МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

22 - 27 июня, 2015
Улан-Удэ, Байкал, Россия

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Differential Equations
and
Mathematical Modelling

June 22 - 27, 2015
Ulan-Ude, Lake Baikal

INTERNATIONAL CONFERENCE DIFFERENTIAL EQUATIONS AND MATHEMATICAL MODELING

June 22 - 27, 2015
Ulan-Ude, Baikal, Russia

ABSTRACTS

РФФИ

intel Software

Новосибирский государственный университет

5100 RUSSIAN ACADEMIC EXCELLENCE PROJECT

Дифференциальные уравнения и математическое моделирование: Тезисы докладов / под ред. д. ф.-м.н. А.И. Кожанова, к. ф.-м. н. Б.Б.Ошорова. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГУТУ, 2015. – 368 с.

ISBN 978-5-89230-609-6

Ответственный за выпуск : к.ф.-м.н. Е.Г. Васильева

В сборник включены тезисы докладов, представленных на Международной конференции «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование», проходившей 22-27 июня 2015 года , г. Улан-Удэ, оз. Байкал.

Все тезисы включены в сборник в авторской редакции.

Представляет интерес для научных работников, аспирантов, студентов.

Конференция организована при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (номер проекта 15-01-20380), Новосибирского государственного университета, Корпорации INTEL.

© ВСГУТУ, 2015

снижением сопротивления. Трехмерные же эффекты вложения энергии, в частности влияние угла атаки, исследованы в значительно меньшей степени.

Модель летательного аппарата представляет собой цилиндрическое тело со сферической головной частью и крыльями со стреловидной передней (76 градусов), и прямой задней кромками. Относительная толщина профиля – 12 % (в месте сочленения с фюзеляжем профиль крыла соответствует профилю NACA0012).

Численное исследование влияния вложения энергии в поток при обтекании под углом атаки модели летательного аппарата проводилось в рамках математической модели осредненных 3D уравнений Навье-Стокса для вязкого сжимаемого газа (URANS) с моделью турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA).

Проведенные исследования показывают, что в трехмерном случае существенно возрастает разнообразие возможных способов управления обтеканием ЛА на основе энергетического воздействия. При соответствующем выборе области энерговложения наряду со снижением сопротивления достигается увеличение подъемной силы. Вложение энергии в поток перед крыльями или оперением может быть использовано для создания управляющих воздействий.

УДК 517.956.2

ПОТЕНЦИАЛЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ВОСЬМОГО ПОРЯДКА

POTENTIAL FOR EIGHTH ORDER EQUATION

Мавлявиев Р.М., Гарипов И.Б.*

** Казанский (Приволжский) федеральный университет,*
Россия, Казань
mavly72@mail.ru, ilnur_garipov@mail.ru

Пусть D - конечная область трехмерного пространства, ограниченная достаточно гладкой кривой Γ. Обозначим через $M(x,y,z)$ - внутреннюю точку области, P - точку границы, n - внешнюю нормаль, проведенную к границе в точке P, θ - угол между этой нормалью и радиус вектором $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ точки M относительно начала координат, Δ - оператор Лапласа.

Для m-гармонического уравнения

$$\Delta^m u = 0 \tag{1}$$

в n-мерном пространстве, Н.Н. Мейманом [1], были найдены ядра потенциалов

$$K_{m,p}(P,M)=\frac{\cos^{2m-p}\theta}{r^{n-p}}, \quad p=\overline{1,m}.$$

Рассмотрим квадрогармоническое уравнение

$$\Delta^4 u = 0 \tag{2}$$

в трехмерном пространстве. Тогда ядра потенциалом приобретут вид

$$K_{4,p}(P,M)=\frac{\cos^{8-p}\theta}{r^{3-p}}, \quad p=\overline{1,4}.$$

Фундаментальными решениями уравнения (2) с точностью до постоянного множителя являются функции

$$\varphi_i = r^{2i-3}, \quad i=\overline{1,4}. \tag{3}$$

С помощью формулы

$$\frac{\cos^{8-p}\theta}{r^{3-p}}=\sum_{i=\left[\frac{p+1}{2}\right]}^{i=m} a_{mpi}\frac{\partial^{2i-p}\varphi_i}{\partial n^{2i-p}}, \quad p=\overline{1,m}. \tag{4}$$

Можно записать ядра потенциалов в виде линейной комбинации нормальных производных фундаментальных решений. В нашем случае формула (4) выглядит следующим образом

$$\frac{\cos^{8-p}\theta}{r^{3-p}}=\sum_{i=\left[\frac{p+1}{2}\right]}^{i=4} a_{4pi}\frac{\partial^{2i-p}\varphi_i}{\partial n^{2i-p}}, \qquad p=\overline{1,4}.$$

Найдем коэффициенты a_{4pi} этого разложения в явном виде. Для этого вычислим производные по нормали от фундаментальных решений (3) по формуле [2]

$$\frac{\partial^q r^l}{\partial n^q}=r^{l-q}\sum_{j=0}^{j=\left[\frac{q}{2}\right]}\frac{q!\prod_{t=0}^{t=q-j-1}(l-2t)}{2^j j!(q-2j)!}\cos^{q-2j}\theta.$$

Из полученных равенств находим четыре системы линейных алгебраических уравнений, решениями которых являются следующие числа

$a_{411}=-1$, $a_{412}-1$, $a_{413}=-\dfrac{1}{15}$, $a_{414}=\dfrac{1}{1575}$;

$a_{421}=1$, $a_{422}=-3$, $a_{423}=\dfrac{1}{3}$, $a_{424}=-\dfrac{1}{225}$;

$a_{432}=5$, $a_{433}=-\dfrac{10}{9}$, $a_{434}=\dfrac{1}{45}$;

$a_{442}=-3$, $a_{443}=2$, $a_{444}=-\dfrac{1}{15}$.

В перспективе представляет интерес более общая задача. А именно, найти коэффициенты a_{mpi} разложения (4) для произвольного полигармонического уравнения (1).

Литература

1. Мейман Н.Н. Об одной краевой задаче для полигармонических уравнений, ДАН СССР. – 1941 – Т. 33 - № 4. С. 275-278.
2. Мавлявиев Р.М., Гарипов И.Б., Нураниева С.М., Хусаинова Э.Д. Рекуррентная формула для нормальных производных фундаментальных решений эллиптического уравнения высшего порядка с младшими членами // Известия ТулГУ. Естественные науки. – 2012 – Вып. 3. – С. 29-40.