

**ТРУДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

ТОМ 57

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ**

**Материалы четырнадцатой международной
Казанской научной школы-конференции
(Казань, 7 – 12 сентября 2019 г.)**

**Казанское математическое общество
2019**

Институт математики и механики
им. Н. И. Лобачевского
Казанского (Приволжского)
федерального университета
Казанское математическое общество

N. I. Lobachevsky Institute of
Mathematics and Mechanics,
Kazan (Volga region)
Federal University
Kazan Mathematical Society



Издание осуществлено при финансовой поддержке лаборатории "Многомерная аппроксимация и приложения" механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова (грант правительства РФ, проект 14.W03.31.0031).

УДК 517:531
ББК 22.1:22.2
Т78

Печатается по рекомендации Редакционно-издательского
совета Казанского математического общества

Научный редактор – С. Р. Насыров
Составители – А.А. Агафонов, И.А. Кох

Т78 Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского / Казанское математическое общество. *Теория функций, ее приложения и смежные вопросы // Материалы Четырнадцатой международной Казанской научной школы-конференции.* – Казань: Издательство Казанского математического общества, Издательство Академии наук Республики Татарстан, 2019. – Т. 57. – 388 с.

ISBN 987-5-9690-0568-6

Сборник содержит материалы четырнадцатой международной Казанской научной школы-конференции «Теория функций, ее приложения и смежные вопросы», организованной Казанским (Приволжским) федеральным и Московским государственным университетами, Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН при содействии Регионального научно-образовательного математического центра КФУ и Академии наук Республики Татарстан. Школа-конференция проведена с 7 по 12 сентября 2019 года.

Предназначен для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их приложений.

УДК 517:531
ББК 22.1:22.2

© Казанское математическое общество, 2019
© Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2019
© Издательство Академии наук РТ, 2019

$$v_{2n-1} = 2^{-2^{2n-1}}, v_{2n} = 2^{-2^{2n}}, v_{2n+1} = 2^{2^{2n+1}}, v_{2n+2} = 2^{2^{2n+2}}.$$

Пусть теперь оператор T действует не только в четырех рассмотренных выше пространствах, но и в пространстве (не замкнутом)

$$N = \{ \{ \xi_j \}_{j=1}^{\infty} \in l_2(2^{2^j}) \mid \sum_{j=1}^{\infty} \xi_j = 0 \}.$$

Теорема. Оператор T представим в виде суммы скалярного оператора и оператора B , отображающего сумму пространств в пересечение.

Литература

1. Davidson K. *Nest algebras. Triangular forms for operator algebras on Hilbert space* // Pitman Res. Notes Math. Ser. **191**. – Longman Sci. and Tech., Harlow, 1988.
2. Кабанко М.В. *Алгебра операторов, действующих в гильбертовой паре* // Труды математического факультета ВГУ, вып. **6**. – Воронеж: ВГУ, 2001. – С. 54-61.
3. Кабанко М.В., Овчинников В.И. *О некоторых представлениях алгебры операторов в гильбертовой паре* // Труды математического факультета ВГУ, вып. **5**. – Воронеж: ВГУ, 2001. – С. 32-40.

ACTION OF BOUNDED OPERATORS IN SOME SPACES WITH RAREFIED WEIGHTS

M.V. Kabanko, E.L. Myagchenkova

Prof. V.I. Ovchinnikov suggested the hypothesis on connection of the "number" of interpolation spaces with the structure of the algebra of operators in a couple (family) of spaces. More precisely, in more spaces there are operators and the more conditions are imposed on the action of operators, the simpler is the structure of the algebra of operators. That is, in fact, the reason for the difference in the spaces constructed by different interpolation methods in families of more than two spaces from the case of a pair of spaces. The example, constructed in the paper, confirms this hypothesis to some extent.

Keywords: operator algebras, families of Hilbert spaces, representation of operator algebras.

УДК 517.54

О КРИТИЧЕСКИХ ТОЧКАХ ОБОБЩЕННЫХ ПРИВЕДЕННЫХ МОДУЛЕЙ

А.В. Казанцев¹, М.И. Киндер²

¹ avkazansev63@gmail.com; Казанский (Приволжский) федеральный университет

² detkinm@gmail.com; Казанский (Приволжский) федеральный университет

Исследуются условия существования критических точек обобщенных приведенных модулей относительно различных канонических областей.

Ключевые слова: обобщенный приведенный модуль, функция Митюка, радиус Митюка, каноническая область, конформное отображение.

Классической задачей теории функций является построение конформных отображений

$$F(w, w_0) = (w - w_0)f(w, w_0) \tag{1}$$

плоских конечносвязных областей на канонические области в виде круга с разрезами фиксированных типов: круговыми концентрическими дугами, радиальными разрезами, комбинациями тех и других и т.д. И.П. Митюк [1] указал путь построения обобщенных приведенных модулей, связанных с функциями вида (1). Обобщенный приведенный модуль (функция Митюка) многосвязной области D в точке w относительно канонической области $\Delta = F(D)$ определяется как

$$M_{\Delta}(w) = \frac{1}{2\pi} \ln \Omega(w), \quad (2)$$

где $\Omega(w) = 1/|f(w, w)|$ — радиус Митюка [2].

Связь функций вида (2) с внешними обратными краевыми задачами восходит к Ф.Д. Гахову [3]. Оказалось, что наличие у функции $M_{\Delta}(w)$ критических точек эквивалентно разрешимости соответствующей внешней задачи [4]. Обозначим через Λ_{Δ} множество всех критических точек функции $M_{\Delta}(w)$ в D ; для удобства типы разрезов областей Δ будем обозначать строчными латинскими буквами. Рассмотрим

Свойство А. Пусть D — плоская $(n+1)$ -связная область, функция (1) конформно отображает D на круг $\Delta = F(D)$ с n разрезами фиксированного типа t . Существует натуральное число n_t , зависящее только от t и такое, что если $n \geq n_t$, то множество Λ_{Δ} не пусто.

В случае, когда $\Delta = \Delta_c$ — единичный круг с круговыми концентрическими разрезами, свойство А доказано в [5] с $n_c = 1$; переход к кольцу $D = E_q = \{w | q < |w| < 1\}$ в работе [2] позволил продвинуться в получении содержательных условий локализации и минимальности числа (= 2) элементов Λ_{Δ_c} .

Для единичного круга $\Delta = \Delta_{c,r}$ с круговыми концентрическими и радиальными разрезами свойство А доказано в статье [6]. При этом $n_{c,r} = 2$ и граница ∂D — аналитическая; в [7] анонсируется сохранение свойства А при переходе к жордановым областям. В [6] также показано, что если $D = E_q$ и $F(D) = \Delta_r$ — единичный круг с радиальным разрезом, то $\Lambda_{\Delta_r} = \emptyset$. Выше отмечено, что если $n = 1$, то $\Lambda_{\Delta_c} \neq \emptyset$.

Оказывается, можно построить функции F_1 и F_2 вида (1) такие, что тип разрезов областей $F_1(E_q) = \tilde{\Delta}_c$ и $F_2(E_q) = \tilde{\Delta}_r$ сохраняется при переходе от областей Δ_c и Δ_r , соответственно, а внешние компоненты границ $\partial \tilde{\Delta}_c$ и $\partial \tilde{\Delta}_r$ являются звездообразными кривыми специального вида, причем $\Lambda_{\tilde{\Delta}_c} = \emptyset$ и $\Lambda_{\tilde{\Delta}_r} \neq \emptyset$.

В настоящем докладе свойство А исследуется для канонических областей Δ с различными типами разрезов при различных условиях на граничные компоненты их прообразов D . В двусвязном случае рассмотрен ряд примеров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-41-160017.

Литература

1. Митюк И. П. Обобщенный приведенный модуль и некоторые его применения // Изв. вузов. Матем. — 1964. — № 2. — С. 110-119.
2. Казанцев А. В. Условия золотого сечения для радиуса Митюка двусвязных областей // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2017. — Т. 159, кн. 1. — С. 33-46.
3. Гахов Ф. Д. Об обратных краевых задачах // Докл. АН СССР. — 1952. — Т. 86, № 4. — С. 649-652.

4. Аксентьев Л. А., Киндер М. И., Сагитова С. Б. *Разрешимость внешней обратной краевой задачи в случае многосвязной области* // Тр. сем. по краев. задачам. – 1983. – Вып. 20. – С. 22-34.
5. Киндер М. И. *О числе решений уравнения Ф.Д. Гахова в случае многосвязной области* // Изв. вузов. Матем. – 1984. – № 8. – С. 69-72.
6. Elizarov A. M., Kazantsev A. V., Kinder M. I. *Generalized reduced module of a domain over the unit disc with circular and radial slits* // Lobachevskii J. Math. – 2018. – V. 39, No. 5. – P. 664-672.
7. Kazantsev A. V., Kinder M. I. *Study of the surface of a generalized reduced module for multiply connected domain* // Комплексный анализ и его приложения: материалы Междунар. школы-конф. – Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2018. – С. 59.

ON THE CRITICAL POINTS OF THE GENERALIZED REDUCED MODULI

A.V. Kazantsev, M.I. Kinder

Existence conditions for the critical points of the generalized reduced modules with respect to various canonical domains are studied.

Keywords: generalized reduced modulus, Mityuk's function, Mityuk's radius, canonical domain, conformal mapping.

УДК 517.98

АППРОКСИМАЦИЯ В ПРОСТРАНСТВАХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ И ГИПОТЕЗА РИМАНА

В.В. Капустин¹

¹ *kapustin@pdmi.ras.ru*; С.-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН

Обсуждаются аппроксимационные утверждения, равносильные гипотезе Римана о нулях дзета-функции Римана.

Ключевые слова: подход Берлинга–Нимана к гипотезе Римана, теорема Бёрлинга об инвариантных подпространствах, формула Дэвенпорта.

Рассматриваются различные унитарно эквивалентные модели, связанные с подходом Берлинга–Нимана к гипотезе Римана о нулях дзета-функции Римана.

Пусть \mathcal{K} — подпространство весового пространства

$$L^2_{1/x^2}(0, +\infty) = \left\{ f : \int_0^{+\infty} |f(x)|^2 \frac{dx}{x^2} < \infty \right\},$$

состоящее из всех функций, являющихся 1-периодическими (то есть $f(x+1) = f(x)$) и удовлетворяющих соотношению $f(x) + f(1-x) \equiv \text{const}$, $x \in (0, 1)$. Пусть \mathcal{K}_* — замкнутая линейная оболочка в пространстве $L^2_{1/x^2}(0, +\infty)$ функций $\rho(nx)$, $n = 1, 2, \dots$, где $\rho(\cdot)$ обозначает дробную часть вещественного числа; имеем $\mathcal{K}_* \subset \mathcal{K}$.

Теорема. *Гипотеза Римана о нулях дзета-функции Римана равносильна соотношению $\mathcal{K}_* = \mathcal{K}$.*

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

| | |
|---------------------------|--------------------------------|
| A | Акишев Г. 12 |
| Amozova K.F. 25 | Акопян Р.Р. 15 |
| Aptekarev A.I. 35 | Аксентьев Л.А. 3 |
| | Алексеева Е.С. 20 |
| B | Алхалифах С.А. 24 |
| Bikchentaev A.M. 67 | Андреев А.А. 30 |
| | Андреев А.Ф. 32 |
| D | Андреева И.А. 32 |
| Dautova D.N. 133 | Арзикулов Г.П. 36 |
| | Аскарлова К.З. 244 |
| G | Асташкин С.В. 40 |
| Ganenкова E.G. 25 | Ахметов Р.Г. 45 |
| | |
| I | Б |
| Ivanshin P.N. 67 | Балгимбаева Ш.А. 46 |
| | Беднаж В.А. 283 |
| K | Беднов Б.Б. 49 |
| Khabibullin B.N. 349 | Беднова В.Б. 51 |
| | Бекларян А.Л. 53 |
| M | Бекларян Л.А. 53 |
| Menshikova E.B. 349 | Белевцов Н.С. 57 |
| | Бигаева Л.А. 59 |
| N | Бикчантаев И.А. 63 |
| Nasyrov S.R. 133 | Бондарев С.А. 69 |
| | Борисова Я.В. 71 |
| R | Братищев А.В. 73 |
| Rodionov T.V. 155 | Буробин А.В. 77 |
| | Бухарев Д.А. 272 |
| | |
| S | В |
| Starkov V.V. 25 | Васильев В.Б. 78 |
| | Васильченкова Д.Г. 82, 84 |
| V | Веселова Л.В. 86 |
| Vuorinen M. 133 | Водопьянов С.К. 89 |
| | |
| Z | Г |
| Zakharov V.K. 155 | Габбасов Н.С. 91, 94 |
| Zherdev A.V. 142 | Гаврилова Т.П. 96 |
| | Галимов Р.Ю. 100 |
| A | Галимова З.Х. 94 |
| Абубакиров Н.Р. 3 | Галкин О.Е. 104 |
| Агачев Ю.Р. 4, 9 | Галкина С.Ю. 104 |

- Гафиятуллина Л.И. 106
 Гималтдинова А.А. 108
 Гладышев Ю.А. 110, 114
 Граф С.Ю. 117, 120
 Григорян С.А. 123
 Гумеров Р.Н. 123
 Гусев А.Л. 127
 Гуськова А.В. 4
- Д**
 Данченко В.И. 84, 131
 Денисов В.Н. 137
 День Чунг Хоа 86
- Е**
 Ефимова Т.О. 32
- Ж**
 Жегалов В.И. 139
- З**
 Зайцева Н.В. 145
 Закирова З.Х. 149
 Захаров В.К. 151
- И**
 Иванова О.А. 159
- К**
 Кабанко М.В. 161, 165, 224
 Казанцев А.В. 166
 Калашникова М.А. 209
 Калманович В.В. 114
 Капустин В.В. 168
 Каспирович И.Е. 244
 Кац Б.А. 169
 Кац Д.Б. 171
 Каюмов И.Р. 24, 173
 Кечко Е.П. 176
 Киндер М.И. 166
 Киясов С.Н. 179
 Климентов С.Б. 181
 Кожевникова Л.М. 184
 Кокурин М.Ю. 188
 Колесников И.А. 189, 346
- Комаров М.А. 193
 Кондрашов А.Н. 197
 Королев А.Г. 200
 Кривошеева О.А. 202
 Кужаев А.Ф. 202
 Кузнецова М.Н. 205
 Курин А.Ф. 207
 Курина Г.А. 209
 Кутаиба Ш.Х. 78
- Л**
 Латыпов И.И. 59
 Липачева Е.В. 123
 Ломов И.С. 213
 Лосев А.Г. 217
 Лукашук С.Ю. 57
 Лычагин В.В. 220
- М**
 Мазепа Е.А. 217
 Малютин К.Г. 224
 Малютина А.Н. 228, 252
 Мардвилко Т.С. 229
 Марусеев И.А. 231
 Миронов А.Н. 234
 Миронова Л.Б. 139
 Мисюк В.Р. 237
 Мокейчев В.С. 240
 Муангу Ж.Э.Р. 242
 Мухарлямов Р.Г. 244
 Мягченкова Е.Л. 165
- Н**
 Насибуллин Р.Г. 248
 Новик А.В. 228, 252
 Нодиров Ш.Д. 382
 Нурмагомедов А.А. 254
 Нурмагомедов И.А. 254
- О**
 Обносов Ю.В. 258
 Омельченко Н.В. 260
- П**
 Переходцева Э.В. 264

- Першагин М.Ю. 9
- Полубоярова Н.М. 267
- Поннусами С. 24, 173, 271
- Поцейко П.Г. 279
- Прокудина Л.А. 272
- Прохоров Д.В. 274
- Р**
- Рассадин А.Э. 231
- Расулов А.Б. 341
- Ровба Е.А. 279
- Родикова Е.Г. 283
- Родионов Т.В. 151
- Романова И.А. 267
- Рооп М.Д. 220
- Рютин К.С. 286
- Рябченко Н.В. 318
- С**
- Сабитов К.Б. 288
- Сабитова Ю.К. 295
- Салахудинов Р.Г. 106, 297
- Салехов Л.Г. 299
- Сафаров Д.С. 301
- Семенко Е.В. 304
- Семенко Т.И. 304
- Сидоров А.М. 240
- Ситдилов А.С. 308
- Солиев Ю.С. 312
- Старков В.В. 315
- Старовойтов А.П. 318
- Суан Л.А. 322
- Сунгатуллина З.Ю. 308
- Т**
- Тинюкова Т.С. 324
- Тихонов О.Е. 86
- Трынин А.Ю. 328
- Тукмаков Д.А. 331
- Тюриков Е.В. 334
- Ф**
- Фатыхов А.Х. 338
- Федоров Ю.С. 341
- Филиппов В.И. 343
- Х**
- Хабарова Е.Л. 346
- Хабидуллин И.Т. 205
- Хайруллин Р.С. 353
- Хакимова А.Р. 357
- Халитова Т.Ф. 360
- Халиуллин С.Г. 364
- Хамматова Д.М. 173
- Хасанов Ю.Х. 367
- Хомиддин С. 377
- Ц**
- Царьков И.Г. 370
- Ч**
- Чеботарева Э.В. 299
- Чернова О.В. 373
- Чубурин Ю.П. 324
- Чунаев П.В. 84, 131
- Ш**
- Шабалин П.Л. 338
- Шакиров И.А. 375
- Шамсудинов Ф.М. 377
- Широкова Е.А. 380
- Э**
- Эльшенави А. 380
- Эшкабилов Ю.Х. 36, 382
- Я**
- Яковлева Ю.О. 30

**ТРУДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

ТОМ 57

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ**

**Материалы четырнадцатой международной
Казанской научной школы-конференции
(Казань, 7 – 12 сентября 2019 г.)**

Подписано в печать 04.09.2019

Бумага офсетная. Формат 60x84 1/16. Гарнитура «Таймс».

Тираж 180 экз. П. л.24,4. Печать ризографическая.

Заказ 04.09/19-1
