*Алгебра и логика, 50, № 4 (2011), 504—520*

УДК 510.53+512.562

# СИЛЬНО $\eta$-ПРЕДСТАВИМЫЕ СТЕПЕНИ И ПРЕДЕЛЬНО МОНОТОННЫЕ ФУНКЦИИ*)

**М. В. ЗУБКОВ**

## § 1. Предварительные сведения

Данная работа находится на стыке теории вычислимости и теории линейных порядков. В определениях и обозначениях теории вычислимости будем придерживаться книги [1]. Множество натуральных чисел $\{0, 1, 2, \ldots\}$ обозначается как $\omega$. Теоретико-множественная разность множеств $X \subseteq \omega$ и $Y \subseteq \omega$ обозначается через $X - Y$; дополнение $\omega - X$ множества $X \subseteq \omega$ — через $\overline{X}$. Если $f$ — некоторая функция, то $\mathrm{rang}(f) = \{y \mid (\exists x)[f(x) = y]\}$ — область её значений. Пусть $f : A \times \omega \longrightarrow \omega$, тогда $\lim\limits_{s\to\infty} f(x,s)$ определён и конечен, если существует такое число $a_x$, что $(\exists s_0)(\forall s > s_0)[f(x,s) = a_x]$. Запись $x \dot{-} y$ обозначает *ограниченную разность*, а именно, $x \dot{-} y = x - y$, если $x \geqslant y$, и $x \dot{-} y = 0$ в противном случае. Зафиксируем произвольную вычислимую биективную функцию $N : \omega \longrightarrow \mathbb{Q}$ и введём обозначение $q_i = N(i)$ для любого $i \in \omega$.

Линейный порядок $\mathcal{L} = \langle L, <_{\mathcal{L}} \rangle$ называется *вычислимым*, если основное множество $L$ и отношение порядка $<_{\mathcal{L}}$ являются вычислимыми. Символ $<$ обозначает стандартное отношение порядка на $\omega$. Порядковый

*) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 09-01-97010, АВЦП „Развитие научного потенциала высшей школы' проект № 2.1.1/5367 и ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России' госконтракт Рособразования ГК № П 269.