

УДК 51

М 49

М 49 Материалы IV Международной конференции “Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики”. -Нальчик-Терскол, 2013. - 305 с.

В сборнике представлены материалы IV Международной конференции “Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики” (г.Нальчик, п.Терскол, 4-8 декабря 2013 г.).

IV Международная конференция “Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики” включена в “Перечень научных конференций, симпозиумов, съездов, семинаров и школ на 2013 г.” по Отделению математических наук РАН и по Отделению нанотехнологий и информационных технологий РАН.

Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-06093-г).

© Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-исследовательский институт прикладной математики и автоматизации Кабардино-Балкарского научного центра РАН, 2013

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОГО ЛИНЕЙНОГО В-ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С МЛАДШИМИ ЧЛЕНАМИ

© Мавлявиев Р.М.¹, Гарипов И.Б.²

Казанский (Поволжский) федеральный университет (Россия, Казань)

¹e-mail: mavly72@mail.ru

²e-mail: ilnur_garipov@mail.ru

Пусть D — конечная область в верхней полуплоскости E_2^+ координатной плоскости Oxy , ограниченная кривой Γ с концами в точках $P_1(p_1; 0)$ и $P_2(p_2; 0)$ и отрезком $\Gamma_0 = [P_1, P_2]$.

Рассмотрим уравнение, заданное в E_2^+

$$L(u) \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{k}{y} \frac{\partial u}{\partial y} + 2a \frac{\partial u}{\partial x} - c^2 u = 0, \quad (c > a > 0, k > 0). \quad (1)$$

Заменой $u = e^{-ax} u_1$ оно сводится к обобщённому осесимметрическому уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{k}{y} \frac{\partial u_1}{\partial y} - b^2 u_1 = 0, \quad (b^2 = a^2 + c^2). \quad (2)$$

В статье [1] рассматриваются нелокальные краевые задачи для этого уравнения в вертикальной полуполосе.

В работе [2] было найдено фундаментальное решение (1) с особенностью в произвольной точке $M_0(x_0, y_0) \in E_2^+$

$$\mathcal{E}(x, y; x_0, y_0) = \frac{\pi C C_k (y y_0)^{-\frac{k}{2}}}{2^{\frac{k}{2}+1} \Gamma(1 - \frac{k}{2})} \ln \frac{1}{r_{MM_0}} + \omega(x, y; x_0, y_0), \quad (3)$$

где $\omega(x, y; x_0, y_0)$ — регулярная в точке M_0 функция.

Пусть $u, v \in C^1(\bar{D}) \cap C^2(D)$. Причем u и v четные по y функции. Непосредственным вычислением можно доказать, что

$$\begin{aligned} & v L(u) y^k e^{2ax} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) y^k e^{2ax} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(y^k e^{2ax} v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(y^k e^{2ax} v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - c^2 y^k e^{2ax} u v. \end{aligned} \quad (4)$$