

Мясникова В. А., Бахтиева Л. У.

студентка К(П)ФУ, ИВМиИТ, канд. физ.-мат. наук, доцент К(П)ФУ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТКЛИКА ИММУННОЙ СИСТЕМОЙ ОРГАНИЗМА НА БИОСТИМУЛЯЦИЮ

В настоящее время огромный интерес вызывают математические модели для исследования биологических явлений, бурно развивается моделирование в иммунологии.

Цель работы – разработать компьютерную программу, позволяющую исследовать влияние биостимуляции на иммунную систему организма и сделать выводы, которые будут давать рекомендации по выбору наиболее эффективных программ лечения.

Как показывают исследования [1, 14] возможны 4 варианта исхода болезни: хроническая, острая, летальная и abortивная. При хронической, острой и летальной формах заболевания необходимо лечение. Пусть

$V=V(t)$ – концентрация размножающихся антигенов (патогенов) в пораженной части органа-мишени [част./мл];

$C=C(t)$ – концентрация антиген-специфических лимфоцитов [клет./мл];

$F=F(t)$ – концентрация антител в крови [част./мл];

$m=m(t)$ – доля разрушенных антигеном клеток в пораженной части органа-мишени.

Тогда модель с учетом биостимуляции и иммунотерапии [2, 7]:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= (\beta - \gamma F)V \\ \frac{dF}{dt} &= \rho C - \eta \gamma FV - \mu_f F + u_2 \\ \frac{dC}{dt} &= \xi(m)\alpha \frac{FV}{FV + F_1 V_1} F(t-\tau)V(t-\tau) - \mu_c(C - C^*) \\ \frac{dV_1}{dt} &= -\gamma_1 F_1 V_1 + u_1 \\ \frac{dF_1}{dt} &= \rho_1 C_1 - \eta_1 \gamma_1 F_1 V_1 - \mu_{f_1} F_1 \\ \frac{dC_1}{dt} &= \xi(m)\alpha_1 \frac{F_1 V_1}{FV + F_1 V_1} F_1(t-\tau)V_1(t-\tau) - \mu_{c_1}(C_1 - C_1^*) \\ \frac{dm}{dt} &= \sigma V - \mu_m m\end{aligned}\tag{1}$$

с начальными условиями:

$$V(0)=V^0, \quad F(0)=F^0, \quad C(0)=C^0, \quad V_1(0)=V_1^0, \quad F_1(0)=F_1^0, \quad C_1(0)=C_1^0, \quad m(0)=m^0\tag{2}$$

При хронических формах заболеваний применяется биостимуляция $u_1(t)$, основанная на введении непатогенных, не размножающихся антигенов (патогенов). Предпоследние три уравнения в модели (1) отражают характер процесса лечения при хронической форме заболевания [2, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{dV_1}{dt} &= -\gamma_1 F_1 V_1 + u_1 \\ \frac{dF_1}{dt} &= \rho_1 C_1 - \eta_1 \gamma_1 F_1 V_1 - \mu_{f1} F_1 \\ \frac{dC_1}{dt} &= \frac{F_1 V_1}{FV + F_1 V_1} \alpha_1 F_1 (t - \tau) V_1 (t - \tau) - \mu_{c1} (C_1 - C_1^*) \end{aligned}$$

При острой форм заболеваний и заболеваний с возможным летальным исходом применяется иммунотерапия $u_2(t)$, основанной на введении донорских антител, которые позволяют изменить динамику болезни в пользу выздоровления. Второе уравнение в системе (1) отражает лечение при таких формах заболевания [2, 7]:

$$\frac{dF}{dt} = \rho C - \eta \gamma F V - \mu_f F + u_2$$

Система (1) решалась численно в пакете MATLAB с помощью функции `dde23`. Был разработан удобный пользовательский интерфейс, позволяющий задавать коэффициенты уравнения в интерактивном режиме. Расчеты проводились для хронической, острой и летальной форм заболевания.

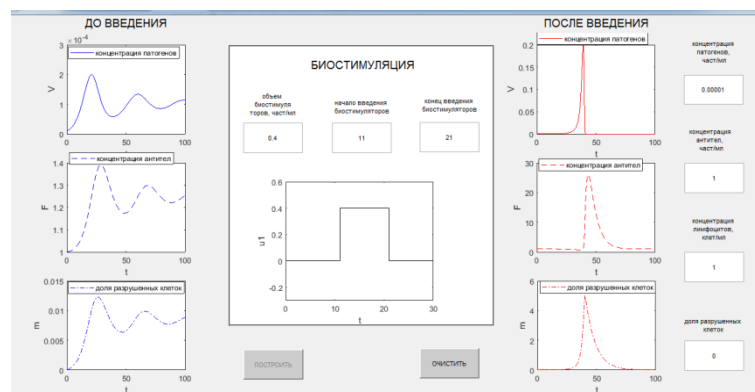


Рисунок 1

Результаты экспериментов показали, что при хронической форме лучше всего применить биостимуляцию, начиная с 11 дня течения болезни и по 21 в объеме 0,4 част./мл. При этом хроническая форма переходит в острую рисунок 1.

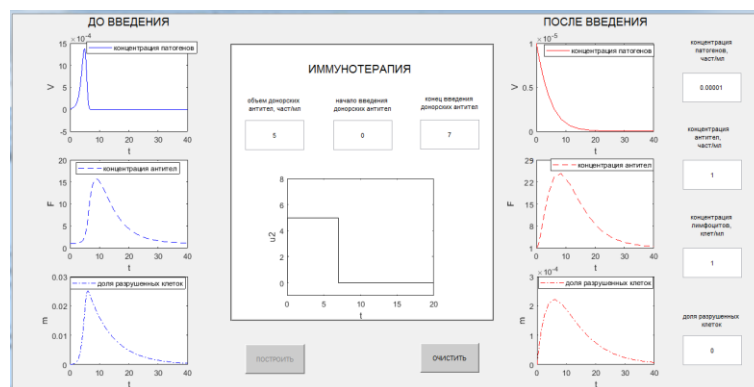


Рисунок 2

При острой форме заболевания необходимо применить иммунотерапию с первого дня болезни и объем иммуноглобулинов 5 част/мл и острая форма переходит в abortивную рисунок 2. При летальном исходе аналогично, но в объеме 15 част/мл. По результатам видно, что летальная форма заболевания переходит в острую рисунок 3.

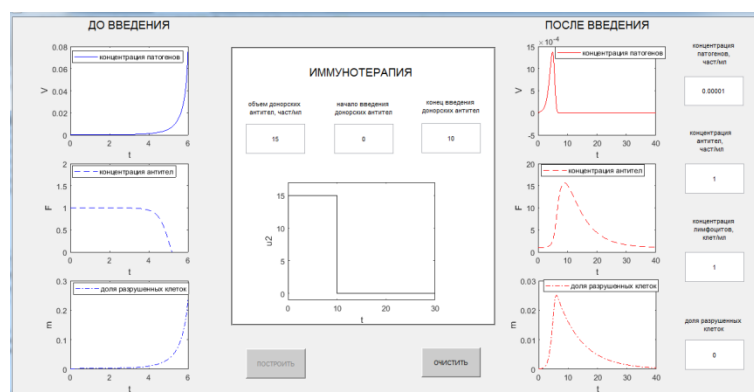


Рисунок 3

Результаты численных экспериментов подтвердили выводы Болодуриной И.П., которая для определения объема введенного вещества и временного интервала использовала один из критериев оценки функционирования иммунной системы.

Литература

1. Романюха А.А. Математические модели в иммунологии / А.А.Романюха — М.:Бином, 2012. — 285с.
2. Болодурина И. П., Луговскова Ю. П. Оптимальное управление динамикой взаимодействия иммунной системы человека с инфекционными заболеваниями / Вестник СамГУ — Естественнонаучная серия, 2009. — 16 с.