

**ТРУДЫ  
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА  
ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

**ТОМ 52**

**ЛОБАЧЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2015**

**Материалы Четырнадцатой молодежной  
школы-конференции  
(Казань, 22 – 27 октября 2015 г.)**

**Казанское математическое общество  
2015**



**Издание осуществлено при финансовой поддержке РФФИ (проект № оп 15-31-10441\15)**

**УДК 51+533  
ББК 22.1 – 22.1  
Т78**

**Печатается по рекомендации Редакционно-издательского  
совета Казанского математического общества**

**Научные редакторы – ст. преп. А. А. Агафонов, проф. И. Б. Бадриев, доц.  
Д. В. Бережной, проф. В. И. Жегалов, доц. Н. А. Корешков, проф. С. Р. Насыров,  
доц. Е. Н. Сосов, проф. Л. Р. Шакирова  
Составитель – Р. К. Губайдуллина**

**Т78 Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 52/ Казанское ма-  
тематическое общество. «Лобачевские чтения – 2015» // Материалы Четырнадцатой молодежной научной школы-конференции. – Казань: Издательство Ка-  
занского математического общества, 2015. – Т. 52. – 180 с.**

Сборник содержит материалы Четырнадцатой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2015», организованной на базе Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Школа-конференция проведена в Казани с 22 по 27 октября 2015 года при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их приложений.

**УДК 51+533  
ББК 22.1 – 22.1**

**© Казанское математическое общество, 2015  
© Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2015**

**Д. Х. Зайнэтдинов**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
damir.zh@mail.ru*

**ПРЕДЕЛЬНО МОНОТОННАЯ СВОДИМОСТЬ  
НА МНОЖЕСТВАХ И ПАРАХ МНОЖЕСТВ**

Данная работа посвящена изучению свойств предельно монотонных множеств и пар множеств, а также исследованию предельно монотонной сводимости (для краткости будем обозначать также через  $lm$ -сводимость) между множествами, между парами множеств. Кроме того, рассматривается взаимосвязь понятий  $lm$ -сводимости на множествах и  $\Sigma$ -сводимости для семейств специального вида.

В работе [1] вводится понятие  $\Sigma$ -сводимости на семействах подмножеств натуральных чисел, позволяющее рассматривать семейство само по себе, не фиксируя при этом его представление с помощью натуральных чисел. В связи с изучением предельно монотонного множества и пары множеств [2], возникло понятие  $lm$ -сводимости на множествах и  $lm$ -сводимости между парами множеств. В данной работе  $lm$ -сводимость на множествах будет рассмотрена посредством  $\Sigma$ -определенности специальных семейств начальных сегментов для этих множеств.

Определения предельно монотонной функции, предельно монотонного оператора и  $lm$ -сводимости на множествах, которые мы будем использовать, можно найти в работе [3].

Пусть даны два произвольных множества  $A$  и  $B$ . Возьмем в качестве семейств для множеств  $A$  и  $B$  соответствующие семейства начальных сегментов, а именно,  $\mathcal{S}(A) = \{\mathbb{N} \upharpoonright a : a \in A\}$  и  $\mathcal{S}(B) = \{\mathbb{N} \upharpoonright b : b \in B\}$ . Следующая теорема устанавливает взаимосвязь между понятиями  $lm$ -сводимости двух мно-

жеств и  $\Sigma$ -сводимости семейств специального вида для этих множеств.

**Теорема 1.**  $A \leq_{lm} B \iff \mathcal{S}(A) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(B)$ .

Следующая теорема говорит о том, что определение  $lm$ -сводимости множества к паре множеств эквивалентно определению  $\Sigma$ -сводимости между семействами начальных сегментов для данного множества и пары множеств.

**Теорема 2.**  $A \leq_{lm} (B, C) \iff \mathcal{S}(A) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(B, C)$ .

Далее определим предельно монотонную сводимость между двумя парами множеств через  $\Sigma$ -определенность заданных для них семейств специального вида. Пусть даны две произвольные пары множеств  $(A, B)$  и  $(C, D)$ . Зададим для этих двух пар множеств следующие семейства начальных сегментов, а именно:  $\mathcal{S}(A, B) = \{\{0\} \oplus \mathbb{N} \upharpoonright a : a \in A\} \oplus \{\{1\} \oplus \mathbb{N} \upharpoonright b : b \in B\}$  и  $\mathcal{S}(C, D) = \{\{0\} \oplus \mathbb{N} \upharpoonright c : c \in C\} \oplus \{\{1\} \oplus \mathbb{N} \upharpoonright d : d \in D\}$  соответственно. При этом нетрудно заметить, что  $\mathcal{S}(A, B) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D) \iff \mathcal{S}(A) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D)$  и  $\mathcal{S}(B) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D)$ . Тогда по теореме 2 имеем:  $\mathcal{S}(A) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D)$  и  $\mathcal{S}(B) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D) \iff A \leq_{lm} (C, D)$  и  $B \leq_{lm} (C, D) \iff (A, B) \leq_{lm} (C, D)$ . Отсюда немедленно следует, что  $(A, B) \leq_{lm} (C, D) \iff \mathcal{S}(A, B) \sqsubseteq_{\Sigma} \mathcal{S}(C, D)$ .

В работе [3] было установлено существование такой пары множеств  $(A, B)$ , что для любого множества  $C$  выполнено неравенство  $(A, B) \not\leq_{lm} C$ . Используя этот результат, можем заключить, что класс рассматриваемых семейств является собственным. Таким образом, имеем следующий результат.

**Теорема 3.** *Существуют такая пара множеств  $(A, B)$ , что для любого множества  $C$  выполнено неравенство  $\mathcal{S}(A, B) \neq \Sigma \mathcal{S}(C)$ .*

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 14-01-31200, № 15-31-20607 и № 15-41-02507-р\_поволжье\_a).

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калимуллин И. Ш., Пузаренко В. Г. *О сводимости на семействах* // Алгебра и логика – 2009. – Т. 48. – № 1. – С. 31–53.
2. Kalimullin I. Sh., Khoussainov B., Melnikov A. *Limitwise monotonic sequences and degree spectra of structures* // Proc. Amer. Math. Soc. – 2013. – V. 141. – No 9. – P. 3275–3289.
3. Faizrahmanov M., Kalimullin I., Zainetdinov D. *Maximality and Minimality under Limitwise Monotonic Reducibility* // Lobachevskii J. of Math. – 2014. – V. 35. – No 4. – P. 333–338.

### С. К. Зубкова

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,*  
*kuzmina\_s@list.ru*

## ГОЛОМОРФНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ НА ТРАНСВЕРСАЛЬНОМ РАССЛОЕНИИ

Трансверсальное расслоение  $T_{tr}M$  слоеного многообразия  $(M, \mathcal{F})$  [1] несет на себе структуру гладкого многообразия над алгеброй дуальных чисел  $\mathbb{D}$  [2]. Если карта  $h$  из атласа слоения на  $M$  относит точке  $x \in M$  координаты  $\{x^i = h^i(x), y^\alpha = h^\alpha(x)\}$ , где  $x^i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , – трансверсальные координаты, а  $y^\alpha$ ,  $\alpha = 1, \dots, n$ , – слоевые, то индуцированные координаты на  $T_{tr}M$  имеют вид  $\{x^i, y^\alpha, \dot{x}^i\}$ , где  $\dot{x}^i$  – координаты трансверсального вектора – элемента факторпространства  $T_xM/VT_xM$  касательного пространства  $T_xM$  по подпространству  $VT_xM$ ,