномена «Экономическое равновесие» в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики. Понимание феномена «*Экономическое равновесие*» связано с отражением неоднозначного состояния мировой экономики, проблематикой кризисов и технологий их предвидения. Для подготовки будущего бакалавра экономики необходима новая парадигма прикладной математической подготовки, основанная на *интеграции современных педагогических и информационных технологий* [3], методах количественного объяснения экономики и новых критерии сбалансированного роста экономики. Для понимания феномена экономического равновесия необходимо осознавать «*суть базовых понятий и инструментов экономики, анализ состояния мировой экономики, критерии экономического роста и распределения материальных ценностей, важное для понимания теории экономического равновесия понятие фракталов*» [10]. *В центре внимания исследователей различные аспекты экономического равновесия. Так, в исследовании [14] разработана «методология оценки региональной продовольственной безопасности с помощью методов моделирования потребительского спроса на продукты питания AIDS, а также система моделей частичного равновесия AGLINK-COSIMO».* В исследовании [1] поставлена проблема поиска равновесного состояния с учетом инвестиционных проектов в информационной управленческой системе организации.

Н.М. Светлов, А.М. Гатаулин [16] отмечают, что «*на основе оригинальной формализации информационных процессов, приводящих к образованию цен, и классической теории общего рыночного равновесия уточняются закономерности функционирования рыночного механизма в сельском хозяйстве, вскрываются стоимостные факторы развития кризисных явлений, выявляется определяющая роль уровня земельной ренты в формировании системы ведения сельского хозяйства*». Актуальный контекст равновесия рынка труда поднят в исследовании [20], где отмечается, что рынок труда способен «*находиться в состоянии равновесия, но равновесия безработицы. При других ожиданиях сбой координации может*» существенно изменить сложившуюся ситуацию.

Отметим, что для развития инновационных компонентов профессиональной деятельности будущих бакалавров экономики необходимо формирование представлений о различных видах равновесий, проявляющихся в условиях взаимодействия хозяйствующих субъектов. Во-первых, это *равновесие доминирующих стратегий*. Равновесие в доминирующих стратегиях следует рассматривать в качестве принципа оптимальности, используемого в построении и исследовании теоретико-игровых моделей в виде некооперативных игр, которые содержат доминирующие стратегии. Следует отметить, что теоретико-игровое равновесие в доминирующих стратегиях по существу является равновесным состоянием по Нэшу. В случае, если рассматриваемые стратегии являются строго доминирующими, данное равновесие в теоретико-игровой модели единственно. В случае, если имеет место нестрогое доминирование стратегий, кроме равновесия в доминирующих стратегиях в теоретико-игровой модели могут существовать и другие равновесные состояния по Нэшу.

Во-вторых, *равновесие по Нэшу*.

В-третьих, *равновесие по Штакельбургу*.

В-четвертых, *равновесие по Парето*. Понимая под доминирующей стратегией определенный план действий, обеспечивающий участнику игрового взаимодействия максимальную полезность вне зависимости от выбора стратегий другими игроками. Другими словами, в качестве равновесия доминирующих стратегий следует понимать пересечение доминирующих стратегий участников игрового взаимодействия.

Равновесие по Нэшу, занимающее центральное место в системе равновесий, проявляется в виде ситуации, в которой стратегия (или стратегии, в случае множественного равновесия) каждого из участников игры является лучшим ответом на действия противника. Таким образом, реализация схемы равновесия Нэша максимизирует полезность игрока в зависимости от действий другого игрока.

Возникновение равновесия по Штакельбургу обусловлено *существованием временного лага в принятии решений участниками игрового взаимодействия*. В этих условиях игрок (или множество игроков) принимают решения, уже зная, какую стратегию выбрал противник. Последний вид равновесия – равновесие по Парето проявляется при условии, когда невозможно максимизировать полезность участников игрового взаимодействия одновременно.

Все виды равновесия стали неотъемлемой частью содержания прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики на факультете дистанционного обучения Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова.

В завершении статьи отметим, что наиболее глубокий взгляд на теоретико-игровое моделирование социально-экономических ситуаций представлен Диксита А. К., Нейлбаффа Б. Дж. в книге «Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни». Исследователи отмечают, что теоретико-игровое моделирование учит экономиста «предугадывать следующий ход соперника вкупе со знанием того, что он занимается тем же самым». Нельзя не согласиться с мнением о том, что «основная часть теории противоречит обычной житейской мудрости и здравому смыслу, поэтому ее изучение может сформировать новый взгляд на устройство мира и взаимодействие людей» [8].

С точки зрения известных экономистов, лауреатов Нобелевской премии в области экономики Дж.Харшаньи и Р.Зельтена [9] теория игр как наука развивается в рамках «единого подхода к выбору равновесия в конфликтных ситуациях». Как отмечают исследователи, «основные проблемы теории игр, начиная с самого понятия игры, оптимального поведения в ней, свойств оптимального поведения, определения условий, при которых такое поведение осмыслено (проблемы существования единственности, а для динамических игр и временной состоятельности), и конструктивные методы нахождения оптимального поведения» имеют *существенное значение для совершенствования системы математических и инструментальных методов моделирования и прогнозирования экономики* – компонента содержания [4] методической системы прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики.

Результаты.

Результат 1. Установлена *значимость представлений о теоретико-игровом равновесии* в системе прикладной математической подготовки будущего бакалавра экономики.

Результат 2. Выделены *особенности использования игровых ситуаций* в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики.

Результат 3. Охарактеризована *роль равновесия Нэша* в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики.

Результат 4. Представлены механизмы многоаспектного раскрытия феномена «Экономическое равновесие» в прикладной математической подготовке будущего бакалавра экономики.

Выводы. Образовательная область «Теория игр» обладает существенным *прикладным, исследовательским потенциалом*, ее методы и модели крайне необходимы будущему бакалавру экономики. Использование результатов содержательно-методического анализа категории «*Теоретико-игровое равновесие*», а также современных *педагогических технологий* [11, 13, 15] и *информационных технологий* [2, 5, 12] способно повысить качество принимаемых решений в финансовой и экономических сферах в процессе профессиональной деятельности бакалавра экономики.

Литература

1. Алёшина И.Ф. Учет инвестиционных проектов в информационной управленческой системе организации // Маркетинг МВА. Маркетинговое управление предприятием. – 2015. – Т. 6. – № 4. – С. 56-62.
2. Асланов Р.М., Беляева Е.В. Роль информационных технологий в повышении качества профессионального образования // Наука и школа. – 2015. – № 3. – С. 89-93.
3. Власов Д.А., Синчуков А.В. Интеграция информационных и педагогических технологий в системе математической подготовки бакалавра экономики // Современная математика и концепции инновационного математического образования. – 2016. – Т. 3. – № 1. – С. 208-212.
4. Власов Д.А., Синчуков А.В. Новое содержание прикладной математической подготовки бакалавра // Преподаватель XXI век. – 2013. – Т. 1 – № 1. – С. 71-79.
5. Власов Д.А., Синчуков А.В. Равновесие Нэша в биматричных играх: технология моделирования и визуализации Wolfram Demonstration Project // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016. – Т. 12. – № 4. – С. 209-216.
6. Власов Д.А., Синчуков А.В. Стратегия развития методической системы математической подготовки бакалавров // Наука и школа. – 2012. – № 5. – С. 61-65.
7. Власов Д.А., Синчуков А.В. Теория игр в системе прикладной математической подготовки бакалавра экономики // Ярославский педагогический вестник. – 2017. – № 3. – С. 112-116.
8. Диксит А.К., Нейлбафф Б.Дж. Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2015. – 464 с.
9. Зельтен Рейнхард, Харшаньи Джон Общая теория выбора равновесия в играх. – М.: Экономическая школа, 2001. – 424 с.
10. Кунцевич И.В. Экономическое равновесие. Теория объемной геометрии в экономике. – М.: Альпина Паблишерз, 2015. – 111 с.
11. Монахов В.М. Введение в теорию педагогических технологий: монография. Волгоград: «Перемена», 2006. – 318 с.
12. Муханов С.А., Муханова А.А. Проектный метод при обучении математике в вузе с использованием сервисов компьютерной математики // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2013. – № 15. – С. 208-211.
13. Муханов С.А., Нижников А.И. Проектирование учебного курса // Педагогическая информатика. – 2014. – № 4. – С. 39-46.
14. Национальная экономика: обеспечение продовольственной безопасности в условиях интеграции: Монография / Крылатых Э. Н., Мазлоев В. З., Межонова Н. В. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 238 с.
15. Смирнов Е.И. Технология наглядно-модельного обучения математике. Ярославль: Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского, 1998. – 335 с.
16. Стоимость, равновесие, издержки в сельском хозяйстве: Монография / Н.М. Светлов, А.М. Гатаулин. – 2-е изд., перераб. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 262 с.
17. Тихомиров Н.П., Потравный И.М., Тихомирова Т.М. Методы анализа и управления эколого-экономическими рисками. – М.: Юнити-Дана, 2012. – 351 с.
18. Тихомиров Н.П., Райцин В.Я., Гаврилец Ю.М., Спиридонов Ю.Д. Моделирование социальных процессов. – М.: Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, 1993. – 304 с.
19. Тихомиров Н.П., Тихомирова Т.М. Риск-анализ в экономике. – М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2010. – 318 с.
20. Экономикс: принципы, проблемы и политика: Уч. / К.Р. Макконнелл, С.Л. Брю, Ш.М. Флинн. – Пер. 19-е англ. изд. – М.: ИНФРА-М, 2013. – 1028 с.

**СПЕЦИФИКА ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ
“НАУКА О ДАННЫХ” В ПРОГРАММАХ АКАДЕМИЧЕСКОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Главацкий С.Т., кандидат физико-математических наук, доцент,
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, г. Москва
serge@rector.msu.ru**

**Бурыкин И.Г., научный сотрудник,
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, г. Москва
ilia.burykin@sdo.msu.ru**

Аннотация. В статье изложен авторский взгляд на формирование и преподавание специализации “Наука о данных” для математиков. Подчеркивается ориентация на фундаментальность подхода к построению (математических) моделей данных, строгой постановке задач исследования и разработке методов и алгоритмов их решения. Предлагается набор специальных и общих курсов, необходимых для подготовки специалиста по данным.

Ключевые слова: большие наборы данных, анализ данных, интеллектуальный анализ данных, извлечение новых знаний, типы данных, структуры данных, модели данных, машинное обучение, искусственный интеллект.

**SPECIFICS OF TEACHING STUDENTS-MATHEMATICIANS THE SPECIALIZATION “DATA
SCIENCE” IN THE PROGRAMS OF ACADEMIC HIGHER EDUCATION**

**S.T. Glavatsky, candidate of physico-mathematical sciences, associate professor,
Moscow Lomonosov State University, Moscow
serge@rector.msu.ru**

**I.G. Burykin, researcher,
Moscow Lomonosov State University, Moscow
ilia.burykin@sdo.msu.ru**

Abstract. The article presents an author's view on the formation and teaching of the specialization "Data Science" for mathematicians. An emphasis is placed on the fundamental nature of the approach to constructing (mathematical) data models, rigorous formulation of research problems and the design of methods and algorithms for their solutions. A set of special and general courses is offered to prepare a data specialist.

Keywords: Big Data, data analysis, data mining, new knowledge extraction, data types, data structures, data models, machine learning, artificial intelligence.

В настоящее время происходит взрывной рост технологических решений и научных исследований в области больших наборов данных (“Big Data”). В мировом сообществе сложилось представление о больших наборах данных, как характеризующихся следующими основными особенностями [1]:

- объемом (Volume);
- скоростью обновления (Velocity);
- разнообразием и неоднородностью (Variety);
- проблемами с достоверностью (Veracity);
- стоимостью обработки (Value);
- изменчивостью (Variability);
- потребностью в визуализации (Visualization).

В последние 2-3 года “большие данные” из экспериментальных новых технологий переросли в основные корпоративные системы, фактически развернутые в производстве. И это, в свою очередь, вызвало потребность в специалистах и исследователях, умеющих работать с “большими данными”. Специали-

зация “учёного по данным” или, другими словами, “специалиста по работе с [большими] данными” (“data scientist”) сейчас считается одной из самых привлекательных, высокооплачиваемых и перспективных профессий. Подготовка таких специалистов сейчас, в основном, происходит в рамках специализации называемой “Наука о данных” (“Data Science”).

“Наука о данных” или “даталогия” (“Datalogy”), начиная с 70-х годов прошлого века, рассматривается как академическая дисциплина, а с начала 2010-х годов, во многом благодаря популяризации концепции “больших данных”, – и как практическая межотраслевая сфера деятельности.

Существует множество подходов и точек зрения на содержание “науки о данных” и её месте в области прикладной математики и информатики. Например, “науку о данных” можно классифицировать как раздел информатики, изучающий проблемы [2]:

- анализа данных;
- обработки данных;
- представления данных в цифровой форме.

“Наука о данных” объединяет:

- методы по обработке данных в условиях больших объёмов и высокого уровня параллелизма;
- статистические методы;

• методы интеллектуального анализа данных и приложения искусственного интеллекта для работы с данными;

- методы проектирования и разработки баз данных (БД).

Можно выделить следующие основные научно-инженерные направления “науки о данных”:

- большие наборы данных, т.е. сбор и обработка больших объёмов данных;
- анализ данных и построение средств поддержки принятия решений;
- разработка и использование статистических и математических моделей, алгоритмов и визуализаций;
- интеллектуальный анализ данных, извлечение новых знаний;
- бизнес-аналитика;
- эконометрика;
- статистика;
- машинное обучение;
- искусственный интеллект;
- математическое моделирование.

Обычно, преподавание “науки о данных” содержит учебные планы по нескольким дисциплинам и осуществляется в рамках таких устоявшихся жизненно важных областей, как [3]:

- информатика / Computer science (CS2013);
- компьютерная инженерия / Computer engineering (CE2016);
- информационные системы / Information systems (IS2010);
- информационные технологии / Information technology (IT2017 in progress);
- разработка программного обеспечения / Software engineering (SE2014);
- кибербезопасность / Cybersecurity (CSEC2017 in progress).

Причем каждая область обладает своей собственной идентичностью и педагогическими традициями. Интересно также отметить, что помимо вышеперечисленных областей, сейчас происходит разработка учебных планов непосредственно для “науки о данных”.

Проблемы обучения студентов “науке о данных” и подготовки “учёного по данным” имеют свою специфику для классических университетов, готовящих специалистов в рамках программ академического высшего образования.

На кафедре теоретической информатики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова в течение ряда лет разрабатывается цикл специальных курсов и практикумов под общим наименованием “Аналитика больших данных для математиков” (“Data Science and Data Mining for Mathematicians”) [4]. В рамках этого направления преподавания на базе имеющихся общих курсов, а также за счет введения новых общих дисциплин, развивается преподавание отдельной специализации по методам и алгоритмам представления, моделирования и анализа больших наборов данных.

Нашей целью в преподавании “Науки о данных” для математиков является, в определенном смысле, выделение подходов к исследованиям, основанных на:

- использовании математических теорий, понятий и моделей;
- постановке и решении математических задач;
- применении разработанных алгоритмов в решении задач обработки и анализа данных.

Мы предлагаем студентам и аспирантам следующие учебные курсы:

i. Модели данных и базы данных (Data models and databases) – годовой курс по выбору кафедры, включающий в себя:

1. Модели данных и основы систем баз данных (Data models and fundamentals of database systems) – полугодовой курс по выбору кафедры;

2. Базы данных: дополнительные главы (Databases: additional chapters) – полугодовой курс по выбору студента;

ii. Аналитика больших данных (Big Data Analytics) – годовой курс по выбору кафедры, включающий в себя:

1. Аналитика больших данных: основные алгоритмы (Big Data Analytics: basic algorithms) – полугодовой курс по выбору кафедры;

2. Аналитика больших данных: дополнительные главы (Big Data Analytics: additional chapters) – полугодовой курс по выбору студента.

Эти курсы:

- имеют теоретическую и практическую составляющие;
- являются, с одной стороны, взаимозависимыми, а с другой – не требуют обязательного предварительного изучения содержания остальных спецкурсов из предлагаемого набора;
- отражают как уже ставшие классическими модели и алгоритмы, так и современные взгляды и понятия.

Основными темами, изучаемыми в этих курсах, являются:

- типы данных, структуры данных, модели данных;
- представление данных, хранение и передача данных;
- методы и алгоритмы первичной обработки данных, базы данных, языки манипулирования данными;
- проектирование баз данных, языки определения данных, нормальные формы в проектировании реляционных баз данных;
- структурированные и неструктурированные данные, хранилища данных;
- анализ больших (неструктурированных) наборов данных, технологии распараллеливания обработки и сжатия информации;
- задачи интеллектуального анализа больших наборов данных и проблемы больших объемов и размерностей;
- вероятностные методы первичного сжатия данных, хеширование и статистические оценки;
- задача обнаружения схожих документов, предлагаемые методы и алгоритмы, применение технологий распараллеливания обработки;
- метрические пространства, кластерные методы в снижении размерности задачи;
- рекомендательные системы, матричное представление данных, алгоритмы линейной алгебры и их использование в снижении размерности задачи;
- “всемирная паутина” (WWW), методы сбора данных и первичного анализа;
- структура “всемирной паутины” и ее использование в задачах ранжирования информации;
- интеллектуальный анализ информационных процессов;
- продвинутое техники баз данных, In-Memory базы данных как технологическая платформа для обработки больших наборов данных;
- базы данных NoSQL как набор технологических платформ для обработки больших наборов данных.

Предполагается, что слушатели курсов уже владеют материалом из основных курсов по:

- линейной алгебре и ее приложениям;
- по теории вероятностей и статистике;
- по программированию;
- по теории кодирования.

При этом, по нашему мнению, знание линейной алгебры слушателями является гарантией успешного прохождения обучения. Современными исследователями высказывается мнение (Skyler Speakman),

что “Линейная алгебра есть математика XXI века”. С одной стороны удивительно, а с другой стороны – очень интересно наблюдать, как математическая дисциплина, фактически полностью сформировавшаяся к середине XIX века, становится весьма актуальной как в начале XX века, так и сейчас – в начале XXI столетия. Актуальной, по крайней мере, для “учёного по данным”, поскольку для понимания методов анализа “больших данных” необходимо знание таких тем как:

- сингулярное разложение матриц (SVD);
- собственное разложение матриц, главные компоненты;
- LU-разложение матриц;
- QR-разложение / факторизация матриц;
- симметричные матрицы;
- ортогонализация и ортонормализация;
- матричные операции;
- проекции;
- собственные значения и собственные векторы;
- векторные пространства и нормы.

В качестве фундаментальных основ науки о данных студентам в обязательном порядке предлагаются также темы о структурированных данных:

- модели данных, реляционная модель, реляционная алгебра, основные операторы, свойства, запись операторов в линейной и древовидной форме;
- реляционная СУБД, язык SQL, структура, команды, выразимость, реализация основных функций ACID;
- проектирование схем БД, функциональные зависимости, реализация алгоритмов замыкания множеств атрибутов и множеств зависимостей;
- нормальные формы схем отношений, реализация алгоритмов декомпозиции в 3НФ и нормальную форму Бойса-Кодда;
- концептуальное моделирование, ER-модель, преобразование в реляционную модель данных;
- административное управление базами данных, преобразование схем БД, проверка целостности данных, восстановление данных.

Для успешного восприятия материала курсов студентам предлагается не только теоретическая часть, но и её практическая поддержка в виде выполнения конкретных проектов с использованием установленных программных сред, в частности,

- SAP SQL Anywhere 17 Developer Edition и
- SAP HANA, Express Edition 2.0 SPS02 (Virtual Machine Method).

Для работы с помощью интерактивной аналитики с источниками "больших данных" в Hadoop-ландшафте (Apache Spark) и для изучения языка Spark SQL студент может воспользоваться SAP Vora 1.4 Developer Edition.

В заключении отметим, что сейчас мы являемся свидетелями появления нового тренда – “большие данные + искусственный интеллект”, в котором:

- технологии “больших данных” используются для решения основных задач обработки данных;
- “машинное обучение” используется для извлечения новых знаний из данных (в виде аналитических идей или действий).

Поэтому мы рассматриваем вопрос о включении элементов “машинного обучения” (“machine learning” / “deep learning”) в линейку наших курсов.

Литература

1. Livingstone R. The 7 Vs of Big Data. [Электронный ресурс] / Livingstone R. – Режим доступа: <http://rob-livingstone.com/2013/06/big-data-or-black-hole>
2. Наука о данных. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
3. Сухомлин В.А. Международные образовательные стандарты в области информационных технологий / Сухомлин В.А. // Прикладная информатика. – 2012. – № 1 (37). – С. 33–54.
4. Glavatsky S. About courses cycle "Data science and data mining for mathematicians" / Glavatsky S., Burykin I. // CEUR Workshop Proceedings (CEUR-WS.org): Selected Papers of the XI International Scientific-Practical Conference Modern Information Technologies and IT-Education (SITITO 2016), Moscow, Russia, November 25-26, 2016. – Vol. 1761. – 2016. – P. 58–63.

**ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ КАК МЕХАНИЗМ РЕАЛИЗАЦИИ
РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ**

Денисова М.И., кандидат педагогических наук, профессор,
Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина, г. Рязань
mivden@yandex.ru

Власова С.А., кандидат педагогических наук,
МБОУ «Гимназия №5», г. Рязань
svetlanaalexvl@yandex.ru

Аннотация. Освещается одно из направлений реализации развивающего обучения математике в средней школе.

Ключевые слова: обучение математике как обучение математической деятельности, развивающее обучение математике.

**ACTIVITY AS A MECHANISM OF REALIZATION OF DEVELOPMENT TEACHING
OF MATHEMATICS IN SECONDARY SCHOOL**

M.I. Denisova, candidate of pedagogical sciences, professor,
Ryazan State University named after S.A. Yesenin, Ryazan
mivden@yandex.ru

S.A. Vlasova, candidate of pedagogical sciences,
MBOU "Gymnasium №5", Ryazan
svetlanaalexvl@yandex.ru

Abstract. One of the directions of realization of the developmental teaching of mathematics in secondary school is covered.

Keywords: teaching mathematics as learning mathematical activity, developmental mathematics teaching.

Важнейший вопрос методики любому учебному предмету школьного курса – заложенная в него трактовка приоритетной его цели. Именно от этой трактовки зависит выбор методов обучения (и в какой-то мере его содержания). Так, если в качестве ведущей цели обучения математике провозгласить овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин и продолжения образования, то обучение математике приобретает характер передачи учащимся определенной совокупности знаний, соответственно чему ученик становится объектом усвоения этого транслируемого учителем знания, содержание курса самоцелью обучения, а его методы догматическими, авторитарными, репродуктивными.

Если же, обозначая приоритет обучения, мы на передний план выдвигаем интеллектуальное развитие учащихся, формирование у них качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе, то собственно математическое образование, которое как результат мы имеем в первом случае, заменяет место образованию человека с помощью математики, школьная математика из цели переходит в средство развития личности ребенка, ученик становится субъектом учебного процесса, методы обучения – эвристическими, активными, продуктивными.

Возникает естественный вопрос – не приведет ли такая переориентация ведущей цели обучения к обесцениванию собственно знания и потере внимания к его качественному усвоению?

Попытаемся ответить на этот вопрос на примере доказательства теорем.

Что является целью их доказательства в школьном курсе? Если учесть, что каждая из таких теорем в науке давно доказана, то очевидно, - не само их доказательство! (Недаром находятся учащиеся, которые в начале курса планиметрии 7 класса, спрашивают: «А зачем нам нужно доказывать эти теоремы? Разве их до нас не доказали?»). Цель доказательства – обучение ему, то есть каждая отдельно взятая теорема призвана продвинуть ученика на пути овладения методами доказательства, формирования потребности в нем, научить поиску, открытию, построению и опровержению доказательства.

Теорема забудется, но с человеком останутся качества мышления, необходимые каждому цивилизованному члену общества – потребность и способность к аргументации.

Однако при догматическом изложении доказательства, рассчитанном на последующее его воспроизведение вслед за учителем и учебником, доказательство фактически навязывается детям готовым. Выбор исходных его шагов (в том числе дополнительных построений) не мотивируется, как и их происхождение и логика, то есть то главное, чему мы должны учить, остается тайной.

Если же целью школьного доказательства признать развитие таких качеств мышления детей, которые в будущем помогут им самостоятельно находить пути доказательства, то процесс обучения должен быть построен иначе: каждая отдельная теорема будет для нас материалом, на котором мы будем учить детей всему тому, что будет им полезно в других подобных случаях, например, аналитико – синтетическому методу поиска доказательства. Совершенно ясно, что при таком подходе к введению доказательства, когда мы отвечаем не только на вопросы, как доказывается данная теорема, но и на вопросы, зачем, откуда и почему его шаги такие, оно будет и усвоено, и понято лучше и качественнее.

Безусловно, эти соображения касаются работы учителя с любым материалом школьного курса математики. Например, решение любой математической задачи должно продвигать детей на пути обучения методам их поиска, а не служить самоцелью.

Однако для того, чтобы осуществить такое обучение, в его основу должно быть положено овладение методами познания, способами деятельности, что требует построения процесса обучения адекватно процессу познания, вовлечения детей в самостоятельную деятельность по открытию и овладению знанием.

Этим требованиям удовлетворяет деятельностный подход к обучению, в основе которого лежит концепция организации обучения как познавательной деятельности. Одновременно его реализация позволяет обеспечить активность учения школьника, предполагающую включение его самого в работу по приобретению новых знаний, его личное участие в их поиске и открытии.

Реализация деятельностного подхода к организации процесса обучения возможна лишь на основе анализа структуры познавательной деятельности, ее закономерностей и методов.

Структурный анализ природы познавательной деятельности в обучении математике позволяет получить модель этой деятельности в целом и для ее различных видов – формирования понятий, обучения доказательству теорем и решению математических задач. Указанная модель имеет процессуальный характер и выявляет необходимые этапы данной деятельности, используемые на этих этапах методы познания и закономерности их применения.

Гносеологический и психологический анализ показывает, что начальным этапом познавательной деятельности является ее мотивация, за ней идет эвристическая (индуктивная) стадия, уже затем дедуктивная стадия, или стадия формализации (зачастую в обучении математике неоправданно идущая первой), и завершается этот процесс этапом приложений.

Мотив – цель деятельности – важнейший ее компонент, ибо активность учения стимулируется его побудительными мотивами, призванными сделать новое знание лично необходимым ученику, сформировать у него потребность в знании. В обучении математике необходимость мотивации возникает не только перед эвристической стадией, но и на всех других этапах учебно-познавательной деятельности, в частности, перед проведением доказательства теоремы (то есть на этапе формализации), где перед учителем встает задача убеждения школьников в необходимости логического обоснования открытого факта, особенно актуальная в начале обучения геометрии, при проведении первых доказательств, когда дети еще не ощущают никакой потребности в обосновании и, кроме того, всецело доверяют опыту, обычно предшествующему здесь открытию теоремы.

На втором, эвристическом этапе используются так называемые индуктивные методы – наблюдение, сравнение, различные формы опыта, абстрагирование обобщение, аналогия. Опыт и наблюдение, сопровождаемые сравнением, создают основу для последующего абстрагирования и обобщения. Результатом является гипотеза, полученная по индуктивному обобщению или аналогии. Таким образом, обеспечивается самостоятельное открытие вводимого факта. Эти всего лишь правдоподобные методы не только несут в обучении эвристические функции, их роль более широка: применяя их, мы формируем адекватные им операции мышления, обобщенные приемы умственной деятельности, что и делает необходимым проведение учащихся через все ее этапы.

На следующем, третьем, дедуктивном этапе учебно-познавательной деятельности в качестве методов поиска и открытия доказательства выступают анализ и синтез, мощные методы, систематическое применение которых в обучении формирует способность самостоятельно находить пути доказательства теорем и решения математических задач.

На этапе приложений перед учителем встают две задачи: формирование осознанных и прочных навыков в решении задач алгоритмического типа (так называемых дидактических задач) и обучение общим методам поиска решения задач нестандартного характера (так называемых развивающих задач).

Эти и другие проблемы, связанные с построением процесса обучения как познавательной деятельности, требуют пересмотра структуры курса теории и методики обучения математики. Наш опыт показывает, что в рамки предлагаемой концепции естественным образом укладываются многочисленные разрозненные проблемы общей и частной методики, что деятельностный подход к построению данного курса позволяет сделать его логичным и компактным, сформировать в сознании учителя цельную и стройную модель процесса обучения, помогающую ему успешно реализовать в своей будущей работе принципы активного обучения.

Внедряемый в настоящее время ФГОС общего образования в качестве своей основы провозглашает системно-деятельностный подход. Несомненно, признание действующим ныне образовательным стандартом деятельностного подхода в качестве основы обучения – прогрессивное явление.

Однако необходимо отметить, что практическая реализация указанного подхода к построению школьного курса математики далека от завершения. Как показывает первый опыт внедрения ФГОС, поверхностное понимание сути деятельностного подхода зачастую приводит к грубым ошибкам в его использовании. Остановимся на одной из самых распространенных из них.

Деятельностный подход предполагает создание ситуации затруднения, побуждающей ученика к поиску нового знания. Будет ли полноценной с указанной точки зрения следующая ситуация: учитель предлагает ученику использовать слово, значение которого он еще не знает, или выполнить действие, которое он пока не умеет делать.

Например, какие из четырехугольников являются параллелограммами? Ученик, не зная, что такое параллелограмм, не может ответить на вопрос.

Далее, зафиксировав внимание учащегося на затруднении, учитель спрашивает ученика, как можно выйти из сложившегося затруднения, получая ответ: «Прочитать в учебнике».

Никакой деятельности, адекватной процессу познания, в данном случае нет, и, как результат, нет и развития мышления ребенка, хотя по внешней структуре введение нового знания похоже на реализацию деятельностного подхода. На самом же деле учитель использовал по сути лишь репродуктивные методы обучения.

Отдавая предпочтение деятельностному подходу к обучению, мы отказываемся от готовой истины в пользу открытия пути к ней, ибо этот путь может привести нас к истине во многих других случаях.

В заключение хочется сказать, что современная школа остро нуждается в разработке методического материала для учителя, обеспечивающего грамотную реализацию деятельностного подхода на всех этапах его применения.

УДК 378

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ ЭКОНОМИКИ

**Дробышева И.В., доктор педагогических наук, профессор,
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации
drobysheva2010@yandex.ru**

**Дробышев Ю.А., доктор педагогических наук, профессор,
Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации
drobysev.yury2011@yandex.ru**

Аннотация. В статье описан механизм построения модели формирования компетенций при обучении математическим дисциплинам будущих бакалавров экономики и раскрыта сущность ее компонентов. Целевой компонент представлен целью и задачами трех уровней. Компонент «Дидактические условия» включает положения, регламентирующие содержательно-дисциплинарный и технологический компоненты. Результативно-оценочный компонент включает критерии, показатели, уровни сформированности компетенций и их компонентов.

Ключевые слова: модель, компонент модели, компетенция, уровень сформированности.

MODEL OF FORMATION OF COMPETENCES IN TEACHING MATHEMATICS OF FUTURE BACHELORS OF ECONOMY

**I.V. Drobysheva, doctor of pedagogical science, professor,
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation
drobysheva2010@yandex.ru**

**Y.A. Drobyshev, doctor of pedagogical science, professor,
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation
drobysev.yury2011@yandex.ru**

Abstract. The article describes the mechanism of construction of model of formation of competences in teaching mathematical disciplines of the future bachelors of economy and the essence of its components. The target component is represented by the purpose and objectives of the three levels. The component "Didactic conditions" includes the provisions governing substantial-disciplinary and technological components. Effective evaluation component includes criteria, indicators, levels of formation of competences and their components.

Keywords: model, model component, competence, level of formation

Создание методики компетентностно-ориентированного обучения математике в вузе предполагает решение нескольких групп задач. К первой из них относятся задачи, связанные с определением структуры компетенций и обоснованным выбором тех из них, которые целесообразно формировать при изучении студентами различных специальностей и направлений подготовки математических дисциплин. Вторая группа задач направлена на определение содержания компонентов формируемых компетенций. Третья группа задач связана с отбором содержания, методов, форм и средств обучения математике, обеспечивающих формирование компетенций и диагностику овладения ими. Четвертая группа задач состоит в определении механизма и построении модели, устанавливающей связи между целями и результатами формирования компетенций при обучении студентов математике, элементами содержания и математическими дисциплинами, при изучении которых должен осуществляться процесс овладения компетенциями, дидактическими условиями, выполнение которых необходимо для реализации компетентностно-ориентированного обучения, содержательным и технологическим компонентами обучения. Очевидно, что построение модели основано на результатах решения первых трех указанных задач.

Рассмотрим решение четвертой задачи, т.е. механизм построения модели и сущность ее компонентов на примере создания модели формирования компетенций у будущих бакалавров экономики при обучении их математическим дисциплинам. В качестве основополагающего документа, содержащего перечень компетенций, которыми должны овладеть будущие бакалавры экономики, возьмем Образовательный стандарт высшего образования ФГОБУ "Финансовый университет при правительстве Российской Федерации" по направлению подготовки "Экономика" по уровням высшего образования: бакалавриат, магистратура, подготовка кадров высшей квалификации [4].

Анализ гуманитарного и прикладного потенциала содержания курса математики позволил выделить совокупность компетенций, формирование которых целесообразно осуществлять при обучении математическим дисциплинам. В таблице 1 представлены данные компетенции и их уточненные формулировки с учетом того, что формирование компетенций происходит при изучении математических дисциплин.

Таблица 1

Компетенции, формируемые при изучении математических дисциплин

Код компетенции	Формулировка компетенции в Образовательном стандарте	Уточненная формулировка компетенции
ИК-1	Владение нормами русского литературного языка в устной и письменной речи в процессе личной и профессиональной коммуника-	Владение письменной и устной математической речью, в том числе на основе норм русского литературного языка

	ции	
ИК-2	Способность работать на компьютере с использованием современного общего и профессионального прикладного программного обеспечения	Способность использовать современное программное обеспечение для решения математических и профессионально-ориентированных задач
ИК-3	Владение основными методами способами и средствами получения, хранения и обработки информации	Владение основными методами, способами и средствами получения, хранения и обработки математической информации
ИК-4	Способность оформлять аналитические и отчетные материалы по результатам выполненной работы	Способность оформлять аналитические и отчетные материалы по результатам самостоятельной и исследовательской работы по математике и ее приложениям в экономике
ИК-5	Способность применять методики расчетов и основные методы исследований	Способность применять методики расчетов и основные методы исследований, основанные на применении аппарата математики
ИК-6	Способность применять знания иностранного языка на уровне достаточном для межличностного общения и учебной деятельности	Способность применять знания иностранного языка на уровне достаточном для изучения и распространения опыта применения аппарата математики в экономических исследованиях
СЛК-2	Способность к индивидуальной и командной работе	Способность к индивидуальной и командной работе при изучении математических дисциплин и проведении исследований
СЛК-3	Способность предлагать и обосновывать варианты управленческих решений	Способность использовать математические методы для открытия и обоснования управленческих решений
СК-1	Способность применять полученные знания на практике	Способность применять математические знания для решения профессионально-ориентированных задач в области экономики и финансов
СК-2	Способность анализировать, обобщать и систематизировать информацию	Способность анализировать, обобщать и систематизировать математическую информацию
СК-3	Способность к постановке целей и задач исследований, выбору оптимальных путей и методов их достижения	Способность к постановке целей и задач исследований по математике и ее приложениям в экономике, выбору оптимальных путей и методов их достижения
ПКН-3	Способность применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные математические результаты	Способность применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные математические результаты
ПКН-6	Способность предлагать решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях	Способность использовать методы количественной обработки информации и математического прогнозирования для решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях

Формирование данных компетенций составляет основу целевого компонента модели. Рассмотрение каждой компетенции как единства ее когнитивного, прагматического и аксиологического компонентов позволяет конкретизировать поставленную цель через задачи трех уровней.

К первому уровню относятся задачи, связанные с формированием у студентов предметных знаний, а также знаний, соответствующих сущности способности, представленной в компетенции. Так,

для компетенции ИК-1 «Владение письменной и устной математической речью, в том числе на основе норм русского литературного языка» к задачам первого уровня относятся такие как приобретение знаний о кванторах и особенностях их использования, логических операциях, правилах вывода и правилах составления математических предложений. Знание математической теории, символики, используемой для обозначения ее – это предметные знания, связанные с процессом формирования данной компетенции. Знания, связанные с нормами русского литературного языка, можно считать сформированными у студентов вузов.

Второй уровень образуют задачи, связанные с прагматическим компонентом формируемых компетенций. Они предполагают формирование у студентов умений и опыта применения знаний, относящихся к когнитивному компоненту компетенций. Для компетенции ИК-1 «Владение письменной и устной математической речью, в том числе на основе норм русского литературного языка» к задачам второго уровня относятся следующие:

- формирование умения составить с использованием математической символики и правил вывода предложение;
- формирование умения представить предложение, записанное с использованием математической символики, в устной форме на основе использования норм русского литературного языка;
- приобретение опыта представления в устной и письменной формах с использованием норм русского литературного языка, при необходимости с использованием математической символики и правил вывода результатов самостоятельной работы, связанной с изучением и открытием теоретического материала, решением математических задач и применением математического аппарата для решения экономических задач, также относится к задачам второго уровня.

Задачи третьего уровня связаны с аксиологическим компонентом формируемых компетенций. Они предполагают формирование у студентов положительного отношения и интереса к деятельности, описанной в компетенции, ее значимости.

Таким образом, целевой компонент модели представлен целью и задачами трех уровней.

Результатом теоретического анализа сущности формируемых компетенций, целевого компонента модели, учебно-методической литературы по математике, в том числе учебников и учебных пособий по различным математическим дисциплинам, а также теории и практики обучения математике студентов вузов является включение в модель компонента «Дидактические условия». Он содержит положения, регламентирующие содержательный и процессуальный компоненты обучения. Обобщение положений, рассмотренных в работе [2], позволяет сформулировать условия, выполнение которых необходимо при обучении дисциплинам математического модуля, ориентированном как на высокий уровень усвоения предметного содержания, так и овладение компетенциями. Это:

- использование при изучении всех математических дисциплин дифференцированного подхода, реализуемого посредством продвижения студентов по индивидуально-групповым образовательным траекториям;
- профессиональная (финансово-экономическая) направленность обучения дисциплинам математического модуля;
- расширение содержания, представленного в учебниках и учебных пособиях, элементами (текстами, заданиями, рисунками и др.), использование которых обеспечивает формирование компонентов структуры компетенций и диагностику их сформированности;
- использование в процессе обучения продуктивных методов, активных форм работы, обеспечивающих приобретение опыта исследовательской деятельности, в том числе выдвижения, обоснования, проверки гипотез, принятия и защиты решений;
- непрерывность и преемственность в формировании компетенций при изучении дисциплин, включенных в математический модуль.

Анализ содержания данных условий показывает, что они должны регулировать содержательно-дисциплинарный и технологический компоненты модели.

Содержательно-дисциплинарный компонент модели включает два блока. Первый – это блок «Содержание», второй блок – «Дисциплины». Первый блок включает четыре части элементов содержания. В первую из них входят элементы, традиционно составляющие содержание дисциплин математического модуля. Это формулировки изучаемых понятий, утверждений, их доказательства, задачи и т.д. Данную часть блока «Содержание» будем называть предметной.

Вторая часть блока «Содержание», которую условно можно назвать компетентностной, содержит такие элементы, без использования которых невозможно формирование компетенций. Так, например, формирование когнитивного компонента компетенции СК-2 «Способность анализировать, обобщать и систематизировать информацию» связано с приобретением студентами знаний о приемах мыслительной деятельности, действиях, входящих в их состав, последовательности их выполнения. С праксиологическим компонентом компетенции связано формирование умений по выполнению каждого приема, отдельных действий, входящих в его состав, а также умений по использованию совокупности приемов для решения математических и профессионально-ориентированных задач. Овладение аксиологическим компонентом компетенции связано с пониманием студентами значимости деятельности, связанной с анализом, обобщением и систематизацией информации. Для того, чтобы имел место процесс формирования каждого из компонентов рассматриваемой компетенции, компетентностная часть содержания должна содержать тексты, раскрывающие сущность приемов мыслительной деятельности, примеры выполнения приемов и использования их при работе информацией различного содержания; задания на выполнение приемов мыслительной деятельности и их использование при решении задач с математическим и экономико-математическим содержанием. На формирование праксиологического и аксиологического компонентов направлены задания, в которых предлагается проверить правильность выполненного решения, основанного на использовании приемов мыслительной деятельности, составить задания, выполнение которых требует применения данных приемов и т.д. В зависимости от изучаемой дисциплины, темы указанные виды заданий наполняются конкретным содержанием. Выбор заданий, включаемых в содержание конкретной темы и дисциплины, определяется местом дисциплины в модуле математических дисциплин и предшествующим уровнем овладения компетенцией.

Третья часть блока «Содержание» включает материалы, необходимые для осуществления дифференцированного обучения студентов посредством продвижения их по индивидуально-групповой образовательной траектории. Это задания, используемые для коррекции усвоения содержания, формирования свойств познавательных процессов, представляющих индивидуальные особенности студентов. Исходя из этого, ее название - личностная. В работах [1], [3] представлен механизм отбора индивидуальных особенностей, подлежащих учету при обучении студентов математике, дана характеристика содержательного компонента дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения математике.

Четвертая – диагностическая часть блока «Содержание» включает виды диагностических заданий, использование которых позволит определить уровень сформированности у студентов компонентов компетенций. Так, для выявления уровня сформированности когнитивного компонента компетенций в данную часть содержания включаются задания, выполнение которых будет свидетельствовать, что студент воспринял, понял и запомнил информацию. Например, для выявления уровня сформированности когнитивного компонента компетенции СК-2 «Способность анализировать, обобщать и систематизировать информацию» в диагностическую часть блока «Содержание» должны быть включены задания вида:

- из представленных определений понятия «обобщение» выбрать правильные;
- в представленных определениях понятия «обобщение» выявить ошибки;
- из предложенного списка действий выбрать те, выполнение которых обеспечивает обобщение информации, и записать последовательность их выполнения;
- сформулировать и охарактеризовать действия, выполнение которых необходимо для обобщения информации.

Правильность и полнота их выполнения свидетельствует о достигнутом уровне сформированности когнитивного компонента компетенции.

Сравнение выделенных четырех частей блока «Содержание» показывает, что деление является условным, т.к. одно и то же задание может быть включено в различные его части: компетентностную и предметную, компетентностную и личную, компетентностную и диагностическую.

Второй блок содержательно-дисциплинарного компонента модели содержит дисциплины, включенные в модуль математических дисциплин. Исходя из того, что формирование компетенций требует приобретения студентами элементов знаний, с одной стороны, не рассматриваемых в дисциплинах, с которых начинается математическая подготовка будущих бакалавров экономики в вузе, а с другой стороны, используемых, как известных, возникает необходимость включения в модуль математических дисциплин дополнительного пропедевтико-коррекционного курса. В рамках этого курса студенты должны приобрести знания о понятии модели, математической модели, математическом моделирова-

нии, этапах решения задач, требующих составления модели и интерпретации найденного решения, кванторах, логических операциях, правилах вывода, правилах составления предложений с использованием математической символики и др., входящих в когнитивный компонент соответствующих компетенций. Здесь же целесообразно начать формирование праксиологических компонентов этих компетенций, систематизировать материал школьного курса математики, при необходимости осуществить коррекцию усвоения его содержания, изучить вопросы математики, развивающие школьный курс математики и используемые при изучении вузовского курса. Одним из примеров является тема «Многочлены», элементы содержания которой используются при изучении дифференциального и интегрального исчисления. Особенностью формирования компетенций при изучении других математических дисциплин является реализация условия непрерывности и преемственности. Это достигается за счет постоянного мониторинга и учета уровня сформированности компонентов компетенций при изучении предшествующих дисциплин, тем. Другими словами, при изучении всех дисциплин имеет место постоянное обращение к результативно-оценочному блоку модели. Соответствие между дисциплинами, формируемыми при их изучении компетенциями, планируемыми уровнями их сформированности определяется в матрице компетенций, которая выполняет регулирующую роль в процесс формирования компетенций.

Технологический компонент модели включает используемые в процессе формирования компетенций методы, формы и средства обучения. Исходя из перечня формируемых компетенций, ведущими методами обучения, обеспечивающими приобретение опыта поиска, анализа, обработки информации, исследовательской деятельности, принятия и защиты решений, являются проблемный метод, метод проектов и кейс-метод. Использование метода целесообразно подобранных задач обеспечивает не только усвоение изученного содержания, но и открытие его новых элементов. Реализация дифференцированного подхода в форме продвижения студентов по индивидуально-групповым образовательным траекториям на первый план выводит две общие формы обучения: групповую и индивидуальную. Конкретными формами обучения, обеспечивающими реализацию указанных выше методов, являются проблемные лекции, деловые игры, групповые исследовательские работы, дифференцированные самостоятельные работы. Средствами обучения, используемыми для формирования компетенций, являются программы Excel, Mathcad, ресурсы сети Internet, учебные пособия, сборники задач, содержащие элементы блока «Содержание» для различных математических дисциплин.

Последним компонентом разработанной модели является результативно-оценочный. Он обеспечивает проведение диагностики результатов компетентностно-ориентированного обучения студентов математике, сравнение результатов с плановыми и принятие решений по формированию компетенций при изучении последующих дисциплин. Для этого результативно-оценочный компонент включает уровни, критерии и показатели сформированности когнитивного, праксиологического и аксиологического компонентов каждой из компетенций, формируемых у студентов при изучении математических дисциплин.

Литература

1. Дробышева И.В. Об этапах проектирования индивидуально-групповых образовательных траекторий обучения студентов математике //Современные проблемы науки и образования. – 2014. – №6. – С.691
2. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А. О необходимых условиях компетентностно ориентированного обучения математике студентов вузов // Педагогический журнал Башкортостана.- – 2012. – №4. – С.57-61
3. Дробышева И.В.Технология дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения математике студентов вузов. Монография/И.В. Дробышева [и др.] – М.: Издательство: ООО «ТРП», 2016. – 155 с.
4. <http://www.old.fa.ru/university/maindata/Pages/os-finuniver.aspx>.

БИНАРНАЯ РОЛЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ МАТЕМАТИКИ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ

Егупова М.В., доктор педагогических наук, доцент,
Московский педагогический государственный университет, г. Москва
mv.egupova@mpgu.edu

Аннотация. В статье обсуждается проблема обучения школьников практическим приложениям математики. Подчеркивается бинарное назначение задач на приложения, которое состоит в обучении математике с одной стороны, и обучении применению математики к исследованию и описанию окружающей действительности с другой. Делается вывод о необходимости соблюдения методических требований к фабуле задач на приложения для выполнения этого назначения. Это будет способствовать достижению образовательных результатов согласно требованиям ФГОС ОО.

Ключевые слова: обучение математике в школе, практические приложения математике, задача, математическая модель.

BINARY ROLE OF PRACTICAL APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN STUDENTS ' EDUCATION

M.V. Egupova, PhD, associate professor,
Moscow State Pedagogical University, Moscow
mv.egupova@mpgu.edu

Abstract. The article discusses the problem of teaching schoolchildren to practical applications of mathematics. It emphasizes the binary assignment of tasks to applications, which consists in teaching mathematics on the one hand, and teaching the application of mathematics to the study and description of the surrounding reality on the other. It is concluded that it is necessary to comply with the methodological requirements for the task plot on applications for this purpose. This will facilitate the achievement of educational results in accordance with the requirements of Federal educational standards of general education.

Keywords: The teaching of mathematics at school, practical applications of math, problem, mathematical model.

Современные требования к обучению математике в школе, сформулированные в федеральных государственных образовательных стандартах общего образования (ФГОС ОО), подразумевают знакомство школьников с ее практическими приложениями. В частности, указывается, что «Изучение предметной области "Математика и информатика" должно обеспечить: осознание значения математики и информатики в повседневной жизни человека; ... формирование представлений о математике как ... универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления». [5]

Необходимо признать, что эти требования не новы, они предъявлялись и в советский период (политехническая и прикладная направленность обучения), и в последующий за ним период развития школьного образования в РФ, что отражено в соответствующих нормативных документах. Однако, выполнение таких требований на практике сопряжено с рядом методических трудностей, поэтому соответствующие им результаты обучения невысоки. Об этом свидетельствуют и международные исследования математической грамотности школьников, и статистика выполнения учащимися соответствующих заданий ОГЭ и ЕГЭ. Укажем некоторые причины такого состояния проблемы.

Определим, что изучение практических приложений математики имеет бинарное значение: с одной стороны, это способствует усвоению содержания школьного курса, а с другой – показывает, как с помощью математических моделей можно описывать и изучать объекты окружающего мира. Практические приложения математики в обучении представлены либо содержательными примерами, иллюстрирующими объяснительный текст, либо, что встречается чаще, включены в фабулу соответствующих учебных задач. Проанализируем, как приложения отражены в таких задачах.

Итак, задача, направленная на обучение практическим приложениям математики (задача на приложения), – это задача, основанная на содержательной модели реального объекта, математическая модель которого может быть построена средствами школьного курса математики. [2] Таким образом, задачи на приложения могут с одной стороны, способствовать обучению математики, с другой – с их помощью имеется возможность обучать ее приложениям.

Из понимания сути задачи на приложения следует, что уровни сложности такой задачи должны быть выделены согласно сложности применения метода математического моделирования при ее решении. Использование этого метода в решении прикладных задач в науке традиционно разделено на этапы: формализация (построение математической модели); внутримодельное решение; интерпретация результата. Но при решении учебных задач не всегда возможно сразу предъявить математическую модель условия. Например, в фабуле задачи присутствует непонятная или неизвестная учащимся нематематическая терминология. Поэтому считаем целесообразным выделить еще один *этап – этап математизации*, на котором будет проделана *подготовительная работа к составлению математической модели*: проведен предварительный анализ условия задачи с целью установления возможности применения математики для ее решения, определены все нематематические термины, дана им математическая интерпретация, выявлены отношения между объектами условия задачи, уяснен смысл задачи в целом. [2]

Анализ задач на приложения математики, имеющихся в учебных пособиях для школьников разных годов ([1], [3], [4] и др.), позволяет сделать вывод, что сложность поиска их решения, прежде всего, связана с осуществлением этапа математизации, а именно с подбором математических эквивалентов к реальным объектам. Наименьшие затруднения у учащихся вызывают задачи, в фабуле которых реальные объекты уже соотнесены с их математическими моделями. Например, в тексте задачи уже названа геометрическая фигура, которая является моделью реального объекта: «Футбольное поле в форме прямоугольника имеет площадь...», «Поверхность откидного столика имеет форму равнобедренной (равнобокой) трапеции...».

Наибольшие затруднения в решении задач на приложения связаны с установлением реальных объектов и отношений между ними, которые необходимо математизировать для построения модели. Таким образом определены два крайних уровня сложности задач на приложения – низкий и высокий. Между этими двумя уровнями сложности можно выделить два переходных. Таким образом, задачи на приложения математики по степени возрастания сложности имеют четыре уровня:

I. В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.

II. Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

III. Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно. Требуется учет реально сложившихся условий.

IV. Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

Задачи первых двух уровней сложности, как правило, не вызывают у школьников затруднений при построении математической модели. Такие задачи наиболее распространены в обучении математике, они используются на уроке, включены в КИМ ОГЭ и ЕГЭ. Анализ фабул таких задач показывает, что их роль в обучении скорее не демонстрация практических приложений математики, а иллюстрация изучаемого материала или проверка его усвоения. Зачастую, реальная ситуация, представленная в таких задачах, лишь формальный терминологический фон. Она очень упрощена или вовсе не соответствует действительности. Поэтому, показать, согласно требованиям Стандарта, возможности математики в изучении реальных процессов и явлений, с помощью таких задач затруднительно.

К особенностям задач третьего и четвертого уровней следует отнести нетривиальность построения математической модели, неопределенность выбора математического аппарата для их решения. Это сближает такие задачи с прикладными задачами, поставленными в реальной ситуации профессиональной, практической деятельности. В большинстве, это задачи, требующие всестороннего анализа данных и допускающих неоднозначное построение математической модели. К ним могут быть отнесены задачи с недостающими, лишними, противоречивыми и скрытыми данными. К сожалению, задачи третьего и четвертого уровней сложности в учебниках и учебных пособиях встречаются нечасто. На их решение требуется довольно много учебного времени, и такие задачи обычно на уроке не

рассматриваются. Однако, именно они могут выполнять роль обучения практическим приложениям математики в полной мере.

Необходимо отметить, что возможность выбора фабулы для задач на приложения ограничена рамками содержания школьного курса математики. Подбор практических приложений, которые бы показали существенную роль математики в исследовании реальности, в решении известных проблем естествознания затруднен в связи с тем, что для их понимания знания элементарной математики часто недостаточно. Кроме этого, хорошо известно, что изучение математической теории и развитие умения пользоваться ею для решения чисто математических задач традиционно занимает бо́льшую часть времени, отводимого на математику в школе.

Поэтому, скорее, стоит обучать не конкретным практическим приложениям, а тому, как применять математику к изучению реальности, формируя у школьников, по выражению В.И. Арнольда, математический взгляд на мир. Это возможно и с помощью задач первого и второго уровня сложности, если предъявить к фабуле таких задач следующие требования.

Фабула задачи на приложения должна:

- 1) достоверно описывать реальный объект, его свойства;
- 2) демонстрировать связи математики с другими науками, практическими областями деятельности;
- 3) содержать проблему, для разрешения которой действительно необходимо применить математику;
- 4) соответствовать возрастным особенностям школьника;
- 5) содержать нематематические термины, доступные для понимания учащимися.

Таким образом будет соблюдена *бинарная роль* задач на приложения, которая состоит в обучении математике с одной стороны, и обучении применения математики к исследованию и описанию окружающей действительности. Такой подход будет способствовать выполнению требований федеральных государственных образовательных стандартов общего образования при обучении математике.

Литература

1. Вардамян С.С. Задачи по планиметрии с практическим содержанием: Кн. для учащихся 6-8 кл. ср. шк. / Под ред. В.А. Гусева. – М.: Просвещение, 1989. – 144 с.
2. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе: монография / М.В. Егупова. – М.: МПГУ, 2014. – 220 с.
3. Перельман Я.И. Новый задачник по геометрии (концентрический). Для 5, 6, 7-го годов обучения. Изд. 8-е. – М.-Л.: Госиздат, 1930. – 125 с.
4. Петров В.А. Прикладные задачи на уроках математики. Кн. для учителя. – Смоленск: СГПУ, 2001. – 268 с.
5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. // Министерство образования и науки РФ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/938>.

УДК 378.14.015.62

ТРАДИЦИИ И ИННОВАЦИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ

**Забелина С.Б., кандидат педагогических наук, доцент,
Московский государственный областной университет, г. Москва
zabelina_sb@mail.ru**

Аннотация. В статье предложены методические требования к конструированию и проведению традиционных организационных форм обучения студентов в вузе в условиях реализации современных образовательных технологий.

Ключевые слова: образовательная технология, традиционные организационные формы обучения, методические требования к разработке лекционного курса.

TRADITION AND INNOVATION IN THE TEACHING OF MATHEMATICS AT THE UNIVERSITY

**S.B. Zabelina, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Moscow state regional University, Moscow
zabelina_sb@mail.ru**

Abstract. In the article the methodological requirements for the design and conduct of the traditional organizational forms of teaching students in the University in terms of implementation of modern educational technologies.

Keywords: educational technology, the traditional organizational forms of training, methodical requirements for the development of the lecture course.

Требования Федерального государственного образовательного стандарта определяют компетентностно-деятельностный подход к высшему образованию, ориентированный не только на освоение студентами комплекса фундаментальных теоретических знаний, но преимущественно на формирование их деятельностной позиции в процессе обучения в вузе, способствующей становлению опыта целостного видения будущей профессиональной деятельности. Оптимальный путь формирования образовательных технологий и систем оценки качества подготовки студентов при реализации этого подхода нам видится в сочетании традиционных подходов и средств, выработанных в истории отечественной высшей школы, и инновационных подходов, опирающихся на экспериментальные методики ведущих отечественных педагогов.

Образовательные технологии в вузе должны быть направлены на воспитание творческой активности и исследовательской инициативы студентов, должны предусматривать возможности представления концепций и знаний в разнообразных формах, существенно изменять роли преподавателя и студента в учебном процессе. Студенты должны занимать позицию не пассивных потребителей обучающего воздействия, а создавать собственный образовательный продукт. Традиционные организационные формы занятий в вузе в условиях таких образовательных технологий претерпевают качественные изменения.

Организационные формы обучения можно определить как механизм упорядочения учебного процесса в отношении позиций его субъектов, их функций, а также завершенности циклов, структурных единиц обучения во времени [2].

Если рассматривать лекцию, как форму организации занятий в контексте формирования деятельностной позиции студента в процессе обучения, то приоритет информационной ее функции смещается к ориентирующей или концептуально-интерпретирующей функции. Это находит отражение в соблюдении методических требований к разработке лекционного курса:

- раскрытие общего и различного в трактовке базовых понятий разными «научными школами» при принципиальном отказе от выделения «единственно верной» позиции;
- организация усвоения способов деятельности системного анализа при изучении математических объектов, их свойств и отношений;
- организация усвоения способов деятельности синтеза, построения гипотезы и деятельности доказательства выдвигаемых предположений;
- обсуждение альтернативных концепций;
- формулирование учебных проблем и предоставление их студентам для самостоятельного решения;
- побуждение студентов к дальнейшему расширению информационного пространства, к формированию личностной позиции, к зарождению проектно-исследовательского пространства[1].

Если выстраивать лекционный курс подобным образом, то это будет способствовать раскрытию генезиса научной истины, привитию студенту понимания того, что истина раскрывается в процессе ее поиска. Следует приветствовать «открытия истины», созданные самим студентом, при условии освоения им знаний, уже накопленных научным сообществом. Организованный таким образом лекционный курс также способствует реализации ключевых этапов математической деятельности: математизация накопленного эмпирического материала, логическая организация математической теории, применения математических знаний и методов в обучении или на практике. Задача лектора в этих условиях - не передать информацию, а организовать учебно-исследовательскую работу студента по освоению лекционного курса. Только через исследовательскую деятельность самих студентов, вовлеченных в поиск разрешения

проблемы, научная информация трансформируется в их научное знание, и способы самой деятельности становятся предметом изучения.

Приведем пример организации лекции, которая читается нами в рамках дисциплины «Современные основы школьного курса математики» на ступени магистратуры из цикла лекций «Элементарные функции как непрерывные гомоморфизмы числовых групп». При построении цикла лекций особое внимание обращалось на проблематизацию учебного материала, логику его изложения. В начале изложения студентам предлагается актуализировать знания и опорные понятия, освоенные при изучении курсов математического анализа, высшей алгебры и элементарной математики на ступени бакалавриата, касающиеся разных способов определения базисных элементарных функций. Студенты обсуждают, что, например, функцию $\ln x$ можно определить как функцию вида $\int_1^x \frac{dt}{t}$, $x > 0$, и как обратную к функции e^x . Показательную функцию e^x - как частный случай показательной функции a^x , если $a = e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, и как сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, и как решение дифференциального уравнения $y' = y$, если $y(0) = 1$. Степенную функцию x^a на области положительных действительных чисел можно определить с помощью ряда, а можно и как $e^{x \cdot \ln a}$. Еще большее разнообразие способов обнаруживают магистранты, говоря об определениях функций косинуса, синуса, арккосинуса, арксинуса. Тем самым магистранты самостоятельно приходят к идее поиска универсального способа определения базисных элементарных функций. Преподаватель, отмечая, что универсальный способ определения базисных элементарных функций позволит выявить их основное содержание и объяснит, почему именно эти функции играют выдающуюся роль в математике и ее приложениях, усиливает тем самым мотивацию магистрантов к поисковой деятельности. Далее, основываясь на фундаментальных наблюдениях, формулируется гипотеза, что единый подход в определении базисных элементарных функций возможен в рамках аксиоматического подхода. Опираясь на известные из курса элементарной математики характеристические свойства базисных элементарных функций, а также из курса общей алгебры понятие гомоморфизма групп, магистранты приступают к построению определений функций $a \cdot x$, a^x ($a > 0$), $\log_a x$, ($a > 0$), x^a . В результате обсуждений формулируются определения. После конструирования аксиоматических определений линейной, показательной, логарифмической и степенной функций преподаватель, вовлекая магистрантов в обсуждения, приступает к выявлению свойств, например, показательной функции. Магистранты, следуя аксиоматическому методу, задаются вопросом, а существует ли аксиоматический объект «показательная функция», и сколько таких объектов в случае существования можно указать? Выдвигается гипотеза о существовании и единственности показательной функции с основанием $a > 0$.

Преподаватель сам проводит доказательство существования и единственности показательной функции, поскольку оно носит искусственный характер. Рекомендуются лектору выстраивать свою речь в форме озвученного мышления, то есть организовать внутрисубъектное общение, которое представляет собой систему вопросов, обращенных к самому себе и вскрывающих последовательность поиска нового знания. При такой подаче математического материала реализуется цель показать логику поиска и развития нового знания. Поучительным для магистрантов является само проведенное лектором рассуждение, как акт научного мышления, его ход и результат.

В завершении лекции преподаватель формулирует проблему, связанную с нахождением условий, при которых линейная, логарифмическая и степенная функции являются изоморфизмами числовых групп.

При описанном подходе к организации и проведению лекций у студентов формируется готовность к поисково-исследовательской работе с материалом математической науки, в том числе, что профессионально необходимо, формируется опыт постановки проблемы, поиска ее решения, осмысление и принятие научных методов познания.

Литература

1. Забелина С.Б. Исследовательская компетентность магистрантов математического образования: модель формирования и управления: монография / С.Б. Забелина. – М.: ИИУ МГОУ, 2017. – 130 с.
2. Новиков А.М. Методология учебной деятельности / А. М. Новиков. – М.: Эгвес, 2005. – 176 с.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 педагогическое образование (квалификация (степень) "магистр") [Электронный ресурс] / URL: [www. http://минобрнауки.рф](http://минобрнауки.рф)

**ОЦЕНИВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
БАКАЛАВРОВ НАПРАВЛЕНИЯ «НЕФТЕГАЗОВОЕ ДЕЛО» ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МАТЕМАТИКА» КАК ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА**

**Зарипова З.Ф., кандидат педагогических наук, доцент,
Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск
zaripova1968@ yandex.ru**

Аннотация. В работе представлен опыт оценивания результатов учебной деятельности студентов-бакалавров с помощью компьютерного тестирования.

Ключевые слова: результаты учебной деятельности, оценка, тест, компьютерное тестирование, балльно-рейтинговая система.

**EVALUATION OF LEARNING OUTCOME OF OIL AND GAS ENGINEERING
UNDERGRADUATES AT SUBJECT “MATHEMATICS” AS A PEDAGOGICAL PROBLEM**

**Z.F. Zaripova, PhD in education, associate professor,
Almetyevsk State oil Institute
zaripova1968@ yandex.ru**

Abstract. Evaluation experience of undergraduates learning outcome by means of computerised testing is presented in this article.

Keywords: learning outcome, evaluation, test, computerised testing, point-based system

Оценивание результатов обучения конкретного студента-бакалавра – одна из приоритетных задач в условиях многоуровневой системы высшего образования. Представленная задача может быть обозначена как одно из нормативных требований, решение которой в конечном итоге является критерием для повышения уровня гарантированного качества образования.

С задачей адекватного оценивания учебной деятельности студента каждый преподаватель сталкивается практически при любом виде контроля. Особенно проблема оценивания актуализируется период экзаменационной сессии. В педагогической литературе немало развернутых дискуссий по вопросам оценивания учебной деятельности студентов. Тем не менее, при всей разнообразности публикаций, в них главным образом внимание уделяется: психолого-педагогическим условиям контроля; видам контроля знаний; диагностическим методикам; формам учета успеваемости; факторам результативности; технологиям организации контроля самостоятельной работы. Проблема оценивания учебной деятельности студентов, несмотря на свою комплексность и широкую контекстность, остается недостаточно исследованной и научно обоснованной. На втором плане и проблема оценивания учебных умений, сформированных в процессе обучения. Особой спецификой отличается оценивание экспериментальных умений, умений сформированных в ходе выполнения лабораторных работ. Определенную дезорганизацию в оценочную деятельность преподавателя вуза вносит отсутствие единых процедур и критериев оценивания.

Д.Б. Эльконин считает: «Учебная деятельность – деятельность по самоизменению, ее продукт – те изменения, которые произошли при ее выполнении в самом субъекте... Конечно, учебная деятельность имеет и внешние результаты. Ученик решил задачу – результатом становится полученное им решение... Результаты оцениваются не со стороны их общественной полезности, а как показатели изменений в ученике». По мнению Д.Б. Эльконина, учебная деятельность – сложное по своей структуре образование. В нее входят, « во-первых, учебно-познавательные мотивы; во-вторых, учебные задачи и составляющие их операторное содержание учебные операции; в-третьих, контроль; в-четвертых, оценка. Центральное звено- второе... Все остальные звенья как бы обслуживают это основное» [10].

Андреев В.И. подчеркивает, что в педагогической практике оценивания результатов обучения часто не разводят понятия «измерение», «оценка» и «отметка», хотя эти понятия составляют системообразующую основу оценочной деятельностью преподавателя. «Оценка – процесс принятия решения о ре-

зультатах измерения в единстве с оценочным суждением об уровне проявления измеряемого качества. Отметка – способ фиксирования результатов измерения и оценки с тем, чтобы сообщить ее заинтересованным лицам. То, что измеряется и оценивается должно сравниваться по точно установленным критериям с некоторым эталоном, ожидаемым результатом обучения, развития» [1, с.460].

Отметим, что оценка результатов обучения в отечественной педагогике традиционно рассматривается как определенное средство воспитания. В вузе появляется новая функция оценки – она приобретает квалификационное значение, является показателем готовности студента к профессиональной деятельности [4, с.4].

Действующая пятибалльная шкала оценок не в полной мере отвечает современным критериям оценки результатов учебной деятельности. Письменные работы, получившие одну и ту же оценку, могут отличаться качественно: полнотой информации, числом и характером ошибок, объемом выполнения заданий, осознанностью ответов, обоснованностью решений и т.д. Пятибалльная шкала для более точного оценивания дополняется рейтинговым показателем. Термин «рейтинг» первоначально применялся для оценки относительной «силы» спортсменов по результативности выступлений каждого из них. По аналогии рейтингом студента называют числовой показатель результатов его учебной деятельности [4].

В учебный процесс Альметьевского государственного нефтяного института решением Ученого Совета АГНИ от 27 декабря 2006 г. внедрена балльно-рейтинговая система (БРС) оценки знаний студентов. БРС предполагает перманентный контроль учебной деятельности студентов на основе использования рейтингового показателя.

Рассмотрим особенности БРС, реализуемой в процессе обучения студентов-бакалавров по направлению 21.03.01 Нефтегазовое дело. Итоговая семестровая оценка знаний студента-бакалавра по дисциплине «Математика» интегрирует в себе результаты текущего и промежуточного видов контроля знаний (до 60 баллов) и экзаменационной оценки (до 40 баллов). Для допуска к итоговой аттестации по дисциплине (экзамену) студенту необходимо набрать в семестре не менее 35 баллов по результатам текущего и промежуточного контроля. При этом им должны быть изучены все дисциплинарные модули и сданы рубежные контрольные точки. Перед изучением дисциплинарного модуля преподаватель доводит информацию о видах контроля и количестве баллов, которые студент может заработать. Принципы начисления баллов за контрольные мероприятия устанавливаются на заседании кафедры. В настоящее время в АГНИ каждая дисциплина учебного плана оценивается по 100-балльной шкале. В рабочей программе дисциплины «Математика» отражены виды контроля по каждому дисциплинарному модулю и соответствующие балльные оценки. Учитывается также творческая компонента: за эффективное участие в научных мероприятиях кафедры, конференциях, олимпиадах, тематических конкурсах, межпредметных факультативах студент-бакалавр может поощряться дополнительными баллами.

После изучения дисциплинарного модуля формируются рейтинги успеваемости: на уровне факультета, на уровне потока, на уровне группы. Любой студент в любой момент времени может выяснить свой рейтинг на всех уровнях, проследить динамику рейтинга благодаря информационной системе управления ИСУ АГНИ.

Как показывает практика, средний процент студентов-бакалавров, освоивших дисциплинарные модули по дисциплине «Математика» своевременно, составляет около 70%. Таким образом, примерно трети студентов дается возможность исправить рейтинг до необходимого минимального значения. В этой ситуации педагог должен провести коррекцию в управлении учебной деятельностью обучаемых, что требует дополнительных диагностических процедур и педагогических воздействий. Отметим, что примерно 3 % студентов потока в среднем имеют максимально возможный рейтинг по дисциплине.

Для выставления экзаменационной оценки итоговый рейтинговый балл должен быть в диапазоне от 55 до 100 баллов. Количественную оценку приводят к качественной с помощью шкалы перевода. В АГНИ применяется наиболее распространенный способ для перехода от количественной оценки к качественному показателю успешности обучения. Для получения отметки 3 (удовлетворительно) бакалавр должен набрать от 55 до 70 баллов, отметки 4(хорошо) соответственно от 71 до 85. Отметки 5 (отлично) достоин студент-бакалавр, совокупный балл которого по дисциплине составляет от 86 до 100.

Рассмотрим опыт использования компьютерного тестирования для оценивания результатов учебной деятельности студентов-бакалавров по дисциплине «Математика» на нефтегазовом факультете АГНИ. В условиях БРС преподаватели столкнулись с проблемой четкой формализации оценивания. Дефицит времени, отведенного на аудиторное изучение дисциплины «Математика», значительный объем информации для самостоятельного изучения обостряют эту проблему. Частично решает задачу исследования и оперативной коррекции результатов учебной деятельности компьютерное тестирование. Приме-

нение компьютерного тестирования наряду с традиционными видами контроля, такими как письменные контрольные работы по различным разделам курса математики, требует более четкой формализации заданий и процедуры выставления оценок. Содержание тестовых материалов соответствует требованиям образовательных стандартов. При составлении тестовых материалов и в процессе компьютерного тестирования мы придерживаемся критериев, позволяющих дать оценку качеству измерения. К важнейшим из них традиционно относят объективность, надежность, валидность [5, с.23], [6, с.45-51], [7, с.156-164], [9, с.145]. Объективность измерения предполагает унификацию материала, его обработки и оценки, отсутствие дополнительных вспомогательных средств. Мы убедились, что «гораздо труднее обеспечить объективность интерпретации результатов измерения» [6, с.46].

Мы согласны с мнением Л.И. Долинера, считающего, что объективность не может быть самоцелью. Она является только предпосылкой надежности и валидности измерений [6, с.47].

При составлении содержания тестовых материалов, мы придерживаемся 9 принципов, разработанных В.С. Аванесовым, означающих: соответствие содержания теста целям тестирования;

определение значимости проверяемых знаний; взаимосвязь формы и содержания; содержательную правильность тестовых заданий; репрезентативность учебной дисциплины в содержании теста; соответствие содержания теста уровню современного состояния науки; комплексность и сбалансированность содержания теста; системность содержания теста; вариативность содержания теста [2]. По В.С. Аванесову, правильная разработка тестовых материалов уменьшает влияние субъективного фактора на результаты тестирования.

Составление баз данных для тестирования требует значительной трудоемкости и высокой методической квалификации преподавателя. Трудоемкость отчасти связана с подбором «хороших» неверных ответов, становящихся дидактическим фактором процесса обучения [5, с.140]. Определенные проблемы возникают с оценкой трудности заданий до апробации теста, построением плана теста с учетом спецификации. База тестирования по определенной теме реализуется в виде одного текстового файла. Файл базы содержит компоненты: формулировки вопросов, пять вариантов ответа на вопросы, указание верных ответов, в некоторых случаях комментарии к заданиям. Подчеркнем, что в тест включаются вопросы - задания, требующие не более трех логических ходов для решения. Оценка учебных достижений в форме теста проводится в максимально однородных условиях на уровне содержания и сложности заданий. В тестах по математике, сформированных преподавателями кафедры, используются задания закрытого типа – с выбором одного правильного ответа при наличии 3 или 4 неправильных, но правдоподобных ответов - дистракторов. Не исключается и множественный выбор ответов. Компьютерный тест привлекателен тем, что за достаточно короткий момент времени преподаватель получает информацию об уровне знаний студентов. Результаты тестирования и средства оценки качества тестовых заданий позволяют провести как семантический, так и статистический анализ. Изучение статистики по тесту показывает, какие темы дисциплины требуют повторения, дополнительного акцента. Результаты тестирования используются для дальнейшего планирования учебного процесса на потоке, в группе, так и для отдельно взятого студента. Информационная система ИСУ АГНИ позволяет хранить, анализировать, перерабатывать учебно-педагогическую информацию на всех этапах управления учебной деятельностью студентов. Мы склонны полагать, что тестовая форма контроля обладает объективностью и технологичностью, однако считать ее универсальной глубоко ошибочно. При всех преимуществах, компьютерный тест обладает и недостатками. Он не позволяет выявить способы выбора ответа, работу мышления, самостоятельность и обоснованность суждений, сужает проявление творческих способностей. Не исключаются и ситуации отгадывания ответа. Обратной стороной тестирования является неоднозначность и недостаточная обоснованность выводов по результатам контроля. Неудовлетворительное качество теста обязательно приведет к ошибкам измерения. «Кроме того, простое установление уровня знаний не всегда является достаточным измерителем успешности обучения, если при этом не отслеживается, как зафиксированный уровень знаний менялся в процессе обучения, и не учтено, насколько сложными были условия, в которых приобретались знания» [3, с.46]. Поэтому мы считаем, что тестовая форма контроля должна быть только дополнительной, то есть подкреплять традиционные – контрольные и расчетно-графические работы, коллоквиумы, устное собеседование, публичные защиты исследовательских проектов, защиты лабораторных работ по математике. Мониторинг оценивания учебной деятельности студентов-бакалавров направления «Нефтегазовое дело» пролонгирован, ведется на протяжении трех семестров.

Преподавателями кафедры составлена внушительная база тестов по всем основным разделам дисциплины «Математика». Составлены вариативные тесты по специальным разделам математики. Оценка

надежности тестов производилась по методу Кьюдера-Ричардсона. Выбор данного метода основан на том, что содержание тестов по математике гомогенно и предполагает использование дихотомических оценок. В научно-педагогической литературе указывается, что нижний предел допустимых значений надежности равен 0,7. Обычно в тестологической практике надежность тестов колеблется в интервале от 0,8 до 0,9 [6,с.161]. Содержание тестов с низким уровнем надежности были подвергнуты переработке. Совершенствование теста осуществляется посредством изменения тестовых заданий и дальнейшей его апробацией, исследованием качественных характеристик. Анализ теста связан с вычислением статистических показателей качества теста. Мода, медиана, средний балл используются для анализа результатов тестирования. Для нормального распределения эти значения равны. Дисперсия отражает неоднородность результатов тестирования. По величине стандартного отклонения, стандартной ошибки измерения можно проследить меру изменчивости распределения и меру вариации ошибочных компонентов измерения [5,с.184]. По величине асимметрии и эксцесса проводят качественный анализ заданий теста. Если асимметрия положительна, то можно утверждать о трудности заданий теста в целом для рассматриваемой группы обучаемых студентов. Отрицательный показатель асимметрии сигнализирует о легкости заданий теста. В.И. Михеев подчеркивает, что по величине асимметрии можно судить о соответствии целевых установок, заложенных в содержание заданий теста, реальному уровню сформированности требуемого качества знаний обучаемых [9,с.122]. Величина эксцесса раскрывает степень однородности заданий теста. По величине асимметрии и эксцесса можно рассмотреть ошибки репрезентативности, и уже на их основе проверить статистические критерии достоверности оценок асимметрии и эксцесса. Согласно данному критерию можно проводить проверку близости эмпирического распределения нормальной кривой.

В ходе исследования надежности сконструированных тестов, мы пришли к выводу, что компьютерные тесты наиболее эффективны в группах с высокими результатами учебной деятельности. В этих же группах значим коэффициент ранговой корреляции между результатами компьютерного тестирования и результатами оценивания письменных работ.

С позиции теории систем управления БРС стимулирует посредством рейтинговых оценок систематическую работу студентов-бакалавров над содержательной областью дисциплины «Математика» и своевременность сдачи разделов дисциплины; укрепляет заинтересованность каждого студента в повышении уровня результативности и дисциплинированности; способствует активизации учебной деятельности студентов на аудиторных и внеаудиторных занятиях и честной конкуренции. С позиции информационного процесса БРС позволяет оперативно менять арсенал педагогических воздействий, основываясь на характеристиках и результатах учебной деятельности студентов.

Однако практика показывает, что БРС не лишена системных противоречий. Во-первых, рейтинговый контроль может внести в учебный процесс оттенок излишней напряженности в течение всего семестра. Во-вторых, рейтинговая система требует значительных затрат времени на проведение дополнительных контрольных мероприятий (пересдач тестов по дисциплинарным модулям) и не учитывается нагрузкой, что способствует физической и психической перегруженности преподавателей и студентов. В-третьих, при выставлении экзаменационной оценки заменяется более точная – рейтинговая. В-четвертых, повышается весомость текущих и промежуточных оценок. При всем этом весьма существенно снижается весомость экзаменационной оценки [4,с.30].

Оценка учебной деятельности студентов-бакалавров по дисциплине «Математика» объективно многомерная проблема. Как показывает опыт, оценивание учебной деятельности студентов во многих отношениях очень сложный и крайне не простой вопрос, как в теоретическом аспекте, так и методическом плане, как в психологическом плане, так и в организационном. Это связано с тем, что с оцениванием учебной деятельности студентов-бакалавров связана задача получения, обработки, накопления объективной информации для конструктивного управления обучением, развитием, воспитанием, самовоспитанием. Решение проблемы объективности и достоверности оценивания зависит от понимания педагогами его теоретических основ, от тщательного организационного и методического обеспечения.

Литература

1. Андреев В.И. Педагогика: Учебный курс для творческого саморазвития / В.И. Андреев. – Казань: ЦИТ, 2003. – 608 с.
2. Аванесов В.С. Теоретические основы разработки заданий в тестовой форме: пособие/ В.С. Аванесов. Гос.ком.Рос. Федерации по высшему обр., Исслед.центр проблем качества подготовки спец., Моск. Гос.текстиль.академия им. А.Н. Косыгина. – М.: МГТА, 1995. – 95 с.

3. Алексеев А.Н. К вопросу о количественном оценивании результатов тестового контроля знаний / А.Н. Алексеев // Открытое образование. – 2006. – №4. – С.45-51.
4. Анищенко В.Г. Пути совершенствования оценивания учебной деятельности студентов в высшей школе / В.Г. Анищенко, О.Ю.Лейкина, Ю.Г. Фокин. – М.: НИИВО, 1994. – 40 с.
5. Денищева Л.О. Разработка педагогических тестов по математике / Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Г. Михалева. – М.: ВАКО, 2014. – 192 с.
6. Долинер Л.И. Компьютерные тесты успеваемости как средство оптимизации учебного процесса/ Л.И. Долинер // Вестник Московского университета. Сер.20. Педагогическое образование. – 2004. – №1. – С.35-72.
7. Звонников В.И. Современные средства оценивания результатов обучения: учебное пособие/ В.И. Звонников, М.Б. Чельшкова. – М.: Академия, 2011. – 224 с.
8. Логвинов И.И. Дидактика: история и современные проблемы / И.И. Логвинов. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 205 с.
9. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерения в педагогике / В.И. Михеев. – М.: КРАСАНД, 2010. – 224 с.
10. Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды / Д.Б. Эльконин. – М.: Высшая школа, 1989. – С.223-228.

УДК 378

ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОДУЛЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ В ОБНОВЛЕННОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

**Каширская Ю.С., старший преподаватель,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск
pavlova1505@mail.ru**

**Столярова И.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск
stolyar-irina@mail.ru**

Аннотация. В работе раскрывается проектирование содержания педагогической практики будущих учителей «от образовательных результатов»; подчеркивается значимость согласованности видов практик, ориентирующихся на овладение трудовыми функциями и действиями, отраженными в профессиональном стандарте педагога.

Ключевые слова: профессиональный стандарт педагога, модернизация педагогического образования, образовательный модуль, модуль педагогической практики, трудовые функции, трудовые действия, образовательные результаты.

PROJECTION OF THE MODULE OF PEDAGOGICAL PRACTICE IN THE UPDATED EDUCATIONAL PROCESS OF THE PEDAGOGICAL UNIVERSITY OF THE ACTIVE

**U.S. Kashirskaya, senior lecturer,
Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk
pavlova1505@mail.ru**

**I.V. Stolyarova, PhD in pedagogy, associate professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk
stolyar-irina@mail.ru**

Abstract. The work reveals the design of the content of pedagogical practice of future teachers "from educational results"; emphasizes the importance of coherence of types of practices that focus on mastering labor functions and actions reflected in the professional standard of the educator ..

Keywords: professional standart of educational, modernization of teachers training, educational modul, educational module, module of pedagogical practice, labor functions, labor actions, educational results.

Педагогическая практика играет ключевую роль в профессиональном становлении будущего учителя: в процессе педагогической практики обучающиеся имеют возможность «примерить» на себя роль учителя и повысить степень профессиональной подготовленности в условиях реальной практической деятельности. При этом, достаточно часто, педагогическая практика рассматривается как набор не согласованных практик, встраиваемых в образовательный процесс.

Опыт проектирования образовательных программ бакалавриата и магистратуры в соответствии с требованиями проекта модернизации педагогического образования, а также анализ учебно-методической документации позволили определиться в оптимальной последовательности действий по проектированию модуля педагогической практики.

Практики по овладению профессиональной деятельностью учителя должны рассматриваться как система взаимосвязанных компонентов, ориентированных, с одной стороны, на образовательные результаты осваиваемого (текущего) вида (видов) деятельности, и с другой стороны, на заданные итоговые образовательные результаты.

Сущность проектирования и разработки образовательной программы модуля педагогической практики «от образовательного результата» заключается в ответах на вопросы:

- Чего должен достигнуть обучающийся в ходе практики? (формулировка планируемых образовательных результатов);
- Как учащийся достигнет обозначенных результатов? (разработка механизмов достижения результатов);
- Каким образом учащийся сможет продемонстрировать свои достижения? (подобрать оценочные средства и процедуры).

При проектировании образовательных результатов практики необходимо руководствоваться следующими правилами:

- образовательные результаты каждого этапа модели педагогической практики проектируются на основе образовательных результатов, заявленных в соответствующем учебном модуле программы, которые, в свою очередь, определены образовательными результатами программы;
- образовательные результаты практики соотносятся с трудовыми функциями и действиями, отраженными в профессиональном стандарте педагога, а также с действиями по реализации федеральных государственных образовательных стандартов общего образования;
- образовательные результаты модуля «Практика» должны быть конкретными, проверяемыми, измеряемыми;
- образовательные результаты практики учитывают специфику реализуемой ОПОП (например, специализацию выпускника бакалавриата в качестве технолога, исследователя или коммуникатора и профиль подготовки выпускника).

Таким образом, при проектировании образовательных результатов модуля педагогической практики необходимо ориентироваться на профессиональный стандарт «Педагог», федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования и общего образования и на модель организации образовательного процесса педагогического университета. При формировании содержания образовательной программы необходимо учитывать тот факт, что трудовые действия, зафиксированные профессиональным стандартом педагога, раскрывают основные требования к квалификации педагога, а значит именно их практикование должно стать основой для проектирования содержания образовательной программы модуля педагогической практики. Вместе с этим, одним из основных требований, предъявляемых к педагогу средней школы, является осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта общего образования.

Взаимосвязь видов практикования внутри модуля «Практика» также реализуется посредством оценочных процедур, реализуемых по окончании каждого вида практики. Формы контроля, представляющие собой ролевые и деловые игры, кейсы и другие средства, позволяют студенту продемонстрировать уровень овладения образовательными результатами по окончании практики и являются в свою очередь входом-допуском к следующей практике. Важным аспектом организации практик является требование деятельностного подхода к выбору форм диагностики сформированности видов практической деятель-

ности: оценочные процедуры должны быть деятельностными, то есть студенты должны демонстрировать полученные умения в деятельности – в процессе решения практической задачи – ситуации.

На основе выше изложенного, предлагаем опираться на следующую структуру модуля педагогической практики при проектировании образовательной программы:

- «перечень планируемых результатов обучения при прохождении практики, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы;
- указание вида практики, способа и формы (форм) её проведения;
- указание места практики в структуре образовательной программе;
- указание объема практики в зачетных единицах и ее продолжительности в неделях либо в академических или астрономических часах;
- содержание практики;
- указание форм отчетности по практике;
- фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по практике;
- перечень учебной литературы и ресурсов сети «Интернет», необходимых для проведения практики;
- перечень информационных технологий, используемых при проведении практики, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости);
- описание материально-технической базы, необходимой для проведения практики».[3]

Литература

1. Каспржак А.Г., Калашников С.П. Разработка моделей академического бакалавриата и исследовательской магистратуры в рамках реализации программы модернизации педагогического образования: первые итоги // Психологическая наука и образование. – 2015. – Т.20. – No 5. – С. 29–44. doi: 10.17759/pse.2015200504.

2. Марголис А.А. Требования к модернизации основных профессиональных образовательных программ (ОПОП) подготовки педагогических кадров в соответствии с профессиональным стандартом педагога: предложения к реализации деятельностного подхода в подготовке педагогических кадров [Электронный ресурс] // Психологическая наука и образование psyedu.ru. – 2014. – No1. URL: <http://psyedu.ru/journal/2014/2/Margolis.phtml>.

3. Приказ Министерства образования и науки РФ от 27 ноября 2015 г. N 1383 "Об утверждении Положения о практике обучающихся, осваивающих основные профессиональные образовательные программы высшего образования" <http://base.garant.ru/71288178/>

4. Монахов В.М., Столярова И.В. Сидорова Н.В. Технологические процедуры оптимизации логической структуры учебного процесса. – Ульяновск, 1996.

5. Сидорова Н.В., Столярова И.В., Каширская Ю.С. Проектирование фонда оценочных средств для контроля сформированности профессиональных компетенций бакалавров педагогического образования. // Актуальные вопросы методики обучения математике и информатике / Материалы Всероссийской научно-практической конференции преподавателей математики, информатики школ и вузов. – Ульяновск: УлГПУ, 2003. – С.30-33.

6. Сидорова Н.В., Столярова И.В. Управление развитием методической системы учителя математики. // Актуальные вопросы методики обучения математике и информатике./ Межвузовский сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГПУ, 2003. – С.110-114.

7. Столярова И.В. Технологический подход к переподготовке учителя математики на основе овладения инновационными компонентами проектировочной деятельности: диссертация на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Москва, 2000. – 206 с.

8. Шадрина Л.Г., Андрианова Е.И., Столярова И.В. Профессионально-ориентированная подготовка студентов магистратуры в процессе реализации модуля «Педагогический мониторинг освоения детьми дошкольной образовательной программы» в программе магистратуры // Психологическая наука и образование. – 2015. – Том 20. – № 5. – С.153-161.

9. Якутова Ю.А., Столярова И.В., Кузина Н.Г. Информационные и коммуникационные технологии в образовании. – Ульяновск, 2013.

ПОДХОДЫ К ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Корнилов В.С., доктор педагогических наук, профессор,
Московский городской педагогический университет, г. Москва
vs_kornilov@mail.ru**

Аннотация. В докладе излагаются подходы к индивидуализации обучения студентов высших учебных заведений физико-математических и естественнонаучных направлений подготовки в процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений. Обсуждаются цели и принципы, содержание, формы и методы обучения обратным задачам. Акцентируется внимание на то, что в процессе такого обучения у студентов не только формируется фундаментальная система знаний в области обратных задач, прикладной и вычислительной математики, математического моделирования процессов и явлений, но и развиваются научное мировоззрение, математическая интуиция, научно-познавательный потенциал и другие математические творческие способности.

Ключевые слова: индивидуализация обучения, обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений, прикладная математика, математические творческие способности, студент.

APPROACHES TO INDIVIDUALIZATION OF TRAINING OF STUDENTS TO THE INVERSE PROBLEMS FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS

**V.S. Kornilov, doctor of pedagogical sciences, full professor,
Moscow city pedagogical university, Moscow
vs_kornilov@mail.ru**

Abstract. In the report approaches to individualization of training of students of higher educational institutions of the physical and mathematical and natural-science directions of preparation in training activity are explained to the inverse problems for differential equations. The purposes and the principles, contents, forms and methods of training in the inverse problems are discussed. Content of training in the inverse problems, their application-oriented aspects are discussed. Attention that in the course of such training at students not only the fundamental system of knowledge in the field of the inverse problems, applied and calculus mathematics, mathematical simulation of processes and the phenomena is created is focused, but also the scientific outlook, a mathematical intuition, scientific and cognitive potential and other mathematical creative abilities develop.

Keywords: training individualization, training in the inverse problems for differential equations, applied mathematics, mathematical creative abilities, the student.

Уже более полувека в России и за рубежом активно развивается теория обратных задач для дифференциальных уравнений, являющаяся одной из научных областей современной прикладной математики (см., например, [1–10]). Большой вклад в ее развитие вносят работы А.В. Баева, П.Н. Вабишевича, А.О. Ватульяна, В.В. Васина, А.М. Денисова, С.И. Кабанихина, М.М. Лаврентьева, Г.И. Марчука, Д.Г. Орловского, А.И. Прилепко, В.Г. Романова, А.Н.Тихонова, В.А. Чеверды, В.Г. Чередниченко, В.А. Юрко, А.Г. Яголы, В.Г. Яхно и других авторов. С использованием методов теории обратных задач для дифференциальных уравнений успешно исследуются разнообразные процессы и явления, в том числе труднодоступные или недоступные для человека объекты и процессы различной природы, выявляются их причинно-следственные связи.

В настоящее время в некоторых российских вузах для студентов физико-математических и естественнонаучных направлений подготовки преподаются учебные курсы по выбору, посвященные обратным задачам для дифференциальных уравнений (см., например, [2–6, 8]). Среди таких вузов – Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Сибирский

федеральный университет, Уральский государственный университет, Ростовский государственный университет и другие вузы.

Обучение студентов глубоким знаниям в области обратных задач для дифференциальных уравнений является сейчас одной из актуальных задач системы высшего математического образования. Необходимость эта связана, прежде всего, с потребностями практики. С каждым годом обнаруживается все большее количество приложений обратных задач. Такие задачи сейчас возникают практически во всех областях естествознания: геофизике, астрономии, ядерной физике, химии, биологии и т. д. К необходимости решения обратных задач для дифференциальных уравнений приводят проблемы неразрушающего контроля промышленных изделий, медицинской диагностики, изучения новых свойств материалов. При обучении студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений большое внимание уделяется не только математическим методам решения обратных задач, но и построению и анализу самих математических моделей обратных задач, приведению их к виду, удобному для исследования.

В процессе преподавания теории обратных задач рассматриваются различные обратные задачи, среди которых обратные задачи определения коэффициентов, правых частей линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений; коэффициентные, граничные и эволюционные обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных (одномерные и многомерные обратные задачи для гиперболических, параболических, эллиптических, интегро-дифференциальных уравнений и других типов дифференциальных уравнений в частных производных, рассматриваемые в различных функциональных пространствах). При нахождении решений обратных задач студенты используют разнообразные методы математической физики, с помощью которых могут быть исследованы как обратные задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений, так и обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных. В результате студенты осознают широту использования методов математической физики в исследованиях прикладных математических задач. Доказывая сложные теоремы существования, единственности и условной устойчивости решения разнообразных обратных задач, они демонстрируют фундаментальные знания как в области теории и методологии обратных задач, так и в области методов математической физики.

При обучении обратным задачам для дифференциальных уравнений обращается внимание на нахождение их приближенных решений. При помощи методов вычислительной математики студенты учатся находить приближенные решения обратных задач, как для обыкновенных дифференциальных уравнений, так и для дифференциальных уравнений в частных производных. Студенты приобретают умения и навыки применения сведений из теории разностных схем, разнообразных методов вычислительной математики. Эффективность обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений достигается, в том числе, реализацией междисциплинарных связей, которая обуславливается необходимостью интеграции как естественнонаучных, так и гуманитарных знаний и позволяет сформировать у студентов систему фундаментальных знаний в области обратных задач, осмыслить их научно-познавательный и научно-образовательный потенциал, осмыслить гносеологические процессы в прикладной математике, развить математическую интуицию. На практических занятиях в качестве учебных заданий студентам можно предложить, например, построить интегральное (интегро-дифференциальное) уравнение для решения прямой задачи; доказать локальную теорему существования и единственности или теорему условной устойчивости решения обратной задачи; изложить идею нахождения приближенного решения обратной задачи; построить разностный аналог обратной задачи для дифференциального уравнения; построить вычислительный алгоритм нахождения приближенного решения обратной задачи и проанализировать его свойства, доказать сходимости приближенного решения обратной задачи к точному решению и другие учебные задания; изложить идею доказательства корректности (условной корректности) решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, а также другие учебные задания или, например, по найденному решению обратной задачи сформулировать логические выводы прикладного или гуманитарного характера.

В процессе такого обучения студенты осмысливают корректность решения обратной задачи, анализируют целесообразность реализации математического метода решения обратной задачи, применяют математические знания для нахождения решения обратной задачи, обнаруживают знания в области теории и практики исследования математических моделей, анализируют полученное решение и формулируют логические выводы прикладного и гуманитарного характера. При этом у студентов развивается научное мировоззрение, логическое, алгоритмическое, информационное мышление, творческая актив-

ность, самостоятельность и сообразительность. Студенты приобретают умения и навыки применения знаний по многим физико-математическим дисциплинам, проведения анализа полученного решения обратной задачи и формулирования логических выводов прикладного характера. Решая обратные задачи для дифференциальных уравнений, студенты не только осваивают теорию и практику обратных задач, методологию исследования прикладных задач, приобретают новые знания в области прикладной и вычислительной математики, но и развивают математическую интуицию, научно-познавательный потенциал.

В процессе обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений преследуются конкретные цели обучения, реализуются дидактические принципы и методы обучения обратным задачам, что обеспечивает студентам овладение системой знаний, умений и навыков, дающей представление о теории обратных задач для дифференциальных уравнений, математическом моделировании физических процессов и явлений, о конструктивных алгоритмах и методах исследования обратных задач, исторических периодах развития теории обратных задач; овладение основными общенаучными методами познания, используемыми в прикладной и вычислительной математике.

Общеизвестно, что разработка технологий индивидуализации обучения студентов является одной из перспективных задач педагогической науки. Научное осмысление проблемы индивидуализации обучения отражено в работах классиков педагогики Я.А. Коменского, Д. Локка, И.Г. Песталоцци, А. Дистервега, К.Д. Ушинского и других авторов. Развитие дидактических аспектов индивидуализация обучения, идей индивидуально-ориентированного обучения, индивидуальных способностей студентов в процессе учебной деятельности, индивидуального подхода в обучении как средства формирования индивидуального стиля деятельности преподавателя находит отражение в работах многих педагогов и психологов современности. Среди них: Ю.К. Бабанский, М.Н. Берулава, Е.Д. Божович, Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Е.А. Климов, П.П. Машков, О.П. Околелов, С.Л. Рубинштейн, Ю.А. Самарин, И.С. Сергеев, И.Э. Унт, А.В. Хуторский, В.В. Шрейдер, Д.Б. Эльконин, И.С. Якиманская и другие авторы.

Целями индивидуализации обучения студентов обратным задачам для дифференциальных уравнений являются: формирование фундаментальных математических и естественнонаучных знаний, развитие математических умений и навыков каждого студента учебной группы; улучшение их учебной мотивации; усиление профессиональной направленности обучения; развитие научного мировоззрения, логического, алгоритмического, информационного мышления; развитие математических способностей студентов, направленность студентов на научно-исследовательскую деятельность в области обратных задач для дифференциальных уравнений, прикладной и вычислительной математики.

Индивидуальный подход в обучении студентов обратным задачам выступает как дидактический принцип обучения, воспитания и развития их творческих математических способностей, учитывающий личностные особенности студентов, уровень интеллектуального развития, познавательные интересы и другие факторы, оказывающие влияние на успешность обучения.

В процессе такого обучения у студентов развиваются творческая активность, самостоятельность и сообразительность. Студенты приобретают умения и навыки применять знания по многим физико-математическим дисциплинам, проводить анализ полученного решения обратной задачи и формулировать логические выводы прикладного характера.

В качестве наиболее значимых форм индивидуальной работы в учебном курсе обратных задач для дифференциальных уравнений являются:

- работа студентов над курсовыми и выпускными квалификационными работами по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- написание студентами рефератов по материалам научных статей, посвященным обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в научно-исследовательской работе по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в научных семинарах, посвященных обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- участие студентов в студенческих научных конференциях;
- самостоятельная работа студентов по выполнению индивидуальных учебных заданий по обратным задачам для дифференциальных уравнений;
- консультации и беседы при подготовке к семинарским и лабораторным занятиям;
- участие студентов в студенческих научных кружках.

В процессе такого обучения у студентов развиваются математическая интуиция и научно-познавательный потенциал, которые помогает студентам осознать физический смысл исследуемой прикладной задачи, выбрать эффективные методы математической физики для решения обратной задачи для дифференциальных уравнений. Математическая интуиция и научно-познавательный потенциал развиваются у студентов при решении различных нетипичных математических задач, которыми являются обратные задачи для дифференциальных уравнений. Среди таких учебных заданий – построение системы интегральных уравнений обратной задачи для дифференциальных уравнений, доказательство условной корректности решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, построение разностного аналога обратной задачи для дифференциального уравнения; нахождение численного решения обратной задачи, доказательство сходимости приближенного решения обратной задачи к точному решению, обоснование идеи доказательства корректности (условной корректности) решения обратной задачи для дифференциальных уравнений, формулировка логических выводов прикладного или гуманитарного характера на основе проведенного исследования обратной задачи и другие учебные задания. В процессе такого обучения у студентов формируется система фундаментальных знаний в области обратных и некорректных задач, они приобретают новые научные знания в области прикладной и вычислительной математики, математического моделирования физических процессов и явлений, развивается научное мировоззрение.

Литература

1. Блехман И.М. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов / И.М. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. – М.: КомКнига, 2005. – 376 с.
2. Ватульян А.О. Обратные и некорректные задачи: учебное пособие / А.О. Ватульян, О.А. Беляк, Д.Ю. Сухов, О.В. Явруян. – Ростов на Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2011. – 232 с.
3. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач: учебное пособие / А.М. Денисов. – М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1994. – 207 с.
4. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи: учебное пособие / С.И. Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. – 458 с.
5. Корнилов В.С. Некоторые обратные задачи идентификации параметров математических моделей: учебное пособие / В.С. Корнилов. – М.: МГПУ, 2005. – 359 с.
6. Корнилов В.С. Обучение обратным задачам для дифференциальных уравнений как фактор гуманитаризации математического образования: монография / В.С. Корнилов. – М.: МГПУ, 2006. – 320 с.
7. Корнилов В.С. Теоретические основы информатизации прикладного математического образования: монография / В.С. Корнилов. – Воронеж: Научная книга, 2011. – 140 с.
8. Корнилов В.С. Теория и методика обучения обратным задачам для дифференциальных уравнений: монография / В.С. Корнилов. – М.: Изд-во «ОнтоПринт», 2017. – 500 с.
9. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики: монография / В.Г. Романов. – М.: Наука, 1984. – 264 с.
10. Самарский А.А. Численные методы решения обратных задач математической физики: монография / А.А. Самарский, П.Н. Вабишевич. – М.: УРСС, 2004. – 478 с.

УДК 378.4

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИГРЫ КАК ФОРМА ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БАКАЛАВРОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Кузина Н.Г., кандидат педагогических наук, доцент,

Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск

Галушкина Д.В.,

Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск

Аннотация. В данной статье рассматриваются интеллектуальные бои как одна из форм организации самостоятельной работы студентов педагогических университетов.

Ключевые слова: интеллектуальные бои, математика, школьники, студенты, олимпиады.

INTELLECTUAL GAMES AS A FORMS OF ORGANIZING THE INDEPENDENT ACTIVITY OF STUDENTS OF PEDAGOGICAL UNIVERSITY

N.G. Kuzina, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk

D.V. Galushkina,
Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk

Abstract. In this article, intellectual battles are considered as one of the forms of organization of independent work of students of pedagogical universities.

Keywords: intellectual fights, mathematics, schoolchildren, students, olympiads.

Интеллектуальные бои представляют собой новейшую, интерактивную форму командной «олимпиады». Формат интеллектуальных боев является наиболее отвечающим специфике педагогического вуза (внеурочное общение школьников с учителями, а в данном случае с будущими учителями - студентами педагогического университета). Само понятие «интеллектуальные бои» вызывает интерес обучающихся и привлекает их к решению нестандартных задач, дает возможность развить математические способности в игровой форме. Таким образом, на первый план в данной деятельности выходит самореализация обучающихся в математической сфере и их интеллектуальный рост. Рассмотрим одну из форм интеллектуальных боев – «математические бои».

Основные задачи математических боев:

- научить решать задачи олимпиадного уровня;
- привить интерес к математике;
- поднять общий уровень математического знания, показать всю многогранность математических задач (виды олимпиадных задач);
- самореализация студентов в математической и педагогической сфере.

Математические бои основаны на активном привлечении к работе студентов. Таким образом, реализуется принцип интерактивности и динамичности – студенты получают возможность придумывать самостоятельно формулировки заданий в рамках заданного формата (математических задач), а также создавать новые формы интересных математических турниров.

Деятельность студентов, занимающихся подготовкой и проведением олимпиад прежде всего заключается в умении видеть не только различные способы решения задач олимпиадного уровня, но и способы разнообразного варьирования задач этого вида. Существует несколько способов изменить структуру задачи:

1. Изменить часть данных;
2. Обобщить условие (для общего случая);
3. Конкретизировать условие (для частного случая);
4. Сформулировать и проверить обратное утверждение (верно ли обратное?).

Например:

Сколько существует натуральных чисел n , для которых $4^n - 15$ является квадратом целого числа?

Решение: $4^n - 15 = x^2$, $x \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$;

$$2^{2n} - x^2 = 15;$$

$$(2^n - x)(2^n + x) = 15; \text{ (по условию } x \text{ - целое число. Причем}$$

$(2^n + x) > 0$. Из этого следует, что оба множителя больше нуля:

$$(2^n - x) > 0; (2^n + x) > 0; (2^n - x) < (2^n + x))$$

Зная, что $3 \cdot 5 = 15$ и $1 \cdot 15 = 15$ можно составить 2 системы уравнений (мы исключаем $5 \cdot 3 = 15$ и $15 \cdot 1 = 15$, а также отрицательные значения этих чисел, т.к.

$$(2^n - x) > 0; (2^n + x) > 0; (2^n - x) < (2^n + x))$$

$$1) \begin{cases} 2^n - x = 3 \\ 2^n + x = 5 \end{cases} ; \quad 2) \begin{cases} 2^n - x = 1 \\ 2^n + x = 15 \end{cases} ;$$

Решая по очереди каждую систему, мы найдем n :

$$\begin{array}{ll} 1) \ 2^{n+1} = 8 ; & 2) \ 2^{n+1} = 16 ; \\ 2^{n+1} = 2^3 ; & 2^{n+1} = 2^4 ; \\ n + 1 = 3 ; & n + 1 = 4 ; \\ n = 2 . & n = 3 . \end{array}$$

Ответ: существуют 2 значения n ($n=2, n=3$).

Изменим структуру задачи первым способом. Попробуем заменить число 15 на 7: Сколько существует натуральных чисел n , для которых $4^n - 7$ является квадратом целого числа? Решение задачи аналогично.

Разработка и проведение математических боев – в будущем одна из форм развития учебно-методической деятельности студентов. В нашем педагогическом университете регулярно проводятся мероприятия с привлечением школьников, ведь именно с ними связана будущая профессия почти всех студентов педагогического университета. Поэтому, проведение различных олимпиад, турниров и математических боев – важная часть деятельности студентов педагогических вузов. Новая, интереснейшая для школьников и развивающая для студентов форма командных олимпиад «Интеллектуальные игры» – еще один шаг в этом направлении, с собственной оригинальной концепцией и технологическим решением.

УДК 378.147.88

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ОРГАНИЗАЦИИ НИРС НА ПРИМЕРАХ УЧЕБНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ И МАГИСТРОВ

Латышева Л.П., кандидат педагогических наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь
lublat@mail.ru

Скорнякова А.Ю., кандидат педагогических наук,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь
skornyakova_anna@mail.ru

Черемных Е.Л., кандидат педагогических наук, доцент,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь
cheremnyh.e@inbox.ru

Аннотация. В статье раскрываются аспекты организации научно-исследовательской работы бакалавров и магистров педагогического образования по профилю «Математика».

Ключевые слова: научно-исследовательская работа студентов, бакалавр педвуза, магистр педвуза, обучение математике.

SOME ASPECTS OF THE ORGANIZATION OF RESEARCH WORK OF STUDENTS ON EXAMPLES OF EDUCATIONAL STUDIES OF FUTURE BACHELORS AND MASTERS

L.P. Latysheva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm
lublat@mail.ru

A.Yu. Skornyakova, candidate of pedagogical sciences,
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm
skornyakova_anna@mail.ru

E.L. Cheremnykh, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian Pedagogical University, Perm
cheremnyh.e@inbox.ru

Abstract. The article describes aspects of the organization of scientific-research works of bachelors and masters of pedagogical education by the profile «Mathematics».

Keywords: scientific-research work of students, bachelor of pedagogical University, master of pedagogical University, learning math.

Современное состояние вузовской профессиональной подготовки предполагает проведение студенческих исследований в рамках выполнения выпускных квалификационных работ бакалавра и магистра [2]. Представляются важными и обоснованными требования, в соответствии с которыми темы соответствующих исследовательских работ студентов оказываются взаимосвязанными, и выполнение исследования в магистратуре углубляет и совершенствует результаты, достигнутые при обучении в бакалавриате. При организации как самостоятельной, так и исследовательской работы студентов решается ряд задач, среди которых – формирование мотивации обучающихся к названному виду деятельности, обеспечение её результативности по достижению необходимого уровня компетенций, проведение текущего контроля и оказание своевременной помощи студентам, а также формирование у них навыков самоорганизации и самообучения [3].

Современное многоуровневое обучение в аспекте организации научно-исследовательской работы студентов (НИРС) преследует несколько важных целей, среди которых выделим следующие:

– сформировать базовые знания, умения и навыки в соответствующей профессиональной области, являющиеся основой определенных компетенций;

– обеспечить фундамент для реализации исследовательских умений в сфере будущей профессии.

Вторая из названных целей отмечена тем, что достигается она в результате многоэтапного процесса НИРС в вузе. Первоначальный уровень ее достижения происходит на этапе обучения студента в бакалавриате; последующий – в ходе его подготовки в магистратуре.

Вообще говоря, с одной стороны, осуществляемые студентами исследования на этих этапах не обязаны быть связаны близкой тематикой. А с другой стороны, на наш взгляд, если взаимосвязь присутствует, то возникает возможность организовать исследование на более высоком качественном уровне, поскольку базовое «вхождение» в тему, ознакомление с основными теоретическими положениями, практическими подходами к решению возникающих проблем и начальные, возможно, пробные исследовательские наработки в соответствующей области оказываются уже осуществленными на первом уровне обучения в бакалавриате. Приобретенный опыт на втором уровне обучения позволяет будущему магистру погрузиться в ходе исследования в более «тонкие» сферы, а значит достичь весомых результатов.

Достижение названных целей в полном объеме с обеспечением отмеченной взаимосвязи тематики студенческих исследований, как одного из важных аспектов организации НИРС, – непростая задача. Однако некоторые попытки подобной работы на математическом факультете педвуза нами были предприняты, что видно из примеров, в число которых включены не только исследования под нашим руководством (табл. 1).

Таблица 1

Примеры формулировок тем исследований студента в бакалавриате и магистратуре

№	Тема ВКР бакалавра	Тема магистерской диссертации
1	Методико-информационная поддержка темы «Ряды» в педвузе	Информационно-методическая поддержка формирования исследовательских умений учащихся на уроках математики
2	Понятия нестандартного математического анализа во внеурочной работе с учащимися	Формирование математической культуры учащихся в обучении элективному курсу по нестандартному анализу
3	Дидактические игры в обучении студентов математическому анализу	Формирование математической культуры студентов в условиях интерактивного обучения математическому анализу
4	Моделирование зависимости результатов сдачи ОГЭ и ЕГЭ по математике от факторов «Образовательная программа» и «Личность учителя»	Моделирование тренда успеваемости школьников по математике

5	Информационно-методическая поддержка элективного курса «Прикладные аспекты производной»	Многообразие дифференцируемости в анализе
6	Решение задач с параметрами на основе дифференциального и интегрального исчислений	Использование кейс-заданий в комплексном оценивании результатов обучения математике

В плане взаимосвязи тематики исследований в бакалавриате и магистратуре уместно сравнить и цели соответствующих исследований, связанных с обучением математике (табл. 2).

Таблица 2

Примеры целей исследований студента в бакалавриате и магистратуре

№	Цель исследования будущего бакалавра	Цель исследования будущего магистра
1	Разработать методические рекомендации к решению некоторых исследовательских заданий по теме «Ряды»	Рассмотреть теоретические предпосылки и разработать практические приемы формирования исследовательских умений в опытно-экспериментальной работе с учащимися средней школы на уроках математики
2	Разработать методику изучения основных понятий нестандартного математического анализа в условиях дополнительного образования	Исследовать возможность формирования математической культуры старшеклассников посредством изучения основных понятий нестандартного математического анализа
3	Создание комплекса дидактических игр, способствующих усвоению студентами основных понятий математического анализа	Теоретическое описание возможности и практическая разработка применения специальных методов интерактивного обучения в формировании математической культуры студентов педагогического вуза
4	Построить модель множественной линейной регрессии, которая описывает зависимость результатов сдачи экзамена по математике на государственной итоговой аттестации от вида образовательной программы и характеристик личности учителя	Построить трендовую модель успеваемости школьников по математике и осуществить прогнозирование успеваемости школьников по этой учебной дисциплине с использованием построенной модели тренда
5	Разработать программу элективного курса «Прикладные аспекты производной» и методические рекомендации к решению задач с использованием производной функции одной действительной переменной, а также создать комплекс электронных ресурсов для освоения школьниками прикладных аспектов этого понятия	Изучение и систематизация развития понятия производной в многомерных пространствах, описание многообразия дифференцируемости в анализе в виде структурной схемы; установление некоторых новых теорем по теории дифференцируемости
6	Разработать методические рекомендации по применению интерактивных методов в обучении решению задач с параметрами на основе дифференциального и интегрального исчислений	Выявить способы и критерии использования кейс-заданий в определении уровня сформированности компетенций будущих учителей математики

Другим важным аспектом организации НИРС является углубление знаний студентов в соответствующей области науки с помощью рассмотрения вопросов, выходящих за рамки базовой части курса соответствующей вузовской учебной дисциплины. Проиллюстрируем этот аспект на примере.

Изучение основ функционального анализа представляется необходимым элементом фундаментальной подготовки учителя математики потому, что он должен обладать компетенцией в генезисе и определении сущностных связей базовых понятий школьной математики. Способствовать формированию такой компетенции призвана реализация специальных методических технологий. Так, в математическом образовании учителя одна из технологий предполагает конструирование спиралей фундаментирования базовых учебных элементов [4]. Базовым понятием школьной и вузовской математики является понятие «производная», изучение которого в вузе должно логически «доводиться» до оптимального теоретического обобщения. При этом принцип построения теории дифференцирования для отображений абстрактных пространств аналогичен построению соответствующей теории для функций числового аргумента [1]. Это придает важность рассмотрению вопроса о генезисе понятия «производная», например, в рамках подготовки выпускной квалификационной работы бакалавра и магистерской диссертации (пример 5 в табл. 1, 2). Проблема введения операции дифференцирования возникает для отображений различных топологических пространств: числовой прямой, n -мерного арифметического евклидова пространства R^n , комплексного евклидова пространства C , банахова, локально выпуклого и других абстрактных пространств. Студенту, прежде всего, необходимо охарактеризовать понятие дифференцируемости в различных топологических пространствах с учетом его аналогии понятию одномерной производной.

Производная вещественной функции вещественной переменной в данной точке $x \in R$ – это число A , определяемое равенством $f(x+h) = f(x) + Ah + r(h)$, где $\frac{r(h)}{h} \rightarrow 0$ при $h \rightarrow 0, h \neq 0$. Но между действительными числами и линейными отображениями $R \rightarrow R$ существует взаимно однозначное соответствие. Поэтому найти производную вещественной функции вещественной переменной в точке $x \in R$ – это значит найти такое линейное отображение $f'(x)$, что разность $r(h) = f(x+h) - f(x) - f'(x)h$ есть величина, бесконечно малая по сравнению с h [1]. Приведенное определение производной лежит в основе обобщения этого понятия для отображений произвольных линейных топологических пространств. При этом в качестве A может выступать градиент функции, комплексная производная, вектор-функция, линейный оператор. В последнем случае важную роль играют так называемые сильная и слабая производные, имеющие многочисленные приложения [4]. Систематизации полученных связей при изучении понятия «производная» может способствовать создание студентом сводной таблицы (табл. 3), что, по сути, требует знаний, выходящих за рамки программы курса функционального анализа в педвузе.

Таблица 3

Сводная таблица условий дифференцируемости

X	Y	Вид производной	Условие дифференцируемости
R	R	Одномерная производная (число)	$f : R \rightarrow R$ $f(x) - f(x_0) = f'(x_0)\Delta x + o(\Delta x)$
R^n	R	$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)$ – градиент функции f в точке $x_0 \in R^n$	$f : R^n \rightarrow R$ $f(x) - f(x_0) = (\nabla f, \overline{x_0 x}) + o(\rho(x_0, x))$
R	R^n	Производная вектор-функции (вектор-столбец производных компонентных функций)	$f : R \rightarrow R^n$ $f(u + \Delta u) - f(u) = f'(u)\Delta u + o(\Delta u)$
C	C	Комплексная производная (комплексное число)	$f : C \rightarrow C$ $f(z) - f(z_0) = f'(z_0)\Delta z + o(\Delta z)$
R^n	R^m	Матрица Якоби $(a_{ij}) = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right)$	$f : R^n \rightarrow R^m$, $f(M_0 + h) - f(M_0) = A(M_0)h + o(h)$, $h \in R^n, A : R^n \rightarrow R^m$

функциональное пространство	R	Производная Гато (слабая производная)	$DF(x, h) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{F(x + th) - F(x)}{t}$
банахово пространство	банахово пространство	Производная Фреше (сильная производная)	$f : X \rightarrow X, X - \text{пространство Банаха}$ $f(x_0 + h) - f(x_0) = A(x_0)h + o(h)$

Одной из составляющих магистерской подготовки будущего учителя-исследователя является обучение основам проведения опытно-экспериментальной работы, что связано с еще одним важным аспектом организации НИРС. Этот аспект можно проиллюстрировать примером 6 (табл. 1 и 2), поскольку освоение студентом методических особенностей применения интерактивных технологий при обучении математике становится базой для более глубокого изучения (в том числе опытно-экспериментальным путем) возможностей применения кейс-технологии в оценивании образовательных результатов. Так, выпускная работа будущего бакалавра предполагала решение следующих задач:

- 1) выделить типы задач с параметром, решаемых на основе дифференциального и интегрального исчислений;
- 2) для каждого из выделенных типов составить общий план решения;
- 3) подобрать и разработать систему задач по соответствующей тематике;
- 4) изучить возможности применения интерактивных методов в обучении решению задач с параметрами;
- 5) разработать методические рекомендации по использованию выделенных методов в обучении решению задач с параметрами.

При обучении в магистратуре в ходе выполнения выпускного квалификационного исследования перед студентом стояли задачи, нацеливающие его на проведение педагогического эксперимента:

- 1) проанализировать теоретический и методический аспекты обозначенной проблемы в педагогических исследованиях;
- 2) выявить особенности кейс-технологии с учетом форм ее использования в процессе обучения;
- 3) рассмотреть виды и содержание компетенций, детализированных в виде основных результатов учебно-познавательной деятельности будущих учителей математики;
- 4) разработать и экспериментально апробировать способы и критерии использования кейс-заданий в определении уровня сформированности компетенций;
- 5) провести экспериментальные исследования по применению кейс-заданий как средства оценки уровня сформированности компетенций будущих учителей математики.

На первом этапе магистерского исследования студентом дано описание проблемы исследования, сформирована рабочая гипотеза; составлен план исследования; проанализирована программа обучения студентов дисциплине «Математический анализ»; установлен способ определения уровня сформированности компетенций и разработаны средства оценки результатов обучения; выявлены показатели и критерии уровня сформированности компетенций будущих учителей математики.

На втором этапе магистрантом проведено опытное исследование, включающее констатирующий, формирующий и контрольный эксперименты. В констатирующем эксперименте определялись критерии и возможности использования кейс-заданий как оценочного средства. Целью являлось определение уровня сформированности специальной компетенции студентов математического факультета и выявление трудностей, возникающих у них при выполнении подобного рода заданий. В ходе формирующего эксперимента было организовано обучение студентов выполнению кейс-заданий и определен уровень сформированности специальной компетенции студентов после процесса обучения. В контрольном экс-

перименте осуществлялась проверка гипотезы о роли специального обучения студентов работе с кейс-заданиями.

На третьем этапе выполнения магистерской выпускной квалификационной работы были описаны методические особенности конструирования кейс-заданий как оценочного средства.

В целом, анализ приведенных примеров позволяет отметить, что соответствующая взаимосвязь тематики исследований в бакалавриате и магистратуре, очевидно, прослеживается. И, по сути, понятно, в чем должно происходить совершенствование исследовательских навыков, а также дополнение и углубление содержания исследования.

Таким образом, особым образом продуманная тематика и специальная организация учебной исследовательской деятельности, начатой в бакалавриате и продолженной в магистратуре, позволяют достигать поставленные цели, решать отмеченные выше задачи и способствуют удовлетворению требованиям к проведению многоэтапного студенческого исследования в многоуровневом вузовском обучении.

Литература

1. Авербух В.И. Различные определения производной в линейных топологических пространствах / В.И. Авербух, О.Г. Смолянов // УМН. – 1968. – Т. 23, вып. 4. – С. 67-116.

2. Латышева Л.П. Государственная аттестация выпускников педвуза с двумя профилями подготовки: математика и информатика / Л.П. Латышева, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных // Проблемы теории и практики обучения математике. Герценовские чтения, 69: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2016. – С. 116-117.

3. Латышева Л.П. Информационно-методический комплекс организации самостоятельной работы студентов по математике / Л.П. Латышева, А.Ю. Скорнякова, Е.Л. Черемных // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия № 1. Психологические и педагогические науки. – 2014. – Вып. 2., ч. 2. – С. 269-277.

4. Смирнов Е.И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога / Е.И. Смирнов. – Ярославль: Канцлер, 2012. – 646 с.

УДК 373.6-057.87

ПОНЯТИЙНО-КАТЕГОРИАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ К ДАЛЬНЕЙШЕМУ ОБУЧЕНИЮ

**Линник И.И., кандидат технических наук, доцент,
ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта
aplinnik@mail.ru**

**Линник Е.П., кандидат физико-математических наук, доцент,
ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта
aplinnik@mail.ru**

**Овчинникова М.В., кандидат педагогических наук, доцент,
ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта
m_ovchinnikova@ukr.net**

**Шилова Л.И., кандидат педагогических наук, доцент,
ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта
kafmat.ieu@gmail.com**

Аннотация. В статье проанализированы основные понятия и категории, связанные с проблемой математической подготовки обучающихся 10-11 классов к продолжению обучения в вузах и учреждениях среднего профессионального образования. В качестве базовых понятий исследования поставленной проблемы выделены: «подготовка к обучению», «математическое образование», «математическая подготовка», а также понятие «математическая подготовка обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению» как итоговое.

Ключевые слова: математическое образование, математическая подготовка, математическая подготовка обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению.

CONCEPTUAL AND CATEGORICAL ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL PREPARATION OF THE HIGH SCHOOL STUDENTS FOR FURTHER EDUCATION

**I.I. Linnik, PhD, associate professor,
AHP (branch) V.I. Vernadsky CFU, Yalta
aplinnik@mail.ru**

**E.P. Linnik, PhD, associate professor,
AHP (branch) V.I. Vernadsky CFU, Yalta
aplinnik@mail.ru**

**M.V. Ovchinnikova, PhD, associate professor,
AHP (branch) V.I. Vernadsky CFU, Yalta
m_ovchinnikova@ukr.net**

**L.I. Shilova, PhD, associate professor,
AHP (branch) V.I. Vernadsky CFU, Yalta
kafmat.ieu@gmail.com**

Abstract. The main categories and notions connected with the mathematical preparation of the high school students for the further higher education are analyzed in this article. The basic research notions of the research problem are as follows: preparation for further education, mathematical education, mathematical preparation, as well as the notion mathematical preparation of the high school students for further education as a final one.

Keywords: mathematical education, mathematical preparation, as well as the notion mathematical preparation of the high school students for further education as a final one.

Математическое образование и необходимость его развития в условиях общеобразовательных учебных заведений обосновано в нормативных документах общегосударственного характера, в первую очередь, в Концепции развития математического образования в РФ [3]. Этим документом математическое образование определяется как системообразующее в образовании, подчёркивается его необходимость для любого гражданина нашей страны, изучение математики обозначено как один из основных факторов развития личности. Теоретический анализ проблемы математической подготовки обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению, по нашему мнению, является сложным и многоаспектным, поскольку предусматривает обобщение опыта математической подготовки и отображения объективных закономерностей развития сферы образования в процессе изучения математики.

Традиционно подготовка к обучению рассматривается в научной литературе в двух основных аспектах: как подготовка ребенка к обучению в школе и как подготовка выпускника школы к поступлению в вуз. В современных исследованиях выделилась ещё одна группа исследований, где рассматриваются проблемы подготовки обучающихся 10-11 классов к ЕГЭ (базовый и профильный уровни). В рамках нашего исследования мы рассмотрим математическую подготовку старшеклассников с позиций их дальнейшего обучения в различных вузах и учреждениях СПО, в которых изучаются математические дисциплины.

Итак, подготовка старшеклассников к дальнейшему обучению представляет собой дидактическую, методическую и воспитательную проблему. Это целостный процесс формирования системы знаний, умений и личностных характеристик обучающихся 10-11 классов, дающих им возможность успешно продолжить обучение в избранном учебном заведении для получения профессии. То есть, эта подготовка может рассматриваться как способ первичной адаптации к условиям обучения в вузе. Необходимо адаптировать выпускника к обучению по кредитно-модульной системе, которая существенно отличается от традиционной школьной системы. Кроме того, вузовская дидактика отличается от школьной, и предусматривает трансформацию системы отношений между субъектами обучения в сторону большей открытости, демократизации взаимоотношений. Методические принципы подготовки обучающихся 10-11 классов к обучению в вузе должны реализовываться в специально созданной методической системе для подразделений довузовской подготовки, которая служила бы переходным звеном между школьной и вузовской методическими системами. Наконец, воспитательная миссия подготовки обучающихся 10-11 классов к обучению в вузе заключается, по нашему мнению, в развитии его личности под воздействием пребывания во временной среде подразделения довузовской подготовки. В качестве рабочего определе-

ния которой мы принимаем такое: процесс и результат деятельности социальной институции образовательного характера, созданной вузом, которое обеспечивается его специальными структурами, осуществляя подготовку обучающихся 10-11 классов к обучению в нём в процессе овладения знаниями и умениями по отдельным дисциплинам; содержание этой подготовки адаптируется с учетом специфики и конкретного направления профессиональной подготовки.

В рамках нашей академии данное направление реализуется отделом дополнительного образования, которое организует обучение и подготовку к ЕГЭ старшеклассников г. Ялты, по математике, в том числе. Кроме этой формы, используются летние развивающие программы, в том числе, Летняя школа профессора С.К. Гирлина «Репрезентационно-иллюстративный метод математических рассуждений».

На категориальном уровне рассматриваемая подготовка тесно связана с понятием «математическое образование». В Википедии математическое образование рассматривается как «система подготовки специалистов высшей квалификации для научно-исследовательской и преподавательской работы в области математики и смежных с ней отраслей науки, техники, экономики, промышленности и сельского хозяйства» [5], что значительно сужает содержание этого понятия. М.И. Бурда в статье «Математика в школе» определяет математическое образование как важную составляющую общеобразовательной подготовки, которая обеспечивает интеллектуальное, социальное и моральное развитие личности, понимания «принципов строения и использования современной техники, новых информационных технологий, восприятия научных и технических идей, формирования научной картины мира и современного мировоззрения» [1, с. 476]. К данным определениям, на наш взгляд, необходимо добавить уровни математического образования (дошкольное, начальное, общее, среднее, профессиональное, и т.д.), которые выделены в Концепции [3]. Рассматриваемая нами составляющая математического образования относится к уровню среднего общего образования и может быть: а) общей (соответствует ФГОС СОО); б) профессионально-ориентированной (профильные классы, система довузовской подготовки); в) профильной (математические и физико-математические школы при вузах и т.д.), что также определяется Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования [2].

Если мы определим математическое образование, соответствующее контексту нашего исследования, как процесс и результат овладения обучающимися 10-11 классов совокупностью знаний, умений по математике, а также уровня развития познавательной и творческой деятельности в пределах физико-математического, информационно-технологического и др. профилей, то категорию «математическая подготовка обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению» можно рассматривать как процесс и результат формирования совокупности знаний, умений, навыков по математике и личностных качеств, необходимых субъектам для поступления и обучения в вузе или учреждении СПО, которые обеспечиваются системой дидактических, методических, информационных и организационных ресурсов возможностей отдела дополнительного образования.

Основу математического образования обучающихся 10-11 классов составляет их математическая подготовка – целостность целевой, смысловой и процессуальной составляющих. Целевая составляющая математической подготовки основывается на взаимосвязи и взаимодействии математической подготовки и вузовской профессиональной подготовки (вуз, учреждение СПО) и учитывает внешний (цели дальнейшей профессиональной подготовки) и внутренний (обозначенные программой по математике, сформированные в школе знания, умения и навыки в связке общеобразовательная школа – довузовская подготовка) факторы. Анализ необходимых к использованию математических знаний и умений в профессиональной подготовке даёт возможность выделить цели цикла математических дисциплин в базовой части и профильных дисциплин в вариативной части в учебных планах различных направлений подготовки бакалавров в высшей школе, которые представлены в виде профессиональных компетенций. То есть цели математической подготовки в вузе (внешний фактор) достаточно предметны и конкретизированы. Мы поддерживаем мнение Н.П. Мурановой, которая считает, что в довузовскую подготовку (математическую, в том числе) некорректно механически переносить формирование профессиональных компетенций, поэтому необходимо формирование допрофессиональных компетенций, которые способствуют достижению качественного уровня усвоения знаний и умений по математическим и профильным дисциплинам, уменьшая при этом период адаптации к обучению в вузе [7]. Итак, в качестве внутреннего фактора выступают определенные допрофессиональные компетенции довузовской математической подготовки, которые, в свою очередь, и образуют её цели. Отметим, что цели довузовской математической подготовки обучающихся 10-11 классов проектируются в цели базовых математических и профильных

дисциплин в высшей школе, и обеспечивают функциональность знаний и умений по математике. Целевая составляющая математической подготовки проектируется в смысловую, отображает конечный результат, то есть уже достигнутые компетенции.

Смысловая составляющая рассматриваемой математической подготовки основывается на интеграции теоретических знаний и практических умений по различным разделам математики: арифметике, алгебре, геометрии, началам математического анализа, а также навыки геометрических построений, которые органично используются в их взаимодействии, взаимообогащении. Это дает возможность в будущем обеспечить усвоение специальных знаний и умений в профильных дисциплинах на экономических, математических, физических, технических направлениях подготовки, которые предусматривают интегрирование содержания математических знаний и умений. Следовательно, смысловая составляющая учитывает специфику межпредметных связей, которые обеспечивают интеграцию разделов математики.

Процессуальная составляющая рассматриваемой математической подготовки обеспечивает достижение поставленных целей – формирование допрофессиональных компетенций с помощью интегрированного содержания математики. То есть, реализация целей в содержании этой подготовки делается возможной благодаря применению в учебном процессе задачного подхода в процессе решения учебных, учебно-теоретических, учебно-практических, учебно-профессиональных задач. Процесс обучения математике с использованием таких задач является инструментом усвоения учебного материала и формирования допрофессиональных компетенций у субъектов образовательного процесса.

Смысловая составляющая предусматривает иерархическое построение учебного содержания, начиная с теоретических знаний, которые являются общими для физики и математики. Это нуждается в отборе и структуризации системы понятий, которые разворачиваются в учебном процессе в направлении их конкретизации, и завершается практическим решением задач. Таким образом синтезируется совокупность понятий из разделов математики – как теоретико-прикладного, так и прикладного характера. Следовательно, математические знания и умения приобретают в профессиональном образовании дальнейшее развитие и трансформацию в соответствии со спецификой направления подготовки.

Взаимодействие учебного содержания и учебных заданий из различных разделов школьной математики очерчивает целостность как их функциональную характеристику. Поэтому целостность в нашем случае является функциональной характеристикой соответствующих знаний и умений при взаимодействии учебного содержания и учебных заданий.

Математическая подготовка обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению категориально связана с их профессиональным интересом, профессиональным самоопределением, профессиональной ориентацией, которые раскрывают дальнейшие перспективы личностного и профессионального развития в процессе обучения в вузе или учреждении СПО. Исследователи отмечают, что интересы возникают под воздействием общественных условий жизни и деятельности, и определяют дальнейшую социализацию личности в процессе получения профессионального образования и профессионального самоопределения. Выпускники, избравшие дальнейшее обучение, связанное с техническими, экономическим, математическим направлением подготовки, должны формировать у себя интерес к изучению математики как базовой учебной дисциплине, которые детерминируют успешность усвоения основ профессиональных знаний и умений в отрасли естественно-математических, экономических и инженерно-технических наук. Важным для нашего исследования является выявление специфики профессионального интереса к изучению математики в процессе подготовки к дальнейшему обучению. Профессиональный интерес возникает у личности при наличии комплекса знаний и умений в определенной отрасли, стремления к практической деятельности в этой отрасли, эмоционального удовольствия от приобретенных знаний и умений.

Непосредственно с категорией профессионального интереса связана категория профессионального самоопределения. Исследователи характеризуют профессиональное самоопределение преимущественно как «процесс формирования отношения личности к себе как субъекта будущей профессиональной деятельности, которая предусматривает готовность человека к эффективной профессиональной деятельности и самореализации в ней, успешной адаптации к требованиям рынка труда и при необходимости изменения профессии» [6, с.161]. Важным для нашего исследования то, что с избранием будущей профессии профессиональное самоопределение продолжает развиваться на ранних стадиях профессионализации [4, с.52-53], в том числе, и в довузовской подготовке.

Профессиональный интерес и профессиональное самоопределение формируются у обучающихся 10-11 классов в системе эффективно организованной профессиональной ориентации. Профессиональная

ориентация – это система мероприятий, направленных на обеспечение активного, сознательного профессионального самоопределения и становление личности с учетом её возможностей и индивидуальных особенностей и конъюнктуры рынка труда для полноценной самореализации в профессиональной деятельности. Недостатки профессиональной ориентации обучающихся старшей школы на современном этапе выливаются в проблему неадекватного профессионального выбора.

Таким образом, анализ основных понятий и категорий, связанных с математической подготовкой обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению, позволил к базовым понятиям исследования отнести понятия и категории: «подготовка к обучению», «математическое образование», «математическая подготовка», а также понятие «математическая подготовка обучающихся 10-11 классов к дальнейшему обучению» как итоговое. Кроме этих понятий, которые определяются самой целью исследования, инструментально-смысловую нагрузку имеют также понятия: «довузовская подготовка», «профессиональный интерес», «профессиональное самоопределение», «профессиональная ориентация», которые используются в меру их наличия в теории и практике исследуемой нами проблемы.

Перспективы дальнейших исследований лежат в плоскости практического решения задач математической подготовки обучающихся 10-11 классов к обучению в вузе или учебном заведении СПО.

Литература

1. Бурда М. І. Математика в школі / М. І. Бурда // Енциклопедія освіти / Акад. пед. наук України ; гол. ред. В. Г. Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – С. 476.
2. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования (утверждена приказом Министерства образования РФ от 18.07.2002 № 2783). – М., 2002. – 21 с.
3. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. № 2506-р): Электронный ресурс: Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/3894>
4. Кудрявцев Т.В. Психологический анализ динамики профессионального самоопределения личности / Т.В. Кудрявцев, В.Ю. Шегурова // Вопросы психологии. – 1983. – № 2. – С. 51-59.
5. Математическое образование [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическое_образование
6. Мельник О. В. Особистісно зорієнтована технологія профконсультування старшокласників / О. В. Мельник // Актуальні проблеми професійної орієнтації та професійного навчання населення/ – К. : ІПК ДСЗУ, 2008. - С. 160-168.
7. Муранова Н.П. Фізико-математична підготовка старшокласників до навчання в технічному університеті : [монографія] / Муранова Н. П. – К.: НАУ, 2013. – 464 с.

УДК 372

НЕКОТОРЫЕ РАССУЖДЕНИЯ О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ КАК РЕЗУЛЬТАТ НАПИСАНИЯ ОТЧЕТА О ПРОВЕДЕНИИ ЕДИНОГО ГОСЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

**Майорова Н.Л., кандидат педагогических наук, доцент,
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль
mnlv@yandex.ru**

**Шабаршина Г.В., кандидат физико-математических наук, доцент,
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль
shegeve@yandex.ru**

Аннотация. В докладе сделан небольшой обзор результатов и анализ заданий ЕГЭ, предлагавшихся в нашем регионе в этом году. Сформулированы мысли из опыта работы по обучению математике в общеобразовательных учреждениях.

Ключевые слова: ЕГЭ, уровень подготовки учащегося, принцип наглядности в преподавании математики.

SOME DISCUSSIONS ON TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL AS A RESULT OF WRITING A REPORT ON CONDUCTING A UNIFIED STATE EXAMINATION IN MATHEMATICS

**N.L. Mayorova, candidate of pedagogical sciences, docent,
Yaroslavl State University, Yaroslavl
mnlv@yandex.ru**

**Shabarshina G. V., candidate of physical and mathematical sciences, docent
Yaroslavl State University, Yaroslavl
shegeve@yandex.ru**

Abstract. The report provides a short overview of the results and an analysis of the tasks of the Unified State Exam offered in our region this year. There were formulated thoughts from the experience of teaching mathematics in general education institutions.

Keywords: unified state exam, USE, level of student preparation, principle of visibility in the teaching of mathematics.

Прошла ежегодная волна ЕГЭ. Несмотря на то, что содержание единого госэкзамена по математике совершенствуется, радости от такой формы проверки знаний мы по-прежнему не испытываем [2]. Да, экзаменационные варианты от года к году улучшаются, многие задания из второй части упрощаются, теряют громоздкость условий и решений. Однако за выделенное время даже продвинутому в предмете ученикам полностью правильно решить предложенный тест весьма затруднительно.

Сформулируем несколько замечаний по содержанию. Каждый год мы говорим о задании под номером 14. Оно оценивается всего в 2 балла, с одной стороны, и, с другой стороны, отвечает за проверку знаний ученика по стереометрии – огромному пласту знаний. Содержание математического образования, т.е. чему и как учить, все время подвергается критике. Относительно необходимости учить геометрии сомнений меньше. Здесь правильно привести слова академика А.Д.Александрова о геометрии: «Своеобразие геометрии, выделяющее ее среди других разделов математики, да и всех наук вообще, и заключается в неразрывном органическом соединении живого воображения со строгой логикой. Геометрия в своей сути и есть пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой. Во всяком подлинно геометрическом предложении, будь то аксиома, теорема или определение, неразрывно присутствуют эти два элемента: наглядная картина и строгая формулировка, строгий логический вывод. Там, где нет одной из этих двух сторон, нет и подлинной геометрии. Наглядность, воображение принадлежат больше искусству, строгая логика – привилегия науки. Сухость точного вывода и живость наглядной картины «лед и пламень не столь различны меж собой». Так геометрия соединяет в себе эти две противоположности. Так ее и надо изучать: соединяя живость воображения с логикой, наглядные картины – со строгими формулировками и доказательствами».

Логическое построение геометрии, образность, и, что важно, прикладная направленность, делают ее наукой с широкой областью приложения. Геометрические образы используются специалистами разных профилей. И вот этот раздел знаний оказывается выброшен из школьного образования. Учитель и ученик ориентированы на получение максимального количества баллов на экзамене. Поэтому практически никто при подготовке не уделяет много времени заведомо, с их точки зрения, провальной задаче.

Возникает ежегодный вопрос, зачем вторую задачу на два балла давать такой сложной, что она отпугивает учащихся от попыток проникнуть в понимание решений такого типа задач. Методически правильным было бы дать простую задачу, посильную для многих учащихся. Это не разочаровывало бы их после экзамена и во время к его подготовке. И этот шаг позволил бы улучшить картину математической подготовки школьников.

Следует сказать, что в этом году в одном из типов вариантов КИМов составители превзошли самые плохие ожидания стереометрической задачи. Задание представляло неподъемную для школьника проблему. Требовалось рассечь треугольную пирамиду плоскостью и найти отношение объемов двух получившихся частей пирамиды, причем одной из частей являлся пятигранник, объем которого нужно было найти как сумму еще двух объемов. При этом исходная пирамида была общего вида, для которой не было задано ни одного ее измерения (данная ситуация всегда сложна для школьников). Следует заметить, что во всех пособиях и демонстрационных материалах речь всегда шла лишь о правильных много-

гранниках. Само решение требовало неординарных размышлений, выходящих за рамки школьных уроков. Ситуация обострилась тем фактом, что в других вариантах эта задача содержала призму с перпендикулярным основанием боковым ребром и известными измерениями и могла быть решена несколькими способами. Это поставило выпускников в неравное положение.

В каждом варианте КИМов вполне хватило бы двух-трех достаточно сложных задач, чтобы дифференцировать учащихся по их уровню подготовки. В настоящее время эксперт проверяет порядка 100 работ, но почти ни в одной из них не встречается намеков на решение стереометрической задачи. Здесь даже о типичных ошибках говорить сложно, так как слишком мало учащихся приступает и решает эту задачу. Справились с заданием на 1-2 балла 10,26%.

Грустная ситуация складывается и с планиметрической задачей. Планиметрическую задачу в задании 16 решило (и решало) крайне малое количество учащихся 2,08 % (9,03% в 2016 году, 1,56 % - в 2015 году). Большинство из них совершало типичную ошибку, нарисовав чертеж равнобокой, а не произвольной трапеции. В этом случае ситуация упрощалась, доказательство пункта а) становилось тривиальным, а далее и ответ был неверным. Второй типичной ошибкой было то, что задаваемую произвольную точку на боковой стороне трапеции ставили в середине этой стороны, что тоже упрощало доказательство. При этом ответ становился верным, но зачесть такое решение было нельзя, так как ученик рассматривал частный случай, что не соответствовало критериям. В планиметрии нет жесткого алгоритмического подхода к решению задач, каждая из них достаточно индивидуальна. Поэтому описание ошибок учащихся в данной конкретной задаче не может описать геометрической безграмотности школьников в целом.

Текст условия задачи экономического содержания (№17) априорно уже является некоторой моделью реальной жизненной ситуации, сюжетное условие предложенной задачи надо было свести к решению математической вычислительной задачи. В 2016 году 37,15% испытуемых получили за задание 17 больше, чем 0 баллов (из 3 возможных). В 2015 году полностью справились с заданием лишь 1,53% школьников. В предложенной задаче 2017 года был алгоритм, основанный на понимании экономических вопросов кредитования, поэтому заинтересованные учащиеся смогли в них разобраться и научиться решать подобные задачи. Однако большинство школьников, даже составив подобие математической модели, столкнулись с рациональным уравнением третьей степени и не смогли его решить.

Еще одной типичной ошибкой являлось то, что ученики подменяли в модели величину процентов долями единицы, что по критериям не могло оцениваться положительными баллами. Тратить драгоценное время уроков на решение подобных задач с кредитами не имеет смысла, какими бы жизненными не казались данные ситуации. Однако уделять время решению текстовых задач на смеси-сплавы, на движение-работу обязательно нужно. Такие задачи хороши еще и тем, что надо прочитать условие. А это полезное упражнение.

Отметим, что поскольку большинству школьных учителей не профильных классов не хватает времени на решение экономических задач, то некоторым учащимся помогло справиться с заданием решение аналогичных типовых задач на сайтах в Интернете. Вообще, надо сказать, что сайт Решу ЕГЭ представляет собой один из самых удобных ресурсов для подготовки к государственному экзамену.

Задание 19, как всегда, являлось заданием олимпиадного уровня и полностью доступно лишь немногим. Это задание по своему тематическому содержанию стало проще, и для его частичного решения достаточно простейших сведений (или даже подбора чисел). Поэтому все больше участников тестирования приступают к решению этой задачи и добиваются успеха. Условия задачи разбиты на пункты (подзадачи), последовательно решая которые, учащиеся справлялись с заданием хотя бы частично и получали 1 или 2 балла. Не менее одного балла получили 17,73% школьников. Ответить на первый пункт и получить 1 балл вообще не составляло труда (15,24%), что делает еще более обидным факт оценивания задачи 14 всего в два балла.

И еще одно замечание по содержанию КИМов. Уровень заданий ЕГЭ в основной день отличается по сложности от заданий в дополнительное время. В предварительные сроки варианты представляют собой переписки материалов прошлого года, которые отрабатываются учащимися. При «второй волне» в этом году все задачи были проще, отсутствовала тригонометрия, вместо экономической за дачи была стандартная оптимизационная задача, а в задаче 19 (по замыслу составителей, самой сложной) согласно критериям 1-2 балла выставлялись за четыре цифры, которые тривиально получал каждый прочитавший задачу. Вспомним при этом нулевые баллы за насыщенные решения 13 задания.

Выше уже было отмечено, что обучение в старших классах практически повсеместно «ЕГЭориентировано». В итоге, учащийся имеет навыки решения определенного набора задач, но не обладает общей системой знаний, позволяющей в каждой новой задаче увидеть опорные задачи, проанализировать, что нужно сделать для сведения к базовым знаниям, а затем для соединения частей решения в единое целое.

Есть еще одна причина того, что ученик не способен проанализировать ситуацию в общем, не способен запомнить большое количество информации. Это так называемое «клиповое мышление». Понятие сейчас активно обсуждается. Можно привести много разных определений, сформулированных в сети, СМИ, научных статьях. Термин этот изначально обозначал особенность человека воспринимать мир посредством короткого, яркого посыла, воплощенного в форме либо видеоклипа, либо теленовости. Поэтому основной показатель здесь – фрагментарность информации [1].

Объем информации в современном мире велик, скорость поступления информации все время увеличивается, информация обновляется, первоначальная утрачивает свое значение, устаревает. Клиповое мышление позволяет быстро ознакомиться с большим количеством информации. Оно оперирует образами. Такое видение дает понимание, но не позволяет вникнуть в суть, свести все многообразие информации в единое целое. Современный подросток делает уроки в наушниках, слушая музыку, общаясь в чате. Эти дети ориентированы на многозадачность. Это вообще-то хорошо. Однако плата за многозадачность велика: рассеянность, неумение сосредоточиться, предпочтение визуальных символов логике и углублению в текст.

Математика не терпит отвлечений. Она не изучается комфортно на мелькании фрагментов информации. Математика требует систематического труда. Что имеем: ученик не может прочитать и понять материал книги, законспектировать материал. И преподаватель, кстати, особенно высшей школы, начинает искать интерактивные методы обучения. В первую очередь, чтение лекций с использованием средств мультимедиа. Информация представляется краткими отдельными блоками. Мы не собираемся здесь обсуждать положительные и отрицательные стороны клипового мышления. Достаточно сказать, что суть понятия (и возникающая проблема) ясна каждому педагогу. Мы ведь хотим сформировать понятийное мышление. Именно оно позволяет во все вникать, разбираться в сути вещей. Речь идет о формировании математической культуры [3]. Один из способов разрешения проблемы видится нам в использовании наглядности в обучении. Поясним сказанное.

При изучении тригонометрии нельзя заучивать формальные формулы корней всевозможных тригонометрических уравнений, а в обязательном виде приучать ученика изображать эти корни либо на единичной окружности, либо на оси абсцисс прямоугольной системы координат (что труднее). Это приведет к тому, что подросток реально увидит от трех до пяти ближайших к началу координат корней уравнения, что является достаточным для решения большинства типовых задач. Однако, к сожалению, отдельные учителя не только не работают с единичной окружностью, но и пресекают такие действия ученика.

В задании 15 требовалось решить дробно-линейное неравенство относительно показательной или логарифмической функции и оценивалось оно в 2 балла. Однако полностью справились с заданием лишь 19,04% учащихся. В этом задании очень четко проступают стандартные ошибки учащихся. Переходя от исходного неравенства к уравнению, школьники приравнивают к нулю числитель при неравенстве нулю знаменателя и получают в ответе отдельные точки. Либо они все же решают неравенство, но тоже лишь с числителем, не учитывая возможных знаков знаменателя, что, естественно, приводит к неверному ответу. Третья ситуация – ученик правильно переходит к дробно-рациональному неравенству, решает его методом интервалов, но расставляет знаки сомножителей автоматически, без проверки или без знания того, что полный квадрат знак не меняет, оставаясь всегда положительным. Это приводит к записи совершенно неправильного ответа. И, наконец, ученик все делает правильно, но забывает включить в ответ изолированную точку – нуль числителя, так как исходное неравенство было нестрогим.

Все эти ошибки – следствие того, что к решению проблемы учащийся подходит формально, не понимая суть идеи. Эту простейшую идею надо растолковывать на уроках в школе, показывать на графиках линейных функций, которые всего лишь один раз меняют знак, говорить о знаке произведения или частного многих сомножителей и т.п. Не следует сводить неравенство к уравнению, вводя при этом функцию, так как часто школьник забывает об исходной ситуации и записывает в ответ только нули этой функции, а не объединение числовых множеств.

Важно научить ученика строить эскизы графиков функций. «Не по точкам», как часто дети и делают, а именно график функциональной зависимости, руководствуясь знанием свойств элементарных функций, арифметическими действиями над функциями и, наконец, умением разложить сложную функ-

цию в цепочку элементарных преобразований. И тогда ученик, вникнув в построение дробно-рациональной функции, будет лучше понимать метод интервалов, поведение функции в окрестности точек – нулей знаменателя и т.д.

Умение строить графики функций особенно помогает при решении задач с параметрами. В школьном курсе математики очень мало времени отводится геометрическим способам решения алгебраических задач. Применение же этих методов во многих случаях значительно ускоряет и облегчает процесс получения верного ответа. Так, при нахождении значения параметра a , при котором уравнение $\sqrt{16|x| - 4x^2} = a$ имеет ровно два корня, достаточно было построить графики функций $y = 16|x| - 4x^2$ и $y = a$ и увидеть, что графики пересекаются в двух точках при $a=4$. Одновременно можно понять, при каких значениях параметра исследуемое уравнение имеет три решения, четыре или не имеет их вовсе. Аналогично при обращении к геометрической интерпретации школьник мог в отведенное ему короткое время решить задачу о нахождении значения параметра, при котором сумма корней уравнения $|x + 2| + |x| = a$ равна -3 .

В этом году задание 18, как и обычно, решило крайне малое количество выпускников. В 2015 году 0,21%, в 2016 году 4,77%, всех экзаменуемых полностью справилось с задачей с параметром. В 2017 году - 3,57%. Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. В предложенной задаче этого года можно было использовать и алгебраический, и геометрический способы решения. Однако большинство учащихся вообще не знакомо с любыми методами решения задач с параметром. Они производят некоторые примитивные действия, совершенно не понимая необходимости и целесообразности этих действий. Кроме того, особую сложность задачи этого года представляло формирование ответа. Надо научить хорошего школьника думать, а не выполнять задания по шаблону, производя лишь некоторые арифметические и алгебраические действия.

Вернемся к вопросу об оценивании экзаменационных работ. По критериям для КИМов задание 13 оценивалось в 1 балл, если полностью решена либо часть а), либо часть б) этого задания. Однако часто складывалась такая ситуация. Ученик преобразовал исходное логарифмическое или показательное уравнение, ввел новую переменную, получил квадратное уравнение, решил его, вернулся по замене к исходным функциям и получил два простейших тригонометрических уравнения. Одно из них учащийся решает правильно, а в другом получает два корня, один из которых лишний. То есть часть а) уже решена неверно. Далее на тригонометрической окружности ученик отмечает корни из заданного в задаче отрезка. Но, естественно, один из корней оказывается лишним, что тоже означает неверное решение части б). Итого по критериям проверяющий эксперт ставит 0 баллов. При этом ученик показывает знание нескольких разделов алгебры на достаточно высоком уровне. Такой же нулевой балл получает и тот ученик, который либо вообще не приступал к решению этой задачи, да и вообще всей второй части, либо совершает чудовищные по математической безграмотности действия. Настроение экспертной комиссии после проверки заданий ЕГЭ было весьма подавленным как от уровня знаний учащихся, так и от несовершенства критериев. Очевидно, что учесть в критериях все нюансы невозможно, однако школьные учителя переживали от того, что старательные ученики, допустившие промахи при решении своего варианта, уравниваются с теми, кто практически не учился в течение года.

Идея формулировки критериев и требования следования им – понятна. Эксперт – это специалист высокого уровня, но человек. Чтобы проверку осуществить максимально беспристрастно, нужно единообразие требований. Когда преподаватель проверяет контрольную работу в школе, в вузе, он смотрит в целом на демонстрацию учащимся знаний, пусть с ошибками. А здесь не допускается возможности для эксперта поставить хотя бы один балл в случае непустой работы. Это тяжелое испытание для преподавателя. С одной стороны, речь идет о доверии к эксперту. Имеет ли он право в целом оценить знания учащегося, или надо требовать жесткого следования критериям. Тем более, что, с другой стороны, процедура принятия апелляций выявила проблемы.

В текущем 2017 году было подано около 100 экзаменационных работ на апелляцию, из которых в 27 работах были повышены баллы (от 1 до 5). Большинство работ поступило по результатам перекрестной проверки. При этом экспертам приходилось ставить баллы от 1 до 4 в тех работах, которые содержали задачи, оцененные в 0 баллов, но при этом имели либо полное, либо частичное правильное решение. Особенно вызывали удивление задачи 13 и 15, содержащие стандартные уравнения и неравенства, решение и проверка которых не должны вызывать трудностей. Однако немалое число экзаменационных работ показало некомпетентность или некоторую поспешность проверки. Например, решение тригонометрического уравнения содержало три типа корней, которые были учеником верно найдены и выписаны стан-

дартным и общепринятым способом, а затем эти три вида корней объединены в единую формулу $x = \frac{2\pi k}{3}$, что является показателем высокого понимания предмета. Однако это задание при первичной проверке было оценено в 0 баллов. И таких оценок в 13 задании было немало. Аналогичная ситуация наблюдалась при оценивании задания 15, когда при полностью верном решении и ответе ученик получил 0 баллов.

В стереометрической задаче неаккуратно проверялось доказательство параллельности двух пространственных прямых, а в планиметрической задаче, например, верное отношение площадей двух областей как 7:3 неверно оценивалось, так как ответ звучал как 3:7, поскольку ученик брал отношение площадей в другой последовательности, что тоже является верным. Ошибки при проверке вызвали и экономическая задача и задача с параметром, поскольку методы их решений одним не исчерпывались.

Сейчас в ЕГЭ сделан важный шаг: разделены базовая и профильная математика. Необходимо, как уже говорилось выше, сделать еще один шаг. Сделать центры ЕГЭ независимыми, и тестировать профессионально ориентированных учащихся, а всех аттестовать в школе. Тогда учителя будут работать с учениками так, как это было несколько десятилетий назад, когда приходилось сдавать вступительные профильные экзамены в вуз.

Единый государственный экзамен – это средство одновременно сдать выпускной экзамен в школе, вступительный экзамен в ВУЗ, получить своего рода сертификат на бесплатное высшее образование. Это правильная сторона. Неправильная – университет, принимая это сертификат, обязан обучать людей, непрофессионально ориентированных. Отчисляя неспособных (их очень мало) и нежелающих учиться (их больше), ВУЗ терпит финансовое поражение. А преподаватель – профессиональное.

Литература

1. Азаренок Н.В. Клиповое сознание и его влияние на психологию человека в современном мире. // Материалы Всероссийской юбилейной научной конференции, посвященной 120-летию со дня рождения С.Л. Рубинштейна “Психология человека в современном мире”. Том 5. Личность и группа в условиях социальных изменений. / Отв. ред. А.Л. Журавлев. – М.: Изд-во “Институт психологии РАН”, 2009. – С. 110-112.

2. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Математическая составляющая единого государственного экзамена//Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «69 Герценовские чтения». – Спб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2016. – С. 75-78.

3. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Тестирование как средство измерения успешности обучения// Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе: материалы XXXII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Екатеринбург: ФГБОУ ВПО УрГПУ, ФГАОУ ВПО РГППУ, ФГБОУ УрГЭУ, 2013. – С. 225-226.

УДК 001.5:331.761

РОЛЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ СПЕЦИАЛИСТА

**Мацур Ф.К., кандидат педагогических наук,
Московская государственная академия водного транспорта –
Филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова», г. Москва
macur@mail.ru**

Аннотация. В работе представлены компоненты системы подготовки студентов технических вузов к исследовательской деятельности и темы докладов, иллюстрирующих межпредметную связь математики и экологии.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, формирование специалиста, система подготовки, межпредметная связь.

THE ROLE OF RESEARCH ACTIVITIES IN THE PROCESS OF SPECIALIST FORMATION

**F.K. Matsur, candidate of pedagogical sciences,
Moscow State Academy of Water Transport –
Affiliate of FGBOU VO «GUMRF named after the admiral S.O.Makarov», Moscow
macur@mail.ru**

Abstract. The work presents the components of educational system preparing students of technical universities for research activities and the topics of reports illustrating cross-disciplinary projects in mathematics and ecology.

Keywords: research activities, specialist education, educational system, cross-disciplinary projects.

В последнее время существенно изменилось отношение студентов к учебному процессу. Если ранее при изучении разных разделов высшей математики они добросовестно изучали предложенный материал, то сейчас студенты постоянно задают вопрос: «Зачем им изучать ту или иную тему?», поэтому как никогда, остро встала проблема поиска методов развития творческой активности студентов. Это уже не те студенты, которые были лет десять – пятнадцать назад. Современный студент – это человек, который должен понять значимость, важность своей работы, что он получит в результате ее выполнения. Значит, необходимо искать рычаги, способные побудить студента к активной творческой деятельности.

Наиболее важными моментами являются: четкая постановка задачи и объяснение перспектив, которые могут открыться перед исследователем при ее решении; ориентация на имеющиеся базовые знания студентов; учет индивидуальных, психологических особенностей учащихся; наличие положительных эмоций в процессе обучения и решения задачи. Наличие стимула в осуществлении умственной активности – это также немаловажный фактор в пробуждении творческой активности учащегося, например, надежда на получение награды.[3]

Система подготовки студентов технического вуза к исследовательской деятельности включает в себя теоретический, организационно-методический и практический компоненты, каждый из которых осуществляется через мотивационно-целевой, технологический и оценочно-коррекционный блоки.

Основное назначение теоретической подготовки состоит в обеспечении усвоения студентами целостной системы знаний в области научно-технического исследования, знакомства с методами его осуществления, усвоение закономерностей, принципов и правил исследовательской деятельности. Кроме того, данный вид подготовки предполагает освоение соответствующей терминологии, знакомство с теориями, изучение исторических фактов их становления.

Организационно-методическая подготовка предполагает овладение будущими специалистами организационными знаниями и умениями для осуществления индивидуального и коллективного научно-технического исследования, умений применения исследовательских методик, а также изучение, анализ и применение эффективного опыта совершенствования технических объектов, знаний о правилах составления нормативной документации по результатам исследовательской деятельности. Данный вид подготовки позволяет студентам, с одной стороны, научиться самоуправлению исследовательской деятельностью, сформировать навыки научной организации творческого труда, строить адекватные взаимоотношения с членами исследовательского коллектива, а с другой, познакомиться с методической стороной научно-технической работы, освоить основные методики и технологии осуществления исследований.

Назначение практической подготовки состоит в формировании необходимых для самостоятельной исследовательской деятельности умений, в овладении техникой проведения исследований. Ориентация на практику в процессе подготовки студентов определяет не только формирование умений выполнять отдельные операции, но и развивает ценностные ориентации, обогащает социальный опыт, воспитывает необходимые качества личности.

Обязательными требованиями в реализации подготовки студентов к исследовательской деятельности являются: стимулирование и формирование положительной мотивации к выполнению научно-технических работ; использование современных высокоэффективных образовательных технологий, учитывающих межпредметные связи; постоянный контроль достижений студентов в области научно-технического творчества.

Мотивационно - целевой блок обеспечивает перевод педагогического требования преподавателя на уровень психологических потребностей студентов, формирование у них убежденности в необходимости решения, поставленных исследовательских задач. Принятие целей деятельности как лично значимых, определяет успех как исследовательской подготовки в целом, так и отдельных ее видов. Реализация данного блока осуществляется через различные методы мотивации к деятельности: разъяснение, убеждение, игра, выдвигание противоречия, обоснование и др. Работа по формированию мотивации осуществляется, как правило, непосредственно преподавателем. Вместе с тем к данному процессу подключаются студенты, когда мотивационные процедуры осуществляются с помощью деловых имитационных игр, соревнований и т.д. Результатом работы в данном блоке является развитие у студентов потребности в данном виде подготовки, осознание целей и стремление выполнить исследовательское задание.

Технологический блок составляют учебно-воспитательные процедуры, в ходе реализации которых у студентов формируются исследовательские знания, умения и профессионально важные качества. Содержание данного блока определяется самим преподавателем и объективными условиями, в которых осуществляется процесс подготовки. Его эффективность зависит, прежде всего, от качества используемых педагогических технологий, разнообразие которых определяет разнообразие методов обучения и воспитания студентов. Основными можно считать в реализации данного блока являются, метод проектов, проблемное изложение материала, беседа, лекция, самостоятельная работа.

Работа в рамках технологического блока характеризуется смещением в сторону активности и самостоятельности студентов, при этом роль преподавателя в большей степени сводится к организации и управлению образовательным процессом, ориентации студентов в учебном материале. Основными используемыми видами самостоятельной работы студентов являются написание рефератов, выполнение исследовательских заданий, лабораторных работ, типовых расчетов и т.д. В результате реализации данного блока у студентов формируется соответствующий определенному виду подготовки набор знаний, умений и профессионально важных качеств.

Оценочно-коррекционный блок направлен на определение степени соответствия полученных результатов запланированными и устранению недостатков образовательного процесса. Информация о результатах оценивания является основой для проектирования и реализации коррекционных мероприятий. В данном блоке работа в целом организуется преподавателем: разрабатывается система показателей качества процесса подготовки, составляется адекватный диагностический аппарат, осуществляется оценка, классифицируются недостатки образовательного процесса, вырабатывается и реализуется программа коррекционных процедур, проводится повторное оценивание и т.д. Работа в рамках оценочно-коррекционного блока осуществляется следующими основными методами: для оценивания - тестирование, контрольные работы, опрос и др.; для коррекции - рекомендации, инструктаж, консультации преподавателя, помощь успешных студентов и др. Результатом реализации данного блока является достаточный уровень исследовательской подготовки студентов и обоснованная информация о нем.

Реализация данной системы, требует учета следующих принципов: профессиональной направленности содержания исследовательской подготовки (необходимость учета при проектировании и реализации процесса подготовки профессиональных требований, общественных потребностей, а также личностных интересов и способностей студентов), непрерывности и преемственности исследовательской деятельности (систематическое осуществление исследований, постепенного усложнения заданий с опорой на усвоенный студентами опыт), ориентации на профессионально-личностные ценности (выбор исследовательских заданий, организационных форм и методов с учетом качеств, убеждений, представлений студента), активности и самостоятельности студентов при исследовательской деятельности (целесообразная минимизация прямой преподавательской помощи студентам в процессе их исследовательской подготовки и ориентация на самостоятельность в осуществляемых будущими специалистами научно-технических исследованиях), обратной связи (систематическое получение преподавателем информации о состоянии проводимого исследования и полученных результатах с целью осуществления его педагогического сопровождения и поддержки) [1].

Выявление педагогических условий эффективного функционирования системы подготовки будущих специалистов технического профиля к исследовательской деятельности осуществляется исходя из необходимости и особенностей данной системы; условий эффективности профессионального образования в целом; характеристики подготовки будущих специалистов к исследовательской деятельности с учетом специфики образовательного процесса в учреждении высшего профессионально-технического образования.

Первое условие - реализация в процессе исследовательской подготовки межпредметных связей - создает основу для формирования целостного мировоззрения студентов, прочного усвоения знаний и умений в исследовательской деятельности, свободной информационной ориентации при осуществлении научно-технических исследований, адекватной формализации исследовательской задачи и оптимизации поиска ее решения. Повышение эффективности исследовательской подготовки студентов через реализацию межпредметных связей осуществляется, прежде всего, за счет повышения эффективности учебно-исследовательской деятельности студентов. Данное условие реализуется через обогащение учебного материала сведениями межпредметного характера, введение общенаучной терминологии, построение системы задач и заданий межпредметного содержания, использование междисциплинарных видов заданий, усиление внимания к общенаучным способам их решения и методам исследования.

Второе педагогическое условие - включение студентов в активную проектировочную деятельность - обеспечивает их личностное развитие, способствует совершенствованию профессиональной подготовки и оказывает продуктивное влияние на становление исследовательского опыта и совершенствование исследовательской компетентности. Учебно-проектировочная деятельность осуществлялась в рамках метода проектов - системы обучения, при которой студенты приобретают знания и умения в процессе планирования и выполнения постепенно усложняющихся практических заданий, называемых проектами. Это условие реализовывалось через создание, оформление и публичную защиту студентами учебных проектов исследовательского, творческого, информационного и прикладного характера.

Третье педагогическое условие - организация процесса подготовки на основе продуктивного сотрудничества - позволяет преподавателю выстроить и поддерживать педагогически целесообразный стиль взаимоотношений со студентами, создать психологически комфортную атмосферу образовательного процесса, повысить эффективность данного процесса. Данное условие реализуется через постоянное взаимодействие преподавателя и студента, включение студентов в коллективную исследовательскую деятельность. При этом основными приемами являются дискуссия, обсуждение, проблемный вопрос, логическое рассуждение, обоснование позиции, объяснение, коллективное планирование деятельности, взаимоконтроль, поощрение творчества и т.д.

В Московской государственной академии водного транспорта на базе факультета «Эксплуатация инфраструктуры водного транспорта» и кафедры «Естественнонаучных и математических дисциплин» проводятся научно – практические конференции обучающихся. В 2017 году эта конференция была посвящена «Году экологии в России». Тема конференции наглядно показывала межпредметную связь: математики и экологии, физики и экологии, химии и экологии. Как было сказано на открытии конференции: «Многое в решении экологических проблем зависит от каждого из нас. Особенно важно помнить об окружающей среде и ее сохранении в процессе осуществления своей трудовой деятельности нынешним студентам и курсантам - будущим судоводителям и судомеханикам, гидротехникам, логистам и другим специалистам водного транспорта. Экологические знания должны служить основой принятия правильных, обоснованных и эффективных решений профессиональных проблем природоохранного характера. Знание современной экозащитной техники и передовых технологий в области охраны окружающей среды необходимы каждому инженеру» [2].

В качестве примера приведем темы докладов студентов, о взаимосвязи математики и экологии: «Динамика распространения нефтяного пятна на водной среде», «Математическое моделирование протекания коррозионных процессов», «Транспортная задача как элемент экологистики», «Предупреждение загрязнения водоемов судами», «Воздействие льда на гидротехнические сооружения».

Таким образом, исследовательская деятельность является необходимой составной частью системы подготовки высококвалифицированного, ориентированного на современный рынок труда специалиста, инициативного, способного критически мыслить и заниматься исследовательской работой.

Литература:

1. Кочеткова Г.С. Подготовка студентов технического вуза к исследовательской деятельности. Автореферат. / Г.С. Кочеткова. - Челябинск, 2006. – 26 с.
2. Научно – практическая конференция обучающихся, посвященная Году экологии в России. Сборник тезисов докладов. – М.: Альтаир – МГАВТ, 2017. – 87 с.
3. Подошва Н.В. Методы развития творческой активности студентов вузов / Н.В. Подошва // Математика. Образование. Материалы XVII международной конференции. - Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009. – С. 129 – 130.

**АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ
СОДЕРЖАНИЯ КУРСА МАТЕМАТИКИ**

**Мельников Ю.Б., кандидат физико-математических наук, доцент,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург UriiMelnikov58@gmail.com**

**Соловьянов В.Б.,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург vadsolov@mail.ru**

**Ширпужев С.В.,
Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург schiger@mail.ru**

Аннотация. Рассматривается построение содержания курса математики на основе алгебраического подхода. Алгебраический подход к построению модели авторами трактуется как система из трёх компонентов: 1) система базовых моделей; 2) совокупности типовых преобразований и типовых комбинаций моделей; 3) механизма аппроксимирования, предназначенного для (вообще говоря, приближенного) представления требуемой модели в виде результата применения типовых преобразований и типовых комбинаций базовых моделей. Внедрение информационных технологий вынуждает в содержании математики акцентировать внимание на стратегиях деятельности и системах моделей.

Ключевые слова: теория и методика обучения математике, содержание образования, алгебраический подход.

THE ALGEBRAIC APPROACH TO BUILDING THE CONTENT OF THE MATHEMATICS COURSE

**Yu.B. Melnikov, PhD, associate professor,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg
UriiMelnikov58@gmail.com**

**V.B. Solovyanov,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg
vadsolov@mail.ru**

**S.V. Shirpuzhev,
Ural State University of Economics, Yekaterinburg
schiger@mail.ru**

Abstract. The authors consider the construction of the course content of mathematics based on the algebraic approach. They interpret the algebraic approach to the construction of a model as a system of three components: 1) the system of basic models; 2) the set of model transformations and model combinations models; 3) the approximation mechanism intended for (generally speaking, approximate) representation of the required model as the result of application of the model transformations and model combinations of the basic models. The introduction the formation technologies is forcing us to focus the contents of mathematics on the strategies and systems models.

Keywords: theory and methodology of teaching mathematics, content of education, algebraic approach.

В связи с существенными изменениями в развитии компьютерных и информационных технологий и автоматизации умственного труда вновь повысился интерес к содержанию образования. Рассматриваются изменения в парадигме образования и связанные с этим изменения в его содержании [12] и, в частности, изменения в содержании гуманитарного [1], естественнонаучного [11] и инженерного образования [13]. Рассматривается содержание отдельных компетенций [3]. Проведен анализ содержания с позиций проектного подхода к образованию [2]. Проведена и проанализирована экспертная оценка содержания понятия «образование» [14].

В нашей работе мы применили алгебраический подход к формированию содержания образования. Алгебраический подход мы трактуем как систему из трех компонентов: 1) система базовых объектов; 2) система типовых преобразований и типовых комбинаций; 3) механизм аппроксимирования. Алгебраический подход в нашей трактовке является универсальным и не ограничивается конкретной областью деятельности. Например, в поварском искусстве в качестве базовых элементов выступают продукты, из которых готовятся различные блюда. В качестве типовых преобразований и типовых комбинаций рассматриваются типовые способы сочетания и обработки продуктов (разделка, варка, жарка, выпекание и др.). В роли механизма аппроксимирования выступают конкретные рецепты приготовления блюд, известные закономерности взаимодействия продуктов и др. Например, для получения красивой окраски борща (первый критерий качества приготовленного блюда) используется тот факт, что характерный цвет обеспечивает свекла. Выбор способа тепловой обработки будет влиять на получаемый результат, так как потеря цвета свеклы связана со способом тепловой обработки и используемых продуктов. Для придания борщу насыщенного цвета используют три способа тепловой обработки свеклы: тушение с добавлением уксуса, жарка с добавлением уксуса и сахара, запекание в духовке. Для достижения насыщенной и устойчивой окраски свеклу запекают в духовке, предварительно завернув в фольгу - длительная тепловая обработка, обеспечивающая устойчивую окраску даже при повторной тепловой обработке. Тушение с уксусом и растительным маслом позволяет быстро подготовить и получить необходимый результат, но получаемая окраска не устойчива при продолжительной и повторной тепловой обработке. Жарка с добавлением уксуса и сахара позволяет получить насыщенный цвет, но требует хороших практических навыков при жарке. Полученная окраска устойчива при повторной термической обработке, но возможно изменение вкуса борща (излишняя сладость) или окраска будет недостаточна при малом количестве сахара при жарке. Все эти знания входят в состав механизма аппроксимирования в поварском искусстве.

В данной работе мы применим алгебраический подход к формированию содержания учебного курса математики или её раздела.

Система **базовых объектов** состоит из математических феноменов: математических объектов, понятий, теорем.

Система **типовых преобразований и типовых комбинаций** состоит из типовых алгоритмов, правил и методов перевода математической информации в другую форму, на язык другой теории, правил вывода (в терминах исчислений).

Механизм аппроксимирования, по нашему мнению, состоит из типовых стратегий математической деятельности. Решение задачи – это описание алгоритма поиска неизвестного (неизвестного объекта, неизвестного значения величины, неизвестного отношения и др.). Поэтому поиск решения – это процесс построения этого алгоритма. Промежуточный этап – план деятельности, часть пунктов которого может быть воспринята как описание цели, без конкретизации способа её достижения. В качестве механизма построения такого плана мы рассматриваем стратегию, которую трактуем как механизм создания плана деятельности [4-7] (в частности, алгоритма), см. рис. 1.

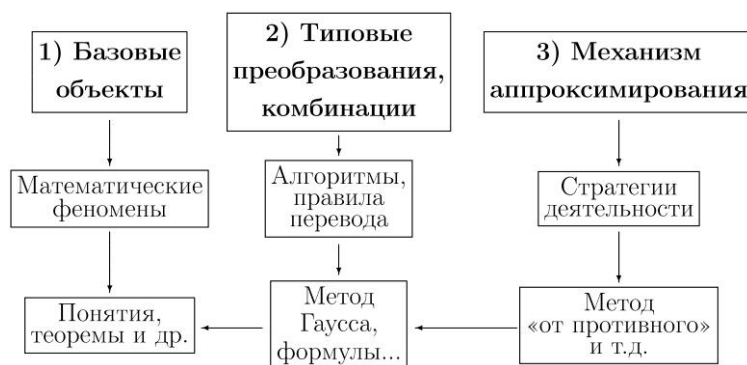


Рис. 1. Иллюстрация к алгебраическому представлению содержания курса математики. Стрелки означают направление конкретизации.

В качестве примера отметим, что применение стратегии доказательства равенства на каждом этапе состоит в выборе одного из четырёх вариантов действий: 1) проведения равносильных преобразований равенств; 2) применения метода «от противного»; 3) сведения к двум неравенствам или двум включениям; 4) применения известной математической теоремы.

До уровня систематического изучения механизма аппроксимирования в процессе обучения удается подняться не всегда. Например, в школьном курсе математики при рассмотрении функций действительной переменной в процессе формирования понятия элементарной функции (это понятие формализуется обычно в курсе высшей математики) изучаются базовые элементы, т.е. основные элементарные функции (степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические), в качестве типовых преобразований и комбинаций рассматриваются сумма, разность, произведение и частное функций, иногда суперпозиция (композиция функций), называемая в школьном курсе «сложной функцией». Но даже на углубленном (профильном) уровне изучения математики, как правило, не рассматривается механизм аппроксимирования. И, как правило, только в вузе начинается изучение формулы Тейлора, разложений в ряды Тейлора, Лорана, Фурье (по различным системам ортогональных функций, хотя нередко ограничиваются тригонометрическим рядом Фурье), в процессе изучения численных методов рассматриваются представление сплайнами, интерполяционным многочленом Лагранжа, применение метода наименьших квадратов и т.д.

В качестве примера рассмотрим формализацию понятия «последовательность». Традиционно в учебнике либо сразу после примеров, либо в начале соответствующего раздела приводится определение последовательности как функции, определенной на множестве натуральных чисел, множество значений которой содержится в области действительных чисел. Обязательным требованием к последовательности является, что ее элементы (члены) u_n записываются в порядке возрастания их номера, т.е. если $n_1 < n_2$, то член последовательности u_{n_1} предшествует члену u_{n_2} . Обычно соответствующее определение иллюстрируется примерами, либо предшествующими формулировке определения, либо следующими за ней, указываются типовые способы задания: *аналитический* (формулой ее n -го члена); *рекуррентный* (когда последующие члены выражаются через предыдущие и заданы значения нескольких первых членов) и др. Важно, что, как правило, определение дается уже в окончательном виде. Механизм аппроксимирования в этом случае включает в себя только аппарат методики обучения начала эпохи «знаниевой парадигмы», когда приоритетом было усвоение готового знания. Теперь приведем пример формализации понятия «последовательность» с использованием стратегии формализации понятий в качестве механизма аппроксимирования. Представленный ниже текст рассчитан на квалифицированного читателя, изложение, предназначенное для студента, представлено в [5].

Итак, необходимо свести понятие последовательности (понимаемой пока как «бесконечной цепочки чисел») к традиционным математическим понятиям. С дидактической точки зрения актуальны только два варианта отношения к математическому феномену: как к предмету деятельности (в том числе к информации для запоминания) и как к инструменту деятельности [7]. До сих пор мы смотрели на последовательность как на предмет деятельности. Попытаемся взглянуть на неё как на инструмент. Как можно использовать последовательность? Один из вариантов – применить её для линейного упорядочения чисел с целью упростить «адресацию» к элементам. Например, в последовательности

$$2, -2, 4, 1, 7, -12, 8, \dots$$

пятый член равен 7, третий равен 4, а член последовательности с номером 6 равен -12.

Итак, мы имеем дело с ситуацией, когда мы задаем некоторое число – номер последовательности, - и в ответ также получаем число – член последовательности с данным номером. Какой математической конструкцией эта ситуация стандартно моделируется в математике? Такой конструкцией является понятие «функция». Итак, в качестве родового понятия к понятию «последовательность» можно взять понятие «функция». Ясно, что не любая функция является последовательностью. Для того, чтобы выбрать свойство, характеристичное именно для последовательности, используем неотъемлемые (имманентные) атрибуты функции: область определения, область значений и связь между значением аргумента и значением функции. В данном случае специфичной является именно область определения: это множество натуральных чисел. Для того, чтобы получить окончательное определение, применим стратегию формулирования определения, в итоге получим, например, такую формулировку: «последовательностью называется функция натурального аргумента». Анализ адекватности этого определения приводит к неудовлетворительному результату, если в качестве эталонной модели взять исходную цепочку чисел. Для того чтобы формализовать связь между определением последовательности как функции и «цепочкой чи-

сел» рассмотрим типовые способы задания функции. Функция может быть задана формулой, например,

$y_n = \frac{n-1}{n}$, графиком, например, см. рис. 2, или таблицей значений.

Таблица значений функции

n	1	2	3	4	5	6	7	8	...
y_n	0	1/2	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7	7/8	...

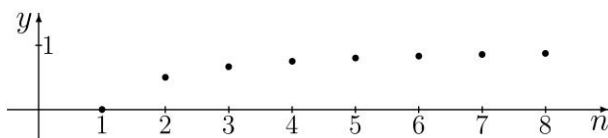


Рис. 2. График последовательности $y_n = \frac{n-1}{n}$.

Если взять другую последовательность, то её таблица значений может отличаться от приведенной выше только идентификатором значения функции, т.е. y_n , и второй строкой таблицы. Если оставить только содержательную информацию, получим вторую строку таблицы значений. Итак, «цепочка чисел» на самом деле представляет собой вторую строку таблицы значений последовательности, понимаемой как функция натурального аргумента!

Из примеров к рис. 1, можно сделать следующие выводы. Во-первых, формирование всех компонентов алгебраического подхода к содержанию курса математики тесно связано с применением приема конкретизации. Например, формирование об объёме понятия (т.е. совокупности объектов, называемых соответствующим термином, для которого применимо соответствующее обозначение и т.п.) и на этапе обучения, и на этапе контроля немисливо без рассмотрения конкретных примеров, поскольку субъект деятельности усвоил объём понятия в том и только том случае, когда он может для любого объекта ответить на вопрос, входит ли этот объект в объём соответствующего понятия. При этом в процессе конкретизации второго компонента алгебраического подхода - типовых преобразований и типовых комбинаций – применяются конкретные математические феномены, т.е. результаты конкретизации первого компонента алгебраического подхода. Это учитывается и используется практически всеми педагогами в рамках различных методик и технологий обучения. Однако реализация третьего компонента алгебраического подхода нечасто встречается в учебной литературе по математике и в практике обучения. Нередко научные редакторы и рецензенты наших учебных пособий высказывали неудовольствие «громоздким», «непрозрачным» и «слишком сложным» представлением некоторых понятий, требуя убрать «все ненужное» и оставить только окончательную формулировку определения и примеры. Эта реакция обусловлена традициями подготовки научной литературы, в которой ценится в первую очередь лаконичность и четкость изложения научного результата. Для того, чтобы обеспечить хотя бы минимальные успехи в применении механизма аппроксимирования и обучении его использованию, потребовались формализация понятия «цель» и «стратегия деятельности», выделение и описание большого числа частных стратегий (стратегии составления уравнений [6, файл 00MakeEquat.pdf], стратегии формализации информации, стратегии формулирования определений, стратегии перевода с одного математического языка на другой и др.) и алгебраического представления некоторых сложных стратегий [4-10].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-06-00240.

Литература

1. Гребнев Л. С. Гуманитарное образование. Размышления о «форме» и «содержании» / Л. С. Гребнев // Высшее образование в России. – 2004. – № 3. – С. 3-20.
2. Луков В. А. Гуманитарная экспертиза в сфере образования: анализ ответов экспертов на вопрос о содержании понятия «образование» / В. А. Луков, Вл. А. Луков // Знание. Понимание. Умение. – 2010. – № 3. – С. 27–43.
3. Малкова И. Ю. Проектирование в образовании: гипотеза о содержании проектной компетентности / И. Ю. Малкова // Вестник Томского государственного университета. – 2005. – № 286. – С. 164–167.
4. Мельников Ю.Б. Алгебраический подход к математическому моделированию и обучению математической и «предматематической» деятельности / Ю.Б. Мельников, К.С. Поторочина // Ярославский педагогический вестник. – 2010. – № 3: Физико-математические и естественные науки. – С. 19-24.

5. Мельников Ю.Б. Алгебраический подход к стратегиям проектной деятельности/ Ю.Б. Мельников, И.В. Хрипунов, В.С. Чоповда // Известия УрГЭУ. – 2014. – № 2 (53). – С. 115-123.
6. Мельников Ю.Б. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов экономических и инженерно-технических направлений вузов / Ю. Б. Мельников ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. гос. экон. ун-т. - Электрон. текстовые дан. (1 файл). – Екатеринбург, 2015. уч.-изд.л. 26,6 <http://lib.usue.ru/resource/free/15/MelnikovAlgebra6/index.html>
7. Мельников Ю.Б. Обучение математике: отношение к математическим результатам/ Ю.Б. Мельников, С.А. Шитиков, С.Г. Синцова/ Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования: тезисы докладов XII Международной научной конференции (с. Цей, 12-18 июня 2015 г.). – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2015. – С. 248-249.
8. Мельников Ю.Б. Стратегии построения модели / Ю.Б. Мельников, Д.А. Евдокимова, Е.А. Дергачев, Д.А. Успенский, М.С. Огородов // Управленец. – 2014. – № 3 (49). – С. 52-56.
9. Мельников Ю.Б. Стратегия как механизм планирования при обучении математике / Мельников Юрий Борисович, К. С. Поторочина, Н. В. Ткаленко // Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И.Герцена [Текст]. – 2008. – № 9(48): Естественные и точные науки (физика, химия, современная техника и технология, естествознание, методика преподавания естественных и точных наук, математика). – С.103-115.
10. Мельников Ю.Б. Управление целями в обучении математической деятельности // Педагогический журнал. – 2016. – Том 6. – № 6А. – С. 187-199.
11. Старостина С. Е. Естественнонаучное образование: содержание и стратегические ориентиры развития / С. Е. Старостина // Гуманитарный вектор.–2010.–№ 1.–С. 54–60.
12. Субетто А. И. Новая парадигма функционирования образования в XXI веке: к новому качеству содержания образования / А. И. Субетто // Мир науки, культуры, образования.–2007.–№ 2.–С. 72–74.
13. Третьякова Е. М. Двухуровневое инженерное образование: требования к компетенциям и содержанию образования / Е. М. Третьякова // Вектор науки Тольяттинского государственного университета.– 2011.–№ 3.–С. 309–313.
14. Шевченко А. И. Содержание образования как объект педагогического проектирования и управления системой профессионального образования / А. И. Шевченко, Шевченко Г. И. // Наука. Инновации. Технологии.– 2009.– № 5.– С. 20–26.

УДК 372.8:51

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ФОРМИРОВАНИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ СПОСОБНОСТЕЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Николаева Т.Т.,
МБОУ «Гимназия №11», г.о. Балашиха, Московская область
[**tatjanatiho@rambler.ru**](mailto:tatjanatiho@rambler.ru)

Аннотация. В данной статье представлена технологическая организация познавательной деятельности учащихся при обучении математике. Ведущая роль принадлежит познавательным способностям, при помощи которых человек познает объективную реальность в учебной деятельности, обогащает свой опыт.

Ключевые слова: личность, способности, технология, цель, этапы, результат, обучающийся.

EDUCATIONAL TECHNOLOGIES IN FORMING THE COGNITIVE ABILITIES OF PUPILS

T.T. Nikolaeva,
MBOU "Gymnasium № 11", G.O. Balashikha, Moscow region
[**tatjanatiho@rambler.ru**](mailto:tatjanatiho@rambler.ru)

Abstract. This article presents the technological organization of the process of cognition and assimilation of knowledge in the teaching of mathematics. Leading role belongs to cognitive abilities, through which a person realizes objective reality in learning activity, enriches his experience.

Keywords: personality, abilities, technology, purpose, stages, result, pupils.

Цели современного образования сформулированы в программных документах ЮНЕСКО: «Фундамент знания - это научиться: *познавать* (приобрести инструменты для познания); *делать* (заниматься созидательной деятельностью в своей среде); *существовать вместе* (участвовать и сотрудничать с людьми во всех видах деятельности); *достойно жить* – основное достижение, которое вытекает из предыдущих трёх».

Глобальная цель образовательной системы - развитие и воспитание высоконравственной личности, стремящейся и способной к самообразованию, самосовершенствованию и самореализации в информационном обществе, обществе знаний. Реальная **цель школы** – дать каждому школьнику общее образование и создать условия для гармонического развития и совершенствования всех качеств личности. В основе системы обучения сегодня принцип: позиция учителя – к классу не с ответом (готовые знания, умения, навыки), а с вопросом, позиция ученика – *за познание мира*.

В соответствии с нормативными документами, [5], [6], [11], приоритетная цель школьного образования - развитие у учащихся способности самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их достижения, проводить контроль и самооценку. **Методологической основой ФГОС** является *системно-деятельностный подход*, который предполагает: «*воспитание и развитие качеств личности*, отвечающих требованиям информационного общества, инновационной экономики, задачам построения российского гражданского общества на основе принципов толерантности, диалога культур и уважения многонационального, поликультурного и поликонфессионального состава». Основным смыслом образования становится **развитие личности**.

Ещё в конце 19 - начале 20 веков «актуальность проблемы развития качеств личности учащегося, особенно таких, как познавательная самостоятельность, интерес и т. д...» рассматривалась при изучении процесса реформирования математического образования в средней школе России [8].

В работах А. Г. Асмолова [2], Л. С. Выготского [3], В. В. Давыдова [4], А. Н.Леонтьева [7] представлены основные психологические условия и механизмы процесса усвоения знаний, общая структура учебной деятельности учащихся. В «Концепции развития математического образования в РФ» выделены «проблемы мотивационного характера Недооценка значимости математического образования» и «проблемы содержательного характера ... Потребности будущих специалистов в математических знаниях и методах учитываются недостаточно». Получаемые знания должны быть фундаментом (базой) для любого вида деятельности.

Ведущая роль принадлежит *познавательным способностям*, при помощи которых человек познает объективную реальность в учебной деятельности, обогащает свой опыт. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая *познавательные способности* человека, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе [6]. *Познавательная способность* – это способность познания окружающего мира, направленность, которая обращена к области познания. Познание – сложный и многоуровневый процесс. Можно выделить четыре основных аспекта, формирующих познавательный процесс и отвечающих за познавательные способности каждого человека: *память, чувства и ощущения, интуиция, мышление*. Познавательные способности есть у каждого человека. Решение задач на любых уроках является средством формирования познавательных способностей на основе развития *познавательной активности и познавательных интересов* школьников.

В связи с ориентацией деятельности всей системы образования на развитие личности обучающихся, ее познавательных и созидательных способностей особую значимость имеет формирование *познавательной активности* обучающихся на уроках математики. Создание условий для проявления *познавательной активности* обучающихся достигается в результате педагогических ситуаций общения на уроке, позволяющих каждому ученику на уроке проявлять *инициативу и самостоятельность*.

Подлинными признаками познавательной активности школьников, по мнению многих исследователей (Ш. А. Амонашвили [1], Г. И. Щукина [10]) являются следующие:

- отношение к учению (в чём видят смысл учения, регулярность и качество подготовки домашних заданий);
- качество знаний (знание материала программы, умение применять знания на практике);
- характерные особенности учебной деятельности (мыслительная активность, сосредоточенность, устойчивость внимания, эмоционально-волевые проявления, степень внешней активности);

– отношение к внеучебной деятельности (увлечённость ею, систематичность, направленность).
Г. И. Щукина рассматривает *познавательные интересы* школьников «в процессе обучения и учебной деятельности, осуществляемой учителем и учащимися. На основе деятельности происходит развитие и формирование важнейших личностных образований учащихся» [10].

В создании условий для формирования интеллектуальных умений и познавательных навыков, развития творческих способностей и самостоятельной активности учащихся, формирования ключевых компетентностей большое значение имеет применение современных образовательных технологий, так как «...это системный метод создания, применения и определения всего процесса преподавания и усвоения знаний...» по определению «ЮНЕСКО».

Педагогические технологии при обучении математике [9].

Технология продуктивного чтения (авт. Н. Н. Светловская, «Школа 2100»).

«Чтение – это окошко, через которое дети видят и познают мир и самих себя», В.А. Сухомлинский

Цель использования образовательной технологии: формирование читательской компетенции обучающихся; количественно-качественный контроль деятельности учащегося.

Этапы: 1.Работа с текстом до чтения. Развитие умения предполагать, прогнозировать.
2.Работа с текстом во время чтения. Изучающее чтение, вычитывание подтекста.

3.Работа с текстом после чтения. Корректировка читательской интерпретации в соответствии с авторским смыслом.

Результат использования образовательной технологии:

1.Появление мотивации, желания нового знания.

2.Определение назначения текста, умение составить план прочитанного, выведение главной мысли текста.

3.Обучающийся углубляется в понимание авторского смысла. Умение пользоваться образцами решения задач.

Технология развития критического мышления (авт. Чарльз Темпл, Джинни Стил, Курт Мередит).

«... всякое размышление есть результат внутреннего спора...», Л.С. Выготский

Цель использования образовательной технологии: развитие интеллектуальных способностей ученика, позволяющих ему учиться самостоятельно.

Этапы: 1.Вызов – пробуждение имеющихся знаний, интерес к получению новой информации.

2.Осмысление содержания. Сопоставление знакомой и новой информации.

3.Рефлексия – осмысление, рождение нового знания.

Результат использования образовательной технологии:

1.Обучающийся анализирует то, что знает по этой теме, высказывает свою точку зрения, обмен мнениями.

2.Обучающийся формулирует проблемные вопросы, готовится к анализу. Умение наблюдать.

3.Умение систематизировать и анализировать информацию. Оперировать новым знанием, выражает собственное отношение к фактам.

Тестовые технологии (авт. Э. Торндайку, Ф. Гальтон, А. Кетле,...).

«Наука начинается с тех пор, как начинают измерять. Точная наука немислима без меры», Д.И.Менделеев.

Цель использования образовательной технологии: проектирование продвижения учащегося с уровня на уровень на основе диагностики проблем, возникающих на определённом этапе обучения.

Порядок проведения тестирования: 1.Обозначить цель тестирования.

2.Озвучить инструкцию по работе с текстом.

3.Разобрать задания-образцы с целью проверки правильности понимания инструкций.

4.Объяснить правила заполнения бланка, предназначенного для ответов и правила исправления допущенных ошибок.

5.Вместе с испытуемыми заполнить в бланке рабочей таблицы необходимые общие сведения.

6.Ответить на имеющиеся вопросы

7.Сообщить о временном ресурсе.

8.Дать команду начать решение задач теста.

9.После истечения временного ресурса сообщить об окончании тестирования.

10. Собрать бланки, пересчитать.

11. Поблагодарить испытуемых за работу.

Результат использования образовательной технологии:

Тестовая технология снижает уровень тревожности ученика. Обучающийся проявляет самостоятельность, индивидуальность, самоконтроль. Развитие памяти, логического мышления, внимательности.

Технология уровневой дифференциации (авт. В. В. Фирсов).

«Возьми столько, сколько можешь, но не меньше обязательного».

Цель использования образовательной технологии: обучение каждого на уровне его возможностей и способностей, т. е. на основе учёта индивидуальных особенностей личности.

Этапы технологии: 1. Учащиеся учатся припоминать материал.

2. Поиск рациональных решений.

3. Решение базовой задачи.

4. Самостоятельная работа, требующая творческого подхода.

5. Учащиеся возвращаются к ранее изученному материалу, рассматривают знания под новым углом зрения.

6. Определение базового уровня – нижней границы усвоения знаний, фундамента для последующей ступени обучения.

Результат использования образовательной технологии:

Развитие памяти, внимательности, ответственности.

Формирование логического мышления, умения анализировать, сравнивать.

Развитие умения предполагать, аргументировать, выделять характерные признаки, применение знаний в стандартных и изменённых ситуациях.

Развитие индивидуальных способностей.

Развитие памяти, внимательности, ответственности.

Технологии развивающих игр (авт. Б. П. Никитин).

«Играя, ребенок учится познавать мир», К.Д. Ушинский

Цель использования образовательной технологии: активизация деятельности учащихся путём вовлечения в коллективное творчество, творческое применение имеющегося опыта в новых условиях.

Этапы: 1. Подготовительный. Формулирование цели, отбор материала, выбор формы проведения игры. 2. Введение обучающихся в игру. Определение места игры в уроке или во внеурочной деятельности, распределение ролей. 3. Проведение игры. 4. Обсуждение итогов: анализ, оценивание, выводы.

Результат использования **технологии развивающих игр**:

«...могут дать «пищу» для развития творческих способностей, ...создают условия, опережающие развитие способностей. Итоги игры выступают в двойном плане – как игровой и как учебно-познавательный результат», [9] а именно: развитие познавательного интереса обучающихся, их речи, умение владеть собой, обучение общению, работа в группе, развитие творческого воображения, сопереживания, коллективизма.

Важно организовать учебный процесс таким образом, в котором главное место отводится самостоятельной познавательной деятельности учащихся, создаются условия для полного проявления и развития способностей каждого школьника. Технологии обучения призваны организационно упорядочить все составляющие процесса обучения, выстроить его этапы, выделить условия его реализации, соотнести с возможностями учащихся, получать результаты в соответствии с запланированными целями. Основой научно-методического обеспечения качества подготовки современного учителя математики в соответствии с требованиями новых образовательных стандартов для решения новых задач являются **образовательные технологии**.

Литература

1. Амонашвили Ш.А. Развитие познавательной активности учащихся в начальной школе // Вопросы психологии. – 1983. – №11. – С. 12-19.1.

2. Асмолов Г. А. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / Г. А. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др. – М.: Просвещение, 2011. – 159 с.

3. Выготский Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский; под общ.ред. В. В. Давыдова. – М.: Педагогика, 1991. – 480 с.

4. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. – М. : ИНТОР, 1996. – 544 с.
5. Закон Российской Федерации «Об образовании» <http://mon.gov.ru/dok/fz/obr/3986/>
6. Концепция развития математического образования в Российской Федерации: [концепция утверждена распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р] // Официальные документы в образовании [Электронный ресурс].
7. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность / Л. Н. Леонтьев. – М.: Политиздат, 1975. – 304 с.
8. Павлидис В.Д. Структурно-методические особенности формирования математического образования в средней школе России в конце 19 - начале 20в.в.) – М33 Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2015): материалы V Международной научно-практической конференции (Казань, 27-28 ноября 2015 года)/ Отв. ред. Н.В. Тимербаева. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. – 378 с.
9. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. – М.: Народное образование, 1998. -256с.
10. Щукина Г. И. Педагогическая проблема формирования познавательного интереса учащихся в процессе обучения / Г. И. Щукина. – М.: Педагогика, 1988. – 208 с.
11. Федеральный Государственный образовательный стандарт основного общего образования (Стандарты второго поколения) [федер. закон: принят Гос. Думой 29 дека бря 2012 г. № 273] / М-во образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.

УДК 372.851:51-7

КЛАССИФИКАЦИОННЫЕ ПРИЗНАКИ ЗАДАЧ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В КОЛЛЕДЖЕ

**Пекарская О.А., кандидат экономических наук,
Санкт-Петербургский филиал Финансового университета
при Правительстве Российской Федерации, г. Санкт-Петербург
olga.pekarskaya@mail.ru**

Аннотация. В данной работе рассматриваются вопросы профессионального преподавания математических дисциплин в колледже, при этом анализируются конкретные аспекты, касающиеся классификационных признаков математических задач. Подобная классификация позволяет сделать процесс обучения математики в колледже практико-ориентированным, освоение студентом линии практических приложений более действенным, а взаимодействие между преподавателем и студентом – эффективным.

Ключевые слова: практические приложения математики, математические понятия, результаты решения задач, практико-ориентированное обучение.

CLASSIFICATION FEATURES OF TASKS PROVIDING PRACTICE-ORIENTED TEACHING OF MATHEMATICS AT COLLEDGE

**O.A. Pekarskaya, PhD (Econ.),
Saint-Petersburg Branch of Financial University under the Government of Russian Federation
olga.pekarskaya@mail.ru**

Abstract. In this paper, we consider the issues of professional teaching of mathematical disciplines at a college, while analyzing specific aspects related to the classification features of mathematical problems. Such a classification makes it possible to organize the process of teaching of mathematics at the college in practical manner, where the student develop the line of practical applications more effectively, and the interaction between the teacher and the student would be effective.

Keywords: practical applications of mathematics, mathematical concepts, results of problem solving, practice-oriented learning.

В контексте образовательной парадигмы современного практико-ориентированного обучения математике в средних профессиональных образовательных учреждениях, особо отмечается значимость ли-

нии практических приложений математики (линии ППМ), которая рассматривается в настоящей работе. С учетом имеющихся в литературе методических исследований и рекомендаций, которые опираются на бинарное назначение задач ППМ, постараемся показать два вида задач, связанных с практическим применением математики. Первый тип связан с обучением приложениям математики, второй - с детальным изучением дисциплины математика через ее приложения.

Задачи ППМ обоих видов мы будем характеризовать следующими основными признаками, основанными на классификациях известных математиков-методистов.

1. Признак области приложения математики, характеризующий научную, бытовую или профессиональную деятельность, игровую ситуацию.

2. Признак, основанный на различных математических методах решения задач ППМ. Согласно классификации Н.Д. Кучугуровой [4], курс математики в учебных заведениях, в том числе и в колледже, подразделяется на четыре группы методов.

Первый метод - арифметический. Под ним подразумеваются действия или составление выражений. Вторым методом – алгебраический, где учащиеся составляют и решают уравнения, неравенства, а также их системы. И, естественно, третьим методом - геометрический метод, в котором применяются такие категории, как подобие, расчет площади и объема фигуры, измерения углов и т. д. Также надо иметь в виду рассмотрение в курсе математики в колледже элементов теории вероятностей и математической статистики, что добавляет к вышеописанным методам четвертый, вероятностно-статистический.

3. Признак сложности условия задачи, который, по классификации Е.А. Соколкова, демонстрирует уровни математизации задач ППМ:

- в тексте задачи имеется описание математической модели;
- модель напрямую не описывается, но объекты и отношения задачи четко, однозначно связаны с соответствующими математическими объектами и отношениями;
- объекты и отношения задачи связаны с математическими объектами и отношениями, однако эта связь не является однозначной, потому что необходимо учитывать реально сложившиеся условия; объекты и отношения задачи явно не определены либо их математические эквиваленты студентам неизвестны.
- назначение в обучении связано с формированием математических понятий.

4. Признак назначения математических понятий в обучении, позволяющий классифицировать задачи ППМ, согласно методики Л.И. Боженковой [3], следующим образом: на формирования понятия; на распознавание понятия; на использование понятия и дальнейшее определение новых понятий через данное.

5. Признак представления задач ППМ, который дифференцирует задачи на:

- задачи, в которых условие представлено текстом или инструкцией;
- задачи, представленные в графическом виде (в виде графиков, таблиц, схем, диаграмм, чертежей и даже фотографий);
- смешанные задачи, использующие первые два способа.

6. Признак полного или неполного представления данных, подразумевающий разделение задач ППМ на задачи с недостающими или скрытыми данными (данными по умолчанию); с лишними данными; с данными, между которыми есть противоречия, а также на самые популярные задачи математики - задачи с полными данными.

Показанная классификация таких задач ППМ по шести признакам отвечает на вопрос о форме и содержании задач на приложения и позволяет определить роль таких задач в учебном процессе. Если квалификация проводится всего лишь по одному либо по двум признакам, то такая классификация будет недостаточной при использовании в учебных пособиях, а также при взаимодействии между преподавателем и студентом. Можно составить общую систему классификаций, где есть два вида задач на приложения по их постановке, а также имеется шесть основных признаков, из которых три (по области приложений математики, по сложности математизации условия задачи, по способу представления) можно применить только к определенному виду задач, а оставшиеся три (по математическим методам решения, по назначению в обучении, по полноте данных) распространяются на все виды математических задач, решаемых студентами в колледже. Классификационные признаки позволяют с методической точки зрения охарактеризовать задачи на приложения. Такая характеристика называется методическим «паспортом» задачи. Эта система классификации задач на приложения представляется в виде графической модели (рис. 1). В центре схемы расположены два вида задач на приложения, которые соединены с определенными ранее классификационными признаками. Для каждого признака указано его содержание. В фигур-

ной скобке приводятся значения классификационных признаков. По предложенной модели студенты смогут составить «паспорт» определенной задачи на приложения. Рассмотрим приведенную систему классификаций задач на приложения. Под этим понимается: с одной стороны – обучение приложениям математики, с другой – обучение математике через ее приложения. Поясним это.

При решении задач, направленных на обучение практическим приложениям математики, требуются определенные знания из области применения приложений. Например, в качестве приложений могут быть взяты закон распространения световых лучей, зависимость между силой освещения и расстоянием от источника света, задача о динамике твердого тела. Задачи, предназначенные для обучения математике через ее приложения, составляют большую часть задач для колледжа, посвященных приложениям. Эти задачи служат для актуализации знаний и умений, на основе которых формируются математические понятия; а также для мотивации введения понятий; для распознавания, применения понятий и включения их в систему известных понятий. Такая классификация математических задач широко обсуждается в трудах В.В. Башурова [2] и К.Э. Плохотникова [7].

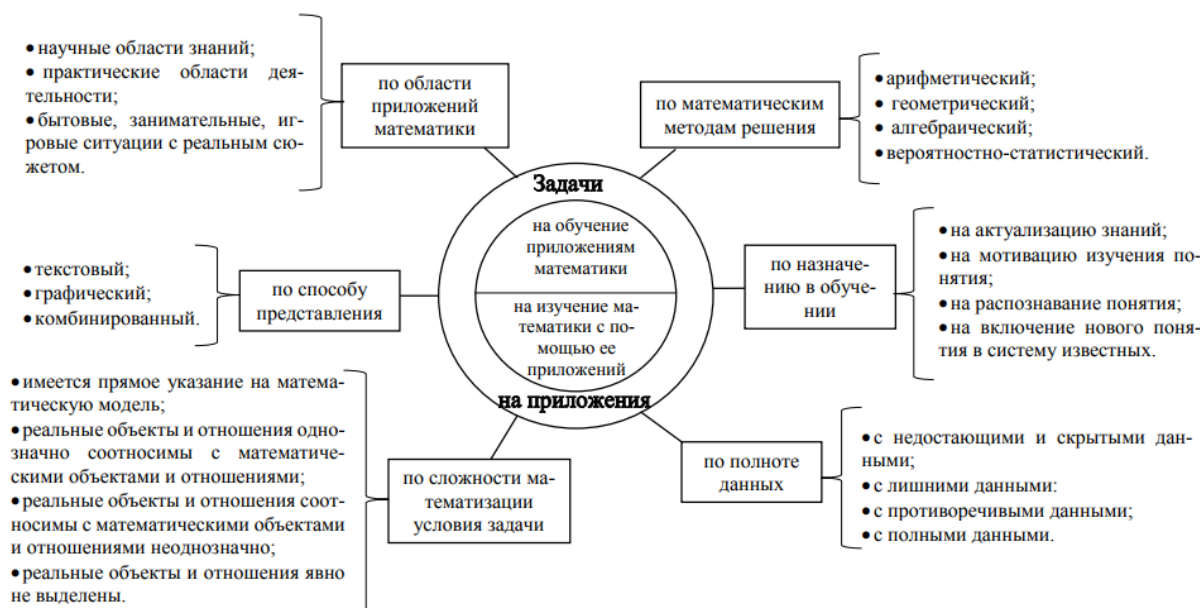


Рисунок 1. Графическая модель системы классификаций задач на приложения математики

Классификация по области приложений математики позволяет определить тематику задач для вышеуказанных приложений. Это очень важно, поскольку задачи должны соответствовать интересам и познавательным возможностям учащихся, а также выбранной ими специальности. Тематические направления в области обучения математике могут быть самыми разными - от банковской сферы до искусствоведения. Признак классификации по математическим методам решения интересовал многих авторов, пытавшихся разработать типизацию задач для различных разделов курса математики для колледжа. Например, задачи, посвященные решению уравнений, можно систематизировать по видам уравнений, в частности, связанных с финансовым приложением математики [8]. Подобную же классификацию можно провести в соответствии со спецификой задач, характерных для той или иной математической дисциплины.

Классификация задач по уровням сложности необходима на четырех этапах реализации линии ППМ (пропедевтическом, начальном, основном и заключительном) для определения четырех уровней сложности задач на приложения. Признак классификации по способу представления отражает реальные ситуации, требующие применения математики. Задачи на приложения в графической и смешанной форме намного реже используются при преподавании математики в колледжах, однако такая форма широко используется при проведении различных тестов, входного, промежуточного или итогового контроля. Признак классификации по полноте данных используется в учебных математических задачах на логику. В области задач на приложения подобный подход рассматривается в работе О.С. Медведевой [5]. Предложенное в этих пунктах содержание является основой для проведения лекционных и семинарских занятий при реализации методической системы подготовки преподавателя к практико-ориентированному обучению математике в колледже. Таким образом, любая задача на приложения может быть описана с помощью предлагаемых признаков.

Например, рассмотрим интересную задачу о высоте солнца над горизонтом. Нам необходимо с помощью лупы определить, на какой высоте солнце стоит над горизонтом. Рассмотрим задачу более конкретно. Лупа, как известно из курса физики, представляет собой собирающую линзу. Расположим лупу так, чтобы лучи солнца падали перпендикулярно ее поверхности, тогда они будут собираться в фокусе на поверхности земли. Если мы измерим две стороны получившегося прямоугольного треугольника (рис. 2), то мы сможем найти угол падения солнечных лучей на землю и, таким образом, угловую высоту солнца над горизонтом.

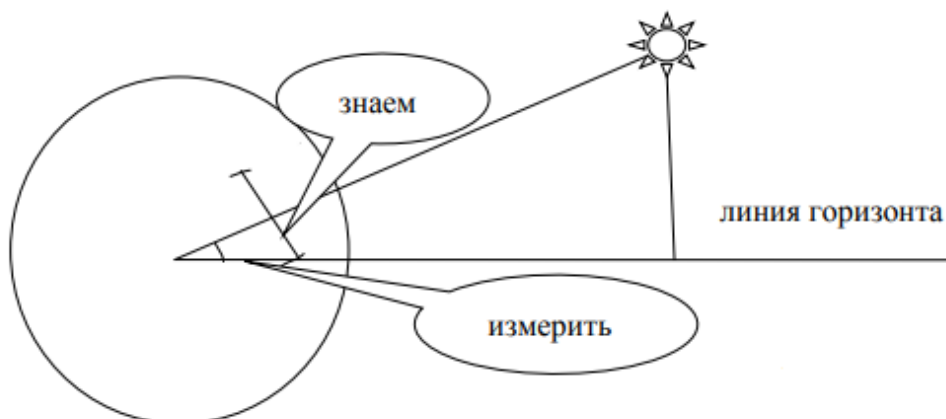


Рисунок 2. Пример задачи на приложения математики в колледже

Теперь определим вид этой задачи и ее признаки согласно построенной классификации. Данную задачу мы можем идентифицировать под задачу на изучение практических приложений математики, поскольку для ее решения требуются знания геометрической оптики. В области приложений математики эта задача относится к научным областям знаний, а конкретно, к физике. Поскольку в данном случае математический метод решения непосредственно связан с использованием свойств прямоугольного треугольника, то, таким образом, его можно считать геометрическим. По способу представления данная задача является текстовой. По назначению в обучении – это задача на распознавание понятия, поскольку после построения чертежа к задаче студент должен найти на чертеже прямоугольный треугольник с помощью его известных элементов. Один из углов этого треугольника представляет из себя угол, который позволяет найти высоту солнца над горизонтом. Условия в этой задаче характеризуется высоким уровнем математизации. Лупа и солнце являются важнейшими объектами при решении данной задачи. Для решения задачи, однако, необходимы и другие объекты, тесно связанные с уже перечисленными – фокус лупы, солнечные лучи. Поэтому для решения такой задачи необходимо будет выделить реальные объекты и отношения и, в дальнейшем, применить рассмотренную нами систему классификаций задач на приложения математики, что позволит студентам эффективно осваивать знания в области математических приложений.

В заключение хотелось бы отметить, что в средних профессиональных учебных заведениях средствами реализации практической ориентации математического образования, показанной нами на примере задач ППМ, закладываются компетенции, необходимые учащимся не только в их дальнейшей профессиональной деятельности, но и повседневной жизни, изобилующей экономическими и финансовыми расчетами. Как сказано в Концепции развития математического образования в РФ, «...изучение задач прикладного приложения математики готовит учеников и студентов к использованию математики в других сферах деятельности, а, с другой стороны, несет системообразующую функцию, влияющую на интеллектуальную готовность учащихся к обучению другим предметам» [1].

Литература

1. Распоряжение Правительства России от 24.12. 2013 г. № 2506-Р «О концепции развития математического образования в Российской Федерации».
2. Башуров В.В. Методика решения математических задач / В.В. Башуров, И.А. Комлева – М.: НИЯУ «МИФИ», 2013. – 140 с.
3. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии / Л.И. Боженкова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 208 с.

4. Кучугурова Н.Д. Интенсивный курс общей методики преподавания математики / Н.Д. Кучугурова. – М.: МПГУ, 2014. – 152 с.
5. Медведева О.С. Психолого-педагогические основы обучения математике. Теория, методика, практика/О.С. Медведева. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 204 с.
6. Соколов Е.А. Психология познания: методология и методика преподавания / Е.А. Соколов. – М.: Университетская книга; Логос, 2012. – 384 с.
7. Плохотников К.Э. Базовые разделы математики для бакалавров в среде MATLAB/К.Э. Плохотников. – М.: Инфра-М; Вузовский Учебник, 2014. – 571 с.
8. Люю Ю.-Д. Методы и алгоритмы финансовой математики / Ю.-Д. Люю. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. – 754 с.

УДК 372.851

ОБ АКТУАЛЬНОСТИ И МЕТОДОЛОГИИ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СОВРЕМЕННОЙ АЛГЕБРЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОСВЕЩЕНИИ В ШКОЛЕ

**Перминов Е.А., кандидат физико-математических наук, доцент,
Российский государственный профессионально-педагогический университет, г. Екатеринбург
perminov_ea@mail.ru**

Аннотация. Кратко характеризуется роль современной алгебры в математической культуре исследований. Исходя из этого, исследуются некоторые важные аспекты методологии отражения элементов современной алгебры в математическом просвещении в школе.

Ключевые слова: школа, математическое просвещение, реализация алгебраической линии.

ABOUT RELEVANCE AND METHODOLOGY OF REFLECTION OF ELEMENTS OF MODERN ALGEBRAS IN MATHEMATICAL EDUCATION AT SCHOOL

**E.A. Perminov, candidate of physics and mathematics, associate professor,
Russian State Vocational Pedagogical University, Ekaterinburg
perminov_ea@mail.ru**

Abstract. The role of modern algebra in the mathematical culture of research is briefly described. Proceeding from this, some important aspects of the methodology of reflecting the elements of modern algebra in mathematical education at school are investigated.

Keywords: school, mathematical education, realization of the algebraic line.

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации отмечается низкая учебная мотивация школьников и студентов, связанная с общественной недооценкой значимости математического образования в эпоху математизации наук, т.е. процесса глубокого проникновения идей и методов математики в исследования многих наук. Одними из основных причин такого положения является все углубляющийся разрыв между школьной и современной математикой и низкий уровень математического просвещения. В результате у некоторых специалистов сложились ложные представления о математике, навеянные им еще при обучении в школе, что вся математика сводится к тем методам «древней числовой» математики, а именно – арифметики, элементарной алгебры, а также – к методам геометрии, с которыми знакомится каждый школьник.

В математике и многих других науках все большее отражение находят идеи и методы современной алгебры, известной также под названием абстрактной или общей алгебры. Это вызвано тем, что абстрактная алгебра стала одной из наиболее важных и бурно развивающихся областей математики. Как отмечается в [10, стр. 117], роль абстрактной алгебры «в современной математике исключительно вели-

ка, и существует объективная тенденция к дальнейшей "алгебраизации" математики». В последние десятилетия «сфера ее применения расширяется столь стремительно, что иногда поговаривают об "алгебраической чуме", охватившей не только математику, но и другие науки» [21, с. 7]. Сейчас уже трудно перечислить все естественные, технические, экономические и другие науки, в которых используются те или иные результаты исследований современной алгебры. Например, ее методы и разрабатываемые на их основе средства используются всюду, где возникает потребность в организации больших объемов данных и реализации вычислительных процессов в самых различных областях науки и производства. Поэтому является актуальным отражение элементов современной алгебры в математическом просвещении в школе. Иными словами, необходима реализация алгебраической линии в математическом просвещении, исходя из внутренней логики и единства математики.

1. *О историко-философских аспектах методологии реализации алгебраической линии.* В методологии отражения элементов современной алгебры в математическом просвещении в школе, особенно учащихся профильных классов, важную роль играет историко-философский анализ развития математики. Он показывает, что идеи и методы современной алгебры наиболее отразились в таких ярких проявлениях новой ступени «всечеловеческой» математической культуры исследований, какими являются *математическое моделирование, дискретная математика и вычислительные процессы* [5, 17], которые оказывают наибольшее воздействие на математическое образование и поэтому играют важную роль в исследуемой методологии.

Анализ труднообозримого многообразия видов и методов *математического моделирования* показывает, что фундаментальную роль в математическом моделировании играет понятие алгебраической системы (структуры), возникшее в результате применения к алгебре методов математической логики. Напомним, что алгебраической системой называется множество с определенными на нем операциями и отношениями данного типа. При этом тип операции – число элементов, к которым она применяется, а тип отношения – число элементов, состоящих в отношении.

Как оказалось, трактовка понятия математической модели как алгебраической системы играет такую же системообразующую роль в классификации видов математического моделирования в самых различных науках, какую играет понятие атомного *веса* элемента в классификации химических элементов в таблице Менделеева. Важной разновидностью алгебраической системы являются такие алгебры как полугруппы, группы, кольца, поля и другие, играющие все возрастающую роль в новой культуре исследований в математике, информатике, физике, химии, биологии и во многих других естественных и технических науках. В частности, об этом свидетельствуют многочисленные важные приложения элементов теории полугрупп в разработке математических моделей в биологии, теории групп – в физике, химии и т.д.

Можно привести многочисленные примеры того, что в содержании математического просвещения учащихся профильных классов наряду с уже перечисленными алгебраическими понятиями важным методологическим ориентиром являются и другие основные понятия абстрактной алгебры, играющие фундаментальную роль в математическом моделировании с использованием компьютера. К ним в первую очередь следует отнести понятия бинарной и унарной алгебраической операций, отношений эквивалентности, частично-го порядка, изоморфизма (т.е. важной «меры» сходства математических моделей) и т.д.

Абстрактная алгебра играет фундаментальную роль в исследованиях современной *дискретной математики (ДМ)* [13]. Например, в теории формальных языков, образующих «ядро дискретной математики» [1, с. 5], доминирующим является алгебраический подход, в котором существенно используется аппарат, базирующийся на понятии полугруппы и алгебраической структуры полукольца и их свойств.

Многие понятия абстрактной алгебры и их свойства стали терминологической основой языка доминирующих в ДМ порядковых структур и логических, алгоритмических и комбинаторных схем. Например, алгебраической структурой с двумя бинарными алгебраическими операциями является решетка, которая известна как основная порядковая структура, являющаяся частично упорядоченным множеством. В свою очередь в основе логических средств, методов познания (в частности, законов правильных рассуждений) лежит алгебра высказываний [7] как разновидность алгебраической структуры.

Таким образом, терминология современной алгебры оказывает важное воздействие на формирование языка доминирующих в ДМ структур и схем, которые играют «фундаментальную роль в качественном анализе проблем математического моделирования, в систематизации информации по интересующей проблеме, ее структуризации, представлении имеющихся знаний в виде, удобном для последующего решения проблем» [13, с. 66]. Игнорирование этого воздействия является одной из причин возникновения

самых живучих ошибок математического моделирования – тех, что остаются незамеченными в процессе итогового анализа и тестирования результатов моделирования и доходят до этапа внедрения его результатов. В частности, это – ошибки в использовании программного обеспечения (ПО). К сожалению, «рекламный звон вокруг инструментов и методов – это чума индустрии ПО. Большая часть усовершенствований средств и методов приводит к увеличению производительности и качества примерно на 5-35%. Но многие из этих усовершенствований были заявлены как дающие преимущества на "порядок"» [4, с. 23].

Современная алгебра наряду с математической логикой играет фундаментальную роль в создании и эксплуатации средств передачи и обработки информации, автоматизированных систем для реализации *вычислительных процессов*, обеспечивающих функционирование сложных систем управления технологическими процессами, энергетическими и другими важными системами. В частности, ее идеи и методы сыграли фундаментальную роль в разработке теории автоматов, лежащей в основе разработки автоматизированных систем управления.

Таким образом, фундаментальную роль в реализации алгебраической линии в математическом просвещении в школе играют перечисленные выше и некоторые другие базовые понятия современной алгебры, являющиеся неотъемлемой частью основ математического моделирования, дискретной математики и вычислительных процессов.

Следует отметить, что в трех сериях выпусков замечательного сборника «Математическое просвещение» можно обнаружить многие статьи, демонстрирующие фундаментальные достижения математической культуры исследований, основанной на идеях и методах *математического моделирования, дискретной математики и вычислительных процессов*. В том числе – и статьи, знакомящие читателя с «квалифицированной информацией о направлениях математической науки, изложенной строго, но на уровне, доступном непрофессионалам в этих вопросах [16, с. 17].

2. *О методологии подготовки учителей математики к реализации алгебраической линии.* Для реализации алгебраической линии в математическом просвещении в школе имеется многочисленная популярная и методическая литература. В частности, об этом свидетельствует анализ выпусков трех серий замечательного сборника «Математическое просвещение», серии популярных лекций по математике, специальных рубрик журнала «Математика в школе» и других журналов, а также ряда книг и брошюр, в которых популярно изложено много важных понятий и фактов современной алгебры, имеющих важные приложения в самых различных науках. В то же время многими учеными-педагогами отмечается невысокая общая и математическая культура выпускников математических факультетов педвузов. В частности, наблюдается отсутствие у них умений реализовывать алгебраическую линию в математическом просвещении, в том числе и в силу высокого уровня абстрактности идей и методов современной алгебры. Все это свидетельствует о необходимости целенаправленного формирования у будущих учителей математики этих важных умений на основе *систематизации* и использования уже накопленного и в то же время достаточно разрозненного методического опыта реализации алгебраической линии, «разбросанного» по различным сборникам, журналам и другим источникам.

Как известно, метапредметные (надпредметные) знания и умения в области современной алгебры играют фундаментальную роль в исследованиях в естественных, технических, экономических и других науках и поэтому эти знания имеют ценность не только для студента, но и для окружающего его социума. Поэтому в методической подготовке будущего учителя к реализации обсуждаемой алгебраической линии важным методологическим ориентиром являются те элементы современной алгебры, которые необходимы для реализации метапредметного (надпредметного) подхода в профильном обучении учащихся элементам математического моделирования, дискретной математики и теории вычислительных процессов. Поэтому среди метапредметов для учащихся, имеющих важное просвещенческое значение, должны быть не только метапредмет «Знак», «Обучение схематизации» [6], но и метапредметы и темы «Приглашение в абстрактную алгебру», «Изоморфизм математических моделей», «Отношения частичного порядка и эквивалентности», «Порядковые структуры», «Группы симметрий» и некоторые другие. Изучение таких метапредметов и тем будет способствовать углублению представлений школьников о современной математической культуре и тем самым – их математическому просвещению.

В реализации метапредметного подхода в математическом просвещении, в том числе и в области современной алгебры, фундаментальную роль играют принципы профессионально-педагогической направленности специальной подготовки, а именно – принципы фундаментальности подготовки, бинарности, ведущей идеи и непрерывности [11]. В частности, принцип непрерывности выражает необходимость выяв-

ления и оптимального использования всех возможностей активного влияния каждого математического предмета педвуза на то, чтобы студент с первого и до последнего дня своего пребывания в стенах института непрерывно приобщался к будущей педагогической деятельности, что особенно важно в его подготовке к математическому просвещению в школе на основе метапредметного подхода.

В реализации обсуждаемой алгебраической линии необходимо уйти как можно дальше от длившейся многие тысячелетия эпохи именованных натуральных чисел (эпохи «мамонтов»). На основе понятий абстрактной алгебры метапредметного характера необходимо формировать методические умения будущих учителей демонстрировать учащимся посильные их восприятию элементы «нечисловой» математики, позволяющие уйти от изучения «довлеющих рекомендаций с установившимся инструктивным материалом» [8]. Очевидно, что в изучении довлеют свойства чисел и «инструкции» по тождественному преобразованию привычных алгебраических выражений. По этой причине при изучении такого наглядного понятия нечисловой математики как решетка [2, 15] или пятиэлементного поля [12] пусть учащимся покажется удивительным, например, что может быть $a + a = a$ ($ava = a$) или $2 \cdot 3 = 1$ соответственно.

Важную роль в вариативной математической и методической подготовке будущих учителей математики, в том числе – к реализации обсуждаемой алгебраической линии играют специализированные курсы. Например, в качестве такого курса в вариативной математической подготовке учителей, предполагающих работать в классах физико-математического профиля, целесообразно предложить курс «Основные математические структуры» [3], в котором изложены фундаментальные структуры математики, каковыми являются алгебраические, порядковые, топологические структуры, пространства с мерой и структуры инцидентности. Автор совершенно справедливо с философской и математической точки зрения обосновал роль этих структур как системообразующих основ современной алгебры, играющих важную роль в подготовке будущего учителя к ответу на вопрос «Что такое математика?», поставленный им во введении и являющийся одним из основных в математическом просвещении.

В качестве курса в вариативной методической подготовке целесообразно предложить курс «Элементы теории решеток» [15], благодаря которому на основе уже упоминавшегося и наглядного понятия решетки возникает возможность изучения со школьниками основных понятий современной алгебры. Отметим, что в последние десятилетия опубликован целый ряд книг для учителей, в которых удачно нашли свое популярное отражение те или иные элементы современной алгебры. Например, доступное для школьников изложение понятий полугруппы, группы, кольца, поля и решетки и др. имеется в ряде книг, приведенных в списке литературы из [12, 15]). Таким образом, уже можно констатировать существование методики элективного обучения школьников тем или иным элементам современной алгебры, имеющей фундаментальное значение в математическом просвещении в школе.

Наряду с изложенными аспектами в реализации обсуждаемой алгебраической линии наряду с пояснением сути тех или иных базовых понятий современной алгебры и их основных свойств особенно важно раскрытие значимости этих понятий в математической культуре исследований и в межпредметных связях современной алгебры с информатикой, физикой и многими другими науками. В этом важную роль играет образное мышление, сочетающееся с культурой речи, благодаря которым возникают яркие ассоциации, пояснения, сравнения, аналогии и т.п., позволяющие школьникам, их родителями и другим категориям слушателей улавливать не только суть излагаемых понятий, но и даже некоторых важных идей и методов. Многочисленные яркие примеры такого рода можно найти в уже упоминавшемся ранее сборнике «Математическое просвещение», серии популярных лекций по математике, в выпусках «Библиотека математического кружка», специальных рубриках журнала «Математика в школе», журнала «Квант» и другой литературе для математического просвещения и популяризации.

Культура речи, как математической, так и литературной (в противовес ее скудости и косноязычию) играет фундаментальную роль в разработке композиции лекции или беседы как закономерной, мотивированной содержанием и замыслом расположения всех ее частей, системы организации материала. Лектор должен оживлять свое выступление, умело организуя эмоциональные передышки на основе заранее заготовленных текстов для импровизаций, раскрывающих суть, «физический смысл» математических, в том числе и алгебраических понятий и фактов.

Важную роль в реализации алгебраической линии имеют и некоторые другие аспекты математического просвещения общего характера, изложенные в [14]. В частности, для владения вниманием слушателей необходима актерская «таблица умножения», профессиональная азбука (в терминологии К.С.Станиславского [18]). В нашем случае для умелого управления аудиторией необходимо владение

лекторской «таблицей умножения» – профессиональной азбукой лектора, а также элементами режиссуры лекции и беседы и актерской техники. Не случайно крупный ученый-механик и выдающийся мастер чтения лекций А.П.Минаков любил повторять: «Чтобы быть хорошим преподавателем (и лектором. – Е.П.), надо быть ученым, философом, артистом, воспитателем и Человеком» [9].

Отметим, что некоторые аспекты развития математического образования, важные в реализации указанной алгебраической линии, отражены в [20].

Литература

1. Белоусов А.И. Дискретная математика: учеб. для вузов. / А.И.Белоусов, С.Б. Ткачев. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. – 744 с.
2. Вечтомов Е.М. Изучение порядковой структуры / Е.М.Вечтомов // Вестник Вятского гос. гуманит. ун-та. – 2010. – № 2(1) – С. 111 – 120.
3. Вечтомов Е.М. Основные математические структуры: учебное пособие/ Е.М.Вечтомов. – Киров Изд-во ООО»Радуга-ПРЕСС», 2013. – 292 с.
4. Гласс Р. Факты и заблуждения профессионального программирования / Р. Гласс. - Пер. с англ. - СПб: Символ-Плюс, 2007. – 240 с.
5. Глушков В.М. Кибернетика. Вопросы теории и практики / В.М. Глушков. – М.: Наука, 1986. – 888 с.
6. Громько Н.В. Смысл и назначение метапредметного подхода. / НИИ Инновационных стратегий развития общего образования. – ug.ru/uploads/files/method_article/90/1. Математическая энциклопедия: В 5-и т. Т. 1 – М.: Сов. энцикл., 1979.
7. Игошин В.И. Математическая логика: учеб. пособие / В.И.Игошин. – М.: ИНФРА-М. 2012. 399 с. + CD-R (Высшее образование).
8. Красовский, Н.Н. Математическое моделирование в школе. / Н.Н.Красовский // Екатеринбург: Известия УрГУ, 1995, № 4, с. 12-24.
9. Лишевский В. П.Педагогическое мастерство ученого. О преподавательской деятельности профессора А. П. Минакова / В. П.Лишевский. – М.: Наука, 1975. – 126 с.
10. Математическая энциклопедия: В 5-и т. Т. 1 – М.: Сов. энцикл., 1979. –1152 стб.
11. Мордкович А. Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте: диссертация ... доктора педагогических наук / А. Г. Мордкович. Москва, 1986. – 355 с.
12. Перминов Е.А. Дискретная математика: учеб. пособие для 8–9-х кл. сред. общеобразоват. шк. / Е.А.Перминов. – Екатеринбург: ИРРО, 2004. – 206 с.
13. Перминов Е.А. Методические основы обучения дискретной математике в системе «школа-вуз»: монография / Е.А.Перминов. – Екатеринбург: изд-во РГППУ, 2006. –237 с.
14. Перминов Е.А. О культурологических аспектах методологии формирования умений математического просвещения у будущих учителей математики. Материалы XXXIV Междун. научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педвузов. Калуга: КФ финансового ун-та при правительстве РФ, 2015, С. 410–415.
15. Перминов Е А. О курсе "Элементы теории решеток" в вариативной методической подготовке будущих учителей математики / Е А.Перминов // Математика и компьютерное моделирование в исследованиях студентов и школьников: м-лы Всеросс. молодежной науч.-практич. конф. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2013. – С. 19–22.
16. Розов Н.Х. Математический юбилей трехликого сборника / Н.Х. Розов // В сб. Математическое просвещение. Третья серия. Вып 19. – М.: МЦНМО, 2015. – 272 с.
17. Садовничий В.А. Математическое образование: настоящее и будущее / В.А. Садовничий // Доклад на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков». Дубна, сентябрь. 2000. – М.: МЦНМО, 2000. – 664 с.
18. Станиславский К.С. Работа актера над собой / К.С. Станиславский Собрание сочинений: в 9 т. – М.: Искусство, 1989. Т. 2. Ч 1. – 511 с.
19. Тестов В.А. Математические структуры как научно-методическая основа построения математических курсов в системе непрерывного обучения: диссертация ... доктора педагогических наук . – Вологда, 1998. – 404 с.
20. Тестов В.А. Основные задачи развития математического образования / В.А.Тестов // Образование и наука, 2014, № 4, с. 3– 7.
21. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. / Э.Фрид. – М.: Мир, 1979. –260 с.

ЗАДАЧНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ В ОВЛАДЕНИИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ

**Поличка А.Е., доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент,
Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск
aepol@mail.ru**

Аннотация. В работе на основе анализа современного представления организации самостоятельной работы студента и подхода формирования профессиональных компетенций выделена деятельность по подбору необходимого вида задачного материала, поддерживающего выбранное содержание учебных дисциплин, и разработки по нему специального цикла индивидуальных заданий. Предлагаемая структура обеспечения задачами содержания учебной дисциплины дает возможность студенту самому оценивать свой уровень знаний и развивать у студентов компетенции, связанные с решениями профессиональных задач.

Ключевые слова: организация самостоятельной работы студента; принципы координации деятельности; методы достижения взаимного соответствия; подходы проектирования содержания; типовые задачи.

TASK SECURITY OF INDEPENDENT WORK IN LEARNING THE DISCIPLINES

**A.E. Polichka, PhD, associate professor,
Pacific national University, Khabarovsk
aepol@mail.ru**

Abstract. On the basis of the analysis of modern concepts of organization of independent work of the student and approach the formation of professional competence of selected activities on the selection of the appropriate type of task material that supports the chosen content of training courses, and development on it to a special cycle of individual tasks. The proposed structure for the task the content of the discipline enables the student to assess their level of knowledge and develop students competencies related to the professional tasks.

Keywords: the independent work of the student; the principles of coordination, methods of achieving mutual conformity; approaches to the design of the content; typical tasks.

В Концепции развития математического образования в Российской Федерации (2013) описано значение математики в современном мире и в России и выделены проблемы развития математического образования: мотивационного характера; содержательного характера и кадровые проблемы. Математическая общественность, в частности на XXXV Международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов России «Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности» (2016), к современным проблемам математического образования относит то, что тенденций к повышению уровня математического образования и в школе и в вузе не прослеживается. Большие затруднения у педагогов вызывает мониторинг образовательных результатов, сформулированных в компетентностной терминологии.

Одним из способов выхода из этого в условиях обеспечения индивидуализации обучения, обеспечения уровневого формирования компетенций, ликвидации дефицита методического обеспечения и предоставления возможностей выбора развития способностей студентов является организация самостоятельной работы студентов [6, 7].

Анализ современных исследований по выделению инварианта в высшем образовании «самостоятельная работа студента» (СРС) показал его многогранность. Оно используется как в научно-теоретическом, так и нормативно-методическом смыслах и имеет много трактовок. Так, в частности, П.И. Пидкасистый [4] связывает ее с исследовательскими заданиями под руководством наставника или самоучителя для приобретения опыта творческой деятельности. Трактровка С.И. Архангельского [1] направлена на необходимость решения задач, связанных с будущей профессиональной деятельностью. Подход И.А. Зимней [2] связывает формирование компетенций рационального приобретения полезной

информации со специальной организацией СРС. Наконец, в государственных стандартах высшего образования выделяются компетенции, связанные формированием у обучаемых овладения способностью к самоорганизации и самообразованию.

Выберем один из вариантов трактовки СРС в виде специального набора условий для обучения и системной деятельности для формирования профессиональной компетентности у обучаемых под руководством преподавателя, использующим ее для развития готовности их к профессиональному самообразованию через организационно-методическое обеспечение реализации образовательной программы.

В качестве варианта описания отношения формирования компетенций и реализацией учебных дисциплин рассмотрим понятие «организация самостоятельной работы студента», под которой будем понимать процесс по выбору и осуществлению целенаправленных действий по:

- координации деятельности и условий обучения, партнерства, сотворчества и контактов студента и преподавателя;

- достижению взаимного соответствия между ее составляющими (функциями, целями, видами, формами реализации);

- проектированию содержания этой деятельности в условиях реализации конкретного направления подготовки студента.

На основе анализ опыта работы в вузах по координации деятельности и условий обучения, партнерства, сотворчества и контактов студента и преподавателя выделим принципы координации деятельности и условий обучения, партнерства, сотворчества и контактов студента и преподавателя:

- «самопрезентации» и «позиционирования» деятельности обучаемых на практических занятиях на основе определения и реализации выбора своего специального вида будущей профессиональной деятельности средствами ИКТ;

- применения элементов дистанционных образовательных технологий при освоении преподавания учебной дисциплины;

- использования инновационных принципов по получению полигона вариантов рассмотрения понятий и выбора индивидуального способа решения;

- интерактивного информационного взаимодействия в предметной среде, отображающего ее закономерности и особенности.

Для достижения взаимного соответствия между ее составляющими СРС выделим следующие методы достижения взаимного соответствия между составляющими СРС:

- формирования профессиональных компетенций и модульного структурирования содержания;

- информационно-деятельностного подхода для определения отношения темы исследования студента и направлении науки, соответствующей изучаемой учебной дисциплине;

- описания информационной составляющей видов в системе СРС.

Для проектирования содержания самостоятельной деятельности в условиях реализации конкретного направления подготовки студента выделим подходы:

- навигации в информационно-коммуникационной предметной среде по определению отношений между «информационно-коммуникационной предметной средой и выбранной обучаемым будущей профессиональной»;

- исследования отношений между потенциальными возможностями средств ИКТ и технологиями их использования в обучении;

- использования многовариантности результатов и необходимости обоснования эффективности выбора;

- использования особенностей информационно-коммуникационной предметной среды.

Системообразующей деятельностью преподавателя при такой организации самостоятельной работы студента выделяем деятельность по подбору необходимого вида задачного материала, поддерживающего выбранное содержание учебных дисциплин, и разработки по нему специального цикла индивидуальных заданий.

Рассмотрим вариант описания такой деятельности. Одним из основных элементов естественнонаучного цикла структуры основных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «математика» традиционно выделяется комплексный анализ, основанный на теории функций комплексного переменного. На кафедре математики и информационных технологий педагогического

института Тихоокеанского государственного университета (город Хабаровск) накоплен богатый многолетний опыт по изложению этого раздела математики. В частности, раздел «Теория аналитических функций» является завершающим при изложении курса математического анализа. Поэтому, естественно, его содержание должно обеспечивать решение следующих задач: завершение изложения основных содержательных линий математического анализа (множества, функции, предел, функции, дифференцирование, интеграл, ряды); демонстрация методологии построения математических моделей и приложений; описание различных подходов к построению основных структур математического анализа.

Особо надо отметить специфику математического анализа по развитию навыков работы с аналитическими выражениями и овладением способами представлений функциональных зависимостей, изучение их основных свойств и особенностей. В связи с этим особыми задачами этого раздела являются также: дать знания о новом классе функций, специфических свойствах этого класса, логики доказательств основных из них; дать навыки изучения различными способами основных элементарных функций, доказательств основных фактов для них по аналогии с ранее изученными классами функций; дать представление об историческом развитии основных понятий математического анализа элементарных функций, логики построения этой теории, применения основных фактов для вывода свойств элементарных функций и применение в геометрической теории преобразований.

Для реализации этого подобраны типовые задачи, причем по каждому типу подобрано количество задач на группу студентов. Предложены следующие разделы: комплексные числа; предел; производная; конформные отображения; интегральное исчисление; степенные ряды; ряд Лорана; изолированные особые точки; вычеты.

В разделе «Комплексные числа» предлагаются задачи на нахождение результатов арифметических операций, возведение в комплексную степень и вычисление значений тригонометрических функций. Они направлены на развитие навыка вычисления значений элементарных функций. Для овладения навыками геометрической трактовки комплексных чисел предлагаются задания на определение линий и области в комплексной плоскости, определяемой равенствами и неравенствами для комплексных чисел. В разделе «Предел» задания посвящены доказательствам пределов на основании определения для последовательностей и предела функции в точке. В разделе «Производная» задания направлены на нахождение для отображения области аналитичности, коэффициентов растяжения и угла поворота в заданных точках, определения вдоль каких линий коэффициент растяжения один и тот же, определить вдоль каких линий угол поворота один и тот же, определение в каких точках нарушается конформность отображения. В разделе «Конформные отображения» приведены задания нахождение образов при отображении различными функциями. Для линейной функции необходимо найти образ окружности. С другой стороны, предлагается построить линейную функцию, отображающую заданный треугольник в заданный треугольник и отображающую заданный круг на заданный круг. Необходимо по трем точкам найти дробно-линейное преобразование и выяснить вид образа заданного круга. Надо найти уравнение образа заданной окружности. Далее надо построить область по заданному соотношению и найти ее образ и образ прямой при отображении квадратичной или кубической функцией.

В разделе «Интегральное исчисление» задание посвящено вычислению интеграла по границе заданной области способом сведения к интегралу от вещественной переменной и с помощью формулы Коши. В разделе «Степенные ряды» задания посвящены нахождению круга сходимости степенных рядов различными способами. В разделе «Ряд Лорана» задания посвящены разложению заданной функции в ряд Лорана в окрестности особых точек различными способами. В разделе «Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты» задания посвящены нахождению особых точек заданной функции, определению их вида и вычислению относительно каждой вычета.

Отмеченные содержательные линии математического анализа поддерживаются следующим образом. Содержательная линия «Множества» поддержана заданиями на описание множеств на плоскости с помощью соотношений для комплексной переменной, содержащих равенства и неравенства. Особенно обращено внимание на преобразование выделенных основных множеств на плоскости элементарными функциями. Содержательная линия «Функция» поддерживается заданиями на вычисление значений функций и применение некоторых свойств функций для нахождения образа выделенных основных множеств на плоскости. Содержательная линия «Предел» продолжается заданиями на доказательства значений пределов последовательности и предела функции в точке на основании определений. Содержатель-

ная линия «Дифференцирование» продолжается заданиями на вычисление производной функции комплексной переменной и ее применениях. Содержательная линия «Интеграл» продолжается заданиями на вычисление интегралов по определению. Содержательная линия «Ряды» продолжается заданиями на нахождение кругов сходимости степенных рядов.

Задания, поддерживающие содержательные линии, рассматриваются как тесты на проверку усвоения первого и второго уровней усвоения. Приведены и задания на третий уровень усвоения, предназначенные для студентов, желающих развить свои умения по применению функций комплексного переменного. Это задания типа самостоятельного построения заданий самим студентом.

Предлагаемый вариант структуры обеспечения задачами содержания учебной дисциплины дает возможность студенту самому оценивать свой уровень знаний, и развивать у студентов компетенции, связанные с владением умениями: понять поставленную задачу; формулировать результат; строго доказать утверждение; самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата; ориентироваться в постановках задач; овладеть знанием корректных постановок классических задач; пониманием корректности постановок задач. Этот подход обеспечения задачами содержания учебной дисциплины реализован, в частности, в публикациях ([3, 5]).

Литература

1. Архангельский С.И. Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе / С.И. Архангельский. – М.: Высшая школа, 1976. – 200 с.
2. Зимняя И.А. Ключевые компетентности как результативно-целевая основа компетентного подхода в образовании / И.А. Зимняя. // Высшее образование сегодня. – 2003. – №5. – С. 34-42.
3. Кузнецов В. А. Элементы математического анализа: учебное пособие / В.А. Кузнецов, А.Е. Поличка. – Хабаровск: Изд-во ДВИУ – филиал РАНХиГС, 2016. – 142 с.
4. Пидкасистый П.И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов / П. И. Пидкасистый. – М.: Пед. общество России, 2004. – 112 с.
5. Поличка А.Е. Теория функций комплексной переменной: метод. пособие по изучению дисциплины / А. Е. Поличка. – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2017. – 47 с.
6. Поличка А.Е. Реализация педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлений / А.Е. Поличка, М.А. Кислякова // Педагогическое образование и наука. – 2016. – №2. – С. 114-118.
7. Поличка А. Е. Разработка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография / А. Е. Поличка, М. А. Кислякова, Д. В. Лучанинов, А. В. Никитенко. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. – 164 с.

УДК 372

МОДЕРНИЗАЦИЯ МЕТОДОВ ПЕРСОНАЛИЗИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ В ОТКРЫТОЙ (СМЕННОЙ) ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Филичева Н.П.,
МБОУ «Школа №74 им. А.С. Соколова», г. Рязань
Filicheva6@yandex.ru

Аннотация. Осуществлена модернизация методов обучения. Предложена совокупность методов обучения алгебре в открытой школе, способствующая адаптации и развитию личности обучающегося, повышению эффективности и научности обучения математике.

Ключевые слова: открытое персонализированное обучение, метод представления сущности, когнитивные схемы, адаптирующий исследовательский метод.

MODERNIZATION OF PERSONALIZED LEARNING ALGEBRA IN AN OPEN (REPLACEABLE) COMPREHENSIVE SCHOOL

N.P. Filicheva,
MBOU «School number 74 named. A.S. Sokolov», Ryazan
Filicheva6@yandex.ru

Abstract. Modernization of teaching methods was carried out. A set of methods for teaching algebra in an open school is proposed, which contributes to the adaptation and development of the learner's personality, by increasing the effectiveness and scientific teaching of mathematics.

Keywords: open personalized training, method of representing the essence, cognitive schemes, adapting the research method.

На основе эвристических выводов из критического анализа модернизации образования в развитых странах разработана система целей персонализированного обучения алгебре, представленная на следующих пяти взаимосвязанных уровнях: главная цель персонализированного обучения, общие цели компонентов этого обучения, цели обучения математике, указанные в Стандарте, цели-компетенции учащихся, формируемые в процессе обучения алгебре, цели-компетенции учащихся, формируемые в процессе освоения ими конкретных алгебраических теорий. Эта иерархия целей ориентирована на решение концептуальных задач модернизации российского образования, учитывает специфические особенности обучения и обучающихся в открытой (сменной) общеобразовательной школе (О(С)ОШ), необходимость реализации в этой школе персонализированного обучения, в котором осуществляется симметризация основного методико-образовательного отношения.

Для достижения этих целей представим модель модернизации методов обучения алгебре в соответствии с динамической моделью теории персонализированного обучения, стадиями персонализированного обучения, закономерностями развития личности.

В седьмом классе существенно изменяется ситуация в обучении математике – выделяется алгебра как самостоятельная учебная дисциплина. В связи с этим персонализированное обучение алгебре закономерно представляет собой последовательность трёх стадий: адаптации, лабилизации, интеграции.

Разрабатываемые методы обучения алгебре создадут условия для осуществления потребности в самореализации и персонализации учащихся. Создаваемые методы должны предоставить возможность реализации персонализированного обучения в единстве трех его составляющих: индивидуализированного, интерсубъектного и референтизированного обучения.

Психологические теории, положенные в основу разрабатываемой модели, построены на фундаменте многовековой мудрости, проникают в сущность развития, становления личности в общности, раскрывают основные закономерности этих процессов [6].

Фундаментальность тесно связана с обучением математике. Однако изучение математики в О(С)ОШ может вызвать явления фрустрации в большей степени, чем ее изучение в других общеобразовательных школах. При традиционном обучении, традиционной организации контроля эти явления могут привести к регрессивным изменениям личности.

Рассмотрим специфические особенности методики обучения алгебре в фазе адаптации.

Специфическими особенностями обладают различные компоненты методической системы: цели, содержание, методы обучения, средства, организационные формы.

Основной целью учителя в фазе адаптации является создание условий для развития представлений учащихся о математике как учебном предмете и алгебре как учебной дисциплине. Цель учащегося состоит в понимании специфических особенностей математики и алгебры. В фазе адаптации открытого персонализированного обучения предлагаем следующие основные методы обучения:

- метод представления сущности (математики, алгебры, содержательно-методических линий);
- метод локализации;
- метод когнитивных семантических моделей;
- адаптирующий исследовательский метод.

Рассмотрим метод представления сущности. Он заключается в следующем.

А. Для каждого фрагмента содержания обучения алгебре указывается:

какие новые понятия вводятся в этом фрагменте; даются ли определения этих понятий или они являются первичными (неопределяемыми); доказываются ли теоремы или они только иллюстрируются на примерах; даны ли алгоритмы решения задач и т.п.

В. Изложение фрагмента содержания вводятся слова: «определение», «теорема», «доказательство», «иллюстрация на примерах», «алгоритм» и т.д.

С. Изучаемые алгебраические теории рассматриваются учителем с позиций современной алгебры.

Д. В языке, используемом в обучении алгебре, представлена его сущностная сторона.

Учитель математики должен четко понимать сущность указанного учебного предмета, учебной дисциплины и соответствующих содержательно-методических линий.

Сущностными идеями линии чисел является идея расширения понятия числа и, в соответствии с современной алгеброй, определяемые на множествах чисел операции (действия). Отметим также, что имеются различные модели числовых множеств.

Сущностные понятия линии уравнений: понятие корня уравнения, понятие равносильности уравнений. Сущностная идея – зависимость наличия корней уравнения от множества, в котором ищутся корни.

Сущностные аспекты линии неравенств состоят в следующем: линейность отношения порядка на множестве действительных чисел; связь отношения порядка с операциями сложения, вычитания; сходства и отличия свойств числовых неравенств со свойствами равенств; равносильность неравенств, содержащих переменные и другие.

К сущностным аспектам функционально-графической линии относятся: понятие независимой переменной, зависимой переменной, зависимости; соотношение между функцией и её графиком и другие.

Для примера реализации метода представления сущности рассмотрим материал параграфа 4 пункта 9 школьного учебника «Рациональные числа» [4]. В тексте должны быть указаны слова «определение», «теорема», «иллюстрация теоремы на примерах», но их нет.

Предлагаем следующее сущностное введение: «Дано определение понятия рационального числа, указаны две теоремы о представлении рационального числа в виде десятичной дроби; доказательство теорем не приводится, дана только их иллюстрация на примерах». Наличие сущностного введения делает материал конкретного параграфа открытым, прозрачным для учащихся, создает благоприятные условия для эффективного усвоения соответствующего фрагмента содержания алгебраического образования. В данном пункте параграфа предложена сущностная идея расширения понятия числа. В соответствии с методом представления сущности в этом параграфе должны быть указаны операции (сложение, вычитание, умножение, деление), но их в параграфе нет. В отличие от выше указанного учебника в учебниках А.Г. Мордковича после каждой темы есть сущностные выводы.

По поводу используемого в обучении алгебре языка можно отметить, что частое употребление выражений «удовлетворяет уравнению» (вместо «превращает уравнение в верное равенство»), «вынесение за скобки» (вместо указания соответствующего свойства операции) и др. затмевает алгебраическую сущность.

Следующий метод обучения - метод локализации. Здесь реализуется дидактический принцип (локального) восхождения. Учитель составляет список вопросов, изучаемых в данной четверти. Вопросы представлены на сайте школы и имеются в файловой папке каждого ученика. Учащийся выбирает вопрос для глубокого изучения. В дальнейшем он будет являться консультантом по данному вопросу. Это могут быть вопросы, недостаточно хорошо понятые (пробелы в содержании) или наоборот понравившиеся вопросы, хорошо понятые учащимися. Глубоко осваивая локальную область содержания, ученик приобретают опыт изучения материала на высоком уровне. Тем самым создаются для каждого обучающегося условия для референтности, значимости.

Приведем пример. Учитель предложил список вопросов, изучаемых учениками в первой четверти 7 класса: числовые алгебраические выражения; линейное уравнение с одной переменной; координатная прямая; координатная плоскость; линейное уравнение с двумя переменными и его график; линейная функция и ее график; линейная функция $y = kx$; взаимное расположение графиков линейных функций и построение графиков линейной функции в системе MathCAD. Сразу три ученика выбрали последний вопрос, изъявив желание подробнее ознакомиться с компьютерной системой и затем выступить консультантами по данному вопросу. То, что вопрос выбрали несколько учеников можно только поощрить, так как многие ученики 7 класса недостаточно хорошо знакомы с системой компьютерной математики

MathCAD и нуждаются в дополнительном консультировании. Ученики намечают план углубленного изучения данного вопроса, составляют список необходимой литературы, рассматривают возможность изучения вопроса в Internet. У ученика, осуществляющего консультирование, возрастает самооценка, мотивация к обучению, к выбору для углубленного изучения следующих вопросов математики.

Перейдём к методу когнитивных семантических моделей. Этот метод основан на достижениях современной когнитивной психологии. Метод когнитивных семантических моделей в обучении алгебре заключается в построении таких моделей для представления структуры определений, доказательств теорем, связей отдельных вопросов изучаемых теорий, связей между теориями и т. п.

Применение когнитивных схем представления учебного материала способствует повышению эффективности учебного процесса. Трудности понимания учащимися того или иного предмета могут быть вызваны недостаточным развитием предметного кода мысли применительно к данной области действительности [1].

Учитель совместно с учащимися разрабатывает когнитивные схемы для различных конкретных фрагментов содержания алгебраического образования. Укажем модель, демонстрирующую связь различных вопросов в теории линейных уравнений и их систем.

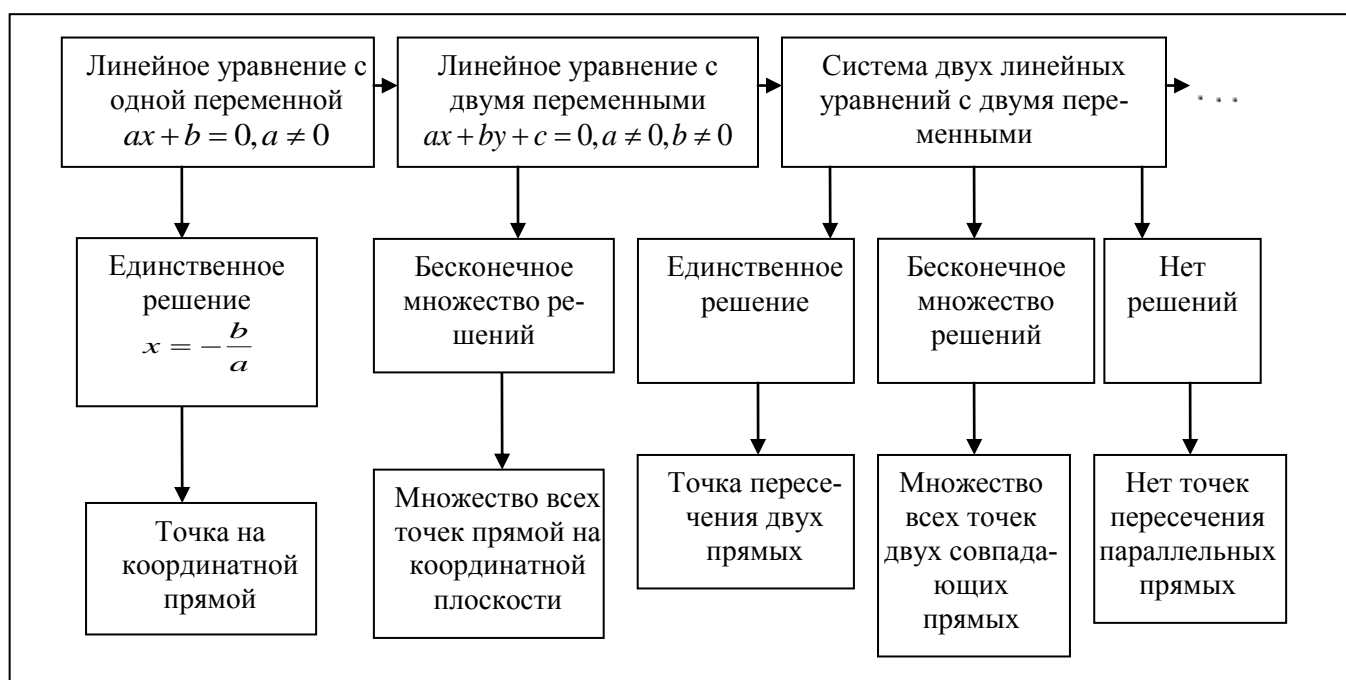


Схема 1. Когнитивная семантическая модель теории линейных уравнений

Переходим к адаптирующему исследовательскому методу. Существенно изменилась не только ситуация с обучением математике в седьмом классе, но и ситуация в развивающемся информационном обществе. Непосредственно с математикой связано создание и постоянное совершенствование математических компьютерных систем. У современных учащихся эти новые средства освоения математики вызывают огромный интерес, повышают мотивацию её изучения. Учащиеся могут проводить исследования, сопоставляя решения задач вручную и в среде математической компьютерной системы. На стадии адаптации им можно рекомендовать популярную во всём мире и достаточно простую систему MathCAD.

Использование этого метода направлено на достижение следующей основной цели – развитие исследовательских умений учащихся. Для достижения этой цели необходимо в фазе адаптации открытого персонализированного обучения организовать систематическую совместную, но распределенную учебно-исследовательскую деятельность учащихся. Учитель разрабатывает единые задания для совместной исследовательской деятельности, каждый учащийся самостоятельно выполняет эти задания. Затем синтезируется единый вариант исследования, в который включены лучшие достижения учащихся. Задания для учебно-исследовательской деятельности должны удовлетворять следующим условиям:

- приспосабливать учащихся к специфическим особенностям алгебры;
- ликвидировать пробелы в изложении сущностных идей, понятий алгебры в учебнике;

- быть посильными для учащихся и выполнимыми на различных уровнях;
- предоставлять возможность самостоятельной постановки исследовательских задач;
- предусматривать возможность критического анализа конкретного материала с выявлением недостатков и предложениями их устранения;
- предусматривать возможность использования средств компьютерной математики.

Приведем пример исследовательского задания. Исследовательская работа № 1.

1. Дайте определение положительного рационального числа.
2. Сформулируйте теоремы об умножении (произведении) и делении (частном) положительных рациональных чисел.
3. Докажите эти теоремы или проиллюстрируйте на примерах (одни учащиеся могут доказывать теоремы, другие – иллюстрировать на примерах).
4. Запишите в виде одного предложения «Введение» к исследовательской работе.
5. Оформите работу в письменном или электронном виде.

Это задание соответствует специфическим особенностям алгебры – изучению алгебраических операций. Отметим, что множество положительных рациональных чисел образуют группу относительно операции умножения. В дальнейшем они могут быть изучены на профильном уровне. Эта работа ликвидирует пробелы изложения материала указанного выше параграфа 4 «Рациональные числа».

Методы обучения алгебре на стадии лабилизации персонализированного обучения.

На стадии лабилизации персонализированного обучения алгебре, которая характеризуется утверждением индивидуальности обучающихся, их гибкостью, критичностью, реализуются следующие основные методы обучения алгебре:

- метод выявления сущности (математики, алгебры, содержательно-методических линий);
- метод локализации содержания;
- метод взаимного обучения;
- метод семантических когнитивных моделей;
- индивидуализирующий исследовательский метод.

Специфическая особенность метода выявления сущности заключается в том, что сущность не представляется учителем (как на стадии адаптации), а выявляется учащимися самостоятельно на основе опыта, полученного на предыдущей стадии, причём учащиеся на стадии лабилизации критически оценивают изложение вопросов в учебнике.

Рассмотрим лишь метод выявления сущности, заключающийся в том, что:

- 1) форма представления конкретного материала содержания школьного алгебраического образования должна соответствовать сущности математики, алгебры, содержательно-методической линии;
- 2) конкретный материал параграфа должен иметь сущностное введение, в котором в виде, например, одного предложения указано какие рассматриваются в этом параграфе понятия, даются ли определения этих понятий, сколько указано теорем, даются ли их доказательства или они только иллюстрируются на примерах и т.д.;
- 3) выделены сущностные идеи и понятия соответствующей содержательно-методической линии.

Сущность алгебры выявляется на двух уровнях: уровне учащихся и уровне учителя. Учитель математики должен иметь четкое понимание сущности указанного учебного предмета, учебной дисциплины и соответствующих содержательно-методических линий.

Приведем пример. Рассмотрим содержание параграфа 7, пункта 17 из учебника [4]. Здесь должно быть сущностное введение, которое можно сформулировать следующим образом: «Даны определения понятий решения уравнения с двумя переменными и графика такого уравнения; доказана теорема об окружности как графике уравнения $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ». Так как на стадии лабилизации предусматривается критический анализ содержания алгебраического образования, то учащиеся пытаются реализовать его. В рассматриваемом примере может быть такая критика, связанная с сущностью математики и алгебры как ее специфической составляющей.

1. Нет слов: «определение», «теорема», «доказательство».
2. Требуется уточнение определения решения уравнения с двумя переменными. Рассмотрим это подробнее. В учебнике дано такое определение: «Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство». Это определение соответствует сущности алгебры, так как устанавливает связь между понятиями уравнения и равенства, между

переменными и их значениями. Однако о каких математических объектах – значениях переменных идет речь в приведенном определении? Учитель, изучая алгебру в институте или университете, знает, что значениями переменных в уравнении (например, в уравнении $x + y = 1$) могут быть элементы конечного поля, например, поля классов вычетов по модулю 2. В нем всего два элемента 0, 1 и соответствующим образом определяются операции сложения и умножения. Имеются только два решения этого уравнения (1,0) и (0,1). Учитель направляет учащихся, если никто из них не улучшил это определение, опираясь на интуицию. Учитель задает вопрос, указанный и подчеркнутый выше. Ответ могут дать учащиеся. В определении надо указать «числовые значения переменных». Числа здесь – действительные числа. В учебнике [5] дано более точное определение решения уравнения с двумя переменными: «Решением уравнения $p(x,y)=0$ называют всякую пару чисел (x,y) , которая удовлетворяет этому уравнению, т.е. обращает равенство с переменными $p(x,y)=0$ в верное числовое равенство». Следует подчеркнуть важность для выявления сущности алгебры наличие в учебнике А.Г. Мордковича раздела «Основные результаты», помещенного в конце каждой его главы. Например: «...познакомились с новыми математическими понятиями: уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными; равносильность уравнений с двумя переменными; доказали, что $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ - уравнение окружности, построенной на координатной плоскости xOy , с центром в точке (a,b) и радиусом r » [5].

3. Следует выяснить соотношение между графиком функции и графиком уравнения. Что между этими понятиями общее и каковы различия? Ответа на этот вопрос нет в учебнике [4], нет его и в учебнике [3].

Перейдем к стадии интеграции персонализированного обучения.

Здесь интегрируется опыт освоения алгебры на предыдущих двух стадиях. На этой стадии главные задачи: развитие креативности учащихся, их творческого потенциала, референтности. Специфической особенностью рассмотренных выше методов, которые также реализуются на стадии интеграции, является попытка установления различных взаимосвязей и постановка творческих учебных задач. В процессе реализации метода выявления алгебраической сущности, например, если нет доказательства теоремы и она лишь иллюстрируется на примерах, может быть поставлена учебная задача доказательства этой теоремы. Это могут быть теоремы о равносильности уравнений или неравенств.

В содержание алгебры как учебной дисциплины интегрированы элементы комбинаторики, статистики, теории вероятностей. Основная задача для учащихся на стадии интеграции – овладение компетенцией созидания и установление различных взаимосвязей. На стадии лабилизации учащиеся создавали собственный вариант изложения небольшого фрагмента содержания учебника по алгебре. На стадии интеграции учащиеся создают собственные задачи, системы задач. Проблема обучения творчеству – важная социальная задача нашего времени [2].

Особый интерес представляют собой задачи из других учебных предметов: физики, информатики, химии, биологии, русского языка, литературы, в которых используются элементы комбинаторики, статистики, теории вероятностей. Таким образом устанавливаются межпредметные и междисциплинарные связи. Не следует забывать и о связи с геометрией (междисциплинарная связь). Все созданное учащиеся презентуют на сайте школы. Желающие могут оценить результаты созидательной деятельности автора.

На стадии интеграции совершенствуются методы, деятельность, межличностные отношения, средства учащихся и учителя на основе обучения, приобретенного на предыдущих стадиях. Используются методы представления сущности, метод локализации, метод взаимного обучения, метод семантических когнитивных схем, исследовательский метод.

Строятся различные когнитивные семантические схемы (модели). Рассмотрим для примера семантическую схему по разделу «Комбинаторика».

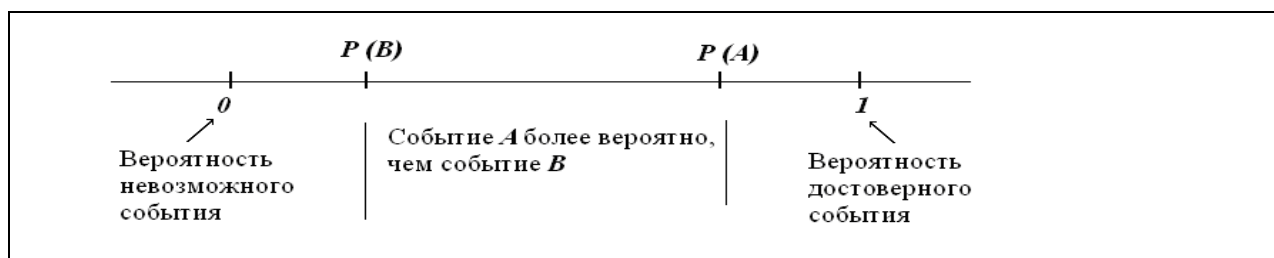


Рис 1. Семантическая когнитивная модель – вероятностная шкала

Систему задач полезно создавать иерархическую, состоящую хотя бы из двух уровней. На нижнем уровне – система задач (можно из трех задач), в которых предлагается уяснить, какие комбинации необходимо использовать, и применить соответствующую формулу для нахождения их числа. На втором уровне создается система более сложных задач, с какими – либо дополнительными условиями.

Интегрирующий исследовательский метод предполагает установление различных взаимосвязей с применением математических компьютерных систем, Интернет.

Школьное образование и, в частности, школьное математическое образование, – весьма сложная и объемная система, обладающая именно в силу своей сложности и объемности большой инертностью и заметной степенью консервативности. Любые изменения, нововведения, реформы, модернизации и т.п. возможны здесь только с достаточно полным учетом сложившихся реалий [5].

В последние годы в связи с прогрессивными изменениями в области методологии и философии образования представилась возможность дальнейшего развития методов обучения алгебре в О(С)ОШ. Модернизация методов обучения алгебре в О(С)ОШ создает условия для повышения эффективности обучения и адаптации обучающихся к специфическим особенностям алгебры.

В структуре методов обучения выделяются объективная и субъективная части. Наличие в методе постоянной, общей для всех объективной части позволяет дидактам разрабатывать теорию методов, давать нужные рекомендации практике, а также успешно решать проблему модернизации методов. В области методов больше всего проявляется собственное творчество, индивидуальное мастерство учителя, а поэтому методы обучения всегда были и останутся сферой высокого педагогического искусства. Потому неповторимы методы обучения таких мастеров как В.Ф. Шаталов, С.Н. Лысенкова.

Представленные методы обучения алгебре формируют современное мышление у молодого поколения; целостную систему универсальных знаний, умений, навыков, опыт самостоятельной деятельности, личной ответственности, то есть ключевые компетенции, определяющие качество содержания образования в соответствии с государственными и международными стандартами; создают условия для развития личности, его познавательных и созидательных способностей, инициативность, толерантность; способность к успешной социализации в обществе и активной адаптации на рынке труда детей О(С)ОШ.

Литература

1. Гурова Л.Л. Процессы понимания в развитии мышления // Вопросы философии, 1986, № 2, с.136.
2. Денисова Г.В. К вопросу о креативной направленности обучения математике в педагогическом вузе [Текст]: межвуз. сб. науч. тр. – Саранск: МГПИ, 1997. – с. 95.
3. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев. – М.: Просвещение, 2009. – 288 с.
4. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс [Текст]: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2010. – 271 с.
5. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс В 2 ч. Ч 1. [Текст] Учебник для учащихся общ. учреж. / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2009. – с. 51.
6. Солонина А.Г. Концепция персонализированного обучения. [Текст] / А. Г. Солонина – М.: Прометей, 1997. – с. 52.

УДК 37.0

ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОРИЕНТИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ЭКОНОМИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ

**Хасанова А.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
AsJHasanova@kpfu.ru**

Аннотация. На примере математических дисциплин сформулированы цели математической подготовки студентов экономических специальностей с позиции их конкурентоспособности. Оценено влияние математического образования на развитие общепрофессиональных компетенций

Ключевые слова: конкурентоспособность, математическое образование, экономическое образование, профессиональное ориентирование, мотивация.

PROFESSIONAL ORIENTATION OF MATHEMATICAL DISCIPLINES IN THE ECONOMIC INSTITUTE

**A.Yu.Khasanova, candidate of physic-mathematical sciences, docent,
Kazan Federal University, Kazan
AsJHasanova@kpfu.ru**

Abstract. On the example of mathematical disciplines, the goals of mathematical preparation of students of economic specialties are formulated from the position of their competitiveness. The influence of mathematical education on the development of general professional competences is evaluated.

Keywords: competitiveness, mathematical education, economic education, professional orientation, motivation

Развитие современного общества требует решения одной из важных задач – предоставление будущим специалистам доступного качественного образования, соответствующего критериям инновационного развития экономики, современным потребностям общества. Необходимость подготовки высококвалифицированных экономических кадров в период социально-экономических преобразований ставит перед системой высшего образования ряд задач, одной из которых является профессиональное ориентирование изучаемых дисциплин. Квалифицированный экономист должен уметь грамотно решать профессиональные задачи, предвидеть результаты и возможные последствия своей деятельности, своевременно вносить коррективы для оптимизации экономического процесса. Именно такие специалисты в области экономики смогут стать конкурентоспособными и востребованными.[1]

Особую роль в системе образования играют естественнонаучные дисциплины, являющиеся инструментом научного познания и решения практических задач. Среди естественнонаучных дисциплин выделяются математические дисциплины, лежащие в основе финансовых расчетов, экономического анализа, эконометрики, статистики, экономико-математического моделирования.

Преподавание математических дисциплин в экономическом институте отличается своей спецификой. Это обусловлено тем, что многие студенты считают экономический институт гуманитарным и часто не готовы к серьезному изучению математических дисциплин. Однако, экономика постепенно перестает быть гуманитарной, и экономисты все чаще для анализа экономических процессов и прогнозирования возможных результатов экономической деятельности применяют экономико-математические методы.

Поэтому, несмотря на то, что в системе высшего экономического образования математика является общеобразовательной дисциплиной, изучение математики в целом и математических методов, в частности, должно стать неотъемлемой частью профессиональной экономической подготовки.

Современные методы микро- и макроэкономического анализа предусматривают применение таких математических инструментов, как исследование свойств функций, их графиков, методов аппроксимации функций, оптимизации процессов производства и управления. Кроме того в практике финансово-банковских расчетов важное место занимают математические методы, в том числе, связанные с числовыми последовательностями и их пределами. Для выполнения финансовых расчетов по готовым формулам, заложенным в компьютерные программы, высшего образования не требуется, с такими расчетами легко может справиться специалист со средним профильным образованием. Специалист с высшим экономическим образованием должен не только хорошо владеть принципами «работы» этих формул, но и обладать достаточно качественными математическими и экономическими знаниями для дальнейшего совершенствования методов расчета и анализа.

Иногда приходится сталкиваться с примитивным представлением отдельных учащихся о будущей работе в экономической сфере, считающих, что для выполнения профессиональных задач достаточно знания четырех арифметических действий. Действительно, чтобы сосчитать деньги, знания высшей математики не требуется. Но, чтобы заставить эти деньги работать так, чтобы, к примеру, и клиенты не разорялись, и банки не банкротились и не лишались лицензии, управлять работой банка должны высококвалифицированные специалисты, в совершенстве владеющие спецификой и методами работы

Такое примитивное представлением связано с тем, что базовые математические дисциплины изучаются на первом курсе института, а специальные экономические дисциплины – на старших курсах, и студент-первокурсник пока не видит, где и как получаемые на занятиях по математике знания он впоследствии сможет применить.

Поэтому в целях повышения мотивации к изучению математической дисциплины в начале курса необходимо сформулировать ряд задач, с которыми будущие экономисты могут столкнуться в процессе профессиональной деятельности. Затем следует назвать конкретные математические инструменты и методы, необходимые для квалифицированного решения каждой из этих задач, и обозначить разделы математической дисциплины, в которых изучаются эти методы. С самого начала курса студент должен понимать, что математический анализ и линейную алгебру он изучает не только и не столько для общего развития, сколько для успешного освоения дисциплин экономического профиля и грамотного применения в будущей профессиональной деятельности.

В процессе изучения математики практически в каждой теме надо возвращаться к сформулированным в начале курса профессионально-ориентированным задачам и показывать студентам роль и место каждой темы и каждого раздела математики для решения означенных задач. Особое внимание следует уделить экономическому анализу полученного решения, студент должен ответить на вопрос: что выгодно и что не выгодно в конкретных обстоятельствах, заданных условиями задачи.

Учебные планы бакалавриата по направлению «Экономика» включают в себя такие базовые математические дисциплины, как математический анализ, линейная алгебра, теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика, методы оптимальных решений.

Так, в разделе математического анализа «Дифференциальное исчисление» можно показать, как методы исследования свойств функций применяются для исследования динамики функций полных, средних и предельных издержек при производстве продукции на предприятии, для исследования эластичности спроса и предложения, определения предельного объема выпускаемой продукции и условий получения максимальной прибыли.

Линейная алгебра применяется для анализа экономико-математической модели равновесных цен, решения на основе модели Леонтьева задач межотраслевого баланса, решения задач оптимального распределения ресурсов и т. д.

Для чего будущим экономистам необходимо изучать теорию вероятностей и математическую статистику? Экономическая деятельность бизнесменов, промышленных и финансовых корпораций и целых государств протекает в непрерывно изменяющихся экономических условиях. На исход этой деятельности могут оказывать воздействие погодные условия, конкуренция, инфляция, политические решения и многие другие факторы. Часто предвидеть результат экономической деятельности оказывается возможным лишь с некоторой вероятностью. Грамотный специалист, прежде чем вкладывать капитал в тот или иной проект, просчитывает вероятности всех возможных исходов и будет финансировать проект с наибольшей вероятностью благоприятного исхода.

Прививая студентам навыки применения математических методов и технологий, обучая их количественным, статистическим, стохастическим методам оптимального решения типовых экономических задач, формируя у них способность выбирать и анализировать математические модели экономических систем, можно обеспечить студента математическим инструментарием, необходимым для успешной профессиональной деятельности в сфере экономики и финансов.

Таким образом, математическое образование должно стать надежным фундаментом экономического образования.

Литература

1. Марданов, Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова. Математическая подготовка будущих экономистов: компетентностный подход / М. В. Марданов, Р. Ш. Марданов, А. Ю. Хасанова // Наука и образование: современные тренды: коллективная монография / гл. ред. О. Н. Широков. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2015. – № X. – С. 144–151.

**СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ
К ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ**

**Шабанова М.В., доктор педагогических наук, профессор,
Московский институт открытого образования, г. Москва
shabanovamv@mioo.ru**

**Павлова М.А.,
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск
m.pavlova@narfu.ru**

**Николаев Р.Н., PhD, доцент,
Экономический университет Варна, г. Варна
nikolaev_rosen@ue-varna.bg**

Аннотация. Данная статья представляет методическую систему подготовки учащихся 7-9 классов к исследовательской деятельности в сфере экспериментальной математики, которая предназначена для реализации в рамках кружковой работы. Методическая система включает три основных компонента: целевой, содержательно-структурный, процессуально-функциональный. Она ориентирована на достижение двух взаимосвязанных целей: вовлечение в исследовательскую деятельность в сфере экспериментальной математики и формирование функционально полного комплекса универсальных исследовательских действий математика-экспериментатора. Содержательно-структурная сторона методической системы представлена коллекцией контекстно поставленных исследовательских задач экспериментальной математики, направлений развития их идей, а также целесообразно подобранных серий вспомогательных задач для интеллектуальной разминки. Процессуально-функциональная сторона методической системы включает три типа занятий: тренировочные занятия, направленные на развитие универсальных исследовательских действий учащихся в процессе решения задач коллекции; диагностические занятия, направленные на оценку уровня сформированности универсальных исследовательских действий по их проявлениям в ходе экспресс-исследования и представления его результатов; индивидуальные консультации по ходу подготовки исследовательской работы.

Ключевые слова: исследовательское обучение, универсальное исследовательское действие, экспериментальная математика, система динамической математики.

**THE SYSTEM OF TRAINING STUDENTS
FOR RESEARCH ACTIVITIES IN MATHEMATICS**

**M. Shabanova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Moscow institute of open education, Moscow
shabanovamv@mioo.ru**

**M. Pavlova,
Northen (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk
m.pavlova@narfu.ru**

**R.Nikolaev, PhD, assistant professor,
University of economics – Varna, Varna
nikolaev_rosen@ue-varna.bg**

Abstract. This paper presents the methodical system of training students of 7-9 grades for research activities in field of experimental mathematics. The system must be realized in extracurricular education. The methodical system includes three parts: goals, content and structure of the program and technology of education. Education goals: 1) to involve students to research activities in field of experimental mathematics; 2) to formulate universal research actions of a mathematician-experimenter. Education content is concentrates around the collection of research problems of experimental mathematics. Each problem is supplemented of a series of tasks for an intelligent warm-up and list of the directions of development it ideas. The technology

of training consists of three steps: training classes, diagnostic session, consultations. Students improve their research skills in solving of research problems from the collection. Then they demonstrate their skills in an express research. After that they do research work in collaboration of teacher. The teacher role is determined of the zone of proximal development of student's research skills.

Keywords: inquiry - based education, an universal research action, experimental mathematics, a system of dynamical mathematics.

1. Введение

Принято считать, что исследовательская деятельность в области математики, то есть деятельность по решению хоть сколько-нибудь содержательных исследовательских задач посильна только учащимся с хорошим уровнем математической подготовки [2], [5].

До недавнего времени это было действительно так. Ведь исследовательская задача понималась как задача наивысшего уровня сложности. По классификации Ю.М. Колягина, - это задача наивысшей степени неопределенности: «В такого типа задачах... остаются определенными (известными) лишь целевое указание и, может быть, общее описание некоторой ситуации, ни один из четырех названных компонентов которой неизвестен (или почти не определен)» [3, 61]. В цитате речь идет о четырех компонентах структуры задачи: АСВ (А – условие задачи, В – цель задачи, С – теоретический базис, на котором основано решение, R – способ решения). Решение исследовательской задачи представляет собой постепенное понижение неопределенности ее структуры. Сегодня в понижении неопределенности задачной ситуации эффективно могут использоваться компьютерные средства (пакеты программ общего и специального назначения) и методы экспериментальной математики (конструктивные, разведочные, верифицирующие, контрольные, модифицирующие компьютерные эксперименты).

Компьютерные средства и методы экспериментальной математики, расширив круг возможных участников математических исследований, поставили перед теорией и методикой обучения математики принципиально новую задачу – разработать системы подготовки учащихся, не специализирующихся на изучении математики, к исследовательской деятельности в области математики.

Данная статья посвящена описанию результатов ее решения с опорой на теоретическую модель исследовательского обучения в стиле экспериментальной математики. Эта модель подробно описана нами в монографии [6], поэтому здесь ограничимся ее описанием лишь с той степенью подробности, которая необходима для понимания сути предложенной нами методики.

2 Теоретические основы

2.1. Исследовательская задача экспериментальной математики и особенности ее решения.

Исследовательская задача экспериментальной математики является содержательной основой исследовательского обучения. Под ней понимается разновидность исследовательской задачи, понижение неопределенности которой для учащегося возможно лишь посредством компьютерных экспериментов в силу существования одной или нескольких причин:

- ограниченности имеющихся теоретических знаний;
- ограниченности способностей к воображению и мысленному экспериментированию;
- ограниченности временных ресурсов для обследования генеральной совокупности возможных ситуаций или обследования достаточной для выявления закономерностей части ее объема.

Задачи экспериментальной математики допускают получение результата на разных уровнях строгости: создание исследовательской модели; выдвижение гипотезы, подтвержденной экспериментом, доказательство гипотезы для частных случаев, доказательство общего утверждения.

Процесс решения исследовательских задач экспериментальной математики мы представляем состоящим из пяти основных этапов: A_1 – идентификация объекта исследования, A_2 – анализ, интерпретация данных, A_3 – генерирование идей, A_4 – формулировка гипотез, A_5 – доказательство гипотез, оценка результатов. На каждом из этих этапов возможен переход от использования теоретических методов исследования к методам и средствам экспериментальной математики. Каждому этапу соответствует свой вид компьютерного эксперимента, отличающийся целевой направленностью: A_1 – конструктивный (проверка существования и визуализация объекта исследования), A_2 – разведочный (сбор данных о свойствах объекта исследования и о зависимостях свойств); A_3 – верифицирующий (предварительная проверка рабочей гипотезы); A_4 – контрольный (проверка наличия неявных допущений

в логических выводах, контроль аналитических выкладок, поиск скрытых закономерностей, которые могут быть положены в основу доказательства); A_5 – модифицирующий (оценка универсальности предложенного доказательства, исследование возможности дальнейших обобщений, развития идей). Постановка и проведение эксперимента каждого типа представляет собой отдельный элементарный цикл экспериментальной математики и состоит из семи основных шагов: B_1 – постановка задачи, B_2 – обоснование привлечения компьютерного эксперимента, B_3 – моделирование и планирование компьютерного эксперимента, B_4 – сбор данных, B_5 – анализ данных, B_6 – использование результатов для решения задачи, B_7 – развитие идеи.

2.2. Уровни самостоятельности учащихся при реализации циклов экспериментальной математики

Деятельность по реализации циклов экспериментальной математики в образовательном процессе может осуществляться учащимися с разной степенью самостоятельности. Наиболее значимыми факторами, ее определяющими, являются: $M(t)$ – уровень базовой математической подготовки учащихся в момент времени t решения задачи для обоснования необходимости привлечения компьютерного эксперимента, моделирования ситуации, анализа данных эксперимента, использования выводов; $I(t)$ – уровень сформированности универсальных исследовательских действий математика-экспериментатора (далее УИД) для определения цели привлечения эксперимента и его планирования, для проведения эксперимента и регистрации данных, получения выводов, адекватных данным и цели исследования, развития идей; $T(t)$ – имеющийся запас времени для самостоятельной реализации этапов цикла.

В зависимости от сочетания значений этих факторов учитель реализует исследовательское обучение разных уровней. Мы придерживаемся уровневой модели исследовательского обучения, разработанной Х. Банчи, Р. Белл [1]: контрольное исследование (Confirmation Inquiry), исследование по заданному плану (Structured Inquiry), исследование под руководством учителя. (Guided Inquiry), свободные исследования (Open/True Inquiry).

3. Составляющие методической системы подготовки учащихся к исследовательской деятельности в рамках кружка «Экспериментальная математика».

Внеурочная работа наиболее благоприятна для подготовки учащихся к исследовательской деятельности, так как снимает жесткие ограничения на время решения исследовательских задач. Кроме того, открывает практически неограниченные возможности в выборе тематики задач, позволяет объединять учащихся в разновозрастные коллективы для их решения.

Нами разработана методика подготовки учащихся 7–9 классов в рамках кружка «Экспериментальная математика», которая ориентирована на повышение уровня мотивации учащихся к исследовательской деятельности в математике и на формирование у них УИД математика-экспериментатора. Содержательную основу методики составляет коллекция контекстно поставленных исследовательских задач экспериментальной математики, которые дополнены сериями подготовительных задач для интеллектуальной разминки и рекомендуемыми направлениями дальнейших исследований. Все они описаны в пособии [4]. Программа кружка включает три типа занятий: тренировочные, диагностические и консультационные. Останемся на их описании.

Тренировочные занятия направлены на развитие у учащихся языка исследователя и постепенное формирование основных УИД в ходе решения исследовательских задач из коллекции. Диагностические занятия проводятся после серии тренировочных и призваны выявить учащихся, которые заинтересованы в подготовке исследовательской работы, а также оценить уровень сформированности их УИД. Учащимся предлагается математический объект для проведения экспресс-исследования. В зависимости от своего желания ученик может изучать его в течение только этого занятия или в течение целой недели между двумя занятиями. На следующем занятии проводится мини-конференция, где ученики представляют результаты своей работы. В награду каждый получает «Персональную карту достижений». Она в доступной пониманию учащихся форме представляет функционально полный комплекс УИД математика-экспериментатора, с выделением достигнутого уровня сформированности УИД.

Полученные данные используются в качестве стартовой информации для организации консультационных занятий с учеником в ходе подготовки большой исследовательской работы. Тема ее может быть развитием темы экспресс-исследования или совершенно другой. Ее предлагает уже сам учащийся. Для достижения развивающего эффекта при проведении консультации учитель ориентируется на зону ближайшего развития ученика.

Турнир и конкурсы исследовательских работ являются итоговыми мероприятиями. Результаты турнира показывают уровень сформированности у учеников функционально полного комплекса УИД математика-экспериментатора.

3. Результаты

Внедрение разработанной нами методической системы в работу пилотных площадок международного проекта «Методики и информационные технологии образования» позволила за три года получить результаты, которые доказывают ее эффективность. За этот период членами кружка подготовлено 11 исследовательских работ, которые получили высшие награды на международном конкурсе «Математика и проектирование», а также других конкурсах регионального и всероссийского уровней.

Расширилась география школ, в которых реализуется данная методика. Первоначально это было лишь 3 пилотные площадки проекта. В настоящее время методику взяли на вооружение учителя московских школ и школ Казахстана.

Выросло число и участников и турнира по экспериментальной математике с 79 человек в 2015 году до 265 человек в 2017 году.

4. Выводы

Таким образом, мы считаем доказанным утверждение о возможности создания эффективной методической системы подготовки учащихся, не специализирующихся на изучении математики, к исследовательской деятельности в этой сфере. Наилучшим местом для реализации предложенной нами системы является внеурочная деятельность. Хотя дополнение ее исследовательским обучением в стиле экспериментальной математики, реализуемым на уроках, было бы весьма желательным. Возможность такого дополнения в форме создания содержательно-методической линии экспериментальной математики нами описана в монографии [6].

Литература

1. Banchi, N., & Bell, R. The Many Levels of Inquiry. [Электронный ресурс] Science and Children, 46(2), 26-29. - Режим доступа: http://www.academia.edu/9694101/26_Science_and_Children/
2. Викол Б.А. Формирование элементов исследовательской деятельности при углубленном изучении математики, автореф. дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.02 / Викол Б.А. – Москва, 1977. – 22 с.
3. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: Ч1: Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю.М. Колягин; науч. исслед. ин-т школ. – М. Просвещение, 1977 – 110 с.
4. Павлова М.А. Экспериментальная математика: учеб. пособие / М.А. Павлова, М.В. Шабанова, Л.В. Форкунова, С.Н. Котова, В.В. Паршева, В.В. Тепляков // под общ. ред. М.А. Павловой. – Архангельск: Изд-во АИ ИОО, 2017 – 184 с.
5. Успенский В.В. Школьные исследовательские задачи и их место в учебном процессе: автореф. дис. ... кандидата пед. наук: 13.00.01/ В.В. Успенский. – Москва, 1967. – 19 с.
6. Шабанова М.В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение / М.В. Шабанова, Р.П. Овчинникова, А.В. Ястребов, М.А. Павлова и др. М.: Академия естествознания, 2016. – 300 с.

УДК 51-37

ВЗГЛЯД НА ПЕРСПЕКТИВЫ СОВРЕМЕННОГО ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ

**Широкова Е.А., доктор физико-математических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
Elena.Shirokova@kpfu.ru**

Аннотация. Предлагаются современные методы обучения математике студентов нематематических факультетов с использованием информационных технологий, ориентируясь на прикладные вопросы.

Ключевые слова: информационные технологии, математические пакеты программ.

ON THE PROSPECTS OF MODERN TEACHING MATHEMATICS TO STUDENTS OF NON-MATHEMATICAL FACULTIES

**E.A. Shirokova, doctor of Phys&Math Sci, docent,
Kazan (Volga region) federal university, Kazan
Elena.Shirokova@kpfu.ru**

Abstract. Modern methods of teaching mathematics to students of non-mathematical faculties with the use of information technologies are offered, focusing on applied questions.

Keywords: information technologies, mathematical software packages.

Современные вызовы и необходимость срочной подготовки высококвалифицированных специалистов особенно в области инженерии и информационных технологий остро ставят вопросы улучшения и актуализации методов преподавания математики в российских университетах.

Касаясь вопросов адаптации рабочих программ по математике к будущей трудовой деятельности студентов, обучающихся по естественнонаучным, но не математическим, направлениям и специальностям, следует указать на необходимость компьютеризации учебного процесса. Наличие в Интернете доступных бесплатных компьютерных пакетов математических программ делает возможным сократить время, расходуемое на вспомогательные вычисления, и **ориентировать учащихся на результат, на умение обращаться к математическим решениям, минуя выкладки, требующие длительных и громоздких вычислений.**

Назрела необходимость пересмотра рабочих программ по математике для практически всех специальностей и направлений. Компетентностный подход к составлению учебных планов требует ревизии существующих математических программ. Думается, что, прежде всего, следует составить список вопросов и проблем в рамках направления обучения студентов, требующих применения математического аппарата. При этом, разумеется, необходимо активное взаимное сотрудничество с методическими комиссиями соответствующих факультетов. Следующий шаг - анализ существующих рабочих программ по математике и изменение их с учетом запросов факультетов. Эти программы следует ориентировать не столько на отработку технологий «ручных» вычислений, сколько на логику применения различных математических теорий в будущей профессиональной деятельности учащихся.

Преподаватель математики при переходе к очередной теме должен начинать с постановки проблем, возникающих при решении конкретных профессиональных задач будущих специалистов и объяснении того, как применение математического аппарата, используемого в изучаемой теме, может помочь решению этих проблем. При этом преподаватель обязан при чтении лекций и проведении практических или лабораторных занятий активно пользоваться готовыми математическими программами, предварительно объяснив смысл действий, обучив работе «вручную» или объяснив малую результативность такой ручной работы в случае громоздкости вычислений.

Заметим, что для обращения к математическим пакетам теперь даже не требуется наличие специальных компьютерных классов. Студентам достаточно иметь смартфоны с загруженными пакетами программ или работать в аудитории с наличием wi-fi. Если студент имеет выход в Интернет со своего мобильного устройства, он может производить вычисления, например, в MAXIMA on-line. Следует создать у студентов культуру активного использования готовых математических программ, при необходимости получая их «из Интернета».

Рассмотрим несколько примеров. Так, при изучении тем «Неопределенные интегралы» и «Определенные интегралы» можно не тратить большое количество учебных часов на изучение приемов интегрирования сложных функций или на применение методов прямоугольников и трапеций для приближенного вычисления интеграла Римана. Достаточно обучить студентов методам замены переменных и интегрирования по частям на несложных примерах, типа $\int x^2 \cdot \sin 2x^3 dx$ и $\int x^2 \cdot e^{5x} dx$, а дальше потребовать умения пользоваться готовыми компьютерными программами, делая упор на **применение** интегралов для точного и приближенного вычисления площадей, длин дуг, объемов и др. Рассказав о возможности интегрирования рациональных дробей, следует сосредоточиться на вопросах практического нахождения корней многочлена (в том числе, приближенных) и разложения на простейшие дроби – также с помощью

компьютера. Иначе, утверждая, что любую рациональную дробь можно проинтегрировать, преподаватель не сможет, например, найти первообразную функции $\frac{1}{x^{10} + x^2 + 3}$. Необходимо объяснить, что

случаи интегрирования в квадратурах очень редки, и обычно интегралы вычисляют приближенно, используя метод разбиения отрезка на мелкие фрагменты. Этим занимались еще древние греки, но только с применением компьютеров люди получили возможность вычислять площади с любой точностью.

При изучении темы «Экстремумы функций нескольких переменных» целесообразно приводить в пример метод наименьших квадратов, проводя вблизи заданных точек на плоскости не только прямые, но и кривые высших порядков, проверяя результаты путем применения готовых компьютерных программ и рисуя соответствующие графики на компьютере. В рамках той же темы следует решать задачи оптимизации (например, размеров прямоугольной ванны данной вместимости для минимизации химически активного содержания ванны с поверхностью ванны) с учетом специальности обучающихся. Подраздел этой темы «Условный экстремум» можно давать как работу в рамках оптимизации при необходимости учета граничных значений функции.

Особое внимание при изучении темы «Дифференциальные уравнения» следует уделить вопросам вывода дифференциального уравнения или системы дифференциальных уравнений и постановке задачи Коши. Именно здесь требуется отбирать **задачи, ориентированные на будущую профессию студентов**. Например, для биологов можно уделять внимание вопросам изменения популяции, а для химиков – вопросам количества вещества, полученного в результате реакции. Считаю нерациональным при изучении этого раздела рассматривать метод изоклин при том, что компьютер гораздо точнее изображает поле направлений и может после щелчка по соответствующей точке нарисовать интегральную кривую, проходящую через эту точку. То, что принято изучать в разделе «Дифференциальные уравнения», сводится к набору технологий для получения решений уравнений определенного вида. Думаю, что достаточно изучить метод решения уравнений с разделяющимися переменными, а также теорию решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Все технологии решения уравнений, разрешимых в квадратурах, уже заложены в пакетах компьютерных программ. Следует обучить студентов умению находить эти решения --- частные и общие --- при помощи компьютера. При этом думаю, что необходимо познакомить студентов с динамическими системами и элементами теории устойчивости, в том числе, с компьютерными приемами изображениями картин фазовых траекторий. Необходимо указать, что именно наличие устойчивости гарантирует близость результатов вычислений к истинному решению задачи при небольшой погрешности в измерении начальных данных. Обязательно следует ознакомить студентов с приближенными методами решений дифференциальных уравнений, не создавая у них ложных иллюзий о том, что дифференциальные уравнения решаются только в квадратурах.

Избыток учебных часов, обусловленный применением компьютерных технологий вместо традиционных вычислений, целесообразно расходовать на знакомство студентов естественнонаучных направлений и специальностей с современными математическими идеями, имеющими приложения к построению математических моделей прикладных задач в области будущей специальности, в популярной форме.

Помимо нацеленности на результат следует расширить применение приемов **интерпретаций и иллюстраций** при изучении отдельных тем. Например, при изучении алгебры и аналитической геометрии целесообразно решение систем из двух и трех уравнений сопровождать компьютерной интерпретацией пересечения прямых на плоскости или прямой и плоскости в пространстве. А при изучении темы «Формула Тейлора» студенты легко поймут смысл применения формулы, если показать им в компьютерной графике, как при повышении степени приближающего полинома его график все ближе и ближе примыкает к кривой, соответствующей исходной функции, в окрестности заданной точки. Познакомив студентов с этой темой, можно отказаться от подробного изучения теории рядов, дав определение ряда Тейлора как предела частных сумм, представляющих собой степенные полиномы. В свою очередь, изучение рядов Фурье необходимо также сопровождать графикой приближения исходной функции соответствующим полиномом Фурье. Наглядный показ осцилляции, приближающей частной суммы, лучше любых выкладок убедит учащихся, что означает приближение «в среднем по отрезку».

Построение графиков явно заданных функций с тщательным выявлением участков монотонности и выпуклости в наше время теряет былую актуальность вследствие наличия компьютерной графики. С другой стороны, для того, чтобы учащиеся умели легко строить на компьютерах кривые и поверхности, следует расширить знакомство с параметрическими заданиями кривых и поверхностей. Это, в частности, поможет

студентам при изучении таких сложных тем, как криволинейные и поверхностные интегралы. В целях эффективности работы с поверхностными интегралами целесообразно сразу привести формулы вычисления поверхностных интегралов первого и второго рода для случая параметрического задания поверхностей, содержащие якобианы. Тогда формулы, обеспечивающие вычисление интегралов для поверхности, заданной явно, окажется просто частным случаем формул для поверхности, заданной параметрически.

Проведение экзамена для студентов естественнонаучных специальностей и направлений следует проводить письменно, предлагая для решения профессионально ориентированную задачу. При решении задачи студент должен иметь возможность пользоваться математическими пакетами программ. Список подобных задач должен быть известен студентам для подготовки к экзамену. Студент должен получить числовой ответ, основываясь на приведенных в билете исходных данных.

При обучении математике студентов гуманитарных факультетов имеет смысл делать акцент на изучении математической логики, теории множеств, теории вероятностей и элементов математической статистики. Темы «Математическая логика» и «Теория множеств» имеют дело с практически одинаковой аксиоматикой. На этом примере можно объяснять студентам-гуманитариям, ориентированным на достаточно глубокое изучение вопросов философии, возможности различных интерпретаций единой математической теории. Теория вероятностей хорошо иллюстрируется с помощью теории множеств, а математическая статистика основывается на теории вероятностей. Для активного решения студентами задач математической статистики также целесообразно применять готовые компьютерные программы. В случае знакомства этих учащихся с элементами математического анализа следует делать упор на четкие определения объектов изучения и логику перехода от одного объекта к другому. Студентам-гуманитариям, глубоко изучающим философию, полезно освоить методы доказательств по индукции и от противного.

Литература

1. Абубакиров Н.Р. Математика: Учебно-методическое пособие для студентов гуманитарных специальностей / Н.Р. Абубакиров, М.С. Малакаев. – Казань: Казанский федеральный университет, 2010. – 72 с. <http://kpfu.ru/math/struktura/otdeleniya-i-kafedry/kafedra-obschej-matematiki/metodicheskie-posobiya>
2. Малакаев М.С. Математика: Учебно-методическое пособие / М.С. Малакаев, Е.А. Широкова. – Казань: Казанский федеральный университет, 2010. – 136 с.
3. Секаева Л.Р. Курс лекций по математике для бакалавров-геологов: Учебное пособие / Л.Р. Секаева, О.Н. Тюленева, Е.А. Широкова. – Казань: Казанский федеральный университет, 2014. – 251 с.
4. Широкова Е.А. Математика. Учебное пособие для направления подготовки "Управление качеством" / Е.А. Широкова. – Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2013. – 170 с.

УДК 372.851

ОСНОВНЫЕ КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КРИТЕРИАЛЬНО-КОРРЕКТНОСТНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ БАКАЛАВРОВ

Яремко Н.Н., доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры
«Математическое образование»,
Пензенский государственный университет, г. Пенза
yaremki@yandex.ru

Селютин В.Д., доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры алгебры и математических методов в экономике,
Орловский государственный университет, г. Орёл
selutin_v_d@mail.ru

Аннотация. Разработана концепция нового вида математической подготовки бакалавров, в которой в качестве ведущей идеи использована идея математической корректности.

Ключевые слова: математическая корректность, критериально-корректностные компетенции и компетентность, математическая подготовка бакалавров.

BASIC CONCEPTS OF CRITERIA - CORRECTNESS BACHELORS' MATHEMATICAL TRAINING

**N.N. Yaremko, PhD, associated professor of «Mathematical Education» Department,
Penza State University, Penza
yaremki@yandex.ru**

**V.D. Selutin, PhD, professor of the Department of Algebra and Mathematical Methods in Economics,
Orel State University, Orel
selutin_v_d@mail.ru**

Abstract. The concept of a new kind of bachelors' mathematical training is developed, the idea of mathematical correctness is used as the leading idea.

Keywords: mathematical correctness, criteria-correctness competence, bachelors' mathematical training.

Концепция педагогического исследования всесторонне характеризует многокомпонентный процесс образования, воспитания и развития студентов, следовательно, детально описывает его основные компоненты: генеральную идею, систему взглядов и подходов, сущность, цель, принципы, содержание, формы и методы организации обучения, критерии и показатели его эффективности. Поэтому, в основных концептуальных положениях критериально-корректностной математической подготовки бакалавров мы опишем ведущую идею этого вида подготовки, методологию, принципы, компоненты модели методической системы.

Генеральная идея критериально-корректностной математической подготовки состоит в том, что универсальный критерий – понятие «корректность» – используется в качестве системообразующей основы математической подготовки бакалавров; студенты осваивают этот критерий на математическом содержании и в дальнейшем переносят его в профессиональную и личностную сферы.

В качестве методологической основы выступают идеи системного, деятельностного и компетентностного подходов. С позиций системного анализа исследуются математическая задача, понятие «корректность», критериально-корректностная математическая подготовка, модель ее методической системы. В соответствии с положениями деятельностного подхода в содержание критериально-корректностной подготовки включена деятельностная составляющая критериально-корректностных компетенций: обоснование однозначной определенности, варьирование, корректировка, приемы преодоления некорректности. Основным конструктом в разработанной концепции выступают критериально-корректностные компетенции и критериально-корректностная компетентность бакалавра.

Построение целостного учебно-воспитательного процесса критериально-корректностной математической подготовки бакалавров основано на общепедагогических принципах обучения в вузе, а также на специальных принципах этого вида подготовки, предложенных и обоснованных автором: принципах математической корректности, незавершенности знания, спиралеобразного развития корректного знания.

Компонентный состав методической системы критериально-корректностной математической подготовки бакалавров – традиционный; сюда входят цели, содержание, формы, методы и средства. В содержание критериально-корректностной математической подготовки включены критериально-корректностные компетенции; содержание этого вида математической подготовки отражено в совокупности учебных дисциплин, учебных предметов, учебных тем, всего массива учебных материалов с межпредметной и внутрипредметной интеграцией, метапредметностью; включаются знания требований корректности к основным математическим объектам и опыт осуществления творческой деятельности, универсальные механизмы и приемы деятельности при работе с корректными и некорректными объектами, осуществление эмоционально-нравственных отношений на основе критерия «корректность».

Средствами формирования критериально-корректностной компетентности в разработанной методической системе являются система межпредметно-корректностных модулей и интегрированные спецкурсы «Корректные и некорректные задачи математической физики», «Корректность определений и регулярное обобщение математических понятий». Система межпредметно-корректностных модулей состоит из 8 дидактических модулей: понятие «корректность», корректность математической задачи, математической модели, определения понятия, вопроса и ответа, доказательства, метода, алгоритма, задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, понятие об обратных задачах.

Построенная модель методической системы реализована в ряде университетов РФ.

Литература

1. Яремко О.Э., Яремко Н.Н. Математическая корректность. Учебное пособие. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2014. – 192с.

2. Яремко Н.Н. Теоретико-методические основания критериально-корректностной математической подготовки: Монография – Орел: изд-во ФГБОУ ВО «ОГУ», 2015. – 148с.

СЕКЦИЯ 4

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ СОВРЕМЕННОГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В СООТВЕТСТВИИ С ТРЕБОВАНИЯМИ НОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ

УДК 378.016: 51

ФОРМИРОВАНИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ КУЛЬТУРНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬСКОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ-МАТЕМАТИКОВ СРЕДСТВАМИ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (МАТЕМАТИКА)»

**Вдовиченко А.А., ассистент кафедры основ математики и информатики,
Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов vdo-
vichenkoaa@yandex.ru**

Аннотация. В статье описывается начальный этап формирования профессиональных компетенций культурно-просветительской и проектной деятельности средствами модуля «Введение в систему математического образования России» дисциплины «Методика обучения и воспитания (математика)».

Ключевые слова: методика обучения и воспитания, культурно-просветительская деятельность, проектная деятельность, педагогическое образование, будущие учителя математики.

THE FORMATION OF COMPETENCES OF CULTURAL-EDUCATIONAL AND PROJECT ACTIVITY OF FUTURE MATH TEACHERS BY MEANS OF DISCIPLINE «METHODS OF TEACHING AND BRINGING UP (MATHEMATICS)»

**A.A. Vdovichenko, assistant lecturer of mathematics and computer sciences basics chair,
Saratov National Research State University, Saratov
vdovichenkoaa@yandex.ru**

Abstract. The article describes the initial stage of the formation of professional competences of cultural-educational and project activity using the module «Introduction to the system of mathematical education in Russia» discipline «Methods of teaching and bringing up (mathematics)».

Keywords: methods of teaching and bringing up, cultural-educational activity, project activity, pedagogical education, future math teachers.

В Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования по направлению подготовки «Педагогическое образование» [3] определены 4 вида профессиональной деятельности, к которым готовятся выпускники, освоившие программу бакалавриата: педагогическая, проектная, исследовательская, культурно-просветительская.

Если культурно-просветительская деятельность была определена в стандартах прошлого поколения, то проектная деятельность будущих бакалавров является новым видом их профессиональной деятельности.

В рамках проектной деятельности выпускник направления «Педагогическое образование» должен быть готов решать следующие профессиональные задачи:

– проектирование содержания образовательных программ и современных педагогических технологий с учетом особенностей образовательного процесса, задач воспитания и развития личности через учебные предметы;

– моделирование индивидуальных маршрутов обучения, воспитания и развития обучающихся, а также собственного образовательного маршрута и профессиональной карьеры.

Культурно-просветительская деятельность в стандарте определяется следующими профессиональными задачами:

- изучение и формирование потребностей детей и взрослых в культурно-просветительской деятельности;
- организация культурного пространства;
- разработка и реализация культурно-просветительских программ для различных социальных групп.

Формирование компетенций культурно-просветительской и проектной деятельности будущих бакалавров педагогического образования по направлению «Математическое образование» начинается уже в первом семестре в рамках одной из первых профессиональных дисциплин «Методика обучения и воспитания (математика)» (модуль «Введение в систему математического образования России»).

Целями освоения модуля являются:

- введение в будущую профессиональную деятельность;
- формирование обзорных знаний о системе математического образования РФ;
- поддержание и закрепление интереса к педагогической профессии;
- формирование готовности будущего бакалавра к самообразованию, выстраиванию профессиональной биографии.

В рамках первого практического занятия по дисциплине [1] студенты изучают историю становления математического образования России, используя периодизацию школьного математического образования, описанную в монографии Т.С. Поляковой [2]:

1. Зарождение математического образования: со времени Киевской Руси (X-XI вв. – XVII в.);
2. Становление отечественного математического образования: с Указа Петра I об основании Школы математических и навигацких наук (с 1701 г. до 1804 г.);
3. Создание российской модели классической системы школьного математического образования: образовательные реформы (1804 г. – вторая половина XIX в.);
4. Реформация классической системы школьного математического образования (60 – 70-е гг. XIX в. – 1917 г.);
5. Поиск новых моделей математического образования (1918 -1931 гг.);
6. Реставрация отечественных традиций, создание советской модели классического школьного математического образования (1931-1964 гг.);
7. Реформация советской модели классической системы школьного математического образования (1964-1982 гг.);
8. Период контрреформации (1982-1990 гг.);
9. Современный этап развития школьного математического образования (начался с 1991-1992 гг. и до настоящего времени).

Изучая различные нормативные документы, положения, статьи, относящиеся к различным периодам становления математического образования, студенты готовят обзорную (научно-популярную) лекцию по теме «Становление системы математического образования России».

В рамках творческой контрольной работы «Подготовка учительских кадров в системе высшего профессионального образования» студенты изучают и конспектируют основные положения Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации», касающиеся высшего образования, ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», Профессиональный стандарт педагога и определяют направления своей дальнейшей работы. Основное задание контрольной работы – составление программы своего будущего самообразования: выявление основных направлений профессионального самообразования, формулирование задач самовоспитания и выбор соответствующих средств.

В рамках модуля организуется творческая мастерская «Становление профессиональной биографии будущего педагога-математика», которая проходит в несколько этапов:

1. Индуктор (мотивирующий этап) – знакомство с профессиональными биографиями сотрудников кафедры математики и методики ее преподавания.
2. Деконструкция – анализ продемонстрированных профессиональных путей; построение первой модели (схемы) становления собственной профессиональной биографии.
3. Организующее ядро – описание процессуальной модели становления профессиональной биографии педагога; проектирование профессиональной биографии будущего педагога-математика.
4. Созидание, реконструкция – коррекция схемы становления собственной профессиональной биографии с учетом полученных сведений о процессуальной модели становления профессиональной биографии.

5. Социализация и афиширование – демонстрация сконструированных биографий с целью обмена информацией между всеми участниками творческой мастерской.

6. Корректировка – доработка модели до проекта собственной профессиональной биографии.

7. Рефлексия: подведение итогов творческой мастерской.

Таким образом, во время изучения модуля «Введение в систему математического образования России» дисциплины «Методика обучения и воспитания (математика)» формируются первые профессиональные компетенции культурно-просветительской и проектной деятельности и профессиональные задачи: разработка культурно-просветительских программ в целях популяризации математики, моделирование собственного образовательного маршрута и профессиональной карьеры.

Литература

1. Вдовиченко А.А. Практикум по методике обучения и воспитания (математика). Модуль «Введение в систему математического образования России» [Электронный ресурс] / А. А. Вдовиченко. – Режим доступа: http://elibrary.sgu.ru/uch_lit/1317.pdf.

2. Полякова Т.С. История отечественного школьного математического образования: Два века : [В 2 кн.] / Т. С. Полякова. – Ростов н/Д: Изд-во Рост. пед. ун-та, 1997.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://минобрнауки.рф/документы/7995>.

УДК 378

МЕТОДИЧЕСКИЕ СЕМИНАРЫ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ УМЕНИЙ ПЕДАГОГА

**Власова И.Н., кандидат педагогических наук,
доцент кафедры теории и методики обучения математике,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь
vlasova@pspu.ru**

Аннотация. В работе описываются возможности практико-ориентированных методических семинаров для учителей математики в условиях реализации ФГОС начального и основного общего образования, пути формирования трудовых действий направленных на совершенствование методических умений, связанных с организацией уроков изучения нового знания и обобщения.

Ключевые слова: методический семинар, методическая компетентность учителя, урок математики, профессиональный стандарт, ФГОС.

METHODOLOGICAL SEMINARS OF TEACHERS OF MATHEMATICS AS A MEANS FOR FORMING THE PROFESSIONAL SKILLS OF A TEACHER

**I.N. Vlasova, candidate of Pedagogy, associate professor,
Perm State of Humanitarian-Pedagogical University, Perm
vlasova@pspu.ru**

Abstract. The paper describes the possibilities of practical-oriented methodological seminars for mathematics teachers in the context of the implementation of the federal state educational standard primary and basic general education, the ways of forming labor actions aimed at improving the methodological skills associated with organizing lessons in the study of new knowledge and generalization.

Keywords: methodological seminar, methodological competence of the teacher, mathematics lesson, professional standard, federal state educational standard.

В профессиональном стандарте педагога одними из первых трудовых действий обозначены следующие: «Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования»; «Планирование и проведение учебных занятий»; «Систематический анализ эффективности учебных занятий и подходов к обучению» [2]. Эти трудовые действия педагога выделены не случайно, так как именно урок, учебное занятие в системе математического образования играет ведущую роль в формировании не только математических знаний и умений, но и логических действий: проводить верные рассуждения, выполнять анализ, сравнение, классификацию и др. Таким образом, обучение математике направлено на формирование части метапредметных результатов освоения основной образовательной программы.

При всем том причиной последних инноваций в математическом образовании является, в том числе, недостаточный уровень математической культуры учащихся. В международных исследованиях качества математического образования отмечается низкий уровень выполнения заданий на «рассуждения», то есть «стихийно» логические умения не формируются. Анализ решений методических заданий учителями математики показал, что сами педагоги испытывают затруднения при определении проверяемого метапредметного (познавательного) действия. Например, в задании типа – распределите все объекты на группы и объясните это разбиение, педагоги указывали, что задание проверяет умения выполнять анализ и синтез, устанавливать причинно-следственные связи, а также родовидовые отношения, лишь немногие указали основное действие – проведение классификации по самостоятельно выбранному основанию. Таким образом, у педагогов имеются серьезные пробелы в методических умениях – непонимание взаимосвязи предметных, метапредметных результатов обучения, их целостного и системного характера, а также непонимание сути системно-деятельностного подхода в организации занятий. О системе затруднений и средствах их преодоления много писал М.М. Поташник («Как помочь учителю в освоении ФГОС?»), но изучение методической литературы не является системным действием большинства современных педагогов.

Используя профессиональные стандарты педагогической деятельности, в основу которых положен психологический анализ совместной деятельности ученика и учителя, основные положения теории деятельности, опросы учителей, были выявлены базовые компетенции учителя в следующих областях:

- постановка целей и задач педагогической деятельности;
- мотивация учебной деятельности;
- информационная основа педагогической деятельности;
- разработка программ деятельности и принятие педагогических решений;
- организация учебной деятельности [3].

Компетенции в области разработки программ и принятия решений являются ключевыми в деятельности учителя. Именно в рамках данной компетенции учитель создает учебную программу деятельности ученика и учителя, в которой реализует цели обучения конкретному предмету с учетом особенностей учащихся.

Будем рассматривать *методическую компетентность* как комплексное понятие, которое, с одной стороны, выступает как определенный способ жизнедеятельности, а с другой – в методическом аспекте включает в себя целенаправленное эффективное применение методических, психолого-педагогических знаний и умений в педагогической деятельности.

Согласно ведущим идеям личностно-деятельностной теории, будем рассматривать структуру готовности учителя к применению современных образовательных технологий, подходов и приемов как совокупность четырех взаимосвязанных структурных компонентов, наполненных качественными характеристиками и показателями:

- 1) мотивационного компонента, выражающего осознанное отношение педагога к образовательным технологиям, подходам и приемам, их роли в разрешении актуальных проблем современного обучения;
- 2) содержательного компонента, объединяющего совокупность знаний педагога о сущности и специфике образовательных технологий, подходов и приемов, их видах и признаках;
- 3) операционного компонента, основанного на комплексе умений и навыков по применению образовательных технологий, подходов и приемов в структуре собственной профессиональной деятельности;

4) рефлексивного компонента, характеризующего познание и анализ учителем явлений собственной деятельности.

В Пермском крае многое делается для освоения учителями методологических оснований стандартов второго поколения [1]: курсы повышения квалификации, центры инновационного опыта, базовые школы и кафедры, конференции и олимпиады. Уже три года на базе Пермского муниципального района реализуется проект «Его величество урок!».

На начальном этапе были проведены региональные единичные научно-практические семинары по проблемам реализации ФГОС, конкурсы конспектов современных уроков, масштабное участие учителей в отборочных этапах конкурса «Учитель года». Однако данные мероприятия не дали ожидаемого результата – самостоятельное освоение основ ФГОС, выявление профессиональных проблем, связанных со стандартом, и определение путей их решения. Руководителями пермского центра развития образования было принято решение о системной и целенаправленной помощи учителям в освоении стандартов второго поколения. Основным средством были выбраны практико-ориентированные методические семинары – как форма учебно-практических занятий, при которой учителя обсуждают сообщения, выполненные ими по результатам учебных или методических исследований под руководством преподавателя вуза. Были определены по две группы в направлениях математика, естественные науки и гуманитарные науки. Основной целью методических семинаров на следующем этапе реализации проекта стала разработка методического конструктора для организации актуального урока. Для ее достижения необходимо было решить ряд задач: освоить системно-деятельностный подход (суть, отличие от недеятеьностного), приемы и методы обучения (активные, интерактивные); установить взаимосвязи предметных, метапредметных и личностных результатов образования; понять связь триединой цели обучения, воспитания и развития с получением конкретных предметных, личностных и метапредметных результатов.

Участниками семинара стали активные, думающие, перспективные педагоги образовательных организаций Пермского муниципального района – участники проблемных групп по конструированию современного урока, которые в будущем станут в своей школе (районе) тьюторами по данному направлению. Педагоги самостоятельно сформулировали проблему: есть необходимость изменения урока в связи с новыми требованиями ФГОС, но нет понимания как это сделать, нет четкого осознания структурных компонентов учебной деятельности, а потому и как их реализовать на уроке.

В ходе установочного семинара были определены следующие результаты совместной деятельности:

- уметь правильно и четко определять цель урока, формулировать планируемые результаты; затем выбирать адекватные приемы и средства для достижения цели, находить (составлять) средства для диагностики результатов;
- определить структуру методического конструктора, сформулировать методические рекомендации или указания по его использованию;
- разработать шаблоны технологических карт или сценариев для создания урока соответствующего типа (с указанием возможных формулировок, форм работы, приемов работы и т.п.);
- привести примеры технологических карт (сценариев) разработанных (проведенных) уроков, видео проведенных уроков;
- провести мастер-классы на региональной научно-практической конференции по проблемам реализации ФГОС в начальной и основной школе.

Работа педагогов на методических семинарах проходила в очной и дистанционной форме. На первом семинаре были определены основные проблемы, с которыми сталкиваются педагоги при организации урока. Были обсуждены следующие вопросы: какие существуют требования к современному уроку введения нового знания в соответствии с ФГОС; как определять метапредметные и личностные результаты, которые возможно достичь на уроке нового знания по конкретному предмету. Итогом работы стало осознание педагогом собственных профессиональных проблем и желание их решить, планирование работы группы в течение учебного года. Для следующего семинара педагоги должны были выбрать (описать) один из подходов (технологии) обучения, которые они применяют и считают наиболее эффективным для достижения требований стандарта. Описания высылались руководителям групп для подготовки следующего семинара. Часто используемые подходы и были рассмотрены на очной встрече. Так педагогам на семинаре было предложено задание из набора структурных элементов урока, которые необходимо было систематизировать («навести порядок») и обосновать, почему такие группы получились. В набор вошли названия этапов урока с системно-деятельностным подходом (авт. Л.Г. Петерсон), проблемно-

диалогическим подходом (ОС «Школа 2100»), технологией развития критического мышления и традиционного подхода. Выполняя данное задание, учителя испытывали затруднение в характеристике данного этапа, и как следствие – указывали неверно его место в соответствующей технологии или принадлежность к определенному подходу обучения. Рефлексия после обсуждения и выполнения данного задания показала, что педагоги по-своему трактуют научные понятия (отличаются от общепринятых определений), не осознают связи в последовательности этапов урока в определенной технологии. Использование персональных компьютеров и обращение к научно-методическим трудам авторов технологий в электронных библиотечных системах позволило систематизировать знания учителей о вышеперечисленных технологиях и подходах обучения, которые они реализуют в своей практике; обновить и расширить свои знания о других подходах обучения; указать существенные недостатки традиционного подхода. Основным результатом работы учителей стал ответ на вопрос «Что значит использовать системно-деятельностный подход на уроке?» – проектировать урок, учитывая все его деятельностные признаки: мотивацию, целеполагание, осознание главной проблемы, идеи, сущности нового знания, определение способов достижения (решения проблемы), закрепление нового знания в простых и сложных упражнениях, самостоятельное применение знания, диагностику степени усвоения знания. На следующий этап работы педагоги спланировали определить возможные приемы работы на каждом этапе урока. Таким образом, они самостоятельно сформулировали задание на дистанционную часть обучения – выявить и охарактеризовать приемы и методы, соответствующие структуре учебной деятельности и позволяющие достичь предметные, метапредметные и личностные результаты в свете требований ФГОС.

Последующий анализ представленных приемов показал, что педагоги умеют применять разнообразные приемы для закрепления полученных знаний, однако испытывают затруднения в выборе приема для подготовки обучающихся к активному усвоению нового учебного материала – на этапе целеполагания. Поэтому на очной части семинара участники разрабатывали и проигрывали на коллегах фрагменты уроков с применением таких приемов как «Тонкие и толстые вопросы», «Кластер», «Верно но ли, что...», «Знаю. Повторить. Хочу знать» и т.п. Все эти приемы позволяют ребенку четко осознать свою область незнания и помогают ему сформулировать содержательную, конкретную и достижимую цель урока (или изучения новой темы). При этом ученик сам определяет, что необходимо повторить, чтобы освоить новое содержание и новые способы деятельности. Педагоги после совместной разработки, представления и коррекции фрагмента урока, оценке каждого выступления отмечали, что такие формы работы помогают им осознавать роль «субъекта» обучения, овладевать приемами, повышающими активность учащихся в учебном процессе, то есть способствуют совершенствованию их методических умений. Далее учителя определили, что для формирования умения необходима практика и включение таких приемов в систему уроков. Фрагменты уроков с применением приемов направленных на активизацию учебной деятельности были представлены в конструктор современного урока, а педагоги провели мастер-классы по данной проблеме на итоговой конференции учителей всего района. Работа по обозначенной проблеме будет продолжена еще в течение следующего года.

Таким образом, стандарт требует от каждого учителя осознанного и самостоятельного преобразования себя и своей деятельности, он мотивирует и побуждает учителя расти от специалиста, действующего по обезличенной предметной программе, до специалиста-профессионала, свободного в выборе целей и средств обучения, воспитания и развития каждого ребенка. Практика организации системы практико-ориентированных методических семинаров для учителей показала, что только совершенствование методических умений, психолого-педагогической подготовки, культуры мышления способствуют достижению стандартов.

Литература

1. Власова И.Н. Методические семинары и олимпиады как условие развития профессиональных умений учителей математики /Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности: материалы XXXV международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Ульяновск, 2016. – С.184-186.
2. Профессиональный стандарт "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)". [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.edustandart.ru/wp-content/uploads/2017/04/rofessionalnyj_standart_pedagoga_2013.pdf.
3. Профессиональный стандарт педагогической деятельности (под ред. Я.И. Кузьмина, В.Л. Матросова, В.Д. Шадрикова) // Вестник образования. – 2007. – № 7.

МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**Гаврилова М.А., доктор педагогических наук, профессор,
Пензенский государственный университет, Пенза
margogavr@yandex.ru**

Аннотация. Обоснована необходимость создания информационно-образовательной среды учителя математики. Представлена ее структура, охарактеризовано содержание ее компонентов.

Ключевые слова: информационно-образовательная среда, профессиональная компетентность.

MODEL OF INFORMATIVE - EDUCATIONAL MEDIUM FOR MATHEMATICAL TEACHER

**M.A. Gavrilova, PhD, professor,
Penza State University, Penza
margogavr@yandex.ru**

Abstract. The necessity of creating an informative- educational medium for the teacher of mathematics is based. Its structure is described, the content of its components is characterized.

Keywords: informative-educational medium, professional competence.

Процесс построения информационного общества в России повлек за собой реформы в сфере образования. В принятом Федеральном государственном образовательном стандарте (ФГОС) обновление информационной среды образовательных учреждений и поиск пути эффективного использования её ресурсов всеми участниками образовательного процесса рассматривается как важная проблема, требующая быстрого решения.

Проведенный анализ научных педагогических публикаций позволил заключить, что к настоящему времени накоплен значительный опыт по изучению информационной среды образовательных учреждений, определению ее содержания и компонентов. Основной понятийный аппарат активно обсуждается в научной литературе с конца XX века. Понятия «образовательная среда», «педагогическая среда», «среда обучения» трактуются, как взаимосвязь условий, обеспечивающих развитие учащихся. Основная цель создания среды – помощь в обучении с учетом личностных потребностей и запросов обучающихся.

В научных трудах, посвященных информатизации образования, часто используется термин «информационно-образовательная среда» (ИОС). Большинство известных существующих моделей ИОС относится к информационно-образовательной среде образовательного учреждения.

При исследовании области практической деятельности учителей математики было выяснено, что 85% используют ресурсы интернет в своей профессиональной деятельности с целью повышения качественных показателей учебного процесса. Немногим более 5% размещают свои материалы в сети интернет и участвуют в работе педагогических сообществ и конкурсах, проводимых на образовательных интернет порталах. 24% предоставляют свои материалы для размещения в сети интернет, не проводя при этом активной самостоятельной деятельности в интернет сообществах.

В настоящее время система аттестации педагогов опирается на рейтинговые показатели, важное место среди которой принадлежит владению средствами ИТ-технологий, в том числе, созданию своих электронных учебных материалов, электронного портфолио, личного профессионального сайта.

Таким образом, ИОС образовательной организации может быть дополнена и расширена за счет личной информационно-образовательной среды, которую создает каждый учитель, заинтересованный в активном и эффективном использовании ИТ-технологий и в своём личном профессиональном росте.

Предлагаемая модель информационно-образовательной среды учителя математики представляет собой многоуровневую и многофункциональную систему компонентов, которые соответствуют:

- учебно-методической,
- научно-исследовательской,
- контрольно-диагностической,

- технологической,
- сетевой коммуникативной деятельности.

Учебно-методическая подсистема среды включает следующий контент:

- Федеральный государственный образовательный стандарт;
- основную образовательную программу
- рабочие программы;
- электронные учебники математики;
- электронные методические материалы;
- задания разного уровня сложности для самостоятельной работы;
- контрольные вопросы;
- тестовые задания;
- примеры правильного оформления решений задач и др.

Учебно-методическая подсистема обеспечивает информатизацию учебной деятельности, повышает скорость и качество усвоения учебного материала, а использование современных инструментальных средств позволяет также расширить возможности представления учебного материала в нужной форме и облегчить работу обучающихся с учебным материалом.

Контрольно-диагностическая подсистема содержит материалы, обеспечивающие педагогов и учащихся средствами измерения, оценки и контроля знаний, умений, навыков и уровня владения математическим материалом и способами деятельности. Позволяет вести мониторинг учебной активности обучающихся.

Технологическая подсистема выполняет основную роль в ресурсном и коммуникационном обеспечении педагогов инструментами и сервисами для создания методических материалов и содержания всех других подсистем. Включает следующий контент:

- различные компьютерные программы и сервисы;
- учебные сайты;
- демонстрационные работы обучающихся;
- системы для организации тестирования (тестовые оболочки);
- систему рейтинговых показателей и др.

Научно-исследовательская подсистема обеспечивает организацию научно-методических исследований педагога, а так же совместную исследовательскую, проектную деятельность учителя и учащихся, самостоятельную работу обучающихся по математике и содержит доклады, сообщения, публикации, экспериментальные материалы, проекты и др.

Сетевая коммуникативная подсистема включает информацию о сетевых сообществах учителей математики, гиперссылки на различные образовательные порталы, электронные библиотеки и др.

Образовательная среда создается и совершенствуется педагогом, в соответствии со временем и своими приоритетами. Обучающиеся охотно используют предложенные в электронной среде формы обучения, с электронными ресурсами с помощью различных технических устройств. Все это позволяет педагогу повышать мотивацию обучающихся к учению и саморазвитию.

Одновременно, информационно-образовательная среда, создаваемая учителем математики, имеет личностный характер и позволяет организовать ему интерактивное взаимодействие с обучающимися и коллегами, что способствует развитию профессиональной компетентности самого педагога, его личностному развитию.

Литература

1. Гаврилова М.А. Информационно-образовательная среда для организации самостоятельной деятельности студентов – будущих учителей математики / М.А. Гаврилова // Известия ПГПУ им. В.Г. Беллинского. – 2011. – №24. – С. 598-602.
2. Гаврилова М.А. Личностная ориентация информационно-методического обеспечения в профессиональном образовании / М.А. Гаврилова // Профессиональное образование. Столица. Научные исследования в образовании. – 2008. – №7. – С.14-17.
3. Баландин И.А Рациональная интеграция средств ИКТ в современный урок математики на старшей ступени обучения / И.А. Баландин, М.А. Гаврилова //Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 6. Режим доступа: <http://www.science-education.ru/113-11064>
4. Ясвин В.А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию./ В.А. Ясвин. – М: Смысл, 2001. – 365 с.

РОЛЬ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ В ДОСТИЖЕНИИ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Гильмуллин М.Ф., кандидат педагогических наук, доцент,
Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Елабуга
Gilt_edged@mail.ru

Аннотация. В работе описываются некоторые формы, методы и средства, направленные на формирование метапредметных результатов обучения в историко-математической среде.

Ключевые слова: подготовка учителя математики, метапредметные результаты обучения, культурно-историческая среда обучения математике, историко-математическая деятельность.

THE ROLE OF HISTORICAL-MATHEMATICAL ENVIRONMENT IN ACHIEVING METASUBJECT RESULTS OF TRAINING

M.F. Gilmullin, PhD in pedagogy, associate professor,
Elabuga Institute of Kazan (Volga Region) Federal University, Elabuga
Gilt_edged@mail.ru

Abstract. This paper describes some of the forms, methods and means aimed at the formation of metasubject results of training in historical-mathematical environment.

Keywords: mathematics teacher training, metasubject results of training, learning math cultural-historical environment, historical-mathematical activities.

В соответствии с новыми образовательными стандартами учителя математики должны быть подготовлены к осуществлению культурно-исторического подхода к обучению математике в школе. В содержание математики теперь включен дополнительный раздел «Математика в историческом развитии» [1, с.16]. Обучение в культурно-исторической среде будет решать многие вопросы достижения обучающимися результатов освоения основной образовательной программы, причем не только предметных, но и метапредметных, а также личностных.

Требования к метапредметным результатам включают, в частности, «освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории» [2, с.7]. Возникают вопросы о формах и средствах их формирования. Проанализируем некоторые компоненты метапредметности, определенные в ФГОС основного общего образования, в основном, с точки зрения подготовки будущих учителей к их формированию на историко-математической основе. Приведём формы, методы и средства историко-математической деятельности обучающегося, направленные на их формирование.

1. Умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

Формы, методы и средства деятельности, формирующие этот компонент:

- планирование и разработка историко-математических проектов;
- составление карты раздела «Математика в историческом развитии» в школьных учебниках, методическое обеспечение её применения;
- определение воспитательных целей изучения математики и обучения математике.

Данная деятельность проявляется в обучении и исследованиях следующих тем:

- расширение понятия числа;
- периоды развития математики;
- возникновение функциональных методов в математике и её приложениях;
- истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры;
- эстетический потенциал истории математики.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Для формирования этого компонента предлагаются такие формы деятельности:

- историко-математический анализ учебного материала;
- анализ различных доказательств одной и той же именной теоремы;
- анализ различных способов решения одной и той же задачи в различные исторические периоды.

Данная деятельность проявляется в следующих темах:

- открытие и признание десятичных дробей;
- изобретение метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры;
- построение правильных многоугольников;
- опыт творчества на примере жизни и научной деятельности известных математиков.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Формы историко-математической деятельности, соответствующие этому компоненту:

- составление хронологических таблиц развития математических теорий, методов;
- хронотоп и персоналия решения математической проблемы;
- создание хронологического словаря-справочника основных достижений элементарной математики;
- составление синоптической карты развития математики;
- идентификация математических фактов с исторической эпохой;
- адаптация историко-математических материалов.

Данная деятельность осуществляется при исследовании следующих тем:

- история пятого постулата;
- история решения уравнений 3-й степени;
- точки исторического соприкосновения различных наук;
- использование в познании и обучении историю развития отечественной, регионально-национальной математики и образования.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения.

Компонент реализуется в следующих формах деятельности:

- установление математических понятий и теорий, получивших понимание и признание в длительном историческом процессе;
- софизмы и парадоксы в математике;
- осознание необходимости культурно-исторической среды обучения математике как фактора профессиональной деятельности.

Тематика соответствующих исследований:

- открытие неевклидовых геометрий, геометрия Лобачевского;
- кризисы в математике;
- открытие отрицательных, иррациональных чисел;
- удвоение куба, трисекция угла, квадратура круга;
- зарождение алгебры в недрах арифметики.

5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.

Формы историко-математической деятельности:

- определение личностной смысловой и (или) методической ценности изучаемых исторических фактов, выявление и осознание их значимости для решения образовательных задач;
- решение исторических задач;
- решение учебных историко-методических задач;
- создание тематического каталога историко-математической и справочной литературы.

Темы соответствующих исследований определяются формируемыми компетенциями:

- недостаточность рациональных чисел для геометрических измерений, иррациональные числа;
- геометрическая алгебра;
- история возникновения и признания комплексных чисел;
- исторические образцы эвристик в математике.

Описанные формы деятельности предназначены для подготовки будущих учителей математики, а также для повышения квалификации действующих учителей. Эти же направления деятельности адаптируются в школе для соответствующей ступени математического образования и формирования метапредметных результатов в историко-математической среде обучения.

Основной процедурой оценки достижения метапредметных результатов стандарты общего образования предлагают защиту итогового индивидуального проекта. Большинство проектов содержат анализ истории развития исследуемой проблемы. В историко-математических проектах содержатся многие компоненты оценки метапредметных результатов обучения: способность к освоению систематических знаний, их самостоятельному пополнению, переносу и интеграции; способность к решению личностно и социально значимых проблем; способность к самоорганизации и рефлексии.

Литература

1. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы. – М.: Просвещение, 2011. – 64 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – М.: Просвещение, 2011. – 48 с.

УДК 378:004.89

О ПРИМЕНЕНИИ МОДЕЛИ КЛАССИФИКАЦИИ НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ

**Маклецов С.В., кандидат педагогических наук,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
smak-80@yandex.ru**

**Хабибуллина Г.З., кандидат педагогических наук,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
hgz1980@rambler.ru**

**Хайруллина Л.Э., кандидат физико-математических наук,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
liliya-v1@yandex.ru**

Аннотация. В статье рассматривается вопрос применения педагогической модели, основанной на применении алгоритмов машинного обучения для повышения качества подготовки студентов. Применение искусственных нейронных сетей типа перцептрон позволяет автоматизировать классификацию студентов в зависимости от ряда параметров их успеваемости и скорректировать их индивидуальную траекторию обучения.

Ключевые слова: искусственные нейронные сети, дифференцированный подход, индивидуальный подход.

ABOUT APPLICATION OF THE CLASSIFICATION MODEL BASED ON AN ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS FOR INCREASING THE QUALITY OF STUDENT TRAINING

**S.V. Makletsov, PhD in pedagogy,
Kazan Federal University, Kazan
smak-80@yandex.ru**

**G.Z. Khabibullina, PhD in pedagogy,
Kazan Federal University, Kazan
hgz1980@rambler.ru**

**L.E. Khairullina, PhD,
Kazan Federal University, Kazan
liliya-v1@yandex.ru**

Abstract. This article considers the question of applying of a special pedagogical model for improvement of student's preparation quality. The model is based on application of algorithms of machine learning. The use of artificial perceptron-type neural networks makes it possible to automate the classification of students, which de-

depends on several parameters of their performance. Ultimately, it gives an opportunity to adjust student's individual trajectory of learning.

Keywords: artificial neural networks, differential approach, individual approach.

Вопрос повышения качества обучения студентов и подготовки высококомпетентных специалистов, является весьма актуальной задачей. Для ее решения часто применяются дифференцированный педагогический подход и индивидуализация образовательного процесса. В основном, ученые, занимающиеся данной проблемой, исходят из необходимости учитывать личностные особенности обучающихся, что позволяет повысить качество их подготовки. Это требует формирования индивидуальной траектории обучения, что, зачастую, бывает достаточно сложно реализовать на практике. Тем не менее, применение современных технологий позволяет успешно решать проблему организации дифференцированного, и даже индивидуального обучения [1], [2], [4].

Целью настоящей работы является построение и использование модели автоматической классификации студентов в зависимости от определенных характеристик их успеваемости, в качестве которых предлагается использовать баллы, полученные при выполнении практических заданий, а также среднее время превышения сроков их сдачи и число пропусков занятий.

В зависимости от присвоенной категории, обучающемуся даются задачи различного уровня сложности из заранее подготовленного банка заданий по различным темам изучаемой дисциплины. Чем ниже его текущие показатели, тем проще задания он будет получать в дальнейшем. Чем успешнее и быстрее выполняются последующие задания, тем в более «сильную» категорию в следующий раз попадет студент.

Соответственно, задания более высокого уровня сложности позволяют получать большее количество баллов и наоборот.

Перераспределение по категориям может осуществляться на усмотрение преподавателя от одного раза в семестр до нескольких раз в месяц, а сам этот процесс автоматизируется, что обеспечивается разработанным программным обеспечением, в основе которого лежат алгоритмы на базе искусственных нейронных сетей [3]. Этот аппарат в последнее время получает широкое распространение во многих областях прикладной науки, и в частности, в педагогике. Повышенный интерес к искусственным нейронным сетям обусловлен простотой их использования и успешностью применения для решения многих плохо формализуемых задач, для которых применение традиционных методов нередко оказывается слишком сложным.

Особенностью использования искусственных нейронных сетей типа перцептрон, применяемых в рамках проводимого исследования, является необходимость их обучения на известных примерах. В качестве таковых в настоящем исследовании были использованы данные, полученные в ходе обучения студентов Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского КФУ.

В эксперименте, проводимом в течение 2016/17 учебного года, было установлено, что обучающиеся экспериментальной группы в целом успешнее справлялись с экзаменационными заданиями, нежели их однокурсники из контрольной группы. В частности, средний итоговый балл, полученный на экзамене по курсу «Основы компьютерных наук» студентами экспериментальной группы был на 24% выше, чем в контрольной группе.

Таким образом, полученные результаты доказывают положительный эффект, связанный с применением разработанной модели на базе искусственных нейронных сетей.

Литература

1. Маклецов С.В. Формирование информационной компетентности бакалавров по направлению «Математика и компьютерные науки» средствами электронного обучения: дис. ... к. пед. наук: 13.00.08 / Сергей Владиславович Маклецов. – Казань, 2014. – 235 с.
2. Старшинова Т.А., Маклецов С.В., Волович Л.А. Развитие компьютерной самоэффективности в процессе формирования информационной компетентности бакалавров по направлению «математика и компьютерные науки» // Вестник Казанского технологического университета. – 2013. Т. 16. № 17. – С. 311-313.
3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
4. Makletsov S. V., Khabibullina G. Z. E-learning Model for Bachelors, Specializing in Mathematics and IT//IFTE 2016 - 2nd International Forum on Teacher Education. - 2016. - Vol.12, Is. - P.115-119. ISSN: 2357-1330. DOI: 10.15405/epsbs.2016.07.19.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОЕКТЫ СТУДЕНТОВ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ

**Малова И.Е., доктор педагогических наук, профессор,
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского,
Южный математический институт ВЦ РАН PCO-A,
г. Брянск, г. Владикавказ
mira44@yandex.ru**

Аннотация. Раскрываются виды методических проектов, демонстрирующих наглядное моделирование методических решений, условия обеспечения успешности студентов по их разработке и выводы, основанные на анализе коллективного опыта по их созданию.

Ключевые слова: обучение математике, математическая задача, теорема, наглядное моделирование.

METHODICAL PROJECTS OF STUDENTS AS A MEANS FOR IMPROVING THE QUALITY OF EDUCATION OF FUTURE TEACHERS

**I.E. Malova, doctor of pedagogical sciences, professor,
Bryansk State Academician I.G. Petrovski University,
Southern Mathematical Institute
of the Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences,
Bryansk, Vladikavkaz
mira44@yandex.ru**

Abstract. Reveals the types of methodical projects that demonstrate visual modeling of methodical decisions, the conditions for ensure the success of students in their designing, conclusions based on the analysis of collective experience to create them.

Keywords: training in mathematics, mathematical task, theorem, visual modeling.

Проблема качества методической подготовки будущего учителя стояла и будет стоять в дальнейшем, так как изменение любых условий (снижение количества часов на дисциплину, изменение стандартов, расширение возможностей ИКТ и др.) требует поиска новых средств ее решения.

Одним из средств повышения качества методической подготовки, которое позволяет обеспечить удовлетворенность студента и преподавателя, является разработка студентом методического проекта, отвечающего современным требованиям к обучению учащихся.

Методический проект помогает решить три задачи: 1) мотивировать самостоятельную разработку методического продукта; 2) оказать действенную математическую помощь учащимся, методическую помощь студенту (учителю) в разработке современного методического решения; 3) обогатить методику обучения математике новыми разработками.

Методические проекты студентов бакалавриата БГУ имени академика И.Г. Петровского посвящены методике работы с математической задачей (текстовой, планиметрической, стереометрической), с теоремой. Планируются методические проекты, связанные с организацией работы учащихся с математическим текстом.

Эффективным средством демонстрации наглядного моделирования [7] методического решения является компьютерная презентация, поэтому все проекты выполнены с её использованием.

Успешность реализации проекта обеспечивается соблюдением восьми этапов коллективного субъектного опыта [3, С. 27]:

1. Актуализируется субъектный опыт студентов по работе с математическим объектом (задачей, теоремой, текстом учебника). На этом этапе чаще всего предлагается анкетирование, помогающее студентам задуматься над теми вопросами, которые они раньше себе даже не ставили.

2. Изучаются методом наглядного моделирования вопросы общей методики работы с математическим объектом: этапы работы, реализация деятельностного подхода, лично ориентированного обучения. Этот этап осуществляется в рамках лекционных занятий с использованием ИКТ.

3. В коллективной работе осуществляется применение теории к разработке конкретных фрагментов урока под руководством преподавателя. Этот этап предусматривает работу студентов с образцами методических решений.

4. Предлагается групповая самостоятельная работы студентов по разработке конкретных фрагментов урока. Этот этап осуществляется на лабораторных занятиях.

5. Осуществляется коррекция и обогащение группового опыта. Чаще всего проводится преподавателем с последующим подведением студентами итогов занятия.

6. Предлагается самостоятельная работа по разработке конкретных фрагментов урока с последующей проверкой преподавателем в индивидуальном порядке. Этап осуществляется в дистанционном режиме с использованием электронной почты.

7. Осуществляется коррекция и обогащение индивидуального опыта каждого. Этап осуществляется в дистанционном режиме с использованием электронной почты.

8. Оформляется коллективный субъектный опыт в виде набора презентаций в электронной системе обучения университета. Рекомендуется также оформление студентами публикаций, обобщающих их субъектный опыт.

При разработке проектов по методике обучения информатике в силу большого разнообразия типов решаемых задач большинство перечисленных этапов осуществляется студентами в межличностном общении без участия преподавателя.

Задание для разработки проекта по методике работы с математической задачей формулируется так:

1. Определить тип решаемых задач (Заголовок презентации).

2. Выделить теоретические основы решения задач данного типа и учесть активную деятельность учащихся при работе с теоретическим материалом (Первый слайд).

3. Раскрыть диалог с учащимися на четырёх этапах работы с задачей: анализ условия; поиск способа решения; оформление решения; подведение итогов работы над задачей (для каждого этапа отдельный слайд).

Представим некоторые выводы, отражающие коллективный опыт и связанные с *разработкой методики работы с текстовой задачей*.

1. Соблюдение четырех этапов работы над текстовой задачей обогащает учебно-математический и методический опыт разработчиков.

2. При анализе условия текстовой задачи важно использовать вопросы: «О чем идет речь в задаче?»; «Какие ситуации можно выделить?»; «Какие величины участвуют в задаче?»; «Что известно по условию задачи?»; «Какая связь между величинами?»; «Что требуется найти?» [4]. Требование отражения ответов диалога в краткой записи позволяет оценить качество проведения анализа условия задачи и подготовить образ для поиска способа решения.

Одной из причин, вызывающих затруднение при решении текстовой задачи, является пропуск некоторой связи между величинами. Поэтому необходимо отражать в краткой записи (удобно использовать таблицу) все связи между величинами, особенно если они относятся к разряду «скрытых» связей, т.е. не сопровождаются числовыми данными (например, одинаковое время, сохранение массы «чистого» вещества).

3. Поиск способа решения начинается с выбора метода решения (арифметический или алгебраический), при этом мотивом обращения к алгебраическому методу является вопрос: «Как мы поступаем при решении задачи, если ничего не можем вычислить?».

Поиск способа решения задачи арифметическим методом можно осуществить методами анализа (рассуждаем от вопроса задачи) и синтеза (рассуждаем от условия).

Поиск способа решения задачи алгебраическим методом начинается с выбора условия для составления уравнения [6], [8], при этом целесообразно рассмотреть разные возможные основания, а для выбранного основания составить схему уравнения.

Завершать поиск способа решения следует составлением плана решения задачи.

4. Оформление решения задачи должно соответствовать составленному плану и удовлетворять всем требованиям к оформлению решения задачи в соответствии с выбранным методом.

5. Этап подведения итогов способствует осмыслению приобретённого опыта работы с задачей. На этом этапе обсуждаются этапы работы над задачей и их особенности.

Важным для обогащения учебно-математического и методического опыта является обсуждение иных способов решения и демонстрация ориентиров их обнаружения.

6. Есть текстовые задачи, которые требуют дополнительных теоретических сведений или предварительной работы для обнаружения способа решения. К таким задачам можно отнести:

а) задачу, в которой речь идет о работе двух бригад с разным количеством участников, при условии, что производительность каждого одна и та же (в таких задачах производительность каждого принимается за 1, а объем всей выполненной работы можно вычислить по формуле:

$$V = 1 \cdot t \cdot K, \text{ где } t - \text{ время работы бригады, } K - \text{ количество человек в бригаде;}$$

б) задачу на стоимость, в которой речь идет о процентах и количестве товара (в таких задачах для наименования цены и стоимости можно использовать проценты);

в) задачу на движение, в которой ни одна из величин не имеет наименования (в таких задачах расстояние между пунктами принимается за 1, а далее используется метод введения вспомогательной величины).

Представим некоторые выводы, отражающие коллективный опыт и связанные с *разработкой методики работы с планиметрической задачей*, в которой «участвуют» окружность и многоугольник.

1. Соблюдение четырех этапов работы над планиметрической задачей обогащает учебно-математический и методический опыт разработчиков.

2. Актуализацию необходимых теоретических сведений о планиметрических фигурах желательно осуществлять, отталкиваясь от рисунка.

3. На этапе анализа условия задачи удобно придерживаться правил: а) если «участвуют» окружность и многоугольник, то построение чертежа лучше начинать с окружности; б) построение фигур осуществлять, опираясь на их свойства, а не на определения; в) для обозначения равных углов выбирать одинаковую букву, отражающую их величину; г) для пропорциональных отрезков использовать буквенное обозначение их величин [1].

4. Поиску способа решения помогают вопросы: «Какие фигуры образовались на чертеже?»; «Что известно об этих фигурах?»; «Позволяет ли эта информация ответить на вопрос задачи?», при этом желательно выполнять выносные чертежи и демонстрировать способ обнаружения «нужных» фигур.

Поиску способа решения помогают вопросы аналитического метода: «Из какой фигуры можно найти искомое?», «Что известно об этой фигуре?», «Что нужно знать, чтобы найти искомое?». При этом диалог с учащимися удобно сопровождать граф-схемой.

Специальной работы требует мотивация дополнительных построений. Чаще всего она может начинаться с вопроса: «Как мы поступаем, если...?» или «Какое дополнительное построение выполняют, если...?». Например, «Как поступаем, если данные задачи расположены разрозненно?», «Какое дополнительное построение выполняют, если задана касательная?».

При составлении плана решения планиметрической задачи следует выделять укрупненные этапы, отражающие ответы на два вопроса: «С какой фигурой работаем на том или ином этапе?», «Что из этой фигуры находим?» или «Что доказываем?».

5. При оформлении решения следует придерживаться составленного плана. Стараться соблюдать стандарт оформления, отражающий: а) фигуру (ы), с которой работаем; б) условия, на которые опираемся; в) вывод, который делаем; г) теоретическое обоснование вывода.

6. Если не удастся найти иного способа решения задачи, то на этапе подведения итогов удобно обсуждать влияние условий на план решения (например, изменится ли решение, если исходный треугольник будет остроугольным, т.е. центр описанной окружности будет расположен внутри треугольника), составлять и обсуждать решение обратных задач.

Представим некоторые выводы, отражающие коллективный опыт и связанные с *разработкой методики работы со стереометрической задачей*.

1. Соблюдение четырех этапов работы над стереометрической задачей обогащает учебно-математический и методический опыт разработчиков.

2. Наглядное моделирование на «абстрактных» чертежах упрощает обсуждение алгоритмов «ключевых» построений (например, угла между скрещивающимися прямыми, перпендикуляра к плоскости), алгоритмов «ключевых» доказательств (например, перпендикулярности прямых). Удобно использовать алгоритмы, представленные в работе В.Н. Дятлова [2]. Желательно обсуждать различные способы построений, доказательств, решений, что способствует обогащению учебно-математического и методического опыта разработчиков.

Мотивировать дополнительные построения и направления поиска в стереометрии помогают слова: «В стереометрии часто помогает плоскость. Какую вспомогательную плоскость можно рассмотреть?», «Как только появляется фигура, выясняют ее взаимное расположение с другими фигурами. Как построенная фигура «взаимодействует» с другими фигурами?».

Обращение к планиметрическим задачам на этапе поиска способа решения удобно осуществлять на выносных чертежах, обсуждая при этом обобщенный способ их решения (например, «Как находят высоту, опущенную на гипотенузу?»).

3. На этапе подведения итогов желательно обсуждать приёмы решения и выводы, которые можно использовать при решении других задач. Например, для определения отношения объемов призм (пирамид) нужно выяснить, как связаны площади оснований, и как связаны высоты данных фигур; зная площадь поверхности пирамиды и площадь боковой поверхности, можно найти площадь основания.

4. Специальной работы требуют задачи, в которых требуется доказать пересечение фигур (например, плоскости и отрезка), доказать, что вершина пирамиды проектируется вне основания, построить угол между плоскостями, а линия пересечения плоскостей выходит за рамки чертежа, поскольку такие задачи практически не встречаются в учебниках.

Задание для разработки проекта по методике работы с теоремой формулируется так:

1. Определить название теоремы (Заголовок презентации).

2. Раскрыть диалог с учащимися на шести этапах работы с теоремой: мотивация теоремы; анализ формулировки теоремы; поиск способа доказательства; работа с текстом доказательства в учебнике; оформление доказательства; подведение итогов работы над теоремой (для каждого этапа отдельный слайд).

Ряд выводов, отражающих коллективный опыт создания методических проектов, связанных с *разработкой методики работы с теоремой*, представлен в работе [5]. Дополним их.

1. Мотивировать теорему можно разными способами: через конструирование утверждения, обратного ранее доказанному; через поиск иного способа доказательства; через привлечение практики; через использование общепринятых подходов в математике (например, если изучается какая-то фигура, то изучают ее элементы и их свойства, соотношения между элементами; если фигуры имеют равный элемент, то выясняют, как этот факт влияет на их площади). Стереометрическую теорему можно мотивировать через аналогию с планиметрической теоремой.

2. Начинать поиск доказательства можно методом анализа (отталкиваясь от заключения теоремы). Требуемые для заключительного вывода условия помогают выделить этапы доказательства.

Помогает поиску вопрос: «Каким способом доказывают...?» (например, перпендикулярность прямых, равенство фигур), шаги способа помогают определить шаги доказательства. Важно обращать внимание на признаки распознавания того или иного способа доказательства. Например, мотивировать метод от противного помогает вопрос: «Каким методом обычно доказывают утверждения, связанные со взаимным расположением фигур?».

Привлечение учащихся к использованию известного им метода удобно осуществлять с помощью вопросов: «С чего начинается доказательство этим методом?», «Что делают дальше?», «Чем заканчивается метод?»

Вопрос: «Как высказанное предположение (или сделанный вывод) меняет расположение других фигур?» помогает прийти к противоречию.

Использование приёма «второй шанс», когда с помощью компьютерной презентации можно вернуться на шаг назад, дает возможность учащимся потренироваться на проблемных шагах рассуждений.

3. Организации работы учащихся с текстом доказательства в учебнике помогают задания и вопросы: «Выделите этапы доказательства и соотнесите их с построениями на чертеже», «Какие приемы и методы доказательства использовались?», «Какие теоретические факты использовались в доказательстве?».

4. К составлению плана доказательства и оформлению доказательства геометрической теоремы предъявляются те же требования, что и для соответствующих этапов работы с геометрической задачей.

5. При подведении итогов работы с теоремой важно обсуждать вопросы: «С каким фактом познакомились?», «Какую фигуру (ы) этот факт характеризует?»; «Что должно быть известно, чтобы можно было применить данную теорему?»; «Какова основная идея доказательства?»; «Каковы этапы доказательства?»; «Какие задачи позволяет решать данная теорема?»; «Каков алгоритм решения таких задач?».

Задание для разработки проекта по методике работы с математическим текстом формулируется так:

1. Определить учебную проблему текста (Заголовок презентации).

2. Разделить текст на части, используя правило: «Меняется цель – меняется этап» и учесть активную деятельность учащихся при работе с разбиением текста на части (Первый слайд).

3. Раскрыть диалог с учащимися на каждой из частей текста вокруг вопросов: «Чему посвящена часть?», «Что узнали из этой части?» (для каждой части текста отдельный слайд).

Желающим рекомендуется в указанных проектах дать методический комментарий каждому слайду, в котором указать цель деятельности учащихся и приёмы, обеспечивающие их самостоятельную успешность в достижении этой цели. Это дает возможность разработчикам проектов переосмыслить свои методические решения.

Методические проекты студентов способствуют формированию предметных, метапредметных и личностных результатов учащихся, т.к. помогают организовать их познавательную, коммуникативную, регулятивную деятельность, обеспечивают их самостоятельную успешность. Методические проекты способствуют формированию профессиональных компетенций студентов, поскольку включают студентов в методическую деятельность, соответствующую современным требованиям к обучению.

Литература

1. Дятлов В.Н. Математические этюды для абитуриентов, учащихся, учителей. Этюд № 9. Как научить (ся) решать задачи по планиметрии / В.Н. Дятлов. – Новосибирск: Издательство Института математики, 2015. – 112 с.

2. Дятлов В.Н. Математические этюды для абитуриентов, учащихся, учителей. Этюд № 10. Как научить (ся) решать задачи по стереометрии / В.Н. Дятлов. – Новосибирск: Издательство Института математики, 2017. – 136 с.

3. Малова И.Е. Непрерывная методическая подготовка учителя математики: автореф. дисс. ...докт. пед. н. – Ярославль, 2007. – 43 с.

4. Малова И.Е., Горохова С.К., Малинникова Н.А., Яцковская Г.А. Теория и методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов вузов / И.Е. Малова [и др.]. – М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. – 445 с.

5. Малова И.Е. Требования к созданию компьютерных презентаций для изучения стереометрических теорем // Научные труды Калужского государственного педагогического университета имени К.Э. Циолковского. – Калуга: Издательство КГПУ, 2008. – С.84-87.

6. Математика: учебная книга и практикум для 6 класса: в 2 ч. Ч. 1: Делимость чисел / Э.Г. Гельфман [и др.]. – 4-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 184 с.

7. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е.И. Смирнова. Ярославль, 2010. – 498 с.

8. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике: Метод. пособие. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.

УДК 378

ТВОРЧЕСКАЯ ИНИЦИАТИВА УЧИТЕЛЯ И ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УРОКА

Меджидова Айгюн Абульфат гызы,

учитель Бакинского Европейского Лицея и Азербайджанского государственного педагогического университета, кандидат педагогических наук, Заслуженный учитель Азербайджанской Республики, член-корреспондент Международной Академии Наук педагогического образования,

**Азербайджан, г. Баку
aygunmecedova@gmail.com**

Аннотация. В данной статье рассмотрены следующие вопросы:

- качество работы учителя начальных классов,
- задачи учителя в процессе обучения математике,
- современные требования, предъявляемые к учителям начальных классов,
- содержание работы учителя в классном и внеклассном занятиях.

Ключевые слова: учитель, обучение, обучение математике, творчески работающий учитель, инициативность.

THE CREATIVE INITIATIVE OF A TEACHER AND INCREASING THE LEVEL OF THE LESSON

Macidova Aygun Abulfat gizi,
teacher of the Baku European Lyceum and Azerbaijan State Pedagogical University, candidate
of pedagogical sciences, Honored teacher of the Republic of Azerbaijan, Corresponding member
of the International Academy of Pedagogical Education Sciences, Azerbaijan, Baku
aygunmecedova@gmail.com

Abstract. The following questions are considered in the given article:

- the quality of the work of a teacher of initial classes;
- the aims of a teacher in the process of teaching mathematics;
- modern qualifying standards of teachers of initial classes;
- the content of the teacher's curriculum and extra-curriculum activities.

Keywords: teacher, teaching, teaching mathematics, creatively working teacher, initiative.

Развитие образования в каждой стране основывается на передовую практику мировых стран, на традиционную практику национального образования и на новые педагогические технологии современного образования.

Наряду с этим для успешного внедрения реформы образования учителя, в первую очередь, стремятся повысить свой научно-методический уровень и пытаются использовать в процессе обучения средства научно-технического развития.

Одной из составных частей современного образования является математическое образование. В целом математическое содержание начального образования носит интегративный характер, готовит учеников V-XI классов усвоению на высоком уровне предметов математического профиля. На современном этапе для формирования и реализации математического образования выдвигаются следующие высокие требования.

1. Правильное определение содержания математического образования по классам.
2. Обеспечение процесса обучения математики современными электронными средствами.
3. Использование интерактивных методов в обучении математике.
4. Усиление логических и интеллектуальных функций дидактических материалов по математике.

Учитель играет ведущую роль в осуществлении этих задач. В педагогической деятельности учителя важную роль играет его личная научно – методическая подготовка. Связь личного опыта с передовым опытом и в то же время правильное использование новых информационных технологий позволит получить высокие результаты в обучении.

Математические методы в обучении учащихся считаются эффективными в следующих случаях:

- если обеспечивают познавательную активность учащихся;
- если служат формированию необходимых умений и навыков;
- если связывают обучение математике с жизнью.

Инициативные учителя интенсифицируют процесс обучения математики материалами теоретически-практического характера: любое математическое предложение, изучение правил, например, лабораторные, графико-измерительные работы и задания на моделирование.

Содержание плодотворной педагогически-методической деятельности передовых преподавателей начальных классов указывает на их инициативу. Выбор и применение на уроке дидактических работ имеют следующие функции:

- упражнения, помогающие усвоению новых знаний;
- упражнения, помогающие укреплению новых знаний;
- упражнения, помогающие применению новых знаний в новой ситуации;
- решение нестандартных задач.

Формирование и реализация личной педагогической деятельности (урока) в соответствии с выше-указанным планом является показателем творческой инициативности учителя.

Основными повседневными педагогическими проблемами учителя начальных классов являются:

- 1) выявление трудностей у школьников по математике и определение путей их устранения;
- 2) диагностика новых методов обучения,

3) определение соответствующего метода на основе обучающего материала и современных требований;

4) ознакомление с новыми подходами в методической печати и их оценивание;

5) выдвижение личной методической концепции в преподаваемых курсах.

Творчески работающий педагог всегда строит красочные уроки и далек от шаблонного преподавания. Методика работы такого учителя сильно зависит от типа школы, уровня подготовки класса, цели преподаваемой темы, связи ее с жизнью.

Учитель при подготовке к уроку учитывает необходимые педагогические и методические факторы, целесообразно реализует новые методы и приемы, не предусмотренные в плане, и тем самым преодолевает трудности, с которыми столкнутся учащиеся. Значит, творческая деятельность учителя на уроке повышает качество усвоения знаний учащимися.

Реализация современного урока определяется правильно выбранной творческой инициативой учителя. На таких уроках каждый ученик активно работает и своевременно выполняет данные учителем задания.

Один из основных пособий для учителей - это учебник. В учебниках по математике для начальных классов необходимо учитывать, в частности, наглядные и научные факторы.

В учебниках для I-II классов превалирует иллюстративный фактор и в них постепенно находят себе место схематично иллюстративная линия. А в учебниках III-IV классов наглядность математического содержания достигается путем таблиц, схем и различных абстрактных иллюстраций. Потому что обучение математике в начальных классах начинается с живого наблюдения и постепенно эти наблюдения ведут к абстрактному - формируются знания и, наконец, эти знания применяются на практике.

Этот трехэтапный процесс овладения знаниями, должен стать основным принципом для каждого творческого инициативного учителя. Нельзя относиться безответственно к любому из этих этапов. Первый этап обучения начинается с практики, на этом этапе ученик без знаний и ведет наблюдения соответствующего содержания. А на третьем этапе ученик, применяет полученные знания на практике. Это значит, процесс обучения завершается.

Творческая инициатива преподавателя начальных классов необходима не только в форме внутриклассного обучения, но и в форме организации и внедрения внеклассного обучения математике. Так как целью внеклассных работ является расширение, углубление и общее развитие математических знаний учащихся. Поэтому учитель, пользуясь своим высоким педагогическим мастерством, должен учитывать содержательные линии по математике при определении содержания внеклассных занятий.

Научный фактор в учебниках должен быть основным фактором, данные математические наглядно - иллюстративные материалы должны соответствовать действительности, они не должны быть искажены или опровергнуты. При не учете этих признаков у ученика может возникнуть неправильное представление между формой и содержанием. На пример, если прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см на картинке на картинке дан не тех же размеров, то в этом случае масштабы длин должны соответствовать действительности. В целом, в обучении математике педагогический принцип "научности и доступности" играет важную роль. Нельзя искажать научные знания с той только целью, чтобы ученик быстро понял математические понятия. Для изучения математических истин используются различные формы выражений и средства. К примеру, изображения персонажей в задаче в аллегорической форме и т.д. Хотя наглядность здесь берется за основное, нельзя искажать объем, содержание и вид математических понятий.

В таких работах важную роль играет творческая инициатива учителя.

Реализация в обучении новых форм, методов и различных приемов, интеграция обучения с жизнью, реализация таких важных связей, как "учитель - ученик", "ученик - учитель", "ученик - ученик" дадут высокую эффективность только в том случае, если учитель будет основываться на активную жизненную позицию, будет постоянно повышать свою научно-методическую подготовку, изучать передовой педагогический опыт и внедрять в творческой форме инновационные технологии в своей деятельности, тем самым, проявляя свою инициативность.

Литература

1. Гамидов С.С., Меджидова А.А. Формирование и и развития понятия числа в процессе преподавание математике в начальных классах (на Азербайджанском языке) / С.С. Гамидов, А.А. Меджидова. – Б.: АГПУ, 2006. – 280 с.
2. Рустамов Ф.А., Пашаев А.Х. Педагогика / Ф.А. Рустамов, А.Х. Пашаев. – Б.: АГПУ, 2009.

3. Гамидов С.С., Меджидова А.А., Методика преподавания математики в начальных классах (на Азербайджанском языке) / С.С. Гамидов, А.А. Меджидова. – Б.: Золотой Восток, 2015. – 336 с.

4. Меджидова А.А. Пути повышения эффективности в процессе обучения математике в начальных классах (на Азербайджанском языке) / А.А. Меджидова. – Б.: Наука и образование, 2015. – 369 с.

УДК 378.147

РОЛЬ И МЕСТО КОУЧИНГА В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**Пыркков В.Е., кандидат педагогических наук, доцент,
Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону
pyrkovve@yandex.ru**

Аннотация. В статье приведены конкретные примеры применения коучингового подхода в подготовке будущего учителя математики. Особое внимание уделено роли применения коучинговых инструментов для формирования внутренней мотивации и осознанности в профессиональной подготовке будущего учителя.

Ключевые слова: коучинговый подход в образовании, подготовка учителя математики, педагогическая практика.

ROLE AND THE PLACE OF COACHING IN TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHER

**V.E. Pyrkov, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
South Federal University, Rostov-on-Don
yrkovve@yandex.ru**

Abstract. The article provides specific examples of application of coaching approach in training of future teacher of mathematics. Special attention is paid to the role of the use of coaching tools for the formation of intrinsic motivation and mindfulness in the training of future teachers.

Keywords: coaching approach in education, teacher training mathematics, pedagogical practice.

Появление новых образовательных стандартов и профессионального стандарта «Педагог» (Приказ Минтруда России от 18.10.2013 №544н) требует существенного изменения самой концепции подготовки будущего учителя, в том числе и математики. Существенные изменения при этом коснулись именно психолого-педагогической, а значит и методической составляющей процесса подготовки будущего учителя. Наиболее релевантным подходом для формирования предъявляемых к современному учителю профессиональных компетенций, на наш взгляд, является коучинговый подход в обучении, который, как отмечает В.Г. Гульчевская, является «одним из наиболее эффективных личностно-ориентированных подходов гуманистической парадигмы образования» [2. С.6].

В высшем профессиональном образовании накоплен определённый опыт использования инструментов коучинга. Отдельным вопросам его применения в работе со студентами посвящены статьи Е.Н. Дмитриевой [3], Т.Е. Климовой [4], И.А. Липенской [5], А.С. Мельничук [6] и др. В обобщенном виде применение коучингового подхода в образовании предполагает:

- диалоговый характер общения обучающего и обучаемого в формате четырех этапов проектирования (Вдохновение – Внедрение – Приверженность – Завершение) и четырех вопросов планирования и реализации учебной деятельности, обращенных к субъектной позиции обучаемого (Что ты хочешь? Что станет наилучшим результатом? Почему тебе это важно? Что будешь делать?);

- создание доверительных отношений посредством применения психологических техник (присоединение; тоны голоса; глубинное слушание и др.);

- применение специальных техник, обеспечивающих визуализацию целей, выявление ценностей, моделирования внутреннего состояния и рефлексии удовлетворенности (колесо баланса; шкалирование; линия времени; декартовы координаты и др.).

Преподаватель, использующий коучинговый подход, посредством открытых вопросов, актуализирует внутренние ресурсы личности обучаемого и сопровождает его в процессе развития, позволяя принять ответственность за самостоятельно найденные на этом пути решения и спланировать их достижение, познать себя и свой потенциал [9].

Опишем несколько форм применения нами коучингового подхода в процессе подготовки будущих учителей математики [7].

В рамках работы куратора группы нами проводятся индивидуальные коуч-сессии для студентов, направленные на: формирование мотивации успешного обучения и осознанного подхода к овладению профессией учителя математики; сопровождение в эффективной работе над учебными, научными и социально-значимыми проектами; моделирование индивидуальной траектории обучения, саморазвития и планирования карьеры.

Перед изучением нового курса, после вводной лекции, студентам предлагается поразмышлять и написать эссе, ориентируясь на следующие вопросы: Какой наилучший результат я жду от изучения этого курса? Ответы на какие вопросы я хочу найти, чему научиться? Почему изучение этого курса важно для меня лично и для моей будущей специальности учителя математики? Эти эссе анализируются и затем, во время занятий, в содержание курса включается материал по запросам студентов, особенно в обсуждениях на семинарских и практических занятиях. По окончании изучения курса эти эссе возвращаются студентам с целью сверки с полученным результатом, определения степени удовлетворённости своих ожиданий и реально полученной пользы.

Наиболее активно коучинговый подход используется нами во время педагогической практики. Уже на установочной конференции перед её началом мы предлагаем студентам одну из коучинговых техник, позволяющую осознать и визуализировать свою успешную модель профессионального развития, а именно, образы «Я – успешный учитель!» и «Урок моей мечты!». При этом студенты, выполняя эту работу индивидуально, наполняют созданные образы личностным смыслом, оценивают уже имеющиеся у них для этого образа ресурсы и видят свои «точки роста». Эти техники существенно повышают степень осознанности и мотивации предстоящей педагогической деятельности, позволяют наметить конкретные действия для повышения её эффективности.

В процессе планирования уроков и внеклассных мероприятий проводятся индивидуальные и групповые коуч-сессии для студентов, по возникающим у них запросам. Обратная связь при обсуждении уроков также дается в коучинговом формате. Этому способствуют следующие вопросы: Что ты хотел сделать на этом уроке? Что получилось на самом деле? Что особенно хорошо удалось? Что сделал бы иначе? Как тебе это удалось и что способствовало полученному результату? При этом акцент делается на закрепление полученного положительного результата, а неудачные моменты рассматриваются как ценный опыт для дальнейшего профессионального развития и целенаправленной работы над этим.

Коучинговый подход используется нами и при проведении итоговой конференции по результатам педпрактики. В анкете обратной связи активно используются открытые вопросы, в том числе с элементами шкалирования. Приведем некоторые из них:

- Какие Ваши личностные качества и профессиональные умения помогли Вам в работе учителя математики?

- Что Вам еще хотелось бы развить в себе для совершенствования своей подготовки к профессии учителя математики?

- На сколько Вы довольны результатом своей деятельности во время педпрактики? (-10: абсолютно недоволен; 0: безразличен; 10: абсолютно доволен)

- Чему полезному Вас научила эта педагогическая практика?

- На сколько Вы ощущали себя учителем математики во время педагогической практики? (-10: абсолютно не моё; 0: безразличен; 10: это моя миссия)

- Что бы Вы сейчас сделали по-другому, если бы вновь вернулись к работе в школе?

- Что Вам больше всего понравилось во время работы в школе?

- Что Вам удалось в деятельности учителя математики лучше всего?

- Какие чувства Вы при этом испытывали, что ощущали?

- Для кого из учеников Ваши уроки и Вы сами способствовали продвижению в изучении математики и насколько?

- Ради кого/чего Вы бы стали работать в школе?

- Почему именно Ваша работа в качестве учителя математики могла бы быть важной?
- В каких ролях Вам хотелось бы себя реализовать в образовании и насколько?

Ответы на подобные вопросы способствуют более осознанному овладению профессией, обретению личностных смыслов своего обучения, формированию понимания его личностной и общественной значимости [8]. В результате студент становится активным участником образовательного процесса с внутренней учебно-познавательной мотивацией и ответственностью, а полученный им опыт работы в коучинговом формате может быть затем дублирован в процессе собственной педагогической деятельности.

Мы используем элементы коучингового подхода в работе с будущими учителями математики с 2012 года. Возможно одним из показателей его успешного применения является тот факт, что учителя-наставники, к которым студенты приходят на педагогическую практику, высоко оценивают уровень их подготовки и отмечают высокую степень заинтересованности и повышенную ответственность к работе. Заметим, что около 95% наших выпускников, по окончании вуза идут работать в школы, продолжая свое обучение в заочной в магистратуре.

Литература

1. Вильдт Б. Коучинг как форма консультирования начинающих преподавателей вуза / Б. Вильдт // Непрерывное образование: XXI век. – 2013. – №4. – С.88-97.
2. Гульчевская В.Г. Принципы и техники коучингового подхода как механизмы повышения эффективности образовательных технологий личностно-ориентированного обучения / В.Г. Гульчевская // Практические советы учителю. – 2015. – №9(203). – С.3-7.
3. Дмитриева Е.Н. Возможности использования методов и приёмов коучинга в профессионально-личностном становлении студентов / Е.Н. Дмитриева, Н.А. Тренькаева // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. – 2008. – № 3(4). – С. 144–147.
4. Климова Т.Е. Управление самообразовательной деятельностью студентов вуза на основе коучинга / Т.Е. Климова, С.Н. Юревич, Т.Н. Долгушина // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2(18). – С. 3999–4003.
5. Липенская И.А. Коучинг как способ целенаправленного формирования психологических установок в образовательном процессе / И.А. Липенская, С.П. Зубова // Поволжский педагогический вестник. – 2014. – №4(5). – С.26-28.
6. Мельничук А.С. Использование коучинга в научном руководстве выпускными квалификационными работами студентов / А.С. Мельничук // Акмеология. – 2016. – №3(59). – С.43-50.
7. Пырков В.Е. Модель коучинговой службы в образовательном пространстве современного вуза / В.Е. Пырков // Fundamental and applied sciences today VII: Proceedings of the Conference. North Charleston, 21-22.12.2015, Vol. 3 – North Charleston, SC, USA: CreateSpace, 2016. – С. 89-91.
8. Пырков В.Е. Диагностика отношения учителей математики к использованию коучингового подхода в обучении / В.Е. Пырков // Труды XII Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. - Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2014. – С.438-447.
9. Пырков В.Е. Коучинговый подход в обучении старшеклассников как технология реализации современного математического образования / В.Е. Пырков // Труды XI Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2013. – С.197-202.

УДК 378

ФОРМИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ У МАГИСТРАНТОВ В КУРСЕ «МЕТОДИКА РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ»

Севостьянова С.А., кандидат педагогических наук, доцент
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, Челябинск
sev-sa@mail.ru

Аннотация. В работе описана организация занятий с магистрантами по курсу «Методика работы с одаренными детьми».

Ключевые слова: методы и приемы работы с одаренными детьми, профессиональные компетенции

FORMATION OF PROFESSIONAL COMPETENCIES FOR UNDERGRADUATES IN THE COURSE "METHODS OF WORKING WITH GIFTED CHILDREN"

S.A. Sevostyanova, PhD in education, associate professor,
South Ural State Humanitarian Pedagogical University, Chelyabinsk
sev-sa@mail.ru

Abstract. The work describes the organization of classes with undergraduates at the course "Methods of working with gifted children"

Keywords: methods of work with gifted children, professional competences

В Профессиональном стандарте педагога одним из требований к учителю математики является применение специальных подходов к работе с учащимися с особыми образовательными потребностями, в частности, организация обучения детей, проявляющих выдающиеся способности к математике.

Дисциплина «Методика работы с одаренными детьми» относится к вариативной части общенаучного цикла. Изучение дисциплины базируется на знании школьной математики, а также на знаниях, полученных при изучении психолого-педагогических, методических дисциплин в рамках бакалавриата.

Основная цель изучения дисциплины - формирование профессиональных и специальных компетенций магистра физико-математического образования на основе четкого представления об организации индивидуального обучения одаренных детей в рамках традиционной школы. В ходе изучения дисциплины магистрант получит знания современных методик и технологий в обучении математике данной группы обучающихся, будет готов к разработке индивидуальных маршрутов освоения предмета, познакомится с различными вариантами диагностики и оценивания качества обучения по различным программам.

При проведении занятий в рамках курса мы используем рациональное сочетание аудиторной и внеаудиторной работы, которое способствует активизации учебного процесса, формированию творческой личности, самостоятельности и инициативности магистрантов.

В рамках аудиторной работы проводятся встречи с преподавателями математики, которые активно занимаются со школьниками научно-исследовательской работой; организуются мастер-классы педагогов, участвующих в работе «летних» школ, в программе которых подготовка учащихся к олимпиадам разного уровня.

При знакомстве с современными подходами к работе с учащимися, проявляющими повышенный интерес к математике, мы проводим семинарские занятия в рамках курса в школах с углубленным изучением математики.

Большая роль при формировании компетенций в рамках изучения курса отводится самостоятельной работе студента-магистранта.

Приведем примеры заданий для самостоятельной работы:

1. Предложить тематику научно-исследовательских работ для учащихся 5-6, 7-9 классов.
2. Разработать программу научно-исследовательской конференции для учащихся.
3. Представить реферат статьи из научно-методического журнала по проблеме обучения математики одаренных детей.

Зачет по дисциплине проводится в форме выполнения творческого задания:

Задание 1. Подготовить сообщение об одной из авторских школ, в которых педагоги используют развивающие методики обучения (школа Шаталова В.Ф., школа Ямбурга Е.А., школа-лаборатория Гармаша В.Ю. и др.)

Задание 2. Подготовить презентацию фрагмента программы по одному из разделов курса математики для одаренных детей.

Программа курса «Методика работы с одаренными детьми» успешно реализуется на очном и заочном отделениях магистратуры Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета.

Литература

1. Винтиш Т.Ю. О формировании общекультурных компетенций у студентов в курсе «Практикум по решению задач повышенной сложности»/ Винтиш Т.Ю., Мартынова Е.В. // Концепция развития математического образования: проблемы и пути реализации: Материалы XXXIV Международного научно-

го семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Научный руководитель семинара Александр Григорьевич Мордкович. – 2015. – С. 267-269.

2. Кондаурова И.К. Методика обучения математике детей с особыми образовательными потребностями: учебно-методическое пособие / И.К. Кондаурова, О.М. Кулибаба. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. – 224 с.

3. Махмутова Л.Г. Учебник как средство формирования предметных образовательных компетенций младшего школьника: автореф. дисс. кандидата пед. наук: 13.00.01/Л. Г. Махмутова. – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2007. – С. 11.

4. Профессиональный стандарт. Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании). Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, г. Москва [Электронный ресурс]. URL: <http://www.rg.ru/2013/12/18/pedagog-dok.html> – (Дата обращения: 9.09.2017).

УДК 378.147

ПРОБЛЕМА ПРОВЕРКИ СФОРМИРОВАННОСТИ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ В ХОДЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН У СТУДЕНТОВ-ПЕДАГОГОВ

**Семеняченко Ю.А., кандидат педагогических наук, доцент,
Московский городской педагогический университет, г. Москва
semua@rambler.ru**

Аннотация. Статья затрагивает вопрос проверки формирования компетенций у студентов – будущих учителей математики – фондами оценочных средств математических дисциплин. Ставится проблема составления преподавателем вуза таких контрольных средств, которые осуществляли бы реальную проверку уровня сформированности профессиональных компетенций педагогической деятельности.

Ключевые слова: федеральный государственный образовательный стандарт, учитель математики, математический анализ, профессиональные компетенции.

PROBLEM OF CHECK OF FORMATION OF PROFESSIONAL COMPETENCES OF THE COURSE OF STUDYING OF MATHEMATICAL DISCIPLINES AT STUDENTS-TEACHERS

**Y.A. Semenychenko, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Moscow City University, Moscow
semua@rambler.ru**

Abstract. Article raises the question of check of formation of competences at students – future mathematics teachers – funds of estimating means of mathematical disciplines. The problem of drawing up such control tools by the teacher of higher education institution which would carry out actual check of level of formation of professional competences of pedagogical activity is put.

Keywords: federal state educational standard, mathematics teacher, mathematical analysis, professional competences.

Современный федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки «Педагогическое образование» ориентирует разработчиков образовательных программ на выполнение целого ряда условий. Формирование образовательной программы высшего образования предусматривает:

- 1) описание общей характеристики образовательной программы
- 2) формирование компетентностно-профессиональной модели выпускника;
- 3) разработку учебного плана и календарного учебного графика;
- 4) описание матрицы соответствия компетенций и составных частей ОП;
- 5) разработку рабочих программ дисциплин, практик и государственной итоговой аттестации;

б) разработку фондов оценочных средств дисциплин, модулей, практик и государственной итоговой аттестации.

Авторы образовательных программ согласятся с тем, что подготовка этих документов – трудоемкий и длительный процесс. Кроме того, необходимо отметить, что многие образовательные программы обладают следующими недостатками:

1) содержание документов не позволяет отображать методику формирования образовательных результатов;

2) в различных документах образовательной программы присутствует многократное дублирование информации, являющееся излишним;

3) структура и содержание документов образовательной программы разработана в большей мере для контрольно-надзорной деятельности, чем для участников образовательного процесса, для которых эта программа составляется.

Особенно трудоемкими с точки зрения содержания документами всякой образовательной программы, которые приходится готовить практически каждому преподавателю, являются рабочие программы дисциплин и фонды оценочных средств этих дисциплин. Хотелось бы подробнее остановиться на фондах оценочных средств дисциплин, в частности тех дисциплин, которые являются профильными для учителя-предметника, например, учителя математики.

Согласно приказу Минобрнауки России № 1367 фонды оценочных средств по дисциплине должны содержать:

1) перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

2) описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

3) типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы;

4) методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Формируя фонды оценочных средств дисциплин высшей математики, мы, преподаватели, как правило, описываем в них традиционные средства контроля: тесты, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты, экзамены. Описывается перечень затрагиваемых вопросов, а также приводятся конкретные примеры задач из различных разделов математической дисциплины. И здесь необходимо выделить следующую проблему. Содержание контрольных процедур (коллоквиумов, зачетов, экзаменов) по таким дисциплинам, как математический анализ, алгебра, геометрия и т. п., традиционно проверяет уровень теоретических знаний и умение решать задачи в рамках этих дисциплин. Возникает вопрос: осуществляется ли при этом реальная проверка какого-либо уровня сформированности тех или иных компетенций? Предположим, что за математическим анализом согласно матрице компетенций закреплена следующая профессиональная компетенция из педагогической области деятельности – готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету согласно образовательным стандартам (ПК-1). Каким образом преподаватель должен сформировать перечень заданий к контрольной работе, зачету или экзамену по математическому анализу после его годового изучения, чтобы проверить хотя бы начальный уровень сформированности описанной компетенции? Ведь очевидно, что традиционный перечень теоретических вопросов и задания вида «Найдите производную функции» или «Вычислите определенный интеграл» не подходят для проверки. Проблема сложная, неоднозначная и требует комплексного подхода. И решение этой проблемы, на наш взгляд, должно исходить из профессиональной направленности подготовки учителя математики.

Подготовленность выпускника к получаемой профессии учителя характеризуется уровнем овладения изученным материалом, который ориентирован на компетентно-профессиональный подход, разнообразием и глубиной форм деятельности при обращении с этим материалом. В этой связи обозначенная проблема ставит перед нами задачу формирования таких оценочных средств, которые при сохранении полного содержания конкретной дисциплины, действительно будут проверять владение обучающимися закрепленными компетенциями.

Литература

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата). Утвержден приказом 1426 от 04.12.2015.
2. Математические задачи как средство развития качеств продуктивного мышления студентов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Москва, 2006.
3. Формирование трудовых действий в предметной области у будущих учителей математики средствами математического анализа. – Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности: Материалы XXXV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – С. 51-58

УДК 378.14

РЕАЛИЗАЦИЯ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАВНДАРТА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**Симоновская Г.А., кандидат педагогических наук, доцент,
Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец
simonovskaj_g@mail.ru**

Аннотация. В работе представлен один из подходов реализации федерального государственного образовательного стандарта высшего образования при подготовке будущего учителя математики.

Ключевые слова: федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования, подготовка учителя-предметника, учитель математики.

IMPLEMENTATION OF THE FEDERAL STATE EDUCATIONAL STANDARD OF HIGHER EDUCATION IN PREPARING FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

**G.A. Simonovskaja, the candidate of pedagogical sciences,
Bunin Yelets State University, Yelets
simonovskaj_g@mail.ru**

Abstract. The paper presents one approach of implementing the Federal state educational standard of higher education in preparing future teachers of mathematics.

Keywords: federal state educational standard of higher education, preparation of teacher, teacher of mathematics.

После вступления в силу федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) содержательная часть обучения по большей части направлений подготовки формируется каждым вузом самостоятельно. Так как федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования представляют собой совокупность требований, обязательных при реализации основных профессиональных образовательных программ высшего образования (ОПОП ВО). В них представлены характеристики профессиональной деятельности выпускников (описаны область, объекты, виды профессиональной деятельности) и требования к результатам освоения программ (в виде формирования общекультурных, общепрофессиональных, профессиональных или профессионально-прикладных и других компетенции). Согласно одной из версий концепции развития Российского математического образования, опубликованной 20 января 2013 года, «ключевым участником и фактором системы математического образования является педагог-математик». [1, 6] В тексте документа зафиксировано, что учитель «должен обладать не только математическим знанием в форме им воспроизводимого и передаваемого ученикам набора определений, доказательств и рецептов, но в первую очередь быть готовым к решению новых, ранее не встречавшихся (отдельному человеку или человечеству) задач в соответствующих областях, передавать обучающимся математическую модель деятельности». [1, 6] В утвержденной распоряжением Правительства Российской

Федерации от 24 декабря 2013 года Концепции развития математического образования в Российской Федерации так же подтверждена высокая роль учителя предметника. [2]

При разработке основной профессиональной образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование федеральный государственный стандарт высшего образования не указывает каким образом должен быть сформирован блок дисциплин предметной подготовки по профилю. Таким образом, каждое образовательное учреждение высшего образования конструирует учебный план самостоятельно, опираясь на требования стандарта.

Анализ основных профессиональных образовательных программ по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование по профилю математика показал следующее. Образовательные учреждения при подготовке будущего учителя математики, разрабатывая ОПОП ВО по данному направлению, образуют при реализации чаще всего две основные линии. Одна часть образовательных учреждений высшего образования при разработке ОПОП большую часть образовательного процесса отводят подготовке учителя-тьютора. А так как, тьютор – это наставник, который сопровождает ученика в процессе освоения им новой деятельностью и организует условия для складывания и реализации индивидуальной образовательной траектории ребёнка, следовательно, предметной подготовке в этом случае отводится второстепенная роль, и перечень математических дисциплин и их объём минимален. Другой подход при конструировании ОПОП ВО – это подготовка учителя-предметника, в частности учителя математики. При таком подходе предметная подготовка будущего учителя является важной составляющей образовательного процесса в целом. Какой из этих подходов является оптимальным, сказать пока трудно. Здесь много зависит от того, что требуется для каждой отдельно взятой школы в данный момент. Но, на наш взгляд, существование различного вида учебных учреждений, повышение уровня конкурентоспособности выпускника в реальной действительности, при подготовке будущего учителя математики необходимо знание самого предмета не на базовом уровне, а на значительно более высоком.

Так, при подготовке учителя математики по направлению 44.03.01 Педагогическое образование в Елецком государственном университете им. И.А. Бунина предметная часть в учебном плане представлена следующими дисциплинами:

Название дисциплины	Количество зачетных единиц
Математический анализ	15
Алгебра	10
Геометрия	13
Математическая логика	3
Дифференциальные уравнения	5
Теория алгоритмов	3
Теория вероятностей и математическая статистика	4
Теория функций действительного переменного	4
Теория функций комплексного переменного	4
Дискретная математика	2
Теория чисел	4
Элементарная математика	11
Числовые системы	3

Такой выбор дисциплин обусловлен, прежде всего, накопленным колоссальным опытом подготовки учителей математики на протяжении более чем семидесяти лет. Данный перечень дисциплин, конечно, варьировался, соответствуя то примерным учебным планам, то государственным образовательным стандартам. Но, необходимо отметить, что три основных раздела математической подготовки, три кита – математический анализ, алгебра, геометрия присутствовали в учебных планах всегда. Дисциплина «Элементарная математика» так же являлась необходимой частью при подготовке учителя математики для работы в школе. А вот остальные из перечисленных предметов порой изучались как отдельные разделы или модули основных математических дисциплин. При переходе на стандарты нового поколения было решено сохранить предметную составляющую, но объём изучаемых дисциплин существенно сократился по сравнению с учебными планами восьмидесятих годов двадцатого века. Но содержательно каждая дисциплина сохранила необходимую полноту и научность материала.

Так, например, дисциплина «Математический анализ» включает в себя следующие модули и темы:

Модуль 1 Введение в математический анализ.

Тема 1. Множества. Действительные числа.

Тема 2. Функции.

Тема 3. Предел.

Тема 4. Непрерывность функции.

Модуль 2 Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Тема 5. Производная и дифференциал. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения.

Модуль 3 Интегральное исчисление функций одной переменной.

Тема 6. Неопределенный интеграл.

Тема 7. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла.

Тема 8. Несобственные интегралы.

Модуль 4 Ряды.

Тема 9. Числовые ряды.

Тема 10. Функциональные ряды. Степенные ряды.

Тема 11. Тригонометрические ряды.

Тема 12. Ряд Фурье.

Модуль 5 Элементы функционального анализа.

Тема 13. Метрические пространства.

Тема 14. Нормированные пространства.

Модуль 6 Мощность множества.

Тема 15. Понятие множества. Операции над множествами.

Тема 16. Мощность множества. Счетные множества и их свойства.

Тема 17. Кардинальные числа. Сравнение мощностей.

Тема 18. Теорема о мощности промежуточного множества.

Тема 19. Существование сколь угодно высоких мощностей. Теорема Кантора- Бернштейна.

Нужно отметить, что в настоящее время часто практикуется подготовка учителей предметников по двум направлениям одновременно. Так, традиционно в вузе осуществляется подготовка будущих учителей по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) по профилям математика и физика. По данному направлению дисциплина «Математический анализ» вошла в себя разделы «Дифференциальные уравнения», «Теория функций действительного переменного», «Теория функций комплексного переменного» и объем выделяемых часов на изучение соответственно увеличен до 22 зачетных единицы. К имеющимся шести модулям предложенным выше добавляются следующие:

Модуль 7: Действительные числа.

Модуль 8: Открытые и замкнутые множества на прямой.

Модуль 9. Функции.

Модуль 10. Мера и интеграл.

Модуль 11: Комплексные числа.

Модуль 12: Функции комплексного переменного.

Модуль 13. Элементарные функции и задаваемые ими конформные отображения.

Модуль 14. Интеграл функции комплексного переменного.

Модуль 15. Изолированные особые точки.

Модуль 16. Вычеты.

Модуль 17: Общие сведения о дифференциальных уравнениях.

Модуль 18. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Модуль 19. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Модуль 20. Системы дифференциальных уравнений.

Модуль 21. Дифференциальные уравнения с частными производными.

Такой достаточно большой объем содержания дисциплины при относительно небольшой части часов отводимых на аудиторное изучение (не более 50% и не менее 30% от всего объема часов) студент

овладевает как на теоретическом так и на практическом уровнях. Особое внимание отводится поддержанию разумного баланса между теоретической и практической составляющими. К обязательному изучению относятся не только формулировки аксиом, лемм, теорем, но и доказательства данных утверждений. Такой подход позволяет прививать обучающимся общематематические научные подходы решения теоретических задач. В учебном процессе используются интерактивные формы проведения занятий: презентации на основе современных мультимедийных средств; проблемная лекция; лекция пресс-конференция; семинар-диалог, научная дискуссия; коллоквиум. Такой подход нацеливает обучающихся на систематическую подготовку к занятиям, проработку теоретического материала, осознанию сущности изучаемого материала.

Изучение математических дисциплин студентами продолжается в течение всего срока обучения. Такой подход позволяет выпускнику не только успешно реализоваться в профессиональной деятельности (как учитель-предметник), но продолжить образование в магистратуре не только по педагогическому направлению, но и по смежным математическим и прикладным направлениям.

Вопрос отбора содержания предметной подготовки будущего учителя математики остается открытым, и, следовательно, математическая составляющая этого содержания так же не определена окончательно. Но элементы предложенного решения данной проблемы могут быть использованы при подготовке высококлассного специалиста.

На наш взгляд всё изложенное выше является важным в подготовке будущего учителя предметника, учителя математики в том числе. Это опыт, полученный во время учебы в вузе, будет востребован в школе, а значит, тем самым мы повышаем уровень конкурентоспособности выпускника.

Литература

1. Концепция развития Российского математического образования. Версия от 20 января 2013г. – Режим доступа: <http://pandia.ru/text/79/577/41369.php>
2. Концепция развития математического образования в Российской Федерации.- Режим доступа: http://fio.ru/wp-content/uploads/2014/12/Concept_mathematika.pdf
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавриата). – Режим доступа: <http://fgosvo.ru/news/8/1583>

УДК 372.851

ДИАГНОСТИКА ВЛАДЕНИЯ ПРИЕМАМИ ПОИСКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Суховиенко Е.А., доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике,

**Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск
suhovienko@mail.ru**

Аннотация. Представлена методика диагностики приемов поиска решения задач у будущих бакалавров педагогического образования. Предпринята попытка установить соответствие Профессионального стандарта педагога и федерального государственного образовательного стандарта высшего образования в части формирования у студентов приемов поиска решения математических задач. Диагностические задания отвечают требованиям Профессионального стандарта педагога и федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению «Педагогическое образование» и могут служить для диагностики сформированности компетенций.

Ключевые слова: диагностика, приемы поиска решения, Профессиональный стандарт педагога, компетенция.

DIAGNOSTICS OF POSSESSION OF SEARCH METHODS FOR SOLVING PROBLEMS FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

**E.A. Sukhovienko, doctor of pedagogical Sciences, associate professor,
South Ural State Humanitarian-Pedagogical University, Head of Department of mathematics and meth-
ods of teaching mathematics, Chelyabinsk
suhovienko@mail.ru**

Abstract. The technique of diagnostics of solutions search techniques is presented. An attempt has been made to establish the compliance of the Professional Standard of the teacher and the federal state educational standard of higher education in the part of forming students' search methods for solving mathematical problems. Diagnostic tasks meet the requirements of the Professional Standard of the teacher and the federal state educational standard of higher education in the direction of "Pedagogical Education" and can serve to diagnose the formation of competences.

Keywords: diagnostics, solutions search techniques, Professional teacher standard, competence.

Профессиональный стандарт педагога [2] и Концепция развития математического образования в Российской Федерации [1] четко определяют направленность математического образования на личностное и интеллектуальное развитие обучающихся. Включение школьников в развивающую деятельность предполагает как минимум умение педагога решать математические задачи. В частности, Профессиональный стандарт педагога требует от учителя математики умения решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе задачи олимпиад, а в Концепции развития математического образования в Российской Федерации говорится о необходимости решения студентами задач элементарной математики в зоне своего ближайшего развития. Это означает, что студентам нужно научиться приемам поиска решения, к которым мы относим анализ, индукцию, переформулировку задачи, аналогию, сравнение, классификацию и т.д. Значительное внимание освоению этих приемов отводится в курсах методики обучения и воспитания (математика) и элементарной математики [6].

Эффективная организация обучения невозможна без своевременной и достоверной диагностики его результатов. Диагностика, кроме определения уровня сформированности приемов, еще и мотивирует студентов к освоению эвристических приемов поиска решения задач и впоследствии применению их в работе с учащимися. Это соответствует такой задаче диагностики, как активизация познавательной деятельности и стимулирование к преодолению учебных трудностей [3].

Реализация диагностики требует отражения в ее содержании требований федерального государственного образовательного стандарта, выполняющего роль внешней нормы диагностической деятельности [3]. В условиях компетентного подхода результаты обучения студентов формулируются в терминах компетенций. В федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования по направлению 44.03.05 Педагогическое образование [7] есть компетенция ПК-4: способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых предметов. Эта компетенция связана с приемами поиска решения задач. Имеются в виду познавательные универсальные учебные действия (метапредметные результаты), в частности, умение создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, строить умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и т.д.

Для содержательного обеспечения диагностики необходимо задать диагностируемые цели обучения, выразив их через действия [4]. Компетенция ПК-4 применительно к математике и методике ее преподавания конкретизируется в терминах знать, уметь и владеть, которые представляют собой уровни ее освоения, следующим образом: *знает* (распознает и может описать) приемы поиска решения задачи; *умеет* выполнять приемы в знакомой ситуации по алгоритму (образцу); *владеет* приемами поиска решения задач (применяет их для решения субъективно новых задач).

Приведем примеры заданий для диагностики каждого из этих действий. *Знание* приемов диагностируют следующие задания:

1. Установите соответствие:

1. Дедукция

2. Индукция

A. Способ рассуждения, при котором от причин переходят к следствию, порожденному этой причиной.

B. Способ рассуждения от общего к частному, от общих положений к частным заключениям.

C. Способ рассуждения от частного к общему, от фактов к обобщениям.

D. Способ рассуждения, при котором от следствия переходят к причине, породившей это следствие.

Ответ: 1. ____ .2. ____ .

2. Установите соответствие:

1. Неполная индукция

2. Полная индукция

A. Вывод, при котором из одного общего или частного высказывания получают новое, менее общее или частное суждение.

B. Вывод, основанный на рассмотрении всех единичных или частных суждений (случаев), относящихся к рассматриваемой ситуации.

C. Вывод, основанный на рассмотрении одного или нескольких (но не всех) единичных или частных суждений, относящихся к рассматриваемому понятию.

Ответ: 1. ____ .2. ____ .

3. Установите соответствие:

1. Анализ

2. Синтез

A. Прием мышления, при котором от причин переходят к следствию, порожденному этой причиной.

B. Прием мышления от общего к частному, от общих положений к частным заключениям.

C. Прием мышления от частного к общему, от фактов к обобщениям.

D. Прием мышления, при котором от следствия переходят к причине, породившей это следствие.

Ответ: 1. ____ .2. ____ .

4. Рассмотрите заключение по аналогии: A обладает признаками c_1, c_2, \dots, c_n . B обладает теми же признаками c_1, c_2, \dots, c_n . A обладает признаком d, вероятно, и B обладает признаком d. Выберите верное утверждение.

1. Чем меньше общих свойств имеют A и B, тем больше вероятность правильного заключения.

2. Чем больше общих свойств имеют A и B, тем меньше вероятность правильного заключения.

3. Чем больше общих свойств имеют A и B, тем больше вероятность правильного заключения.

Умение выполнять приемы в знакомой ситуации диагностируют следующие задания:

1. Установите правильную последовательность шагов применения метода математической индукции к доказательству утверждения: $4^n + 6n - 1$ делится на 9 при всех натуральных n.

1. $4^{k+1} + 6(k+1) - 1 = 4(4^k + 6k - 1) - 18k + 9$.

2. На основании принципа математической индукции заключаем, что утверждение верно для любого натурального n.

3. Так как первое слагаемое делится на 9 по предположению индукции, а второе и третье слагаемые делятся нацело на 9, то и вся сумма делится на 9.

4. Проверяем истинность утверждения для $n=1$: $4+6-1=9$. Верно.

5. Допускаем, что теорема верна для некоторого $n=k$: $4^k + 6k - 1=9$. Исходя из этого допущения, доказываем истинность теоремы для $n=k+1$:

Ответ: _____

2. Установите правильную последовательность применения восходящего анализа к поиску решения задачи: Два поезда движутся навстречу друг другу по параллельным путям, один со скоростью 60 км/ч, другой – 80 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шел мимо него в течение 6 секунд. Какова длина первого поезда?

1. Время известно – 6 секунд, переведем его в часы, получим $1/600$ часа.

2. Чтобы найти скорость, надо сложить скорость поездов, т.к. они едут навстречу друг другу.

3. Чтобы найти длину поезда (расстояние), надо скорость умножить на время.

Ответ: _____

3. Переведите из категорической формы в имплицативную (переформулируйте) теорему о сумме углов треугольника:

1. Если измерить сумму углов треугольника, то получится 180 градусов.
2. Если многоугольник является треугольником, то сумма его углов равна 180 градусам.
3. Сумма углов треугольника равна 180 градусам.
4. Если измерить все углы треугольника и найти их сумму, то получится 180 градусов.

Отметим, что все приведенные выше задания соответствуют необходимому для учителя математики умению совместно с обучающимися строить логические рассуждения, указанному в из Профессиональном стандарте педагога [2].

Трудовое действие из Профессионального стандарта «Ведение диалога с обучающимся или группой обучающихся в процессе решения задачи» соответствует заданию, проверяющему владение приемами поиска решения.

Опишите диалог, направленный на поиск решения задачи: *через точку D, лежащую на стороне BC треугольника ABC, проведены прямые, параллельные двум другим сторонам и пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках E и F. Докажите, что треугольники CDE и BDF имеют равные площади.*

Трудовому действию «Формирование у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий» и необходимому умению «Организовывать исследования – эксперимент, обнаружение закономерностей, доказательство в частных и общем случаях» отвечает задание на владение приемами поиска решения.

Опишите методику работы с задачей: *найдите все простые числа p, для которых $8p^2+7$ тоже простое число.*

Предполагаемое решение выглядит следующим образом: сначала проведем эксперимент – подставим несколько простых p в выражение $8p^2+7$.

p	2	3	5	7	11
$8p^2+7$	39	79	207	399	975

Обнаруживаем, что в нижней строке простое число только одно, это 79. Каким общим свойством обладают остальные числа нижней строки? Они делятся на 3. Возникает гипотеза, что искомое число только одно, это 3. Остается доказать, что других таких чисел нет. Используем прием полной индукции. Каждое простое число, не равное трем, дает при делении на 3 остатки 1 или 2, т. е. $p=3k+1$ или $p=3k+2$. Подставив их в выражение $8p^2+7$, получим в обоих случаях число, кратное трем и не равное трем, т.е. не простое.

Для определения уровня сформированности приемов поиска решения задач в терминах компетентностного подхода по каждому уровню (знать, уметь, владеть) определяется процент (количество баллов) верно выполненных студентом задач. Выведенная нами в статье [4] формула $t=-8,33+0,003x+1,07y+0,003z$ представляет собой математическую модель для определения коэффициента сформированности компетенции студента, где x – процент выполнения заданий на уровне знания, y – на уровне умения и z на уровне владения. Полученные числовые значения интерпретируются следующим образом: если количество баллов от 85 до 100, то уровень сформированности компетенции высокий, от 70 до 84 средний, от 55 до 69 низкий.

Разработанная система диагностики владения приемами поиска решения математических задач успешно реализуется на физико-математическом факультете Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета и положительно влияет на освоение этих приемов будущими бакалаврами педагогического образования.

Литература

1. Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. – URL: <http://минобрнауки.рф/документы/3894>. – (Дата обращения: 22.06.2017).
2. Профессиональный стандарт. Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании). Утвержден приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, г. Москва [Электронный ресурс]. URL: <http://www.rg.ru/2013/12/18/pedagog-dok.html> – (Дата обращения: 22.06.2017).

3. Суховиенко, Е. А. Педагогическая диагностика успешности обучения учащихся в контексте информатизации образования: автореф. дис. ... д-ра пед. наук [Текст] / Е. А. Суховиенко. – Екатеринбург, 2006. – 46 с.
4. Суховиенко, Е. А. Теоретические основы информационных технологий педагогической диагностики : моногр. [Текст] / Е. А. Суховиенко. – Челябинск : изд-во Чел. гос. пед. ун-та, 2004. – 212 с.
5. Суховиенко, Е. А. Математическая модель рейтинговой системы диагностики компетенций будущих учителей математики [Текст] / Е. А. Суховиенко // Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования: XI межвузовский сб. науч. трудов. – Челябинск, 2015. – С. 92 – 98.
6. Теория и методика обучения математике: общая методика: учеб. пособие [Текст] / Е. А. Суховиенко, З.П. Самигулина, С.А. Севостьянова, Е.Н. Эрнтраут. – Челябинск: изд-во ИИУМЦ «Образование», 2010. – 65 с.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования. Уровень высшего образования бакалавриат. Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 9 февраля 2016 г. № 91 [Электронный ресурс]. URL: <http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/440305.pdf> – (Дата обращения: 11.08.2017).

УДК 378

МЕТОДИЧЕСКИЕ СПЕЦКУРСЫ КАК ОСНОВА ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К РЕАЛИЗАЦИИ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ

**Таранова М.В., кандидат педагогических наук, доцент,
ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный педагогический университет»,
Институт физико-математического и информационно-экономического образования,
г. Новосибирск
marinataranova@yandex.ru**

Аннотация. В статье отражены результаты исследования возможностей методических спецкурсов в подготовке студентов к использованию методов развивающего обучения в будущей профессиональной деятельности учителем математики.

Ключевые слова: методические спецкурсы, развивающее обучения, проблемное обучение.

SPECIAL COURSES ON METHODS OF TEACHING AS A BASIS OF EDUCATION OF MATH TEACHERS IN IMPLEMENTATION OF DEVELOPING TRAINING

**M.V. Taranova, candidate of pedagogical sciences, associated professor,
FSBEE HPE «Novosibirsk State Teacher Training University», Institute of physics, mathematical
and informatics-economics education, Novosibirsk
marinataranova@yandex.ru**

Abstract. In the article the results of studies of possibilities of special courses on methods of teaching in the course of training of students in using methods of developing in the future professional activity as a math teacher.

Keywords: special courses on methods of teaching, developing training, problem-solving training.

Современные требования к подготовке будущего учителя математики, представленные в Федеральных образовательных стандартах [4], ориентируют практику методической подготовки в вузе на внедрение технологий продуктивного обучения. Суть этих технологий заключается в том, что студенты приобретают знания путём самостоятельного открытия, сделанного вначале на обучающем (C_1), потом на тренировочном (C_2), а затем и на углубляющем (C_3) уровнях. И спецкурсы по методике математики обладают большим потенциалом в направлении продуктивного освоения развивающих технологий.

Действительно: 1) погружаясь в проблемную ситуацию, и взаимодействуя с проблемой, студент, как субъект процесса познания, исследует условия, представленные в проблемной ситуации, экспериментирует с ними и изменяется сам [1, 2]; 2) акт творческой познавательной деятельности студента является, с одной стороны, результатом контекстного воздействия условий, в которых он находится, а с другой – деятельностью студента по преобразованию этих условий. То есть, если способы взаимодействия преподавателя и студента рассматривать как проекцию способа взаимодействия учителя и ученика в развивающем обучении, то погружая студента в проблемную ситуацию, подводя его к дискуссии, преподаватель, с одной стороны, активизирует познавательную деятельность студента, а с другой, даёт образцы использования развивающих технологий в обучении математике. Если же преподаватель, путём деловых игр, путём постановки заданий и пр. выводит студента в состояние, требующее использования полученных образцов знаний, то, с одной стороны, преподаватель организует продуктивное освоение материала, а с другой – даёт студенту опыт использования развивающих технологий. И, наконец, если преподаватель создаёт условия, в которых студент, осваивая математическое содержание выявляет роль и значение этого материала в развитии творческого потенциала своих будущих учеников, то студент получает опыт освоения и углубления содержания не только по математике, но и методике развивающего обучения [3].

Сущность методики, реализующей обозначенные положения заключается в постановке перед студентами проблемных задач и заданий, средствами которых он вовлекается в дискуссию и выводится в состояние исследователя или проектировщика. Создать же проблемные ситуации можно тремя способами: 1) чёткой постановкой проблемы (Π_1); 2) путём создания ситуации, в которой студенту придётся самому понять и сформулировать проблему (Π_2); 3) путём создания ситуации, в которой студенту проблема ясна, но не ясна логика движения в этой проблеме (Π_3). Кроме того, содержание, реализующее проблемную ситуацию зависит от той образовательной модели, в которой осуществляется процесс обучения (в первом случае, образовательная модель (O_1) будет строиться по принципу передачи информации от учителя к ученику определённого набора знаний, и дидактической единицей будет являться предметная тема. Во втором подходе, образовательная модель (O_2) строится в соответствии требованием выращивания способностей ученика и основной дидактической единицей является базовое понятие, проявляющее сущность этого предмета).

Это значит, что разработку содержания заданий для методического спецкурса можно осуществлять в соответствии с моделью $\langle O_i; C_j; \Pi_k \rangle$, материализованной в форме мультипликативной матрицы отношений $(C_j; \Pi_k)$ в образовательной модели O_i (см. табл. 1).

В результате такого структурирования ситуаций можно получить 24 способа учебных заданий. Так, например, в информационной модели по передаче знаний (O_1) задания типа ($\Pi_1 C_1$) представляют собой задания, подводящие студента к решению проблемы, сформулированной в готовом виде. А познавательная деятельность студента – сопровождается наводящими вопросами и комментариями, фиксирующими основные моменты в решении проблемы. Задания типа ($\Pi_1 C_2$) в этой же модели, сопровождаются заданиями, требующими применения знаний, полученных в ходе решения проблемы. В информационной модели O_2 задания типа ($\Pi_1 C_1$) представляют задания, подводящие студента к тому основному отношению, которое лежит в основе предмета рассмотрения, а задания ($\Pi_1 C_2$) требуют исследования выделенного отношения, экспериментирования с ним и пр.

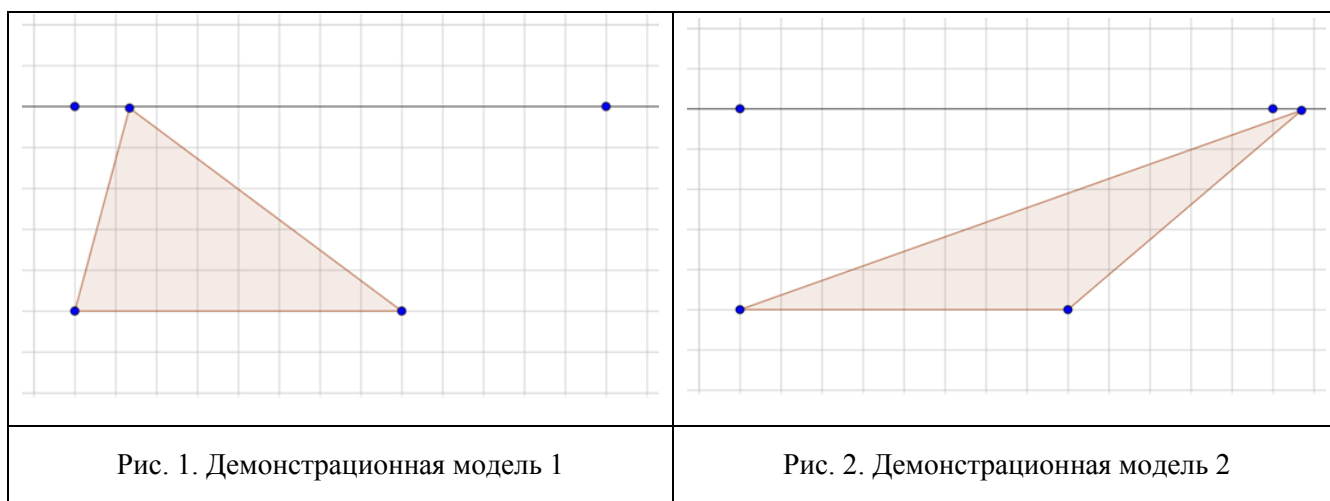
Таблица 1

Мультипликативная матрица отношений $(C_j; \Pi_k)$

		Уровни самостоятельности		
		C_1	C_2	C_3
Виды проблемных ситуаций	Π_1	$\Pi_1 C_1$	$\Pi_1 C_2$	$\Pi_1 C_3$
	Π_2	$\Pi_2 C_1$	$\Pi_2 C_2$	$\Pi_2 C_3$
	Π_3	$\Pi_3 C_1$	$\Pi_3 C_2$	$\Pi_3 C_3$

Для пояснения сказанного, рассмотрим примеры таких заданий.

Пример. С целью введения понятия равновеликости фигур, учитель подготовил интерактивную демонстрационную модель в среде GeoGebra (рис.1, 2).



Он полагал, что, если учащиеся, в процессе экспериментирования и наблюдения за перемещением одной из вершин треугольника по фиксированной прямой, параллельной противоположному основанию заметят, что площадь получаемых треугольников остаётся неизменной, то, тем самым у школьников будет сформировано понятие о равновеликости всех получаемых треугольников. Однако, на вопрос учителя: «Какие треугольники называются равновеликими?», учитель получил ответ: «Треугольники будут равновеликими, если у них основания и высоты одинаковы». В чем причина того, что предложенная демонстрационная модель подвела ученика к неправильному представлению о равновеликих фигурах? (*Ответ:* Признак равновеликости, вытекающий из представленной модели, является только достаточным, но не необходимым.)

Задание в модели $\langle O_1; C_1; P_1 \rangle$. В 1899 великий немецкий математик Давид Гильберт написал трактат о площади многоугольника. Формулу площади треугольника он выводит так: из двух одинаковых треугольников, при условии, что один из них может быть разрезан на части по высоте, всегда можно получить прямоугольник. 1). Придумайте пример демонстрации, подводящей школьника к открытию этого факта. 2). Для теоремы Гильберта верна и обратная теорема: если у двух многоугольников одинаковая площадь, то всегда можно разрезать один из них и собрать второй. Этот факт был независимо доказан несколько раз, а потому сегодня он носит название теоремы Бойяи – Валласа – Гервина. Придумайте пример демонстрации этой теоремы в интерактивном режиме.

Задание в модели $\langle O_2; C_1; P_1 \rangle$. Гильберт полагал, что базовая идея разрезания и склеивания может лежать в основе понятия площади. К примеру, площадь прямоугольника равна a , если его можно разрезать на конечное число частей, из которых можно составить квадрат со стороной \sqrt{a} . Придумайте пример интерактивной демонстрации, позволяющей подвести ученика к открытию этой базовой идеи.

Результаты использования вышеописанного подхода при организации методических спецкурсов по математике, показали его эффективность, как на предмет освоения студентами основами теории и методики обучения математике, так и на предмет освоения студентами способами организации развивающего обучения в будущей профессиональной деятельности учителем математики.

Литература

1. Давыдов В.В. Содержание и структура учебной деятельности школьников / под ред. В.В. Давыдова, А.К. Марковой. – М.: Просвещение, 1982. – С.10-21.
2. Лекторский В.А., Швырёв В.С. Методологический анализ науки // Философия, методология, наука. – М.: Наука, 1972. – С. 7- 45.
3. Таранова М.В. Роль и место исследовательской деятельности учащихся в процессе освоения ими методов математики // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 6.; URL: <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=15764> (дата обращения: 28.04.2017).
4. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования // режим доступа: http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_12/m413.pdf

**ПОСТРОЕНИЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ
44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ,
ПРОФИЛЬ МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА ПО МОДУЛЬНОМУ ПРИНЦИПУ**

**Тарасова О.В. , доктор педагогических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева»,
г. Орел Tarasova_orel@mail.ru**

Аннотация. В статье идет речь о структуре, принципах построения основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование, профиль Математика и физика по модульному принципу.

Ключевые слова: процесс обучения в вузе, учитель математики и физики, А.П. Киселев, модульное обучение

**THE CONSTRUCTION OF THE BASIC EDUCATIONAL PROGRAM 44.03.05 TEACHER
EDUCATION, PROFILE MATHEMATICS AND PHYSICS IN A MODULAR FASHION**

**O.V. Tarasova, PhD, associate professor,
Orel state University named after I. S. Turgenev, Orel
Tarasova_orel@mail.ru**

Abstract. The article deals with the structure, principles of the basic educational program 44.03.05 Pedagogical education, profile Mathematics and physics in a modular way.

Keywords: learning process in higher education, teacher of mathematics and physics, A. P. Kiselev, modular training

С 2017 года ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева» запускает программу подготовки учителей математики и физики, построенную по модульному принципу.

Целью образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (направленность/профиль Математика и физика) является методическое обеспечение реализации ФГОС ВО по данному направлению, качественная подготовка высококвалифицированных конкурентоспособных педагогических кадров для школы, СПО, вуза; подготовка специалистов, нацеленных на реализацию приоритетных направлений развития системы образования в Российской Федерации.

Программа является одним из первоочередных мероприятий, направленных на реализацию Концепции развития математического образования в РФ. В указанной Концепции констатируется факт, что «в Российской Федерации не хватает учителей и преподавателей образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся». Разработанная основная образовательная программа подготовки бакалавра ориентирована на решение поставленной государством проблемы подготовки педагогических кадров.

Программа нацелена на специализированную подготовку бакалавра в области содержания и технологий математического образования. Содержание образовательной программы предусматривает формирование готовности бакалавра к исследованию проблем математического образования, моделированию и прогнозированию образовательных процессов.

Принципы построения программы:

- 1) усиление роли проектно-исследовательской деятельности при сохранении ведущей роли фундаментального образования;
- 2) возможность использования модульной технологии;
- 3) усиление роли практики в познании;
- 4) развитие электронного обучения;
- 5) развитие сетевых форм сотрудничества;
- 6) высокие требования к материально-техническому (в том числе – лабораторному) обеспечению.

Свою программу мы назвали «Система Киселева». Почему? Андрей Петрович Киселев – наш выдающийся земляк, один из наиболее известных педагогов-математиков Отечества, родился в 1852 г. в г. Мценске Орловской области, закончил Орловскую мужскую гимназию. Учебники математики Андрея Петровича Киселева стали самыми долго живущими учебниками в России. Педагогическое наследие А.П.Киселева – это гордость и достояние нации. Оно должно быть сохранено и преумножено. Мы убеждены, что наследие А.П. Киселева, базовые положения его системы обучения математике должны составлять основу отечественного математического образования, служить на благо Орловщины. Наш ориентир: *«Система А.П. Киселева – фундаментальность, доступность, практичность»*.

А.П. Киселёв считал, что в основу обучения в школе должна быть положена элементарная математика (арифметика, алгебра, геометрия). Этот курс является структурнообразующей дисциплиной и в нашей программе. В учебном плане увеличено число часов на изучение «Элементарной математики».

На знаниях по математике базируются и физика, и информатика, и целый ряд других наук. Математика – уникальная наука, она является мощным средством развития личности в целом, способствует творческому развитию, нравственному воспитанию, формированию независимости суждений и взглядов. Приобретённые математические знания выполняют служебную роль в образовании, с их помощью формируется способность к мышлению, осуществляется развитие ума человека, а не его памяти. Поэтому мы считаем логичным некоторый перевес в сторону математических дисциплин.

Видами профессиональной деятельности, к которым готовятся выпускники, освоившие эту программу бакалавриата, являются: педагогическая; проектная; исследовательская. При разработке программы мы ориентировались на указанные виды профессиональной деятельности.

С целью формирования положительного отношения к учительской профессии, повышения мотивации обучения будущих педагогов считаем необходимым включение в процесс обучения дисциплины «Введение в специальность» (1 курс, 2 семестр). Данный курс направлен на формирование у студентов устойчивого интереса к выбранной профессии педагога, поднятие престижа учительской профессии благодаря изучению жизни и деятельности великих педагогов, учителей, методистов, их человеческих и профессиональных подвигов и достижений, их стремление служить математике и физике как науке (Г. Галилей, Л. Эйлер, М. Склодовская-Кюри, А.С. Попов, К.Э. Циолковский, Н.И. Лобачевский и др.) и детям (Я. Корчак, К.Д. Ушинский, Н.И. Пирогов, В.А. Сухомлинский, А.С. Макаренко, В.А. Караковский, В.Ф. Шаталов, Ш.А. Амонашвили и др.).

Мотивация для студентов является наиболее эффективным способом улучшить процесс обучения. Мотивы являются движущими силами процесса обучения и усвоения материала.

С учётом принятия модульной системы построения учебного плана Базовая часть представлена пятью модулями: 1) коммуникативный модуль (12 з.е.); 2) модуль наук о природе (4 з.е.); 3) модуль наук об обществе (12 з.е.); 4) модуль наук о познании и мышлении (24 з.е.); 5) здоровьесберегающий модуль (6 з.е.)

Вариативная часть, согласно ФГОС ВО по данному направлению подготовки, состоит из Обязательных дисциплин и Дисциплин по выбору. Указанные дисциплины модульно структурированы.

Обязательные дисциплины с учётом ряда факторов объединены в рамках следующих модулей:

- 1) Модуль фундаментальных математических дисциплин (43 з.е.).
- 2) Модуль фундаментальных физических дисциплин (30 з.е.).
- 3) Модуль общепрофессиональных дисциплин (14 з.е.).
- 4) Модуль профессиональных физико-математических дисциплин (31 з.е.).
- 5) Методико-математический модуль (12 з.е.).
- 6) Методико-физический модуль (12 з.е.).

Дисциплины по выбору призваны определить направленность (профиль) программы бакалавриата. Профиль Математика и Физика, на наш взгляд, должен быть реализован через изучение следующих модулей:

- 1) Практико-ориентированный математический модуль (28 з.е.).
- 2) Практико-ориентированный физический модуль (12 з.е.).
- 3) Модуль ИКТ в образовании (9 з.е.)

В состав Дисциплин по выбору входят пять Междисциплинарных модулей, предназначенных для изучения в каждом чётном семестре.

Формирование проектной деятельности студентов осуществляется в процессе подготовке курсовых работ по ключевым дисциплинам курса обучения; при проведении научно-исследовательской работы в

процессе написания выпускной квалификационной работы; в период всех видов практик (практик по получению первичных профессиональных умений и навыков, опыта профессиональной деятельности, производственной и преддипломной практик).

С целью формирования компетенции, позволяющей реализовывать проектную деятельность, заложенную ФГОС НОО и ФГОС ООО, в курс «Теории и методики обучения математике» введен раздел, направленный на формирование готовности будущего учителя математики к организации проектной деятельности в процессе обучения математике в школе.

В перспективе считаем возможным конкретизацию требований к результатам освоения программы бакалавриата по физико-математической составляющей образования осуществить с помощью формулирования специальных компетенций (СК) по физике и математике.

В настоящее время продолжается тенденция увеличения среднего возраста учителей. Увеличивается доля работающих учителей пенсионного возраста на фоне снижения доли молодых в общем количестве работающих учителей.

С целью привлечения талантливой, профессионально-ориентированной молодежи к освоению образовательной программы, не исключая общепризнанные формы профработы, на базе физико-математического факультета действует заочная физико-математическая школа для учащихся 9-11 классов г. Орла и Орловской области.

Важно обеспечить наличие общедоступных информационных ресурсов, необходимых для реализации учебных программ математического образования, в том числе в электронном формате, инструментов деятельности обучающихся и педагогов, применение современных технологий образовательного процесса.

Необходимо уделить особое внимание вопросу повышения качества работы преподавателей математики, обеспечение им возможности обращаться к лучшим образцам российского и мирового математического образования, достижениям педагогической науки и современным образовательным технологиям, созданию и реализации ими собственных педагогических подходов и авторских программ.

В процесс разработки и реализации данной образовательной программы включены работодатели, педагоги высшей квалификационной категории. Преподаватели факультета сотрудничают с БУ ОО ДПО «Институт развития образования», с БУ Орловской области «Региональный центр оценки качества образования». Сотрудничество заключается в проведении курсов повышения квалификации учителей, руководстве региональными экспериментальными площадками, работе в качестве экспертов в региональной предметной комиссии при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного и среднего общего образования.

Особо хочется подчеркнуть, что предлагаемые изменения нацелены на сохранение системы математического образования педагогов, направлены на сохранение преемственности с действующей системой, её совершенствование в плане модернизации, развитие непрерывного математического образования и разработку объективных критериев оценки качества математической подготовки студентов.

Стремление к обновлению системы образования должно быть поддержано изучением опыта и сохранением лучших отечественных традиций преподавания и изучения математики. Решение этой задачи лежит в изучении истории отечественного математического образования. Фундаментальную основу модернизации математического образования должны составлять исследования историко-математического характера.

ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К АКТИВИЗАЦИИ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

**Тимербаева Н.В., кандидат педагогических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
timnell@yandex.ru**

**Фазлеева Э.И., кандидат педагогических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
elmira.fazleeva@mail.ru**

**Шакирова К.Б., кандидат педагогических наук, доцент,
Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань
shakirova_ka@mail.ru**

Аннотация. Актуальность заявленной в статье проблемы обусловлена тем, что готовность студентов к организации будущей профессиональной деятельности требует корректировки содержания, форм и методов практических занятий по методике обучения математике.

Цель исследования состоит в выявлении затруднений студентов и молодых учителей в организации и активизации учебно-познавательной деятельности учащихся.

Ключевые слова: активизация учебно-познавательной деятельности учащихся, методы обучения, подготовка будущих учителей математики.

THE TRAINING OF FUTURE MATH TEACHERS TO INTENSIFICATION COGNITIVE AND EDUCATIONAL ACTIVITY OF STUDENTS

**N.V. Timerbaeva, PhD in Education, associate professor,
Kazan Federal University, Kazan
timnell@yandex.ru;**

**E.I. Fazleeva, PhD in Education, associate professor,
Kazan Federal University, Kazan
elmira.fazleeva@mail.ru;**

**K.B. Shakirova, associate professor,
Kazan Federal University, Kazan
shakirova_ka@mail.ru**

Abstract. The relevance of the presented problems due to the fact that the willingness of students to future professional activities requires an adjustment of the content, forms and methods of practical training in methods of teaching mathematics.

The purpose of the study is to identify the difficulties of students and beginning teachers in organizing and enhancing the learning and cognitive activity of students.

Keywords: intensification of pupils` cognitive and educational activity, teaching methods, training of the future math teachers.

Современный специалист в любой области профессиональной деятельности должен иметь высокий уровень подготовки, уметь принимать самостоятельные решения, выбирать и обрабатывать необходимую информацию, а затем на основании полученного творчески подходить к решению поставленной проблемы. Основа такой творческой самостоятельности закладывается ещё в школе, поэтому от профессионализма учителя, его компетентности зависит не только успешное обучение учащихся в школе, но и успешность их в жизни, в будущей профессии.

Методическая подготовка будущего учителя неразрывно связана с анализом трех основных взаимодействующих компонентов процесса обучения: содержания обучения, процесса преподавания – обучающей деятельности учителя и процесса учения – познавательной деятельности учащихся.

Исследованию готовности будущих учителей математики к организации учебно-познавательной деятельности школьников посвящены работы ведущих ученых (Даутова О.Б., Коробий Е.Б., Слостенин В.А., Тарасова Э.П., Федотова Е.Ю., Щукина Г.И.) [1], [2], [5], [6], [7], [8].

Обучение невозможно без одновременной активной деятельности преподавателя и обучаемых, без их активного взаимодействия. Как бы активно не стремился сообщить знания учитель, если при этом нет активной деятельности самих учеников по усвоению знаний, если учитель не создал мотивацию и не обеспечил организацию их учебно-познавательной деятельности, то процесс обучения фактически не протекает. Вопросы активизации учебно-познавательной деятельности учащихся также занимают многих исследователей.

Крутецкий В.А. отмечал, что «максимальная активизация познавательной деятельности учащихся, развитие у них активного, самостоятельного творческого мышления становится важной задачей школьного обучения» [3].

Раимкулова А.С. под активизацией познавательной деятельности школьников понимает специальную систему педагогических действий учителя по упорядочению учебно-познавательной деятельности субъектов педагогического процесса, которая отвечает целям, мотивам и задачам активного обучения и протекает в определенном режиме [4].

В нашем исследовании при раскрытии смысла понятия «активизация учебно-познавательной деятельности» мы ориентируемся на определение Ярошенко С.Н., который понимает ее как процесс побуждения к переводу учащегося с воспроизводящего уровня учебно-познавательной деятельности на творческий уровень, где взаимодействие учащегося с окружающей действительностью характеризуется овладением им на уровне творчества системой научных знаний и способами деятельности [9].

Научная теория процесса обучения включает в себя приемы и способы организации учебно-познавательной и исследовательской деятельности учащихся, которые обеспечивают эффективное усвоение ими знаний, выработку умений, навыков, формирование способов мышления и деятельности. Система работы учителя может быть эффективной лишь тогда, когда она основывается на знании внутренних механизмов учения, на понимании того, как происходит в сознании учащихся отражение и преломление воспринимаемой в ходе учебного процесса информации. Соответственно, взаимодействие педагога и учащихся не может быть сведено к отношению «передатчик – приемник». Необходимы активность и взаимодействие всех участников учебного процесса. Следовательно, обучение можно охарактеризовать как целенаправленный процесс взаимодействия между педагогом и обучающимися, в результате которого у учащихся формируются знания, умения, навыки, способы мышления и деятельности на основе их собственной активности.

На протяжении многих лет нами изучалась обучающая деятельность студентов 4 и 5 курсов при прохождении ими педагогической практики.

В начале самостоятельной педагогической практики перед студентами стоит задача минимум – организация учебно-познавательной деятельности учащихся. С целью выявления умения организовать эту деятельность были проанализированы уроки и «Дневники педагогической практики» около тысячи студентов математического факультета Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета и отделения педагогического образования Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского федерального университета в период с 2002 по 2017 гг.

Студенты отвечали на вопрос: «С какими трудностями в организации учебно-познавательной деятельности учащихся Вы встретились?», а педагоги-наставники анализировали их деятельность во время практики.

Нами были выявлены педагогические, личностные, предметные и психологические причины затруднений (см. таблицу).

**Основные ошибки и затруднения практикантов в организации
учебно-познавательной деятельности учащихся**

Точка зрения студента (внешние проявления)	Точка зрения преподавателя (внутренние проявления)
1. Педагогические причины	
1.1. В подготовке к уроку	
- постановка целей урока;	- формальная постановка целей; - распределение времени на уроке; - выбор оптимального темпа урока;
- подбор методов обучения; - подбор заданий для дифференциации;	- выбор продуктивных методов обучения; - подбор задач, способных заинтересовать учеников; - предвидение затруднений учащихся при усвоении темы;
1.2. В организации и проведении урока	
- разрешение проблемных ситуаций;	- разрешение спорных моментов; - выбор системы наводящих вопросов, позволяющих ученикам увидеть и самостоятельно исправить свои ошибки; - навязывание собственного хода решения при выполнении сложных заданий, отказ ученикам в возможности самостоятельно получить нужный результат;
- контроль работы всего класса;	- допуск хороших ответов; - контроль работы всего класса; - сосредоточение внимания на ученике, отвечающем у доски; - работа только с сильными учениками;
- оценивание знаний учащихся;	- оценивание устных и письменных ответов; - полные и четкие выводы и обобщения при подведении итога урока;
2. Личностные причины	
- недостаток опыта; - волнение при проведении уроков;	- неграмотная математическая речь; - слабое владение учебным материалом; - неумение излагать материал в доступной форме;
3. Предметные причины	
- недостаточное знание некоторых тем математики;	- трудности в преподавании геометрии: в выполнении чертежей, в формулировке геометрических утверждений, в решении задач на построение и доказательство, отсутствие пространственного воображения и др.; - трудности в преподавании тригонометрии; - трудности в преподавании элементов математического анализа; - трудности в решении нестандартных задач;
4. Психологические причины	
- установление дисциплины.	- слабое владение приемами мотивации и стимулирования учащихся; - неумение учитывать психологические и возрастные особенности учащихся; - неумение осуществлять индивидуальный подход; - неумение выбирать правильный стиль общения; - неумение реализовывать развивающие возможности урока в плане формирования самостоятельного мышления учащихся; - проблемы с дисциплиной.

Сами студенты видят лишь внешнюю сторону своих действий, выполняют их формально, не чувствуя внутренних механизмов конструирования процесса учебно-познавательной деятельности.

Нами также изучалась профессиональная деятельность молодых учителей – выпускников отделений педагогики и математики Института математики и механики, педагогический стаж которых менее трех лет. Наблюдая уроки молодых специалистов (около 100 уроков), мы выявили следующие недостатки в активизации учебно-познавательной деятельности учащихся: молодые учителя

- стремятся сами изложить новую тему;
- используют преимущественно риторические вопросы;
- не поддерживают других способов решения задачи;
- не организуют поиск нового способа деятельности, алгоритма и др.

Наблюдения уроков молодых специалистов показывают, что они так же, как и студенты используют в работе с учащимися преимущественно объяснительно-иллюстративные и репродуктивные методы обучения.

Таким образом, налицо противоречие между знаниями студентов по активизации учебно-познавательной деятельности учащихся и умением применять их во время педагогических практик, а также в начале самостоятельной профессиональной деятельности.

В рамках проводимого исследования нами были определены три уровня готовности будущих учителей математики к активизации учебно-познавательной деятельности учащихся:

- низкий уровень (знать) (репродуктивный) предполагает умение анализировать и использовать готовые разработки уроков;
- средний уровень (уметь) (функциональный) предполагает умение организовать учебно-познавательной деятельности учащихся отдельных этапов урока;
- высокий уровень (владеть) (творческий) предполагает готовность к активизации учебно-познавательной деятельности учащихся.

По результатам данного исследования была разработана дидактическая модель готовности будущих учителей математики к активизации учебно-познавательной деятельности учащихся, реализация которой в настоящее время осуществляется.

Литература

1. Даутова О.Б. Изменение учебно-познавательной деятельности школьника в современном образовании. Дис. ... д-ра пед. наук / О.Б. Даутова. – СПб., 2011. – 408 с.
2. Коробий Е.Б. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов как педагогическая проблема / Е.Б. Коробий // Теория и практика общественного развития. – 2014. – № 3. – С. 141-143.
3. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1972. – 256 с.
4. Раимкулова А.С. Методика активизация будущим учителем познавательной деятельности школьников / А.С. Раимкулова // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 2-1. – С. 78-81.
5. Сластенин В.А. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Сластенин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов. – М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 576 с.
6. Тарасова Э.П. Проблемные задачи в учебно-познавательной деятельности как средство развития личности учащихся. Дис. ... канд. пед. наук / Э.П. Тарасова. – Смоленск, 2006. – 226 с.
7. Федотова Е.Ю. Формирование информационно-коммуникативной компетентности учащихся в процессе продуктивной учебно-познавательной деятельности. Дис. ... канд. пед. наук / Е.Ю. Федотова. – СПб., 2009. – 227 с.
8. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе / Г.И. Щукина. – М.: Просвещение, 1979. – 160 с.
9. Ярошенко С.Н. Понятие «активизация учебно-познавательной деятельности» учащихся в научно-педагогических исследованиях / С.Н. Ярошенко // Вестник ОГУ. – 2004. – № 9. – С. 81-82.

**ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
СТУДЕНТОВ УНИВЕРСИТЕТА НА ЗАНЯТИЯХ ПО ТЕОРИИ И
МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

**Токарева Л.И., доктор педагогических наук,
Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород
rnv1952@mail.ru**

Аннотация. В статье рассматриваются современные требования к понятийному содержанию общего и среднего математического образования. С учётом нововведений выделяются профессиональные задачи учителя математики, определяющие цели и содержание его инновационной деятельности.

Ключевые слова: инновационная деятельность, профессиональные задачи инновационной деятельности учителя математики.

**ORGANISATION OF UNIVERSITY STUDENTS LEARNING ACTIVITY
AT THE CLASSES IN THEORY AND METHODS OF MATHS LEARNING**

**L.I. Tokareva, doctor of pedagogical sciences,
Varoslav-the-Wise Novgorod state university, Veliky Novgorod
rnv1952@mail.ru**

Abstract. The article deals with the modern requirements to the conceptual content of general and secondary mathematics education.

Keywords: innovation, professional tasks of innovation activity of mathematics teacher.

За время обучения в университете студенты – будущие учителя математики должны научиться: а) применять полученные теоретические знания в своей будущей профессиональной деятельности; б) проектировать, прогнозировать, моделировать конечные результаты: качества знаний учащихся, которые должны быть сформированы к окончанию изучения тем, разделов школьного курса математики.

Реализация проблемного, эвристического и исследовательского методов обучения позволит подготовить выпускника, способного ориентироваться в быстро меняющихся условиях профессиональной деятельности. Проблемно-исследовательское и эвристическое обучение организуется на лекционных, практических занятиях, а также при выполнении студентами самостоятельных работ.

При изучении предмета математики учащимся постоянно приходится выполнять деятельность по: 1) целенаправленному поиску выхода из создавшихся проблемных ситуаций; 2) выделению требуемых математических понятий, систем понятий из ряда других по наличию существенных признаков; 3) конструированию математических объектов по заданным свойствам; 4) применению теоретических знаний в различных учебных ситуациях: аналогичных, изменённых, нестандартных.

Чтобы учитель смог на высоком профессиональном уровне обучать этой деятельности учащихся, он должен сам хорошо понимать сложный состав математического образования, проделать большую работу по структурированию математических понятий и их систем, по изучению и применению инновационных технологий (технологических систем) обучения на практике.

Представим типовые профессиональные задачи учителя математики.

1. Выполнение методологического анализа учебного материала тем (разделов) школьного курса математики.

2. Выполнение логико-математического, психодидактического анализа школьных математических задач (алгебраических, тригонометрических, геометрических).

3. Изучение и анализ имеющихся в литературе методик изучения тем, разделов.

4. Выбор и применение инновационных технологий обучения.

5. Организация учебно-познавательной деятельности учащихся по формированию математических понятий, систем понятий, математических утверждений, методов их доказательства.

6. Создание знаковых моделей: обобщающих таблиц, учебных карт, опорных конспектов, логических моделей, логико-структурных схем.

7. Разработка и «проигрывание» на практических занятиях уроков различных типов: лекций, практикумов (семинаров), сказок, постановки и решения учебных задач, моделирования общих способов действий, конференций, телемостов, экскурсий, консультаций с использованием системно-деятельностного и компетентностного подходов.

Научить студентов – будущих учителей математики решать представленные профессиональных задачи – одна из основных проблем вузовского обучения.

Рассмотрим решение профессиональной задачи – выполнение логико-математического анализа школьных математических задач.

Под логико-математическим анализом школьных математических задач мы будем понимать деятельность, состоящую из следующих действий [2, 3]:

1. Определение функций математических задач в теме, разделе, параграфе, учебнике.

2. Выявление типов конкретно-предметных задач, направленных на формирование теоретических знаний и адекватных им способов действий.

3. Выполнение анализа каждой конкретно заданной задачи: а) установление что известно и что требуется найти (доказать, построить); б) получение следствий из заданной информации; в) осуществление перевода задачи на язык определённой научной теории.

4. Выделение этапов решения задачи: 1) этап поиска решения (доказательства, построения); 2) этап моделирования процесса решения; 3) этап осуществления процесса решения (доказательства, построения).

5. Выделение математических (специфических) и общелогических учебных действий, составляющих основу процесса решения (доказательства) задачи.

6. Выявление трудностей, которые возникают на всех этапах процесса решения задачи: 1) математических: выделение блока необходимых теоретических знаний; выделение ведущей математической идеи процесса решения задачи; 2) психологических: а) переосмысление элементов одной фигуры в плане элементов другой фигуры; б) выделение альтернатив при переходе от выполнения одних операций к другим; 3) методических: рассмотрение объектов в плане взаимосвязи разных понятий и их существенных свойств.

7. Выделение качеств знаний, формируемые при решении задачи. Гибкость: ученик понимает структуру своей деятельности и владеет учебными приёмами её перестраивания; переосмысление полученных в процессе решения результатов. Осознанность: 1) если ученик, оперируя тем или иным понятием, показал, что отчётливо осознаёт признаки понятия и может их применить в различных учебных ситуациях; 2) если, делая в ходе решения задачи некоторое умозаключение, ученик обосновывает, на основании какого математического факта сделан тот или иной вывод [1, 2, 4].

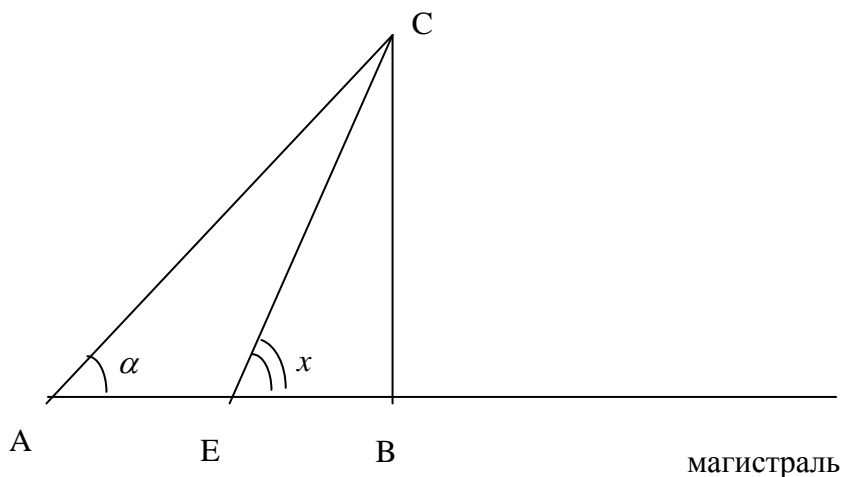
8. Установление уровня, на котором предложена задача: фактологическом, понятийном, понятийно-теоретическом.

Обратимся к выполнению логико-математического анализа прикладных задач, которые могут быть предложены в темах «Производная» (10 класс), «Тригонометрические функции, уравнения, неравенства» (11 класс).

Задача. Населённый пункт C расположен в 50 км от районного центра A и в 30 км от магистрали, которая проходит через райцентр. Под каким углом следует провести подъездной путь из C , чтобы стоимость перевозок груза из C в A (или в обратном направлении) была наименьшей. Известно, что стоимость перевозок по магистрали обходится населённому пункту C в два раза дешевле, чем по подъездному пути.

I. *Дидактическая ценность задачи* заключается в том, что на примере её решения показывается роль и значимость аппарата дифференциального исчисления в исследовании процессов действительности (экономических).

II.



Экономические исследования установили, что подъездные пути должны пойти к магистрали не перпендикулярно, а под некоторым острым углом (x), который называется *углом примыкания* подъездного пути к магистрали.

III. *Анализ условия задачи.* Известны расстояния от населённого пункта до райцентра и до магистрали; есть данные о стоимости перевозок. Необходимо установить, под каким углом следует провести подъездной путь?

IV. *Математическое моделирование.* Осуществление перехода от экономической задачи к конструированию адекватной математической модели.

1. Пусть подъездной путь CE примыкает к магистрали AB под углом x . Рассмотрим $\triangle CBE$ – прямоугольный

$$CE = \frac{30}{\sin x}; \quad BE = 30 \operatorname{ctg} x; \quad AB = 40; \quad AE = AB - BE = 40 - 30 \operatorname{ctg} x$$

2. Пусть стоимость перевозки 1 тонны груза на 1 км по магистрали p рублей. Найдём стоимость перевозки 1 тонны груза от A до C (или в обратном направлении):

$$T(x) = p \cdot AE + 2p \cdot CE = p \left(40 - 30 \operatorname{ctg} x + \frac{60}{\sin x} \right) \quad (1) \quad x \in \left(\alpha; \frac{\pi}{2} \right).$$

Математическая модель задачи: функция $T(x)$. Математическая задача: исследовать функцию $T(x)$ на наименьшее значение на $\left(\alpha; \frac{\pi}{2} \right)$.

V. *Решение задачи внутри математической модели.*

$$\text{Найдём } T'(x) = \frac{30p \cdot (1 - 2 \cos x)}{\sin^2 x}.$$

Найдём критические точки данной функции. Для этого решим уравнение:

$$T'(x) = 0; \quad \frac{30p(1 - 2 \cos x)}{\sin^2 x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin x \neq 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \text{критическая точка}$$

VI. *Критическое осмысление* полученных результатов: угол примыкания подъездного пути к магистрали 60° .

VII. *Трудности*, возникающие у учащихся при решении задачи.

Математические: умение актуализировать известные математические факты и применить их в новой учебной ситуации. **Психологические:** осуществление переходов от экономической ситуации к построению математической модели и последующему её исследованию. **Методические:** умение критически осмыслить полученный результат и его учебный эффект.

VIII. *Общелогические и специфические* учебные действия, формируемые при решении задачи. Действие обобщения. Оно состоит из специфических учебных действий: 1) конструирование математической модели; 2) исследование математической модели.

IX. *Качества знаний* учащихся, формируемые при решении задачи: оперативность, осознанность, широта мышления.

X. Данная задача предложена на понятийно-теоретическом уровне.

Литература

1. Краевский В.В. Проблемы научно обоснованного обучения. Методологический анализ. – М.: Педагогика, 1997. – 264 с.

2. Токарева Л.И. Формирование систем математических понятий у учащихся общеобразовательных школ: дис. ... д-ра пед. наук. Спец. 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика, уровень общего образования). М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010. – 404с.

3. Токарева Л.И. Формирование у учащихся математических понятий и их систем в рамках современного урока математики // Математический вестник педвузов и ун-тов Волго-Вятского региона / Вят. гос. ун-т. Киров, 2016. – Вып. 18. – С. 201-213.

4. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач. – М.: Высш. шк., 1972. – 216 с.

УДК 378

ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ МАГИСТРА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПРОФИЛЬ «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»

**Уткина Т.И., доктор педагогических наук, профессор,
Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)
Оренбургского государственного университета, г. Орск
UtkinaTI@yandex.ru**

Аннотация. Статья посвящена разработке и научному обоснованию системы обеспечения качества подготовки магистров, обучающихся по программе с профилизацией в области математического образования.

Ключевые слова: качество подготовки магистров, обеспечение качества, основная образовательная программа, инновационная деятельность

QUALITY ASSURANCE PREPARATION OF POST-GRADUATE STUDENTS OF PEDAGOGICAL EDUCATION « MATHEMATICAL EDUCATION»

**T.I. Utkina, doctor of pedagogics, professor,
Orsk humanitarian technological institute(branch)of Orenburg state university, Orsk
UtkinaTI@yandex.ru**

Abstract. The article is devoted to the development and scientific substantiation of the quality assurance system of training post-graduate students with specialization in the field of mathematical educa.

Keywords: quality of preparation of post-graduate students, the main educational program, innovational activity

В настоящее время в условиях кардинальных изменений педагогического образования в России значительно возросла роль высших профессиональных образовательных организаций в обеспечении качества подготовки обучающихся. В данной работе рассматриваются результаты, полученные в рамках реализации теоретико-эмпирического исследования «Обеспечение качества образовательных процессов в профессиональном образовании» (номер госрегистрации–ААА-А16-116020960161-9) по созданию и

развитию системы обеспечения качества подготовки магистров, обучающихся по программе «Математическое образование». Категория качества подготовки магистра по данному направлению в проводимом исследовании определяется в соответствии с требованиями Международной организации по стандартизации (ИСО) как совокупность приобретенных профессиональных и личностных качеств, обуславливающая способность удовлетворять устанавливаемые федеральными государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования требования, ожидаемые потребности самого обучающегося и современного общества [13]. Основу этого исследования составляет положение о том, что деятельность по обеспечению качества подготовки обучающихся не может быть эффективной после того, как реализована образовательная программа (ОП), эта деятельность должна осуществляться не только на этапе итоговой государственной аттестации выпускников, а в ходе всего процесса освоения студентами ОП [11]. Важна деятельность вуза по обеспечению гарантии качества подготовки обучающихся. Проведенное исследование позволило выявить, что деятельность по созданию системы обеспечения качества подготовки магистра носит процессный и четырехэтапный характер: планирование деятельности на основе выявления показателей качества подготовки магистра по данной программе и выбора соответствующих целей, конструирование модели качества подготовки магистра и разработка содержания ОП; создание средств и технологий реализации содержания ОП; обеспечение качества, сводимое, в свою очередь, к выявлению каких-либо отклонений от требований модели качества подготовки магистра, что осуществляется через деятельность образовательного учреждения (процессы) по измерению, анализу и улучшению; коррекция действий по улучшению качества подготовки обучающихся магистров [11]. Другими словами, основу процессов обеспечения качества подготовки обучающихся магистров составляет следующая цепочка действий: планирование качества и конструирование модели качества подготовки магистра по данной программе, ее реализация, мониторинг (проверка) требований модели качества подготовки магистра по данной программе, анализ и необходимая корректировка модели качества подготовки магистра по данной программе. Обеспечение качества подготовки обучающихся осуществляется посредством интеграции многих составляющих, и в частности мотивированности и подготовленности студентов, поступающих в магистратуру; качества ОП и рабочих учебных программ, учебно-методических комплексов дисциплин и образовательных технологий; качества преподавания и качества организации самостоятельной учебной деятельности студентов; качества овладения магистрами формируемыми компетенциями в педагогической, научно-исследовательской, проектной, методической, управленческой, культурно-просветительской деятельности.

Система обеспечения качества подготовки магистра с профилизацией на математическое образование включает модель качества подготовки выпускника по данному направлению и является необходимым условием для организации самостоятельной работы студента, она призвана помочь ему понять то, что необходимо для его профессиональной деятельности. Основанием для проектирования модели качества подготовки магистра являются основные образовательные результаты, выраженные в конкретных «компетенциях», определенных в ФГОС ВО 3+ по направлению «Педагогическое образование», и «трудовых действиях» Профессионального стандарта педагога [14, 15]. Модель предполагает требования: на «входе» – на этапе приема в магистратуру; относительно информационной компетентности [6, 7], включая грамотный набор математического текста [1, 2]; к качеству подготовки в реализации профильного обучения математике [3, 4]; к стандартизации методического обеспечения дисциплин ОП [5, 10]. Эта модель рассматривает научно-исследовательскую деятельность будущих магистров в качестве значимого аспекта в формировании готовности к решению профессиональных задач в педагогической, проектной, методической, управленческой и культурно-просветительской деятельности. Именно в научно-исследовательской деятельности имеются возможности для формирования того ментального опыта, который обеспечивает социальный эффект относительно развития математического образования, творческого саморазвития будущего магистра и овладения им рефлексией как нового стиля мышления.

Так, проводимые научные исследования педагогическими коллективами на базе муниципальных общеобразовательных учреждений № 15, 23, 52 г. Орска, гимназий № 1, 2, 3 г. Орска, лицея индустриально-технологического профиля и гимназии г. Новотроицка позволили выявить компонентный состав компетентности в научно-исследовательской деятельности магистра с профилизацией в области математического образования. Структура компетентности будущего магистра представляет собой единство мотивационной, методологической и рефлексивной составляющей [8].

Мотивационная составляющая (мотивационный блок) обуславливает наличие внутренней потребности и позитивного отношения к осуществлению научно-исследовательской деятельности, понимание научно-исследовательской деятельности как средства в достижении высоких результатов, осознание необходимости в самообразовании и саморазвитии относительно приобретения знаний, умений и опыта в проектировании и в конструировании научно-исследовательского образовательного процесса; готовность поддерживать работоспособность в научно-исследовательской деятельности; удовлетворение результатами своей научно-исследовательской деятельности.

Методологическая компонента (методологический блок) характеризует наличие у магистра готовности к научно-исследовательской деятельности в своей профессиональной области (уметь увидеть проблему и соотнести с ней предметный материал, уметь выразить проблему в конкретной исследовательской профессиональной (цели); умения разрабатывать научный аппарат методического исследования; умения выдвигать гипотезу и определять объект, предмет и конкретные задачи, направленные на проверку гипотезы; умения планировать и организовывать эксперимент; целостных представлений о методологии конкретной науки (области математических знаний).

Рефлексивная составляющая (рефлексивный блок) включает в себя готовность видеть альтернативу в решении исследовательских задач; умение обрабатывать и оценивать результаты научно-исследовательской работы; умение обобщать и делать выводы по результатам научно-исследовательской работы; умение корректировать образовательный процесс по математике (уровень общего и профессионального образования) в соответствии с результатами научно-исследовательской работы.

Компетентность магистра в научно-исследовательской деятельности характеризуется показателями (критериями), индикаторами, уровнями и шкалой оценки уровня сформированности.

Мотивационный блок оценивается в целом 20 баллами и включает следующие показатели: наличие внутренней потребности и позитивного отношения к осуществлению педагогического исследования по методике преподавания математике; понимание исследовательской деятельности как средства в достижении высоких педагогических результатов в обучении математике; осознание необходимости в приобретении знаний, умений и опыта в проектировании и конструировании научно-исследовательского образовательного процесса по математике; готовность поддерживать работоспособность в научно-исследовательской деятельности; удовлетворённость результатами своей научно-исследовательской деятельности. Максимальный балл оценки каждого показателя этого блока составляет 4 балла.

Методологический блок оценивается в целом 60 баллами и предполагает оценку следующих показателей: готовность к научно-исследовательской деятельности в предметной области математики; умение разрабатывать научный аппарат исследования; умение планировать и организовывать педагогический эксперимент; наличие целостного представления о методологии математики (из них: умение применять методологические знания для анализа содержательных линий математических курсов, понимание роли математики в познании окружающего мира, знание математических методов, знание основных методов теории познания и умения применять их в математических рассуждениях, владение различными методами решения математических задач, знание методологии и истории развития теорий содержательных линий математических курсов вуза); готовность к преподаванию математических дисциплин в рамках реализации образовательных программ общего профессионального образования на методологическом уровне (из них: знание теорий содержательных линий математических курсов образовательных программ общего и профессионального образования, знание основных методических подходов к изложению основных содержательных линий математических курсов образовательных программ общего и профессионального образования, владение технологиями раскрытия роли математики в познании окружающего мира в процессе преподавания математики в организациях общего и профессионального образования, владение технологиями обучения математическим методам среднего общего и профессионального образования, владение различными методами решения задач по математическим дисциплинам образовательных программ общего и профессионального образования, знание методологии и истории развития содержательных линий учебных математических курсов в организациях общего и профессионального образования).

Рефлексивный блок оценивается 20 баллами и включает следующие показатели: готовность видеть альтернативу в решении исследовательских задач, умение обрабатывать и оценивать результаты своей научно-исследовательской деятельности, умение обобщать результаты своей научно-исследовательской деятельности, готовность делать выводы по результатам научно-исследовательской деятельности, умение корректировать образовательный процесс по математике в соответствии с результатами научно-

исследовательской работы. Оценочная шкала индикаторов каждого показателя компетентности магистра в научно-исследовательской деятельности предполагает пять вариантов его оценки: 0 – не проявляется, 1 -- проявляется непостоянно, от случая к случаю, 2– проявляется частично, в зависимости от ситуации, 3 – проявляется постоянно и систематически, 4 – проявляется максимально (эталонный уровень).

Оценка компетентности магистра в научно-исследовательской деятельности предполагает определение пять уровней её развития (как уровни качества): оптимальный (отличный) – (100-81 баллов) - готовность проявляется по всем блокам составляющие научно- исследовательской деятельности, компетентность является эталонной; допустимый (хороший) - (80-61 баллов) - готовность проявляется по большинству индикаторов, необходимо начать развитие оставшихся проблемных индикаторов; критический (удовлетворительный) - (60-41 баллов) - готовность учителя к научно-исследовательской деятельности сформировалась, необходимо акцентировать внимание на развитии проблемных индикаторов компетентности; приемлемый - (40-21 баллов) - научно-исследовательская деятельность имеет потенциал для развития, эти возможности реализуются слабо; недопустимый - (20-0 баллов) - научно-исследовательская деятельность ведется бессистемно, цель не определена, задачи не конкретизированы.

Основопологающим фактором обеспечения качества подготовки магистров является ОП. Образовательная программа магистратуры, реализуемая в Орском гуманитарно-технологическом институте, имеет блочно-модульную структуру. Первый блок включает дисциплины, относящиеся к базовой части программы, и дисциплины, относящиеся к ее вариативной части: методология и методы научного исследования, современные проблемы науки и образования, инновационные процессы в образовании, деловой иностранный язык, современные технологии обучения математике, методология психолого-педагогического исследования, теоретические основы и технологии среднего общего математического образования, интеллектуальное воспитание обучающихся в процессе обучения математике, теоретические основы и технологии дошкольного математического образования, теоретические основы и технологии начального общего математического образования, теоретические основы и технологии основного общего математического образования, теоретические основы и технологии профессионального математического образования, информационные технологии в профессиональной деятельности, реализация дополнительных общеразвивающих программ по математике в дошкольных образовательных организациях, реализация дополнительных общеразвивающих и предпрофессиональных программ по математике в образовательных организациях основного общего и среднего общего образования, реализация дополнительных общеразвивающих и предпрофессиональных программ по математике в организациях дополнительного образования, компьютерные технологии в математическом образовании, методические модели в математическом образовании, реализация дополнительных профессиональных программ по математике в организациях среднего профессионального образования, реализация дополнительных профессиональных программ по математике в организациях высшего образования, организация педагогического исследования по теории и методике обучения математике, обучение математике лиц с ограниченными возможностями здоровья. Второй блок включает практики, в том числе научно-исследовательскую работу. Третий блок «Государственная итоговая аттестация» состоит из государственного экзамена и выпускной квалификационной работы. Факультативные дисциплины в ОП представлены курсом «Реализация дополнительных профессиональных программ повышения квалификации и профессиональной переподготовки педагогов математики общего образования». Данная образовательная программа ориентирована на подготовку магистров к педагогической деятельности, направленной на разработку и проектирование новых современных технологий обучения математике на разных уровнях общего и профессионального образования.

Оценка качества подготовки будущего магистра предполагает компьютерную поддержку через разработанную программу в среде Microsoft Visual FoxPro. В основу данной программы положен подход, изложенный в работах [9, 12]. Компьютерная программа состоит из шести блоков: мониторинг и коррекция ОП, анализ инновационной деятельности по созданию средств и технологий по реализации ОП, мониторинг уровня подготовленности будущего магистра к планируемым видам профессиональной деятельности, контроль качества освоения дисциплин на соответствие требованиям модели качества подготовки магистра, измерение удовлетворенности потребителей.

Блок «Мониторинг и коррекция ОП» направлен на оценку качества цели ОП, анализ качества учебного плана (УП) на соответствие требованиям ФГОС ВО 3+. Указываются: дата утверждения Советом и руководителем образовательного учреждения; объем учебного времени на дисциплины, устанав-

ливаемые вузом по выбору студента; сроки обучения; доля самостоятельной работы; соотношение теоретической и практической подготовки (в %); соотношение аудиторной и самостоятельной работы (в %). Проверяется также наличие обязательных структурных элементов учебного плана: пояснительная записка; календарный график учебного процесса; сводные данные по бюджету времени студента; план учебного процесса, включающий в себя перечень, объемы и последовательность дисциплин, их распределение по видам учебных занятий, формы промежуточного и итогового контроля и итоговой аттестации. Данные оцениваются в баллах: 1 – наличие компонента, 0 – отсутствие компонента. Анализ качества рабочих программ дисциплин УП осуществляется согласно выделенным структурным частям рабочей программы, изложенным в общих требованиях к содержанию, построению, разработке, изложению и оформлению рабочей программы дисциплины, разработанных в ОГТИ. Анализ качества рабочих программ дисциплин УП предусматривает три уровня оценивания (2 – соответствует требованиям, 1 – в основном соответствует, 0 – не соответствует). Для унификации приведенных оценок введена «мягкая» рейтинговую трехуровневую шкалу порядка. Суть ее состоит в следующем. Высокая оценка (В) обозначает полное соответствие (достаточность) проверяемого объекта заданным нормам и требованиям, означает уровень *выше среднего*. Средняя оценка (С) обозначает частичное соответствие (достаточно в основном) и означает *средний уровень*. Отрицательная оценка (Н) обозначает не соответствие состояния проверяемого объекта заданным нормам и требованиям, означает уровень *ниже среднего*. Анализ фонда контрольных (тестовых) заданий по оценке качества подготовки будущего учителя осуществляется по той же схеме, что и анализ качества рабочих программ дисциплин УП. Фонд контрольных (тестовых) заданий содержит следующие структурные компоненты: титульный лист; оборот титульного листа; пояснительную записку; контрольные задания. Оценка качества программы педагогической практики дается на соответствие требованиям стандарта «Положение о производственной практике студентов». Анализ качества и обеспеченности учебных дисциплин УМК оценивается коэффициентом готовности. На основе полученных результатов делается вывод о необходимости коррекции основной образовательной программе в целом по специальности.

Блок «Мониторинг и коррекция ООП» в данной компьютерной поддержке представлен следующим образом. Экран разделен на две части, в левой – представлены дисциплины, изучаемые студентами данной ОП, справа – выделены составные части учебно-методического комплекса (УМК), а также программы практик (производственная – по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, преддипломная – для выполнения выпускной квалификационной работы; научно-исследовательская работа). Программа автоматически высчитывает процент готовности каждого УМК дисциплин, а после того, как оценены все изучаемые дисциплины, высвечивается коэффициент обеспеченности учебных дисциплин УМК по всему профилю в целом. Для программ практик коэффициент готовности высчитывается отдельно. Далее подсчитывается среднее значение готовности ОП и на основе полученного результата анализируется необходимость в коррекции ОП в целом. Все остальные блоки компьютерной поддержки имеют аналогичную структуру.

В программе представлено шесть справочников, в которых можно ознакомиться с правилами заполнения каждого блока в целом и его структурных компонентов в отдельности.

Для оценки результативности инновационной деятельности по созданию средств и технологий относительно реализуемой ОП выявлены следующие показатели: форма новшества (публикация, научный отчет, разработка, документ, стандарт предприятия, технология, методика, методические указания, рабочая программа дисциплины, разработка текста лекции); масштаб новизны инновации в одной (не в одной) академической группе, на одном (не на одном) курсе, по одному (не одному) профилю, на одном факультете или ряде факультетов, в вузе, в других вузах города или регионов); частота применения инновации (разовые, повторяющиеся); эффект, полученный в результате инновации (влияние на развитие управления качеством подготовки магистров к профессиональной деятельности, на уровень обеспеченности качества подготовки магистров. Модель включает оценочные критерии каждого показателя. Каждый показатель оценивается в баллах от 0 до 9.

Блок «Контроль качества освоения дисциплин на соответствие требованиям ФГОС ВО 3+» предполагает анализ результатов текущей аттестации (средний балл успеваемости), итоговой государственной аттестации. По результатам текущей аттестации создается протокол и автоматически формируется база данных, содержащая информацию за весь период обучения с момента начала мониторинга. Макси-

мально объективная процедура тестирования позволяет сравнивать результаты обучаемых как по отдельным модулям, так и по предметам на протяжении всего периода обучения.

Измерение удовлетворенности потребителей основывается на результатах анкетирования первокурсников (потребность и ожидания), студентов, выпускников, преподавателей, внешних потребителей, работодателей. На основе полученных результатов производится коррекция ОП. Анкеты позволяют выявить ожидание и отношение поступающих на обучение в магистратуру первокурсников, студентов, выпускников, преподавателей, внешних потребителей, работодателей к качеству подготовки магистров и на основе полученных данных скорректировать ОП.

Разработанная система обеспечения качества подготовки магистров рассматривается как непрерывно действующая и развивающаяся система. Только в этом случае она дает возможность анализировать результативность и эффективность управления качеством подготовки будущего магистра, выявлять и устранять имеющиеся недостатки. Теоретическую основу концепции развития системы обеспечения качества подготовки будущего магистра составляют следующие принципы: регулярности, открытости, единообразия, документированности и интегративности (сроки и содержание определены программами самостоятельной работы студентов, определен порядок процедуры по измерению и анализу, оформление результатов в виде протокола определенной формы; процедуры по измерению и анализу интегрированы в образовательный процесс).

В заключение можно отметить, что эффективность функционирования системы обеспечения качества подготовки магистров подтверждена практикой: 40 % выпускников получили диплом с отличием.

Литература

1. Бугрова О.В. Об уточнении структуры и содержания компетенций учителя квалифицированно набирать математический текст / О.В. Бугрова // Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности - Материалы XXXV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – С. 172-179.

2. Бугрова О.В. Структура компетенций учителя относительно грамотного набора математического текста / О.В. Бугрова // Университетский комплекс как региональный центр образования, науки и культуры - Материалы Всероссийской научно-методической конференции. – Оренбург: ОГУ, 2016. – С. 1291-1297.

3. Голунова А.А. Обеспечение качества подготовки будущего учителя математики к реализации профильного обучения / А.А. Голунова // Наука и образование: проблемы и перспективы – Материалы Международной (заочной) научно-практической конференции. – Прага: Vydavatel «Osviceni», Нефтекамск: РИО НИЦ «Мир науки» 2016. – Том 1. – С. 5-9.

4. Голунова А.А. Подготовка будущего учителя математики к реализации профильного обучения в старшей школе: практический взгляд / А.А. Голунова // Новая наука: теоретический и практический взгляд – Материалы Международной (заочной) научно-практической конференции. – София: ИздательскаКъща «СОРОС», Нефтекамск: РИО НИЦ «Мир науки», 2016. – Том 4. – С. 11-17.

5. Зыкова Г.В. Методическое обеспечение дисциплины в системе внутренней гарантии качества / Г.В. Зыкова, А.С. Попов // Среднее профессиональное образование. – 2016. – Том № 6. – С. 14-17.

6. Зыкова Г.В. Формирование организационной компетентности учителя в условиях использования современных компьютерных технологий [Электронный ресурс] / Г.В. Зыкова, А.С. Попов // Интернет-журнал «Мир науки». – 2016. – Том 4, № 2. – Режим доступа: <http://mir-nauki.com/PDF/45PDMN216.pdf>

7. Попов А.С. Облачные сервисы как средство повышения качества образования / А.С. Попов // Innovations and modern pedagogical technologies in the education system – Materials of the VI international scientific conference on February 20–21. – Prague: Vedeckovydavatel'ske centrum «Sociosfera-CZ», 2016. – С. 212-214.

8. Уткина Т.И. Компетентность учителя в научно-исследовательской деятельности / Т.И. Уткина // Научная мысль Кавказа. Приложение. – 2006. – № 3. – С. 27-35.

9. Уткина Т.И. Система контроля качества подготовки будущего учителя как элемент внутривузовской системы качества / Т.И. Уткина, А.Н. Шитова // Гуманизация образования: научно-практический международный журнал. – 2008. – № 3. – С. 44 – 51.

10. Уткина Т.И. Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности / Т.И. Уткина // Стандартизация математического образования: проблемы внедрения и оценка эффективности - Материалы XXXV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Ульяновск: УлГПУ, 2016. – С. 180-183.

11. Уткина Т.И. Теоретико-методологические основы создания и развития системы менеджмента качества по данному направлению подготовки в высшем профессиональном образовании / Т.И. Уткина //

Управление качеством в профессиональном образовании [Текст]: монография. – Оренбург: ГБУ РЦРО, 2012. – С. 9-31.

12. Шитова А.Н. Компьютерное обеспечение системы контроля качества подготовки будущего учителя / А.Н. Шитова // Вестник университета (Государственный университет управления). – М.: ГУУ, 2009. – № 4. – С. 140 – 142.

13. ISO 9001:2000, QualityManagementsystems – Requirements = Международный стандарт: Система менеджмента качества. Требования / перевод и научно-техническое редактирование ВНИИ Сертификации

14. Профессиональный стандарт "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования)(воспитатель, учитель)" [Электронный ресурс], утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, 2013. – Режим доступа: <http://fgosvo.ru/uploadfiles/profstandart/01.001.pdf>

15. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (уровень магистратуры) [Электронный ресурс], утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 21 ноября 2014 г. № 1505. – Режим доступа: <http://fgosvo.ru/news/3/553>

УДК 378

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

**Хазыкова Т.С., кандидат педагогических наук,
Калмыцкий государственный университет имени Б.Б. Городовикова, г. Элиста
tschazikova@yandex.ru**

Аннотация. В условиях дефицита учебных пособий, удовлетворяющих требованиям новых стандартов, возникла необходимость появления новых учебников как средства качественной профессиональной математической подготовки учителя начальных классов. Автор делится своими планами по разработке учебного пособия по методике преподавания математики в начальной школе в контексте укрупнения дидактических единиц на основе компетентностного подхода.

Ключевые слова: математическая подготовка, учитель начальных классов, учебное пособие.

CURRENT ISSUES OF MATHEMATICAL TRAINING OF PRIMARY SCHOOL TEACHERS

**T.S. Hazykova, PhD,
Kalmyk state University named B.B. Gorodovikov, Elista
tschazikova@yandex.ru**

Abstract. The shortage of textbooks that meet the requirements of the new standards, there is a need for new textbooks as a means of quality professional mathematical training of primary school teachers. The author shares his plans for the development of a textbook on methods of teaching mathematics in the elementary school in the context of the enlargement of didactic units competency-based approach.

Keywords: mathematical education, elementary school teacher, textbook.

Необходимость подготовки учителя начальных классов с высоким уровнем компетенций определяется новыми Федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования, а изменения приоритетов целей начального общего образования в рамках новых федеральных государственных стандартов начального общего образования привели к внесению дополнений в его содержание. Все это требует тщательного анализа содержания математической подготовки будущих учителей начальных классов. Успешное развитие младших школьников при изучении математики требует от педагога глубоких математических знаний, а также понимания роли математики в познании окружающей

действительности. Подготовка учителя к работе по новым стандартам требует усиления профессиональной направленности вузовского курса математики [1]. Вместе с этим, необходимо формировать у студента ответственность за собственное профессионально-личностное развитие, так как это обеспечивает ему в будущем конкурентоспособность в современных условиях, становление его как профессионала, способного выполнять свои обязанности и постоянно расти как личность в инновационном поле деятельности.

Решение проблемы профессиональной математической подготовки учителя начальных классов во многом зависит от новых подходов, которые позволяют выявить эффективные методы и приемы обучения в вузе. Это позволит повысить качество математической подготовки учителей начальных классов.

Данная тема актуальна в плане содержания вузовских дисциплин по математике и методике преподавания математики в начальной школе в системе основных профессиональных образовательных программ по направлению подготовки «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование». С нашей точки зрения, именно это направление играет большую роль в процессе качественной профессиональной математической подготовки учителя начальных классов.

Основой нашего исследования являются работы известных отечественных математиков и методистов, которые внесли большой вклад в решение проблемы совершенствования математического образования на всех его уровнях и этапах. Это работы Н.Я. Виленкина, Г.Д. Глейзера, В.А. Гусева, Ю.М. Колягина, В.И. Мишина, В.М. Монахова, А.Г. Мордковича, А.С. Пчелко, А.М. Пышкало, Л.Н. Скаткина, И.М. Смирнову, Г.И. Саранцева, А.Я. Хинчина, П.М. Эрдниева, Б.П. Эрдниева и многих других.

Психологической базой нашего исследования являются работы М.Б. Воловича, Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Л.В. Занкова, В.А. Крутецкого, А.Н. Леонтьева, Н.А. Менчинской, Н.Ф. Талызиной, В.Д. Шадрикова и др.

Абсолютно очевидно, что решение проблемы совершенствования профессиональной подготовки учителя начальных классов к обучению математике, напрямую зависит от эффективного использования новых подходов, технологий, методических систем, позволяющих выявить те или иные резервы повышения качества подготовки учителей начальных классов и внедрить их в современную преподавательскую практику. Одним из таких технологий является технология укрупнения дидактических единиц, ованная академиком П.М. Эрдниевым.

В данной статье мы хотим поделиться с педагогической общественностью о наших планах, о нашем исследовании по проблеме поиска путей и средств совершенствования профессиональной подготовки учителя начальных классов к обучению математике на основе компетентностного подхода; а целью, в конечном счете – разработка учебного пособия по методике преподавания математики в начальной школе для студентов по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» в контексте укрупнения дидактических единиц (УДЕ).

Объект исследования: профессиональная подготовка учителя начальных классов к обучению математике.

Предмет исследования: возможности применения технологии УДЕ в процессе математико-методической подготовки учителя начальных классов в рамках реализации ФГОС.

Задачи исследования:

- разработать и апробировать вариативную составляющую образовательного стандарта (учебно-методический комплекс) в рамках дисциплины «Методика преподавания математики в начальной школе», в которое входит содержание математико-методической профессиональной подготовки учителя начальных классов на основе технологии УДЕ;

- разработать учебное пособие «Методика преподавания математики в начальной школе» в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование».

По результатам исследования ожидается провести анализ литературы по проблеме исследования; разработать и апробировать учебно-методический комплекс в рамках дисциплины «Методика преподавания математики в начальной школе» на основе технологии УДЕ; изготовить таблицы, наглядные пособия, модели геометрических фигур (макеты, эскизы); разработать учебное пособие «Методика преподавания математики в начальной школе».

Результаты исследования - возможный вклад в развитие методической системы укрупнения дидактических единиц, а также в расширение внутренних и внешних связей нашего университета как центра развития и поддержки технологии УДЕ.

И, в конечном счете, использовать в учебном процессе учебное пособие по методике преподавания математики в начальной школе для студентов по направлению подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль «Начальное образование» в контексте укрупнения дидактических единиц.

Разработка нового учебного курса на основе технологии укрупнения дидактических единиц позволит установить содержательные связи между курсами математики и методикой преподавания математики в начальной школе; окажет положительное влияние к более осознанному усвоению студентами сложного материала; обеспечит достаточную теоретическую базу в области математики. С помощью данной эффективной технологии уровень изучения математики поднимается на более высокий уровень формирования правильного понимания логики построения математических теорий и логических взаимосвязей. Для качественного выполнения роли учителя в становлении личности ребенка учитель начальных классов должен осознавать свою роль и быть подготовленным к ее реализации в профессиональном плане. Хорошая математическая подготовка будущего учителя начальных классов позволит улучшить качество учебного процесса в области математики.

Отличие технологии УДЕ П.М. Эрдниева от других технологий состоит в ее системности, в глубоком научном подходе, к видению и решению проблем, чем и объясняется качественное обновление структуры учебного процесса [2]. Для системы УДЕ характерно параллельное изучение сходных и взаимосвязанных тем и разделов учебных предметов, изучение исходных и обратных задач и др. Это создает благоприятные возможности для широкого использования сопоставления и противопоставления, анализу и синтезу и т.д. Реализация УДЕ при обучении студентов позволяет получить умения и навыки, необходимые в многообразной трудовой творческой деятельности. Обучение по системе УДЕ в новых условиях обретает статус научного направления в педагогике и выходит на новый уровень развития. УДЕ обучения – это одна из сторон образовательного процесса, состоящего из различных логических элементов, обладающих информационной важностью; обладает качествами системности и целостности, устойчивости и сохранности во времени и быстром проявлении в памяти; создает педагогические условия для развития творческой самостоятельности и инициативы студентов.

Таким образом, в условиях дефицита учебных пособий, удовлетворяющих требованиям новых стандартов, выбранная нами тема исследования направлена на качественную профессиональную подготовку учителя начальных классов.

Литература

1. Стойлова Л.П. Математическое образование учителя начальных классов в новых условиях / Л.П. Стойлова // Начальная школа. – 2010. – № 3. – С. 53.
2. Эрдниев Б.П. Технология УДЕ как ключ к развитию творческой личности и совершенствованию математического образования / Б.П. Эрдниев // Научная школа УДЕ: материалы IX международной научно-практической конференции. – Элиста, 2001. – С.11.

УДК 378

ОБУЧЕНИЕ МЕТОДАМ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Хамов Г.Г., доктор педагогических наук, профессор,

**Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург
gghamov@yandex.ru**

Тимофеева Л.Н., кандидат педагогических наук,

**Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург
tln142@mail.ru**

Аннотация. В работе описаны процессы конструирования двух видов неопределенных (диофантовых) уравнений с двумя переменными. Для решения такого вида уравнений используются свойства делимости, разложения многочлена на множители.

Ключевые слова: целое число, делимость, многочлен одной переменной, многочлен двух переменных, неопределенное уравнение, целочисленное решение, взаимно простые многочлены.

TRAINING DESIGN TASK WITH THE AIM OF IMPROVING THE QUALITY OF PREPARATION OF TEACHERS OF MATHEMATICS

**G.G. Khamov, doctor of pedagogical sciences, professor,
Russian State Hertsen University of Teaching, St. Petersburg
gghamov@yandex.ru**

**L.N. Timofeeva, the candidate of pedagogical sciences,
Military Mozhaisky Academy, St. Petersburg
tln142@mail.ru**

Abstract. This paper describes the design processes of the two types of indeterminate (Diophantine) equations with two variables. To solve this type of equations uses properties of separability, decomposition of a polynomial into factors.

Keywords: integer, divisibility, polynomial in one variable, polynomial two variable, indeterminate equation, integer solution, coprime polynomials.

Настоящее время в условиях непрерывного увеличения информации, постоянного быстрого изменения темпа жизни предъявляет все новые требования к образовательному процессу, который должен быть направлен на постоянный интеллектуальный рост обучаемых. В связи с этим повышение качества подготовки будущего учителя математики необходимо осуществлять в процессе изучения всех математических дисциплин в сочетании с необходимостью написания обучаемыми выпускной квалификационной работы, соответствующей современным требованиям на наличие в ней определенного процента оригинального текста. Одним из направлений является обучение студентов методам составления новых задач, уравнений, примеров, систем и т.д. [1]-[4].

Рассмотрим примеры применения элементов теории многочленов для составления задач теоретико-числового вида.

Исследуем возможности конструирования неопределенных уравнений вида

$$f(x)g(y) = m\varphi(x), \quad (1)$$

где $f(x)$, $\varphi(x)$, $g(y)$ – многочлены с целыми коэффициентами, m – фиксированное целое число, при этом многочлены $f(x)$ и $\varphi(x)$ выбираются взаимно простыми, так как в этом случае уравнение (1) может иметь целые решения для значений переменной x , при которых число $f(x)$ является делителем числа m .

Процесс составления уравнения (1) начинаем с подбора взаимно простых многочленов $f(x)$ и $\varphi(x)$. Рассмотрим, например, вариант многочленов первой и второй степеней

$$f(x) = x + c, \quad \varphi(x) = x^2 + ax + b.$$

Преобразуем многочлен $\varphi(x)$:

$$\begin{aligned} \varphi(x) = x^2 + ax + b &= (x^2 + cx) + (ax - cx) + b = x(x + c) + (a - c)x + b = x(x + c) + [(a - c)x + c(a - c)] - \\ & c(a - c) + b = x(x + c) + (a - c)(x + c) - c(a - c) + b = (x + a - c)(x + c) + b - c(a - c) \end{aligned}$$

Отсюда следует, что наибольший общий делитель многочленов $f(x)$ и $\varphi(x)$ равен 1, если $b - c(a - c) = \pm 1$, то есть

$$b = c(a - c) \pm 1. \quad (2)$$

Выбирая в равенстве (2), например, $c = 3$ и $+1$, получаем линейное неопределенное уравнение

$$3a - b = 8,$$

решениями которого являются числа, определяемые формулами:

$$\begin{cases} a = t + 3 \\ b = 3t + 1 \end{cases}, t - \text{целое число.} \quad (3)$$

Для дальнейшего построения конкретного уравнения в формулах (3) полагаем, например, $t = 2$: $a = 5$, $b = 7$.

Уравнение (1) принимает вид

$$(x + 3)g(y) = m(x^2 + 5x + 7).$$

Далее выбираем число m , для примера полагаем $m = 2017$. Получаем уравнение

$$(x + 3)g(y) = 2017(x^2 + 5x + 7) \quad (4)$$

Так как многочлены $x + 3$ и $x^2 + 5x + 7$ взаимно просты, то чтобы уравнение (4) могло иметь целые решения, число $x + 3$ должно быть делителем числа 2017 при некотором целом значении x . Так как число 2017 простое, то его делители ± 1 ; ± 2017 ; полагаем, например, $x + 3 = 1$, то есть $x = -2$ и

$$g(y) = 2017. \quad (5)$$

Заметим, что если число m – простое, то дальнейшая вычислительная работа будет наименьшей.

Будем выбирать многочлен $g(y)$ таким образом, чтобы уравнение (5) имело целое решение. Наиболее простой вариант, если $g(y)$ – многочлен первой степени. Но мы рассмотрим пример уравнения второй степени:

$$g(y) = y^2 + dy + k \quad (6)$$

Для определения коэффициентов d , k выбираем целочисленное значение для переменной y , например, $y = 45$. Подставляя это значение y в уравнение (5) получаем линейное уравнение относительно d , k :

$$45d + k + 8 = 0,$$

решения которого определяются формулами

$$\begin{cases} d = -t - 1 \\ k = 45t + 37 \end{cases}, t - \text{целое число.}$$

Полагая, например, $t = 0$ получаем по формуле (6) $g(y) = y^2 - y + 37$.

Таким образом, составленное уравнение имеет вид

$$(x + 3)(y^2 - y + 37) = 2017(x^2 + 5x + 7), \quad (7)$$

одним из решений которого являются числа $x = -2$, $y = 45$. Кроме того, уравнение (5) $y^2 - y + 37 = 2017$ имеет еще одно решение $y = -44$, и, следовательно, уравнение (7) имеет еще одно решение $x = -2$, $y = -44$. Далее надо проверить возможные решения уравнения (7) при $x + 3 = -1$, $x + 3 = 2017$, $x + 3 = -2017$. Других решений нет.

Для конструирования неопределенных уравнений могут быть использованы известные формулы разложения многочлена на множители [1]. Опишем процесс составления уравнения вида

$$mx^2 + nxy + py^2 = k \quad (8)$$

с помощью формулы

$$(ax + by)(cx + dy) = acx^2 + (ad + bc)xy + bdy^2. \quad (9)$$

Вначале выбираем число k , например, $k = 7$. Используя равенство (9), приравниваем множители его левой части числам одного из возможных вариантов разложения числа 7 на два множителя, например,

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = 7 \end{cases} \quad (10)$$

Далее производим подбор либо коэффициентов, либо значений переменных x , y ; полагаем, например, $x = 2$, $y = 3$ и получаем два линейных уравнения $2a + 3b = 1$, $2c + 3d = 7$, решения которых определяются формулами:

$$\begin{cases} a = 3t + 2 \\ b = -2t - 1 \end{cases}, \begin{cases} c = 3s + 2 \\ d = -2s + 1 \end{cases}, t, s - \text{целые числа.}$$

При выборе, скажем, $t = 3$, $s = 1$ получаем $a = 11$, $b = -7$, $c = 5$, $d = -1$ и составляем уравнение

$$(11x - 7y)(5x - y) = 7 \Leftrightarrow 55x^2 - 46xy + 7y^2 = 7 \quad (11)$$

Исходя из всех возможных разложений числа $k = 7$ на два множителя находим все множество решений уравнения (11): $\{(2;3), (-2;-3), (0;1), (0;-1)\}$

В процессе изучения методов составления диофантовых уравнений студенты сталкиваются с применением знаний из различных разделов алгебры и теории чисел, в частности, рассматривают решения линейных неопределенных уравнений; построение взаимно простых многочленов; доказательства взаимной простоты многочленов; способы нахождения целочисленных решений уравнений с целыми коэффициентами степени не менее двух, что способствует повышению качества их подготовки. Актуализация этих знаний способствует повышению мотивации обучения, делает изучаемый материал более разнообразным, снижает степень его формализма, практическое применение изученного теоретического материала способствует его лучшему пониманию и запоминанию. А полученные знания пригодятся в будущей профессиональной деятельности, так как обучение школьников основам исследовательской творческой деятельности входит в задачу современного учителя.

Литература

1. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. Об организации самостоятельной познавательной деятельности студентов в процессе математической подготовки. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. //Современные проблемы и тенденции развития физико-математического образования. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Тобольск: филиал ТюмГУ, 2015. – С. 144-147.

2. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. О формировании мотивационно-ценностного компонента математической подготовки будущего учителя. //Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2015. – №5. – С. 108-112.

3. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. О совершенствовании профессиональной подготовки будущего учителя математики. //Международный научно-исследовательский журнал. Екатеринбург. – 2016. – №1 (43). – Ч.4. – С. 57-60.

4. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. Методика конструирования арифметических задач при изучении теоретико-числовых тем. //Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. Ярославль: Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2016. – №3. – С. 84-87.

УДК 378.146

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИЕМОВ ФОРМИРУЮЩЕГО ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

**Шатрова Ю.С., кандидат педагогических наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет, г. Самара
shatrova.julia.s@gmail.com**

**Иванюк М.Е., кандидат педагогических наук, доцент,
Самарский государственный социально-педагогический университет, г. Самара
ivanyuk.maria@yandex.ru**

Аннотация. Формирующее оценивание позволяет определить уровень достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы обучающихся. Приемы формирующего оценивания целесообразно использовать при обучении будущих учителей математики. Такой подход делает студента субъектом оценки, позволяет присвоить технологию.

Ключевые слова: образовательные стандарты, формирующее оценивание, приемы, критерии оценивания, учителя математики.

USING TECHNIQUES OF FORMATIVE EVALUATION IN TEACHING OF MATHEMATIC DISCIPLINES TO FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

**Y.S. Shatrova, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Samara State University of Social Sciences and Education, Samara
shatrova.julia.s@gmail.com**

**M.E. Ivanyuk, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Samara State University of Social Sciences and Education, Samara
ivanyuk.maria@yandex.ru**

Abstract. The formative evaluation allows to determine the level of achievement of the planned results of mastering the basic educational program of students. The methods of formative evaluation should be used when teaching future mathematics teachers. Such approach does the student by a subject of an assessment, allows to appropriate technology.

Keywords: educational standards, formative evaluation, techniques, evaluation criteria, teachers of mathematics.

Система оценки достижения планируемых результатов освоения основной образовательной программы – один из инструментов реализации требований Федерального государственного образовательного стандарта соответствующего уровня образования, направленный на обеспечение качества образования, предполагая вовлеченность в оценочную деятельность как педагогов, так и обучающихся. В связи с этим наиболее эффективной технологией оценивания, на наш взгляд, является технология формирующего оценивания.

Под формирующим оцениванием будем понимать оценивание в процессе обучения, когда анализируются знания, умения, ценностные установки и оценки, а также поведение учащегося, устанавливается обратная связь учитель-ученик [1]. Такой способ оценивания направлен на определение индивидуальных достижений каждого обучающегося, призван выявить пробелы в освоении учащимися элемента содержания образования с тем, чтобы восполнить их с максимальной эффективностью. При таком подходе обучающийся становится субъектом образовательной и оценочной деятельности.

При обучении бакалавров направления подготовки “Педагогическое образование” профилями подготовки “Математика” и “Информатика” по каждой дисциплине разработаны Балльно-рейтинговые карты дисциплин. Такой способ оценивания позволяет студенту получить опыт постановки целей, планирования своего образовательного маршрута, результатов обучения, контроля уровня их достижения.

Более того действующие в школе Федеральные государственные образовательные стандарты предъявляют новые требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы, поэтому учителю необходимо иметь соответствующий инструментарий оценивания как предметных, так и метапредметных образовательных результатов.

Овладение приемами, способами оценивания достижений образовательных результатов обучающихся будущим учителем математики следует обеспечить не только в рамках дисциплин по методике обучения математике, но и при изучении математических дисциплин профессионального цикла. Присвоение приемов технологии формирующего оценивания на уровне применения в профессиональной деятельности будущим учителем математики становится наиболее эффективным при условии обучения студента в режиме использования рассматриваемой технологии.

В ходе изучения дисциплин “Математическая логика и теория алгоритмов” и “Дискретная математика” по итогам изучения темы используем следующий прием - “Индекс-карточки”. Студентам раздаются карточки с заданиями на обеих сторонах. На первой стороне необходимо перечислить основные мысли и идеи из изученного материала и обобщить их, на второй стороне студенту необходимо выделить какой материал был непонятен, сформулировать вопросы. В результате такой работы имеем возможность проанализировать трудности, возникшие у студентов, выявить тот материал, по которому необходимо провести повторное объяснение. Используемый прием “Вопросы для тестов” позволяет сделать вывод о понимании темы. В результате работы студентам необходимо составить вопросы по какой-либо теме и дать на них ответ в заданном преподавателем формате, наиболее удачные вопросы можно использовать в дальнейшей работе. В ходе занятия студентам предлагаются задания с преднамеренными ошиб-

ками, особенно часто практикуем такие задания при изучении темы “Высказывания. Операции над высказываниями” в рамках дисциплины “Математическая логика и теория алгоритмов”. Студентам выдаются задания с ошибочными формулировками составных высказываний, полученных из простых с помощью логических связок. Задания с формулировками прямых, обратных, противоположных и обратных противоположным теорем, в которых необходимо выявить истинные и ложные утверждения.

Прием «Вопросы по задаче» может быть использован на практических занятиях. Например, в рамках изучения дисциплины «Алгебра» при повторении темы «Линейные пространства» студентам предлагается задание:

1. Найдите пространство решений системы линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0; \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0; \\ 4x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

Задание выполняется совместно, пошагово, с комментированием каждого этапа.

2. Необходимо каждому студенту придумать по 7 вопросов (за определенное время) по данной задаче.

Далее работа происходит в парах: студенты меняются тетрадями и отвечают на вопросы, которые придумал «сосед». В процессе выполнения этого задания студентам общаться друг с другом (уточнять предложенные вопросы) не разрешается. В заключение работы студенты оценивают ответы на свои вопросы, корректность сформулированных вопросов одноклассником. Критерии оценки оговариваются заранее.

Такой вид работы позволяет научить студента задавать корректные вопросы по заданию, проводить рефлексию собственных знаний, способствует формированию компетенций, включающих в себя владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижению, способность логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Технология формирующего оценивания предполагает наличие критериальной системы оценивания. Поэтому балльно-рейтинговые карты дисциплин включают в себя задания с сформулированными критериями оценивания. Приведем некоторые примеры:

Тип задания	Критерии оценки
Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач	0,5 балла – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя 1 балл – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, <i>самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения</i> 1,5 балла – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, <i>предлагает свое (оригинальное) решение</i>
Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях	0 баллов – теоретический материал не освоен 0,5 балла – студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства 1 балл – студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, <i>умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы</i>
Составление задачи по заданным критериям Пример задания. Придумайте систему линейных уравнений, удовлетворяющую условиям: 1) количество неизвестных не менее 5; 2) система имеет бесчисленное множество решений; 3) свободных неизвестных не менее двух.	1 балл – студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать 2 балла – студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, <i>умеет оценить решение другого студента, умеет объяснить решение</i>

Следующее задание предлагается в рамках дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов»:

- изобразите на координатной плоскости множество истинности предиката « $x^2 + y^2 > 4$ » → « $xy > 0$ », заданного на множестве $R \times R$.

Критерии оценивания данного задания предполагают выставление следующих баллов:

2 балла ставится в случае правильного решения задачи;

1 балл ставится в случае, если допущена ошибка: не правильно определена область одного из простых предикатов;

0 баллов ставится в случае, если задание выполнено неправильно.

Согласно таксономии Б.Блума для определения уровня достижения образовательного результата можно использовать следующие формулировки заданий:

- уровень ознакомления (запоминания): сгруппируйте, составьте список понятий, список теорем, ранжируйте, расположите в определенном порядке;

- уровень понимания: покажите связи, объясните причины, прокомментируйте, приведите пример, сформулируйте вопросы;

- уровень применения: изобразите графически, решите задачу с использованием изученных понятий, найдите разные способы решения задачи, разработайте фрагмент занятия;

- уровень анализа: постройте классификацию, сравните подходы, способы решения задачи, составьте перечень основных свойств рассматриваемых понятий;

- уровень синтеза: придумайте задание с учетом сформулированных условий, разработайте алгоритм, сформулируйте возможные вопросы/затруднения учащихся по задаче/теме, выскажите предположение, сформулируйте гипотезу, докажите утверждение;

- уровень оценки: ранжируйте и обоснуйте, проведите экспертизу состояния, определите критерии оценки; предложите варианты, составьте рекомендации.

При организации занятий по математическим дисциплинам используются и листы самооценки/рефлексии, обеспечивающие также и обратную связь.

Таким образом, работая со студентами профилей подготовки “Математика” и “Информатика”, т.е. с будущими учителями, в рамках алгоритма организации формирующего оценивания:

1) определение планируемых результатов обучения;

2) организация деятельности обучающегося по планированию и достижению субъективно значимых образовательных результатов;

3) сопровождение достижения обучающимися запланированных результатов с помощью механизмов обратной связи, мы обеспечиваем продвижение студента, совместно со студентом делая выводы о его собственных достижениях, помогаем формировать умения обучающегося оценивать свои образовательные результаты, выбирать способы и темпы достижения образовательных результатов, уровень их освоения, способствуем превращению студента в субъект оценивания, обеспечиваем присвоение технологии формирующего оценивания будущим учителем математики на уровне применения.

Литература

1. Логвина И., Рождественская Л. Инструменты формирующего оценивания в деятельности учителя-предметника: учебное-пособие. - Narva: TartuUikool, 2012.

УДК 378

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЯ К ФОРМИРОВАНИЮ МЕТАПРЕДМЕТНОГО ЗНАНИЯ УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Шкерина Л.В., доктор педагогических наук, профессор,

**Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, г. Красноярск
Shkerina@mail.ru**

Аннотация. В статье анализируется дидактический потенциал дисциплин вариативной части теоретической подготовки будущего учителя математики для развития его способности к формированию метапредметного знания учащихся при обучении математике. Предложен междисциплинарный образовательный модуль как организационно-педагогическое условие реализации выявленного дидактического потенциала.

Ключевые слова: метапредметность обучения, междисциплинарные модули, будущий учитель математики, способность, формирование, метапредметное знание.

DIDACTIC POTENTIAL OF THE VARIABLE PART OF PROGRAMS FOR TRAINING OF THE TEACHER FOR FORMATION OF METASUBJECT KNOWLEDGE OF PUPILS WHEN TRAINING IN MATHEMATICS

**L.V. Shkerina, doctor of education, professor,
Krasnoyarsk state pedagogical university named aafter V.P. Astafyev, Krasnoyarsk
Shkerina@mail.ru**

Abstract. In article the didactic potential of disciplines of a variable part of theoretical training of future teacher of mathematics for development of his ability to formation of metasubject knowledge of pupils when training in mathematics is analyzed. The cross-disciplinary educational module as an organizational and pedagogical condition of realization of the revealed didactic potential is offered.

Keywords: metaconcreteness of training, cross-disciplinary modules, future mathematics teacher, ability, formation, metasubject knowledge.

Среди основных требований федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) к результатам обучения школьников особо выделены метапредметные знания. В этой связи перед учителем математики ставится задача достижения не только предметного, но и метапредметного результатов обучения математике. В настоящее время выпускник – будущий учитель математики должен быть готов к использованию средств математических дисциплин для формирования такого результата. Этот аспект подготовки будущих учителей математики является относительно новым и требует системного изучения дидактических возможностей предметных областей, в том числе и математических дисциплин, для формирования метапредметного знания обучающихся.

Для решения поставленной задачи учитель, во-первых, должен сам владеть понятием «межпредметное знание», а во-вторых, уметь это знание формировать у учащихся. Первое из названных качеств будущего учителя математики необходимо формировать в процессе его теоретической подготовки, при обучении математике, физике, информатике и другим дисциплинам.

Мета (от греч. meta – между, после, через) часть сложных слов, означающих промежуточность, следование за чем-либо, переход к чему-либо другому [4, с. 795]. Метапредметные знания в контексте этого понятия – это знания «между» и «после» предметные, то есть знания межпредметные и надпредметные, осознанные и осмысленные в системе понятий одной или нескольких дисциплин. На основе таких знаний обучающихся формируется их целостная картина мира.

Очевидно, что учитель, не владеющий метапредметными знаниями, вряд ли может формировать средствами преподаваемого предмета метапредметные знания обучающихся.

ФГОС ВО по направлению подготовки «Педагогическое образование» не содержит требований к обеспечению педагогических условий формирования метапредметных знаний будущих учителей предметников. Однако используемые в настоящее время организационные формы теоретической подготовки студентов (лекции, семинары, лабораторные работы) и предметно-дисциплинарное обучение имеют значительные ограничения для формирования их метапредметных компетенций. Одним из основных педагогических условий формирования метазнаний является междисциплинарный (поликонтекстный) предмет учебной деятельности студентов. Под поликонтекстным предметом учебной деятельности студентов мы понимаем некий кластер междисциплинарных, практико-ориентированных и профессионально-направленных заданий, при выполнении которых необходимо интегративно использовать знания и методы нескольких учебных дисциплин [5, с.67]. Только такой предмет обучения позволяет использовать знания и методы одной учебной дисциплины для решения задач другой. При такой деятельности студенты осваивают метапредметные знания, погружаются в ситуации, когда предметное знание не является самоцелью, а используется как средство решения различных задач.

Отмеченная специфика предмета и целей деятельности студентов, очевидно требует поиска новых организационных форм теоретического обучения. Нужно отметить, что в настоящее время учеными-

педагогами и практиками предпринимаются попытки изучения условий формирования у обучающихся, в том числе у будущего учителя математики межпредметных и надпредметных знаний как метапредметных [1, 2, 3, 5]. Новые ФГОС ВО, регламентирующие модульные образовательные программы, позволяют в блоке теоретической подготовки бакалавров создавать и реализовывать специальные модули в поддержку дисциплин для выхода на метапредметность результата обучения. Позитивную роль в решении вопросов создания организационных условий формирования метапредметных знаний могут сыграть специальные междисциплинарные модули, в рамках которых студенты вовлекаются в активную деятельность решения актуальных задач по использованию методов одной дисциплины для решения задач другой. В учебном плане направления подготовки «Педагогическое образование» такие модули могут быть включены в вариативную часть блока теоретической подготовки бакалавров педагогического направления – будущих учителей математики.

Специфика метапредметного результата учебной деятельности студентов в рамках междисциплинарных модулей определяет основные виды этой деятельности: исследование, проектирование, моделирование, прогнозирование как условия освоения метазнаний.

Сформулируем требования к содержанию междисциплинарного модуля как предмета учебной деятельности студентов, направленной на получение метапредметного знания.

Во-первых содержание такого модуля должно быть представлено когнитивным компонентом, который содержит знания, востребованные в деятельности студента по решению задач. Во-вторых, содержание модуля не может не включать деятельностный компонент – методы предметных областей дисциплин, которые будут востребованы при решении междисциплинарных задач. В-третьих, для осознания и понимания сути метапредметного знания в содержании междисциплинарного модуля рефлексивно-оценочный компонент.

Уточним, что в основе когнитивного компонента модуля должен быть некоторый базовый комплекс предметных и профессиональных знаний из различных дисциплин профильной подготовки бакалавра – будущего учителя математики, которые были им освоены в процессе их изучения. Здесь должны быть только те знания, которые будут непосредственно использованы студентами для достижения целей их деятельности в рамках основных целей этого модуля. Когнитивный компонент должен формироваться по принципу его дидактической недостаточности, то есть знаний из базового комплекса, как правило, должно быть недостаточно студенту для решения стоящих перед ним задач, причем настолько, чтобы он мог самостоятельно прийти к такому заключению. Это является важным предопределяющим фактором осознания студентом учебной проблемы.

Деятельностный компонент содержания модуля по выбору проектирует предмет всех видов деятельности (действий) студентов в рамках данного модуля, необходимых для достижения целей его изучения. В состав этого компонента включаются учебно-познавательные и квазипрофессиональные задачи по профилю подготовки бакалавра, в решении которых используется комплекс знаний когнитивного компонента.

Учебно-познавательные задачи составляют предмет учебной деятельности студента, в которой осваиваются основные методы познания, навыки самообразования и самоорганизации.

Квазипрофессиональные задачи - это задачи с профессиональным контекстом, для решения которых нужно выполнять элементы будущей профессиональной деятельности в условиях моделируемых профессиональных ситуаций. Они составляют предмет квазипрофессиональной деятельности студентов, направленной на освоение конкретных действий будущей профессиональной деятельности в условиях локальной образовательной среды вуза [6].

В логике принятой постановки основных целей освоения студентами модуля при проектировании его содержания представляется целесообразным выделять в нем предмет рефлексивной деятельности студентов, в которой формируются умения самоанализа и самооценки, ценностные отношения к результатам обучения. Без этого компонента содержание модуля как предмет деятельности студентов по его освоению не будет достаточно полным относительно возможности реализации ими тех характерных действий, вследствие которых развиваются и формируются метапредметные знания.

Содержание модуля, сформированное в соответствии с этими требованиями, будет межпредметным, практико-ориентированным и профессионально-направленным.

В таком содержании реализуется дидактический потенциал дисциплин вариативной части теоретической подготовки будущих учителей математики для формирования их метапредметных знаний как

необходимой составляющей способности формировать такие знания у школьников при обучении математике.

Литература

1. Берсенева О.В. Модель формирования готовности будущих учителей математики к организации исследовательской деятельности школьников/ О.В. Берсенева // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2017. - № 1. – С. 56-58.
2. Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход/ А.А. Вербицкий. – М.: Высшая школа. – 2001. – 276 с.
3. Прокудина Ю.А. Формирование метапредметных знаний старшеклассников в условиях профильного обучения [Электронный ресурс] / Ю.А. Прокудина. – Режим доступа: <http://gisap.eu/ru/node/1384>.
4. Советский энциклопедический словарь. Москва «Советская энциклопедия», 1987. – 1600 с.
5. Шкерина Л.В. Междисциплинарные модули в программе бакалавриата педагогического направления подготовки: проектирование и реализация/ Л.В. Шкерина //Образование и общество. – 2015. - № 1 (90). – С. 65- 70.
6. Шкерина Л.В. Обновление системы качества подготовки будущего учителя в педагогическом вузе: монография/ Л.В. Шкерина. – Красноярск. – 2005. – 274 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

CASTEL FREDERIC, Université de Reims Champagne Ardenne, France

KOSHELEVA OLGA, PhD, associate professor, University of Texas at El Paso; olgak@utep.edu

KREINOVICH VLADIK, PhD, professor, University of Texas at El Paso; vladik@utep.edu

MARIANA ALVIDREZ, University of Texas at El Paso, USA; malvidrez2@miners.utep.edu

MOURAT TCHOSHANOV, University of Texas at El Paso, USA; mouratt@utep.edu

OSEGUEDA ESCOBAR MARTHA, student, University of Texas at El Paso; mcoseguedaescobar@miners.utep.edu

ZAPATA FRANCISCO, PhD, instructor, University of Texas at El Paso; fazg74@gmail.com

АБРАМОВА ОЛЕСЯ МИХАЙЛОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры физико-математического образования физико-математического факультета Арзамасского филиала Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, г. Арзамас; olesia144@mail.ru

АГАФОНЦЕВ ВАЛЕРИЙ ВАСИЛЬЕВИЧ, кандидат технических наук, Псковский государственный университет, г. Псков; fon-valery-ag@yandex.ru

АКИНДИНА АННА СЕРГЕЕВНА, аспирант 1 курса Института детства Российского государственного университета им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург; учитель начальных классов ГБОУ школа № 207 с углубленным изучением английского языка, г. Санкт-Петербург; lime-anya@yandex.ru

АЛЕКСЕЕВА ЕЛЕНА ЕВГЕНЬЕВНА, старший преподаватель кафедры математических дисциплин ДПО ГБОУ ВО МО «Академия социального управления», г. Москва; МОУ СОШ № 9, г. Павловский Посад; alekseeva.ok@mail.ru

АНТОНОВА ЕЛЕНА ИВАНОВНА, кандидат педагогических наук, Институт развития образования, г. Владимир; antonova-e-i@mail.ru

АСЛАНОВ РАМИЗ МУТАЛЛИМ ОГЛЫ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий отделом «Научно-технической информации» Института математики и механики Национальной Академии Наук Азербайджана, Азербайджан, г. Баку; r_aslanov@list.ru

БЕРЕБЕРДИНА СВЕТЛАНА ПЕТРОВНА, соискатель кафедры элементарной математики и методики обучения математике, Московский педагогический государственный университет, заместитель директора МАОУ СОШ №8 им. Ц.Л. Куникова города-курорта Геленджик; sbereberdina@yandex.ru

БАГОУТДИНОВА АЛЬФИЯ ГИЗЗЕТДИНОВНА, кандидат технических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; bagoutdinova@rambler.ru

БОГДАНОВ ПАВЕЛ СЕРГЕЕВИЧ, кандидат физико-математических наук, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара; poulsmb@rambler.ru

БОГДАНОВ СЕРГЕЙ НИКОЛАЕВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Самарский филиал ГАОУ ВО «Московский городской педагогический университет», г. Самара; bogdanovsan@rambler.ru

БОГДАНОВА ЕЛЕНА АНАТОЛЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, г. Самара; bogdanovaea2014@gmail.com

БОЖЕНКОВА ЛЮДМИЛА ИВАНОВНА, доктор педагогических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; krasell1@yandex.ru

БОТАШЕВА ЗАМИРА ХУСЕЙЕВНА, старший преподаватель кафедры алгебры и геометрии Карачаево-черкесского государственного университета имени У.Д. Алиева, г. Карачаевск

БУКУШЕВА АЛИЯ ВЛАДИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, г. Саратов; bukusheva@list.ru

БУРЫКИН ИЛЬЯ ГЕННАДИЕВИЧ, научный сотрудник, Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, г. Москва; ilia.burykin@sdo.msu.ru

БУШМЕЛЕВА НАТАЛЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Вятский государственный университет, г. Киров; na_bushmeleva@vyatsu.ru

ВАЛИЕВА САГИДА МИНИХАНОВНА, учитель математики и физики первой квалификационной категории, МОУ «Утар-Атынская средняя общеобразовательная школа» Арского муниципального района РТ, Sag1975@mail.ru

ВАРАНКИНА ВЕРА ИВАНОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Вятский государственный университет, г. Киров; veravarankina@gmail.com

ВАСИЛЬЕВА ЕЛЕНА АНАТОЛЬЕВНА, учитель математики, МБОУ «Лицей №116 им.М.И.Махмутова», г. Казань; elenavasilieva116@yandex.ru

ВДОВИЧЕНКО АЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА, ассистент кафедры основ математики и информатики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов; vdovichenkoa@yandex.ru

ВЕЧТОМОВ ЕВГЕНИЙ МИХАЙЛОВИЧ, доктор физико-математических наук, профессор, Вятский государственный университет, г. Киров; vecht@mail.ru

ВИНТИШ ТАТЬЯНА ЮРЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск

ВЛАСОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва; DAV495@gmail.com

ВЛАСОВА ИРИНА НИКОЛАЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и методики обучения математике Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета, г. Пермь; vlasova@pspu.ru

ВЛАСОВА СВЕТЛАНА АЛЕКСАНДРОВНА, кандидат педагогических наук, МБОУ «Гимназия №5», г. Рязань; svetlanaalexvl@yandex.ru

ВОЛОКОБИНСКИЙ МИХАИЛ ЮРЬЕВИЧ, доктор технических наук, Санкт-Петербургский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, г. Санкт-Петербург; MYVolokobinskij@fa.ru

ВОРОЖЦОВА ВЕРА МИХАЙЛОВНА, преподаватель кафедры математики и информатики, Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко, г. Глазов; vorozhtsova.vera@gmail.com

ВОРОНЦОВА ВАЛЕРИЯ ЛЕОНИДОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, кафедра общей математики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; milen99@yandex.ru

ВЫБОРНОВА АЛЕНА ВЯЧЕСЛАВОВНА, учитель истории, МБОУ «Лицей №116 им. М.И. Махмутова», г. Казань; 4522000144@edu.tatar.ru

ГАВРИЛОВ ВЛАДИМИР КОНСТАНТИНОВИЧ, кандидат физико-математических наук, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, г. Красноярск; gavrilov1009@mail.ru

ГАВРИЛОВА МАРГАРИТА АЛЕКСЕЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, Пензенский государственный университет, г. Пенза; margogavr@yandex.ru

ГАВРИЛОВА ТАМАРА ЮРЬЕВНА, МОУ Дергаевская СОШ №23, д. Дергаево; tomagavrilova@mail.ru

ГАЙНУТДИНОВА ТАТЬЯНА ЮРЬЕВНА, кандидат технических наук, доцент, Казанский федеральный университет, г. Казань; tgainut@mail.ru

ГАЛУШКИНА Д.В., Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск

ГЕРБЕКОВ ХАМИД АБДУЛОВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой алгебры и геометрии Карачаево-черкесского государственного университета имени У.Д. Алиева, г. Карачаевск; hamit_gerbekov@mail.ru

ГИЛЬМУЛЛИН МАНСУР ФАЙЗРАХМАНОВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Елабуга; Gilt_edged@mail.ru

ГЛАВАЦКИЙ СЕРГЕЙ ТИМОФЕЕВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, г. Москва; serge@rector.msu.ru

ГРИНШПОН ЯКОВ САМУИЛОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный университет, г. Томск; grinshpon@mail.ru

ДЕНИСОВА МАРИЯ ИВАНОВНА, кандидат педагогических наук, профессор, Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина, г. Рязань; mivden@yandex.ru

ДЕНИСОВА МАРИНА ЮРЬЕВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский федеральный университет, Казань; denisova_mar@mail.ru

ДМИТРИЕВА ЮЛИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, старший преподаватель, Новосибирский государственный университет, Г. Новосибирск; yudmitrieva@gmail.com

ДРОБЫШЕВ ЮРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, г. Калуга; drobyshev.yury2011@yandex.ru

ДРОБЫШЕВА ИРИНА ВАСИЛЬЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, Калужский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, г. Калуга; drobysheva2010@yandex.ru

ДЯТЛОВ ВЛАДИМИР НИКОЛАЕВИЧ, кандидат физико-математических, доцент, Южный математический институт ВНЦ РАН, Владикавказ, Новосибирский государственный университет; vndyatlov@gmail.com

ЕВСЕЕВА АЛЕКСАНДРА АНДРЕЕВНА, учитель математики МБОУ «Лицей №1» Чистопольского муниципального района Республики Татарстан; aleksandra25_10@mail.ru

ЕВСЮКОВА ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Тюменский государственный университет, г. Тобольск; l-evsjukova@rambler.ru

ЕГУПОВА МАРИНА ВИКТОРОВНА, доктор педагогических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; mv.egupova@mpgu.edu

ЕНИКЕЕВА СВЕТЛАНА РАШИДОВНА, кандидат физико-математических наук, ФГБОУ ВПО «Казанский национальный исследовательский технологический университет», г. Казань; enikeeva.svetlana@mail.ru

ЕРМАКОВ ВЛАДИМИР ГРИГОРЬЕВИЧ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины, Гомель, Беларусь; vgermakov@gmail.com

ЖУРАВЛЕВА МАРИЯ ИГОРЕВНА, магистрант, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

ЗАБЕЛИНА СВЕТЛАНА БОРИСОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный областной университет, г. Москва; zabelina_sb@mail.ru

ЗАРИПОВА ЗУЛЬФИЯ ФИЛАРИТОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Альметьевский государственный нефтяной институт, г. Альметьевск; zaripova1968@yandex.ru

ЗЕЛИМОВА АЛЬБИНА РАШИДОВНА, студентка 5 курса, Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, г. Ульяновск albinazelimva@mail.ru

ЗНАЕНКО НАТАЛЬЯ СЕРГЕЕВНА, доцент, Ульяновский институт гражданской авиации им. Гл. маршала авиации Б.П. Бугаева, г. Ульяновск; znaenns@mail.ru

ЗУБАРЕВА ИРИНА ИВАНОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский городской педагогический университет, г. Москва; i_zubareva@mail.ru

ЗУБКОВА ЮЛИЯ АЛЕКСЕЕВНА, кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин, Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, г. Пенза; yul.zubkova.86@mail.ru

ИВАНЮК МАРИЯ ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Самарский государственный социально-педагогический университет, г. Самара; ivanyuk.maria@yandex.ru

ИГНАТОВА ОЛЬГА ГРИГОРЬЕВНА, МОУ Дергаевская СОШ №23, д. Дергаево

ИГНАТУШИНА ИНЕССА ВАСИЛЬЕВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра математического анализа и методики преподавания математики Оренбургский государственный педагогический университет, г. Оренбург; streleec@yandex.ru

ИГОШИН ВЛАДИМИР ИВАНОВИЧ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, г. Саратов; igoshinvi@mail.ru

КАБИНА СВЕТЛАНА ВАСИЛЬЕВНА, преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин, Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, г. Пенза; kabina210777@mail.ru

КАЛИНИН СЕРГЕЙ ИВАНОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Вятский государственный университет, г. Киров; kalinin_gu@mail.ru

КАШИРСКАЯ ЮЛИЯ СЕРГЕЕВНА, старший преподаватель, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск; pavlova1505@mail.ru

КАШТАНОВА ЕЛЕНА КИРИЛЛОВНА, ст. преподаватель, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; mst-stat@mail.ru

КАЮМОВА АЛИСА АЙРАТОВНА, учитель математики, МБОУ «Школа №161», г. Казань; kayumova.alisa2011@yandex.ru

КИСЛЯКОВА МАРИЯ АНДРЕЕВНА, ст. преподаватель кафедры математики и информационных технологий, Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск; rabota2486@yandex.ru

КЛЕКОВКИН ГЕННАДИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Самарский филиал ГАОУ ВО г. Москвы «Московский городской педагогический университет», г. Самара; klekovkun_ga@mail.ru

КНЯЗЕВА ЛАРИСА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону; eknyazeva@sfedu.ru

КОНДАУРОВА ИНЕССА КОНСТАНТИНОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, заведующая кафедрой математики и методики ее преподавания, Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов; i.k.kondaurova@yandex.ru

КОНДРАТЬЕВА ГАЛИНА ВЯЧЕСЛАВОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный областной университет, г. Москва; kondratevagv@mail.ru

КОНОПЛЕВА ИРИНА ВИКТОРОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Ульяновский институт гражданской авиации им. Гл. маршала авиации Б.П. Бугаева, г. Ульяновск; irinakonopleva2014@yandex.ru

КОРНИЛОВ ВИКТОР СЕМЕНОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Московский городской педагогический университет, г. Москва; vs_kornilov@mail.ru

КОЧАГИНА МАРИЯ НИКОЛАЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; KochaginaMN@yandex.ru

КОЧКАРЕВ БАГРАМ СИБГАТУЛЛОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; bkochkar@gmail.com

КУЗИНА НАТАЛЬЯ ГЕОРГИЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск

КУЗНЕЦОВА ТАТЬЯНА ИВАНОВНА, доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры естественных и гуманитарных наук, Институт русского языка и культуры Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, г. Москва; kuzti45@gmail.com

ЛАТЫШЕВА ЛЮБОВЬ ПАВЛОВНА, кандидат педагогических наук, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь; lublat@mail.ru

ЛЕМЕШКО ДМИТРИЙ ДМИТРИЕВИЧ, магистрант, Томский государственный университет, г. Томск; dmitriy-lemeshko@mail.ru

ЛЕОНТЬЕВА НАТАЛИЯ ВЛАДИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры математики и информатики, Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко, г. Глазов; leonteva-natalia-0812@yandex.ru

ЛИННИК ЕЛЕНА ПЕТРОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта; aplinnik@mail.ru

ЛИННИК ИВАН ИВАНОВИЧ, кандидат технических наук, доцент, ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта; aplinnik@mail.ru

ЛИПАТНИКОВА ИРИНА ГЕННАДЬЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, заведующая кафедрой теории и методики обучения математике, Институт математики, информатики и информационных технологий, Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург; lipatnikovaig@mail.ru

ЛОБАНОВА НАТАЛЬЯ ИВАНОВНА, муниципальное учреждение дополнительного образования «Центр внешкольной работы г. Зеленокумск Советского района», г. Зеленокумск; lobantchik@yandex.ru

ЛУКОНИНА СВЕТЛАНА ЮРЬЕВНА, учитель математики, МБОУ «Гимназия №96», г. Казань; lukoninasveta@yandex.ru

ЛЬВОВА АЛЛА ГЕННАДЬЕВНА, МБОУ «Воровская СОШ» Судогодского района Владимирской области, г. Владимир; Lvovaalla@yandex.ru

МАЙОРОВА НАТАЛИЯ ЛЬВОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль; mnlv@yandex.ru

МАКЕЕВА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА, кандидат физико-математических наук, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н.Ульянова, г. Ульяновск; mov_ulspu@mail.ru

МАКЛЕЦОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИСЛАВОВИЧ, кандидат педагогических наук, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; smak-80@yandex.ru

МАЛОВА ИРИНА ЕВГЕНЬЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, Южный математический институт ВНЦ РАН РСО-А, г. Брянск, г. Владикавказ; mira44@yandex.ru

МАРДАНОВ МИСИР ДЖУМАИЛ ОГЛЫ, член-корреспондент НАН Азербайджана, доктор физико-математических наук, профессор, директор Института математики и механики Национальной Академии Наук Азербайджана, Азербайджан, г. Баку; misir.mardanov@imm.az

МАРТЫНОВА ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск; martynova@cspu.ru

МАТЕРШЕВА ЛЮДМИЛА НИКОЛАЕВНА, магистрант 1 курса Саратовский национальный исследовательский государственный университет, г. Саратов; mfirst@author.email, matersheva@yandex.ru

МАХМУТОВА ДИАНА ИЛЬДАРОВНА, старший преподаватель, Казанский федеральный университет, г. Казань; d.i.makhmutova@gmail.com

МАЦУР ФРАНЧЕСКА КАЗИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, Московская государственная академия водного транспорта – Филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ им. адмирала С.О. Макарова», г. Москва; macur@mail.ru

МЕДЖИДОВА АЙГЮН АБУЛЬФАТ ГЫЗЫ, учитель Бакинского Европейского Лицея и Азербайджанского государственного педагогического университета, кандидат педагогических наук, Заслуженный учитель Азербайджанской Республики, член-корреспондент Международной Академии Наук педагогического образования, Азербайджан, г. Баку; aygunmecedova@gmail.com

МЕЛЬНИКОВ РОМАН АНАТОЛЬЕВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра математики и методики её преподавания, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец; roman_elets_08@mail.ru

МЕЛЬНИКОВ ЮРИЙ БОРИСОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург; UriiMelnikov58@gmail.com

МИРОШНИЧЕНКО САЧИТА ЛАТЫПОВНА, кандидат педагогических наук, учитель математики, МБОУ «Средняя школа имени Д.И. Коротчаева», г. Новый Уренгой; lanolar@rambler.ru

НАЗИПОВ РИФНУР ГАФИЯТОВИЧ, учитель математики первой квалификационной категории, МБОУ «Вечерняя (сменная) школа» Кукморского муниципального района Республики Татарстан; nazipov.rifnur@mail.ru

НИКОЛАЕВ РОСЕН НИКОЛАЕВ, PhD, доцент, Экономический университет Варна, г. Варна; nikolaev_rosen@ue-varna.bg

НИКОЛАЕВА ТАТЬЯНА ТИХОНОВНА, МБОУ «Гимназия №11», Г.о. Балашиха, Московская область; tatjanatiho@rambler.ru

ОВЧИННИКОВА МАРИНА ВИКТОРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта; m_ovchinnikova@ukr.net

ОЖЕГОВА АЛЛА ВЯЧЕСЛАВОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; ozhegovaalla@gmail.com

ОПОКИНА НАДЕЖДА АНАТОЛЬЕВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский федеральный университет, г. Казань; ornadin@mail.ru

ОРЛОВ ВЛАДИМИР ВИКТОРОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург; vlvo@mail.ru

ПАВЛОВА МАРИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск; m.pavlova@narfu.ru

ПАВЛОВА ПОЛИНА АРКАДЬЕВНА, аспирант, Елабужский институт Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Елабуга; polina8.82@mail.ru

ПАНИШЕВА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Луганский национальный университет им. Т.Шевченко, г. Луганск; panisheva-ov@mail.ru

ПАНКРАТОВА ЛАРИСА ВАЛЕРЬЕВНА, кандидат педагогических наук, Вятский государственный университет, г. Киров; pankratovalarisa19@rambler.ru

ПАШКИН АРТЕМ ВЛАДИМИРОВИЧ, студент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

ПЕКАРСКАЯ ОЛЬГА АНАТОЛЬЕВНА, кандидат экономических наук, Санкт-Петербургский филиал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации, г. Санкт-Петербург; olga.pekarskaya@mail.ru

ПЕРМИНОВ ЕВГЕНИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Российский государственный профессионально-педагогический университет, г. Екатеринбург; perminov_ea@mail.ru

ПОДХОДОВА НАТАЛЬЯ СЕМЕНОВНА, доктор педагогических наук, профессор, РГПУ им. А.И.Герцена, г. Санкт-Петербург; podhodova@gmail.com

ПОЛИЧКА АНАТОЛИЙ ЕГОРОВИЧ, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск; aerol@mail.ru

ПОЛЯКОВА ТАТЬЯНА СЕРГЕЕВНА, доктор педагогических наук, профессор Южного Федерального университета, г. Ростов-на-Дону; 46tsp@mail.ru

ПОПАДЬИНА ЕВГЕНИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, учитель математики, ГБОУ Школа № 1416, г. Москва; popadina.evgeniya@bk.ru

ПОТЕХА ВИКТОРИЯ ВАЛЕРЬЕВНА, Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, магистрант, г. Брянск; grishenkova.viktoria@yandex.ru

ПРОКОПЕНКО ГАЛИНА ИВАНОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск

ПУЧКОВ НИКОЛАЙ ПЕТРОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Тамбовский государственный технический университет, г. Тамбов; sekt@nnn.tstu.ru

ПЧЕЛИНЦЕВА ТАТЬЯНА АЛЕКСАНДРОВНА, заслуженный учитель РФ, ГАОУ ДПО ВО ВИРО, г. Владимир; pchelintsewata@yandex.ru

ПЫРКОВ ВЯЧЕСЛАВ ЕВГЕНЬЕВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону; pyrkovve@yandex.ru

РАЗОВА ЕЛЕНА ВЛАДИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Вятский государственный университет, г. Киров; ev_gazova@vyatsu.ru

РАЗУМОВА ОЛЬГА ВИКТОРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; miraolga@rambler.ru

РАМЕНСКИЙ М.Р., МОУ Дергаевская СОШ №23, д. Дергаево

РИЗВАНОВ ЗИМФИР ЗУФАРОВИЧ, учитель математики и информатики, МБОУ «СОШ №143; студент 2 курса магистратуры, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань; rizvanov.zemfir@mail.ru

РОМАКИНА ЛЮДМИЛА НИКОЛАЕВНА, доцент, Саратовский государственный университет, г. Саратов; romakinaln@mail.ru

РУЗЛЯЕВА ЮЛИЯ СЕРГЕЕВНА, кандидат педагогических наук, преподаватель кафедры общепрофессиональных дисциплин, Филиал военной академии материально-технического обеспечения им. генерала армии А.В. Хрулева, г. Пенза; zgila@yandex.ru

РЫМАНОВА ТАТЬЯНА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, кафедра математики и методики её преподавания, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец; barkarelez@mail.ru

САВВИНА ОЛЬГА АЛЕКСЕЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, кафедра математики и методики её преподавания, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец; oas5@mail.ru

САДРЕЕВА ГУЛЬФИЯ РИФГАТОВНА, учитель математики, МБОУ «Гимназия №155», г. Казань; Gula2704@mail.ru

САДЫКОВА ЕЛЕНА РАШИДОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; Sadikova_er@mail.ru

САЛАВАТОВА САМИРА САЛИХОВНА, кандидат педагогических наук, профессор, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, г. Стерлитамак; sssalavatova@mail.ru

САНГАЛОВА МАРИНА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, г. Арзамас; smolyanka77@mail.ru

САФУАНОВ ИЛЬДАР СУФИЯНОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Московский городской педагогический университет, г. Москва; ngpis@rambler.ru

САФУАНОВА АЛИНА МИХАЙЛОВНА, аспирантка кафедры высшей математики и методики преподавания математики Московского городского педагогического университета, г. Москва; alinas1990@mail.ru

СЕВОСТЬЯНОВА СВЕТЛАНА АНАТОЛЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск; sev-sa@mail.ru

СЕЛЮТИН ВЛАДИМИР ДМИТРИЕВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры алгебры и математических методов в экономике Орловского государственного университета, г. Орёл; selutin_v_d@mail.ru

СЕМЕНЯЧЕНКО ЮЛИЯ АЛЕКСАНДРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский городской педагогический университет, г. Москва; semua@rambler.ru

СЕРГЕЕВА ИРИНА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; ie.sergeeva@mpgu.edu

СИМОНОВСКАЯ ГАЛИНА АЛЕКСАНДРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец; simonovskaj_g@mail.ru

СКОРНЯКОВА АННА ЮРЬЕВНА, кандидат педагогических наук, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь; skornyakova_anna@mail.ru

СИДОРОВА НАТАЛЬЯ ВЛАДИМИРОВНА, к.п.н., доцент, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск

СИМАКОВ НИКИТА ЕВГЕНЬЕВИЧ, студент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань

СИНЧУКОВ АЛЕКСАНДР ВАЛЕРЬЕВИЧ, кандидат педагогических наук, доцент, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, г. Москва; AVSinchukov@gmail.com

СОКОЛОВА АННА НИКОЛАЕВНА, кандидат педагогических наук, Вятский государственный университет, г. Киров; an_sokolova@vyatsu.ru

СОЛОВЬЯНОВ ВАДИМ БОРИСОВИЧ, Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург; vadsolov@mail.ru

СТАРЦЕВА НАДЕЖДА ВЯЧЕСЛАВОВНА, учитель математики, МБОУ «Гимназия №8- Центр образования», г. Казань; Krupskaya_nadin@mail.ru

СТОЛЯРОВА ИРИНА ВИКТОРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова, г. Ульяновск; stolyar-irina@mail.ru

СТРЕБКОВ ЕВГЕНИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский федеральный университет, г. Казань; str9050258629@yandex.ru

СУХОВИЕНКО ЕЛЕНА АЛЬБЕРТОВНА, доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике, Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск; suhovienko@mail.ru

ТАРАНОВА МАРИНА ВЛАДИМИРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Институт физико-математического и информационно-экономического образования, Новосибирский государственный педагогический университет, г. Новосибирск; marinataranowa@yandex.ru

ТАРАСОВА ОКСАНА ВИКТОРОВНА, доктор педагогических наук, доцент, Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, г. Орел; Tarasova_orel@mail.ru

ТЕСТОВ ВЛАДИМИР АФАНАСЬЕВИЧ, доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математики, Вологодский государственный университет, г. Вологда; vladafan@inbox.ru

ТИМЕРБАЕВА НАИЛЯ ВАКИФОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; timnell@yandex.ru

ТИМОФЕЕВА ИРИНА ЛЕОНИДОВНА, доктор педагогических наук, профессор, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; tln142@mail.ru

ТИМОФЕЕВА ЛАРИСА НИКОЛАЕВНА, кандидат педагогических наук, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; iltimofeeva@mail.ru

ТОКАРЕВА ЛЮДМИЛА ИВАНОВНА, доктор педагогических наук, Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, г. Великий Новгород; tnv1952@mail.ru

ТОМИЛОВА АННА ЕВГЕНЬЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Северный (Арктический) университет имени М.В. Ломоносова, г. Архангельск; a.tomilova@narfu.ru

ТРОФИМЕЦ ЕЛЕНА НИКОЛАЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, г. Санкт-Петербург; ezemifort@inbox.ru

УТКИН АЛЕКСЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент, Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) Оренбургского государственного университета, г. Орск; UtkinAA@yandex.ru

УТКИНА ТАМАРА ИЛЬИНИЧНА, доктор педагогических наук, профессор, Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) Оренбургского государственного университета, г. Орск; UtkinaTI@yandex.ru

ФАЗЛЕЕВА ЭЛЬМИРА ИЛДАРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; elmira.fazleeva@mail.ru

ФАЛИЛЕЕВА МАРИНА ВИКТОРОВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; mmwwff@yandex.ru

ФИЛИЧЕВА НЕЛЛИ ПЕТРОВНА, МБОУ «Школа №74 им. А.С. Соколова», г. Рязань; Filicheva6@yandex.ru

ФИРСТОВА НАТАЛЬЯ ИГОРЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет, г. Москва; steva54@mail.ru

ФОЛИАДОВА ЕЛЕНА ВИКТОРОВНА, кандидат физико-математических наук, Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н.Ульянова, г. Ульяновск; ef1961@gmail.com

ХАБИБУЛЛИНА ГУЗЕЛЬ ЗАБИРОВНА, кандидат педагогических наук, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; hgz1980@rambler.ru

ХАЗЫКОВА ТАМАРА САРАНГОВНА, кандидат педагогических наук, Калмыцкий государственный университет имени Б.Б. Городовикова, г. Элиста; tschazikova@yandex.ru

ХАЙРУЛЛИНА ЛИЛИЯ ЭМИТОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; liliya-v1@yandex.ru

ХАМОВ ГЕННАДИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург; gghamov@yandex.ru

ХАРИСОВА ЗЕМФИРА РАШИДОВНА, студентка 4 курса, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; 05406@bk.ru

ХАРЧЕНКО А.А., аспирант 3 курса, Саратовский государственный университет, г. Саратов; ainadil@mail.ru

ХАРЧЕНКО НАТАЛИЯ АЛЕКСЕЕВНА, учитель МБОУ «СОШ № 9», г. Саратов; ainagor@mail.ru

ХАСАНОВА АСИЯ ЮСУФОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра общей математики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; AsJHasanova@kpfu.ru

ХОДОТ ТАТЬЯНА ГЕОРГИЕВНА, доцент кафедры геометрии, Российский педагогический университет им. А.И. Герцена, г. Санкт-Петербург; tghodot@mail.ru

ХУСНЕТДИНОВА ДИНА МАНСУРОВНА, учитель математики и информатики, МБОУ «Лицей №177», г. Казань; d.whosnet@yandex.ru

ЧЕКУЛАЕВА МАРИЯ ЕВГЕНЬЕВНА, к.п.н., доцент, Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, г. Ульяновск; navsi69@mail.ru

ЧЕРЕМНЫХ ЕЛЕНА ЛЕОНИДОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Пермь; cheremnyh.e@inbox.ru

ЧИСПИЯКОВ СЕРГЕЙ ВАЛЕНТИНОВИЧ, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, Брянский государственный университет, г. Брянск; chispiyakoff@yandex.ru

ШАБАНОВА МАРИЯ ВАЛЕРЬЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, Московский институт открытого образования, г. Москва; shabanovamv@mioo.ru

ШАБАРШИНА ГАЛИНА ВЛАДИМИРОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент, Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль; shegeve@yandex.ru

ШАКИРОВА КАДРИЯ БАРИЕВНА, кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; shakirova_ka@mail.ru

ШАКИРОВА ЛИЛИАНА РАФИКОВНА, доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой теории и технологий преподавания математики и информатики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; lilianashakirova1209@gmail.com

ШАТРОВА ЮЛИЯ СТАНИСЛАВОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, Самарский государственный социально-педагогический университет, г. Самара; shatrova.julia.s@gmail.com

ШИЛОВА ЛЮБОВЬ ИВАНОВНА, кандидат педагогических наук, доцент, ГПА (филиал) КФУ им. В.И.Вернадского, г. Ялта; kafmat.ieu@gmail.com

ШИРОКОВА ОЛЬГА АЛЕКСАНДРОВНА, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и математического моделирования, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; shirokova2602@mail.ru

ШИРОКОВА ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА, доктор физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань; Elena.Shirokova@kpfu.ru

ШИРПУЖЕВ СЕРГЕЙ ВИКТОРОВИЧ, Уральский государственный экономический университет, г. Екатеринбург; schiger@mail.ru

ШКЕРИНА ЛЮДМИЛА ВАСИЛЬЕВНА, доктор педагогических наук, профессор, Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, г. Красноярск; Shkerina@mail.ru

ЩЕРБАТЫХ СЕРГЕЙ ВИКТОРОВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, кафедра математики и методики её преподавания, Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, г. Елец; shchersv@elsu.ru

ЩУКИНА ГУЛЬНАРА ВАИСОВНА, учитель математики, МБОУ «Школа №55», г. Казань; gulnara-11@mail.ru

ЯРЕМКО НАТАЛИЯ НИКОЛАЕВНА, доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры «Математическое образование» Пензенского государственного университета, г. Пенза; yaremki@yandex.ru

ЯСТРЕБОВ АЛЕКСАНДР ВАСИЛЬЕВИЧ, доктор педагогических наук, профессор, Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль; alexander.yastrebov47@gmail.com

Научное издание

**Н.И. ЛОБАЧЕВСКИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
ОБРАЗОВАНИЕ В РОССИИ**

**Материалы Международного форума
по математическому образованию,
посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского**

IFME – 2017

Казань, 18–22 октября 2017 г.

Том 1

Компьютерная верстка
И.А. Насыровой

Подписано в печать 14.09.2013.
Бумага офсетная. Печать ризографическая.
Формат 60x84 1/8. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 17,55.
Уч.-изд. л. 28,63. Тираж 124 экз. Заказ 102/10.

Отпечатано в типографии Издательства
Казанского университета

420008, г. Казань, ул. Профессора Нужина, 1/37
тел. (843) 233-73-59, 233-73-28