

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Институт геологии и нефтегазовых технологий
Кафедра математических методов в геологии



Галеев Ахмет Асхатович
Закиров Тимур Рустамович
Калимуллина Аниса Наримовна

Краткий конспект к курсу
Теория вероятностей и математическая статистика

Казань, 2020

Оглавление

Тема 1. Элементарная теория вероятностей	3
Тема 2. Условная вероятность и независимость событий	4
Тема 3. Случайные величины и функции распределения	5
Тема 4. Характеристики случайных величин	6
Тема 5. Векторные случайные величины.	7
Тема 6. Сходимость случайных величин. Предельные теоремы.	8
Тема 7. Условные распределения и условные математические ожидания. Основы теории случайных процессов.	9
Тема 8. Выборка. Эмпирическое распределение	10
Тема 9. Оценка неизвестных параметров	11
Тема 10. Проверка статистических гипотез. Доверительное оценивание.	12
Тема 11. Дисперсионный анализ. Метод главных компонент.	13
Тема 12. Регрессионный анализ.	14
Тема 13. Анализ временных рядов.	15

Тема 1. Элементарная теория вероятностей.

Аннотация: Место теории вероятностей в современной науке. Примеры моделируемых с помощью теории вероятностей явлений. Случайность, устойчивость частот. Пространство элементарных исходов. Вероятностное пространство. Равномерная модель: конечное пространство элементарных исходов и евклидово пространство с конечной мерой. Схемы выбора, гипергеометрическая модель.

Ключевые слова: случайное событие, случайный эксперимент (испытание), элементарное событие (исход испытания), достоверное событие, невозможное событие, относительная частота, вероятность.

Вопросы для изучения:

1. События в теории вероятностей. Алгебра событий.
2. Классическое определение вероятности.
2. Геометрическая вероятность.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
3. Гусак, А.А. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова // 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2003. 288 стр.
4. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.

Тема 2. Условная вероятность и независимость событий

Аннотация: Аксиомы теории вероятностей. Статистическая зависимость событий. Регрессия и корреляция. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Ключевые слова: совместные и несовместные события, зависимые и независимые события, сложение вероятностей, теоремы умножения вероятностей, условная вероятность.

Вопросы для изучения:

1. Основные комбинаторные объекты: перестановки, размещения, сочетания, разбиения. Использование методов комбинаторики в теории вероятностей.
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
3. Условная вероятность. Формула полной вероятности и формула Байеса.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
3. Гусак, А.А. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова // 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2003. 288 стр.
4. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М.

Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.

Тема 3. Случайные величины и функции распределения.

Аннотация: Определение случайной величины. Функция распределения вероятностей, её свойства. Классификация распределений случайных величин. Функция плотности, её свойства. Наиболее часто встречающиеся распределения. Преобразования случайных величин.

Ключевые слова: случайная величина, закон распределения вероятностей случайной величины, частота, параметры распределения.

Вопросы для изучения:

1. Понятие случайной величины.
2. Дискретные случайные величины.
3. Ряд распределения. Закон распределения.
4. Непрерывные случайные величины.
5. Функция и плотность распределения.
6. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
3. Гусак, А.А. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова // 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2003. 288 стр.
4. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.

Тема 4. Характеристики случайных величин

Аннотация: Математическое ожидание, свойства математического ожидания. Математические ожидания и дисперсии часто встречающихся распределений. Квантиль, медиана, мода. Неравенства Чебышёва и Маркова. Правило трёх сигм. Формула свёртки случайных величин.

Ключевые слова: биномиальное распределение, распределение Пуассона, экспоненциальное распределение, равномерное распределение, нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение.

Вопросы для изучения:

1. Приемы графического представления вероятностных распределений.
2. Корреляция.
3. Центральная предельная теорема.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
3. Гусак, А.А. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричкова // 4-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2003. 288 стр.
4. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.
5. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.

5. Векторные случайные величины.

Аннотация: Векторные (многомерные) случайные величины. Совместная функция распределения, совместная функция плотности. Независимость случайных величин, критерий независимости. Моментные характеристики векторных случайных величин, ковариация и коэффициент корреляции.

Ключевые слова: независимость случайных величин, критерии независимости, ковариация, коэффициент корреляции

Вопросы для изучения:

1. Нахождение совместных функций распределения случайных величин.
2. Вычисление моментов векторных случайных величин.
3. Вычисление корреляций.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
3. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
4. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
5. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>

6. Сходимость случайных величин. Предельные теоремы.

Аннотация: Виды сходимости случайных величин. Свойства различных видов сходимости. Характеристические функции. Закон больших чисел Хинчина. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Центральная предельная теорема для неодинаково распределенных случайных величин.

Ключевые слова: центральные предельные теоремы, закон больших чисел.

Вопросы для изучения:

1. Связь характеристической функции с моментами распределения случайной величины.
2. Нормальный и логнормальный законы распределения в описании природных явлений.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
3. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
4. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006 г. 223 с.

7. Условные распределения и условные математические ожидания. Основы теории случайных процессов.

Аннотация: Условные распределения случайных величин. Случаи дискретных и непрерывных случайных величин. Условное математическое ожидание и его свойства. Понятие случайных процессов. Временные ряды. Процессы с независимыми приращениями. Цепи Маркова. Пуассоновский процесс, винеровский процесс.

Ключевые слова: условное распределение вероятностей, условное математическое ожидание, случайный процесс, временной ряд,

Вопросы для изучения:

1. Нахождение условного распределения для двумерной случайной величины.
2. Нахождение числовых характеристик двумерной случайной величины.

Источники информации:

5. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
6. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
7. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
8. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006 г. 223 с.

Тема 8. Выборка. Эмпирическое распределение.

Аннотация: Выборка. Эмпирическое распределение. Выборочные характеристики. Асимптотические свойства выборочных характеристик. Достаточные статистики.

Ключевые слова: массовые явления, статистическая закономерность, генеральная совокупность, выборка, представительность, описательная статистика, вариационный ряд, полигон, гистограмма.

Вопросы для изучения:

1. Числовые характеристики выборки.
2. Плотность относительно частоты.
3. Гистограмма относительных частот.

Источники информации:

6. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
7. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – 7-е изд., доп. – М.: Высшая школа, 2003. – 405 с.
8. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
9. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
10. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>

Тема 9. Оценка неизвестных параметров

Аннотация: в данной теме рассматриваются задачи статистического оценивания, метод моментов, метод максимального правдоподобия.

Ключевые слова: оценка статистическая, точечная оценка, несмещённая оценка, состоятельная оценка, эффективность оценки, надёжность оценки.

Вопросы для изучения:

1. Понятие оценки.
2. Свойства статистических оценок.
3. Методы нахождения точечных оценок.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
3. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
4. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>
5. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006 г. 223 с.

Тема 10. Проверка статистических гипотез. Доверительное оценивание.

Аннотация: дается введение в аналитическую статистику, рассматривается постановка задачи проверки гипотез; вводятся понятия критерий, уровень значимости критерия, критическое значение, критерии Стьюдента, хи-квадрат, Фишера, знаков; приведены примеры доверительного оценивания.

Ключевые слова: оценка статистическая, доверительный интервал, доверительная вероятность.

Вопросы для изучения:

1. Интервальные оценки.
2. Доверительный интервал и доверительная вероятность.
3. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известной и неизвестной дисперсии генеральной совокупности.
4. Доверительные интервалы для оценки дисперсии нормального распределения.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Фигурин В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. А. Фигурин, В. В. Оболонкин. - Минск: Новое знание, 2000.
3. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
4. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>
5. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006 г. 223 с.

Тема 11. Дисперсионный анализ. Метод главных компонент.

Аннотация: рассматриваются методы дисперсионного анализа нормальных совокупностей, способы оценки параметров регрессии, проверки гипотез о значении параметров регрессии; даются краткие сведения о методе главных компонент и основах факторного анализа.

Ключевые слова: критерий Фишера, F-распределение, критерий Стьюдента.

Вопросы для изучения:

1. Проверка гипотез о математическом ожидании и дисперсии для нормальных совокупностей.
2. Критерии Фишера.
3. Критерий Стьюдента.

Источники информации:

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – 6-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2002. – 479 с.
2. Заботина, Н.П. Методические указания по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" / Н.П. Заботина, Н.М. Низамутдинов, О.Н. Тюленева, Н.М. Хасанова – Казань: Казанский государственный университет, 2014, - 101 с.4.
3. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>
4. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006. - 223 с.
5. Чини Р. Ф. Статистические методы в геологии: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 189 с., ил.
6. Фигурин В. А., Оболонкин В. В. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие. // Мн.: ООО "Новое знание", 2000. - 208 с.

Тема 12. Регрессионный анализ.

Аннотация: Задача регрессии. Линейная регрессия. Биномиальная, пуассоновская, мультиномиальная регрессии. Валидация регрессионной модели. Нахождение оптимальной модели.

Ключевые слова: уравнение регрессии, метод наименьших квадратов, критерий согласия Пирсона.

Вопросы для изучения:

1. Оценка регрессионных параметров.
2. Проверка значимости регрессионных параметров.
3. Валидация моделей на реальных данных.

Источники информации:

1. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>
2. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006. - 223 с.
3. Энциклопедия статистических терминов. Т.2. Инструментальные методы статистики / Абдрахманова Г.И., Абдулгалимов А.М., Айвазян С.А. и др. - Москва: Федеральная служба государственной статистики, 2013. http://www.gks.ru/free_doc/new_site/rosstat/stbook11/tom2.pdf

Тема 13. Анализ временных рядов.

Аннотация: рассмотрены циклические процессы в геологии, анализ циклической составляющей процессов с использованием рядов Фурье; методы спектрального анализа и синтеза для исследования периодических колебаний. методы вычисления доминирующих гармоник по выборке.

Ключевые слова: гармонический анализ, уравнение регрессии, метод наименьших квадратов, критерий согласия Пирсона.

Вопросы для изучения:

4. Ряд Фурье для функций с произвольным периодом.
5. Численные методы гармонического анализа.
6. Амплитудный спектр гармоник, спектр дисперсий.
7. Проверка гипотезы о значимости коэффициентов ряда Фурье.

Источники информации:

4. Статистический анализ данных в MS Excel : учеб. пособие / А.Ю. Козлов, В.С. Мхитарян, В.Ф. Шишов. - М. : ИНФРА-М, 2017. - 320 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=858510>
5. Поротов Г.С. Математические методы моделирования в геологии: Учебник для вузов / Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб: Изд-во СПбГГИ, 2006. - 223 с.
6. Энциклопедия статистических терминов. Т.2. Инструментальные методы статистики / Абдрахманова Г.И., Абдулгалимов А.М., Айвазян С.А. и др. - Москва: Федеральная служба государственной статистики, 2013. http://www.gks.ru/free_doc/new_site/rosstat/stbook11/tom2.pdf