



А. В. Гусев, Н. К. Петрова, Х. Ханада
Вращение, физическая либрация и внутреннее
строение активной и многослойной Луны



Rotation, physical libration, internal structure
of the active and multi-layer Moon
Alexander Gusev, Hideo Hanada, Natalia Petrova



ИЗДАТЕЛЬСТВО
КАЗАНСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО УНИВЕРСИТЕТА
2015

УДК 523
ББК 22.653.1
Г 96

*Печатается по рекомендации
Ученого совета Института геологии и НГТ
Казанского федерального университета*

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор У.Н.Закиров
Доктор геолого-минералогических наук, профессор З.М.Слепак

Гусев А.В. , Петрова Н.К., Ханада Х.

Г 96 Вращение, физическая либрация и внутреннее строение активной и многослойной Луны.

А.В.Гусев, Н.К.Петрова, Х.Ханада.— Казань: Изд-во. Казанского федерального университета, 2015. — 323 с.

Реализация современных долгосрочных программ исследования Луны в рамках проектов ЛЛЛ, ILOM (JAXA, Япония), LRO, GRAIL, LADEE (NASA, США), Chang'E-1/2,3/4 (Китай), Chandrayaan-2 (Индия), Луна-Глоб-Ресурс (РКА, Россия) направлена как на создание долговременных лунных баз, так и на получение широкого спектра информации о лунном гравитационном поле, о точном положении Луны в инерциальной системе координат, динамической и геометрической фигуре Луны и ее внутреннем строении.

Переработанная и дополненная монография демонстрирует современные достижения в области исследования Луны, перспектив ее научной колонизации и будет интересна профессионалам и любителям астрономии, геофизики, планетологии, естествознания.

Realization of modern long-term programs of research of the Moon within the framework of projects LLL(USA, France), SELENE, ILOM (JAXA, Japan), LRO & GRAIL & LADEE (NASA, USA), Chang'E – 3/4, 5/6 (China), Chandrayaan-2 (India), LUNA – GLOB-RESOURCE (RSA, Russia) is directed both on creation of long-term lunar bases, and on reception of a wide spectrum of the information on a lunar gravitational field, about exact position of the Moon in inertial system of coordinates, a dynamic and geometrical figures of the Moon and its internal structure.

The revised and updated monography shows modern achievements in the field of research of the Moon, prospects of its scientific colonization and will be interesting to professionals and fans of astronomy, radio astronomy, geophysics, planetology, natural sciences.

ISBN

© Гусев А.В., 2015

© Казанский федеральный университет, 2015

Список основных обозначений и сокращений.....	7
Предисловие.....	8
ГЛАВА 1. СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ЛУНЫ.....	18
1.1. Вращение, внутреннее строение и эволюция Луны.....	18
1.2. Вращение небесного тела – ключ к его внутренней структуре.....	19
1.3. Особенности вращательного движения Луны. Физическая либрация..	23
1.4. Внутреннее строение Луны	29
1.5. Происхождение и эволюция Луны.....	37
ГЛАВА 2. ФИЗИЧЕСКАЯ ЛИБРАЦИЯ ТВЕРДОЙ ЛУНЫ.....	39
Введение.....	39
2.1. Современное состояние проблемы.....	44
2.1.1. Характер вращения Луны.....	44
2.1.2. Факторы, влияющие на точность описания ФЛЛ.....	47
2.1.3. Краткий обзор современных работ по теории ФЛЛ.....	50
2.2. Построение уравнений ФЛЛ.....	56
2.2.1. Системы координат и углы либрации.....	56
2.2.2. Канонические переменные, кинетическая и потенциальная энергия	58
2.2.3. Гамильтониан и канонические уравнения.....	62
2.3. Решение уравнений ФЛЛ.....	66
2.3.1. Построение аналитических параметров.....	67
2.3.2. Приведение решения дифференциальных уравнений к виду гар-	
монического осциллятора.....	71
2.3.3. Анализ полученного решения уравнений ФЛЛ.....	75
ГЛАВА 3. ФИЗИЧЕСКАЯ ЛИБРАЦИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ ЛУНЫ.....	80
Введение	80
3.1. Вращение и либрация многослойной Луны.....	81
3.1.1. Обобщенные законы Кассини для вязко-упругой Луны.....	82
3.1.2. Разновидности либраций многослойной Луны.....	83
3.1.3. Вынужденная физическая либрация однородной Луны.....	84
3.1.4. Эффекты диссипации во вращении Луны.....	85
3.1.5. Вращательная динамика многослойной Луны.....	86
3.1.6. Приливная и вращательная диссипация.....	90
3.1.7. Числа Лява для однородной и двухслойной моделей Луны.....	93
3.2. Свободная либрация многослойной вязко-упругой Луны	95
3.2.1. Гамильтонов подход к вращению Луны.....	97
3.2.2. Моды свободных либраций многослойной Луны.....	103
3.2.3. Моделирование периодов свободной либрации.....	106
3.2.4. Периоды и амплитуды свободных либраций Луны.....	108
3.3 Вынужденная либрация мантии и жидкого ядра Луны.....	111
3.3.1. Физическая либрация однослойной вязко-упругой Луны.....	112
3.3.2. Либрации двухслойной Луны: упругая мантия и жидкое ядро.....	115

3.3.3. Гравитационное взаимодействие между ядром и мантией Луны....	116
3.3.4. Физические либрации ядра и мантии Луны.....	118
ГЛАВА 4. СТРОЕНИЕ И ДИНАМИКА ЛУННОГО ЯДРА	124
4.1. Аргументы в пользу существования жидкого ядра Луны.....	124
4.2. Стратификация лунного ядра.....	128
4.3. Структура лунного ядра.....	131
4.4. Прецессия и параметр связи системы «ядро – нижняя мантия».....	139
4.5. Динамика ядра, свободные моды и затухание.....	140
4.6. Упругое тело мантии и диссипация Луны: приложения и сравнения	141
ГЛАВА 5. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ФИГУРА МНОГОСЛОЙНОЙ ЛУНЫ.....	146
5.1. Разложение гравитационного потенциала по сферическим функциям	146
5.2. Определение селенопотенциала по данным слежения за ИСЛ.....	149
5.3. Отклонение фигуры Луны от гидростатического равновесия.....	151
5.4. Масконы – положительные гравитационные аномалии.....	152
5.5. Масконы обратной стороны Луны.....	156
ГЛАВА 6. ПЕРСПЕКТИВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛУНЫ.....	159
6.1. Лунные космические программы.....	159
6.2. Лунный навигационный ежегодник	163
ГЛАВА 7. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ ДЛЯ БУДУЩИХ НАБЛЮДЕНИЙ.	165
Введение.....	165
7.1. Углы физической либрации	166
7.2. Движение полюса Луны вследствие свободного вращения.....	170
7.3. Данные новейших космических экспериментов по выявлению свободных нутаций ядра и параметров диссипации лунного вращения.	176
7.3.1. Свободная нутация жидкого ядра и его параметры	177
7.3.2. Параметры внутреннего твердого ядра.....	178
7.3.3. Физическая либрация и диссипация лунного вращения.....	179
7.4. Моделирование траекторий звезд в поле зрения полярного телескопа.	182
7.4.1. Прецессионно-либрационное движение полюса.....	182
7.4.2. Зависимость вида траекторий от местоположения телескопа.....	185
7.4.3. Движение лунного полюса под действием отдельных составляющих физической либрации	186
7.5. Прямая задача ФЛЛ. Особенности звездных траекторий в поле зрения лунного полярного телескопа и их чувствительность к динамической фигуре Луны.....	189
7.5.1. Подготовка списка звезд для наблюдений телескопом ИЛОМ.....	190
7.5.2. Редукция координат звезд к селенографической системе.....	192
7.5.3. Анализ траекторий звезд, наблюдаемых с лунного полюса.....	193
7.5.4. Оценка влияния модели гравитационного поля Луны на селеногра- фические координаты звезд.....	195

7.6. Обратная задача ФЛЛ. Оценка возможностей определения параметров либрации из наблюдений лунного полярного телескопа.....	200
7.6.1 Постановка задачи.....	200
7.6.2. Градиентный метод решения уравнений обратной задачи.....	200
7.6.3 Анализ решения обратной задачи.....	202
7.6.4. Оценка влияния погрешности измерения координат точность определения углов либрации.....	202
7.6.5. Расширение теории ФЛЛ на случай деформируемой Луны.....	205
7.6.6. Решение обратной задачи для вязкоупругой Луны.....	206
7.6.7 Анализ “остаточных разностей”.....	207
Заключение по главе.....	211
CHAPTER 8. KAGUYA MISSION, OBJECTIVES, DESCRIPTION, RESEARCH RESULTS.....	213
8.1. General description.....	213
8.2. Scientific Results.....	214
References.....	218
CHAPTER 9. DETERMINATION OF LUNAR GRAVITY FIELD IN KAGUYA	220
9.1. Historical background.....	220
9.2 Gravity observations in Kaguya mission and the first observation of the far-side.....	221
9.3. Contribution of VLBI to gravity observations.....	223
CHAPTER 10. TECHNICAL DEVELOPMENT FOR FUTURE EXPLORATION OF THE MOON.....	228
10.1. Introduction.....	228
10.2. VLBI	229
10.2.1. Differential VLBI.....	229
10.2.2. Inverse VLBI.....	230
10.2.3. Some Technical Development for dVLBI.....	231
CHAPT. 11. NEW RETRO-REFLECTOR FOR LUNAR LASER RANGING	233
11.1. Some problems in LLR.....	233
11.2. Development of a retro-reflector.....	235
11.3 In-situ Lunar Orientation Measurement (ILOM).....	236
11.3.1 Background.....	236
11.3.2. Outline of ILOM.....	237
11.3.3. Technology development for ILOM.....	238
11.3.3.1. Optical System.....	238
11.3.3.2. Centroid experiment.....	239
11.3.3.3. Mercury pool.....	240
ГЛАВА 12. ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ, ХИМИЧЕСКИЙ И МИНЕРАЛЬНЫЙ СОСТАВ ЛУНЫ (О. Л. КУСКОВ, В. А. КРОНРОД, Е. В. КРОНРОД).....	245
12.1. Введение.....	245
12.2. Сейсмическая структура мантии Луны.....	247

12.3. Проблема существования зоны подплавления в окрестности ядра....	251
12.4. Петрологические модели.....	252
12.5. Температура в недрах Луны.....	255
12.6. Термодинамический подход.....	256
12.7. Температуры в мантии, восстановленные по сейсмическим скоростям для различных составов.....	257
12.8. Тепловой режим Луны.....	262
12.8.1. Градиенты температуры в мантии.....	263
12.8.2. Модель равномерно распределенных источников.....	264
12.8.3. Модель магматического океана.....	266
ГЛАВА 13. РАДИОМАЯК И ПРИЕМНИК КА ДИАПАЗОНА В ПРОЕК- ТАХ «ЛУНА-РЕСУРС» И «ЛУНА-ГЛОБ» (А.С.КОСОВ)	274
13.1. Введение.....	274
13.2. Структурная схему проведения радиофизических экспериментов по проектам «Луна-Ресурс», «Луна-Глоб», решаемые научные задачи.....	275
13.3. Служебные задачи, решаемые приборами Радиомаяк и ПКД.....	283
13.4. Технические Требования (ТТ) к бортовому и наземному сегментам аппаратуры по проектам «Луна-Ресурс» и «Луна-Глоб».....	284
13.5. Расчет скорости передачи информации.....	288
13.6. Радиомаяк: конструкция, характеристики.....	291
13.7. Выводы.....	293
Заключение.....	296
Литература.....	298

Список основных обозначений и сокращений

ДСК (X, Y, Z) – динамическая система координат– триэдр осей инерции Луны;

ИСК – инерциальная селеноцентрическая система координат;

X_{cp}, Y_{cp}, Z_{cp} – кассиниева (средняя) система координат;

A, B, C – главные моменты инерции всей Луны;

A_m, B_m, C_m – главные моменты инерции мантии Луны;

A_c, B_c, C_c – главные моменты инерции ядра Луны;

A_f, B_f, C_f – главные моменты инерции внешнего жидкого ядра Луны;

A_s, B_s, C_s – главные моменты инерции внутреннего твердого ядра Луны;

C/MR^2 – нормализованный момент инерции;

$e_a = \frac{C-A}{A}, e_b = \frac{C-B}{B}$ – динамические эллиптичности мантии;

$e_c = \frac{C_c - A_c}{A_c}$ – динамическая эллиптичность всего ядра;

$e_f = \frac{C_f - A_f}{A_f}$ – динамическая эллиптичность жидкого внешнего слоя (FOC);

$e_s = \frac{C_s - B_s}{B_s}$ – динамическая эллиптичность твердого внутреннего ядра (SIC);

FOC – Fluid Outer Core – жидкое внешнее ядро;

I – наклон экватора Луны к эклиптике;

k_2 – коэффициент Лява второго порядка;

P_{CW} [год] – период чандлеровых колебаний Луны (Chandler-like Wobble);

P_{ICW} [год] – период колебаний твердого ядра Луны (Inner Core Wobble);

P_{FCN} [год] – период свободных нутаций жидкого ядра Луны (Free Core Nutation);

P_{FICN} [год] – период свободных нутаций внешнего жидкого ядра Луны (Free Inner Core Nutation);

P_{rot} – сидерический период собственного вращения Луны;

R_L, R_c, R_s – радиусы Луны, однородного жидкого ядра, внутрен. твердого ядра;

R_{diss} [Дж·сек] – диссипативный фактор;

SIC – Solid Inner Core – твердое внутреннее ядро;

ρ_c [г/см³] – плотность ядра Луны;

$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{C-A}{B} \\ \gamma &= \frac{B-A}{C} \end{aligned} \right\}$ – безразмерные моменты инерции Луны;

$\vec{\omega}, \vec{\omega}_{cp}$ – векторы мгновенной и средней скорости вращения Луны.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прошедшие семь лет с момента первого печатного издания тематической монографии (Гусев, Петрова, 2008г.) принесли невероятно много принципиально новой научной информации о вращении, физической либрации и внутреннем строении Луны. Все они нашли свое место в переработанной и дополненной новой монографии почти под тем же названием (2015г.), с новыми российскими и иностранными соавторами-коллегами.

Успешно реализованные лунные международные проекты “Kaguya” (2007 - 2009 гг.), “Chang’E - 1/2, 3/4” (2007 – 2015+ гг.), Chandrayaan (2008 - 2009гг.), LRO (2009 – 2015+ гг.), GRAIL (2011 – 2012гг.), LADEE (2013-2014гг.) не только усилили наблюдательный обвал высокоточной и многопараметрической информации с относительно недорогого и многофункционального научного оборудования на космических аппаратах, но и увеличили всплеск широкого публичного и профессионального междисциплинарного интереса, исследовательского энтузиазма и амбициозных государственных планов ведущих мировых держав по робототехническому освоения Луны к 2025 г. и полету человека на Марс в 2030–35 гг.

Исследование физики Луны получило мощный импульс с начала запуска космических аппаратов к ночной соседке в беспилотном и пилотируемом режимах – «Луна», «Зонд», «Луноход» (СССР), «Apollo» (США). Запуск американских научных спутников «CLEMENTINE» (1994 г.) и «Lunar Prospector» (1998–99 гг.), LRO (2009 – 2014+ гг.), “GRAIL” (2011 – 2012 гг.), LADEE (2013-2014гг.) европейского исследовательского зонда “SMART” (2005 - 2006 гг.), японского научного аппарата-лаборатории “Kaguya” (2007-2009 гг.), китайских спутников серии “ChangE-1/2, 3/4” (2007 – 2014+ гг.), индийского спутника “Chandrayaan” (2008-2009гг.) стремительно, кардинально и качественно изменил ситуацию в исследовании Луны.

Уже в новом тысячелетии серия космических экспериментов, направленных на глобальное исследование нашего уникального в Солнечной системе спутника, стартовала с проекта SMART-1, открывшего новые технологические возможности лунных экспериментов, обеспечивающих широкий спектр данных о Луне. 2007 год – это год триумфального включения в лунные исследования космических

агентств Японии, Китая, Индии. Речь идет, в первую очередь, о японской миссии SELENE (Kaguya), впервые обеспечившей за более чем годовой срок пребывания на лунной орбите высокоточное топографическое и гравитационное картирование всей лунной поверхности, включая ранее недоступные области обратной стороны и зоны лимба (Araki et al., 2009; Namiki et al., 2009). С помощью бортового лазерного измерителя «Кагуя» определены высоты 6,8 млн. точек на всей поверхности Луны, включая полярные зоны, с погрешностью в пределах 4 метров. Удалось изучить также зоны лунных полюсов, куда не попадает солнечный свет. Установлено, что разница между самой высокой и самой низкой точками на поверхности Луны составляет 19,8 км, что на 2 км больше, чем предполагалось ранее. Наиболее высокая точка Луны находится на краю кратера Дирихле-Джексона вблизи экватора и возвышается над поверхностью на 11 км. Наиболее глубокая впадина на Луне - дно кратера Антониади около южного полюса, погруженное на 9 км от среднего уровня поверхности Луны.

Лунный разведчик “LRO – LCROSS” (NASA, США), запущенный в июне 2009 года, с первых же дней своего функционирования на лунной орбите поставляет на Землю уникальные снимки высоко разрешения лунной поверхности. Лунный зонд LCROSS в октября 2009г. столкнувшись с поверхностью спутника Земли, нашел доказательства присутствия там значительного количества водяного льда !

LRO нашел также самую холодную точку Солнечной системы. Она находится в затененных кратерах рядом с южным полюсом Луны. Зонд обнаружил самое холодное место в ходе составления температурной карты Луны. Температура внутри кратеров достигает минус 240 градусов Цельсия. Это всего на 33 градуса выше абсолютного нуля. Даже на Плутоне, который расположен в 40 раз дальше от Солнца, на несколько градусов теплее.

Миссия LRO - это первый серьезный шаг в реализации долговременной программы установки обитаемых лунных баз, запланированных многими странами на 20-е годы. В задачу LRO входит поиск наиболее подходящее место для дислокации базы. Для этого ему предстоит найти воду и источники энергии, «разведать», насколько опасна радиационная обстановка в окололунном пространстве для человека. Эти задачи решаются с помощью шести научных инструментов LRO. К настоящему времени (август 2015г) на основе всего

комплекса наблюдений созданы четыре массива баз данных: 1) топографический (6.4 млрд. высотных измерений; модели топокарт учитывают сферические гармоники до 2500 степени и порядка); 2) данные поверхностных наклонов; 3) данные неровностей поверхности (точность достигает 5 м.); 4) данные альбедо в нулевой фазе. По результатам анализа данных в полярной области наибольшая яркость наблюдается в кратере Shackleton. На южном полюсе Луны, как наиболее интересном районе будущих научных исследований, рекомендована площадка размером 2 км x 1.5 км для будущих международных миссий.

В октябре 2010 году Китай запустил к Луне зонд "ChangE-2", который подвергся существенным усовершенствованиям, поэтому аппарат может быть отнесен к следующему поколению лунных зондов: на нем была установлена цифровая камера, которая позволила получать снимки более высокого разрешения в разных диапазонах частот.

Весь 2012 год прошел для изучения Луны под знаком американской уникальной миссии "GRAIL" (NASA, США), результатом которой явилось построение моделей гравитационного поля Луны вначале до 600 порядка, а в рамках данных расширенной миссии, до 1200 порядка! Точность модели гравполя Луны была улучшена сразу на три-четыре порядка по сравнению с предыдущими моделями гравполя Луны! Поверхностное разрешение гравполя достигает в линейном масштабе 5 км и наблюдается высокая корреляция гравполя и лунной топографии зонда LRO. По результатам исследований средняя толщина коры на видимой стороне Луны имеет значение 35 км (меньше чем оценивалось ранее), пористость лунной коры на видимой и невидимой сторонах достигает до 5% - 20%, и чем глубже, тем больше! Плотность коры оказалось меньше чем ожидалось. Появились дополнительные аргументы о двухслойной структуре лунного ядра: внешнее жидкое FeS и внутреннее твердое Fe.

2013 год открылся новой американской лунной миссией "LADEE", главной целью которой было изучение экзосферы Луны, ее пылевой и газовой составляющих, на высотах 30-100 км. Выяснилось, что дневная температура на поверхности достигает плюс +107° С, а ночная падает до минус -173 ° С, перепад температур равен +280 ° С. Структура атмосферы Луны меняется с ее фазами. Атмосфера Луны

содержит многочисленные простейшие молекулы очень низкой концентрации, ее пылевая составляющая неоднородна и образуется при падении многочисленных микрометеоритов. За время работы этого зонда наблюдалось до 10 тыс падений микрометеоритов.

В декабре 2013г успешно совершил посадку на Луну китайский посадочный модуль "ChangE-3" с мини ровером (луноход) "Юта". Высокостабильный радиомаяк, размещенный на луноходе, в течение прошедшего года активно включается с наступлением каждого лунного дня и дает уникальную по точности и объему информацию о движении и вращении Луны с точностью до 0.3мм по линейной шкале! После первого года наблюдений методами Радио Локации Луны (RLR) объем и точность полученной информации о спин-орбитальном движении Луны уже превышает массив данных, полученных Лазерной Локацией Луны (LLR) за 44 года ее наблюдений!

Большой объем научной информации о внутреннем строении Луне может быть получен из наблюдения физической либрации, а также из ее теоретического моделирования. Период собственного вращения Луны совпадает с периодом обращения ее вокруг Земли (спин-орбитальный резонанс 1:1), поэтому мы видим ее только с одной стороны (50%). Но в действительности с Земли можно видеть примерно 59% лунной поверхности благодаря оптической либрации (покачиванию) Луны при неравномерном движении по эллиптической траектории и малому наклонению оси ее вращения к плоскости лунной орбиты. Физическая либрация неоднородной Луны с жидким ядром, малая по величине, но мощная как источник информации о внутреннем строении и динамической фигуре Луны и Земли, уже имеет своим источником гравитационное и приливное взаимодействие с Землей и Солнцем.

Начало нового тысячелетия отмечено рядом работ, в которых дается обзор результатов и проблем в этой области (Kuskov, Kronrod, 1998-2015; Gusev, Petrova, 1999-2015; Williams et al., 2001-2015; "New Views of the Moon", 2006). Изучение вращения небесного тела открывает возможности проникать в сложную внутреннюю структуру небесного тела, особенно в тех случаях, когда другие (геофизические) методы недоступны. Показано, что определение периодов и амплитуд свободной либрации позволит сделать вывод о наличии жидкого ядра Луны и планет, оценить размеры, форму, состав и тепловой профиль,

а также периоды чандлеровых колебаний внутреннего твердого ядра и свободной нутации внутреннего жидкого и внутреннего твердого ядра Луны. Авторами впервые рассчитан спектр свободной либрации и проведено структурно-параметрическое моделирование внутреннего строения Луны. Выполнено моделирование с целью определения зависимости полученных периодов свободного вращения от радиуса, плотности, химического состава ядра, а также от диссипативных характеристик зоны ядро-мантия. Представлены модельные геофизические разрезы Луны и структурная детализация лунного двухслойного ядра.

Особого внимания заслуживают результаты моделирования звездных треков с целью организации наблюдений при помощи полярного оптического телескопа, который планируется разместить на одном из полюсов Луны в рамках японской робототехнической программы ILOM, реализация которой намечена на 2019г. Предложен проект оценок и рекомендаций по наблюдению физической либрации многослойной Луны. Наряду с этим, изложены современные фундаментальные проблемы международных астрономических и геофизических исследований Луны с учетом перспективы создания долгосрочных лунных баз, сформулирована концепция лунного навигационного ежегодника.

Анализ лазерный локации Луны (LLR, 45года) показывает смещение оси вращения Луны, который указывает на сильную диссипацию при вращении Луны. Возможны два источника диссипации – месячные твердотельные приливы, возбуждаемые Землей и Солнцем, и дифференциальное вращающееся двухслойное жидко/твердое ядро. Аналитические следствия приливов и вращения ядра анализируются: диссипация от этих двух эффектов проявляется по-разному. Это дает возможность найти закон зависимости параметра диссипации Q от частоты.

Анализ LLR указывает на четыре дополнительных малых члена диссипации, ответственных за смещение оси вращения. Только приливная диссипация не дает хорошего согласия для всех четырех амплитуд смещения оси. В настоящее время энергия диссипации твердотельных приливов и жидкого ядра мала, но ситуация драматически меняется для ранней Луны. В ранней период Луна может проходить через сильные спин-орбитальные резонансы, при которых может вы-

деляться мощная энергия в мантии и на СМВ. Энергия, локализованная на СМВ, поддерживает конвекцию и функционирование магнитодинамо в жидком лунном ядре первые 2,0 млрд лет. Остаточная намагниченность лунных пород предсказывает это событие в лунной истории и дает временные отметки прохождения Луны через спин-орбитальные резонансы.

Изучение **свободной и вынужденной либрации** в теории физической либрации вязко-упругой многослойной Луны также является одним из важных этапов в изучении динамики и внутреннего строения нашего естественного спутника.

Реализация современных долгосрочных **программ исследования Луны** в рамках проектов ЛЛЛ, SELENE, ILOM (JAXA, Япония), LRO, GRAIL (NASA, США), Chang'E (Китай), Chandrayaan (Индия), Луна-Глоб-Ресурс (РКА, Россия) направлена как на создание долгосрочных лунных баз, так и на получение широкого спектра информации о лунном гравитационном поле, о точном положении Луны в инерциальной системе координат, динамической и геометрической фигуре Луны и ее внутреннем строении, включая многослойное жидкое лунное ядро.

Из обработки данных лазерной локации было показано наличие свободной либрации и существование жидкого ядра Луны. Но механизм поддержания долговременной свободной либрации недостаточно ясен. Свободная либрация по долготе блендирует с двумя гармониками вынужденной либрации, обусловленной влиянием Венеры. Поэтому для наиболее точного определения параметров свободной либрации необходим как можно более точный учет дополнительных и планетных членов. Кроме того, данные ЛЛЛ привели к открытию диссипации вращательного движения Луны. Природа аномальной диссипации не определяется однозначно. Хотя учет приливной диссипации уменьшает расхождение теории с наблюдениями, этого эффекта недостаточно, чтобы объяснить полностью обнаруженную диссипацию.

Методы структурного анализа внутреннего строения, разработанные для Земли, могут быть успешно использованы и для Луны, но необходимость принимать во внимание резонансный характер ее орбитально-вращательного движения существенно усложняет математическое описание этих процессов. Важно построить аналитичес-

кую теорию для спин-орбитального движения Луны высокой точности. Эта теория должна быть пригодна для уточнений параметров гравитационного поля, резонансных либраций, чисел Лява до четвертого порядка, добротности Q , вязкости высокотемпературной нижней мантии и двухслойного ядра. Необходимо принимать во внимание спин-орбитальные взаимодействия, резонансное взаимодействие с Венерой, а также построение трехслойной модели вязкой Луны с приливной и турбулентной диссипацией на границе мантия – ядро. Особое значение приобретает исследование свободной либрации Луны. Определение периодов и амплитуд свободных либраций позволит сделать вывод о наличии жидкого ядра Луны, оценить его размеры, форму, геофизический состав, тепловой профиль. Большое значение будут иметь либрационные наблюдения в ILOM-проекте миссии SELENE-II (2019 г.).

Настоящая монография имеет своей целью исследование особенностей вращения многослойных тел:

1. Изучение тонких эффектов физической либрации во вращении многослойной Луны, связанных с наличием у нее двухслойного горячего ядра;

2. Анализ свободных и вынужденных либраций для многослойной Луны, моделирование внутреннего строения трехслойной Луны.

3. Разработка геофизического, теплового, геохимического и минерального разрезов Луны и структурная детализация лунного двухслойного ядра на базе последних данных лунных наблюдений, экспериментов и компьютерного моделирования.

4. Подготовка небесно-механических, навигационных, геодезических и геофизических обоснований и рекомендаций для программы исследования внутреннего строения Луны в рамках будущих российских и международных космических миссий.

Научная новизна монографии

В рамках Гамильтонова подхода к описанию дифференциального вращения многослойных небесных тел развита теория и сделаны оценки периодов возможных свободных либраций, чандлеровых колебаний внутреннего твердого ядра и свободной нутации внутреннего жидкого и твердого внутреннего ядра Луны.

Рассчитан спектр свободных либраций и проведено структурно-параметрическое моделирование внутреннего строения Луны. Выполнено моделирование с целью определения зависимости полученных периодов свободного вращения от радиуса, плотности, химического состава ядра, а также от диссипативных характеристик зоны ядро – мантия.

Предложен геофизический, геохимический, тепловой, температурный и минеральный разрез Луны и структурная детализация лунного двухслойного ядра на базе последних данных лунных наблюдений, экспериментов и компьютерного моделирования.

Предложен проект оценок и рекомендаций по наблюдению физической либрации многослойной Луны для японской робототехнической программы ILOM на южном полюсе Луны на период 2020г.

Монография состоит из введения, 13 глав, заключения, списка литературы. Работа изложена на 323 страницах, включает 27 рисунка, 20 таблиц. Список литературы состоит из 439 библиографических ссылок.

Во **введении** обоснована актуальность темы монографии, сформулированы ее основные цели и задачи, перечислены результаты работы, указана их новизна, значимость и перспективы их использования, приведена структура и содержание монографии.

В **первой главе** дается обзор теоретических достижений при исследовании спин-орбитальной эволюции планетных систем. В параграфе 1.1 описываются основные этапы исследований вращательной эволюции небесных тел от работ Л.Эйлера, Дж.Л.Лагранжа, П.С.Лапласа до современного момента. Дан краткий обзор опубликованных работ по теории вращения, захвата в резонансное вращение и устойчивости вращения небесных тел. Выведены ключевые уравнения, описывающие нерезонансное вращение небесных тел. В параграфе 1.2 дано описание вращения, внутреннего строения и эволюции Луны. Описаны законы Кассини для твердотельной модели Луны. На основе последних данных ЛЛЛ и миссий Клементина (1994 г.), Лунар Проспектор (1998–99 гг.), Кагуя (2007-2009гг.), ЧангЕ-1/2, 3/4 (2007-2016), Грайл (2012) представлен уточненный геофизический разрез полной Луны и ее центральной части – жидкого внешнего расплавленного и внутреннего твердого ядра.

Во **второй главе** всесторонне рассмотрена вынужденная физическая либрация однородной Луны – Главная проблема. В первом параграфе дан обзор современного состояния проблемы ФЛЛ, описан характер вращения Луны, указаны факторы, влияющие на точность описания ФЛЛ, приведен краткий обзор современных работ по теории ФЛЛ. Во втором параграфе представлено построение уравнений ФЛЛ, введены системы координат и углы либрации, канонические переменные, кинетическая и потенциальная энергия, Гамильтониан и канонические уравнения ФЛЛ. В третьем параграфе предложено решение уравнений ФЛЛ, дана процедура построения аналитических параметров, описаны преобразования дифференциальных уравнений ФЛЛ к виду гармонического осциллятора, предложен анализ полученного решения уравнений ФЛЛ.

В **третьей главе** всесторонне рассмотрена вынужденная и свободная физическая либрация многослойной Луны. В параграфе 3.1 представлены обобщенные законы Кассини для двухслойной модели Луны, указаны основные разновидности либрации многослойной Луны, рассмотрена физическая либрация однородной Луны, оценено влияние диссипации энергии на границе ядро – мантия на вращение Луны. В параграфе 3.2 рассмотрена свободная либрация многослойной вязко-упругой Луны. Сформулирован Гамильтонов подход к вращению многослойной Луны и вычислены моды свободных либраций, проведено моделирование периодов свободных либраций в зависимости от размера жидкого ядра, геохимического состава, динамического сжатия двухслойного ядра, приведены периоды и амплитуды свободных либраций. В параграфе 3.3 в рамках модели двухслойной Луны (упругая мантия и жидкое ядро) получены и решены уравнения физической либрации по долготе в линейном приближении по малым величинам. На основе решений представлены частоты и амплитуды физической либрации в зависимости от динамических и геофизических параметров ядра и мантии Луны.

В **четвертой главе** анализируется строение и динамика лунного ядра, демонстрируются аргументы в пользу существования сложного двухфазного лунного ядра – внутреннего железного твердого ядра и внешнего жидкого эвтектического ядра, представлен геофизический разрез ядра Луны, разработана модель трехслойной Луны, вычислены четыре свободные моды либраций: чандлеровы колебания полной

Луны и твердого лунного ядра, свободные нутации жидкого внешнего и твердого внутреннего ядра.

В **пятой главе** анализируются модели гравитационного поля и динамической фигуры многослойной Луны на основе последних данных, обсуждаются значительные отклонения реальной фигуры Луны от равновесной и наличие заметных гравитационных аномалий на обратной стороне Луны, предлагается модель плюм-тектонического образования масконов на ранних этапах эволюции Луны.

В **шестой главе** излагаются современные проблемы при исследовании Луны, международные перспективы фундаментальных астрономических и геофизических исследований Луны на основе долгосрочных лунных баз, сформулирована концепция лунного навигационного ежегодника.

В **седьмой главе** представлена теоретическая интерпретация физической либрации Луны для будущих наблюдений с ее поверхности в рамках японского проекта ILOM (2019 г.).

В **8, 9, 10, 11 главах** описаны основные результаты японской миссии SELENE (Проект Kaguya, 2007-2009г.), изложена концепция размещения оптического телескопа на северном полюсе Луны в рамках японского проекта ILOM (Hanada, 2019г). Все эти четыре главы написаны на английском языке.

В **двенадцатой главе** представлен тепловой режим, химический и минеральный состав Луны, сейсмическая структура и модели мантии Луны, обсуждена проблема существования зоны подплавления в окрестности ядра, разрабатывается термодинамический подход и петрологические модели Луны, анализируются модели равномерно распределенных источников тепла и магматического океана Луны.

В **тринадцатой главе** описаны небесномеханические эксперименты на поверхности Луны и в около лунном пространстве с помощью высокостабильных радиомаяков и приемников Ka диапазона в проектах “Луна-Ресурс” и “Луна-Глоб”, дана структурная схема проведения радиофизических и навигационных экспериментов по проектам «Луна-Ресурс», «Луна-Глоб», обоснование решаемые научные и служебные задачи при исследовании Луны.

В **заключении** описываются основные результаты и выводы по всей монографии.

ГЛАВА 1. СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ЛУНЫ

1.1. Вращение, внутреннее строение и эволюция Луны

На повестке дня современных космических программ зреет вопрос о выборе наилучшего места для долговременных лунных обитаемых поселений землян по всему спектру жизнеобеспечения и промышленного освоения недр Луны.

Современные программы лунных исследований демонстрируют возможности и преимущества междисциплинарного подхода: астрономические наблюдения и теоретическое моделирование дополняются селенодезическими задачами и геофизическими методами (Kuskov, Kronrod, 1998-2014; Gudkova, Zharkov, 2001-2014) уточняются непосредственными геофизическими экспериментами. Методы структурного анализа внутреннего строения, разработанные для Земли, используются и для Луны, но резонансный характер ее орбитально-вращательного движения существенно усложняет математическое описание физической либрации Луны (ФЛЛ).

В программу современных исследований Луны включается изучение тонких эффектов вращательного движения, построение многообразия моделей внутреннего строения (Рускол, 1975) и, как результат, уточнение гипотез происхождения и эволюции системы Земля – Луна (Галкин, 1978; Жарков, 1983, 2013). На сегодня уже накоплены и продолжают накапливаться интереснейшие данные по селенографии, динамике и внутреннему строению Луны, полученные в результате самых разнообразных наблюдений, космических экспериментов, обработки данных (Шевченко, 1980; Шевченко и др., 2003; Ризванов и др., 2007). К ним относятся: наземные оптические и спутниковые наблюдения, сейсмические и магнитометрические измерения, проведенные в программах «Луна» (1959–1976), «Зонд» (1965–1970), «Аполлон» (1968–1972) и «Луноход» (1970–1973), космические миссии Clementine (1994) и Lunar Prospector (LP, 1998–1999), Европейский лунный спутник SMART-1 (2003–2006), “Kaguya” (2007–2009), “Chang’E-1/2” (2007 – 2012+), Chandrayaan (2008–2009), LRO (2009 – 2014+), GRAIL (2011 – 2012); обработка результатов лазерной локации Луны (ЛЛЛ), реализуемой в течение 45 лет.

Вращение Луны чувствительно к его внутреннему строению. Численные модели физической либрации Луны (Williams et al. 2001, 2003; Krasinsky, 2002), удовлетворяющие современным данным лазерной локации, обязательно включают сложную внутреннюю стратиграфию лунного тела. Для аналитических теорий это сделать гораздо сложнее. Тем не менее, такая необходимость существует. Основным преимуществом аналитического подхода в теории ФЛЛ является возможность разделения вынужденной и свободной либрации. Высокоточные данные лазерной локации Луны дают для этого прекрасную наблюдательную основу.

1.2. Вращение небесного тела – ключ к его внутренней структуре

Изучение вращения небесного тела – один (а порой – единственный) из методов исследования внутренней структуры астрономических объектов, для которых недоступен тот богатый арсенал геофизических методов, успешно применяемых для Земли. Способность вращающегося тела реагировать на внешние возмущения в значительной степени определяется тем, как оно устроено внутри. Известный прием выяснения, является ли яйцо сырым или сваренным вкрутую, через его закручивание наглядно демонстрирует такую взаимосвязь. Для того чтобы получить представление о том, как происходит вращение планеты, необходимо изучить движение отдельных деталей ее видимого диска относительно звезд. В этом отношении Луна, как ближайшее небесное тело, позволяет изучать ее вращательное движение даже невооруженным глазом. Естественно, что к настоящему времени разработано большое количество астрометрических и радиоастрономических, космических и локационных методов наблюдений, накоплены многолетние ряды наблюдений для их высокоточной статистической обработки. Чтобы удовлетворить точности таких наблюдений, а это 0,001 секунд дуги (arcsec), теоретическое моделирование вращательного движения Луны должно учитывать многочисленные тонкие эффекты как со стороны внешних сил, так и в особенностях внутреннего строения Луны. К настоящему моменту учеными разных стран разработано несколько подходов к теоретическому описанию лунного вращения. Не вдаваясь в подробности различных теоретических подходов, рассмотрим общие принципы построения модели вращения небесного тела на примере Луны.

Луна находится относительно недалеко от Земли – среднее расстояние ~ 384000 км – и имеет соизмеримые с Землей размеры – $R_L \sim 1738$ км, масса $m_{\text{Луна}} \sim 1/81,3 m_{\text{Земля}}$. Если бы Луну и Землю можно было считать изолированными точечными объектами, то движение Луны вокруг Земли происходило бы по кеплеровской орбите, т.е. по эллипсу, возмущаемому лишь притяжением Солнца. Однако особенности внутреннего строения Земли и самой Луны обуславливают сложность влияния притяжения Солнца и планет на движение Луны относительно Земли, а следовательно, и сложность ее видимого движения среди звезд. Поэтому лунная теория – одна из самых трудных проблем небесной механики – развивалась совершенно отдельно от других планетных теорий.

Орбита небесного тела, двигающегося по законам Кеплера относительно орбиты Земли (эклиптики), описывается шестью параметрами (рис. 1.1): большая полуось орбиты a , наклон орбиты к эклиптике i , долгота восходящего узла орбиты ϱ (Ω) относительно точки весеннего равноденствия γ , долгота перицентра Π (перигея, если речь идет о движении вокруг Земли) π относительно линии узлов, среднее движение (средняя скорость) тела по орбите n и, наконец, момент прохождения T_0 тела через определенную точку орбиты, как правило, точки перицентра.

Определение из наблюдений этих шести параметров позволяет предвычислять положение планеты в пространстве. Положение планеты в орбите описывается средней аномалией v – угол между радиусом вектора планеты и линией апсид **АП**: $v = nt$ (на рис. 1.2 этот угол больше развернутого).

Поскольку для большинства планет движение по орбите близко к кеплеровскому, то небольшие отклонения от него учитываются через зависимость указанных шести параметров – *оскулирующих элементов* – от времени t в виде степенных рядов по t .

Для Луны такое описание совершенно не подходит, так как ее орбита существенно отличается от кеплеровской, поэтому предпочитают разлагать в ряд сами координаты – долготу L (угол $\gamma'OL'$), широту B (угол $L'OL$), параллакс π_L (или расстояние $r_L = OL$) – в функции времени. Таким образом, получают *аналитические таблицы* движения Луны. В конце XIX – начале XX века, когда были построены уравне-

ния движения Луны и когда не было ЭВМ, получение решения в виде рядов было единственно возможным способом их решения.

В семидесятые годы XX века с появлением мощных вычислительных машин и программ численного интегрирования решение уравнений движения (и вращения) Луны стали получать и в числовом виде, а не только в виде рядов. Численное интегрирование уравнений движения дает решение даже в случаях, когда уравнения движения имеют сложное аналитическое выражение. При этом численные решения, как показал опыт последних десятилетий, обладают большей точностью по сравнению с аналитическими.

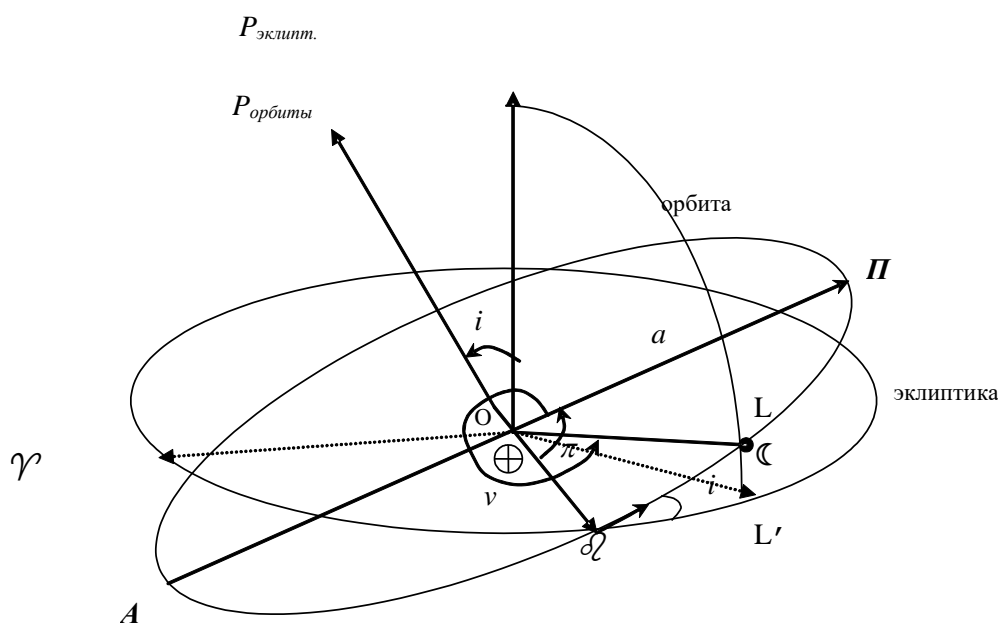


Рис. 1.1. Система координат для описания движения по кеплеровской орбите

Тем не менее, оба способа – аналитический и численный метод – до сих пор используются при решении уравнений не только движения, но и вращения. Несмотря на низкую относительно численного решения точность, аналитическое решение позволяет глубже понять и выявлять причины, которые играют наибольшую роль в тех или иных наблюдаемых явлениях, объяснять и предсказывать новые эффекты в динамике Луны. Умелое сочетание обоих подходов способствуют существенному продвижению в получении цельной картины о Луне в целом.

Аналитическое решение представляет собой *ряд Пуассона*, в котором зависимость от времени включается в виде тригонометрических множителей, а от параметров орбиты – в виде степенных коэффициентов:

$$\sum_{r=1}^{\infty} \text{COEF}_r \cdot \text{FACTOR}_r \sin_{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D). \quad (1.1)$$

Здесь: COEF_r – числовые коэффициенты, $\text{FACTOR}_r = \prod_{i=1}^9 E_i^{m_{ri}}$ – степен-

ные полиномы, k_{ij}, m_{ri} – тригонометрические и степенные индексы.

Для орбитальных координат степенные множители являются функциями от

e и e' – эксцентриситетов лунной и солнечной орбит,
 i – наклона орбиты к эклиптике,
 a/a' – отношения больших полуосей орбит Луны и Солнца,
 n'/n – отношения средних движений. (1.2)

Слагаемые тригонометрических членов являются *аргументами Делоне*: $l = \bar{L} - \pi$ и $l' = \bar{L}' - \pi'$ – средние аномалии Луны и Солнца, соответственно, $D = \bar{L} - L'$ – так называемая элонгация Солнца относительно Луны, а $F = \bar{L} - \bar{\Omega}$ – аргумент широты Луны. \bar{L} и \bar{L}' – средние долготы Луны и Солнца соответственно. Каждый из этих аргументов представляется в виде степенного ряда по времени t , например: $l = l_0 + l_1 t + l_2 t^2 + \dots$. Значения коэффициентов l_i определяются из наблюдений и известны с определенной степенью точности. Их значения можно взять, например, из астрономического ежегодника. В частности, с точностью до линейных членов выражения для основных аргументов на эпоху наблюдения JD2000.0 следующие:

$$\begin{aligned} D &= 350^\circ 44' 23'',67 + 16029616'',64569t \\ l &= 296^\circ 6' 25'',31 + 17179167'',14t \\ l' &= 11^\circ 15' 11'',92 + 17395266'',10t \\ F &= 270^\circ 26' 11'',71 + 17325594'',06085t, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где t отсчитывается в юлианских годах от эпохи JD2000,0. Таким образом, выражения для долготы L , широты B и синуса параллакса $\sin \pi_L = 1/r_L$ могут быть представлены в виде рядов

$$L = \bar{L} + \sum a_k \sin \psi_k, \quad B = \sum b_k \sin \psi_k, \quad \sin \pi_L = \sum c_k \sin \psi_k, \quad (1.4)$$

здесь ψ_k – различные комбинации четырех основных аргументов Делоне, а a_k, b_k, c_k – почти постоянные коэффициенты, выраженные буквенно через параметры (2). Сумма $\Lambda = \sum a_k \sin \psi_k$ в выражении для долготы называется *неравенством по долготе*. Операции с рядами, имеющими сложные буквенные коэффициенты (полиномы по степеням параметров), вполне доступные при использовании мощных компьютеров, необозримо трудоемки при ручных выкладках. Поэтому Браун, который в 1904 – 1909 гг. на основе теории Хилла построил полную теорию движения Луны, выполнял все преобразования, задаваясь с самого начала численными значениями параметров (1.2) и оперируя, таким образом, с рядами, имеющими численные коэффициенты.

С появлением мощных вычислительных машин и программ, реализующих буквенные операции на ЭВМ, были построены более точные теории движения Луны. В них учтено большое количество возмущений не только в рамках возмущенной задачи трех тел, но и прямые возмущения от планет Солнечной системы. Точность этих теорий порядка 0,0001 секунд дуги, что соответствует погрешности в несколько сантиметров в определении расстояний до Луны. Точность численных теорий значительно выше. К примеру, численные эфемериды DE428/LE429, полученные в лаборатории реактивных исследований НАСА (Williams, 2008) дают погрешность менее 5 мм.

1.3. Особенности вращательного движения Луны. Физическая либрация

Еще во времена древнегреческих астрономов было известно, что Луна постоянно обращена к Земле одной и той же стороной. Это означает, что скорость вращения Луны относительно своей оси равна скорости обращения вокруг Земли. Такое соотношение между периодами вращения и обращения не случайно. В небесной механике говорится, что Луна находится в резонансе один к одному – 1:1. Как уже было сказано в 1.1, резонансные явления в Солнечной системе достаточно распространены. Резонансное состояние – это конечный этап приливной эволюции небесных тел. В частности для Луны резонансное вращение – это устойчивое состояние, соответствующее минимальным

потерям вращательной энергии из-за приливного трения. При более детальном изучении вращения Луны вырисовывается полная картина резонансного движения вокруг оси, описанная тремя *законами Кассини*. Д.Кассини сформулировал их в 1693 году, по-видимому, эмпирически на основании собственных длительных рядов наблюдений. Суть этих законов следующая.

1. Луна вращается *с постоянной угловой скоростью* $\vec{\omega}_{cp}$ вокруг своей оси.

2. Полюс лунного экватора, эклиптики и лунной орбиты *лежат в одной плоскости* (плоскость Кассини). Восходящий узел лунной орбиты совпадает с нисходящим узлом лунного экватора (рис. 1.2).

3. Плоскость лунного экватора наклонена **под постоянным углом** $I=1,57^\circ$ к плоскости эклиптики.

Для математического описания кассиниевого движения используют углы Эйлера (рис. 1.2).

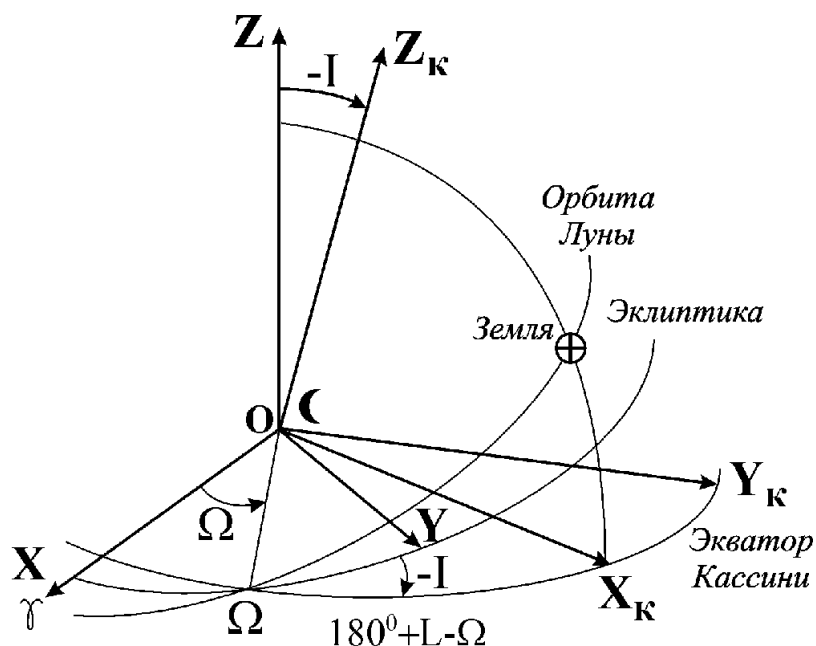


Рис. 1.2. Углы Эйлера: Ω , $-I$, F , определяющие положение триэдра Кассини X_K, Y_K, Z_K относительно эклиптикальной системы координат XYZ . Ось X направлена в точку весны, ось Z – к полюсу эклиптики P . \oplus – средняя Земля

В качестве инерциальной системы координат используют селеноцентрическую эклиптикальную систему координат, плоскость XOY параллельна плоскости эклиптики, ось X направлена в точку весны γ , ось Z – к полюсу эклиптики, ось Y – образует правостороннюю си-

стему координат. X_K, Y_K, Z_K – триэдр Кассини, который отождествляет «среднюю» Луну, вращение которой описывается тремя законами Кассини. Угол $F = 180^\circ + L - \Omega$.

Вследствие вращения по Кассини ось вращения Луны не сохраняет своего положения в пространстве и обладает движением, которое является аналогом прецессионного движения земной оси. Проявлением этого является так называемая *оптическая либрация Луны* – изменение видимой с Земли части поверхности Луны вследствие изменения геометрического взаиморасположения в пространстве оси вращения Луны и линии Земля – Луна (рис. 1.3).

В результате Луна не бывает повернута к Земле строго одной и той же стороной, а как бы колеблется вокруг центра масс. Амплитуда этой *либрации* лунного шара равна примерно 8° , что позволяет видеть с Земли почти $\frac{3}{5}$ поверхности Луны.

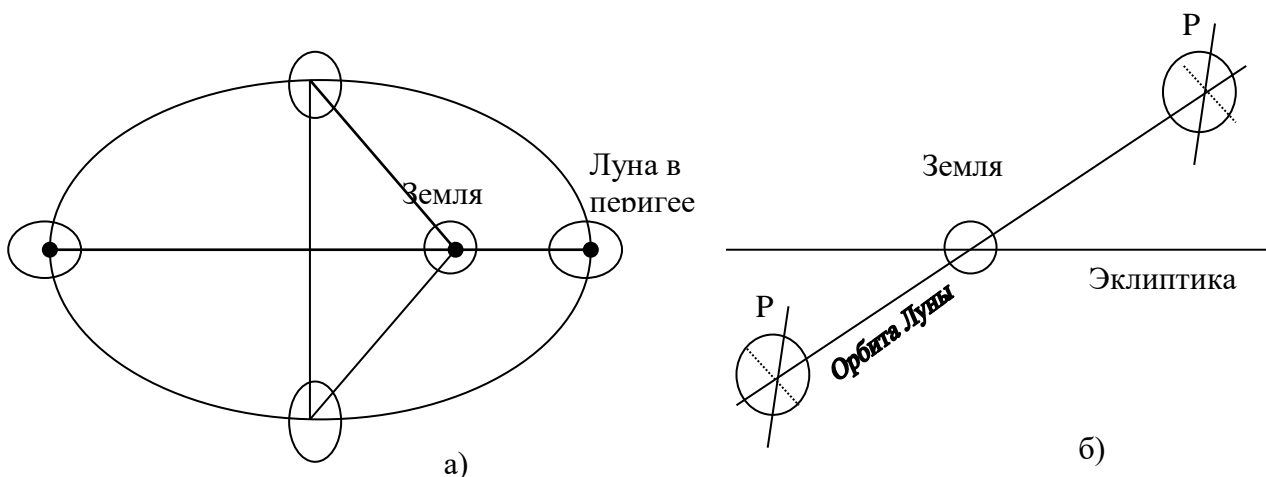


Рис. 1.3. Оптическая либрация по долготе (а) и по широте (б)

Кроме оптической либрации, существует так называемая *физическая либрация Луны (ФЛЛ)*, которая является отклонением реального вращения Луны вокруг центра масс от вращения одно-родной абсолютно твердой шарообразной модели. Физическая либрация является аналогом нутации Земли и представляет периодические колебания оси Луны в пространстве относительно ее тела.

Причиной физической либрации являются:

- во-первых, отличие ее тела от шара, поэтому в нем есть выделенные направления – наибольшая и наименьшая оси;

- во-вторых – тело Луны не является абсолютно твердым и распределение масс в нем неоднородно. Ее динамическая фигура описывается тензором инерции I , каждая из составляющих которого связана с распределением масс в теле Луны. Если ось вращения не совпадает с главным моментом инерции, то она начинает описывать дополнительные периодические движения в теле Луны, одним из проявлений которых являются, в частности, *чандлерово движение полюса* Луны, период и амплитуда которого с достаточной степенью точности теперь обнаружены из лазерных наблюдений;

- в-третьих, Луна находится не в пустом пространстве, а движется вокруг неточечной Земли и Солнца, на нее действуют возмущения также и со стороны других тел Солнечной системы. В целом, все возмущения создают некий момент сил в несферичном теле Луны, заставляя ее отклоняться от равномерного вращения. Поскольку большинство внешних сил носят периодический характер, то и отклонения от равномерного вращения – физическая либрация – тоже носят периодический характер.

Для описания вращательного движения небесного тела и Луны, в частности, изучают движение ее главных осей инерции в какой-либо системе координат, например, эклиптикальной. В предположении, что Луна – абсолютно твердое тело, ее оси инерции жестко связаны с телом, и они образуют *динамическую систему координат (ДСК)*: наибольшая ось инерции a (но соответствующая наименьшему моменту инерции) направлена на Землю. Тогда положение ДСК относительно кассиниевой системы (рис. 1.3) можно описать тремя углами:

$\rho(t)$ – физическая либрация в наклоне, т.е. изменение величины I – среднего наклона лунного экватора к эклиптике;

$\sigma(t)$ – физическая либрация в узле, т.е. изменение средней долготы восходящего узла лунной орбиты на эклиптике;

$\tau(t)$ – физическая либрация по долготе, т.е. изменение величины средней долготы Луны.

Математическая связь «невозмущенных» углов Эйлера с реальными $\psi(t)$, $\Theta(t)$, $\varphi(t)$ определится в виде:

$$\psi = \Omega + \sigma(t), \Theta = I + \rho(t), \varphi = 180^\circ + L - \Omega + \tau(t) - \sigma(t). \quad (1.5)$$

Одним из удобных способов математического описания вращения небесного тела является применение динамических уравнений Эйлера, которые в векторном виде можно записать так:

$$\frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}. \quad (1.6)$$

Тензор инерции \mathbf{I} зависит от внутреннего строения тела Луны: главных моментов инерции различных слоев Луны, коэффициентов диссипации Q и упругости Лява k_2 и т.д. Вектор угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ через кинематические уравнений Эйлера включает зависимость от углов либрации – τ , ρ , σ . Правая часть уравнения \mathbf{T} – момент внешних сил. Он зависит как от времени (через координаты Луны и возмущающих небесных тел), так и от либрационных углов.

В рамках «главной проблемы» \mathbf{T} включает возмущения только от Земли и Солнца. Луна рассматривается как абсолютно твердое тело, т.е. ее главные моменты эллипсоида инерции и параметры Стокса, характеризующие отклонения динамической фигуры Луны от эллипсоида – A , B , C , C_{ij} , S_{ij} , – не зависят от времени.

Углы $\tau(t)$, $\rho(t)$, $\sigma(t)$ выполняют роль редукционных функций, приводящих наблюдаемые координаты Кассини к неподвижной в теле Луны ДСК. Они вычисляются из уравнений, описывающих ФЛЛ, как функции времени в виде тригонометрических рядов, коэффициенты и тригонометрические аргументы которых задаются *таблицами физической либрации*. Такие таблицы были составлены Гайном. Их точность достигала $\sim 1''$ и долгое время удовлетворяла наблюдениям, т.к. при оптических наблюдениях Луны с Земли колебания в ее вращении, вызванные ФЛЛ, не превосходят $0,5''$.

Однако при повышении точности либрационных наблюдений модель Луны, вращение которой описывается «главной проблемой», перестала удовлетворять наблюдениям. Лазерные наблюдения (ЛЛЛ), которые за 45-летний период их проведения дают точность в определении либрационных углов порядка $0,0001$ угловой секунды. Чтобы удовлетворить ей, необходимо, естественно, улучшать модель вращательного движения Луны, продвигаясь тем самым к решению проблем ее внутреннего строения.

1. Чтобы уменьшить расхождение теоретической модели ФЛЛ с наблюдениями, необходимо внести уточненные данные по гравитационному полю Луны, полученные в результате глобальных косми-

ческих экспериментов Clementine, Lunar Prospector. Речь идет о включении в тензор инерции гармоник более высоких порядков, чем 2, 3 и 4, что было сделано в работах Экхарда (Eckhardt, 1981), Мунс (Moons, 1982), Петровой (Petrova, 1996), Рамбо, Вильямс (Rambaux, Williams, 2011).

2. Обнаруженные в ходе лазерных наблюдений упругие и диссипативные свойства лунного тела заставляют вносить эффекты зависимости моментов инерции от времени и рассматривать процессы твердотельного трения (приливной эффект), что частично было сделано в работах Шапрона (Chapront, 1999).

3. Однако учет только твердотельного трения не может объяснить всех наблюдаемых данных, полученных из ЛЛЛ. Для устранения неувязок при сравнении теории ФЛЛ с наблюдениями Вильямсу и др. (Williams et al., 2001–2014) пришлось ввести в рассмотрение диссипативные процессы на границе возможного жидкого лунного ядра и твердой/вязкой мантии. Моделирование, проведенное при подгонке теории к наблюдениям, позволило сделать вывод не только о размерах предполагаемого ядра, но и о его физико-химических свойствах.

4. Рассмотрение модели многослойной Луны даже при отсутствии внешних возмущений – свободной вращение (свободная либрация Луны – результат решения однородных уравнений ФЛЛ (1.6), когда отсутствуют внешние силы) – предоставляет также дополнительные возможности проверки адекватности предложенных моделей реальной Луне. Особенности проявления свободной либрации для резонансного вращения Луны были детально описаны Хабибуллиным, Чикановым (1968). Нами рассмотрено вращение двухслойной Луны. Предсказывается в дополнение к чандлеровым колебаниям наличие еще одной моды в движении полюса Луны – свободной нутации ядра. В случае трехслойной Луны – твердое внутреннее, жидкое внешнее ядро и вязко-упругая мантия – появляются еще две дополнительные моды во вращении полюса: свободные колебания и свободная нутация внутреннего ядра. Причиной всех эффектов служит несовпадение осей вращения отдельных составляющих лунного тела с их главными осями инерции.

1.4. Внутреннее строение Луны

Земля вместе с Луной участвуют в годовом обращении вокруг Солнца. Земля также вращается вокруг своей оси с периодом в одни сутки или 24 часа, а лунные «сутки», полный оборот Луны вокруг своей оси, составляют уже более 27 земных дней. Орбита системы Земля – Луна представляет собой эллипс, в одном из фокусов которого расположено Солнце. Плоскость земного экватора не совпадает с плоскостью орбиты и наклонена к ней под углом $23,5^\circ$. Это обстоятельство приводит к смене времен года. А вот плоскость лунного экватора наклонена к орбите только под углом $1,57^\circ$ (рис. 1.4), поэтому смены времен года на Луне нет. Средняя скорость движения по орбите составляет 1,02 км/с.

Форма Луны близка к шару с радиусом $R = 1738,09$ км, объем Луны – $2,2 \cdot 10^{10}$ км³ (1/49 объема Земли). Различия в длинах главных осей лунного эллипсоида превосходят 3 км (полярный радиус равен 1736,04 км, а направленный к центру Земли – 1739,23 км). Фигура Луны далека от равновесной гидростатической фигуры вращающегося жидкого тела. Центр масс Луны смещен относительно геометрического центра фигуры на 1,9 км по направлению к Земле. Масса Луны $7,35 \cdot 10^{22}$ кг, что в 81,3 раза меньше массы Земли. Средняя плотность Луны 3,34 г/см³ (Земли – 5,52 г/см³).

Ускорение свободного падения на поверхности луны равно 1,623 м/с² (в 6 раз меньше, чем на Земле). Первая космическая скорость для Луны 1680 м/с, вторая космическая скорость – 2375 м/с.

Из-за годичного движения Луны вместе с Землей вокруг Солнца лунные сутки (29,53 земных суток) немного превышают период вращения Луны (27,33 суток) вокруг своей оси. Лунный день и лунная ночь длятся около 15 земных суток. В период лунного дня солнечные лучи нагревают поверхность Луны в центре ее видимого диска до $+130^\circ$ С, ночью поверхность в этой точке охлаждается до -170° С. Исследование инфракрасного излучения Л. позволило обнаружить на ней сотни «горячих точек», существование которых связано с различием в теплоемкости и теплопроводности лунных пород, а также со слабой лунной активностью: слабыми газовыми извержениями из лунных недр, явлениями люминесценции и др. Наиболее активный

район приходится на область Аристарха – Геродот, кратеры Платон и Альфонс.

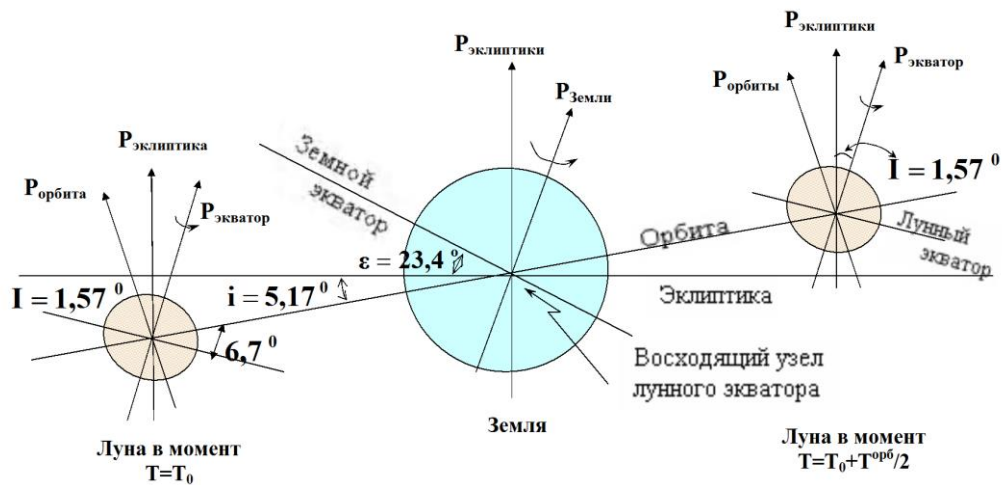


Рис. 1.4. Вращение Луны по законам Кассини. Положение Луны показано в диаметрально противоположных точках лунной орбиты: в момент T_0 и через половину орбитального периода $(T_0 + T_{\text{орб}}/2)$. Оси вращения эклиптики $P_{\text{эклиптики}}$, лунной орбиты $P_{\text{орбиты}}$ и лунного вращения $P_{\text{экватора}}$ лежат в одной плоскости – плоскости Кассини

С 1959 г. были успешно осуществлены полеты к Луне более 60 космических аппаратов (КА) и космических кораблей (КК). КА серий «Луна», «Зонд» (СССР, 1959 – 1976), «Рейнджер» (США) проводили фотосъемку видимой и обратной стороны Луны. Станции «Сервейер» (США, 1966–68 гг.) передали данные анализа химического состава и физико-механических свойств лунного грунта; 5 КА серии «Луна» и 5 станций серии «Лунар Орбитер» (США, 1966 – 67 гг.) стали первыми искусственными спутниками Луны, сообщили важную информацию о ее гравитационном и магнитном полях и осуществили фотографирование поверхности в крупных масштабах. Посредством КК серии «Аполлон» был выполнен ряд пилотируемых полетов (9 экспедиций, 1968 – 72 гг.) к Луне, включавших высадку космонавтов на лунную поверхность (5 посадок, 10 человек). В результате этих полетов, а также полетов советских автоматических станций «Луна – 16, 20, 24» (1970 – 73 гг.) были доставлены на Землю образцы лунного грунта (391,4 кг, США и 303,1 г., СССР). Самоходные аппараты «Луноход – 1 и 2» (1970 – 73 гг.) обследовали лунную поверхность на площади свыше 100 км². КА Клементина (1994 г., США) и Лунар Проспектор

(1998 – 99 гг., США) провели детальное исследование лунной поверхности, гравитационного и магнитного поля Луны, изучали распространение химических элементов на видимой и обратной стороне Луны. В настоящее время на Луне закончили работу евро-пейский технический КА «Смарт-1» (2003 – 2006гг., ЕКА), “Kaguya” (2007-2009 гг.), “Chang’E-1/2” (2007 – 2012+ гг.), Chandrayaan-I (2008-2009гг.), LRO (2009 – 2014+ гг.), GRAIL (2011 – 2012 гг.), LADEE (2013-2014гг.). По результатам этих исследований можно сделать некоторые выводы.

Атмосфера. Луна чрезвычайно разрежена (глубокий вакуум). Содержание газов у поверхности в ночное время не превышает $2 \cdot 10^5$ частиц/см³ и увеличивается днем на два порядка за счет дегазации лунного грунта.

Лунная поверхность. На поверхности выделяются два основных типа геологических и геоморфологических образований – материки и моря. Материки – это светлые области с неровным рельефом, возвышающиеся на 1-2 км над прилегающими равнинами лунных морей и занимающие около 85% всей поверхности Луны. Поверхность материков покрыта кратерами различных размеров, диаметром от сотен км до сотен метров. Наиболее хорошо сохранившиеся кратеры демонстрируют все признаки ударно-взрывного происхождения. Лунные моря представляют собой равнины, заполненные застывшей базальтовой лавой. Они в основном сосредоточены на видимой стороне Луны.

На обратной стороне Луны есть лишь два «морских» бассейна – Море Восточное и Море Москвы (3% площади невидимого полушария). Моря расположены в депрессиях (прогибах) материковой коры; образование некоторых связывают с падением на Луну крупных небесных тел типа астероидов и комет. Поверхность лунных морей также покрыта метеоритными кратерами, но их число и размеры существенно меньше чем на материках.

Реголит. В предварительных моделях предполагалось, что Луна покрыта мощным слоем пыли. На самом деле оказалось, что поверхностный слой представляет собой мелкообломочный материал – реголит, являющийся смесью мелких обломков горных пород и породообразующих материалов, агглютинатов (остеклованных агрегатов

частиц), возникающих при кратерообразующих процессах, стеклянных частиц и грунтовых брекчий (сцементированных угловатых обломков пород). Средняя пористость реголита в слое толщиной ≈ 15 см – около 50%. Доля метеоритного вещества в реголите не превышает 1%. Толщина реголитного слоя в районах морей лежит в диапазоне от 4 до 8 м, на материках – 4–12 м. Средний диаметр зерен реголита – менее 1 мм, но он содержит и значительное количество обломков более крупного размера. Самый верхний слой имеет плотность $1,1\text{--}1,2$ г/см³ и выдерживает нагрузку до 10^5 Па, уже на глубине в несколько дм практически незаметны температурные суточные (29 дней!) колебания, достигающие на поверхности $\approx 300^\circ\text{C}$.

Кора, мантия, ядро. Внутреннее строение Луны изучено по записям отдаленных мелкофокусных лунотрясений и ударов метеоритов, зафиксированных на Луне сейсмометрами. Главная особенность внутреннего строения Луны – ее разделение на мощную, жесткую, достаточно холодную **литосферу** (до 1000 км), в которой хорошо распространяются продольные и поперечные сейсмические волны (высокая сейсмическая добротность $Q \sim 1000$), и внутреннюю, центральную область в состоянии полного или частичного расплава, через которую не проходят поперечные сейсмические волны. Хотя дифференциация Луны выражена слабее земной, недра Луны, как и Земли, имеют зонально-слоистое строение (рис. 1.5).

Согласно современным моделям, под слоем реголита толщиной 4–12 м располагается материковая **кора**, толщина которой на видимой стороне составляет в среднем около 35 км, а на обратной – 65 (60–70) км. Мощность «морских» базальтов, перекрывающих материковую кору, колеблется от 1 до 20 км. В среднем толщина лунной коры оценивается в 45 км. Под корой находится **мантия**, которая подразделяется на верхнюю (55 – 220 км), среднюю (220 – 650 км) и нижнюю (650–1200 км). Зона глубже 1000 км напоминает земную астеносферу: температура около 1500°C , давление более 10^8 Па (40 кбар), плотность – более $3,8$ г/см³, низкая добротность $Q \sim 100$ и небольшая вязкость.

Внутреннее строение

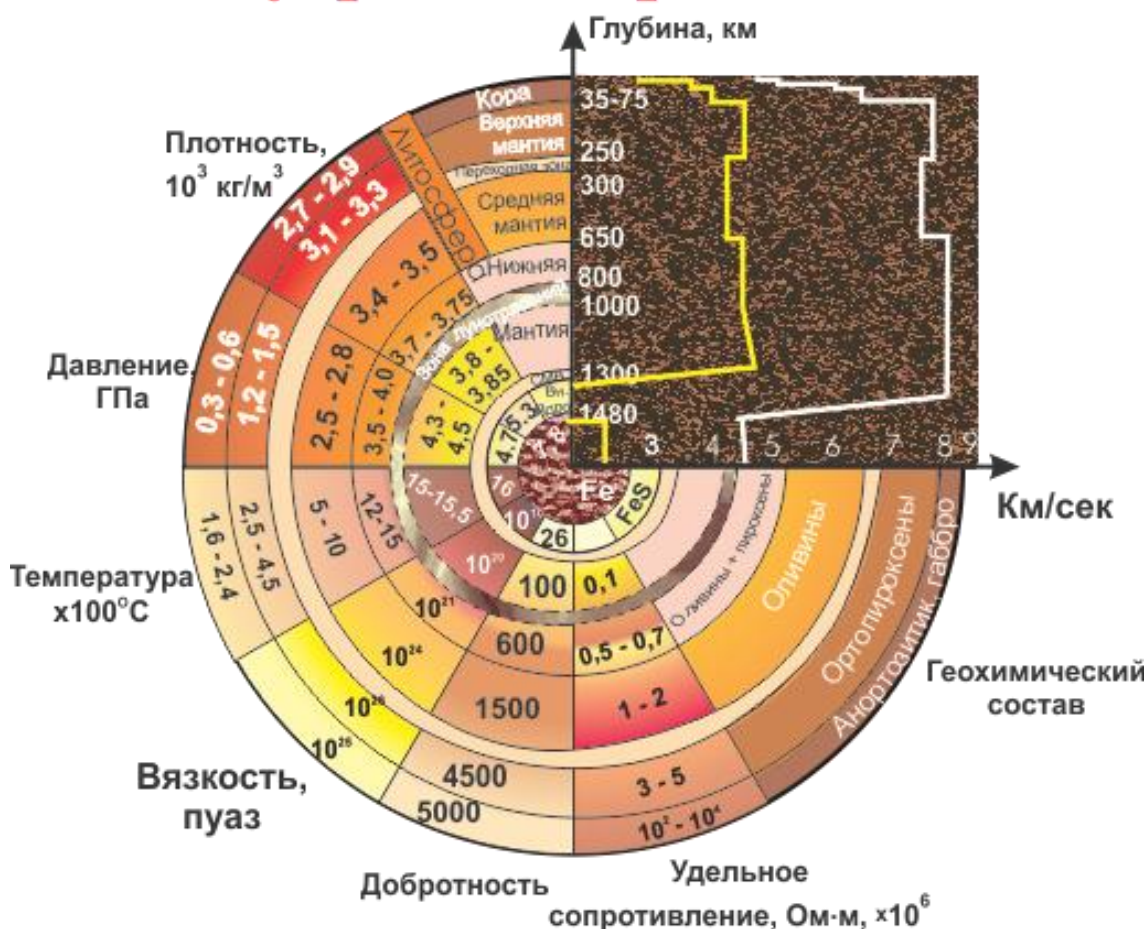


Рис. 1.5. Геофизический разрез Луны

Ядро Луны находится на глубине 1300-1400 км, чуть выше границы ядра зона, в нижней мантии, находится зона пониженных сейсмических волн и низкой вязкости (рис. 1.6). Существование ядра подтверждается многочисленными факторами: сильным спадом скорости продольных волн до 2.5 км/с, непрохождением через него поперечных волн и многими другими факторами (раздел 2.3). Ядро – либо железное (Fe), либо сернистожелезное (FeS); чисто жидкое FeS или с твердым внутренним железным ядром Fe и внешним жидким слоем FeS.

Магнетизм. Собственное магнитное поле Луны как небесного тела практически неразлично на фоне межпланетного магнитного поля ($5 \cdot 10^{-5}$ Э или 5γ). В то же время магнитометры, размещенные на лунной поверхности, обнаруживали отдельные небольшие площадки с

полями до $3 \cdot 10^{-3} \text{Э}$. Локальная магнитная активность Луны объясняется вкраплением в ее недра намагниченных или хорошо проводящих образований. Высокая остаточная намагниченность ($10^{-2} - 10^{-3} \text{ Гс}$ у реголита, $10^{-5} - 10^{-6} \text{ Гс}$ у базальтов, $10^{-3} - 10^{-4} \text{ Гс}$ у брекчий) была обнаружена при исследовании образцов лунного грунта.

Геофизический разрез Луны



Рис. 1.6. Стратификация Луны и лунного ядра

Ее можно объяснить существованием у Луны на ранней стадии эволюции магнитного поля высокой интенсивности (до 10 Гс , 3 млрд лет назад, динамо-механизм). Еще одним источником современного магнитного поля Луны служат электрические токи, текущие по поверхности полости в так называемом следе Луны (магнитопауза). Заряженные частицы солнечного ветра, попадая на лунную поверхность, поглощаются ею. При этом на ночной стороне Луны образуется полость, свободная от плазмы солнечного ветра, но содержащая магнитное поле. Это поле сжимается под давлением плазмы, и его напряженность становится выше напряженности магнитного поля окружающего солнечного ветра.

Электропроводность. Параметры электрического поля и электропроводимость поверхностного и более глубоких слоев Луны рассчитываются по вариациям магнитного поля. Поверхностный слой Луны представляет собой мощный изолятор. С глубиной электропроводимость монотонно возрастает. Обнаружены слои с различным электрическим сопротивлением. Границы слоев хорошо согласуются с сейсмическими зонами (граница между верхней и средней мантиями, между литосферой и астеносферой). По изменениям электропроводности с глубиной и ее зависимости от температуры были получены оценки температуры в недрах Луны: 1000°C – на глубине 400 км и 1400°C – на глубине ≈ 1000 км. Таким образом, температура недр Луны до глубины 700 – 1000 км ниже точки плавления базальтов, а на больших глубинах достигает или превышает ее. Расчетная мощность литосферы согласуется с сейсмическими оценками.

Гравитационное поле. Гравитационное поле Луны исследовалось по отклонению траектории КА от кеплеровской орбиты в зоне видимости (Лунный Проспектор, 1999, ГРАЙЛ, 2012) и на обратной, невидимой стороне Луны (Кагуя, 2007-2009). Оказалось, что оно существенно неоднороднее земного, а источники аномалий расположены ближе к поверхности. Анализ аномалий силы тяжести привел к открытию **масконов** – локализованных плотных недр на некоторой глубине под лунной поверхностью на видимой и обратной стороне Луны. Величина аномалий может достигать 200 мГал. Большинство масконов расположены в круговых морях видимой стороны, некоторые крупные масконы на границах видимой и обратной стороны: в Море Восточном и в Краевом море, а также 5 крупных масконов в материковой части на обратной стороне Луны.

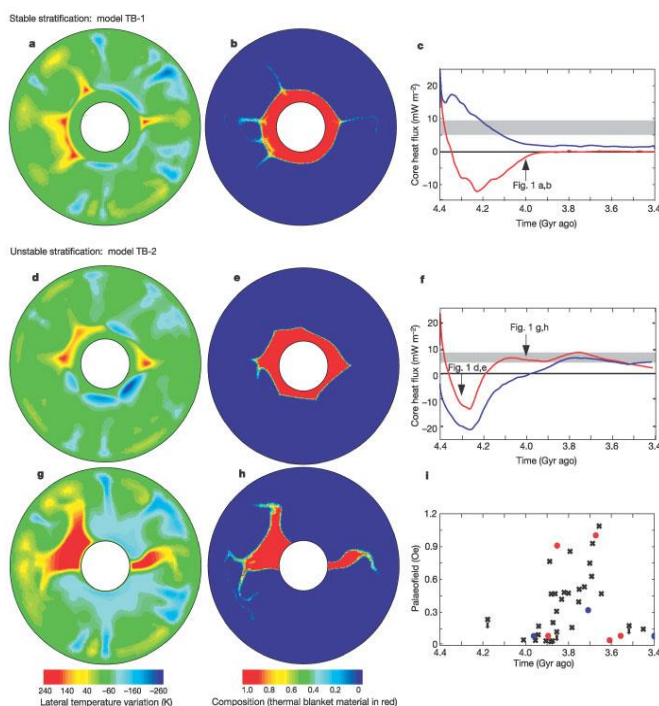


Рис. 1.7. Моделирование тепловой истории ранней Луны (Stegman, 2003)

ны. Крупнейший из них достигает диаметра в 1000 км и способен отклонить на 1000 м КА, летящий на высоте 100 км. Суммарная масса всех масконов не превышает 10^{-4} массы Луны. Природа масконов еще недостаточно ясна: рассматриваются гипотезы удара крупного метеорита, плюм-тектоники, лунного вулканизма, особенности процесса физико-химической дифференциации вещества и др.

Тепловой поток. Тепловой поток из недр Луны непосредственно измерен в двух районах: Рима Хэдли и Тавр-Литров и составил $2,2 \cdot 10^{-6}$ Вт·см⁻² и $1,6 \cdot 10^{-6}$ Вт·см⁻² соответственно. При этом тепловой поток района Тавр-Литров оказался равным расчетному значению и в 3–4 раза меньше теплового потока через поверхность Земли. По-видимому, тепловой поток создается за счет выделения энергии при распаде радиоактивных изотопов. В современных моделях тепловой эволюции Луны (рис. 1.7) можно проследить следующие общие черты: ранний разогрев и частичное расплавление верхнего слоя в несколько сотен км; последующее отступление зоны расплава на глубину – остывание и затверждение литосферы; высокая начальная концентрация радиоактивных изотопов, их вынос в ходе эволюции в лунную кору; образование центральной расплавленной зоны и ее частичное сокращение. В итоге: тепловая история Луны, как и Земли, состояла в дифференциации первоначально однородного вещества на слои – легкую анортозитовую кору, силикатную мантию и более тяжелое железное ядро.

Геохимия лунных пород. Исследование проб лунного грунта показало существенное отличие в составе пород морских и материковых районов Л. Морские породы – это оливины, глино-земистые и титанистые базальты с различным содержанием щелочей, материковые – это габбро-норит-анортозитовые породы, глиноземистые базальты и крип-базальты, редкоземельные элементы и фосфор. Всего выделено шесть типов пород, залегающих на поверхности Л., и для каждого класса определены пределы вариаций состава. Описано более 50 лунных минералов: ведущее место принадлежит силикатам и окислам. В качестве сопутствующих минералов встречаются фосфаты, сульфиды, карбиды и фосфины (для сравнения: в земной коре обнаружено более 2000 минералов). Лунные породы обеднены железом,

водой и летучими компонентами. Химический состав риголита существенно зависит от взятия пробы.

1.5. Происхождение и эволюция Луны

Существует несколько гипотез происхождения Луны: 1) Луна выделилась из мантии Земли (гипотеза отторжения); 2) Луна и Земля образовались одновременно как двойная система путем аккреции протопланетного вещества планетезималей (гипотеза совместного происхождения); 3) Луна образовалась где-то в Солнечной системе и лишь впоследствии была захвачена Землей (гипотеза захвата); 4) Луна образовалась путем слипания кольца планетезималей (тел промежуточной массы), окружавших Землю; 5) Луна образовалась после скользящего столкновения Земли, образовавшейся на 95%, с небесным телом массы и размера Марса, распыления остатков столкновения и образования кольца вокруг Земли, затем горячая аккреция кольца с образованием Луны (гипотеза скользящего столкновения). Окончательно вопрос о происхождении Луны не решен, но наблюдательные факты (возраст лунных пород колеблется в пределах 4,5 – 3,5 млрд лет и близок к возрасту Земли) свидетельствуют в пользу совместного происхождения системы Земля – Луна. Определение возраста лунных пород проводилось методами, основанными на распаде различных радиоактивных элементов (уран-ториево-свинцовый, рубидий-стронциевый, калий-аргоновый).

Эволюция Луны, согласно современным представлениям, включает пять основных этапов:

1. Первый этап начался 4,6 млрд лет назад, когда, благодаря интенсивной бомбардировке Луны планетезималями, их интенсивному гравитационному сжатию и нагреву поверхности Луны солнечным ветром, подверглась расплаву вся Луна, либо достаточно мощный верхний слой. С течением времени произошла дифференциация расплава.

2. Около 4,4 млрд. лет назад поверхность Луны снова затвердела – образовалась материковая кора габбро-анортозитового состава, которая еще долгое время находилась под воздействием интенсивной метеоритной бомбардировки.

3. Следующий этап – образование крупных депрессий поверхности и затухание метеоритной бомбардировки – начался 4 млрд лет назад.

4. Четвертый – «морской» – этап лунной эволюции имел место в период 3,8 – 3,0 млрд лет назад, когда за счет энергии, образовавшейся в недрах Луны при радиоактивном распаде изотопов и конвективном выносе тепла от резонансной диссипации приливного трения в мантии и в ядре, произошли масштабные излияния базальтов (лунный вулканизм), затопившие депрессии поверхности и сформировавшие равнины лунных морей, появление масконов; период генерации сильного магнитного поля магнито-динамо в жидком ядре Луны.

5. Около 3,0 млрд лет назад наступил современный – «после-морской» этап эволюции Луны. Существенными факторами преобразования поверхности в этот период стали относительно слабая метеоритная бомбардировка, солнечный ветер и космические лучи, совместное действие которых привело к образованию обломочного поверхностного слоя – реголита.

В настоящее время мы находимся в преддверии нового этапа в исследовании Луны, когда на ее поверхности будет создана сеть геофизических и астрономических приборов – сейсмографы, гравиметры, термодатчики, магнитометры, оптические и радиотелескопы и др. – на основе долговременных научных лунных баз.

ГЛАВА 2. ФИЗИЧЕСКАЯ ЛИБРАЦИЯ ТВЕРДОЙ ОДНОРОДНОЙ ЛУНЫ

Главная проблема

Введение

С наступлением эры исследования Солнечной системы космическими аппаратами изучение особенностей вращения Луны стало вновь привлекать к себе пристальное внимание. Этому значительно способствовала серия работ по изучению гравитационного поля Луны, выполненная с помощью ее искусственных спутников. Осуществились и планируются новые задачи, связанные с посадкой космических аппаратов на лунную поверхность. Планируется создание долговременных лунных баз. К настоящему моменту создалась уникальная ситуация, когда точность и объем радио- и светолокационных наблюдений стали существенно превышать уровень аналитического описания и понимания основных закономерностей физической либрации Луны.

В связи с этим и у нас, и за рубежом интенсивно ведутся работы по совершенствованию теоретико-расчетной базы поступательно-вращательного движения Луны и планет. Результаты этих исследований вылились в создание или численных эфемерид и теорий ФЛЛ, или аналитических таблиц движения и физической либрации, среди которых можно назвать, например, следующие: таблицы движения центра масс Луны ALE (Henrard, 1989), ELP2000 (Chapront, Chapront-Toze, 1983), Гутцвиллера и Шмидта (HBE) (1986), ELP2003 (Chapront, Franco, 2003), численные теории либрации Каппало и др. (1977, 1981), Ерошкина Г.И. (1985), Ширяева А.А. (1984, 1985), Красинского Г.А. (2002а), высокоточные полуаналитические таблицы Экхардта (1981), аналитические таблицы Мигюса (1980), Мунс (1982, 1984), Петровой (1993, 1996), Шапрон и др. (1999), Rambaux, Williams (2011).

Хотя аналитические теории уступают численным по точности описания ФЛЛ, тем не менее, они обладают рядом преимуществ. Кратко остановимся на них.

- Аналитический подход позволяет проследить вклад от различных факторов, влияющих на движение и вращение Луны, что обеспечивает получение достаточно полной динамической картины исследуемого явления.

Например, в результате анализа современных теорий ФЛЛ был открыт эффект смещения системы главных осей инерции Луны относительно среднего направления линии центров Земля – Луна, лежащего в основе определения селенографической системы отсчета (Абалакин В.К., 1976). Это явление обусловлено влиянием гармоник третьего порядка в разложении селенопотенциала, описывающей несимметричную составляющую гравитационного поля Луны.

- Таблицы ФЛЛ могут быть использованы для разделения свободной и вынужденной либраций. Рассчитанные периоды свободных мод позволяют определять и амплитуды свободных либраций из высокоточных наблюдений.

- Аналитические решения дают возможность определять величину среднего наклона экватора к эклиптике.

- На основе аналитических решений могут задаваться начальные данные для численного интегрирования и вырабатываться тесты для контроля за ошибками численного интегрирования.

- Аналитические таблицы дают явную зависимость решений от динамических параметров, чего нет в численных решениях.

- По мнению некоторых исследователей, аналитический способ описания ФЛЛ является более изящным, красивым, наглядным и потенциально богатым в предсказании новых эффектов.

Параллельное существование нескольких численных и аналитических теорий и таблиц углубляет знания о динамической природе поступательно-вращательного движения Луны, позволяя с разных сторон исследовать проблему.

К концу XX столетия, в основном, все аналитические теории вращения рассматривали модель абсолютно твердого тела Луны, подверженную возмущениям со стороны Земли и Солнца. Отклонения от этой модели рассматривались, но они не вносили существенных изменений на уровне точности наблюдений.

Для аналитического описания движения центра масс Луны достаточно брать теорию, построенную в рамках так называемой огра-

ниченной задачи трех тел, т.е. задачи, в которой Солнце и Земля почти в равной степени оказывают влияние на движение третьего тела – Луну. Совокупность этих условий определяет решение так называемой «главной проблемы» в теории ФЛЛ. В рамках этой модели были построены упомянутые выше теории Экхардта, Мигюса, Мунс, Петровой. Сравнение таблиц физической либрации, построенных разными приближенными методами и основанных на различных таблицах движения Луны, как показывает опыт, позволяет взаимно уточнять результаты вычислений, совершенствовать методы их получения, что, в конечном итоге, приводит к созданию высокоточных таблиц ФЛЛ (Petrova, 1996; Rambaux, Williams, 2011).

Современные таблицы ФЛЛ, построенные в рамках «главной проблемы» и включением жидкого ядра Луны, обеспечивают уже точность 0.001" дуги, что соответствует точности 8.4 мм в определении расстояния до Луны. Дальнейшее совершенствование наблюдений потребует точности теории до 1мм. Однако продвижение в этом направлении невозможно без решения «главной проблемы» как фундаментальной ступени теории.

Рассмотрим подробнее, что же обеспечивает теория ФЛЛ в рамках «главной проблемы» и каковы перспективы ее дальнейшего развития.

– В первую очередь, при построении теории необходимо разработать физическую модель вращения, которая бы в рамках «главной проблемы» включала в себя все те факторы, которые способствуют обеспечению точности таблиц в 0."001 дуги;

– во вторую, необходимо разработать метод решения полученной системы дифференциальных уравнений ФЛЛ;

– в-третьих, получить высокоточные таблицы ФЛЛ, удобные для применения как в селенодезической практике, так и в теоретических исследованиях.

Наиболее полной и точной аналитической теорией ФЛЛ к настоящему моменту является теория Шапрона др. (1999), построенная им на основе таблиц Мунс, но учитывающая твердотельные приливы, и включающая члены свободной либрации с коэффициентами, определенными из ЛЛЛ. Точность теории Шапрона повышена также за счет включения дополнительных членов, полученных при сравнении его улучшенной теории с данными численного интегрирования.

Эти члены не имеют (возможно, пока) явного физического смысла, но их наличие в рядах либрации позволяет говорить о сравнимой точности аналитической теории и численной теории уровня DE421.

Напомним, что *полуаналитические таблицы* ФЛЛ дают аналитическую зависимость углов ФЛЛ от времени в виде тригонометрических рядов. Несмотря на то, что с помощью полуаналитических таблиц мы имеем возможность без труда рассчитывать либрацию на достаточно большие интервалы времени, они все же обладают существенным недостатком.

Полуаналитические таблицы вычисляются при определенно выбранном наборе характеристик гравитационного поля Луны, так называемых динамических параметрах, в число которых входят значения Стоксовых постоянных S_{ij} и C_{ij} и безразмерных моментов инерции γ и β . Ряды теорий ФЛЛ, построенные Петровой (1993), а также «решение 500» Экхардта (1981) получены для модели гравитационного поля Луны LURE2 (King et al., 1975), используемой при обработке лазерных наблюдений и положенной в основу некоторых численных теорий ФЛЛ (Cappallo et al., 1981). Поскольку значения динамических параметров получают из наблюдений разного качества, то они, естественно, обладают определенной неточностью и будут изменяться по мере совершенствования наблюдений.

В работе Кислюка (1988) рассмотрены многие современные модели гравитационного поля Луны и представлена сводка значений динамических параметров с их среднеквадратичными ошибками. Однако после полета Клементины и Лунар Проспектора эти данные совершенно устарели. В таблице 2.1 мы привели значения динамических параметров, полученных по результатам глобальной картографии в миссиях Клементина (1994) и Лунар Проспектор (1998–1999). Неопределенность в значениях этих параметров достаточно велика даже при новых точностях, и полуаналитические таблицы, рассчитанные для определенной модели гравитационного поля, могут не удовлетворять другой модели.

Для разрешения этой проблемы в 1980 г. Мигюсом, а затем в 1982–84 гг. – Мунс были построены более универсальные таблицы ФЛЛ, обеспечивающие аналитическую зависимость не только от времени, но и от динамических параметров. Такие таблицы были

названы *аналитическими* таблицами ФЛЛ. Нами в 1996 г. также построены аналитические таблицы ФЛЛ. Основное отличие нашего подхода заключается в следующем: в селенодезической практике широко используются таблицы, вычисленные для динамической модели LURE2, поэтому, в отличие от аналогичных аналитических таблиц, мы разработали таблицы в виде *аналитического расширения* имеющихся полуаналитических решений.

Т а б л и ц а 2.1

Параметры, полученные из анализа ЛЛЛ и из данных Clementine, LP, iRAIL (Konopliv et al., 1998; Williams et al., 2001, 2014; Folkner, 2014)

Нормализованный момент инерции C/MR^2	0.393142 ± 0.000002
Нормализованный средний момент инерции I/MR^2	0.393007 ± 0.000002
Коэффициенты Стокса	
J_2	$(203.21568 \pm 0.00009) \times 10^{-6}$
C_{22}	$(22.38274 \pm 0.00015) \times 10^{-6}$
Динамические сжатия	
$\beta \times 10^4$	6.310213 ± 0.000031
$\gamma \times 10^4$	2.277317 ± 0.000042
Числа Лява	
k_2	0.024059 ± 0.000025
h_2	$0,0476 \pm 0.0064$
l_2	$0,0107 \pm 0.0010$
Параметры диссипации	
Q	37.5 ± 4.0
k_2/Q	$(4.1 \pm 1.2) \times 10^{-4}$
Q (месяц)	$37.5 (\pm 4)$
Q (год)	$37.9 (\pm 9)$

2.1. Современное состояние проблемы

2.1.1. Характер вращения Луны

Вращение Луны может быть приближенно описано эмпирическими законами Кассини(1694). С уточнением первого закона, сделанным Хабибуллиным (1988), их можно сформулировать следующим образом:

1. Луна вращается с постоянной угловой скоростью в прямом направлении вокруг оси, обратно прецессирующей относительно перпендикуляра к плоскости эклиптики. Время полного оборота вокруг этой оси равно среднему периоду обращения центра масс Луны по орбите относительно восходящего узла Ω , т.е. драконическому месяцу.

2. Долгота восходящего узла лунной орбиты равна долготе нисходящего узла лунного экватора на эклиптике. Плоскости эклиптики, лунного экватора и средней орбиты Луны пересекаются на одной прямой, причем плоскость эклиптики расположена между двумя другими плоскостями.

3. Плоскость лунного экватора наклонена под постоянным углом I к плоскости эклиптики.

Прямоугольную систему координат X_K, Y_K, Z_K , положение которой в эклиптикальной системе координат определяется через углы Эйлера (рис. 1.2) $\Omega, -I, F=180^\circ+L-\Omega$, назовем кассиниевой системой координат.

Систему сферических координат, определяемую движением Кассини, можно назвать *средней селенографической системой координат*. Аналогично тому, как в орбитальном движении имеет место понятие фиктивной «средней Луны», вращение триэдра Кассини определяет «среднюю вращающуюся Луну» и, соответственно, средние ось вращения, полюс и экватор, а направление оси X_K считается «средним направлением на Землю».

Отметим, что ни средняя, ни мгновенная оси вращения, ни система координат Кассини не остаются в теле Луны неподвижными.

Для изучения ее вращения вводится подвижная система координат x_{uz}, y_{uz}, z_{uz} , совпадающая с главными осями инерции Луны, которую в последнее время часто называют *Динамической Системой Коорди-*

нат (ДСК). При этом следует иметь в виду: средняя селенографическая система координат определена из наблюдений, а ДСК связана с теорией ФЛЛ и наблюдениям недоступна.

Если предположить, что Луна является *абсолютно твердым телом*, то ДСК будет жестко связана с телом Луны. Тогда задача построения теории сводится к определению положения ДСК в пространстве относительно (XYZ). В классических работах по теории ФЛЛ положение осей инерции относительно триэдра Кассини задается через углы τ , ρ , σ , определяющие возмущения в углах Эйлера. Тогда положение ДСК относительно (XYZ) запишется углами:

$$\psi = \Omega + \sigma(t), \Theta = I + \rho(t), \varphi = 180^\circ + L - \Omega + \tau(t) - \sigma(t) \quad (2.1)$$

Углы $(\tau), (\rho), (\sigma)$ выполняют роль редукционных функций, приводящих наблюдаемые координаты Кассини к неподвижной в теле Луны ДСК. Они вычисляются из уравнений, описывающих ФЛЛ, как функции времени в виде тригонометрических рядов, коэффициенты и тригонометрические аргументы которых задаются таблицами физической либрации. Такие таблицы были составлены Гайном (1923), Козелом (1948–1949). Их точность достигала $\sim 1''$ и долгое время удовлетворяла наблюдениям, т.к. при оптических наблюдениях Луны с Земли колебания в ее вращении, вызванные ФЛЛ, не превосходят $0,5''$.

Работы по созданию новых таблиц стали особенно актуальными, когда начавшиеся с 1970 года работы по лазерной локации Луны повысили точность наблюдений на 3–4 порядка (Абалакин, 1978, Williams, 1977) и существующие таблицы перестали отвечать требованиям, необходимым для анализа наблюдений.

Оценим, какова должна быть точность теории ФЛЛ, чтобы удовлетворить результатам современных наблюдений. Из рис. 2.1 видно, что изменению селеноцентрического направления $d\alpha = 1''$ соответствует смещение $dS \approx R \cdot d\alpha \approx 8.4 \text{ м}$ на поверхности Луны. Из того же рисунка по теореме косинусов имеем: $r^2 = R^2 + a^2 - 2aR \cos \alpha$.

Для малых $d\alpha$ можно записать $2rdr = 2aR \sin \alpha$, что при $r \approx a$ дает: $dr = R \sin \alpha d\alpha$. По программе «Апполон» три рефлектора были расположены на Луне между 18° и 26° от центра Луны (Williams, 2001). Возьмем для $\alpha \approx 22^\circ$ – некоторое среднее значение. Тогда по полученной формуле можно оценить, что ошибка $d\alpha = 1''$ в ФЛЛ дает

ошибку в расстоянии $dr=3,1$ м. И наоборот, для того, чтобы анализировать имеющиеся лазерные наблюдения с точностью $dr = 2$ см, углы либрации следует определять с точностью до $0,01''$. В стремлении достичь такой точности с середины 1970-х годов и были начаты работы по усовершенствованию теории ФЛЛ.

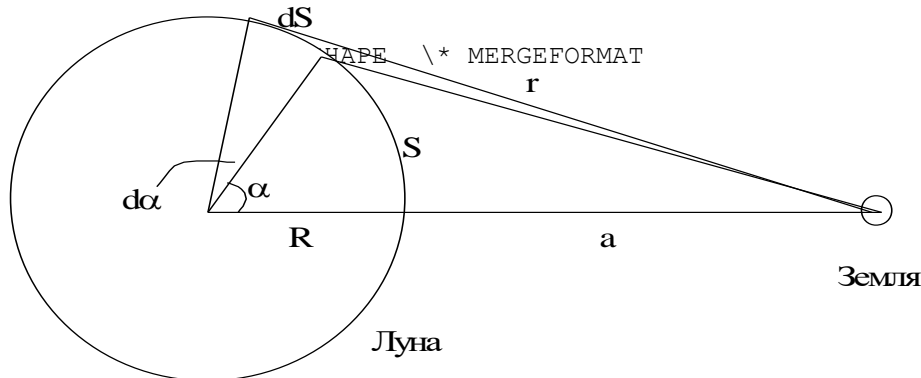


Рис. 2.1. Влияние ошибки измерения селеноцентрических углов на определение расстояния до Луны

2.1.2. Факторы, влияющие на точность описания ФЛЛ

Развитие теории ФЛЛ в последние десятилетия проходило по следующим направлениям.

I. Первостепенную роль здесь сыграло изучение гравитационного поля Луны с помощью ее искусственных спутников (Аким и др., 1984) и лазерной локации Ferrary et al., 1980, Konopliv et al., 2001, 2003). Выяснилось, что, в отличие от гравитационного поля Земли, в разложении по сферическим функциям потенциала Луны гармонические многочлены третьего и четвертого порядков сравнимы по величине с гармоническим многочленом второго порядка. Как показали расчеты (Абалакин, 1978; Williams, 1973), эти гармонические многочлены дают существенный вклад, особенно многочлен третьего порядка. Наиболее важным его проявлением явилось наличие постоянных членов в компонентах ФЛЛ, что приводит к смещению ДСК относительно кассиниевой системы координат на постоянную величину. Появление этих больших непериодических членов, во-первых, принципиально изменяет наше представление об ориентировке лунного эллипсоида инерции. Во-вторых, существование этих членов заставляет теперь точно указывать, в какой селеноцентрической систе-

ме отсчета ведутся вычисления – в ДСК или системе координат Кассини: коэффициент S_{22} обращается в нуль в ДСК и не равен нулю в осях системы Кассини.

Прогресс в изучении гравитационного поля Луны привел к созданию целого ряда его моделей. Под термином *динамическая модель* обычно подразумевается набор значений динамических параметров, характеризующих динамическую фигуру Луны и ее ориентировку в пространстве. В число этих динамических параметров входят, как уже говорилось выше, безразмерные моменты инерции γ и коэффициенты Стокса S_{ij} и C_{ij} и отношение C/MR^2 , характеризующее связь главного момента инерции с формой Луны.

Следует отметить, что практически все современные теории ФЛЛ опираются на одну и ту же динамическую модель (табл. 3), получившую название LURE2, которая была использована при обработке результатов лазерной локации (Williams, 1977).

Существенный прогресс в познании динамики, формы и внутреннего строения Луны был достигнут после обработки результатов работы космической миссии НАСА Клементина (февраль – май 1994 г.). Она была направлена на изучение глобального гравитационного поля Луны и ее топографическое картографирование (Zuber et al., 1994). Поздние данные Лунар Проспектра (1998) (Konopliv et al., 2001; 2003) существенно дополнили картину гравитационного поля Луны. Знания о составе, эволюции и структуре Луны, полученные с помощью этих миссий, дали информацию не только для изучения физики и динамики Луны, но и создали основу для понимания образования и эволюции планет земной группы (Bander, 1995). Междисциплинарный подход к исследованию Луны позволил решить многие проблемы, в том числе были построены более точные модели лунного гравитационного поля. Успешный запуск в сентябре 2007 года японской космической миссии SELENE (Kaguya) дал возможность на построение высокоточной картины гравитационного поля всей Луны и особенно ее обратной стороны. Наиболее важным было уточнение гармоник низкого порядка, которые и оказывают существенное влияние на ФЛЛ. В этом плане возрастает практическая значимость *аналитических таблиц* ФЛЛ. Помимо гравитационных данных результаты Kaguya дал богатейшую информацию в разных сферах лунных исследований, т.к.

на ее борту функционировало 14 разных инструментов, поставляющих на землю информацию по геохимическому составу лунной поверхности, тепловому потоку Луны и многому другому.

II. Вторым фактором, существенно способствовавшим развитию теории вычисления ФЛЛ, явилось появление *мощных ЭВМ, персональных компьютеров* и систем математического обеспечения в виде *пуассоновских процессоров*.

Дифференциальные уравнения, описывающие вращение Луны, в общем случае не интегрируются. Поэтому в классических работах Лагранжа, Лапласа, Пуассона и Гайна строились упрощенные *линейные теории* ФЛЛ. Применение ЭВМ дало возможность успешно учитывать нелинейные члены в уравнениях ФЛЛ. Отличие нелинейного решения от линейного наиболее существенно проявляется на значениях коэффициентов гармоник с малыми знаменателями. Так, например, современные нелинейные теории дают значение амплитуды гармоник $2l-2F$ в τ , равное $+17''$, в то время как линейная теория дает $+57''$ (при значении параметра либрации $f = B(C-B)/A(C-A) = 0,64$).

Решать проблему интегрирования *нелинейных* дифференциальных уравнений можно или численным интегрированием или при помощи асимптотических методов путем построения почти периодических рядов. Для построения таблиц ФЛЛ обычно используется второй путь. Современные компьютеры, оснащенные программами, осуществляющими аналитические операции (Евдокимов и др., 1975; Ivanova, 1995), позволяют строить таблицы в двух видах – в форме тригонометрических рядов и в форме рядов Пуассона. Первые дают аналитическую зависимость только от времени и называются, как было уже сказано, *полуаналитическими* таблицами ФЛЛ. Вторые, названные *аналитическими*, устанавливают такую зависимость еще и от динамических параметров.

III. Еще одним условием достижения требуемой точности является учет *прямых возмущений от Солнца*.

Приведем примерные оценки относительного вклада некоторых членов разложения потенциалов гравитационного взаимодействия Луны с Солнцем (U_2^S, U_3^S), Венерой (U_2^V), Землей U_3, U_4, U_5 к гармонике U_2 .

$$\frac{U_2^S}{U_2} \sim 6 \cdot 10^{-3} \quad \frac{U_3^S}{U_2} \sim 4 \cdot 10^{-9} \quad \frac{U_2^V}{U_2} \sim 6 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{U_3}{U_2} \sim 3 \cdot 10^{-4} \quad \frac{U_4}{U_2} \sim 3 \cdot 10^{-6} \quad \frac{U_5}{U_2} \sim 2 \cdot 10^{-8}$$

Очевидно, что из-за относительно слабого взаимодействия достаточно учитывать только гармонические многочлены U_2 , U_3 в разложении селенопотенциала и U_2^S — в разложении солнечного потенциала. Прямое возмущение планет на вращении Луны практически не сказывается. Косвенное же их влияние через возмущение центра масс Луны, оказывается, может внести вклад в ФЛЛ, превышающий 1". Однако учет планетных возмущений выходит за рамки «главной проблемы» и обычно производится путем вариации уравнений основной задачи ФЛЛ.

IV. Наконец, очень важным шагом совершенствования таблиц ФЛЛ явилось использование *высокоточных таблиц орбитального движения Луны*.

Все эти факторы, вместе взятые, т.е. решение системы нелинейных уравнений вращения на основе современных теорий орбитального движения Луны с учетом возмущений от гармонических многочленов 2-го и 3-го порядков селенопотенциала и с учетом возмущения от второй гармоники солнечного потенциала, и составляют суть «главной проблемы» теории ФЛЛ.

Полное же решение задачи заключается в учете тонких эффектов, вызванных возмущениями от планет, учетом четвертой гармоники селенопотенциала, сжатия Земли, вращения плоскости эклиптики, эластичности Луны. В настоящее время на первое место выступает необходимость учета сложной внутренней стратиграфии лунного тела, т.е. отказа от модели абсолютно твердой Луны. Такое смещение акцентов вызвано сделанными в конце XX столетия открытиями свободной либрации и заметной внутренней диссипации (Dickey et al., 1994; Newhall, Williams, 1997; Williams et al., 2001, 2003).

2.1.3. Краткий обзор современных работ по теории ФЛЛ

В классических работах по теории либрации обычно использовались кинематические и динамические уравнения Эйлера (Бухгольц,

1969), описывающие вращение твердого тела, подверженного внешним возмущениям. Физическая либрация описывалась обычно как явление, «возмущающее» законы Кассини, что математически эквивалентно введению в формулы, определяющие углы Эйлера (2.1), величин τ , ρ , σ , называемых, соответственно, компонентами ФЛЛ в долготе, наклоне и долготе восходящего узла. Через эти переменные обычно осуществляется редукция за физическую либрацию наблюдаемых координат объектов лунной поверхности. Однако в теоретическом плане работа с углами Эйлера создает некоторые неудобства и трудности при построении *нелинейной* теории и учете многих динамических эффектов (Cook, 1988). Поэтому для разрешения этой проблемы удобнее ввести другие переменные, например, направляющие косинусы полюса эклиптики в ДСК:

$$\begin{aligned} P_1 &= -\sin \varphi \sin \Theta \\ P_2 &= -\cos \varphi \sin \Theta \\ P_3 &= \cos \Theta. \end{aligned} \tag{2.2}$$

В ряде случаев, например, для разделения вековых, связанных с законами Кассини, и периодических, вызванных физической либрацией, членов, удобнее работать с переменными Андуайе (Getino, 1995 – 2004) – λ , μ , ν (рис. 2.2). Эти переменные связаны с так называемой *неизменной плоскостью*, перпендикулярной угловому кинетическому моменту Луны $\bar{L} = M_2$. В случае выполнения законов Кассини эта плоскость совпадает с экватором Кассини и сохраняет постоянный наклон к эклиптике. Переменные Андуайе и сопряженные им моменты

$$\begin{aligned} \lambda &\rightarrow M_1 = L \cos I \\ \mu &\rightarrow M_2 = L \\ \nu &\rightarrow M_3 = L \cos B \end{aligned} \tag{2.3}$$

используются как канонические переменные при построении уравнений Гамильтона задачи ФЛЛ.

Применение переменных μ , ν , π , в которых построены наши таблицы, были предложены профессором Ш.Т. Хабибуллиным. В этих переменных удобно получать аналитическое решение в нелинейной теории ФЛЛ, а также они удобны для практического использования, так как при работе с ними нет необходимости задавать значения долготы узла и среднего наклона экватора Луны к эклиптике, о

чем подробнее будет сказано в третьей части, посвященной практическому применению таблиц ФЛЛ.

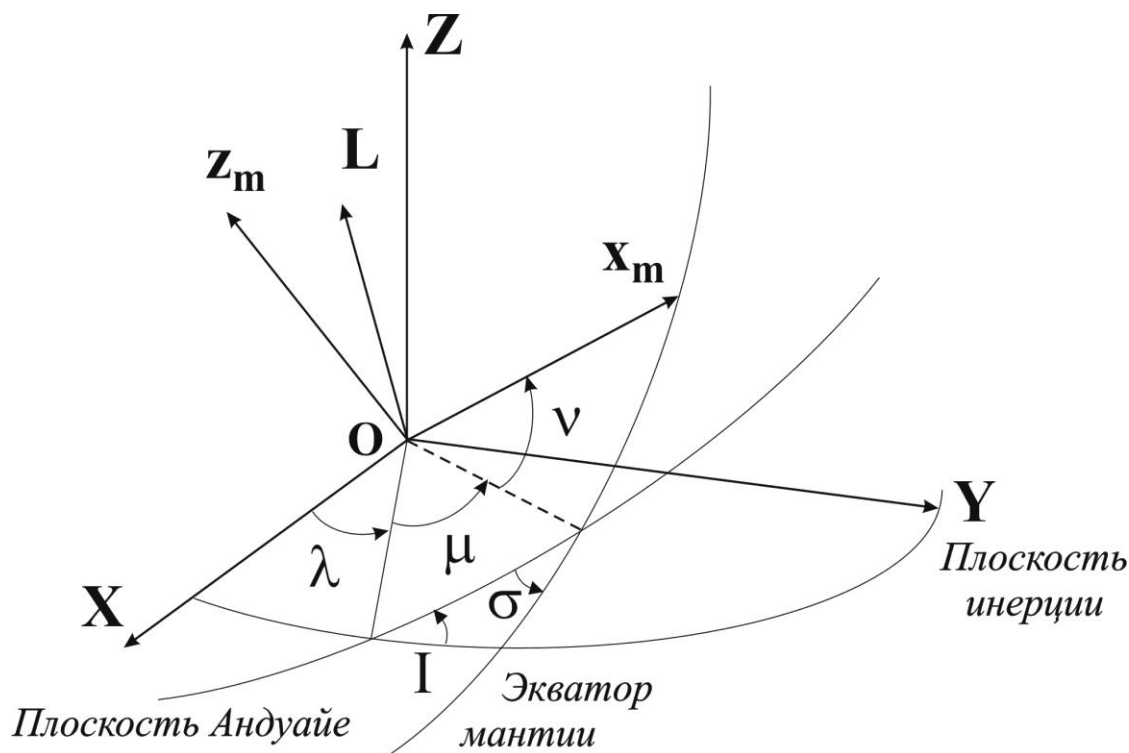


Рис. 2.2. Селеноцентрическая система координат, связанная с «неизменной» плоскостью, перпендикулярной угловому кинетическому моменту Луны L . Углы λ , μ , ν – переменные Андуайе. (XYZ) – эклиптикальная система координат: ось X направлена в точку весны, ось Z – к полюсу эклиптики. (xyz) – ДСК

Таким образом, поиск «удобных» переменных для описания физической либрации – это одна из характерных особенностей подхода к решению проблемы, особенно в свете дальнейшего переложения задачи на компьютер.

Кроме того, при решении дифференциальных уравнений ФЛЛ наряду с традиционной техникой разложения в ряды по степеням малых параметров в современных работах все чаще применяются итерационные методы, хотя они, как правило, менее экономичны по общему объему вычислений и объему памяти, необходимой для хранения результатов. К тому же они требуют повышенной точности вычислений по сравнению с методами, основанными на разложении в ряды. Тем не менее, эти недостатки окупаются лаконичностью их формулировки и удобством для программирования.

Итак, дадим краткую характеристику современным таблицам ФЛЛ.

Первыми появились **таблицы Экхардта** (1981). В его работе решается система динамических уравнений Эйлера. Путем перехода к переменным (1.2) и линеаризацией уравнений эта система оригинально преобразована в форму, позволившую успешно применить итерационный способ решения.

Так называемое «решение 500» Экхардта представляет полуаналитическое решение «главной проблемы» для динамической модели LURE2. Кроме того, Экхардтом впервые был произведен учет таких факторов, как влияние четвертой гармоники селенопотенциала («решение 501»), сжатие Земли, вращение плоскости эклиптики, эластичности Луны. Более того, представленные в его работе таблицы для производных τ , P_1 , P_2 по динамическим параметрам – «решения 502-514» – расширяют диапазон применения полуаналитических таблиц.

Переход к классическим переменным ФЛЛ был осуществлен через решение системы уравнений:

$$\sin^2(I + \rho) = P_1^2 + P_2^2$$

$$\sin(I + \rho)\sin(\sigma - \tau) = P_2 \sin F - P_1 \cos F.$$

Экхардтом был произведен учет косвенного возмущения от планет. Проведенный им анализ (Ekhardt, 1981) показал, что это решение очень чувствительно к качеству теории орбитального движения.

Таблицы Мигюса (1980) являются первыми аналитическими таблицами. В его работе строятся канонические уравнения Гамильтона в переменных Андуайе. Вводя дополнительные переменные \bar{X}_i – так называемые «центры либрации», определяемые законами Кассини, и усредняя полученные уравнения по времени, Мигюсу удастся разделить решение на две части: систему *алгебраических уравнений* для \bar{X}_i и систему *дифференциальных уравнений* для периодической либрации. Итерационный способ решения той и другой системы обеспечивает взаимное уточнение общего решения.

Таблицы Мунс также получены на основе канонических уравнений Гамильтона в переменных Андуайе. Но при этом гамильтониан приводится к случаю трех гармонических осцилляторов и задача решается методом преобразований Ли (метод Депри). В работах 1982 года Мунс опубликованы аналитические таблицы для главной проблемы. Ею впервые дано аналитическое *представление свободной*

либрации. В 1984 г. сообщается о построении аналитических таблиц для четвертой гармоники селенопотенциала и учете планетных и дополнительных членов. К сожалению, Мишель Мунс рано ушла из жизни (Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 1998, v.68 – Remembering Mìche`le Moons), но ее работы послужили основой для создания Жаном Шапроном и его коллегами (1999) самой точной на начало нового столетия аналитической теории ФЛЛ.

Таблицы Рамбо – Вильямс (2011) являются наиболее точными (более 300 членов, с точностью 0.001 арксекунда; учтены и отождествлены наблюдаемые члены свободной либрации Луны, смешанные члены и указаны члены, учитывающие дифференциальное вращение жидкого ядра Луны).

Во всех описанных работах использованы разные теории орбитального движения Луны. Сравнение этих таблиц (Cappalo, Ekhardt, 1982) показало, что в рамках «главной проблемы» между аналитическими и полуаналитическими решениями имеется удовлетворительное согласие: расхождения в значениях коэффициентов для большинства гармоник не превосходит 0,005". Различия, большие 0,01", имеются, в основном, в критических (с малыми знаменателями) членах. При сравнении же аналитических таблиц с результатами численного интегрирования (Cappalo et al., 1981; 1982) расхождения оказались более существенными (среднеквадратичный разброс ~0,05"). Эти расхождения обусловлены, по мнению авторов, различиями в таблицах орбитального движения Луны и особенно планетной их части, которая дает большое количество членов с малыми знаменателями, чувствительных как к методу решения, так и к выбору параметров. Причем Мунс полагает, что ее таблицы планетных членов в ФЛЛ заслуживают большего доверия, чем результаты Экхардта, так как метод, которым получено ее решение, более стабилен в плане расчета резонансных членов.

Жан Шапрон (1999), проанализировав основные члены, в которых имеются значительные расхождения с численной теорией, используя таблицы Мунс, ввел в них дополнительные, искусственные, члены, чтобы приблизить точность аналитической теории к точности численной. Он дополнил «главную проблему» в теории Мунс рассмотрением приливного возмущения упругой и неупругой Луны,

введением прямого возмущения со стороны фигуры Луны и резонансного воздействия Венеры на долготные либрации.

Т а б л и ц а 2.2

Определение параметров свободной либрации. Фундаментальными аргументами либрации являются $p = \omega_p t + p_0$, $q = \omega_q t + q_0$, $r = \omega_r t + r_0$.

Время t отсчитывается от эпохи J2000. Частоты заданы в радианах за сутки (Chapront et al., 1999)

DE245				DE403			
	$B[\tau] = 1''.8235$	$\phi_p = 224^\circ.303$		$B[\tau] = 1''.8122$	$\phi_p = 224^\circ.310$		
	$A[p_2] = 8''.1557$	$\phi_q = 251^\circ.651$		$A[p_2] = 8''.1825$	$\phi_q = 251^\circ.777$		
	$C[p_1] = 0''.0208$	$\phi_r = 217^\circ.678$		$C[p_1] = 0''.0218$	$\phi_r = 202^\circ.965$		
	$\sqrt{2P} = 0.2933$	$p_0 = 224^\circ.303$		$\sqrt{2P} = 0.2915$	$p_0 = 224^\circ.310$		
	$\sqrt{2Q} = 5.1924$	$q_0 = 161^\circ.640$		$\sqrt{2Q} = 5.2095$	$q_0 = 161^\circ.766$		
	$\sqrt{2R} = 0.0208$	$r_0 = 124^\circ.394$		$\sqrt{2R} = 0.0218$	$r_0 = 109^\circ.681$		
	Computed	"Observed"		Computed	"Observed"		
ω_p	0.0060467320	0.0059492451		0.0060466648	0.0059492451		
ω_q	0.0002281306	0.0002304932		0.0002281236	0.0002304970		
ω_{p+r}	0.2301836354	0.2301811833		0.2301836363	0.2301820813		

Помимо этих работ, где наиболее полно решается задача ФЛЛ в свете современных требований, ряд исследователей занимается изучением отдельных эффектов в явлении ФЛЛ. Современные теории базируются на предположении, что свободное вращение Луны должно давно затухнуть, и поэтому изучается только *вынужденная либрация*, решение которой представляется в виде почти периодических рядов. Однако О'Калам (1977) впервые определила *свободные либрации* из данных лазерных измерений. Почти одновременно Пил (1976) показал, что энергия падений крупных метеоритов на Луну достаточна для возбуждения измеримых либраций и что множество таких падений может непрерывно поддерживать свободные колебания. Пешек (1980) предположил, что Луна не находится в состоянии периодического вращения, и вследствие затухания свободных либраций только приближается к этому состоянию. Он добавил в правые части динамических уравнений Эйлера тормозящие моменты, которые выражают эффект *приливного трения*. Его вычисления показали, что введение затухания не изменяет в пределах принятой точности (0,001") амплитуды вынужденных членов, только у резонансной гармоники (2I-2F) в τ появляется сопутствующий косинусный член с амплитудой 0,02", соответствующий смещению фазы главного члена на 136".

Влияние на либрацию в долготе диссипативных факторов, вызванных наличием у Луны вязкого сферического ядра, изучалось в работах Чиканова и Дубровского (1985; 1987). Их расчеты показали, что неучет агрегатного состояния Луны может привести к погрешности в 19" в определении селеноцентрических долгот лунных объектов. Однако заданное ими значение коэффициента вязкости лунного ядра $\nu = 5 \cdot 10^7$, по-видимому, занижено, а размеры ядра – завышены. Современные модели внутреннего строения Луны (Галкин, 1988) дают значения вязкости $\sim 10^{20}$, при которых эффект вязкости будет совершенно незаметен. Однако современные данные все больше свидетельствуют о том, что жидкое ядро у Луны есть (§ 4.1), но его размеры малы. Тем не менее, даже малое жидкое ядро может давать новые эффекты во вращении Луны, в первую очередь – появление новых мод свободных либраций. В плане предстоящих космических экспериментов обнаружение следов присутствия у Луны ядра поставлено на первое место.

Дополняя картину состояния теории ФЛЛ на начало XXI столетия, кратко упомянем о численном подходе к решению дифференциальных уравнений, описывающих вращение Луны. Превосходя аналитические теории в точности, численные теории позволяют получать, например, динамически согласованные координаты центра масс Луны и компонент ФЛЛ (Ширяев, 1985).

Из нескольких наиболее значимых к тому моменту численных теорий отметим модель Каппало и др. (1980), построенную интегрированием уравнений Эйлера. Ширяевым (1984; 1985) разработана численная модель ФЛЛ путем совместного интегрирования уравнений движения центра масс и уравнений либрации. Ерошкин (1985) провел численное интегрирование уравнений Гамильтона в переменных Андуайе, учитывая в разложении гравитационного поля Луны гармоники до четвертого порядка включительно. При сравнении этих численных теорий с аналитическими выявляются расхождения в компонентах ФЛЛ. Эти расхождения вызваны, как полагают авторы, с одной стороны неточным выбором начальных условий интегрирования, а также несовершенством самой процедуры численного интегрирования. С другой стороны, в аналитических теориях имеется, как сказано выше, проблема корректного учета планетных и дополни-

тельных членов, без которого невозможно проводить адекватное сравнение с результатами численного интегрирования.

Наиболее полной и точной на данный момент теорией ФЛЛ, положенной в основу астрономических ежегодников и эфемеридных расчетов, является численная теория Newhall, Williams (1997), разработанная в NASA JPL, которая включает в себя не только эффекты упругости и приливного трения Луны, но и наличие жидкого ядра, и турбулентного трения на границе ядро – мантия (Williams et al., 2001, 2014). Эти эфемериды получила название DE403, DE418 более поздняя ее версия – DE430/431 (Folkner et al., 2014).

2.2. Построение уравнений ФЛЛ

2.2.1. Системы координат и углы либрации

Как уже говорилось выше, для определения вращательного движения Луны обычно предполагается ее абсолютная твердость. В этом случае система координат ($x y z$), задаваемая осями инерции Луны–ДСК, будет жестко связана с ее телом. Тогда изучение вращения Луны сводится к исследованию движения ДСК в пространстве.

Возьмем в качестве инерциальной системы координат ($X Y Z$) правостороннюю эклиптикальную систему координат с осью X , направленную в точку весны Υ , и осью Z – к полюсу эклиптики P (рис. 2.3).

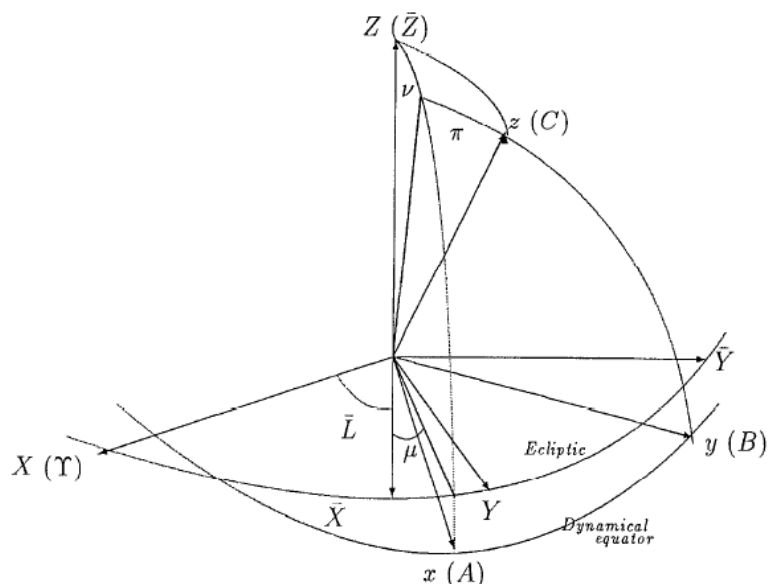


Рис. 2.3. Селеноцентрическая система координат. XYZ – эклиптикальная система координат, ось X направлена в точку весны, Z – к полюсу эклиптики. $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ – равномерно вращающаяся эклиптикальная система координат. (xyz) – динамическая система координат: ось x направлена в направлении наименьше-

го момента инерции A , z – в направлении наибольшего момента C . μ , ν ,
 π – углы либрации

Введем промежуточную систему координат $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$, **равномерно** вращающуюся вокруг оси, направленной к полюсу эклиптики P со скоростью среднего движения Луны $n = \frac{d\bar{L}}{dt}$. Тогда положение ДСК относительно $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ зададим с помощью матрицы преобразования \mathbf{d} :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Матрица \mathbf{d} получена как произведение трех матриц поворота:

$$\mathbf{d} = \mathbf{m}_x(-\pi) \cdot \mathbf{m}_{\bar{Y}}(\nu) \cdot \mathbf{m}_Z(\mu),$$

где $\mathbf{m}_v(\alpha)$ есть матрица поворота вокруг оси v на угол α , который считается положительным, если вращение осуществляется против часовой стрелки. Элементы матрицы \mathbf{d} определяются самолетными углами (μ, ν, π) (рис. 2.3):

$$\begin{aligned} d_{11} &= \cos \mu \cos \nu & d_{12} &= \sin \mu \cos \nu \\ d_{21} &= -\cos \mu \sin \nu \sin \pi - \sin \mu \cos \pi & d_{22} &= -\sin \mu \sin \nu \sin \pi + \cos \mu \cos \pi \\ d_{31} &= \cos \mu \sin \nu \cos \pi - \sin \mu \sin \pi & d_{32} &= \sin \mu \sin \nu \cos \pi + \cos \mu \sin \pi \\ d_{13} &= -\sin \nu \\ d_{23} &= -\cos \nu \sin \pi \\ d_{33} &= \cos \nu \cos \pi \end{aligned} \quad (2.5)$$

Эти углы характеризуют отклонение во вращении Луны от равномерного, то есть *физическую либрацию*.

Таким образом, решение проблемы сводится к построению функциональной зависимости углов (μ, ν, π) от времени t и от динамических параметров.

Решение поставленной задачи осуществим построением и решением уравнений Гамильтона. Для этого введем канонические переменные $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T$ и $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)^T$ как функции времени, углов либрации и их производных, и в этих переменных построим гамильтониан $H(\mathbf{q}, \mathbf{p}; t) = T - U$.

2.2.2. Канонические переменные, кинетическая и потенциальная энергия

Запишем кинематические уравнения вращения Луны. Они описывают зависимость проекций угловой скорости вращения $\vec{\Omega}$ на оси ДСК от либрационных углов и их производных:

$$\begin{aligned}\Omega_x &= -\dot{\mathbf{M}} \cdot \sin \nu + \dot{\pi} \\ \Omega_y &= -\dot{\mathbf{M}} \cdot \cos \nu \sin \pi + \dot{\nu} \cos \pi \\ \Omega_z &= -\dot{\mathbf{M}} \cdot \cos \nu \cos \pi + \dot{\nu} \sin \pi,\end{aligned}$$

где $\mathbf{M} = \bar{\mathbf{L}} + \mathbf{A}$ и $\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{n} + \mu$.

Кинетическая энергия лунного вращения записывается в виде:

$$T = \frac{1}{2} (A\Omega_x^2 + B\Omega_y^2 + C\Omega_z^2) = T(\nu, \pi, \mathbf{M}, \dot{\nu}, \dot{\pi}).$$

Вначале определим канонические переменные следующим образом:

$$\bar{q}_1 = \mathbf{M}, \quad \bar{q}_2 = \sin \nu, \quad \bar{q}_3 = \sin \pi.$$

Сопряженные им импульсы $\bar{\mathbf{p}} = (\bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3)^T$ определяются по формулам:

$$\bar{p}_1 = \frac{\partial T}{\partial \dot{\bar{q}}_1}, \quad \bar{p}_2 = \frac{\partial T}{\partial \dot{\bar{q}}_2}, \quad \bar{p}_3 = \frac{\partial T}{\partial \dot{\bar{q}}_3}.$$

Очевидно, что T – многочлен второй степени относительно обобщенных скоростей $\dot{\bar{\mathbf{q}}}$, тогда обобщенные импульсы $\bar{\mathbf{p}}$ есть линейные функции этих скоростей, и мы имеем:

$$\bar{p}_i = \sum_{s=1}^3 A_{si} \cdot \dot{\bar{q}}_s + B_i.$$

Можно показать, что определитель $|A_{si}|$ не равен нулю тождественно, что дает возможность произвести преобразование Лежандра и выразить обобщенные скорости через обобщенные координаты и импульсы, а следовательно и кинетическую энергию как функцию канонических переменных:

$$\begin{aligned}T = \frac{1}{2C} \Bigg\{ & (1 + \chi_1) \bar{p}_3^2 (1 - \bar{q}_3^2) + (1 + \chi_2) \left[-\bar{p}_1 \bar{q}_3 (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} + \bar{p}_2 (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} (1 - \bar{q}_3^2)^{-\frac{1}{2}} + \right. \\ & \left. + \bar{p}_3 \bar{q}_2 \bar{q}_3 (1 - \bar{q}_3^2)^{-\frac{1}{2}} (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 + \left[\bar{p}_1 (1 - \bar{q}_3^2)^{-\frac{1}{2}} (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} + \bar{p}_2 (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} \bar{q}_3 - \right. \\ & \left. - \bar{p}_3 \bar{q}_2 (1 - \bar{q}_2^2)^{-\frac{1}{2}} (1 - \bar{q}_3^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 \Bigg\} \quad (2.6)\end{aligned}$$

Перейдем теперь ко второму слагаемому гамильтониана.

В разложении потенциала U учтем:

- ДСК жестко связана с телом Луны, следовательно, коэффициенты Стокса C_{ik} , S_{ik} будут величинами постоянными;
- центр ДСК выбран в центре масс Луны, и тогда коэффициенты C_{10} , C_{11} , S_{11} равны нулю;
- оси ДСК совпадают с главными осями инерции и, следовательно, нулю равны коэффициенты C_{21} , S_{21} .

Таким образом, нам остается оставить только гармонические многочлены второго и третьего порядков U_2 и U_3 для взаимодействия Луны с Землей и гармонический многочлен второго порядка U_2^S для взаимодействия Луны с Солнцем:

$$U = U_2 + U_3 + U_2^S,$$

где гармонические многочлены рассчитываются через известные разложения по сферическим функциям [3]:

$$U_2 = \left(\frac{3}{2} \lambda \frac{fM_E}{a^3} \right) \left(\frac{a}{r} \right)^3 [(C-B)u_1^2 - (C-A)u_3^2] \quad (2.7)$$

$$U_3 = - \left(\frac{3}{2} \lambda \frac{fM_E}{a^3} \right) MR^2 \left(\frac{R}{a} \right) \left(\frac{a}{r} \right)^4 [C_{31}u_1 - S_{31}u_2 - \\ - 10C_{33}u_1^3 + 10S_{33}u_2^3 - \frac{5}{3}C_{30}u_3^3 + \\ + 30C_{33}u_1u_2^2 - 30S_{33}u_1^3u_2 - 5C_{30}u_1u_3^3 - 10C_{32}u_1^2u_3 - \\ - C_{31}u_2u_2^2 + 10C_{32}u_2^2u_3 - 20S_{32}u_1u_2u_3] \quad (2.8)$$

$$U_2^S = \left(\frac{3}{2} \frac{fM_S}{a_s^3} \right) \left(\frac{a_s}{r_s} \right)^3 [(C-B)u_{s1}^2 - (C-A)u_{s3}^2].$$

Координаты радиуса-вектора Земли в системе координат \overline{XYZ} можно выразить, используя геометрические соотношения в сферических треугольниках (рис. 2.4), через эклиптикальные координаты Луны r, b, Λ :

$$\begin{pmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos b \cos \Lambda \\ \cos b \sin \Lambda \\ -\sin b \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \tilde{a}(t) \\ \tilde{b}(t) \\ \tilde{c}(t) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Координаты радиус-вектора Солнца через эклиптикальные координаты Солнца можно получить, используя геометрические соотношения (рис. 2.2):

$$\begin{pmatrix} \bar{X}_s \\ \bar{Y}_s \\ \bar{Z}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos b \cos \Lambda - \tilde{r}_s \cos(D - \Lambda_s) \\ r \cos b \sin \Lambda + \tilde{r}_s \sin(D - \Lambda_s) \\ -\tilde{r}_s \sin b \end{pmatrix} = r_s \begin{pmatrix} \tilde{a}_s(t) \\ \tilde{b}_s(t) \\ \tilde{c}_s(t) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

при этом

$$\frac{r}{r_s} = \left(\frac{r}{\tilde{r}_s} \right) \left(\frac{\tilde{r}_s}{r_s} \right); \quad \frac{r}{\tilde{r}_s} = \left(\frac{a}{a_s} \right) \left(\frac{r}{a} \right) \left(\frac{a_s}{\tilde{r}_s} \right);$$

$$\frac{\tilde{r}_s}{r_s} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{\tilde{r}_s} \right)^2 - \left(\frac{r}{\tilde{r}_s} \right) \cos b \cos(D + \Lambda - \Lambda_s).$$

Выражение (2.8) для потенциала определяется направляющими косинусами u_i и u_{si} радиус-векторов Земли и Солнца в ДСК. Согласно (2.4) и (2.9, 2.10) их можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a} \cdot d_{11} & \tilde{b} \cdot d_{12} & \tilde{c} \cdot d_{13} \\ \tilde{a} \cdot d_{21} & \tilde{b} \cdot d_{22} & \tilde{c} \cdot d_{23} \\ \tilde{a} \cdot d_{31} & \tilde{b} \cdot d_{32} & \tilde{c} \cdot d_{33} \end{pmatrix} \quad (2.11a)$$

$$\begin{pmatrix} u_{s1} \\ u_{s2} \\ u_{s3} \end{pmatrix} = \frac{1}{r_s} \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X}_s \\ \bar{Y}_s \\ \bar{Z}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_s \cdot d_{11} & \tilde{b}_s \cdot d_{12} & \tilde{c}_s \cdot d_{13} \\ \tilde{a}_s \cdot d_{21} & \tilde{b}_s \cdot d_{22} & \tilde{c}_s \cdot d_{23} \\ \tilde{a}_s \cdot d_{31} & \tilde{b}_s \cdot d_{32} & \tilde{c}_s \cdot d_{33} \end{pmatrix} \quad (2.11b)$$

Тригонометрические функции координат b, Λ , а также отношения a/r (или r/a), входящие в приведенные выше равенства, вычисляются как функции времени в виде тригонометрических рядов. Численные коэффициенты и тригонометрические индексы при аргументах Дэлоне $1, 1', F, D$ для координат Луны задаются таблицами НВЕ (Gutzwiller, Shmidt, 1986).

Координаты Солнца также получены в виде тригонометрических рядов из известных разложений радиуса-вектора и истинной аномалии в задаче двух тел (Абалакин и др. 1976). Значение $a/a_s = \text{const} = 2,5718814 \cdot 10^{-3}$ (табл. 2.3). Следовательно, в таком же виде получаются функции $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}, \tilde{a}_s, \tilde{b}_s, \tilde{c}_s$, определяемые координатами Луны и Солнца (2.9), (2.10).

По третьему закону Кеплера можно определить множители:

$$\frac{fM_E}{a^3} = \frac{n^2}{1 + \frac{M}{M_E}}; \frac{fM_S}{a_s^3} = \frac{n_s^2}{1 + \frac{M+M_E}{M_S}}.$$

Таким образом, потенциальная функция $U = U(\bar{q}_1 - \bar{L}, \bar{q}_2, \bar{q}_3; t)$ зависит от времени через координаты Луны и Солнца, а от самолетных углов (или от канонических переменных \bar{q}) – через элементы матрицы d .

Т а б л и ц а 2.3

Численные значения констант и параметров физической либрации

Notation	Value used	Notation	Value used
$\frac{M}{M_\oplus}$	$1.230002 \cdot 10^{-2}$	$\left(\frac{C}{M\rho^2}\right)^0$	0.392
$\frac{M}{M_\oplus}$	328900.5	γ^0	$2.2737 \cdot 10^{-4}$
$\frac{M}{M + M_\oplus}$	$4.521 \cdot 10^{-3}$	β^0	$6.3126 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\rho}{a}$	$2.5718814 \cdot 10^{-3}$	C_{20}^0	$-2.027 \cdot 10^{-4}$
a_\odot	$2.299708345 \cdot 10^{-1}$	C_{22}^0	$2.23 \cdot 10^{-5}$
n (rad/day)	$1.7202785 \cdot 10^{-2}$	C_{30}^0	$-1.04 \cdot 10^{-5}$
n_\odot (rad/day)	3422.452	C_{31}^0	$2.86 \cdot 10^{-5}$
π_0^* arc. sec	1.002723	C_{32}^0	$4.8 \cdot 10^{-6}$
λ	$2.280271372 \cdot 10^{-1}$	C_{33}^0	$2.7 \cdot 10^{-6}$
\dot{l} (rad/day)	$1.720196956 \cdot 10^{-2}$	S_{31}^0	$8.8 \cdot 10^{-6}$
\dot{l}' (rad/day)	$2.308957130 \cdot 10^{-1}$	S_{32}^0	$1.7 \cdot 10^{-6}$
\dot{F} (rad/day)	$2.127087043 \cdot 10^{-1}$	S_{33}^0	$-1.1 \cdot 10^{-6}$
\dot{D} (rad/day)			

2.2.3. Гамильтониан и канонические уравнения

Сделаем следующее каноническое преобразование:

$$q_1 = \bar{q}_1 - \bar{L}(t); \quad q_2 = \bar{q}_2; \quad q_3 = \bar{q}_3;$$

$$p_1 = \bar{p}_1 - Cn^2; \quad p_2 = \bar{p}_2; \quad p_3 = \bar{p}_3.$$

Новый гамильтониан H связан с прежним гамильтонианом \bar{H} , выраженным уже через переменные q, p , следующим образом:

$$H = \bar{H}(\bar{q}, \bar{p}; t)_{\bar{q}, \bar{p} \rightarrow q, p} - p_1 \frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{H}(q, p; t) - p_1 n.$$

Приближенные значения канонических переменных q можно оценить, зная особенности во вращении Луны, описанные законами Кассини, а именно: Луна вращается почти равномерно (аналогично

системе \overline{XYZ} , и наклон ее экватора к эклиптике мал $I \approx 5555''$. Учитывая эти наблюдательные факты, можно убедиться, что переменные q_i являются малыми:

$$q_1 \approx 2 \cdot 10^{-5}; \quad q_2 \approx -2.7 \cdot 10^{-4} \sin F; \quad q_3 \approx -2.7 \cdot 10^{-4} \cos F.$$

Это позволяет нам разложить дробные и отрицательные степени в T (2.6) и тригонометрические функции в элементах матрицы d (2.5) в степенные ряды по малым q и тем самым упростить эти выражения. Чтобы удовлетворить требуемой точности $\varepsilon = 0.001$ для расчетов, достаточно ограничиться в разложениях четвертой степенью q .

Тогда для кинетической энергии будем иметь следующее представление:

$$\begin{aligned} T = & p_1 n + \frac{1}{2C} [p_1^2 + (1 + \chi_1) p_2^2 + (1 + \chi_2) p_3^2] + \\ & + \frac{1}{2} \chi_1 C n^2 q_3^2 + C n^2 q_2^2 + q_2 \left[-n p_3 - \frac{1}{C} p_1 p_3 \right] - q_3 \left[\frac{\chi_1}{C} p_2 p_3 \right] + \\ & + q_2^2 \left[\frac{1}{2C} p_1^2 + n p_1 - \frac{1}{2C} (1 + \chi_1) p_2^2 + \frac{1}{2C} p_3^2 \right] + \\ & + q_3^2 \left[\frac{\chi_1}{2C} p_1^2 - \frac{1}{2C} (1 + \chi_2) p_3^2 - \frac{\chi_1}{2C} p_2^2 + \chi_1 n p_1 \right] + q_2 q_3 \left[\frac{\chi_1}{2C} p_2 p_3 \right] + \\ & + q_2^3 \left[-n p_3 - \frac{1}{C} p_1 p_3 \right] - q_3^3 \left[\frac{\chi_1}{2C} p_1 p_2 + \frac{\chi_1 n}{2} p_2 \right] + \\ & + q_2 q_3^2 \left[-\frac{\chi_1}{C} p_1 p_3 - \chi_1 n p_3 + \frac{1}{2C} p_1 p_3 + \frac{1}{2} n p_3 \right] + \dots = \\ & = p_1 n + C \sum G_{ijklm}(\chi_1, \chi_2) q_2^i q_3^j \frac{p_1^k}{C} \frac{p_2^l}{C} \frac{p_3^m}{C}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Здесь через коэффициенты $G_{ijklm}(\chi_1^u, \chi_2^v)$ $u, v = 0 \div 2$ и $(u + v) \leq 2$ мы обозначили степенные функции параметров, указанных в скобках.

Элементы $d_{i,j}$ матрицы (2.4, 2.5) также можно разложить в ряд по степеням канонических переменных до четвертой степени q_i :

$$\begin{aligned}
d_{11} &= 1 - \frac{1}{2}q_1^2 - \frac{1}{2}q_2^2 + \frac{1}{4}q_1^2q_2^2 + \frac{1}{24}q_1^4 - \frac{1}{8}q_2^4 + \dots \\
d_{12} &= q_1 - \frac{1}{6}q_1q_3^2 + \dots \\
d_{13} &= -q_2 + \dots \\
d_{21} &= q_1 - q_2q_3 + \frac{1}{6}q_1^3 + \frac{1}{2}q_1q_3^2 + \frac{1}{2}q_1^2q_2q_3 + \dots \\
d_{22} &= 1 - \frac{1}{2}q_1^2 - \frac{1}{2}q_3^2 - q_1q_2q_3 + \frac{1}{24}q_1^4 + \frac{1}{4}q_1^2q_3^2 - \frac{1}{8}q_3^4 + \dots \\
d_{23} &= -q_3 + \frac{1}{2}q_2^2q_3 + \dots \\
d_{31} &= q_2 - q_1q_3 - \frac{1}{2}q_1^2q_2 + \frac{1}{2}q_2q_3^2 + \frac{1}{6}q_1^3q_3 + \dots \\
d_{32} &= q_3 - q_1q_2 - \frac{1}{2}q_1^2q_3 - \frac{1}{6}q_1^3q_2q_3^2 + \dots \\
d_{33} &= 1 - \frac{1}{2}q_2^2 - \frac{1}{2}q_3^2 - \frac{1}{8}q_3^4 + \frac{1}{4}q_2^2q_3^2 + \dots
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Таким образом, после подстановки этих разложений в направляющие косинусы u_i и u_{si} мы можем записать их следующим образом:

$$u_\sigma = \sum_{l \leq k+l+m \leq 4} I_\sigma^{klm} (a_\sigma, b_\sigma, c_\sigma) q_1^k q_2^l q_3^m, \tag{2.14}$$

где индекс $\sigma = \begin{cases} 1, 2, 3 & \text{для Луны} \\ s1, s2, s3 & \text{для Солнца} \end{cases}$

Коэффициенты I , определяемые произведением рядов $\tilde{a}_\sigma, \tilde{b}_\sigma, \tilde{c}_\sigma$ и из (2.9) и (2.10), имеют вид тригонометрических рядов:

$$I_\sigma^{klm} = \sum_r A_\sigma^{klm} \frac{\sin}{\cos} (k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D). \tag{2.15}$$

Выражение для потенциала с учетом всех сделанных преобразований можно записать в общем виде так:

$$U = C \sum_{\langle U \rangle} Q_{ijk} (\gamma, \beta, S_{ij}, C_{ij}, t) q_1^i q_2^j q_3^k.$$

Функции Q_{ijk} получены на основе формул для U (2.8) и u_i, u_{si} (2.14) приведением подобных членов при одинаковых степенях i, j, k . Они являются рядами и могут быть записаны следующим образом:

$$I_\sigma^{klm} = \sum_{m=2}^3 \Psi_m \sum_{r=1}^{\infty} R_r^{klm} \frac{\sin}{\cos} (k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D), \tag{2.16}$$

где индекс суммирования m относится к m -гармонике селенопотенциала. R_r^{klm} – численные коэффициенты, определяемые амплитудами гармоник тригонометрических рядов, представляющих координаты Луны и Солнца. Коэффициенты $\Psi(\gamma, \beta, C_{3n}, S_{3n}, R/a, C/MR^2)$, аналогично G_{ijklm} , являются степенными полиномами от указанных в скобках параметров.

Примем за единицу величину наибольшего главного момента инерции ($C=1$), измеряя тем самым два других главных момента A и B , а также канонические импульсы p в долях наибольшего момента инерции C . Это даст нам возможность в дальнейшем использовать следующие соотношения между главными и безразмерными моментами инерции:

$$A = C \frac{1-\gamma\beta}{1+\beta}, \quad B = C \frac{1+\gamma}{1+\beta} \text{ при } C=1. \quad (2.17)$$

В итоге всех преобразований окончательное выражение для гамильтониана H может быть записано в виде полинома по степеням канонических переменных:

$$H = \sum_{\langle T \rangle} G_{ijklm}(\chi_1, \chi_2) q_2^i q_3^j p_1^k p_2^l p_3^m \frac{1}{C} + \sum_{\langle U \rangle} Q_{ijk}(\gamma, \beta, S_{ij}, C_{ij}, t) q_1^i q_2^j q_3^k, \quad (2.18)$$

в котором границы суммирования определяются следующим образом:

$$\langle T \rangle = \begin{cases} i, j = 0 \div 4 \\ k, l, m = 0 \div 2 \\ (i+j) \leq 4 \end{cases} \quad \langle U \rangle = \begin{cases} i, j, k = 0 \div 4 \\ (i+j+k) \leq 4 \end{cases}$$

Обратим внимание, что первое слагаемое в (2.18), полученное из выражения для кинетической энергии, не зависит от q_1 , в то время как второе слагаемое, определяемое потенциальной энергией, не зависит от импульсов p . При решении линейной задачи, этот факт, оказывается, позволяет получить решение для q_1 независимо от q_2, q_3 .

На основе гамильтониана (2.18) строим систему уравнений Гамильтона, правые части которых запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= + \frac{\partial H}{\partial p_1} = p_1 + F_1(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\
\dot{q}_2 &= + \frac{\partial H}{\partial p_2} = (1 + \chi_1)p_2 - \chi_1 n q_3 + F_2(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\
\dot{q}_3 &= + \frac{\partial H}{\partial p_3} = (1 + \chi_2)p_3 - n q_2 + F_3(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\
\dot{p}_1 &= - \frac{\partial H}{\partial q_1} = \Phi_1(t, \mathbf{q}) + \nabla_1 q_1 + F_4(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\
\dot{p}_2 &= - \frac{\partial H}{\partial q_2} = (-n^2 + \nabla_2)q_2 + n p_3 + \Phi_2(t, \mathbf{q}) + F_5(\mathbf{q}, \mathbf{p}) \\
\dot{p}_3 &= - \frac{\partial H}{\partial q_3} = (-\chi_1 n^2 + \nabla_3)q_3 + \chi_1 n p_2 + \Phi_3(t, \mathbf{q}) + F_6(\mathbf{q}, \mathbf{p}).
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Здесь через $F_n(\mathbf{q}, \mathbf{p})$ обозначены нелинейные относительно \mathbf{p} многочлены, определяемые частными производными по \mathbf{q} и \mathbf{p} от кинетической энергии:

$$\begin{aligned}
F_1 &= (n + p_1)q_2^2 + q_2^4(n + p_1) + q_2 p_3 \left[\left(\frac{1}{2} - q_2^2 \right) - 1 \right] + \chi_1 q_3^2(n + p_1) - \chi_1 q_3 p_2 \\
F_2 &= -\chi_1 q_3 p_1 - (1 + \chi_1)q_2^2 p_2 \\
F_3 &= -q_2 p_1 - (1 + \chi_2)q_3^2 p_3 + \frac{1}{2} q_2 q_3^2 (1 - 2\chi_1)(n + p_1) + q_2^2 p_3 - q_2^3(n + p_1) + \chi_1 q_2 q_3 p_2 \\
F_4 &= 0 \\
F_5 &= p_1 p_3 - 2n q_2 p_1 - q_2 p_1^2 + (1 + \chi_1)q_2 p_2^2 - \chi_1 q_3 p_2 p_3 + 3q_2^2 p_3(n + p_1) - q_2 p_3^2 \\
&\quad - 2n^2 q_2^3 - 4q_2^3 \left(n p_1 + \frac{1}{2} p_1^2 + \frac{1}{2} p_3^2 \right) - \frac{1}{2} (1 - 2\chi_1) q_3^2 p_3 (n + p_1) \\
F_6 &= \chi_1 p_1 p_2 - 2\chi_1 n q_3 p_1 + (1 + \chi_2)q_3 p_3^2 - (1 - 2\chi_1)n q_2 q_3 p_3.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Коэффициенты ∇_n образованы из постоянных членов рядов $Q_{200}, Q_{020}, Q_{002}$:

$$\nabla_1 = 2Q_{200}^0; \quad \nabla_2 = 2Q_{020}^0; \quad \nabla_3 = 2Q_{002}^0. \tag{2.21}$$

Функции $\Phi_n(t, \mathbf{q})$ определяются производными от потенциальной энергии по \mathbf{q} и имеют следующий вид:

$$\Phi_n = \sum \left(i\delta_n^1 + j\delta_n^2 + k\delta_n^3 \right) Q_{ijk} q_1^{i-\delta_n^1} q_2^{j-\delta_n^2} q_3^{k-\delta_n^3} - \nabla_n q_n \tag{2.22}$$

$$\delta_n^m = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ 1 & \text{при } m = n \end{cases}$$

Таким образом, мы получили дифференциальные уравнения ФЛЛ через канонические переменные \mathbf{q}, \mathbf{p} . Правые части уравнений содержат эти переменные в виде полиномов четвертой степени (2.20),

(2.22). Коэффициентами перед искомыми q, p являются степенные функции безразмерных моментов инерции и ряды Q_{ijk} вида (2.16). Система уравнений (2.19) относится к классу систем Ляпунова (Моисеев, 1981).

2.3. Решение уравнений ФЛЛ

Решение уравнений (2.15) мы получали в два этапа: на первом нами было построено полуаналитическое решение для модели LURE2, основанное на неполных таблицах движения Луны Шмидта (1980), на втором этапе на основе более совершенных таблиц Гутцвиллера и Шмидта (НВЕ-таблицах) (1986) мы уже получили аналитическое решение. Поскольку тригонометрические ряды, представленные полуаналитическими таблицами, являются частным случаем рядов Пуассона, описанных аналитическими таблицами, математический метод решения дифференциальных уравнений одинаков для обоих типов решений, хотя практическая реализация его на ЭВМ в том и другом случае была разной. Поэтому изложенный в этой главе метод решения уравнений с целью получения результатов в виде рядов Пуассона в теоретическом плане не отличается от метода получения решения в виде тригонометрических рядов.

2.3.1. Построение аналитических параметров

Аналитический вид правых частей уравнений Гамильтона (2.19) определяется выражениями (2.20 – 2.22). Коэффициенты Стокса C_{ij} , S_{ij} и безразмерные моменты инерции γ , β , χ_1 , χ_2 входят в эти уравнения как параметры. Если придать этим параметрам конкретные числовые значения, то коэффициенты $G_{ijklm}(\chi_1, \chi_2)$ в (2.12) примут конкретные числовые значения, а ряды Q_{ijk} в (2.16) – вид тригонометрических рядов. Таким образом, взяв в качестве параметров значения из модели LURE2, можно получить полуаналитическое решение, аналогичное «решению 500» Экхардта.

Для того чтобы получить аналитическую зависимость канонических переменных от динамических параметров, оставим их в *буквенном виде*, т.е. построим такие функции динамических параметров, которые бы позволили, во-первых, проинтегрировать уравнения и, во-

вторых, были бы удобны в практическом использовании. Назовем эти функции *аналитическими параметрами*.

При построении аналитических параметров мы руководствовались двумя требованиями:

1) искомое аналитическое решение должно давать, как частный случай, полуаналитическое решение для модели LURE2;

2) это аналитическое решение должно иметь быструю сходимость для большинства моделей селенопотенциала, представленных в работе Кислюка (1988) и в таблице 2.1. Для того чтобы выполнить эти требования, мы ввели аналитические параметры E_i **как разности между любым возможным значением динамического параметра и его значением в модели LURE2**, обозначенном индексом $(^0)$. Для второй гармоники селенопотенциала введем:

$$E_1 = \frac{A - A^0}{\Delta_1}; E_2 = \frac{B - B^0}{\Delta_2}. \quad (2.23)$$

Аналогично для третьей гармоники имеем:

$$\begin{aligned} h = \frac{(C/MR^2)^0}{(C/MR^2)} &= \frac{0.392}{(C/MR^2)}; E_3 = \frac{hC_{30} - C_{30}^0}{\Delta_3}; \\ E_4 &= \frac{hC_{31} - C_{31}^0}{\Delta_4}; E_5 = \frac{hC_{32} - C_{32}^0}{\Delta_5}; E_6 = \frac{hC_{33} - C_{33}^0}{\Delta_6}; \\ E_7 &= \frac{hS_{31} - S_{31}^0}{\Delta_7}; E_8 = \frac{hS_{32} - S_{32}^0}{\Delta_8}; E_9 = \frac{hS_{33} - S_{33}^0}{\Delta_9}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Здесь Δ_i – числовые коэффициенты, значения которых нам необходимо выбрать, исходя из поставленных требований на аналитические параметры.

При выполнении условий на E_i (2.24) функции Q_{ijk} в (2.16), а следовательно, и решение для \mathbf{q} и \mathbf{r} будет представлено в виде рядов Пуассона (Брумберг, 1980; Евдокимова и др. 1975):

$$\sum_{r=1}^{\infty} \text{COEF}_r \cdot \text{FACTOR}_r \sin_{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D). \quad (2.25)$$

Здесь:

COEF_r – числовые коэффициенты,

$FACTOR_r = \prod_{i=1}^9 E_i^{m_{ri}}$ – степенные полиномы,

k_{rj}, m_{ri} – тригонометрические и степенные индексы.

Проблема заключается в получении численных значений этих величин из решения уравнений (2.19) и представлении их в табличном виде.

Для достижения быстрой сходимости этих рядов необходимо, чтобы при подстановке числовых значений в аналитические параметры они удовлетворяли условию:

$$|E_i| \leq 1 \text{ для } i = 1 \div 9. \quad (2.26)$$

Этот критерий дает нам возможность отсекаать члены с высокими степенями m_{ri} при операциях над рядами Пуассона. Поэтому коэффициенты Δ_i в (2.23), (2.24) мы выбрали таким образом, чтобы, с одной стороны, они удовлетворяли условию (2.26), по возможности, для большинства моделей таблицы 2.1. С другой стороны, они должны быть достаточно малы, чтобы значения $COEF_r$ в (2.25), которые прямо пропорционально зависят от принятых значений Δ_i , были также малыми (в пределах заданной точности), и ряды (2.25) имели бы ограниченную длину.

Во второй гармонике селенопотенциала для оптимального выбора значений Δ_i для E_1, E_2 использован критерий «3 σ », где за σ_i взяты среднеквадратичные ошибки значений γ, β .

При условии, что $\gamma, \beta \approx 10^{-4} \ll 1$ и учитывая (2.17), нетрудно получить:

$$E_1 \approx -\frac{\Delta\beta}{\Delta_1}; E_2 \approx \frac{\Delta\gamma - \Delta\beta}{\Delta_2}, \text{ где } \Delta\gamma = \gamma - \gamma^0, \Delta\beta = \beta - \beta^0$$

$$\gamma = \gamma^0 + \Delta\gamma = \gamma^0 - \Delta_1 E_1 + \Delta_2 E_2, \Delta\beta = \beta - \beta^0 = \Delta_1 E_1.$$

Чтобы удовлетворить условию (2.26), мы должны положить

$$\Delta_1 = \max|\Delta\beta| = |3\sigma_{\beta^0}| = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$\Delta_2 = \max|\Delta\beta| + \max|\Delta\gamma| = |3\sigma_{\beta^0}| + |3\sigma_{\gamma^0}| = 3 \cdot 10^{-6}.$$

В том случае, когда динамическая модель дает значения только коэффициентов C_{20}, C_{22} , переход к безразмерным моментам инерции γ, β можно выполнить по формулам:

$$\gamma = \frac{4C_{22}}{(C/MR^2)}, \beta = \frac{\delta + \gamma}{2 + \gamma - \delta}, \text{ где } \delta = -\frac{2C_{20}}{(C/MR^2)}.$$

Обратим внимание на несогласованность значений C_{20}, C_{22} с γ, β , полученных из разного типа наблюдений. Это приводит к тому, что значения коэффициентов в полуаналитических таблицах либрации, построенных из аналитических таблиц через C_{20}, C_{22} , будут существенно отличаться от тех же значений, полученных через γ, β . Так, например, для данных Феррари и др. (Ferrary, 1980), которые дают как коэффициенты Стокса, так и безразмерные моменты инерции, значения коэффициентов в гармонике $\sin F$ в ν получаются равными $\approx 5540''$ и $\approx 5562''$ соответственно по C_{20}, C_{22} и по γ, β . Это намного превышает допустимые различия, поэтому необходимо с большой осторожностью использовать *разнотипные данные* при работе с аналитическими таблицами.

Для коэффициентов Стокса в третьей гармонике селенопотенциала за Δ_i мы принимаем наибольшее значение самого коэффициента с его знаком, округленное до первой значащей цифры.

Таким образом, формулы для **практического использования** запишем в окончательном виде:

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{\beta \cdot 10^4 - 6.3126}{10^{-2}}, E_2 = -\frac{(\gamma \cdot 10^4 - 2.2737) - (\beta \cdot 10^4 - 6.3126)}{3 \cdot 10^{-2}}, \\ h &= \frac{0.392}{(C/MR^2)}, E_3 = \frac{hC_{30} \cdot 10^5 + 1.044}{-2}, \\ E_4 &= \frac{hC_{31} \cdot 10^5 - 2.86}{3}, E_5 = \frac{hC_{32} \cdot 10^5 - 0.48}{0.5}, E_6 = \frac{hC_{33} \cdot 10^5 - 0.27}{0.3}, \\ E_7 &= \frac{hS_{31} \cdot 10^5 - 0.88}{1.0}, E_8 = \frac{hS_{32} \cdot 10^5 - 0.17}{0.2}, E_9 = \frac{hS_{33} \cdot 10^5 + 0.11}{-0.2}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

При таком выборе аналитических параметров мы удовлетворили поставленным выше требованиям, а именно:

- мы можем не учитывать степенные члены, если нас устраивает модель LURE2: гармоника, у которых все степенные индексы равны нулю, т.е. FACTOR = 1, дают полуаналитическое решение, аналогичное «решению 500»;

- члены, у которых FACTOR $\neq 1$, наглядно показывают влияние выбранной динамической модели на ФЛЛ относительно модели LURE2;

– для большинства современных моделей гравитационного поля условие (2.35) будет выполнено, чем достигается быстрая сходимость полиномиальной части рядов либрации.

В заключение этого параграфа покажем, что и безразмерные моменты инерции χ_1 и χ_2 также могут быть представлены в виде *рядов по степеням E_i* , а именно:

$$\chi_1 = \frac{1-B}{B} = \frac{1-B^0 - \Delta_2 E_2}{B^0 \left(1 + \frac{\Delta_2}{B^0} E_2\right)} = \frac{1-B^0}{B^0} - \frac{\Delta_2}{B^0} E_2 \left(1 - \frac{\Delta_2}{B^0} E_2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_2}{B^0}\right)^2 E_2^2 + \dots\right) = \chi_1^0 + \chi_1' ;$$

$$\chi_2 = \frac{1-A}{A} = \frac{1-A^0 - \Delta_1 E_1}{A^0 \left(1 + \frac{\Delta_1}{A^0} E_1\right)} = \frac{1-A^0}{A^0} - \frac{\Delta_1}{A^0} E_1 \left(1 - \frac{\Delta_1}{A^0} E_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_1}{A^0}\right)^2 E_1^2 + \dots\right) = \chi_2^0 + \chi_2' .$$

Множители χ_i^0 являются числовыми коэффициентами, определяемыми значениями параметров модели LURE2. Множители χ_i' являются степенными коэффициентами, состоящими из аналитических параметров (2.27).

2.3.2. Приведение решения дифференциальных уравнений к виду гармонического осциллятора

Для того, чтобы решить систему уравнений (2.19), преобразуем их в обобщенные уравнения гармонического осциллятора. Продифференцируем левую и правую части уравнений по t . Вместо $\dot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{p}}$ подставим их правые части из (2.19). Функции $\dot{F}, \dot{\Phi}$ при этом не раскрываем. Проведя несложные алгебраические преобразования, получим следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{p}_1 + \omega_1^2 p_1 &= \dot{\Phi}_1 + \nabla_1 F_1 + \Delta_{\omega_1} p_1 \\ \ddot{p}_2 + \omega_2^2 p_2 &= \dot{\Phi}_2 + n\Phi_3 + n(\nabla_3 - \chi_1 \nabla_2) q_3 + (\nabla_2 - n^2) F_2 + \dot{F}_5 + nF_6 + \Delta_{\omega_2} p_2 \\ \ddot{p}_3 + \omega_3^2 p_3 &= \dot{\Phi}_3 + \chi_1 n\Phi_2 - n(\nabla_3 - \chi_1 \nabla_2) q_2 + (\nabla_3 - \chi_1 n^2) F_3 + \dot{F}_6 + nF_5 + \Delta_{\omega_3} p_3 \\ \ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 &= \Phi_1 + \dot{F}_1 + \Delta_{\omega_1} q_1 \\ \ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 &= (1 + \chi_1) \Phi_2 + n(1 - \chi_1 \chi_2) p_3 + \dot{F}_2 - \chi_1 nF_3 + (1 + \chi_1) F_5 + \Delta_{\omega_2} q_2 \\ \ddot{q}_3 + \omega_3^2 q_3 &= (1 + \chi_2) \Phi_3 - n(1 - \chi_1 \chi_2) p_2 + \dot{F}_3 - nF_2 + (1 + \chi_2) F_6 + \Delta_{\omega_3} q_3. \end{aligned}$$

Выделим линейную относительно \mathbf{q} и \mathbf{p} часть уравнений (2.19) и построим для нее характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & -\chi_1^0 n & 0 & (1+\chi_1^0) & 0 \\ 0 & -n & -\lambda & 0 & 0 & (1+\chi_2^0) \\ \nabla_1^0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & (-n^2 + \nabla_2^0) & 0 & 0 & -\lambda & n \\ 0 & 0 & (-\chi_1^0 n^2 + \nabla_3^0) & 0 & \chi_1^0 n & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

и разложим этот определитель на произведение элементов строк и их алгебраических дополнений, при этом постепенно понижая порядки последних до второго. В результате получаем полином шестой степени, который разбивается на квадратное и биквадратное уравнения:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \nabla_1^0 &= 0 \\ \lambda^4 + \lambda^2 [n^2(1 + \chi_1^0 \chi_2^0) - \nabla_2^0(1 + \chi_1^0) - \nabla_3^0(1 + \chi_2^0)] + \\ &+ [\chi_2^0 n^2 - \nabla_2^0(1 + \chi_2^0)] \cdot [\chi_1^0 n^2 - \nabla_3^0(1 + \chi_1^0)] = 0. \end{aligned}$$

При значениях параметров $\chi_1^0, \chi_2^0, \nabla_1^0, \nabla_2^0, \nabla_3^0$ (табл. 2), которые задаются взятыми нами за основу динамической моделью LURE2 и теорией движения Луны НВЕ, решение этого уравнения дает три пары мнимых корней:

$$\lambda_{1,2} = \pm i\tilde{\omega}_1, \quad \lambda_{3,4} = \pm i\tilde{\omega}_2, \quad \lambda_{5,6} = \pm i\tilde{\omega}_3.$$

Здесь $\tilde{\omega}_1 = \sqrt{|\nabla_1^0|}$. Учитывая тот факт, что численные отношения $\frac{\nabla_2^0}{n^2} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ и $\frac{\nabla_3^0}{n^2} \approx 10^{-6}$ малы, значения ω_2 и ω_3 могут быть приближенно выражены следующими формулами:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_2 &\approx \sqrt{-n^2 + \nabla_2^0(1 + \chi_1^0) + \nabla_3^0(1 + \chi_2^0) + o(\nabla_{2,3}^2)}; \\ \tilde{\omega}_3 &\approx \sqrt{-\chi_1^0 \chi_2^0 n^2 + \chi_1^0 \nabla_2^0 + \chi_2^0 \nabla_3^0 + o(\nabla_{2,3}^2)}. \end{aligned}$$

Таким образом, характеристическое уравнение имеет только чисто мнимые корни. Согласно теории и методу Ляпунова (Моисеев, 1981; Холшевников, 1985), система (2.19) допускает периодические решения, близкие к главным колебаниям линейной системы. Значения ее собственных корней совпадают с величинами ω_1 и с точностью до 10^{-7} с ω_2, ω_3 , которые мы получили в результате наших преобразований уравнений (2.19) в (2.27):

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \nabla_1^0 \\ \omega_2^2 &= n^2 - (1 + \chi_1^0) \nabla_2^0 - (1 + \chi_2^0) \nabla_3^0 - \\ \omega_3^2 &= \chi_1^0 \chi_2^0 n^2 - \chi_1^0 \nabla_2^0 - \chi_2^0 \nabla_3^0. \end{aligned} \tag{2.28}$$

Эти величины являются *собственными частотами* гармонических осцилляторов, описываемых уравнениями (3.6).

Коэффициенты Δ_{ω_i} имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\Delta_{\omega_1} &= 0 \\ \Delta_{\omega_2} &= \chi'_1 \nabla_2 + \chi_2 \nabla_3 \\ \Delta_{\omega_3} &= -(\chi_1^0 \chi'_2 + \chi_2^0 \chi'_1 + \chi'_1 \chi'_2) n^2.\end{aligned}\tag{2.29}$$

Решение системы (2.27) может быть найдено методом последовательных итераций.

Учитывая, что \mathbf{q} и \mathbf{p} малы, функции F_k и Φ_n будут величинами более высокого порядка малости по сравнению с членами, не содержащими \mathbf{q} и \mathbf{p} в качестве сомножителей. Поэтому решение системы будем искать в окрестности решения $(\mathbf{q}^0, \mathbf{p}^0)$ линейной системы:

$$\begin{aligned}\ddot{p}_1 + \omega_1^2 p_1 &= \dot{Q}_{100} \\ \ddot{p}_2 + \omega_2^2 p_2 &= \dot{Q}_{010} + n Q_{001} + n(\nabla_3 - \chi_1 \nabla_2) q_3^0 \\ \ddot{p}_3 + \omega_3^2 p_3 &= \dot{Q}_{001} + \chi_1 n Q_{010} - n(\nabla_3 - \chi_1 \nabla_2) q_2^0 \\ \ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 &= Q_{100} \\ \ddot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 &= (1 + \chi_1) Q_{010} + n(1 - \chi_1 \chi_2) p_3^0 \\ \ddot{q}_3 + \omega_3^2 q_3 &= (1 + \chi_2) Q_{001} - n(1 - \chi_1 \chi_2) p_2^0.\end{aligned}\tag{2.30}$$

Правые части этих уравнений имеют форму рядов Пуассона: зависимость от времени осуществляется через аргументы Делонэ, которые можно представить в виде линейных функций времени:

$$l = l_0 + l_1 t + \dots, \quad l' = l'_0 + l'_1 t + \dots, \quad F = F_0 + F_1 t + \dots, \quad D = D_0 + D_1 t + \dots \tag{2.31}$$

Динамические параметры входят в Q_{ijk} через аналитические параметры E_i . Следовательно, систему (2.30) можно проинтегрировать и получить решение для $(\mathbf{q}^0, \mathbf{p}^0)$ также в форме Пуассоновских рядов.

Это решение будет складываться из решения соответствующей (2.30) однородной системы $\mathbf{q}^{\text{free}}, \mathbf{p}^{\text{free}}$ и частного решения неоднородной системы $\mathbf{q}^{\text{forced}}, \mathbf{p}^{\text{forced}}$.

Однородные уравнения имеют стандартное решение:

$$\begin{aligned}q_i^{\text{free}} &= A'_i \sin(\omega_i t + \phi_{i0}) \\ p_i^{\text{free}} &= B'_i \cos(\omega_i t + \phi_{i0}).\end{aligned}$$

Оно описывает свободную либрацию, величина которой, согласно данным наблюдений (O'Calam, 1977; Newhall, Williams, 1997), мала, но современные лазерные наблюдения уже в состоянии определить и

коэффициенты и фазы свободных либраций. Параметры свободной либрации, как показывают современные исследования, могут дать богатую информацию о внутреннем строении небесного тела. М. Мунс (1992) включила в аналитическую теорию амплитуды и фазы свободной либрации в качестве дополнительных аналитических параметров. Позднее Ж. Шапрон (1999) определил численные значения этих параметров из сравнения теории Мунс с результатами численных теорий и впервые получил аналитическое решение для свободной либрации в виде тригонометрических рядов. Для нас же более интересным кажется учет свободных членов в нелинейной теории и их взаимодействие с другими гармониками рядов либрации: наличие резонансных гармоник и гармоник с малыми знаменателями может дать в итоговом решении амплитуды, заметные для высокоточных наблюдений. Но этот вопрос заслуживает отдельного рассмотрения и анализа. В этой же части нашей книги мы не будем учитывать в вычислениях решения однородных уравнений, полагая, что их вклад на вынужденную либрацию Луны является незначительным.

Займемся нахождением только частного решения, определяющего интересующую нас *вынужденную (forced) либрацию*. Взяв решение для $(\mathbf{q}^0, \mathbf{p}^0)$ в качестве $(n-1)$ -приближения и подставив его в основные уравнения (2.27) вместо (\mathbf{q}, \mathbf{p}) , мы снова получим в правых частях этих уравнений ряды Пуассона. Для того, чтобы использовать механизм последовательных итераций, перепишем систему (2.27) следующим образом (при этом для краткости изложения запишем правые части этих уравнений в общем виде):

$$\begin{aligned}\ddot{q}_i^{(n)} + \bar{\omega}_i^2 q_i^{(n)} &= \tilde{\Phi}_{q_i}(t, \mathbf{q}^{(n-1)}) + \tilde{F}_{q_i}(\mathbf{q}^{(n-1)}, \mathbf{p}^{(n-1)}) = \\ &= \sum_r X_r \prod_r E_s^{m_{s,r}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D) \\ \ddot{p}_i^{(n)} + \bar{\omega}_i^2 p_i^{(n)} &= \tilde{\Phi}_{p_i}(t, \mathbf{q}^{(n-1)}) + \tilde{F}_{p_i}(\mathbf{q}^{(n-1)}, \mathbf{p}^{(n-1)}) = \\ &= \sum_r Y_r \prod_r E_s^{n_{s,r}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D).\end{aligned}\tag{2.32}$$

Тогда решение вынужденной либрации запишется следующими формулами:

$$\begin{aligned}
q_i &= \sum_r X'_r \prod_r E_s^{m_{s,r}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D) \\
p_i &= \sum_r Y'_r \prod_r E_s^{n_{s,r}} \cdot \frac{\sin}{\cos}(k_{r1}l + k_{r2}l' + k_{r3}F + k_{r4}D),
\end{aligned}
\tag{2.33}$$

где численные коэффициенты X'_r и Y'_r находим по формулам:

$$\begin{aligned}
X'_r &= \frac{X_r}{\bar{\omega}_i^2 - (k_{r1}\dot{l} + k_{r2}\dot{l}' + k_{r3}\dot{F} + k_{r4}\dot{D})^2} \\
Y'_r &= \frac{Y_r}{\bar{\omega}_i^2 - (k_{r1}\dot{l} + k_{r2}\dot{l}' + k_{r3}\dot{F} + k_{r4}\dot{D})^2}
\end{aligned}
\tag{2.34}$$

Производные от аргументов Делонэ по времени $(k_{r1}\dot{l} + k_{r2}\dot{l}' + k_{r3}\dot{F} + k_{r4}\dot{D})^2$ определяются из (2.31) и являются постоянными величинами, их численные значения даны в таблице 2.2.

Каждое n -приближение (q^n, p^n) получается через $(n-1)$ -решение. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока разность в численных коэффициентах n -итерации $(X')^n, (Y')^n$ и $(n-1)$ -итерации $(X')^{n-1}, (Y')^{n-1}$ не будет превышать наперед заданной точности $\varepsilon = 0.001$, т.е. до тех пор, пока для каждой i -гармоники рядов (2.33) не будет выполнено условие:

$$\begin{aligned}
|(X'_i)^n - (X'_i)^{n-1}| &\leq 0.001 \\
|(Y'_i)^n - (Y'_i)^{n-1}| &\leq 0.001.
\end{aligned}
\tag{2.35}$$

Таким образом, представленный алгоритм, позволяет получить решение для искомых переменных в виде рядов Пуассона. Практическая реализация такого решения возможна с использованием быстродействующего компьютера, оснащенного соответствующими программными средствами, реализующими аналитические операции над рядами Пуассона. Поставленная задача была нами успешно решена.

2.3.3. Анализ полученного решения уравнений ФЛЛ

Решение дифференциальных уравнений (2.27) или (2.32) мы получаем в два этапа.

Вначале было найдено полуаналитическое (semi analytical – sa) решение для динамической модели LURE2. Правые части уравнений (2.30) и (2.32), а, следовательно, и их решение (2.33) в этом случае

представляются в виде тригонометрических рядов (2.15). В качестве нулевого приближения нами было взято решение $(\mathbf{q}^0, \mathbf{p}^0)$ линейной системы (3.9). Условие (2.35) выполняется для большинства гармоник после 4–5 итераций, кроме критических гармоник – резонансных и с малыми знаменателями: для них требуется порядка 10 итераций. Полученное решение $(\mathbf{q}^{sa}, \mathbf{p}^{sa})$ было впервые опубликовано в (Петрова 1993).

При построении аналитического решения мы воспользовались полученными рядами $(\mathbf{q}^{sa}, \mathbf{p}^{sa})$, взяв их в качестве $(n-1)$ -приближения. В этом случае нам понадобилось 2–3 итерации, чтобы достичь внутренней сходимости для всех гармоник за исключением упомянутых критических. Чтобы и для этих членов достичь требуемой точности (3.14), необходимо сделать еще 6–7 итераций.

Углы либрации ν и π получаются путем разложения в ряд $\arcsin q_i$ до пятой степени q_i :

$$\arcsin q = q + \frac{q^3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot q^5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} + \dots \quad (2.36)$$

Окончательное решение представлено в таблицах ФЛЛ. Наряду с коэффициентами для самолетных углов μ, ν, π в этих таблицах представлены коэффициенты и для переменных P_1, P_2, τ . Соотношение между этими двумя типами переменных устанавливается следующим образом:

$$\begin{aligned} P_1 &= -\sin \nu = -\nu + o(\nu^2) \\ P_2 &= -\sin \pi \cos \nu = -\pi + o(\pi^2) \\ \tau &= \mu + \operatorname{tg}\left(\frac{\Theta}{2}\right)^2 \sin[2(F + \mu - \sigma)] + o\left[\left(\frac{\Theta}{2}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

Переменная $\Theta = \arcsin(P_1^2 + P_2^2)$ определяет наклон экватора Луны к эклиптике, усредненное по времени выражение которого задает *средний наклон* $I = \bar{\Theta}$. В таблицах члены с нулевыми степенными индексами $E_i = 0$ для $i = 1 \div 9$ соответствуют полуаналитическому решению для динамической модели LURE2. Эти члены выделены в таблицах жирным шрифтом. Члены с ненулевыми степенными индексами определяют поправку к коэффициенту, обусловленную отличием выбранной динамической модели от LURE2.

Таким образом, представленные таблицы удобны тем, что не требуют дополнительной обработки, если пользователя устраивает модель LURE2. В случае, если необходимо провести корректировку одного или всех динамических параметров, достаточно вычислить только соответствующие аналитические параметры по формулам (2.26) и посмотреть их вклад в интересующие гармоники.

Например, нас интересует, насколько чувствительно значение постоянного смещения в τ к изменению параметра S_{33} , взятого из модели Феррари и др. (1980). Вычислим значение $E_9 = \frac{-0,033+0,11}{-0,2} = -0,385 \approx -0,4$. По таблицам либрации для τ в гармонике (0000) выбираем члены, у которых $E_9 \neq 0$:

$$\Delta\tau = -0,4 \cdot (307,822 - 2,069 - 4,040)'' = -124''.685.$$

Таким образом, если модель LURE2 дает величину постоянного смещения $\tau_0^{\text{LURE2}} = 214''.352$, то модель [44] – примерно на 124'' меньше: $\tau_0^{\text{№26}} = 89''.667$.

Такие оценки, очевидно, можно делать вручную, не привлекая всех членов таблицы либрации.

Аналогичные расчеты по таблицам Мигюса (1980) или Мунс (1982) потребуют больших усилий и времени: необходимо вычислить *все* аналитические параметры для модели LURE2, просчитать *все* члены из таблицы либрации для выбранной гармоники – получится значение τ_0 для модели LURE2. Затем всю эту процедуру необходимо повторить для другого значения S_{33} и сравнить полученные результаты.

Полученные нашим способом таблицы были сравнены с «решением 500» Экхардта и с результатами Мунс для модели LURE2 (табл. 2.4).

В таблице 2.4 даны гармоники, у которых при сравнении амплитуд выявлены различия, превышающие требуемую точность 0.001''. Это, в основном, гармоники с малыми знаменателями, которые очень чувствительны к методу решения и выбору параметров.

Сравнительный анализ наших таблиц с другими дает основание считать, что в пределах заданной точности 0.01 они могут быть использованы на практике.

Т а б л и ц а 2.4

Сравнение полученных результатов с данными Экхардта и Мунс: представлены только гармоники, амплитуды которых отличаются более чем 0.01''

TRIG l l' F D	COEF * FACTOR(sin)			COEF * FACTOR(cos)			
	Eckhardt	Moons	Petrova	Eckhardt	Moons	Petrova	
0 0 0 0				214.170	214.187	214.352	τ
0 0 2-2	1.647	1.646	1.669				τ
1 0-1 0	-1.394	-1.394	-1.397	-6.594	-6.597	-6.620	τ
1 0 0-1	-3.460	-3.463	-3.453				τ
2 0-2 0	17.014	17.020	16.858	0.495	0.494	0.530	τ
0 0 0 0				-80.724	-80.644	-80.803	p_1
1 0-2 0	-0.011	-0.011		-0.077	-0.078	-0.053	p_1
0 0 1 0	5562.462	5562.459	5561.491	5.746	5.752	5.754	p_1
1 0-1 0	124.492	124.483	124.477				p_1
2 0-3 0	0.231	0.232	0.200				p_1
2 0-1 0	0.379	0.379	0.338	0.014	0.013	0.005	p_1
0 0 0 0				0.392	0.390	0.373	p_2
0 0 1 0	-5.769	-5.775	-5.777	5540.334	5540.330	5539.366	p_2
0 1-1 1				-0.62	-0.60	-0.029	p_2
1 0-1 0	0.082	0.082	0.092	-75.458	-75.433	-75.449	p_2
1 0 0 0	0.836	0.835	0.833	-0.723	-0.721	-0.703	p_2
2 0-3 0				-0.232	-0.233	-0.201	p_2
2 0-1 0	-0.014	-0.013	-0.006	0.482	0.483	0.441	p_2

Обратим внимание на разность в значениях среднего наклона экватора к эклиптике, полученного по нашим таблицам I^P и таблицам Экхардта I^E :

$$|I^P - I^E| = 0.''965.$$

К настоящему времени наиболее точные (0.''001) таблицы ФЛЛ для модели Луны с жидким ядром были представлены в работе Rambaux, Williams (2011). Используя 40-летние накопленные данные по лазерной локации Луны, итеративные численные методы частотного анализа и метода наименьших квадратов, авторами были получены таблицы ФЛЛ на основе DE421. Из этого анализа были идентифицированы и оценены около 140 членов ряда либрации по широте и движению полюса Луны, и 89 членов либрации по долготе. Специальное внимание обращалось на поиск и выделение членов, описывающих свободную ФЛЛ по долготе, широте и движению полюса Луны. Были найдены амплитуды трех мод свободной физической либрации: по долготе – 1.296''; по широте – 0.032''; движение полюса

– 8.183'' x 3.306''. Соответствующие периоды этих мод имеют значения: $T = 1056.13^d$, 8822.88^d , 27257.27^d .

Выводы

Описанные принципы построения теории ФЛЛ являются основой для любой работы в этом направлении. Точность, которую можно достичь в рамках нашей модели, – это лишь 0.01''. Этого совершенно недостаточно для удовлетворения современным наблюдениям, точность которых на порядок выше.

Поэтому дальнейшее улучшение теории должно осуществляться за счет:

1. включения в рассмотрение возмущения (прямого и косвенного) от планет;
2. рассмотрения упругости лунного тела через включение имеющихся на данное время чисел Лява k_2 (Konopliv et al., 2003);
3. рассмотрение диссипативных эффектов, вызванных как приливным трением, так и трением на границе ядро – мантия;
4. введение в рассмотрение внутреннего жидкого ядра, что позволит определить новые частоты в свободной либрации, что сделает аналитическую теорию крайне необходимой при интерпретации планируемых наблюдений с поверхности Луны в рамках японского проекта ILOM (2019) (Hanada et al., 2007).
5. Таблицы ФЛЛ (Petrova, 1996; Rambaux, Williams, 2011) удовлетворяют некоторым из требований, сформулированных выше

Многие из этих проблем уже решены на уровне численного подхода. Но аналитическая теория позволит расширить рамки анализа при интерпретации наблюдений лунного вращения и понять физический смысл многих явлений, которые невозможно увидеть в численном подходе.

И все же, наиболее важным результатом развития аналитического подхода является возможность получить гармоника свободных либраций. Предсказываемые моды для модели двух-/трехслойной Луны, включающей жидкое эллиптическое ядро или двухслойное – твердое внутреннее, жидкое внешнее (как у Земли ядро) могут быть обнаружены в новых экспериментах, таких как ILOM. Установка те-

лескопа на поверхности Луны позволит применять методы, которые уже хорошо отработаны для поиска таких гармоник у Земли.

Первые оценки периода либрации, вызванной наличием жидкого ядра (Petrova, Gusev 2001; Gusev, Petrova, 2008) – свободная нутация ядра – позволяют организовать поиск новых гармоник в окрестности месячных членов ФЛЛ. Есть надежда, что амплитуды гармоник, определяемые взаимодействием свободных гармоник с вынужденными, могут испытывать резонансное усиление, тем самым будут доступны для будущих наблюдений с поверхности Луны в рамках будущего японского эксперимента ILOM (2019). Чтобы выяснить эти вопросы с точностью, достаточной для будущих наблюдений, необходимо развитие теории ФЛЛ.



ГЛАВА 3. ФИЗИЧЕСКАЯ ЛИБРАЦИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ ЛУНЫ

Введение

В силу своей близости к Земле Луна исследуется космическими аппаратами на окололунной орбите и приборами, расположенными на лунной поверхности, уже в течение 56 лет. Богатейший объем данных и широкий спектр исследований методами геофизики привели к созданию новой научной дисциплины – лунная геофизика, физика Луны. А знание тонких эффектов вращения, физической либрации и нутации Луны позволяет убедительно заглянуть во внутреннее строение нашего естественного спутника Земли.

Мы предполагаем, что 4,6 млрд лет назад небесное тело размера и массы Марса, со скоростью 11 км в сек, скользящим ударом столкнулось с прото-Землей, сформировавшейся только на 95% из протопланетного диска вокруг Солнца, срезало, разогрело и распылило значительный кусок прото-Земли на околоземной орбите за несколько часов контакта! В дальнейшем из образовавшегося горячего диска частиц и обломков в окрестности Земли в течение нескольких тысячелетий образовалась горячая Луна за счет аккреции и слипания планетезималей на расстоянии в несколько земных радиусов от Земли и с периодом вращения всего в 4–5 часов! Для сравнения, в настоящее время смолоду застывшая, вечно молодая, в кратерном макияже Луна вращается уже на расстоянии примерно 58 радиусов Земли и с периодом в 27 дней и удаляется от Земли со скоростью 4 см в год в силу солнечно-земной приливной диссипации!

Что мы хотели бы узнать о Луне? Почему так сильно отличается видимая и обратная сторона Луны по рельефу, тектоническим образованиям, гравитационным, геохимическим, минералогическим и магнитным распределениям и аномалиям? Есть ли водяной лед в полярных областях Луны и возможно ли его промышленное освоение и

использование для лунных баз? Какова природа и происхождение самого большого кратера (более 2500 км в диаметре, глубиной до 12 км) в Солнечной системе, расположенного у южного полюса Луны? Каковы размеры и геохимический состав жидкого ядра, вязкоупругой мантии и твердой коры тонкой морской и толстой континентальной частей Луны? Каков источник палеомагнитного поля Луны, обнаруженного в лунных образцах? Какова дальнейшая судьба системы Луна – Земля? Ответом на поставленные научные вопросы может быть информация с целой флотилии новых и планируемых космических аппаратов к ночной спутнице – европейский технический спутник «SMART-1» (ESA, 2003-2006), японская миссия на обратную сторону Луны «SELENE» (JAXA, 2007-2009), индийский корабль «Chandrayaan-1» (2007), китайские челноки «CHANG'E-1,2,3» (2007-2012+), американские разведчики полярного льда «LRO» (NASA, 2009-2014+) и гравитационного поля «GRAIL» (2012). На повестке дня данных этой космической армады также вызревает вопрос о выборе наилучшего места для долговременных лунных обитаемых поселений землян по всему спектру жизнеобеспечения и промышленного освоения Луны.

3.1. Вращение и либрация многослойной Луны

Период собственного вращения Луны совпадает с периодом обращения ее вокруг Земли (спин-орбитальный резонанс 1:1), поэтому мы видим ее только с одной стороны (50%). Но в действительности с Земли можно видеть примерно 59% лунной поверхности благодаря оптической либрации (покачивание) Луны при неравномерном движении по эллиптической траектории и малому наклонению оси ее вращения к плоскости лунной орбиты. Физическая либрация неоднородной Луны с жидким ядром, малая по величине, но мощная как источник информации о внутреннем строении и динамической фигуре Луны и Земли, имеет своим источником гравитационное и приливное взаимодействие с Землей и Солнцем. Анализ лазерной локации Луны (LLR) показывает смещение оси вращения Луны, который указывает на заметную диссипацию энергии приливного взаимодействия на Луну. Возможны два источника диссипации – месячные твердотель-

ные приливы, возбуждаемые Землей и Солнцем, и дифференциально вращающееся по отношению к мантии жидкое ядро Луны.

В настоящее время энергия диссипации твердотельных приливов и жидкого ядра мала, но ситуация драматически меняется для ранней Луны. В ранней период Луна может проходить через сильные спин-орбитальные резонансы, при которых может выделяться мощная энергия в мантии и на границе между ядром и мантией (СМВ). Энергия, локализованная на СМВ, поддерживает конвекцию и функционирование магнито-динамо в жидком лунном ядре первые 2,0 млрд лет. Остаточная намагниченность лунных пород предсказывает это событие в лунной истории и дает временные отметки прохождения Луны через различные спин-орбитальные резонансы.

3.1.1. Обобщенные законы Кассини для вязко-упругой Луны

В конце XX – начале XXI веков было получено теоретическое **обоснование законов Кассини для многослойной Луны**, включающей вязко-упругую мантию и жидкое ядро. Авторы разработали аналитический метод для учета взаимодействия гидродинамической и упругой оболочек Земли с Луной и Солнцем, который затем был эффективно применен для изучения вращения Луны. При этом аналитический метод описания резонансного вращения твердой Луны (Баркин, 1989) получил обобщение и развитие на случай двухслойной модели Луны. В результате этих исследований были сформулированы следующие положения:

1. Обобщение законов Кассини для двухслойной модели.

а) Векторы угловых скоростей и угловых моментов ядра и Луны совпадают с полярной осью инерции.

б) Система мантия – ядро вращается как одно твердое тело вокруг полярной оси инерции в направлении орбитального движения Луны с постоянной угловой скоростью, равной среднему орбитальному движению по отношению к геоцентрической орбитальной системе координат, привязанной к среднему узлу лунной орбиты на плоскости эклиптики. В моменты прохождения узлов орбиты одна из экваториальных осей инерции Луны (соответствующая меньшему моменту инерции) ориентирована строго на центр Земли.

в) Средний восходящий узел лунной орбиты на эклиптике совпадает со средним нисходящим узлом общей плоскости, ортогональ-

ной к векторам угловых моментов ядра и всей Луны, вектору угловой скорости Луны. Эта плоскость совпадает с лунным экватором. Нормали к плоскости эклиптики, к экваториальной плоскости, векторы угловых моментов Луны и ее ядра, вектор угловой скорости Луны расположены в одной плоскости, ортогональной плоскости эклиптики и линии узлов лунной орбиты.

г) Векторы угловых моментов Луны и ее ядра (а также угловая скорость Луны) образуют постоянный угол с нормалью к плоскости эклиптики $I = 1^\circ 32' 48''$, значение которого зависит от скорости прецессии лунной орбиты, от резонансных свойств поступательно-вращательного движения Луны и ее динамического сжатия.

2. Некоторые дополнительные эффекты при вращении многослойного тела не изменяют общей картины резонансного вращения. Баркиным были получены оценки периодов (и частот) резонансных и квази-месячного колебаний для модели Луны с жидким ядром (2,87 г., 20,1 г., 74,6 г. и 27,2068 сут.), было открыто и аналитически описано новое явление малого взаимного наклона векторов угловых моментов мантии и жидкого ядра.

3. Было открыто и аналитически описано новое явление малого взаимного наклона векторов угловых моментов мантии и жидкого ядра (Баркин, Гусев, Петрова, 2004, 2006).

Таким образом, изучение особенностей вращения Луны и теоретическое моделирование этого вращения способно дать мощный ключ к пониманию внутреннего строения не только Луны, но и других небесных тел. Интенсивные международные космические программы, направленные на всестороннее исследование Луны, являются многообещающим основанием для существенного продвижения наших знаний в области внутреннего строения небесных тел.

3.1.2. Разновидности либраций многослойной Луны

Реальное вращение Луны отличается от вращения по законам Кассини: она испытывает небольшое покачивание по долготе и широте относительно состояния Кассини. Эти покачивания называются либрациями. Различают *оптическую* и *физическую* либрацию.

Оптическая либрация Луны по широте обусловлена наклоном лунной оси к плоскости её орбиты. Благодаря этому мы можем заглянуть за южный и северный полюс Луны. Оптическая либрация в долго-

те вызвана различием в скорости орбитального движения Луны – она быстрее движется в перигее и медленнее – в апогее. Эта либрация позволяет слегка заглянуть за лимб Луны. Благодаря оптической либрации мы можем видеть с Земли 59% лунной поверхности.

Физическая либрация Луны (ФЛЛ) описывает неравномерность собственного вращения тела Луны, вызванное её несферичностью, неоднородностью и деформируемостью. Это явление является аналогом нутации Земли и представляет собой периодические колебания оси вращения Луны в пространстве с амплитудой до $2'$. Существует *вынужденная* и *свободная* физическая либрация.

3.1.3. Вынужденная физическая либрация однородной Луны

Большой объем информации о Луне может быть получен из наблюдения физической либрации, а также из ее теоретического моделирования.

Т а б л и ц а 3.1

Параметры вынужденных либраций (амплитуда > 5")				
Период	Амплитуда по долготе (")	Период	Амплитуда (")	
			в наклоне	в узле ($\times I$)
1 год	90,7	∞	5553,6	0,3
∞	63,9	27,555 д	99,0	101,3
3 год	16,8	27,212 д	78,9	78,9
27,555 д.	16,8	26,878 д	24,6	24,6
273 г.	14,2	18,6 лет	11,8	11,8
206 д.	9,9	13,606 д	10,5	10,1
18,7 лет	7,8			
6,0 лет	6,8			

Начало нового тысячелетия отмечено рядом работ, в которых дается обзор результатов и проблем в этой области (Petrova, Gusev, 2001). Стадия изучения вращения Луны как твёрдого тела завершается работами (Petrova, 1996). Периоды и амплитуды *вынужденной либрации* по долготе, в наклоне и узле (табл. 3.1) определяются гравитационным взаимодействием Луны с Землей, Солнцем и планетами.

Два существенных открытия, сделанных в результате долговременной лазерной локации, – обнаружение свободной либрации (Newhall, Williams, 1997) и выявление заметной вращательной диссипации (Williams, 2001) потребовали включения в теорию ФЛЛ эффектов сложной внутренней стратиграфии Луны.

3.1.4. Эффекты диссипации во вращении Луны

Вращение Луны подвержено диссипации в результате приливного воздействия Земли и Солнца, а также вследствие турбулентного трения на границе мантии и жидкого ядра Луны. При сравнении теории ФЛЛ с ЛЛЛ, было обнаружено (Newhall, Williams, 1997) периодическое смещение оси вращения Луны из плоскости Кассини с амплитудой $0''.27$ и периодом в 27,3 дня, а также смещение в узле с амплитудой $-10''.0$ и периодом в 27.55 лет (рис. 3.1).

Долгое время этот наблюдательный факт был единственным свидетельством диссипации вращательной энергии Луны. Проявляется он как малая (~ 1 метра) месячная вариация оси вращения Луны. Основываясь на 35-летних рядах лазерных наблюдений Луны и улучшенной модели гравитационного поля (по данным LP) (Williams et al., 2001) выявили четыре диссипативных члена в рядах либрации. Численное моделирование ФЛЛ позволило оценить вклад в диссипацию приливов и ядра: $2/3$ амплитуды $0,27''$ -члена определяются месячными приливами в мантии, а $1/3$ амплитуды определяется диссипацией на границе ядра и мантии Луны.

Резонансный характер спин-орбитального движения Луны существенно усложняет математическое описание физической либрации вязко-упругой многослойной Луны. Теория вращения должна быть пригодна для уточнений соответствующих параметров гравита-

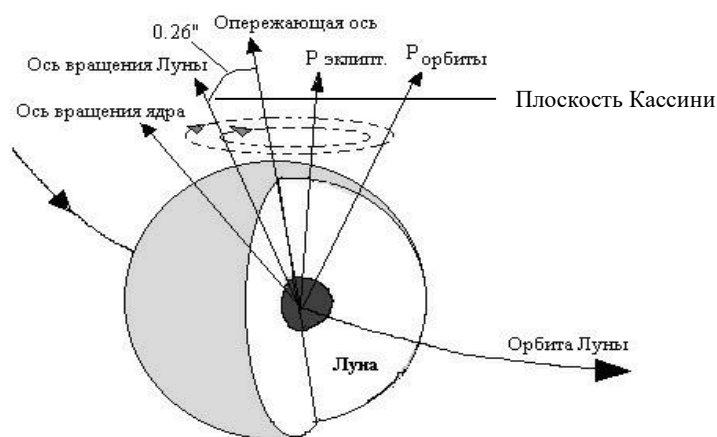


Рис 3.1. Смещение оси вращения вследствие диссипации

ционного поля, характеристик резонансных либраций, чисел Лява, коэффициента добротности Q , вязкости мантии и ядра, характеризующих внутреннюю диссипацию, характеристики пограничной зоны мантия – ядро. В конечном счете, это даст возможность получить точное решение, аналогичное прецессионно-нутационным рядам, описывающим вращение Земли. Теория физической либрации Луны может быть положена в основу лунного астрономического навигационного ежегодника (Gusev, Petrova, 2007).

3.1.5. Вращательная динамика многослойной Луны

Притяжение Земли и Солнца создает на несферической Луне различные моменты сил. Моменты со стороны Земли превалируют. Как следствие, плоскость лунного экватора прецессирует вдоль плоскости эклиптики с периодом 18,6 лет (наклон оси вращения равен $1,54^\circ$), что проявляется как периодическое колебание полюса Луны, и вращение синхронизовано с вариациями вращения около полярной оси. Более точные и чувствительные данные LLR чрезвычайно важны для времени зависимого трехмерного вращения Луны, называемого физической либрация Луны (ФЛЛ). Параметры физической либрации включают комбинации моментов инерции $\beta=(C-A)/B$, $\gamma=(B-A)/C$, семь членов третьего порядка в разложении гравитационного потенциала, диссипации мантийных приливов и ядра, число Лява k_2 (Dickey et al., 1994). Точность LLR наблюдений постоянно увеличивается и в настоящее время достигает 15 мм при определении расстояния между Землей и Луной. При такой точности наблюдений требуется более точная теория орбитального и вращательного движения Луны. Уравнения орбиты Луны, планет и вращения Луны одновременно численно интегрируются. Начальные данные для интегрирования и параметры моделей берутся из оптимизации лунных данных методом наименьших квадратов. Численное интегрирование уравнений лунного вращения требует уравнения движения и модель гравитационных и приливных моментов взаимодействия. Ориентация Луны определяется тремя углами Эйлера. Угловые скорости вычисляются из углов Эйлера и его скоростей. Вращение Луны вычисляется из дифференциальных уравнений углового момента. Векторное дифференциальное уравнение есть уравнение Эйлера, записанное в системе отсчета вращающейся вместе с Луной

$$\frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega})}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}, \quad (3.1)$$

где \mathbf{I} – матрица моментов инерции, $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости, t – время. Вектор углового момента равен $\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$. Вектор моментов \mathbf{T} включает гравитационное взаимодействие несферической Луны с внешними телами. Обычно, при интегрировании учитывается взаимодействие с Землей, Солнцем, Венерой и Юпитером. Для сферического притягивающего тела, второго порядка моменты, зависящие от \mathbf{I} , имеют вид

$$\mathbf{T}_2 = \frac{3GM}{r^5} \mathbf{r} \times \mathbf{I} \mathbf{r}, \quad (3.2)$$

где M – масса притягивающего тела, \mathbf{r} – радиус-вектор относительно системы координат в центре Луны, G – гравитационная константа. Для определения ориентации Луны требуется вычисление моментов и угловых скоростей в зависимости от углов Эйлера и их производных.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} -\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi - \dot{\theta} \cos \varphi \\ -\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi + \dot{\theta} \sin \varphi \\ \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

В численной JPL-модели углы Эйлера определяются углом узла ψ на эпоху J2000 точки весны и эпоху J2000 земной орбиты для нисходящего узла лунного экватора, углом наклона θ между двумя экваторами и углом φ , отсчитываемым от линии узла лунного экватора к лунному нулевому меридиану. Для аналитических вычислений более полезным оказывается задание углов Эйлера таким образом, чтобы плоскость земного экватора была замещена плоскостью эклиптики для соответствующих трех углов. Уравнение (3.1) эквивалентно в координатах трем нелинейным дифференциальным уравнениям второго порядка для углов Эйлера. Приливные эффекты, вызванные \mathbf{I} и гравитационными гармониками, зависят от времени. Если существует жидкое ядро, то в дополнении к уравнениям (3.1) необходимо уравнение для описания вращения ядра. Также необходимо учесть моменты от взаимодействия поверхностей ядра и мантии, которые равны по величине, но противоположны по знаку. В дополнении к традиционным моментам, взаимодействие с Землей и Солнцем приводит также к появлению приливов на Луне. Приливная деформация Луны зависит от времени и изменяются как за счет моментов инерции, так и

моментов, вызванных вращением. Собственная скорость вращения (спин) Луны также меняется, и временная зависимость согласована с временным характером приливов.

Луна испытывает твердотельные приливы по всему объему тела. Упругий приливной отклик Луны моделируется числами Лява. Величина неупругой приливной диссипации неизвестна априорно, но диссипация должна присутствовать. Ранние исследования [Peale, 1999] о влиянии упругого приливного эффекта на вращение вокруг оси показали, что эффект довольно мал, при этом он не обнаружил большого эффекта на движение полюса. Аналитические теории для упругих приливов и приливной диссипации были представлены (Yoder, et al., 2006) и (Eckhardt, 1981). Численные теории были реализованы (Carpalo, 1981) и (Williams, Dickey, 2003) на базе LLR данных. Выражение для моментов инерции распадается на три слагаемых: момент инерции твердого тела, второе – для приливной деформации, третье – деформации, вызванные вращением.

$$I = I_{\text{твердое тело}} + I_{\text{прилив}} + I_{\text{вращение}} \quad (3.4)$$

В системе координат, связанной с твердым телом, принципиальные моменты инерции связаны соотношением $A < B < C$. Наибольшая ось эллипсоида инерции A приблизительно направлена на Землю, третья ось, связанная с C , близка с направлением вектора спина

$$I_{\text{твердое тело}} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Используемые моменты инерции твердого тела определяют безразмерные моменты инерции $\alpha = (C-B)/A$, $\beta = (C-A)/B$, $\gamma = (B-A)/C$. Только два из этих параметров независимы и они связаны соотношением $\alpha = (\beta - \gamma)/(1 - \beta\gamma)$. Через эти параметры можно определить отношения моментов инерции $A/C = (1 - \beta\gamma)/(1 + \beta)$ и $B/C = (1 + \gamma)/(1 + \beta)$ более точно, чем сами моменты инерции. Приливы действуют на моменты. Во втором порядке приливообразующий потенциал в точке на поверхности Луны (с единичным вектором \mathbf{u}') представляется в виде

$$V_{\text{прилив.}} = \frac{GMR^2}{r^3} P_2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}'), \quad (3.6)$$

где M – масса Земли, \mathbf{r} – радиус-вектор, исходящий из центра Луны, $\mathbf{u} = \mathbf{r}/r = (u^i)$. Для Луны $R = 1738$ км. $P_2(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}') = (3/2)[(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}')^2 - 1/3] -$

полином Лежандра второго порядка. Вдоль линии Земля – Луна ускорение направлено от Луны. Для приливной части матрица моментов инерции задается

$$I_{\text{прилив}, ij} = -\frac{k_2 MR^5}{r^3} \left(u_i u_j - \frac{\delta_{ij}}{3} \right), \quad (3.7)$$

где k_2 – лунный коэффициент Лява второго порядка. Упругое тело также деформируется при вращении. Во вращающейся системе координат дополнительный потенциал на поверхности разделяется на две части: сферически-симметричную часть и вклад других гармоник второго порядка.

$$V_{\text{вращение}} = \frac{R^2 \omega^2}{3} [1 - P_2(u' \cdot \hat{\omega})], \quad (3.8)$$

где $\omega = (\omega^i)$ – вектор угловой скорости, ω – скаляр вектора, $\hat{\omega}$ – единичный вектор. Вклад в моменты инерции от обеих частей потенциала имеет вид

$$I_{\text{вращение}, ij} = \frac{R^5}{3G} \left[k_2 \left(\omega_i \omega_j - \frac{\omega^2}{3} \delta_{ij} \right) + s \omega^2 \delta_{ij} \right] \quad (3.9)$$

Коэффициент Лява k_2 и параметр сферичности s зависят от упругих свойств Луны. В приливной, спиновой части \mathbf{I} , радиус-вектор \mathbf{r} и угловая скорость вращения (спин) ω являются функцией времени. Чувствительность данных LLR к числу Лява k_2 приходит из этих величин. Приливная и спиновая диссипация возникает, если деформации не являются мгновенным откликом, а возникает с запаздыванием, испытывая фазовый сдвиг в положении и вращении. Некоторые численные значения могут подчеркивать эти эффекты диссипации. Модель использует лунные и планетные эфемериды DE403, учитывающие приливную диссипацию, но не включает диссипацию жидкого ядра, поэтому решение с этой эфемеридой представляет ограниченные возможности с числом Лява $k_2 = 0,0300$, время задержки $\Delta t = 0,1673$ дня и нормализованным моментом инерции Луны $C/mR^2 = 0,3944$. С этим значением отношение приливного момента к C имеет вид $(k_2 MR^5)/Ca^3 = 5,7 \cdot 10^{-7}$, где $a = 384,399$ км – большая полуось лунной орбиты. Аналогично, беря общий множитель в формуле (3.9) с $\omega = n$ (для постоянной части момента инерции) и деля на C , получим $(k_2 n^2 R^5)/3CG = 1,9 \cdot 10^{-7}$. Временные вариации еще меньше, чем эти значения. Направление на Землю, как это было бы видно в

лунной системе координат, варьируется с 0,1 радиана в обоих направлениях с севера на юг и с востока на запад. Эксцентриситет e лунной орбиты равен 0,055, так что приливной фактор $(a/r)^3$ изменяется на уровне $3e$. Направление скорости спина изменяется в диапазоне $< 0,001$ радиана относительно основной оси, а величина скорости спина меняется не больше чем на 10^{-4} . Поэтому относительные изменения моментов будут порядка 10^{-7} для приливов и 10^{-10} для спина. Относительные вариации времени задержки еще меньше, так как она включает дополнительно фактор $n \Delta t$, который равен $0,039 = 1/26$ для DE403/405 (улучшенная эфемерида, JPL).

3.1.6. Приливная и вращательная диссипация

Каковы динамические последствия для вращательных углов благодаря приливной и вращательной деформации и диссипации? Серии решений с численными коэффициентами были даны Yoder (1981) и Eckardt (1982). Ответ зависит от зависимости параметра диссипации Q от частоты (табл. 3.2).

Т а б л и ц а 3.2

Параметры Лява и добротности из LLR, LP, Kaguya, GRAL наблюдений

Число Лява k_2	0.024059 ± 0.000025
Параметры диссипации	
Q	37.5 ± 4.0
k_2/Q	$(4.1 \pm 1.2) \times 10^{-4}$
$\langle k_2 \rangle$	$0,024 \pm 0.001$
Q за месяц	$37.5 (\pm 4)$
Q за год	$37.9 (\pm 9)$

Параметры Q и k_2 зависят как от вязко-упругих свойств тела Луны, так и радиуса, поэтому k_2/Q является функцией только внутренней диссипации. Численные модели с постоянной по времени задержкой эквивалентны случаю, когда Q пропорционально $1/\text{частоту}$. Для времени задержки Δt и k_2 величина $Q = 26$, и как будет показано позднее, это соответствует периоду в 1 месяц. Наибольший из них — это месячные вариации с периодом (27,555) эксцентриситетно зави-

симого члена с основной аномалией l , примерного вида $2 e \sin l$. С этим членом квадратная скобка в (2.9) дает следующий член

$$22,000''(\sin \ell^* - \sin \ell) \approx 22,000''(\ell^* - \ell) \cos \ell. \quad (3.10)$$

Для положительной частоты положительная задержка времени соответствует отрицательному фазовому сдвигу и положительной диссипации Q как $(\ell^* - \ell) \approx -1/Q_{1\ell}$. Множитель GM/a^3 часто встречается, и для аналитического описания полезно его связать с сидеральным основным движением. Третий закон Кеплера модифицируется при учете влияния Солнца на движение Луны:

$$\begin{aligned} \frac{GM}{a^3} &\approx n^2 \left(1 + \frac{n'^2}{2n^2} \right) \frac{M}{M+m} \\ \frac{GM}{a^3} &\approx 0.9906n^2, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где n' – основное движение центра масс системы Земля – Луна вокруг Солнца, a – астрономическая единица. Отношение масс Земли и Луны равно $M/m = 81,3006$ и для $R_{\text{Луна}} = 1738$ км, отношение $R/a = 1/221,17$. Третья компонента дифференциального уравнения вращения описывает вращение полярной оси. Этот угол вращения почти следует вращению Земли, как бы наблюдаемого с Луны, и описывается лунной орбитальной долготой L плюс 180° . Малая оставшаяся часть, угол долготы физической либрации, обозначается τ . При эклиптическом определении углов Эйлера $\psi + \phi = L + \tau + 180^\circ$. Теория физической либрации Луны с учетом ее фигуры является классической проблемой (Moons, 1982; Petrova, 1996). В то время как изначальные уравнения вращения существенно нелинейные, линеаризация этих уравнений является хорошим первым приближением.

Либрационные амплитуды, с периодом больше месяца, наблюдаются для годовых, 206 дней и 1095 дней гармоник, близких к резонансным членам. Диссипация также индуцирует постоянный «вынос» τ , который имеет большее значение при учете периодических членов. Солнечное влияние уменьшает постоянный коэффициент на величину 0,2 %. Производная от \mathbf{I} уменьшает значение для либрации по долготе, так как он предпочитает «быстрые» (короткопериодические) члены, в то время как решение дифференциального уравнения предпочитает «медленные» (долгопериодические) члены. Орбитальная плоскость Луны наклонена на $5,145^\circ$ к плоскости эклиптики. Резуль-

тирующая эклиптическая широта движения Луны зависит от угла, отсчитываемого от линии узлов, с периодом 27,212 дней, обозначенным $F = L - \Omega$. Главный член для эклиптической широты есть $5,13^\circ \sin F$ и это дает сильное влияние на движение полюса. Дополнительные важные члены зависят от основной аномалии, получаемой из радиальных вариаций и вариаций по долготе орбиты. Следовательно, вынужденные члены, пропорциональные $e \sin i$, имеют аргументы $F + \ell$ (1/2 месяца) и $F - \ell$ (2190 дней = 6,0 лет). Наибольшие вынужденные члены для твердого или слабodeформируемого движения лунного полюса имеют аргументы $F, F + \ell, F - \ell$. Аргументы рядов для решений зависят от четырех аргументов в виде полиномов – аргументов Делонэ. Они обозначаются: ℓ – для основной аномалии Луны (период 27,555), ℓ' – для основной аномалии центра масс Земля – Луна около Солнца (1 год), F – для аргумента широты (27,212 дней), D для основной элонгации Луны от Солнца (29,531 дней). Исключая однородное вращение и прецессионное движение из углов Эйлера, в остатке получим набор малых либрационных параметров τ, ρ, σ . При эклиптическом определении углов Эйлера согласование между углами Эйлера и параметрами либрации есть $\psi = \Omega + \sigma, \theta = I + \rho, \phi = F + 180^\circ$, и $\phi = F + 180^\circ + \tau - \sigma$. Угол I (не путать с моментом инерции) равен $1,54^\circ$ основного наклона прецессирующего экватора к плоскости эклиптики. Произведение $I\sigma$ удобно для сравнения с ρ и τ . Серия аналитических решений для либрации по долготе τ представлены и в либрации по широте p_1 и p_2 – в таблице 3.3 при учете диссипации.

Амплитуда каждого периодического члена во вращении зависит от одного или нескольких параметров Q для деформированных частот. Например, в арксекундах месячного периода член p_1 в таблице 3.3 представлен в виде

$$k_2 \left(\frac{217.4}{Q_F} + \frac{8.0}{Q_\ell} + \frac{4.7}{Q_{F+\ell}} + \frac{1.8}{Q_{2F}} + \frac{0.7}{Q_{F-\ell}} + \dots \right) \cos F. \quad (3.12)$$

Основной вклад дает член Q для периода 27,212 дня (месячные вращение «север–юг»), а остальные члены для аномалистического месяца в 27,555 дней и полумесечные член дают вклад только в несколько процентов. Большинство коэффициентов в p_1 и p_2 эквивалентны постоянному отрицательному сдвигу прецессирующего узла экватора.

Т а б л и ц а 3.3

Либрации по широте с учетом приливной диссипации

Аргумент	Период, день	Либрация	Функция	Коэффициенты от земных приливов Q						
				$2F$ 13.6 //	$F + \ell$ 13.7 //	$2D$ 14.8 //	F 27.2 //	ℓ 27.6 //	$2D - \ell$ 31.8 //	$F - \ell$ 2190 //
F	27.212	p_1	cos	1.8	4.7	0.3	217.4	8.0	0.3	0.7
F	27.212	p_2	sin	-1.8	-4.7	-0.3	-216.0	-8.0	-0.3	-0.7
$F - \ell$	2190.3 50	p_1	cos		-0.2		-6.9	-5.8		-1.9
$F - \ell$	2190.3 50	p_2	sin		0.3		8.3	7.5		2.6
$2F$	13.606	$I\sigma$	cos				-1.1			
$2F$	13.606	ρ	sin				1.1			
$2F - \ell$	26.877	$I\sigma$	cos				0.3	-0.8		-0.3
$2F - \ell$	26.877	ρ	sin				-0.3	0.8		0.3
ℓ	27.555	$I\sigma$	cos				3.7	6.5		2.3
ℓ	27.555	ρ	sin				-3.6	-6.5		-2.3
0	∞	$I\sigma$	1	-1.8	-4.7			-216.4		-0.7

Постоянный сдвиг $I\sigma$ дается в секундах дуги формулой

$$I\sigma_{\text{const}} = k_2 \left(-\frac{216.4}{Q_F} + \frac{0.2}{Q_\ell} - \frac{4.7}{Q_{F+\ell}} - \frac{1.8}{Q_{2F}} - \frac{0.7}{Q_{F-\ell}} + \dots \right). \quad (3.13)$$

Сдвиг $I\sigma$ равен $-0,265''$, а сдвиг узла равен $-9,8''$. Для DE403 значение $k_2/Q = 0,03/25,9 = 1,16 \cdot 10^{-3}$ соответствует вращательному смещению $9,7$ мм по лунному радиусу. Анализ всех таблиц показывает, что наибольшее значение имеют месячный, 206 дней, годовой, 3-хлетний и 6-тилетний члены с диссипацией.

3.1.7. Числа Лява для однородной и двухслойной моделей Луны

Для идеально упругого сферически-симметричного тела тензор напряжений σ_{ij} линейно выражается через тензор деформаций ϵ_{kl} (обобщенный закон Гука) посредством упругих модулей λ и μ (постоянные Лямэ). Для исследования внутреннего строения Луны по

результатам приливных наблюдений необходимо знать функциональную (численную) зависимость чисел Лява от распределения плотности ρ и упругих модулей в недрах Луны.

Задача о деформации несжимаемой ($\lambda = \infty$) однородной ($\rho = \text{const}$, $\mu = \text{const}$) идеально упругой сферы была решена Кельвиным (Жарков, 1983, 2013).

$$h = \frac{5}{2} \left(2 + \frac{19\mu}{2g\rho a} \right)^{-1}, k = \frac{3}{5}h, l = \frac{3}{10}h. \quad (3.14)$$

Из определения чисел Лява и формулы (3.14) следует, что для абсолютно твердого тела ($\lambda = \infty$, $\mu = \infty$): $h = k = l = 0$, $\delta = \gamma = 1$.

Для однородной несжимаемой жидкости ($\lambda = \infty$, $\mu = 0$): $h = 5/2$, $k = 3/5$, $l = 3/4$; $\delta = 5/4$, $\gamma = 0$. Не все из этих параметров функционально независимы: $\gamma\mu + K\gamma - \mu = 0$ и $\delta\mu + K\delta - \mu = 5/4 K$, где $K = 2g\rho a/19$. Значения γ и δ , полученные из наблюдений земных приливов, лежат в интервалах: $0,65 < \gamma_{\oplus} < 0,75$ и $1,14 < \delta_{\oplus} < 1,21$ и говорят о том, что одно значение жесткости μ недостаточно для описания всех недр Земли. Для Луны однородная модель является достаточно хорошим приближением для мантии и коры, однако детальное исследование центральной области (нижняя мантия и ядро) с помощью приливных наблюдений потребует долговременных высокоточных наблюдений.

Задача Кельвина была обобщена Герглотцем (Жарков, 1983, 2013) на случай изменения плотности вещества и модуля сдвига с глубиной: $\rho = \rho(r)$, $\mu = \mu(r)$. Задача сводится к решению дифференциального уравнения 6-го порядка и имеет некоторые частные решения в квадратурах. Для двухслойной однородной в каждом сферическом слое Луны решение приводит к громоздким формулам:

$$h = \frac{H_2 + H_4}{H_2 H_3 - H_1 H_4}, k = \frac{3}{5} \frac{H_2 + H_4 + \eta \alpha^5 (H_1 + H_3)}{(1 + \eta \alpha^3) (H_2 H_3 - H_1 H_4)}, \quad (3.15)$$

где α – радиус ядра; a – радиус всей Луны, $\rho(1 + \eta)$ – плотность ядра; ρ – плотность оболочки; $\mu\chi$ – жесткость ядра; μ – жесткость оболочки; g – ускорение силы тяжести на поверхности Луны; H_i – громоздкие функции от параметров двухслойной модели Луны.

Т а б л и ц а 3.4

Числа Лява для различных моделей

N модели	$\frac{r_{\text{я}}}{R_{\text{л}}}$	Плотность, г/см^3		Модуль сдвига, $\text{дин/см } 3 \cdot 10^{11}$		h	k	δ	γ
		ядро	Оболочка	ядро	Оболочка				
4	0,75	3,34	3,34	0	7,38	0,1675	0,1005	1,0167	0,9330
						0,1715	0,1019		
						0,1947	0,1113	1,0277	0,9166
5	0,5	5,72	3,00	0	7,38	0,0599	0,0319	1,0080	0,9760
						0,0575	0,0322		
						0,0649	0,0349	1,0125	0,9700
6	0,5	5,72	3,00	0	4,00	0,1006	0,0575	1,0143	0,9569
						0,1035	0,0584		
						0,1169	0,0631	1,0505	0,9462

Числа Лява h , k , δ для различных однородных и двухслойных моделей Луны вычислены Каула и Гаррисоном (Жарков, 1983, 2013) и приведены в табл.3.4 Для каждой модели в таблице представлено три набора значений h , k , δ : верхний (по Гаррисону) – точное решение для несжимаемой Луны по формулам Кельвина и Герглотца (3.15); средний (по Каула) – численное решение для несжимаемой Луны; нижний (по Каула) – численное решение с учетом сжимаемости. Из таблицы 3.4 ясно, что для большинства рассмотренных моделей $\delta \approx 1,01$; $\gamma \approx 0,98$. Поэтому регистрация приливных вариаций силы тяжести на Луне с точностью 1% позволит выделить лишь модель с протяженным жидким ядром ($r_{\text{ядра Луны}} > \frac{3}{4} R_{\text{л}}$). Для моделей Луны с относительно малым радиусом ядра ($r_{\text{ядра Луны}} < \frac{1}{3} R_{\text{л}} \approx 600 \text{ км}$) требуется высокая точность наблюдений ($\sim 0,1\%$) на протяжении длительного времени. Кроме того, для теоретических оценок приливных эффектов с точностью $\sim 0,1\%$ приближения изложенного в пособии материала и строгости анализа явно недостаточно.

3.2. Свободная либрация многослойной вязко-упругой Луны

При исследовании внутренней структуры Луны особое значение приобретает изучение её **свободной либрации**. С одной стороны, из наблюдений ФЛЛ обнаружена заметная диссипация лунного враще-

ния, и, как результат, свободные колебания должны бы к настоящему времени затухнуть. С другой стороны, эти же наблюдения показывают их присутствие в современном вращении Луны. Поэтому необходимо принимать во внимание тонкие спин-орбитальные эффекты при взаимодействии Луны с Землей, Солнцем, резонансное взаимодействие вращения Луны с Венерой, двух- и/или трехслойные модели нетвердой Луны с приливной и турбулентной диссипацией в мантии и ядре. Это может быть сделано в рамках Гамильтонова подхода, применяемого для описания вращения Земли (Gusev, Petrova, 2008). Особое значение приобретает исследование свободной либрации. С одной стороны, из наблюдений ФЛЛ обнаружена заметная диссипация лунного вращения, и, как результат, свободные колебания должны бы к настоящему времени затухнуть. С другой стороны, эти же наблюдения показывают их присутствие в современном вращении Луны. Поэтому необходимо принимать во внимание спин-орбитальные взаимодействия, в частности, резонансное взаимодействие с Венерой, а также рассмотрение двух- и/или трехслойной модели нетвердой Луны с приливной или турбулентной диссипацией в мантии и ядре, что может быть сделано в рамках Гамильтонова подхода, применяемого для описания вращения Земли.

Другой важной проблемой, которая может быть исследована теми же методами, являются энергетические изменения, связанные с потенциально различными эндогенными процессами, управляемыми Солнцем, Землей и планетами (Ferrandiz, Barkin, 2001). Особый интерес представляют процессы на границе жидкого ядра и мантии, подверженные разному воздействию на оболочки Луны со стороны солнечно-земных приливных моментов.

Вращение Луны чувствительно к ее внутреннему строению. Численные модели физической либрации Луны (Williams, 2001; Krasinsky, 2002b), удовлетворяющие современным данным лазерной локации, обязательно включают сложную внутреннюю стратиграфию лунного тела. Для аналитических теорий это сделать гораздо сложнее. Тем не менее, такая необходимость существует. Основным преимуществом аналитического подхода в теории ФЛЛ является возможность разделения вынужденной и свободной либрации. Высокоточные данные лазерной локации Луны дают для этого прекрасную наблюдательную основу. Феррандиш и Баркин (2003) разработали

аналитический метод для учета взаимодействия гидродинамической и упругой оболочек Земли с Луной и Солнцем, который затем был эффективно применен для изучения вращения Луны. При этом аналитический метод описания резонансного вращения твердой Луны (Barkin et al, 2006) получил обобщение и развитие на случай двухслойной модели Луны.

3.2.1. Гамильтонов подход к вращению Луны

Как правило, вращение твердых планет и больших лун планет Солнечной системы строится на основе теории вращения Земли как наиболее разработанной и проверенной модели. Хорошо известно, что наиболее точная теория вращения твердой Земли разработана Kinoshita (1977), следуя каноническому подходу в переменных Андуае (рис. 2.2). В этих переменных вращение твердого тела можно легко разделить на движение вектора углового момента и движение оси фигуры, и интегрирование уравнений Гамильтона произвести аналитическим методом возмущений Хори. В настоящее время эта теория улучшена за счет включения планетных членов, членов вторых порядков гравитационного потенциала Земли и некоторых других улучшений во втором порядке возмущений. Но вращение Земли более сложное явление, чем вращение твердого тела. Необходимо учитывать упругость мантии, сложное строение жидкого внешнего ядра и твердого внутреннего ядра и взаимодействие их между собой. Первые усилия в этом направлении были предприняты Пуанкаре (1910), который указал на существенную роль жидкого ядра во вращении Земли, Молоденским, (Molodensky, 1961), которые независимо разработали вариационный метод получения уравнений движения. Хотя эта теория включает твердое внутреннее ядро в некотором приближении, в целом проблема вращения внутреннего ядра остается открытой проблемой (Dehant, 2003).

Гамильтониан свободного вращения Луны.

Мы предполагаем, что Луна состоит из твердой мантии и жидкого ядра. Пусть OXYZ – невращающаяся инерциальная система координат (рис. 3.2), и Oxyz – система координат из принципиальных осей

Луны, вращающаяся с угловой скоростью ω относительно инерциальной системы координат. Для ядра мы берем фиксированную систему отсчета $Ox_c y_c z_c$, вращающаяся с угловой скоростью $\delta\omega$ относительно мантии.

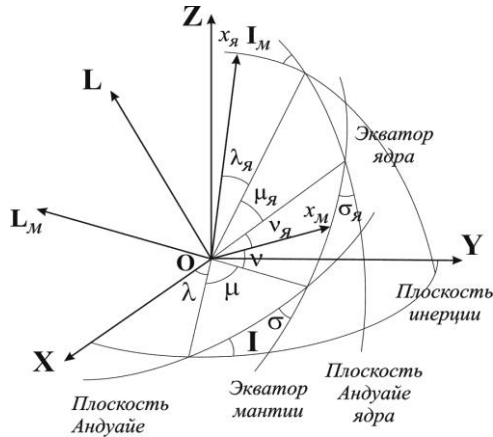


Рис. 3.2. Переменные Андуйе для двух-слойной Луны

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_m = \begin{pmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & B_m & 0 \\ 0 & 0 & C_m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}_c = \begin{pmatrix} A_c & 0 & 0 \\ 0 & B_c & 0 \\ 0 & 0 & C_c \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

где $\mathbf{P} = \mathbf{P}_m + \mathbf{P}_c$. При подходящем выборе определения вращения ядра (Getino, 1995) вектора углового момента мантии и ядра, \mathbf{L}_m и \mathbf{L}_c могут быть выражены в системе отсчета $Oxyz$ как $\mathbf{L}_m = \mathbf{P}_m \cdot \omega$, $\mathbf{L}_c = \mathbf{P}_c (\omega + \delta\omega)$ и полный угловой момент земли равен

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_m + \mathbf{L}_c = \mathbf{P}\omega + \mathbf{P}_c\delta\omega. \quad (3.17)$$

Используя матричные обозначения, кинетическая энергия записывается

$$T = \frac{1}{2} \mathbf{L}'_m \mathbf{P}_m^{-1} \mathbf{L}_m + \frac{1}{2} \mathbf{L}'_c \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{L}_c = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}_c)' \mathbf{P}_m^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{L}_c) + \frac{1}{2} \mathbf{L}'_c \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{L}_c. \quad (3.18)$$

Канонические переменные. Для получения канонического выражения кинетической энергии введем набор Андуйе-подобных переменных, следуя Getino (1995b):

$$\lambda, \mu, \nu, \Lambda, M, N \rightarrow \text{для полной Луны,} \\ \lambda_c, \mu_c, \nu_c, \Lambda_c, M_c, N_c \rightarrow \text{для ядра.}$$

Угловые переменные показаны на рис. 3.3. Каноническая переменная N есть Oz компонента полного углового момента \mathbf{L} , M — его модуль вектора \mathbf{L} и Λ — его OZ компонента. Для ядра имеем: N_c есть Oz компонента вектора \mathbf{L}_c , M_c — его модуль и Λ_c — его Oz_c компонента. С помощью вспомогательных переменных σ, σ_c, I, I_c мы получим связи

$$\begin{aligned} M &= |\mathbf{L}|, & N &= M \cos \sigma, & \Lambda &= M \cos I, \\ M_c &= |\mathbf{L}_c|, & N_c &= M_c \cos \sigma_c, & \Lambda_c &= M_c \cos I_c. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Согласно рис. 3.3, мы можем переписать выражения для \mathbf{L} и \mathbf{L}_c в канонических переменных

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} K \sin \nu \\ K \cos \nu \\ N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{L}_c = \begin{pmatrix} K_c \sin \nu_c \\ -K_c \cos \nu_c \\ N_c \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

где введены обозначения

$$K = (M^2 - N^2)^{1/2} = M \sin \sigma, \quad K_c = (M_c^2 - N_c^2)^{1/2} = M_c \sin \sigma_c, \quad (3.21)$$

Окончательно получим выражение для кинетической энергии в канонических переменных.

$$\begin{aligned} T &= \frac{K^2}{2} \left(\frac{\sin^2 \nu}{A_m} + \frac{\cos^2 \nu}{B_m} \right) + \frac{K_c^2}{2} \left(\frac{A \sin^2 \nu}{A_m A_c} + \frac{B \cos^2 \nu}{B_m B_c} \right) + \\ &+ \frac{1}{2C_m} \left(N^2 - 2NN_c + \frac{C}{C_c} N_c^2 \right) + KK_c \left(\frac{\cos^2 \nu \cos^2 \nu_c}{B_m} - \frac{\sin^2 \nu \sin^2 \nu_c}{A_m} \right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Очевидно, что если в (3.22) положить $B_m = A_m$ и $B_c = A_c$, то мы получим выражение кинетической энергии для симметричного случая (Getino, 1997).

Решение для полярного движения. Без учета сил трения гамильтониан свободного вращения $H = T$. Тогда уравнения движения имеют вид для полной Луны:

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= M \left(\frac{\sin^2 \nu}{A_m} + \frac{\cos^2 \nu}{B_m} \right) + \frac{MK_c}{K} \left(\frac{\cos \nu \cos \nu_c}{B_m} - \frac{\sin \nu \sin \nu_c}{A_m} \right), \\ \dot{\nu} &= -N \left(\frac{\sin^2 \nu}{A_m} + \frac{\cos^2 \nu}{B_m} \right) - \frac{NK_c}{K} \left(\frac{\cos \nu \cos \nu_c}{B - B_c} - \frac{\sin \nu \sin \nu_c}{A - A_c} \right) + \frac{N - N_c}{C_m} \\ \dot{N} &= KK_c \left(\frac{\cos \nu \sin \nu_c}{A_m} + \frac{\sin \nu \cos \nu_c}{B_m} \right) + K^2 \sin \nu \cos \nu \left(\frac{1}{B_m} - \frac{1}{A_m} \right), \\ \dot{\lambda} &= \dot{\Lambda} = \dot{M} = 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

и для ядра:

$$\begin{aligned}
\dot{\mu}_c &= M_c \left(\frac{A \sin^2 v_c}{A_m A_c} + \frac{B \cos^2 v_c}{B_m B_c} \right) + \frac{M_c K}{K_c} \left(\frac{\cos v \cos v_c}{B_m} - \frac{\sin v \sin v_c}{A_m} \right), \\
\dot{v}_c &= -N_c \left(\frac{A \sin^2 v_c}{A_m A_c} + \frac{B \cos^2 v_c}{B_m B_c} \right) - \frac{N_c K}{K_c} \left(\frac{\cos v \cos v_c}{B_m} - \frac{\sin v \sin v_c}{A_m} \right) - \\
&\quad - \frac{1}{C_m} \left(N - \frac{C}{C_c} N_c \right), \\
\dot{N}_c &= K K_c \left(\frac{\sin v \cos v_c}{A_m} + \frac{\cos v \sin v_c}{B_m} \right) + K_c^2 \sin v_c \cos v_c \left(\frac{B}{B_m B_c} - \frac{A}{A_m A_c} \right), \\
\dot{\lambda}_c &= \dot{\Lambda}_c = \dot{M}_c = 0.
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Первое приближение. Для решения полной задачи вращения необходимо решить систему из двенадцати уравнений (3.21 – 3.22). Тем не менее, при изучении полярного движения проблема упрощается. Вычитая из одного уравнение другое для переменной N и N_c , получим

$$\begin{aligned}
\dot{N} - \dot{N}_c &= K K_c \left(\frac{1}{A_m} - \frac{1}{B_m} \right) [\sin v \cos v_c - \cos v \sin v_c] - \\
&\quad - K_c^2 \sin v_c \cos v_c \left[\left(\frac{1}{A_m} - \frac{1}{B_m} \right) + \left(\frac{1}{A_c} - \frac{1}{B_c} \right) \right] + \\
&\quad + K^2 \sin v \cos v \left(\frac{1}{A_m} - \frac{1}{B_m} \right)
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Это выражение содержит члены третьего порядка благодаря углам σ , $\sigma_c \approx 10^{-5}$ радиан и разности $(B_m - A_m)/A_m$, $(B_c - A_c)/A_c \approx 10^{-4}$. Поэтому, в первом приближении мы получим

$$\dot{N} - \dot{N}_c = 0 \quad \Rightarrow \quad N - N_c = \text{constant}. \tag{3.26}$$

Но следуя определению \mathbf{L} и \mathbf{L}_c и каноническим выражением (2.18), мы получим

$$\left. \begin{aligned} N &= C \omega_3 + C_c \delta \omega_3 \\ N_c &= C_c \omega_3 + C_c \delta \omega_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow N - N_c = (C - C_c) \omega_3 = \text{constant}. \tag{3.27}$$

И мы можем взять $\omega_3 = \Omega = \text{константа}$. Далее, из (3.21), (3.22) и (3.25) следует, что $\delta \omega_3$ – также величина третьего порядка и, следуя, получим

$$\delta \omega_3 = \text{constant} = 0.$$

Полярное движение. Вводим новые переменные, следуя Хетиню (1995b)

$$\begin{aligned} p &= K \sin v, & p_c &= K_c \sin v_c, \\ q &= K \cos v, & q_c &= K_c \cos v_c, \end{aligned} \quad (3.28)$$

которые связаны с компонентами полярного движения посредством

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{A_m}(p - p_c), & \delta\omega_1 &= -\frac{1}{A_m}\left(p - \frac{A}{A_c}p_c\right), \\ \omega_2 &= \frac{1}{B_m}(q - q_c), & \delta\omega_2 &= -\frac{1}{B_m}\left(q - \frac{B}{B_c}q_c\right), \end{aligned} \quad (3.29)$$

и учитывая предыдущие упрощения (3.25) и (3.26), получим систему уравнений для полярного движения

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \tilde{a}_1 q - \tilde{a}_2 q_c, & \dot{p}_c &= -b_1 q_c + b_2 q, \\ \dot{q} &= a_2 p_c - a_1 p, & \dot{q}_c &= -b_2 p + b_1 p_c \end{aligned} \quad (3.30)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1 &= \frac{B_m - C}{B_m} \Omega, & \tilde{a}_2 &= -\frac{C}{B_m} \Omega, & a_1 &= \frac{A_m - C}{A_m} \Omega, & a_2 &= -\frac{C}{A_m} \Omega, \\ \tilde{b}_1 &= -\frac{BC_c}{B_c B_m} \Omega, & \tilde{b}_2 &= -\frac{C}{B_m} \Omega, & b_1 &= -\frac{AC_c}{A_c A_m} \Omega, & b_2 &= -\frac{C_c}{A_m} \Omega. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Пренебрегая членами второго порядка и учитывая (3.29), получим решение (2.30) как линейную комбинацию двух частот

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \alpha_1(-c_1 \sin \sigma_1 t + c_2 \cos \sigma_1 t) + \alpha_2(-c_3 \sin \sigma_2 t + c_4 \cos \sigma_2 t), \\ \omega_2 &= \alpha_3(c_1 \cos \sigma_1 t + c_2 \sin \sigma_1 t) + \alpha_4(c_3 \cos \sigma_2 t + c_4 \sin \sigma_2 t), \\ \delta\omega_1 &= \beta_1(-c_1 \sin \sigma_1 t + c_2 \cos \sigma_1 t) + \beta_2(-c_3 \sin \sigma_2 t + c_4 \cos \sigma_2 t), \\ \delta\omega_2 &= \beta_3(c_1 \cos \sigma_1 t + c_2 \sin \sigma_1 t) + \beta_4(c_3 \cos \sigma_2 t + c_4 \sin \sigma_2 t), \end{aligned} \quad (3.32)$$

где c_i – константы интегрирования, а частоты σ_1 и σ_2 можно записать

$$\sigma_1 = 2\Omega \frac{A}{A_m} \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}} \rightarrow \text{CW (в системе координат, связанной с направлением на Землю)} \quad (3.33)$$

$$\sigma_2 = -\Omega \left[1 + \frac{A}{2A_m} \left(\frac{C_c - A_c}{A_c} + \frac{C_c - B_c}{B_c} \right) \right] \rightarrow \text{FCN (в инерциальной системе координат)}$$

и амплитуды выражены через моменты инерций мантии и ядра:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \sqrt{\frac{(C-B)A}{(C-A)B}} \left(1 + \frac{A}{A_m} \frac{C-A}{A} \right), & \alpha_2 &= -\frac{C_c - B_c}{B_c}, \\
\alpha_3 &= \frac{A_m}{B_m} + \frac{A}{B_m} \frac{C-A}{A}, & \alpha_4 &= -\frac{A_m}{B_m} \frac{C_c - A_c}{A_c}, \\
\beta_1 &= -\frac{A}{A_m} \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}}, & \beta_2 &= \frac{A_m}{A_c} + \frac{C_c - A_c}{A_c}, \\
\beta_3 &= -\frac{C}{B_m} + \frac{B}{B_m} \frac{A_c}{B_c}, & \beta_4 &= \frac{A_m}{B_c} + \frac{A_m}{B_m} \frac{C_c - A_c}{A_c}.
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Заметим, что решение (3.32) соответствует параметрическим уравнениям двух эллипсов: частоты σ_1 , чандлеровы колебания (CW), и σ_2 , нутация жидкого ядра (FCN). Амплитуды по порядку величин следующие

$$\begin{aligned}
\alpha_1, \alpha_3 &\cong 1, & \alpha_2, \alpha_4 &\cong 10^{-4}, \\
\beta_1, \beta_3 &\cong 10^{-4}, & \beta_2, \beta_4 &\cong 1.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Представим решение во втором порядке приближения. Можно также записать и более высокие порядки. Например, представим свободные частоты во втором порядке

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= 2\Omega \frac{A}{A_m} \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}} \left[1 - \frac{A_c}{A_m} \left(\frac{C_c - B_c}{B_c} + \frac{C(B-A)}{2AB} \right) \right] \\
\sigma_2 &= -\Omega \left\{ 1 + \frac{A}{2A_m} \left[\left(\frac{C_c - A_c}{A_c} + \frac{C_c - B_c}{B_c} \right) \left(1 - \frac{A_c}{A_m} \frac{C-A}{A} \right) + \frac{C_c}{A_m} \frac{C_c - A_c}{A_c} \frac{B_c - A_c}{B_c} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Интересно сравнить эти решения с симметричным случаем. Для этого, положим в (3.36) следующие равенства $B_c = A_c$, $B_m = A_m$ и получим

$$\sigma_1 = 2\Omega \frac{A}{A_m} \frac{C-A}{A_m}, \quad \sigma_2 = -\Omega \left(1 + \frac{A}{A_m} \frac{C_c - A_c}{A_c} \right), \tag{3.37}$$

что полностью совпадает с хорошо известными выражениями для CW и FCN для симметричной Земли и Луны, и амплитуды будут равны

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \alpha_3 = 1 + \frac{C-A}{A_m}, & \alpha_2 &= \alpha_4 = -\frac{C_c - A_c}{A_c}, \\
\beta_1 &= \beta_3 = -\frac{C-A}{A_m}, & \beta_2 &= \beta_4 = \frac{A_m}{A_c} + \frac{C_c - A_c}{A_c}.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Решение (3.32) можно записать в виде, в котором используются комплексные переменные:

$$\begin{aligned}
\omega_1 + i\omega_2 &= \alpha_1 c_a e^{i\sigma_1 t} + \alpha_2 c_b e^{i\sigma_2 t}, \\
\delta\omega_1 + i\delta\omega_2 &= \beta_1 c_a e^{i\sigma_1 t} + \beta_2 c_b e^{i\sigma_2 t},
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Где $c_a = c_3 + ic_1$, $c_b = c_4 + ic_2$ — комплексные константы интегрирования, определить которые можно только из наблюдений.

3.2.2. Моды свободных либраций многослойной Луны

Аналитический метод Гамильтона, рассмотренный в предыдущем параграфе для расчета вращения планеты, имеющей слоистую внутреннюю структуру, выявляет несколько частот нормальных мод вращения. Как показано в работах (Getino, Ferrandiz, 1999; Sidorenko, 1997; Dehant et al., 2003-2013) у планеты, которая моделируется как трехслойное тело с тремя эллипсоидальными слоями – твердая мантия, жидкое внешнее ядро и твердое внутреннее ядро (рис. 3.4) – в ее полярном вращении должно наблюдаться четыре типа колебаний. Значения их частот получаются из соответствующих уравнений и зависят от размеров ядер, их химического состава и динамического сжатия (эллиптичности). Свободные моды есть результат несовпадения осей вращения мантии, внутреннего и внешнего ядер. Обнаружение этих мод из наблюдений позволит с высокой степенью достоверности утверждать, что тело имеет внутри себя однородное эвтектическое жидкое или расслоенное жидко-твердое ядро. Более того, параметры свободных мод позволят определить такие важные характеристики внутреннего строения, как радиус ядра и его сжатие, скачок плотности на границе ядра и мантии (Varadi, 2005).

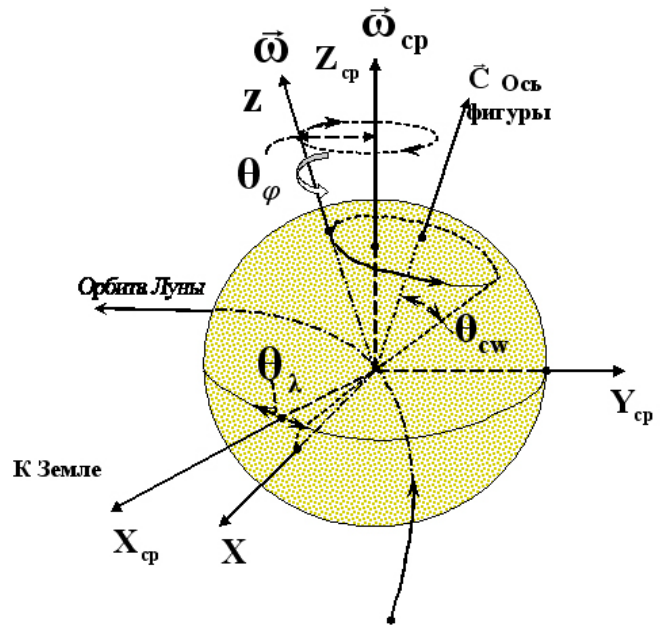


Рис. 3.3. Свободная либрация Луны. \bar{C} – наибольший момент инерции. $\vec{\omega}, \vec{\omega}_{cp}$ – мгновенная и средняя скорости вращения Луны. Углы $\theta_{cw}, \theta_{\phi}, \theta_{\lambda}$ – либрационные углы чандлеровых колебаний, либрации по широте и долготе соответственно.

Чандлерово-подобные колебания Луны (CW), представляющие собой движение оси вращения Луны относительно динамической системы координат (ДСК), вызванное эллипсоидальностью лунного тела и несовпадением оси вращения с главной осью инерции (рис. 3.5). Это мода вращения существует для твердой планеты. Для Луны она

имеет большой период 74,6 года в системе координат, связанной с ДСК. Это движение полюса является **прямым**, т.е. осуществляется в направлении вращения Луны, оно обнаруживается в ЛЛЛ-наблюдениях как $3'' \times 8''$ эллиптическая компонента (Williams, 2001, 2014). Характерное время затухания этой моды оценивается величиной 2×10^6 лет. Период чандлеровских колебаний определяется формулой:

$$P_{CW} = \frac{P_{rot}}{2\sqrt{e_a e_b}} \frac{A_m}{A}. \quad (3.40)$$

С учетом приливной диссипации в мантии и турбулентной диссипации на границе ядро – мантия формула (1) принимает следующий вид (Getino et al., 1997; 2000):

$$P_{CW} = P_{rot} \frac{A_m}{2A} \frac{1}{\sqrt{e_a e_b} \left(1 - \frac{A}{A_m} e_c - \frac{R_{diss} \cdot P_{rot}}{A_m} \right)}. \quad (3.40a)$$

Свободная нутация ядра Луны (FCN) представляет дифференциальное вращение жидкого ядра относительно вращения мантии. Эта мода существует только в том случае, если ядро жидкое. Она имеет квазисуточный период в ДСК и описывает **обратное движение полюса**. Для Луны период FCN определяется по формуле:

$$P_{FCN} = -\frac{P_{rot}}{e_c} \frac{A_m}{A}. \quad (3.41)$$

В пространстве, т.е. в инерциальной системе координат (ИСК), лунная FCN имеет большой период порядка 144 лет, если динамическая фигура ядра подобна мантии, или около 186 лет для динамически симметричного ядра с эллиптичностью e_c порядка 1×10^{-4} [241].

С учетом диссипации формула (2) преобразуется к виду:

$$P_{FCN} = -P_{rot} \frac{A_m}{A} \frac{1}{e_c + P_{rot} \cdot R_{diss} / A_c}. \quad (3.41a)$$

Свободная нутация внутреннего ядра Луны (FICN) с эллиптичностью e_f – мода, которая относится к дифференциальному вращению внутреннего ядра по отношению к другим слоям Луны. Эта мода существует только для ядра, которое имеет внутреннюю твердую составляющую и внешнюю жидкую оболочку. Она также имеет

квазисуточный период в ДСК и описывает *прямое движение полюса* и в ИСК имеет вид

$$P_{FICN} = -\frac{P_{rot}}{\delta + \frac{A_s}{A_m} e_f}. \quad (3.42)$$

Согласно Хетино (2000), малый параметр $\delta = \frac{C_f^b - A_f^b}{A_f^b} \frac{A_f^b}{C_s} \left(\frac{C_f}{A_f} \right)^2$, где C_f^b

и A_f^b — главные моменты инерции, соответствующие сферическому слою в ФОС с радиусом, равным большой полуоси SIC. Для Луны δ имеет *отрицательное* значение $\sim -7 \times 10^{-5}$. И хотя формулы (3.41) и (3.42) для частот свободных нутаций почти одинаковы по виду, влияние δ *уменьшает* вклад эллиптичности жидкого ядра в формуле (3.42), превращая FICN в прямые колебания.

Колебания внутреннего ядра Луны (ICW) с эллиптичностью e_s отвечают за дифференциальное вращение оси фигуры внутреннего ядра по отношению к оси вращения всей Луны и вызваны эллиптичностью твердого ядра, имеющего избыток плотности по отношению к внешнему жидкому ядру. Эта мода также существует только для эллиптического твердого ядра, окруженного жидкой оболочкой, и соответствует *прямому движению полюса*.

$$P_{ICW} = \frac{P_{rot}}{2(e_s + \delta)}. \quad (3.43)$$

Данные наблюдений ЛЛЛ (1970 – 2014) свидетельствуют о диссипации в жидком ядре Луны, поэтому делается вывод (Stevenson, Yoder, 1981), что в настоящее время ядро не достигло своей конечной стадии – твердого состояния. Относительные размеры внутреннего и внешнего ядер зависят от начальной пропорции FeS и современной температуры ядра (Konrad, Spohn, 1997, Stegman, 2003).

3.2.3. Моделирование периодов свободной либрации

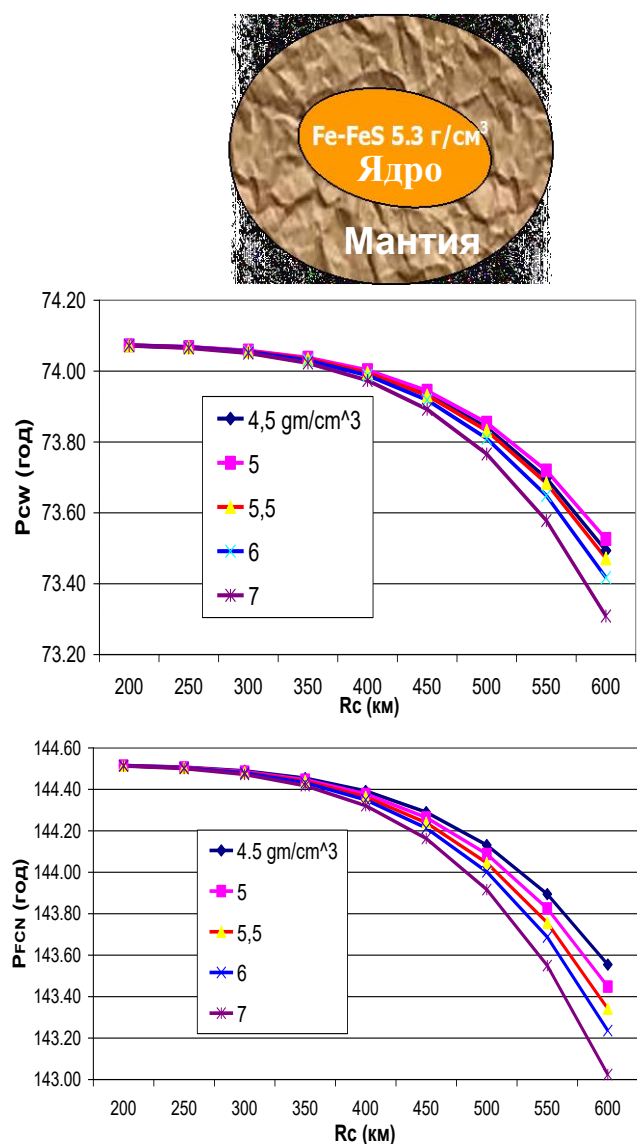


Рис. 3.4. Двухслойная модель Луны (модель 1а) с упругой мантией и жидким ядром. Зависимость периода PCW (сверху) и PFCN (снизу) от радиуса ядра для разных значений плотностей ядра Луны

С целью определения зависимости периодов свободных колебаний от различных параметров, характеризующих внутреннее строение Луны, было проведено компьютерное моделирование по формулам (3.39 – 3.42) для различных моделей внутреннего строения Луны. Расчеты и построение диаграмм осуществлялись в табличном процессоре Excel с применением программных модулей на языке VBA. Для числовых значений были приняты следующие положения:

- Параметры ядра – размеры, эллиптичность и плотность – выбирались в окрестности значений, полученных из анализа ЛЛЛ (Williams et al., 2001).

- Эллиптичность SIC бралась на 5% меньше эллиптичности FOC, как и в случае с Землей.

- Диапазон размеров ядра R_c выбирался в диапазоне от 200 км до 600 км во всех моделях.

- Набор плотностей ρ_c для Модели 1: $4.5 \rightarrow 5 \rightarrow 5.5 \rightarrow 6 \rightarrow 6.5 \rightarrow 7$ (г/см³).

- Толщина жидкого ядра (FOC) варьировалась от 20% R_c до 60% R_c .

Нами было рассмотрено три модели Луны, состоящей из упругой мантии, жидкого внешнего ядра и внутреннего твердого ядра. Для оценки корректности моделирования был введен дополнительный контроль по массе и нормированному моменту инерции, которые

вычислялись в программе параллельно с периодами при изменяющихся значениях радиуса ядра и его плотности.

Модель 1а: Луна имеет твердую мантию и жидкое ядро различной плотности ($\rho_c = 5.3\text{--}7.2 \text{ г/см}^3$): от эвтектического состава Fe-FeS с различной концентрацией серы (7–15 % по весу) до чисто железного ядра Fe (рис. 3.4). Ядро считалось осесимметричным с эллиптичностью равной средней эллиптичности всей Луны: $e_c = (e_a + e_b)/2 = 5 \times 10^{-4}$. На графиках представлены зависимости периодов свободных либраций от радиуса для разных значений плотности.

Модель 1б: отличается от Модели 1а тем, что ядро рассматривалось чисто железным с плотностью 7 г/см^3 и с $e_c = 4 \times 10^{-4}$. Анализ диаграмм рис. 3.4 показывает, что зависимость периодов от плотности ядра сказывается только при радиусах, больших 400 км.

Модель 2: отличается от Модели 1 тем, что включалась диссипация с коэффициентом



Рис. 3.6. Трехслойная модель Луны (модель 3). FOC – внешнее жидкое ядро. SIC – внутреннее твердое ядро

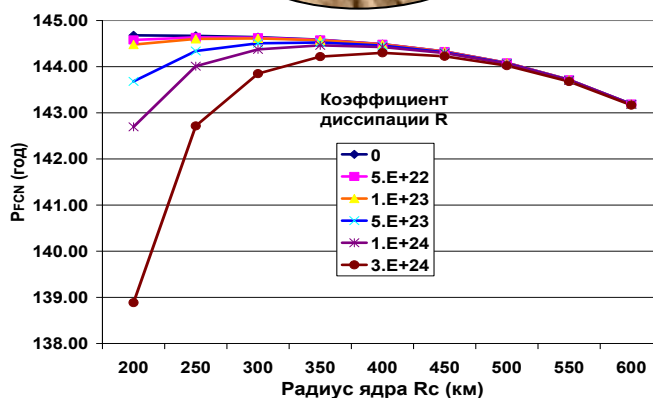


Рис. 3.5. Диссипацией на СМВ (Модель2). Показана зависимость периода P_{FCN} от радиуса при разных значениях коэффициента диссипации

R_{diss} на границе ядро – мантия (СМВ). Расчеты проводились по формулам (3.39а) и (3.40а). Набор значений для диссипативного фактора R_{diss} в модели 2 выбирался в соответствии с данными Q , полученными из ЛЛЛ (Williams et al., 2001, 2014): $R_{diss} = 5 \times 10^{22} - 3 \times 10^{24}$ (Дж·сек). Результаты моделирования представлены на графике (рис. 3.5).

Анализ моделирования периодов свободных либраций при различных

значениях диссипативного фактора R_{diss} и размеров ядра показал (Gusev et al., 2006): 1. Период $P_{\text{Cw}} \approx 74$ г. почти не чувствителен к изменениям размера, плотности и диссипации ядра, т.к. внутреннее перераспределение плотности и фазового состава ядра при сохранении общих неизменных параметров всей Луны (полная масса, моменты инерции, динамическое сжатие) почти не влияют на чандлеровскую составляющую движения лунного полюса; 2. Период $P_{\text{FCN}} \approx 144$ г. существенно коррелирует с параметром диссипации при увеличении радиуса ядра до 400 км. Из зависимости P_{FCN} от радиуса ядра (рис. 3.5) следует интересный результат: существенное понижение периода колебаний FCN, что является важным индикатором выбора модели при интерпретации либрационных наблюдательных данных в лунных миссиях (Gusev, Petrova, 2008).

Модель 3: твердая мантия, жидкое внешнее ядро (FOC), твердое внутреннее ядро (SIC) (рис. 3.6). Плотность FOC бралась $5,3 \text{ г/см}^3$ (эвтектический состав 25 % веса S и 75 % веса Fe), а плотность SIC – $7,7 \text{ г/см}^3$ (твердое железо). Согласно расчетам [284], при массе серы в ядре от 4% до 13% по весу толщина жидкой оболочки составляет 65 – 180 км. На рис. 3.7 представлена зависимость периодов свободной нутации жидкого внешнего ядра P_{FCN} и свободной нутации внутреннего твердого P_{FICN} , колебания внутреннего твердого ядра P_{ICW} от радиуса ядра для двух геохимических составов ядра (железного и эвтектического состава) и для различных значений толщины жидкого слоя. Толщина жидкого слоя дана в процентах от полного радиуса ядра для двух типов геохимического состава FOC.

3.2.4. Периоды и амплитуды свободных либраций Луны

Анализ результатов моделирования выявляет следующие интересные закономерности.

1. Зависимость всех типов периодов от радиусов ядра очень слабая (рис. 3.6): при изменении радиуса от 300 до 600 км периоды изменяются не более чем на 1%. Чувствительность к изменениям плотности выявляется только для радиусов, больших 400 км.

2. FCN-период очень сильно зависит от эллиптичности ядра. В то же время P_{Cw} слабо зависит от эллиптичности, но более существенно – от радиуса ядра.

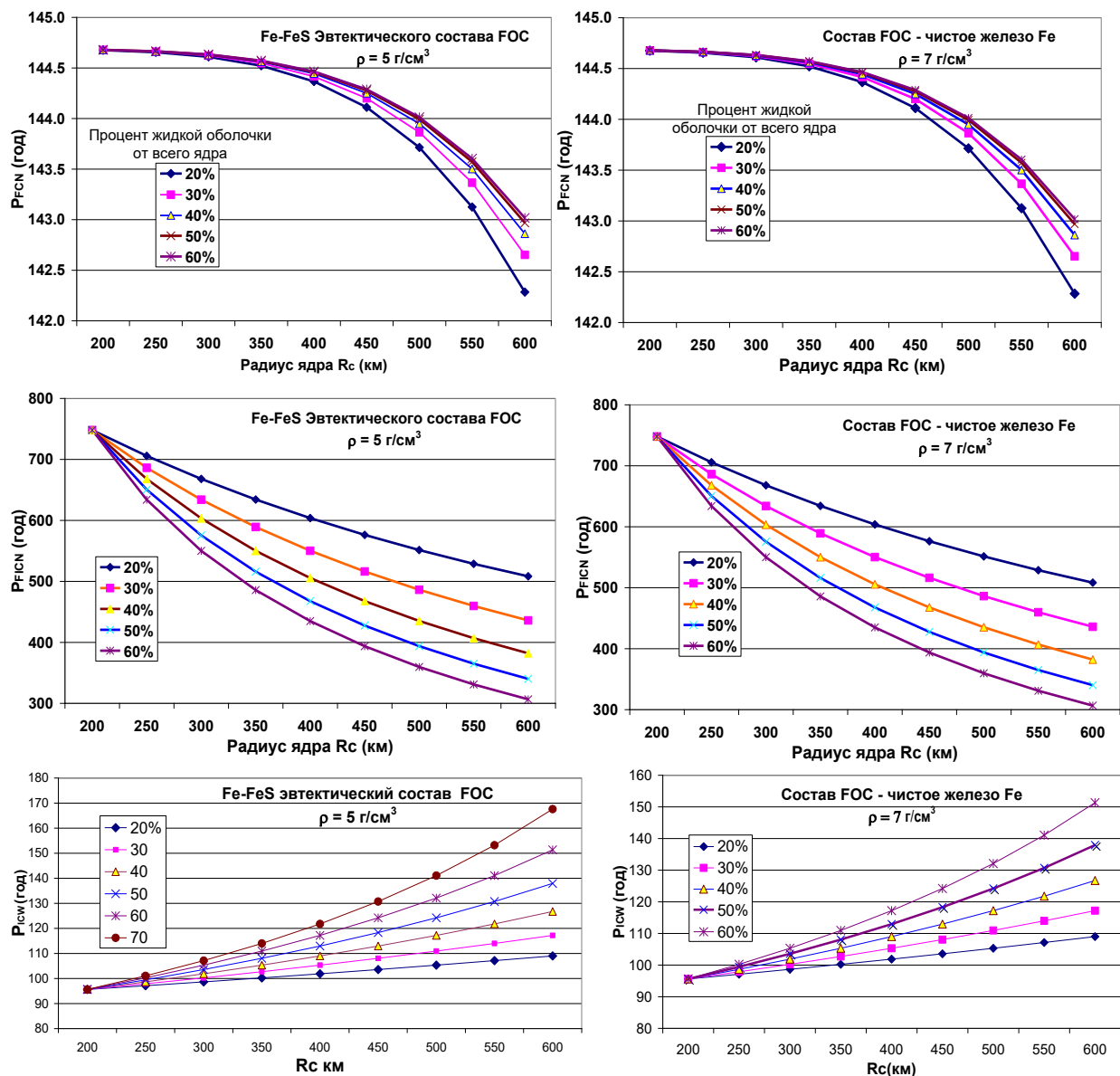


Рис. 3.7. Модель 3. Поведение периодов свободных либраций трехслойной Луны в зависимости от радиуса Луны и толщины жидкой оболочки (FOC) для двух типов геохимического состава FOC (слева – эвтектический состав, справа – чистое железо). P_{FCN} – верхний рисунок. P_{FICN} – средний рисунок. P_{ICW} – внизу рисунка

3. При учете диссипации выявлено, что SW-период не чувствителен к ней: это внутренний процесс для Луны в целом и поэтому он не будет оказывать влияния на этот тип колебаний. Для FCN наблюдается сильная корреляция с диссипацией для радиусов, меньших 400 км.

4. По сравнению с двухслойной моделью для SW и FCN вклад трехслойной модели не превышает 1 % в значениях периодов для всех типов ядер.

5. Общая тенденция в поведении периодов этих мод следующая:

- а) FICN-период уменьшается с ростом радиуса ядра и с толщиной жидкой оболочки;
- б) ICW-период возрастает как с величиной радиуса ядра, так и с толщиной жидкой оболочки. Величины периодов FICN и ICW были получены впервые.

Т а б л и ц а 3.5

Значения периодов свободных либраций для трех моделей Луны,

$$R_c=350 \text{ км}; \rho=7 \text{ г/см}^3$$

Тип либрации	Модель 1а e _c =5,17×10 ⁻⁴	Модель 1б e _c =4×10 ⁻⁴	Модель 2 e _c =5,17×10 ⁻⁴	Модель 3 e _c =5,17×10 ⁻⁴
CW	74,02 г	74,03 г	R _{diss} =5×10 ²² 74.03 г	R _s =280 км 74.08 г
			R _{diss} =3×10 ²⁴ 74.03 г	R _s =175 км 74.02 г
FCN	144,02 г	186,08 лет	R _{diss} =5×10 ²² 144.58 г	R _s =280 км 186.52 г
			R _{diss} =3×10 ²⁴ 144.22 г	R _s =175 км 144.42 г
FICN				R _s =280 км 634.22 г
				R _s =175 км 515.90 г
ICW				R _s =280 км 96.1 г
				R _s =175 км 115.8 г

В таблице 3.5 значения периодов свободных либраций для многослойной Луны приведены к одному радиусу железного ядра $R_c=350 \text{ км}$, эллиптичности, коэффициента диссипации R и радиуса внутреннего ядра R_s . В таблице 3.6 представлены периоды и амплитуды чандлеровых колебаний, прецессии и долготной моды оси вращения Луны, полученных из данных ЛЛЛ (Williams, 2001) и периоды и амплитуды свободных нутаций жидкого ядра P_{FCN} , свободных нутаций внешнего жидкого ядра P_{FICN} , колебаний внутреннего твердого ядра P_{ICW} , полученных при компьютерном моделировании. Ожидаемые амплитуды

свободных либраций ядра – твердого и/или жидкого – лежат в диапазоне 1–15 мсек дуги (Yoder, 1981).

Т а б л и ц а 3.6

Параметры свободных либраций Луны

<u>Чандлеровы колебания</u> амплитуда период	эллипс 8.183"×3.306" 69×28 м 27257.27дн /74.63 г
<u>прецессия</u> амплитуда период	0.032" 0.27 м 8822.88дн/ 24.16 г
<u>долготная мода</u> амплитуда период	1.296" 11 м на экваторе 1056.12 дн / 2.9 г
Свободная нутация жидкого ядра FCN амплитуда период $P_{FCN} = 27.312$ дней в ДСК	0.016" 0.14 м 7481.21дн /20.49 лет или 186 лет в ИСК
Свободная нутация внешнего жидкого ядра FICN амплитуда период $P_{FICN} = 27.310$ дней в ДСК	0.007" 0.06 м 216 г в ИСК
Колебания внутреннего твердого ядра ICW амплитуда период	0.004" х 0.001" 0.039 х 0.008 м 42305.37дн / 115.8 лет 35113.08 дн / 96.1 лет

3.3. Физическая либрация мантии и жидкого ядра Луны

Введение. В этом параграфе предполагается, что Луна имеет дифференцированную внутреннюю структуру и состоит из двух слоев: вязко-упругая литосфера и жидкое железосернистое Fe-FeS ядро. Предположение основывается на всей совокупности геофизических данных за последние 40 лет активного исследования Луны различными космическими и геофизическими методами. Мы предлагаем модель физической либрации двухслойной Луны, в которой будет учтена динамическая связь между различными внутренними слоями. В частно-

сти, будет показано, как взаимодействие жидкого ядра и вязкоупругой мантии Луны влияет на частоты и амплитуды физической либрации, будут вычислены амплитуды и частоты физической либрации в зависимости от геофизических параметров модели – размера, толщины и плотности мантии и ядра Луны.

3.3.1. Физические либрации однородной твердой Луны

Подход, основанный на классических методах многолетних оптических наблюдениях за вращением и физической либрации Луны (Ризванов, Нефедьев, 2007) и новых высокоточных методах лазерной локации Луны (Williams, 2008, Koreikin, 2008) с поверхности Земли, дает уникальную возможность оценить внутреннее строение нашего естественного резонансного спутника, аккуратно интерпретируя длинные ряды многолетних наблюдений. Однако, в опубликованных теориях вращения и физической либрации Луны предполагается, что Луна откликается на внешнее возмущение как твердое почти однородное сферическое небесное тело (Petrova, 1996).

Резонансное вращение однородной Луны подчиняется трем законам Кассини. Небольшие отклонения от синхронного вращения Луны вызваны ее неоднородностью и несферичностью как небесного тела, поэтому гравитационные моменты со стороны Солнца, Земли и других планет воздействуют на нее и вызывают изменение ее вращения – физическую либрацию. В этой работе мы только рассмотрим гравитационное взаимодействие между Землей и Луной, предполагая, что орбита Земли вокруг Солнца известна. При вычислении гравитационных моментов мы предполагаем, что Земля является сферически – симметричным телом. Мы также предполагаем, что Луна находится на кеплеровской орбите и ось вращения Луны практически перпендикулярна плоскости орбиты. Так как орбита Луны имеет эксцентриситет $e = 0,052$, то орбитальная скорость Луны меняется во времени. Как следствие, Земля проявляет временизависимый гравитационный мо-

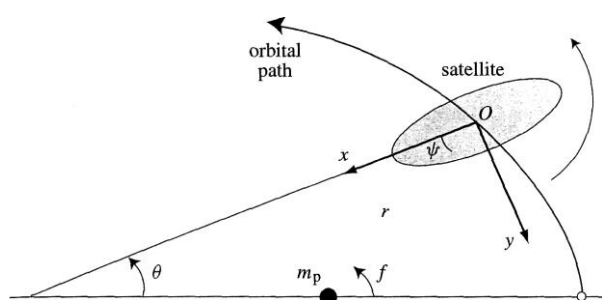


Рис.3.8 Основные элементы орбиты и ориентации спутника

мент на Луну, который стремится изменить скорость вращения Луны. Соответствующие изменения в угле вращения по долготе называются долготными либрациями.

Либрации можно достаточно легко вычислить для естественного спутника, если считать его твердым телом (Comstock, Bills, 2003, Гусев, Петрова, Китиашвили, 2008). В этом случае, угловой момент H Луны может быть записан как $H = C\dot{\theta}$, где C – наибольший полярный момент инерции и θ – угол вращения между наибольшей осью инерции Луны и наибольшей полуосью орбиты Земли (см. рис.8) Из закона сохранения углового момента следует, что либрации по долготе подчиняются уравнению (Goldreich, Peale, 1966)

$$C\ddot{\theta} + \frac{3}{2}n^2(B-A)\left(\frac{a}{r}\right)^3 \sin 2(\theta - f) = 0 \quad (3.45)$$

Здесь, $A < B$ – два принципиальных экваториальных момента инерции Луны, n – среднее движение Луны, a – большая полуось орбиты Земли, f – истинная аномалия и r – расстояние между центрами масс Луны и Земли. Модель отклика твердой Луны на гравитационные возмущения дает хорошее описание физической либрации без жидкого ядра и эффектов диссипации вращательной энергии, но не достаточно для удовлетворения современной точности наблюдений за вращением Луны (Вильямс, 2001, 2012). Твердотельность Луны исключает квази-твердого вращения жидкого ядра относительно мантии и вязкоупругой диссипации вращательной энергии всей Луны. Дифференциальное вращение жидкого ядра и диссипация приливной энергии в мантии однозначно следуют из почти сорокалетних данных наблюдений по лазерной локации Луны (Williams, 2009). Вязкоупругие деформации влияют на либрации через изменения полярного момента инерции $C(t)$ и момента вращения $H = (C + \delta C(t))\dot{\theta}$, где $\delta C(t)$ – временизависимая часть полярного момента инерции. Деформации сами по себе также являются результатом действия либраций т.к. изменение скорости вращения приводит к изменению центробежного потенциала и, следовательно, к зависимости от времени полярного геометрического сжатия. Связанная временизависимая часть полярного момента инерции может быть выражена в следующей форме (Moritz, Mueller, 1987)

$$\delta C = k_2 \frac{4R^5 \omega}{9G} (\dot{\theta} - \omega) \quad (3.46)$$

где G - гравитационная постоянная, R – средний радиус Луны, ω - средняя скорость вращения Луны, k_2 – потенциальное число Лява второго порядка.

В этой работе мы не будем учитывать эффект влияния зональных приливов на вращение. Зональные приливы изменяют полярное сжатие Луны и тем самым изменяют полярный момент инерции, но эффект влияния столь мал (несколько процентов), что дает нам право пренебречь им. Уравнение (3.45) описывает две различные периодические компоненты для либрации: а) свободной либрации с частотой ω_f и произвольной амплитудой и б) вынужденной либрации. Усредняя по орбитальному периоду уравнение (3.45) мы можем получить частоту свободных либраций ω_f в виде (Comstock, Bills, 2003):

$$\omega_f = n \sqrt{\frac{3(B-A)}{C}} \approx 6.95 \cdot 10^{-8} \frac{\text{рад}}{\text{сек}}. \quad (3.47)$$

Эта частота существенно меньше среднего движения n , т.к. для Луны $\frac{(B-A)}{C} \approx 2.28 \cdot 10^{-4}$ (Гусев, Петрова, 2008). Диссипативные процессы, благодаря лунным приливам и физическим либрациям, приводят к затуханию долгопериодических свободных колебаний и можно ожидать, что их амплитуда будет близка к нулю. Правда, данные лазерной локации Луны свидетельствуют об обратном эффекте (Williams, 2009). Основные периоды вынужденной либрации Луны очень близки к периоду резонансного вращения Луны вокруг Земли. Главные либрационные члены по долготе имеет период 27,555 дня (орбитальный период Луны) и он существенно короче периода свободных либраций по долготе (Гусев, Петрова, 2008). Мы также не будем рассматривать вклад многочисленных малых членов вынужденной либрации с субгармоническими периодами. Наша главная цель состоит в том, чтобы понять, как точное знание амплитуды вынужденной либрации по долготе с периодом в 27,555 дня (далее – просто либрация) может быть использовано для определения параметров жидкого ядра Луны. Для малых либраций, амплитуда вынужденной либрации мо-

жет быть приближенно выражено в первом порядке малости по эксцентриситету e по формуле (Murray, Dermott, 1999):

$$A_{\theta} = -\frac{2\omega_f^2 e}{n^2 - \omega_f^2} = -6 \frac{(B-A)}{C} \frac{n^2 e}{n^2 - \omega_f^2}. \quad (3.48)$$

Моменты инерции, которые являются геофизическими параметрами, входят в амплитуду твердотельных либраций Луны, и формула (3.48) показывает, что амплитуда либрации пропорциональна $\frac{(B-A)}{C}$.

3.3.2. Либрации двухслойной Луны: жидкое ядро и упругая мантия.

В случае, если Луна имеет жидкое железное ядро и силикатную вязкоупругую мантию, то естественным является предположение об их дифференциальном вращении и либрации (Williams, 2001, 2015; Wiczoreck, 2006). Если мы также предположим, что вращающееся жидкое ядро находится в гидродинамическом равновесии, и нет электромагнитного взаимодействия между ядром и мантией, то можно признать гипотезу несвязанного вращения жидкого ядра и мантии Луны. Взаимодействие ядра и мантии осуществляется только гравитационное и через эффекты гидродинамического турбулентного трения на границе ядро-мантия (Yoder, 1981). При этих гипотезах, можно рассматривать либрацию жидкого ядра отдельно по формулам (3.45) для твердотельной Луны, только заменяя моменты инерции A , B и C на моменты инерции ядра A_c , B_c , C_c :

$$C_c \ddot{\theta}_c + \frac{3}{2} n^2 (B_c - A_c) \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin 2(\theta_c - f) = 0, \quad (3.49)$$

где θ_c - угол оси вращения ядра (Рис.3.8) Предполагая осевую симметрию распределения вещества внутри тела Луны, мы считаем, что разность экваториальных моментов инерции в мантии и в жидком ядре одинаковой. В этом случае, амплитуда либраций для ядра будет иметь вид:

$$A_{\theta_c} = -\frac{2\omega_{f_c}^2 e}{n^2 - \omega_{f_c}^2} = -6 \frac{(B-A)}{C_c} \frac{n^2 e}{n^2 - \omega_{f_c}^2}, \quad (3.50)$$

где частота свободных либраций ядра задается частотой

$$\omega_{f_c} = n \sqrt{\frac{3(B-A)}{C_c}} = \omega_f \sqrt{\frac{C}{C_c}}. \quad (3.51)$$

Уравнение (6) показывает, что в области, далекой от резонанса со свободной либрацией, амплитуда либрации ядра больше на множитель $\frac{C}{C_c}$, чем амплитуда для аналогичной твердотельной модели Луны (без жидкого ядра). Период свободных либраций короче на множитель $\sqrt{\frac{C}{C_c}}$, чем период полностью твердой Луны, и может быть близок к частоте вынужденных либраций (Рис.3.4). Тогда эффекты резонансного усиления колебаний ядра могут служить серьезным механизмом поддержания свободных либраций всей Луны на больших космогонических временах (Гусев, Петрова, 2008), которые следуют из наблюдений по лазерной локации Луны (Williams, 2009).

3.3.3. Гравитационное взаимодействие между ядром и мантией Луны.

В более общей постановке задачи, либрации различных слоев Луны связаны через объемные гравитационные, поверхностные вязкоупругие пограничные и объемные электромагнитные силы. Влияние различных связей между слоями небесного тела на вариацию его вращения интенсивно изучается для планет земной группы и многочисленных лун планет-гигантов (Гусев, Петрова, Китиашвили, 2008; Peale, 2005; van Hoolst et al., 2007-2013; Bills, 2008; Rivoldini, 2009; Correia, 2009; Dehant et al., 2009-2012; Baland et al., 2010-2012; Rambaux et al., 2005-2012; Noyelle et al., 2011; Margot et al., 2012).

Наиболее разработанными моделями, полезными для сравнения с либрациями двухслойной Луны, является теории физической либраций Меркурия, Ио, Европы, Ganymede, Enceladus (see, review - Van Hoolst, 2008-2013). Наибольший эффект влияния давления и гравитационного взаимодействия между твердой мантией и эллипсоидальным жидким ядром ядра Меркурия проявляется в том, что амплитуда либраций мантии больше на множитель $\frac{C}{C^m}$, (C^m - полярный момент инерции мантии) по сравнению с твердотельными либрациями, и частоты либрации ядра отличаются от частот либрации мантии. В слу-

чае с Луной отношение полярных моментов инерции жидкого ядра к полному полярному моменту составляет $\frac{C_c}{C} = (12 \pm 4) \cdot 10^{-4}$ достаточно мало (Williams, 2009-2014). Поэтому, мы включаем прямое гравитационное взаимодействие между жидким почти сферическим ядром и твердой несимметричной мантией Луны, которое усиливает либрацию. Гравитационная “связь” между слоями Луны возникает тогда, когда оси инерции ядра и мантии не совпадают. Эта ситуация может возникать при дифференциальном относительном вращении и либрации ядра и мантии (Ху, 2000). Мы предполагаем, что плотности вещества эллиптического ядра и мантии постоянны, но различны в каждом слое. Опуская математические преобразования, очевидно, что разность экваториальных моментов инерции в каждом слое может быть вычислена по следующей формуле:

$$B_i - A_i = \frac{8\pi}{15} \{ \rho_m \beta_i r_i^5 + (\rho_c - \rho_m) \beta_c r_c^5 \}, \quad (3.52)$$

где ρ_c и ρ_m - постоянные плотности ядра и мантии соответственно, и β_c и r_c - экваториальное геометрическое сжатие и радиус ядра. Тогда действие гравитационного момента мантии на ядро может быть выражено в следующей форме (Xu et al., 2000):

$$\Gamma_z = \frac{4\pi G}{5} \{ \rho_m \beta_m + (\rho_c - \rho_m) \beta_c \} \left[1 - \frac{\rho_c}{\rho_m} \right] \cdot (B_m - A_m) \sin 2(\theta_c - \theta_m). \quad (3.53)$$

Множитель $(1 - \frac{\rho_c}{\rho_i})$ показывает, что гравитационный момент становится равным нулю, когда плотности ядра и мантии становятся равными. В этом случае, изменения в ориентации слое не приводит к изменению гравитационного потенциала и не возникает гравитационного момента (Peale, 2002). Запишем уравнения для угловых моментов для мантии и ядра, соответственно:

$$C_m \ddot{\theta}_m + \frac{3}{2} n^2 (B_m - A_m) \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin 2(\theta_m - f) = K \sin 2(\theta_c - \theta_m) \quad (3.54)$$

$$C_c \ddot{\theta}_c + \frac{3}{2} n^2 (B_c - A_c) \left(\frac{a}{r} \right)^3 \sin 2(\theta_c - f) = -K \sin 2(\theta_c - \theta_m), \quad (3.55)$$

где индексы m и c обозначают мантию и ядро соответственно, константа гравитационной связи K зависит от экваториального сжатия и плотности жидкого ядра и упругой мантии (Xu et al., 2000).

4.3.4. Физические либрации ядра и мантии Луны.

Для решения уравнений (3.54) и (3.55) введем малые либрационные углы $\gamma_m = \theta_m - M$ и $\gamma_c = \theta_c - M$ и разложим в ряды по средней аномалии M и эксцентриситету e , используя хорошо известные разложения для $(a/r)^3$, $\cos f$, $\sin f$ в тригонометрические ряды. Тогда получим:

$$C_m \ddot{\gamma}_m + \frac{3}{2} n^2 (B_m - A_m) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_{-k}^{-3,2}(e) \sin\{2\gamma_m + (2+k)M\} = 2K(\gamma_c - \gamma_m) \quad (3.56)$$

$$C_c \ddot{\gamma}_c + \frac{3}{2} n^2 (B_c - A_c) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_{-k}^{-3,2}(e) \sin\{2\gamma_c + (2+k)M\} = -2K(\gamma_c - \gamma_m), \quad (3.57)$$

где функции эксцентриситету $X_{-k}^{-3,2}(e)$ являются коэффициентами Хансена (Hansen, 1855). Линеаризуя эти уравнения по малым величинам эксцентриситета e и либрационным углам γ_m и γ_c , получим в первом приближении два линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$C_m \ddot{\gamma}_m + \sigma_m^2 C_m \gamma_m - 2K(\gamma_c - \gamma_m) = 2e\sigma_m^2 C_m \sin M, \quad (3.58)$$

$$C_c \ddot{\gamma}_c + \sigma_c^2 C_c \gamma_c + 2K(\gamma_c - \gamma_m) = 2e\sigma_c^2 C_c \sin M, \quad (3.59)$$

где σ_m и σ_c определяются из формул:

$$\sigma_m = n \sqrt{\frac{3(B_m - A_m)}{C_m}}, \quad (3.60)$$

$$\sigma_c = n \sqrt{\frac{3(B_c - A_c)}{C_c}}. \quad (3.61)$$

Предполагая, что либрации обращаются в нуль в точках перигелия, ищем решения этой системы уравнений в виде $\gamma_m = A_\theta^m \sin M$ и $\gamma_c = A_\theta^c \sin M$, где A_θ^m и A_θ^c - амплитуды либраций с периодом 27,212 дня для мантии и ядра соответственно. Подставляя эти выражения в систему уравнений (3.58) - (3.59), мы получим систему из двух алгебраических уравнений для амплитуд, решение которой легко представить в виде (метод Крамера):

$$A_{\theta}^m = \frac{\Phi_{m1}}{n^2 - \omega_{f1}^2} + \frac{\Phi_{m2}}{n^2 - \omega_{f2}^2}, \quad (3.62)$$

$$A_{\theta}^c = \frac{\Phi_{c1}}{n^2 - \omega_{f1}^2} + \frac{\Phi_{c2}}{n^2 - \omega_{f2}^2}, \quad (3.63)$$

где множители в числителе задаются выражениями

$$\Phi_{m1} = 2e \frac{\{\sigma_m^2(\omega_{f1}^2 - \sigma_c^2 - 2\frac{K}{C_c}) - 2\sigma_c^2 \frac{K}{C_m}\}}{n^2(\omega_{f2}^2 - \omega_{f1}^2)}$$

$$\Phi_{m2} = -2e \frac{\{\sigma_m^2(\omega_{f2}^2 - \sigma_c^2 - 2\frac{K}{C_c}) - 2\sigma_c^2 \frac{K}{C_m}\}}{n^2(\omega_{f2}^2 - \omega_{f1}^2)}$$

$$\Phi_{c2} = -2e \frac{\{\sigma_c^2(\omega_{f2}^2 - \sigma_m^2 - 2\frac{K}{C_m}) - 2\sigma_m^2 \frac{K}{C_c}\}}{n^2(\omega_{f2}^2 - \omega_{f1}^2)}$$

$$\Phi_{c1} = 2e \frac{\{\sigma_c^2(\omega_{f1}^2 - \sigma_m^2 - 2\frac{K}{C_m}) - 2\sigma_m^2 \frac{K}{C_c}\}}{n^2(\omega_{f2}^2 - \omega_{f1}^2)}.$$

Собственные частоты ω_{f1} и ω_{f2} являются двумя частотами свободных либраций, которые могут быть получены при усреднении уравнений (3.58) - (3.59) за орбитальный период и в предположении, что либрационные углы являются “медленными” переменными. Мы получили две частоты т.к. рассматриваем модель либраций двухслойной Луны. Учитывая зависимость амплитуд либрации от времени в форме $\exp(i\sigma \cdot t)$, мы получаем систему двух однородных алгебраических уравнений, которая имеет ненулевое фундаментальное решение для двух частот свободной либрации:

$$\omega_{f1}^2 = \frac{1}{2}(\sigma_c^2 + \nu^2 + \sigma_m^2 + \sqrt{\Delta}), \quad (3.64)$$

$$\omega_{f2}^2 = \frac{1}{2}(\sigma_c^2 + \nu^2 + \sigma_m^2 - \sqrt{\Delta}), \quad (3.65)$$

$$\text{где } \Delta = \sigma_c^4 + \sigma_m^4 + \nu^4 + 2\sigma_c^2\nu^2 + 2\sigma_m^2\nu^2 - 2\sigma_c^2\sigma_m^2 - 8\sigma_c^2K/C_m - 8\sigma_m^2K/C_c \quad (3.66)$$

$$\nu = \sqrt{2K \frac{C_m + C_c}{C_m C_c}} \quad (3.67)$$

- частота осцилляций дифференциального вращения между ядром и мантией Луны при условии, что пренебрегается гравитационное взаимодействие этих слоев Луны с Землей.

Выводы

За четыре десятилетия ЛЛЛ наблюдений обнаружено смещение прецессирующего полюса Луны за счет диссипации энергии. Предложено два объяснения: приливные потери в теле Луны и взаимодействие между границами жидкого ядра и вязкоупругой мантии. Ключевое различие между двумя причинами лежит в области небольшого дополнительного влияния жидкого ядра на вращение.

Орбитальное и собственное (спин) вращение интегрируются численно для модели приливов и жидкого ядра. Записаны дифференциальные уравнения для действия диссипации на вращение. Получены приближенные аналитические решения. В таблице 3.3 дается зависимость либрационных членов от периодического приливного параметра Q . Рассматривается два случая зависимости Q от частоты: $Q = \text{const}$ и Q , обратно пропорциональное частоте. Наиболее важные члены отвечают периодам в 1 месяц, 206 дней, 1 год, 3 года и 6 лет. Приливная диссипация вызывает затухание свободных либраций и секулярные изменения орбиты.

Рассмотрена математическая модель для взаимодействия жидкого ядра и твердой мантии, в которой моменты сил пропорциональны относительной угловой скорости различно вращающихся ядра и мантии. Так как мантия прецессирует с периодом 18,6 лет, то она индуцирует прецессию ядра с аналогичным периодом, но много меньшим наклоном и смещением узла. Ориентация оси ядра близка к нормали плоскости эклиптики по сравнению с осью вращения мантии. Ядро не вращается с той же скоростью, что и мантия, и это вызывает смещение долготы для направления главной оси инерции. Таким образом, диссипация ядра вызывает смещение узла плоскости экватора

вдоль эклиптики и сдвиг оси вращения. Независимое вращение ядра приводит к затухающей моде ядра. Затухание мод ядра происходит быстро ~ 140 лет. Приводятся выражения для медленно затухающих свободных мод мантии. Исследуются вынужденные моды, но эти моды далеки от потенциально наблюдаемых членов ядра (нет резонанса). Вынужденные члены, включая смещение полюса, в основном, чувствительны к параметру K , который связывает моменты инерции ядра и его относительную угловую скорость. Специальный член, благодаря вековому движению плоскости эклиптики, напрямую связан с моментом инерции ядра и может быть предложен для наблюдательной японской программы «ILOM».

В рамках модели двухслойной Луны (упругая мантия и жидкое ядро) получены и решены уравнения физической либрации по долготе в линейном приближении по малым величинам. На основе решений представлены частоты и амплитуды физической либрации в зависимости от динамических и геофизических параметров ядра и мантии Луны.

Диссипация лунного ядра вызывает вековые изменения орбиты. Возмущения от ядра на смещение полюса меньше, чем от приливов на Луне. Это различие можно использовать для разделения эффектов диссипации от ядра и приливов на скорость изменения эксцентриситета орбиты. Приливы на Земле также вызывают секулярные возмущения орбиты, поэтому орбитальный тест более чувствителен к диссипации, чем вращательный тест. В настоящее время лунное вращение является лучшим способом различения турбулентной диссипации в ядре и приливной диссипации в мантии.

В предположении турбулентной связи между ядром и мантией наблюдения радиус ядра оценивают в $335 (-21, +17)$ км, если ядро железное. Энергия, забираемая от орбиты и диссипируемая в теле Луны, равна $(4,3 \pm 0,6) 10^{23}$ эрг. год⁻¹ для приливов и $(1,9 \pm 0,5) 10^{22}$ эрг. год⁻¹ для турбулентной диссипации на границе ядро-мантия. Это значительно меньше, чем тепловой поток от радиоактивных минералов в верхней мантии и коре. Энергии приливов достаточно для обеспечения энергетики глубоких триггерных лунотрясений, повторяющихся в месячный приливной цикл. Неожиданным оказалось низкое значение приливного Q . Значительное сейсмическое затухание предполагается выше границы ядра, в зоне частичного плавления нижней

мантии и низких сейсмических скоростей. Эта зона доминирует в механизме приливного затухания. Предложены времена затухания для свободных либраций от диссипации в ядре и приливной диссипации в мантии.

Диссипации в ядре и мантии могут быть очень сильным источником тепла в ранней Луне. Диссипация энергии резко возростала, когда Луна была ближе к Земле, и постепенно уменьшалась при удалении от Земли, но дополнительный пик активности диссипации был возможен, когда Луна находилась в 200 тыс. км от Земли. Переход между двумя состояниями вращения вызывает временное увеличение лунного наклона и увеличение энергии диссипации от лунных приливов и действия ядра. Приливная диссипация может нагреть центральную область Луны дополнительно на несколько сотен градусов. Если приливная диссипация локализована в переходной зоне над ядром, то эта область может прогреться еще сильнее.

Если раннее ядро имело современный размер, аналогичное количество энергии будет заключено в маленьком объеме на границе ядро – мантия. Эта ранняя энергия может вызвать значительную тепловую активность в ядре и мантии, временно инициировать конвекцию в жидком ядре и в вязкоупругой нижней мантии и генерировать магнитное поле на протяжении 900 млн лет. Поэтому остаточная намагниченность в лунных породах, имеющая свой пик около 3,8 млрд лет назад, в период «океана магмы», может отражать прохождение Луною спин-перехода при монотонном удалении от Земли. Независимое детектирование вращающегося расплавленного ядра через его волочение за мантией превышает уровень неопределенности в три раза при современной точности LLR данных и других наблюдений. Достижения последних десятилетий открывают новый взгляд на происхождение, эволюцию и тепловую историю Луны, требуют дальнейшего развития экспериментальных и теоретических исследований нашего естественного спутника.

1. Результаты последних космических экспериментов представлены в свете проникновения во внутреннюю структуру Луны. Практически все данные свидетельствуют о наличии небольшого (не более 400 км) ядра.

2. Сформулированы обобщенные законы Кассини и предложена теория физической либрации для многослойной Луны с учетом жид-

кого ядра и эффектов диссипации в мантии и на границе ядро – мантия. Получены периоды и амплитуды свободных либраций Луны. Исследования позволяют предсказать возможные значения периодов для различных радиусов и плотностей ядра, толщин жидкой оболочки и диссипативных характеристик ядра и СМВ. Теория ФЛЛ представляет как самостоятельный научный интерес, так и может служить основой для построения в будущем лунного ежегодника, ключом к пониманию физического строения и процессов внутри лунного тела. В плане обеспечения предстоящих в скором будущем экспериментов на поверхности Луны и окололунном пространстве рассматривается необходимость разработки астрономического навигационного ежегодника, предложена идея его содержания и структуризации.

3. Модели формирования лунного ядра предполагают различные сценарии. Для чисто железного состава с небольшой примесью серы наиболее вероятно твердое ядро, при эвтектическом составе (10–15% серы) ядро может быть полностью жидкое, т.к. температура плавления эвтектического состава очень низкая.

4. Большое значение для уточнения параметров ядра имеют наблюдения физической либрации Луны. Они позволяют определить значения чисел Лява, коэффициента добротности Q . Обработка лазерных данных уже дала существенный результат в решении многих проблем.

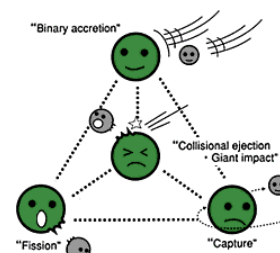
5. Большие перспективы в решении многих проблем селенодинамики и селенофизики были открыты в японской миссии SELENE (2007-2009). Они исследовали распространение химических элементов на лунной поверхности, топографию, гравитационное и магнитное поля, структуру лунной коры и лунной поверхности. Одна из её главных целей состояла в том, чтобы получить ясную картину внутреннего строения Луны с помощью точного измерения гравитационного поля и топографии обратной стороны Луны.

6. При наличии высокоточной теории вращения Луны и наблюдений можно включить в программу проекта ILOM, (2019 г.) поиск гармоник свободных мод: свободной нутации ядра, свободной нутации и колебаний внутреннего ядра. Определение периодов и амплитуд этих мод позволит решить ряд фундаментальных проблем: существование жидкого ядра, определение его радиуса и динамического сжатия, определение скачка плотности на границе СМВ.

ГЛАВА 4. СТРОЕНИЕ И ДИНАМИКА ЛУННОГО ЯДРА

4.1. Аргументы в пользу существования жидкого ядра Луны

Исследования последних десятилетий однозначно поставили перед учеными проблему существования и происхождения лунного ядра: есть ли оно, какова его структура, химический состав и агрегатное состояние. Эти вопросы непосредственно связаны с глобальной проблемой происхождения и эволюции системы Земля – Луна (Peale, 1999; Krasinsky, 2002b; Canup, 2000). Если аккреционную модель первичного вещества принять в качестве гипотезы образования Луны, то для того, чтобы объяснить наблюдаемое количество металлов в лунных породах, размер ядра должен быть более 360 км. Если же Луна была образована из того же вещества, что и земная мантия – модель распада протоземли, – радиус лунного ядра не должен превышать 285 км.



Существует несколько аргументов в пользу существования у Луны железного ядра небольшого размера, до 600 км с малой примесью серы и/или кислорода, и горячей вязкой нижней мантии.

Структура гравитационного поля Луны, выявленная из сопоставления высокоточных траекторных измерений Lunar Prospector с результатами лазерной альтиметрии, проведенной с борта Clementine,

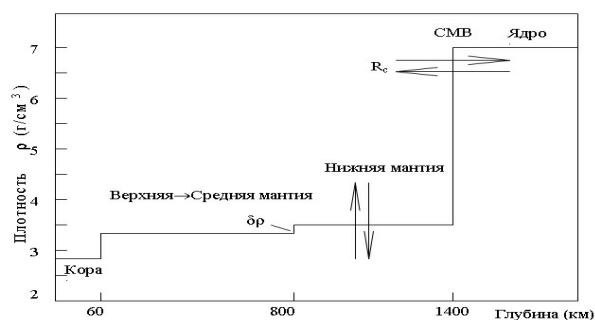


Рис. 4.1. Распределение плотности в теле Луны (Dickey et al., 1994)

а также с данными лазерной локализации Луны (1970–2006), предполагает наличие металлического ядра. Современное определение величины полярного момента

$$\frac{C}{MR_M^2} = 0.39232 \pm 0.0002 \text{ согласуется с}$$

железным ядром радиуса 220 – 450 км или с примесью серы 330 –

590 км (Konopliv, 1998, 2001, 2013).

Интерпретация значения полярного момента в рамках химических, тепловых и плотностных моделей лунной коры и мантии позволила сделать выводы о массе и размерах ядра. Таким образом, был получен скачок плотности от 3,8 г/см³ до 7,0 г/см³ на глубине при-

мерно 1250 км (рис. 4.1) (Dickey, 1994; Kuskov, Kronrod, 1998, 2001, 2009, 2014).

Остаточная намагниченность лунных пород, выявленная миссией Apollo, говорит о сильном магнитном поле в несколько гауссов у Луны в период 3,9 – 3,1 млрд лет тому назад, которое могло генерироваться только благодаря динамо-механизму в жидком железном ядре в этот ранний период эволюции (Stevenson, Yoder, 1981).

Магнитометрические измерения, выполненные Lunar Prospector в апреле 1998 года, независимо подтверждают наличие металлического ядра радиусом 250 – 430 км.

Несовпадение центра масс и центра фигуры и переориентация осей инерции относительно оси вращения объясняется формированием лунного ядра только через 500 млн лет после образования самой Луны (Runcorn, 1996).

Оценка числа Лява, выявленная при детальном анализе данных по дистанционному слежению LP (Konopliv et al, 2001), $k_2 = 0,0248 \pm 0,003$, свидетельствует о частичном плавлении в вязкой нижней мантии на границе с жидким ядром, возможно, с образованием зоны в 200–300 км с ультранизкими скоростями сейсмических волн.

Значение числа Лява k_2 существенно ограничивает размеры радиуса и структуру ядра. Это число комплексное. Его амплитуда зависит от радиусов внешнего и внутреннего ядер. Фаза зависит от скорости диссипации приливной энергии и от скорости изменения энергии упругости, накопленной Луной за один цикл вращения. Амплитуда k_2 , измеряемая с точностью до 5×10^{-4} , позволит более точно определить границы жидкого и твердого ядер.

Анализ диссипации вращения Луны, полученной из ЛЛЛ, показал, что могут быть два источника диссипации: месячные твердотельные приливы и жидкое ядро, вращение которого отличается от

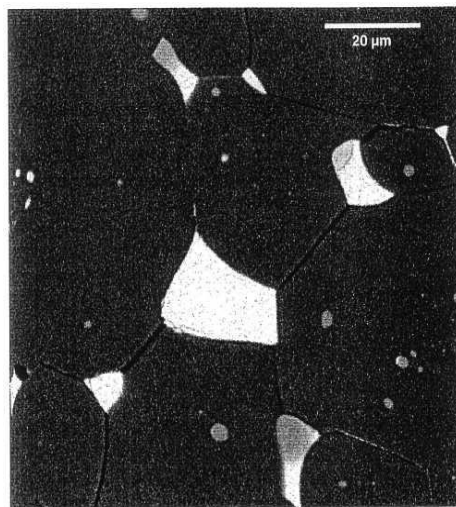


Рис. 4.2. Снимок электронного микроскопа эвтектического состава Fe-Ni-S (расплав) в матрице оливина при давлении в 3,5 GPa и температуре 1500°C (Fei, 1995)

вязко-упругой мантии (Williams, Dickey, 2003). Оба эффекта были рассчитаны численным интегрированием уравнений вращения Луны, и, как результат, был получен радиус ядра $R_c = 352$ км для чисто железного ядра, и $R_c = 374$ км – для ядра с эвтектической композицией Fe-FeS (рис. 4.2). Лабораторные данные экспериментов (Brett, R., 1969, 1973; Fei, 1995; Boehler R., 1996; Nishida, 2013) при сверхвысоких температурах и давлениях, соответствующих условиям лунного ядра, дают значения плотности жидкого железа $\rho_c = 7$ г/см³, твердого железа $\rho_c = 7,8$ г/см³, эвтектического состава Fe-FeS $\rho_c = 5,3$ г/см³.

Одним из не прямых методов оценки радиуса плотного металлического лунного ядра является построение композиционной (плотностной и геохимической) структуры лунной коры и мантии, согласованной с Аполлоновскими сейсмическими профилями скоростей. Следуя этому подходу, Hood и Jones (1987) нашли радиус железного ядра ~ 200 – 450 км, что составляет 1–4% массы Луны. Кусков и Кропрод (2001) оценили радиус ядра в 310–320 км для чисто железного состава и 430–440 км для эвтектического Fe-FeS состава. В последней публикации на эту тему (Gusev, et al., 2014) диапазон оценок ядра составляет 330 – 390 км. Заметим, что вышеуказанные оценки лунного ядра увеличатся, если в состав ядра входит также менее плотный химический элемент титан и железонасыщенные силикаты.

Другой метод оценки размера ядра связан с измерением индуцированного магнитного дипольного момента Луны, когда она проходит через геомагнитный хвост Земли. Первые измерения магнитного момента Луны $(-4,23 \pm 0,64) \cdot 10^{23}$ Ам² Т⁻¹ были проведены во время программы Аполлон и они дали значение радиуса высокоэлектропроводимого ядра $\sim 439 \pm 22$ км.

Последние данные со спутника LP (НАСА, 1998) по магнитному моменту $(-2,4 \pm 1,6) \cdot 10^{23}$ Ам² Т⁻¹, что соответствует радиусу железного ядра из диапазона 250–430 км. Если электрическая проводимость ядра формируется типичным базальтовым расплавом, то ядро может иметь размеры 361–538 км.

Интересен метод определения размера лунного ядра из данных лазерной локации Луны (ЛЛЛ). В настоящее время точность определения расстояний до четырех отражателей на Луне достигает 10 мм (Williams, 2006) и ставится задача о достижении точности в 1 мм, при

которой необходимо будет учитывать релятивистские поправки к вращению Луны.

Вращение Луны (§ 1.2) характеризуется двумя углами, описывающими ориентацию ее полярной оси вращения и третьим углом, задающим ее вращения вокруг этой оси. В настоящее время полярная ось наклонена на угол 6.69^0 к орбитальной нормали, орбитальная плоскость наклонена к плоскости эклиптики под углом в $5,14^0$ и полярная ось отклонена на угол $1,54^0$ от нормали к плоскости эклиптики (рис. 3.1).

Т а б л и ц а 4.1

Геофизические характеристики ядра

Плотность ядра (средняя)	7396 кг м ⁻³
Плотность внешнего жидкого ядра (Fe-FeS)	5300 кг м ⁻³
Плотность внутреннего твёрдого ядра (Fe)	7800 кг м ⁻³
Давление в центре ядра	50 кбар
Давление на СМВ, 1300 км	45 – 47 кбар
Температура СМВ	1400° К
Температура ядра	1400° – 1700° К
Начальная температура ядра (4,5 млрд.лет)	1800° К
Удельная теплоемкость ядра	675 Дж кг ⁻¹ К ⁻¹
Коэффициент вязкости ядра	1.5×10^6 пуаз
Число Релея для ранней тепловой конвекции	$(2.4-3.6) \times 10^5$
Добротность Q	35 – 39
Удельное сопротивление ядра	10^5 ом×м

Однако в прошлом, ~ 4 млрд лет назад, когда Луна была ближе к Земле на расстоянии $\sim 34R_E$, ее наклон мог достигать больших значений $\sim 77^0$ (Ward, 1975). Обе оси, полярная и нормаль к плоскости орбиты, прецессируют с одинаковым периодом 18,6 лет вокруг нормали к эклиптики, но в противофазах $\sim 180^0$. Эта вращательная конфигурация носит название состояние Кассини (§ 1.2; 2.1.1). Эта конфигурация испытывает малые вращательные осцилляции по широте (движение полюса Луны) и долготе (продолжительность лунных суток) и может быть найдена из анализа данных ЛЛЛ. Эти малые отклонения от движения по законам Кассини, как уже было определено, называются физической либрацией и вызваны, в основном, различиями между ориентацией главных моментов инерции и низкими гар-

мониками статического гравитационного поля Луны. Дополнительные моды колебаний физической либрации Луны (ФЛЛ) также появляются при учете диссипации вращательной энергии в вязко-упругой мантии и жидком (расплавленном) ядре Луны.

В таблице 4.1 представлены геофизические характеристики лунного ядра – плотность, давление, температура, теплоемкость и др. Данные в таблице 4.1 собраны из различных источников (Spohn et al., 2001; Stegman et. al., 2003; Gusev et al., 2008, 2014) и другие. Графическое представление данных таблицы даны на рисунке 1.6.

4.2. Стратификация лунного ядра

Для того, чтобы объяснить наблюдаемые эффекты во вращении Луны – наличие свободных колебаний в присутствии относительно большой диссипации – необходимо, чтобы ядро было или полностью жидким, или между твердой мантией и твердым внутренним ядром имелась бы жидкая прослойка – внешнее жидкое ядро (Yoder, 1981).

Сейсмический разрез Луны получен по наблюдательным данным Накамуры (Nakamura, 1983) в рамках программы Аполлон и представлен на рис. 1.6. Укажем на основные закономерности при образовании лунного сейсмического профиля. Изменение скоростей сейсмических волн определяется изменением давления, температуры и химического состава внутри Луны. Рост давления приводит к возрастанию скоростей с глубиной, а увеличение температуры дает противоположный эффект. В зависимости от того, будет ли температурный эффект превышать эффект давления на скорость волн, в Луне может иметь место уменьшение или увеличение скоростей с глубиной в коре и верхней мантии. При убывании скоростей с глубиной будет формироваться слой с пониженной скоростью. Как видно из рис. 1.6, в недрах Луны до глубины 300 – 500 км скорость сейсмических волн убывает. Затухание механических колебаний за счет неупругой диссипации характеризуются любой из величин Q^{-1} , δ , $\bar{\alpha}$, α , $\Delta f/f$, $\Delta E/E$, которые связаны между собой соотношениями

$$2\pi Q^{-1} = 2\delta \frac{\bar{\alpha}}{f} = 2C \frac{\alpha}{f} = 2\pi \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta E}{E}, \text{ где } Q - \text{удельная диссипативная функция}$$

(или механическая добротность); δ – логарифмический декремент затухания; $\bar{\alpha}$ – амплитудный коэффициент затухания свободного коле-

бания: $e^{-\alpha t} \sin 2\pi f t$; α – коэффициент затухания гармонической плоской бегущей волны: $e^{-\alpha t} \sin 2\pi f (t - x/c)$; C – фазовая скорость; Δf – полуширина резонансной линии собственного колебания; $\Delta E/E$ – доля упругой энергии, рассеиваемой за один полный цикл колебаний.

Метод собственных колебаний позволил определить распределение функции Q для всего тела Земли и Луны (Жарков В.Н., 1983). В недрах Луны предполагается действие различных механизмов поглощения упругих колебаний: приливное трение в мантии, турбулентная диссипация на границе ядро-мантия, вязкое трение в жидком ядре и т.д. Известно (Williams, 2001), что диссипативная функция зависит от частоты (или периода) по формуле: $Q = 36,8 (27,212 \text{ days/Period})^{-0.19}$. В таблице 4.2 представлены численные характеристики добротности Луны для разных периодов.

Т а б л и ц а 4.2

Зависимость добротности от периода приливных колебаний

Tidal period	Q	Uncertainties	
1/3 month	30	– 5	+ 8
1/2 month	32	– 5	+ 7
1 month	37	– 4	+ 6
206 days	54	–11	+ 19
1 year	60	–15	+ 30
3 years	74	–24	+ 65
6 years	85	–30	+ 105
75 years	137	–64	+ 950

В таблице 4.3 представлены важнейшие геофизические данные Луны, взятые у разных авторов (Жарков В.Н., 1983; Spohn, 2001). Согласно модели внутреннего строения Луны, Stevenson, Yoder (1981), давление на СМВ должно быть около 45 кбар, а температура – около 1000°C.

При таких условиях ядро не может быть чисто железным, так как в результате планетарного охлаждения, как предсказывает теория, оно должно бы полностью затвердеть (Gusev, Petrova, 2008). Затвердевание начинается от центра. Для того чтобы ядро могло сохранить расплавленную оболочку, в модели постулируется небольшая концентрация серы.

Наличие железа ускоряет процесс формирования квазичистого железного твердого внутреннего ядра, в то время, как во внешней его части постепенно увеличивается концентрация всплывающей более легкой серы. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не достигается эвтектический состав Fe-FeS, для которого характер затвердевания является другим. Эвтектическая композиция – это состояние, в котором встречаются и твердая и жидкая составляющая сплава одновременно. Из-за того, что внутреннее твердое ядро растет, а внешняя жидкая оболочка обогащается серой, точка затвердевания смещается до более низких температур, сохраняя внешнюю оболочку в расплавленном состоянии, несмотря на общее охлаждение Луны. Расчеты показывают, что 1 – 5% серы в ядре сохранит ядро от затвердевания на протяжении времени жизни Луны (Spohn et al., 2001). Так, для того, чтобы сохранить чистое железо в расплавленном состоянии, необходима температура 1600°C, в то время как точка плавления эвтектического состава Fe-FeS около 1000°C при соответствующем давлении.

Т а б л и ц а 4.3

Геофизические данные Луны

Средняя плотность	3344 кг м ⁻³
Плотность мантии	3269 кг м ⁻³
Плотность ядра	7396 кг м ⁻³
Толщина мантии	1.288×10 ⁶ м
Радиус ядра	350–400 км
Давление в ядре	45 – 50 кбар
Поверхностный тепловой поток	13.1÷16.9 мВт м ⁻²
Температурный градиент для верхней мантии	2° К/км
Температура нижней мантии (855 км)	1200° К
Удельная теплоемкость мантии	1300 Дж кг ⁻¹ К ⁻¹
Тепловая проводимость мантии	4 Вт м ⁻¹ К ⁻¹
Коэффициент теплового расширения	4×10 ⁻⁴ К ⁻¹
Коэффициент вязкости нижней мантии	1.5×10 ⁶ пуаз
Число Релея для ранней тепловой конвекции	(2.4-3.6)× 10 ⁵
Концентрация урана верхней мантии	25,7 ppb
Удельное сопротивление мантии	2×10 ⁶ ом×м
Дипольный магнитный момент	10 ¹³ Гс×м ³

4.3. Структура лунного ядра

Влияние жидкого (расплавленного) ядра уникальным образом влияет на вращение Луны. В частности возникают два момента сил из-за топографического и фазового взаимодействия на границе жидкого ядра – упругая мантия (СМВ). Из-за того, что жидкое ядро может вращаться независимо от твердой мантии, будет наблюдаться дифференциальное вращение с максимальной скоростью ~ 2 см/сек на СМВ, которое приводит к значительной диссипации энергии на границе этих сред. Анализ данных ЛЛЛ указал на 34% вклад этой диссипации в эффект выноса ($0,26''$) оси вращения Луны из плоскости Кассини благодаря жидкому ядру. Учитывая давление (47 кбар) и температуру ($1200\text{--}1400^\circ\text{C}$) в лунном ядре, Yoder (1981) оценил динамическую турбулентную вязкость в расплаве Fe-FeS величиной 10^{-2} Па·сек, аналогично для расплава силикатной магмы $\sim 0,1$ Па·сек. Предполагая кинематическую вязкость в 10^{-6} м²сек⁻¹ для плотности ~ 7 г/см³, ЛЛЛ анализ дает радиус расплавленного железного ядра из интервала 314 – 352 км. Для эвтектической композиции Fe-FeS с плотностью $\sim 5,3$ г/см³ радиус ядра будет 334 – 375 км. Если ядро будет заполнено расплавом из обогащенной железом и титаном силикатной магмы с плотностью $\sim 3,5$ г/см³, то размер ядра возрастет до 363 – 407 км. Если Луна содержит твердое внутреннее железное ядро, покрытое сверху жидким внешним слоем (внешнее ядро), то следует пересчитать радиусы этих ядер с учетом дополнительного взаимодействия на двух границах сложного ядра.

Три моды свободных либраций для модели твердотельной Луны были обнаружены из данных ЛЛЛ (Newhall, Williams, 1997). Особый интерес с точки зрения понимания внутреннего строения Луны вызывает 75-летняя полярная мода (движение полюса Луны), аналогичная чандлеровскому колебанию для Земли (331 день). В силу приливной диссипации энергии в мантии и в жидком ядре эти моды должны затухать за достаточно короткое время в геологическом масштабе, но они обнаружены из наблюдений! Значит, должен существовать механизм поддержания и / или относительно недавнего их возбуждения. Yoder (1981) предположил, что эти моды возбуждаются вихрями в турбулентном слое на СМВ. Как затухание, так и текущее возбуждение этих мод может быть обнаружено из наблюдений ЛЛЛ. Активное

возбуждение может порождать нерегулярность в этих модах, которую планируется обнаружить при дальнейшей ЛЛЛ или прямыми долго-временными наблюдением ФЛЛ с помощью телескопа, установленного на южном полюсе Луны в рамках японского проекта ILOM (2013 г.) (Hanada et al., 2006). Теоретически также предсказываются дополнительные свободные моды для жидкого ядра и сложного ядра – свободная нутация жидкого ядра, движение полюса твердого внутреннего ядра и другие. Отметим важное влияние приливной диссипации в мантии и в ядре на геологические процессы в ранней Луне. Если сейчас эффект выделения тепла в теле Луны за счет приливной диссипации достаточно мал, то этот же эффект за счет амплитудного резонансного усиления в системе Земля – Луна, когда Луна была значительно ближе к Земле (на расстоянии $\sim 34 R_E$), мог существенно определять тепловой баланс Луны наряду с радиоактивными источниками тепла. Кроме того, большое количество тепла должно было генерироваться в жидком ядре Луны в течение перехода между двумя состояниями Кассини. В это время наклон оси вращения Луны вначале увеличился от $\sim 26^\circ$ до 77° , а затем уменьшился до 49° за короткое время $\sim 10^5$ лет (Ward, 1975). Проведенный нами качественный анализ вращения Луны подтверждает этот эффект при некотором выборе параметров динамической системы (Gusev, 1994).

Тепловая модель ядра Луны. Многочисленные модели тепловой эволюции Луны (Sponh et al., 1997, 2001; Stegman et al., 2003) предсказывают, что 4 млрд лет назад температура в центре Луны была между 1280 и 1750°C , остывание было незначительно и сейчас температура лежит в диапазоне от 1000 до 1480°C . При давлении в центре Луны в 47 ГПа температура плавления чистого железа равна $\sim 1690^\circ\text{C}$ и в настоящее время такое ядро должно было кристаллизироваться и стать твердым. Известно, что постепенная кристаллизация ядра может стимулировать механизм генерирования магнитного поля в центре Земли и возможно ранней Луны. Модель твердого ядра Луны не соответствует данным ЛЛЛ. Добавление к железу небольших порций серы S или углерода C (3,5% по весу) приводит к понижению температуры плавления смеси до $\sim 1175^\circ\text{C}$. Аналогичная добавка серы S (25% по весу) также понижает температуру плавления до 950°C . Отсюда делаем вывод, что на протяжении всей истории Луна имела

жидкое (расплавленное) ядро. А значит, долгое время могло генерироваться магнитное поле за счет динамо-механизма.

Динамо-механизм генерации магнитного поля Луны. Интенсивность остаточной намагниченности лунных образцов в точках забора, доставленных на Землю в рамках программ «Аполлон» и «Луна», свидетельствует о напряженности магнитного поля $\sim 100 \mu\text{Тл}$ на поверхности ранней Луны. Если это результат действия динамо-механизма, то при значении радиуса ядра Луны в 400 км на его поверхности должно было генерироваться магнитное поле напряженностью $\sim 10 \text{ мТл}$. В рамках теории динамо-механизма это высокая напряженность магнитного поля, требующая специальных условий для генерации. Реализуются ли они в период 3,9 – 3,1 млрд лет назад в истории Луны – неизвестно. Требуются дополнительные исследования.

Геофизические данные подтверждают, что центральная часть луны расплавлена (возможно, содержит внутреннее твердое железное ядро), имеет высокую электрическую проводимость и плотное эвтектическое ядро. Действительно, знание момента инерции, чисел Лява, параметр добротности Q , физической либрации и магнитно-индуцированного отклика жидкого ядра однозначно предсказывает и свидетельствует о расплавленном ядре эвтектического состава Fe-FeS с радиусом не менее 375 км или больше. Тепловой анализ ядра, показывает, что оно состоит из внутренней твердой железной сердцевины и внешней жидкой эвтектической оболочки. Схематическое представление анализа дано на рис. 1 7. Этот геофизический разрез показывает: 1) латеральные вариации толщины лунной коры, 2) существование сейсмического разрыва на глубине $\sim 600 \text{ км}$, 3) пространственное распределение глубокофокусных очагов лунотрясений, 4) существование области частичного расплава ниже 1000 км, 5) существование внешнего жидкого (до 500 км) и внутреннего твердого ядра (260 км).

Распределение по глубине основных параметров внутреннего строения Луны, представленных в таблице 4.3, изображены на геофизическом разрезе (рис. 1.5 и рис. 1.6). Согласно современным представлениям, Луна состоит из твердой кристаллической коры, толщина которой варьируется в пределах от 60 до 110 км, верхней твёрдой мантии, средней упругой мантии – зоны глубокофокусных лунотря-

сений, вязкоупругой, тёплой нижней мантии и горячего железосерного ядра.

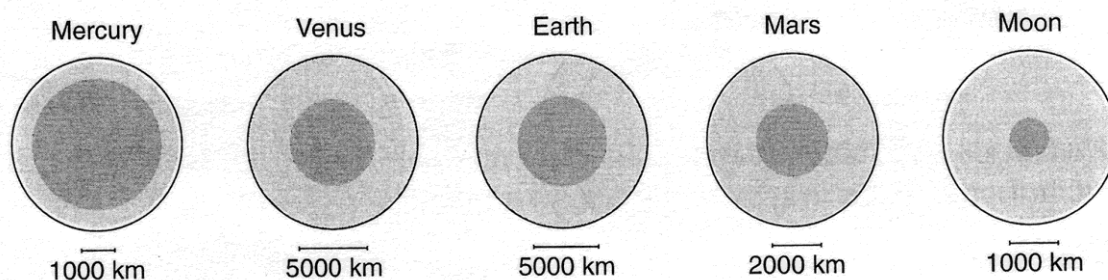


Рис. 4.3. Относительные размеры ядер для планет и Луны

Размеры лунного ядра. Оценки размеров лунного ядра из наблюдений приведены в таблице 4.3 (Gusev et al., 2008). Относительная величина лунного ядра по сравнению с другими планетами представлена на рис. 4.3. Рассмотрим другие аргументы, свидетельствующие о существовании жидкого ядра. Анализ данных с Apollo по измерению магнитной индукции и магнитного дипольного момента Луны дает на верхнем пределе радиус ядра в 400–500 км (Dickey et al., 1994). Недавние измерения индуцированного дипольного момента спутником «Lunar Prospector» (NASA) дали значения радиуса 340 ± 90 км (Lin et al., 1998). Наиболее успешные модели внутреннего строения Луны должны учитывать сейсмические данные, геофизический состав, среднюю плотность и момент инерции.

Если интерпретация задержки прихода Р волн справедлива, то расплавленное ядро с радиусом 170–360 км предполагается. Оценка скорости прохождения Р волн через ядро оказалась ниже, чем ожидалось для железного ядра. Это породило рассмотрение моделей геохимического состава ядра с FeS.

Для того, чтобы объяснить наблюдаемые эффекты во вращении Луны: наличие свободных колебаний в присутствии относительно большой диссипации, необходимо, чтобы ядро было или полностью жидким, или между твердой мантией и твердым внутренним ядром имелась бы жидкая прослойка – внешнее жидкое ядро (Yoder, 1981).

Сейсмические исследования успешно зондировали Луну до глубины в 1000 км (Nakamura, 1983), но зондирование и интерпретация более глубоких слоев пока затруднительно на имеющейся базе сейсмических данных.

Оценки радиуса ядра R_c из различных наблюдений Gusev et al., 2008

Метод наблюдения	Оценка радиуса ядра	Ссылка
Сейсмические данные	≤ 500 км	Dickey et al., 1994
Магнитометрические измерения на поверхности	435 ± 15 км ≤ 400 км	Russel et al., 1981 Nakamura et al., 1982
Магнитометрические измерения Lunar Prospector	250 - 430 км 220 – 450 км	Lin et al., 1999
Интерпретация полярного момента	$320 \left \begin{array}{l} +50 \\ -100 \end{array} \right.$ км - (железное ядро)	Dickey et al., 1994
	$510 \left \begin{array}{l} +80 \\ -180 \end{array} \right.$ км - (железо – сернистое FeS ядро)	Konopliv et al., 1998
ЛЛЛ-анализ диссипации вращения	352 км (железное ядро) 374 км (FeS – ядро)	Williams et al., 2001
Глубина границы ядро-мантия	~ 1400 км	Dickey et al., 1994
Эллиптичность ядра ($a-c$)	~ 140 м	

Обнаружение диссипативных эффектов на четырех вращательных модах докажет существование приливной мантийной диссипации и расплавленного жидкого ядра. LLR данные указывают на существование жидкого ядра и определяют константу связи между ядром и мантией. Так как константа связи зависит от радиуса ядра и состав жидкого ядра определяется через плотность и вязкость, то трудно отдельно измерить разные параметры ядра. В литературе по лунному ядру в основном оперируют жидким ядром, чисто железным, и сплавами на основе железа.

Давление на границе ядро – мантия достигает 50 кбар. Жидкое ядро вероятно содержит серу S и никель Ni вместе с железом Fe. Добавление серы к железу уменьшает плотность и понижает точку плавления этой смеси. Если для чистого железа при 50 кбар плавление происходит при 1660°C , то для эвтектической смеси Fe-FeS точка плавления близка к 1000°C (рис. 4.3) (Spohn et al., 1997, 2001; Kuskov, Kronrod, 1998-2014).

Добавление никеля может еще понизить эвтектическую температуру плавления до $\sim 940^\circ \text{C}$ и плотность смеси увеличить на несколько процентов. Количество серы в ядре и термодинамическое поведение системы Fe-FeS принципиально важно для состояния жидкого ядра; эффект наличия никеля менее драматичен.

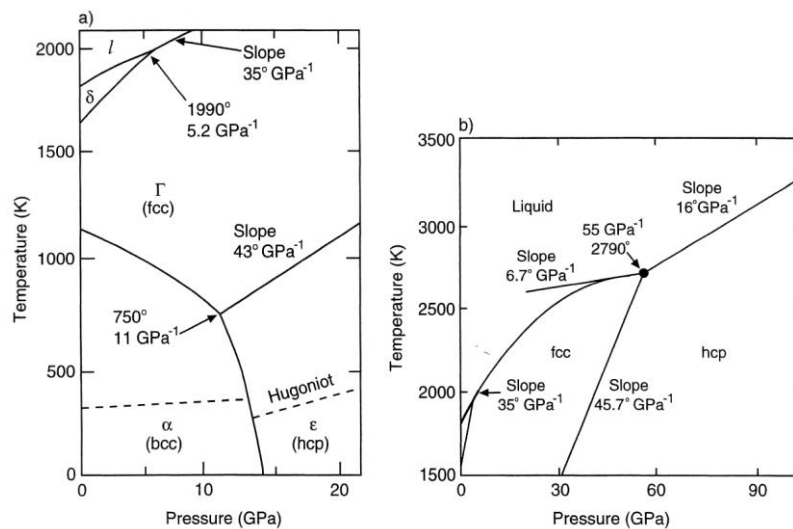


Рис. 4.4. Фазовые диаграммы различных модификаций железа при высоких давлениях и температурах [139,96]

Металлическое ядро заключено в мантии; Stevenson и Yoder (1983) аргументировали, что ядро должно быть насыщено железом в эвтектическом расплаве Fe-FeS с 25% содержанием серы по весу. Охлаждение такого Fe-FeS расплава в жидко-твердой части фазовой диаграммы должно сопровождаться концентрацией Fe в центральной твердой части фазы ядра, а сера будет концентрироваться в жидкой фазе. Для замерзания всей жидкости требуется температура ниже эвтектической температуры. Жидкий внешний слой (внешнее ядро) и твердое внутреннее ядро обладают различными возможностями. Полностью жидкое или твердое ядра – крайние случаи моделирования. Полностью твердое ядро не удовлетворяет наблюдениям, так как, согласно ЛЛЛ анализу, обнаруживается тонкий жидкий слой для объяснения вращательной диссипации Луны. Теория Yoder (1981) предполагает турбулентный слой, толщиной равный горизонтальному движению $R' \cdot \sin I \approx 10$ км. Относительный размер внутреннего и внешнего ядер (предполагается однородность плотности ядра) зависит от начальной пропорции S/Fe и современной температуры ядра.

Для ядра с радиусом 350 км и современной температурой 1400–1700 °С и эволюционным охлаждением на 50 – 150°, Stevenson и Yoder (1983) вычислили пропорциональный состав серы на уровне 0,04 – 0,13 и толщину жидкого слоя 65 – 180 км.

Существуют четыре случая: 1) жидкое железное ядро, 2) тонкий жидкий железный слой поверх твердого железного ядра, 3) жидкое Fe-FeS ядро с эвтектическим составом сплава, 4) тонкий жидкий Fe-FeS эвтектический слой поверх твердого железного ядра. Предполагается, что плотность жидкого железа – 7,0 грамм·см⁻³, твердого железа – 7,7 грамм·см⁻³ и Fe-FeS эвтектический состав с плотностью 5,3 грамм·см⁻³. Жидкий слой тоньше 10 км вызывает проблемы. Если существует твердое внутреннее ядро, то жидкое внешнее ядро имеет две поверхности

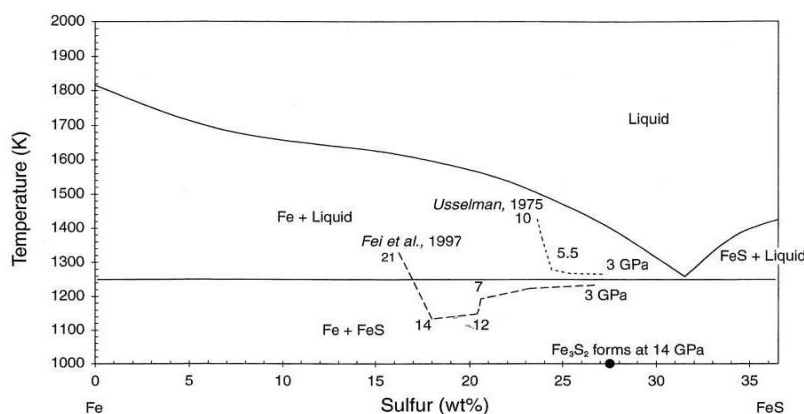


Рис. 4.5. Фазовые диаграммы бинарной системы Fe-S при давлении 1 бар (Boehler, 1996) и для Fe₃S₂ (жирная точка) при давлении 14 GPa (Fei, 2005)

для диссипации (и два значения для k) и это может вызывать переоценку радиусов ядер. Внутреннее ядро может иметь свое собственное вращение, увеличивая сложность динамики трех подсистем.

Летучие элементы ожидаются в компании с железом в ядре Луны. Эти элементы обеднены

в лунных образцах как при сравнении с примитивными метеоритами, так и с составом мантии Земли. Было найдено, что распространенность этих элементов согласуется с 5% металлическим ядром, если Луна образовалась из хондритного материала. Если геохимический состав Луны напоминает материал мантии Земли, тогда ядро Луны составляет 1,2% массы всей Луны только. При изучении образования ядра было получено наилучшее согласование со всеми данными в модели с летучими элементами для 5% лунного ядра, но допускается и 1% ядро. Молярное содержание серы (рис. 4.5) лежит в интервале 0,15 – 0,20 частей соответственно. Большое лунное ядро ($R > 400$ км) не удовлетворяет LLR данным.

Тепловые модели Луны проявляют большое разнообразие. Toksoz (1978) демонстрирует высокие температуры в центре ($1000 - 1600^{\circ}\text{C}$) Луны и если существует ядро, то оно должно быть жидким. Stevenson et al. (1983) показывают большой температурный градиент в верхних слоях литосферы (290 км), в то время как глубокая конвективная зона изотермальна. За время эволюции Луны центральная температура уменьшилась на 150°C . Konrad и Sponh (1997) и Spohn et al. (2001) стартуют с горячего состояния Луны с жидким ядром. Охлаждение верхней мантии приводит к образованию литосферы, в то время как глубокие зоны остаются теплыми и горячими. Ядро остается расплавленным до настоящего времени, если содержание серы не менее 8% по весу.

Многочисленные древние лунные горные образцы возрастом от 3,1 до 4,0 млрд лет назад показывают остаточную намагниченность. Особенно сильная намагниченность наблюдается в интервале от 3,6 до 3,9 млрд лет назад. Одной из возможных интерпретаций этого явления является следующая модель: ранняя Луна имела жидкое ядро с динамо-механизмом для генерации магнитного поля, которое функционировало недолгое время. Тепловые модели, которые стартуют с холодного состояния, не успевают прогреть центральную часть, расплавить ядро и «запустить» раннюю динамо-машину. Источники поддержания динамо механизма остаются неясными. Динамо прекращает работу, если ядро затвердевает или конвекция в ядре затухает. Stevenson (1983) предложил модель асимметричного образования ядра с временным динамо-механизмом. Отсутствие глобального магнитного поля в настоящее время не исключает частично и полного расплавленного ядра в настоящее время или в прошлом. Возможна также генерация только тороидальной составляющей магнитного поля в настоящее время (Gusev et al., 2004).

В японских экспериментах SELENE-2 и ILOM, направленных непосредственно на детальное изучение гравитационного поля, фигуры и внутреннего строения Луны (Kawano et al., 2003) открываются большие перспективы для исследования динамических и структурных параметров Луны. Эту задачу обеспечат сейсмическое зондирование с посадочных модулей проекта ILOM, VLBI- и LLR-измерения в проекте SELENE-2. Значительных результатов можно ожидать от непосредственных наблюдений физической либрации с помощью те-

лескопа, установка которого планируется на полюсе Луны в 2019 годах (программа ILOM – вторая часть миссии SELENE-2). Этот телескоп с фокусным расстоянием 2 м, оборудованный ПЗС-матрицей 4000×4000 и линзой диаметром 10 см, позволит осуществлять определение положения звезд с точностью до одной миллисекунды. В результате японских экспериментов будет получена возможность оценить радиус R_c и плотность ядра, скачок плотности на СМВ, а также ее эллиптичность, будут получены параметры свободной либрации и дифференциального вращения ядра и мантии.

4.4. Прецессия и параметр связи системы «ядро – нижняя мантия»

Экватор наблюдаемой твердой Луны наклонен на $1,54^\circ$ к плоскости эклиптики, он прецессирует обратным движением с периодом 18,6 лет. Мы можем предположить, что лунное ядро может проявлять аналогичную прецессию. Наклон оси вращения ядра неизвестен. Goldreich (1967) рассмотрел вязкие, турбулентные и топографические эффекты ядра и сделал вывод, что в силу слабой связи ядра с мантией направления осей вращения жидкого ядра и твердой мантии могут не совпадать. Поэтому экватор ядра, вероятно, близок к плоскости эклиптики, но должен проявлять некоторое прецессионно индуцированное движение. Для вычисления прецессии ядра и мантии выбирается система координат, вращающаяся со скоростью узла с периодом 18,6 лет.

Для записи гравитационного момента T_g мантии в системе координат хуэ используем аналитические выражения для U_{ij} . Если ядро сильно связано с мантией, то направление его спина близко к оси вращения мантии. Для слабой связи ось вращения ядра близка к нормали плоскости эклиптики. Степень связи зависит от динамики жидкости. Были исследованы две возможности: ламинарный и турбулентный поток жидкости. В обоих случаях степень связи является функцией радиуса ядра R' , плотности жидкости ρ' и кинематической вязкости ν . На основании теоретического моделирования и сравнения его с наблюдаемым выносом полюса был сделан вывод о турбулентном характере диссипации на границе ядро – мантия (СМВ) (Yoder, 1981).

Динамика ядра зависит от отношения его степени связи с мантией и момента инерции ядра – параметр K/C' . На основе расчетов турбулентной диссипации при соответствующих параметрах ядра наклон оси вращения ядра к эклиптике получился равным $2'$, что значительно меньше, чем наклон оси вращения мантии в $93'$. Экватор ядра пересекает эклиптику под углом 89° впереди пересечения экватора мантии с эклиптикой. Ядро изменяет мантийный наклон на $0,006''$, который может быть скомпенсирован изменением параметра β и других параметров (Williams, Dickey, 2003).

4.5. Динамика ядра, свободные моды и затухание

Момент сил, создаваемый на Луне гравитационными моментами Земли и Солнца, вызывает вынужденную либрацию и вызывают мантийные свободные либрации, которые осциллируют около вынужденного состояния равновесия. Диссипативное взаимодействие на границе ядро – мантия вызывает медленное затухание трех периодических свободных либраций. Этому способствует и приливная диссипация. Более того, ядро способно к собственным вращательным движениям, поэтому существуют еще дополнительные свободные моды вращения. Это затухающие моды. Время затухания, вызванное взаимодействием с ядром, больше $8,1 \cdot 10^4$ лет.

В предельном случае время затухания $\geq 3,7 \cdot 10^7$ лет. Ядро более эффективно, чем приливы, вызывает затухание свободной прецессии. Для других двух мод затухание определяется взаимодействием СМВ-диссипации и приливной диссипации. Затухание свободных либраций ядра происходит быстрее по сравнению с затуханием либраций мантии. Затухание трех свободных мод либраций мантии является медленным, но обнаружение ее из наблюдений является важным для определения параметра связи ядра с мантией K/C' .

В принципе, затухающие моды ядра имеют малое влияние на мантию, и поэтому, при наблюдениях могут быть использованы для определения K/C' ядра. Ожидаемое отношение амплитуд мантия / ядро будет очень мало, и короткое время затухания (140 лет для турбулентной связи) делает эти эффекты более короткими, чем мантийные моды. Для того чтобы эти эффекты можно было наблюдать при изучении мантийного вращения, моды ядра должны были испытывать сильную стимуляцию в недавнем прошлом.

4.6. Упругое тело мантии и диссипации Луны: приложения и сравнения

Твердотельные приливные эффекты диссипации обнаруживаются на четырех вращательных частотах. По аналогии с Землей полезно провести геофизическую интерпретацию приливного значения Q . Общий отклик Земли (твердое тело + океаны) может наблюдаться на нескольких периодах: суточные и полусуточные через приливные эффекты, месячные и полумесячные через зональные приливы вращающейся Земли, и 14-тимесячные через чандлеровы колебания. В силу сильного влияния океанов трудно выделить из общего эффекта твердотельные приливы. Для твердотельных полусуточных приливов было найдено $Q = 370$. Неупругая теория мантии Земли предпочитает в законе зависимости Q от частоты положительный показатель степени $w = 0,09$. Если использовать это значение, то приливное значение Q должно быть 260 для месячных приливов и 205 для годовых приливов. Для нижней мантии значения Q более модельно зависимое. Для лунных месячных приливов $Q = 37$ оказалось неожиданно низким по сравнению с земным значением. Существует меньший контраст для годового периода, если учесть доверительный интервал ошибок. Лунное значение $w = -0,19 \pm 0,13$ для показателя степени слабо зависит от частоты, но имеет противоположный знак, чем у земного значения!

Теории вязко-упругости (реология) широко используется при рассмотрении диссипации на разных временных шкалах. Когда $1/Q$ мало, то реология Максвелла дает Q , которое приблизительно пропорционально частоте ($w = 1$), в то же время, реология Кельвина – Фогта предлагает закон для Q , обратно пропорциональный по частоте ($w = -1$). Данные LLR с $w = -0,19 \pm 0,13$ не согласуется с обеими реологиями. Третья модель (Ross and Schubert, 1986) имеет два подходящих параметра и имеет ограниченную применимость на разных диапазонах частот. Известны лунные сейсмические определения локальных значений Q с глубиной в диапазонах 1 и 8 Гц (Nakamura, 1983). Сейсмические данные по P и S волнам показывают $Q > 1000$ для верхних зон, много больших, чем для Земли, и, возможно, связанное с дегидрадацией лунных пород, с дальнейшим уменьшением

Q с глубиной. Nakamura and Koyama (1983) нашли, что для S волны Q увеличивается с частотой в окрестности 5 Гц. Goins et al (1981) указал на зону ослабления сейсмических волн, лежащую ниже 1100 км: $Q < 500$, а Nakamura говорит о $Q < 100$ для S волн. Выше зоны ослабления лежит область (глубина = 700 – 1100 км) источников глубоких лунных трясений. Сопоставление двух зон лунотрясения указывает, что резкие изменения в реологических свойствах вызваны напряжениями. Глубокие лунотрясения имеют месячный период и вызываются приливами как триггерном механизмом. Для всех решений secularное ускорение за счет приливов от Земли на Луне и плюс взаимодействие ядра с мантией равно $\Delta \dot{n} = -25,9'' \text{ столетие}^{-2}$, и изменение большей полуоси равно $\Delta \dot{a} = 38,2 \text{ мм} \cdot \text{год}^{-1}$. Для лунного $Q = 37 \pm 5$ приливы вызывают изменения $0,29 \pm 0,04'' \text{ столетие}^{-2}$ и $-0,43 \pm 0,06 \text{ мм} \cdot \text{год}^{-1}$, соответственно, в то время как ядро-мантийное взаимодействие дает только $0,013 \pm 0,003'' \text{ столетие}^{-2}$ и $-0,019 \pm 0,005 \text{ мм} \cdot \text{год}^{-1}$. Скорости переноса энергии в тело Луны от изменения орбиты Луна равны: $(4,3 \pm 0,6) \cdot 10^{23} \text{ эрг год}^{-1}$ для приливов и $(1,9 \pm 0,5) \cdot 10^{22} \text{ эрг год}^{-1}$ для ядро-мантийного взаимодействия.

Скорость диссипации, выраженная через постоянный поток тепла через лунную поверхность равна $3,8 \text{ нановатт} \cdot \text{см}^{-2}$, что существенно меньше, чем поток тепла от радиогенных элементов в коре и общего охлаждения мантии и ядра: в 480 раз меньше, чем $1,8 \text{ микроватт} \cdot \text{см}^{-2}$ и меньше в 320 раз, чем $1,2 \text{ микроватт} \cdot \text{см}^{-2}$ соответственно. В соответствии с ранними публикациями можно сделать вывод, что в современных представлениях о Луне приливное тепло менее важно, чем тепло от радиогенных источников тепла. Goins et al. (1981) оценил количество энергии, реализующейся при лунотрясениях, на уровне $8 \cdot 10^{13} \text{ эрг} \cdot \text{год}^{-1}$. Также приемлемо утверждение, что приливная энергия в мантии обеспечивает эти лунотрясения. Приливная энергия на 10 порядков больше по величине, чем энергия лунотрясения. Средняя энергия диссипации в слое толщиной 2 км сравнима с энергией лунотрясения. Для поверхностных лунотрясений Goins et al (1981) оценил уровень энергии в $2 \cdot 10^{17} \text{ эрг год}^{-1}$, но не существует убедительных аргументов об источнике этой энергии. В дополнение к общей приливной диссипации, 4% общей энергии генерируется в тонком пограничном слое (грубо $\sim 10 \text{ км}$ толщиной, согласно теории Yoder (1981), на границе ядро – мантия).

Рассмотрим зону высокой приливной диссипации. Так как радиоактивные минералы мигрируют к поверхности, то с глубиной возрастает роль приливной диссипации по отношению к радиоактивному источнику. В зону затухания сейсмических волн от 350 до 640 км содержится 4,2% лунного объема. Эта зона может быть камерой накопления для сейсмической энергии, поэтому возможно, что значительная порция приливной энергии сохраняется в небольшом объеме чуть выше границы ядра. Если большая часть энергии накапливается в переходной зоне над ядром, то стационарный поток тепла от приливной и турбулентной диссипации должен увеличивать температуру $\sim 32^\circ\text{C}$ на верхней границы переходной зоны при однородной проводимости в $3,5 \text{ w} \cdot \text{m}^{-1} \text{ C}^{-1}$.

История образования лунного ядра неизвестна. Ядро образуется в период образования Луны или позднее (дифференциация ядра). Другая возможность: малое ядро появляется до спин-перехода и дополнительное прогревание на границе ядро – мантия увеличивает плавление и размер лунного ядра. Еще одна возможность: это комбинация нагрева при аккреции от радиоактивного распада и приливов генерирует жидкое ядро или слой до момента окончания спин-перехода с большим наклоном орбиты. При этом турбулентная диссипация начинается при большом экваториальном наклоне, так что энергия сохраняется в относительно малом объеме и может в дальнейшем вызывать плавление ядра и мантии, конвекцию жидкого ядра и генерацию магнитного поля через динамо-механизм. Плохо известная спин-орбитальная эволюция ранней Луны делает оценки турбулентной энергии в центральной части Луны достаточно неопределенными. Возможные верхние оценки плотности энергии предсказывают драматические тепловые катаклизмы для лунного ядра и мантии.

Если сильная остаточная намагниченность лунных пород соответствует времени спин-орбитального резонанса, то задержка в 500 млн лет согласуется со стандартным сценарием приливной эволюции системы Земля – Луна. В настоящее время на Земле приливная диссипация на 97% сконцентрирована в океанах. На ранней Земле конфигурация океанов была иной. В эпоху тяжелой бомбардировки Земли роением планетозималей наблюдалось как испарение, так и образование атмосферы и океанов. Для сравнения бомбардировка Луны наблюдалась между 3,8 и 3,9 млрд лет назад; более ранние кратеры были или раз-

рушены, или не были замечены лунными миссиями. Ранняя Земля нагревалась при бомбардировке и образовании ядра. Galer (1991) сделал вывод о том, что теплая мантия должна была предотвращать значительные континентальные материки, образующиеся из поднимающегося вещества, как это наблюдается и в настоящее время.

В ранней Луне должно было наблюдаться плавление ядра и кристаллизация верхней мантии при приливной диссипации и турбулентной диссипации ядра. Стартуя с тепловой модели с температурой ядра выше на $100 - 200^{\circ}\text{C}$, чем температура мантии, Konrad and Spohn (1997) и Spohn et al. (2001) нашли, что в ранней Луне наблюдается конвекция в вязко-упругой мантии. При этом генерируются восходящие мантийные плюмы, которые вызывают частичные плавления в верхней мантии. Это плавление может проявляться в виде раннего лунного вулканизма. Результаты этих двух статей также корректны, если изначальный разогрев ядра заменить на турбулентный нагрев на границе ядро – мантия. Petrova and Gusev (1999) предложили, что турбулентная диссипация может также вызывать плюмы. Konrad and Spohn (1997, 2001) нашли конвекцию в раннем лунном жидком ядре. Конечно, остается много неясностей. Неизвестно, когда ядро стало расплавленным. Около резонансного перехода лунные приливы и диссипация ядра вызывают большие изменения наклона орбиты, поэтому большой наклон орбиты возможен до перехода, а это в свою очередь увеличивает приливную и турбулентную энергию в теле Луны. Если современное низкое значение Q связано с частичным плавлением в переходной зоне, расположенной выше границы ядро – мантия, то Q для ранней Луны может сильно отличаться до стадии прогрева или образования ядра.

LLR данные указывают на современную скорость изменения эксцентриситета порядка $2,0 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$, а теория предсказывает от $0,7 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$ до $1,0 \cdot 10^{-11} \text{ год}^{-1}$ с учетом диссипации Луны, исключаящий 40–50% эффект от Земли. Это серьезное расхождение для теории! Высокое значение эксцентриситета в прошлом должно увеличить диссипацию на Луне. Goldreich (1967) указал, что диссипация на Луне может изменить знак скорости изменения эксцентриситета. Недавние исследования Touma and Wisdom (1993, 1994) рассмотрели эволюцию для различных значений лунной диссипации, но изменение ориентации во время спин-перехода не моделировалось.

Приливная эволюция обзревается в работе Пила (1999). На лунной поверхности приливное смещение от больших месячных членов $\sim 0,1$ м. Следовательно, значение $Q = 37.5$ соответствует смещению в несколько мм для сдвинутой по фазе компоненте. Приливное смещение детектируется сегодня (h_2 в табл. 2), но требуется улучшение точности. Для однородного упругого тела число Лява $l_2 \approx 0,3 h_2$.

Для свободной либрации по долготе время затухания равно $2,7 \cdot 10^4$ года. Большая часть затухания связана с приливами. Время затухания колебания полюса равно $2,0 \cdot 10^6$ года, и также доминирует приливная диссипация мантии. Прецессионно-нутационная мода имеет время затухания $1,65 \cdot 10^8$ лет, где диссипация в ядре дает 70%, а приливная диссипация составляет 30% общего баланса. Энергия в каждой моде свободной либрации пропорциональна квадрату амплитуды (Williams, Dickey, 2003). Свободная либрация по долготе имеет энергию $9,6 \cdot 10^{16}$ эрг и диссипирует со скоростью $7 \cdot 10^{12}$ эрг год⁻¹. Для двух мод по широте энергия не постоянна за полный цикл, поэтому расчеты производятся для средних значений: для колебания полюса она равна $2,9 \cdot 10^{21}$ эрг, а потери энергии идут со скоростью $3 \cdot 10^{15}$ эрг год⁻¹. Для малой прецессионно-нутационной моды средняя энергия равна $3 \cdot 10^{13}$ эрг, а потери равны $2 \cdot 10^8$ эрг год⁻¹.

Выводы

Геофизические данные подтверждают, что центральная часть луны расплавлена (возможно, содержит внутреннее твердое железное ядро), имеет высокую электрическую проводимость и плотное эвтектическое ядро. Действительно, знание момента инерции, чисел Лява, параметра добротности Q , физической либрации и магнитно-индуцированного отклика жидкого ядра однозначно предсказывает и свидетельствует о расплавленном ядре эвтектического состава Fe-FeS с радиусом не менее 375 км или больше. Тепловой анализ ядра показывает, что оно состоит из внутренней твердой железной сердцевины и внешней жидкой эвтектической оболочки. Схематическое представление анализа дано на рис. 1.7.

ГЛАВА 5. ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ И ДИНАМИЧЕСКАЯ ФИГУРА МНОГОСЛОЙНОЙ ЛУНЫ

Одной из основных задач селенодезии является изучение *динамической фигуры* Луны, определяющей распределение массы в теле Луны (Rizvanov, Gusev, Petrova, 1999; Гусев, Петрова, 2008). В первом приближении динамическую фигуру определяет эллипсоид инерции, который задается значениями главных моментов инерции Луны A , B , C и их ориентацией в пространстве. Более сложную структуру распределения масс в теле Луны можно выяснить путем определения так называемых коэффициентов Стокса высокого порядка, которые задают разложение гравитационного потенциала тела в ряд Лапласа.

5.1. Разложение гравитационного потенциала по сферическим функциям

Потенциал сил, действующих на любую точку внутри Луны, является суммой потенциалов трех сил: 1) силы тяготения самой Луны как гравитирующего тела; 2) центробежной силы, возникающей за счет ее вращения; 3) силы притяжения со стороны Земли и Солнца. Две последние силы малы по сравнению с первой, и их влияние на фигуру и вращение Луны будет рассмотрено позднее. Здесь мы рассмотрим разложение потенциала тяготения Луны в ряд по сферическим функциям. Такое разложение корректно по отношению к любому гравитирующему телу, и с его помощью можно определить структуру гравитационного поля тела, расщепив его на компоненты различных масштабов и выявив наиболее характерные черты.

Внешний потенциал несферического тела на широте ϕ , долготе λ и расстоянии r ($\phi, \lambda > R_{\oplus}$) может быть представлен в виде ряда по присоединенным полиномам Лежандра, $P_{nj}(\sin \phi)$,

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n,j=0}^{n=\infty} \left(\frac{R_e}{r} \right)^n (C_{nj} \cos \lambda + S_{nj} \sin \lambda) P_{nj} \quad j < n. \quad (5.1)$$

Зональные члены полинома Лежандра $P_{n0}(x)$ для $n < 7$ представлены

$$\begin{aligned} P_{00} &= 1 \\ P_{10} &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{20} &= (3x^2 - 1)/2 \\
P_{30} &= (5x^3 - 3x)/2 \\
P_{40} &= (34x^4 - 30x^2 + 3)/8.
\end{aligned}
\tag{5.2}$$

Высокого порядка зональные члены могут быть получены из формулы

$$P_{n0} = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \tag{5.3}$$

или с помощью рекуррентного соотношения

$$(n+1)P_{n+1,0} = (2n+1)xP_{n,0} - nP_{n-1,0}. \tag{5.4}$$

Тессеральные ($j < n$) и секториальные ($j = n$) гармоники могут быть выведены также из соотношения

$$P_{nj} = \cos^j \phi \frac{d^j}{dx^j} P_{n0}. \tag{5.5}$$

Следовательно, $P_{11} = \cos \phi$, $P_{21} = 3 \sin \phi \cos \phi$, $P_{22} = 3 \cos^2 \phi$ и т.д.

Правило Каула: оценка разложения гравитационного потенциала

Спектр мощности гравитационного поля σ для многих твердых планетных тел и Луны подчиняется правилу Каула

$$\sigma_g = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=0}^n (\bar{C}_{nj}^2 + \bar{S}_{nj}^2) \cong (2n+1) \frac{u^2}{n^q}, \tag{5.6}$$

где u – некоторая константа и q примерно равно 4.

Безразмерные коэффициенты гравитационного поля C_{nj} и S_{nj} порядка n и степени j связаны со следующими интегралами по трехмерному объему

$$(C_{nj} : S_{nj}) = \frac{(2 - \delta_{j0})(n-j)!}{MR_e^n (n+j)!} \times \int dV \rho(\mathbf{r}) r^n P_{nj}(\sin \phi') (\cos j\lambda' : \sin j\lambda'). \tag{5.7}$$

Выясним физический смысл коэффициентов C_{nj} . Стандартное соглашение по представлению зональных коэффициентов есть $J_n = C_{n0}$. Так как $P_{00} = 1$, то при индексе $n=0$ имеем

$$J_0 = C_{00} = \int_V \rho(r) dV = M, \text{ т.е. } J_0 - \text{является массой тела.}$$

Учитывая свойства функций P_{nj} из (2.47), получим наиболее интересные и полезные выражения коэффициентов для $n=1$:

$$J_1 = C_{10} = \int_V \rho z dV = Mz_0, C_{11} = Mx_0, S_{11} = My_0, \tag{5.8}$$

где x_0, y_0, z_0 – координаты центра масс тела. В дальнейшем считается, что эти коэффициенты равны нулю за счет выбора начала координат в центре масс тела.

В случае $n = 2$ получаем связь J_2, C_{22} коэффициентов с моментами инерции A, B, C относительно осей x, y, z :

$$J_2 = C_{20} = 1/2 (A + B - 2C), C_{22} = 1/4 (B - A), \quad (5.9)$$

где

$$A = \int_V \rho(y^2 + z^2) dV, B = \int_V \rho(x^2 + z^2) dV, C = \int_V \rho(x^2 + y^2) dV. \quad (5.10)$$

Часто выбирают систему координат таким образом, чтобы центробежные моменты $J_{21} = S_{12} = S_{22} = 0$. В такой системе координат моменты инерции (5.10) называются главными моментами, а соответствующие оси координат – осями главных моментов инерции.

Нормализованные гармонические коэффициенты разложения гравитационного поля второго порядка связаны с моментами инерции I_{ij} ($i, j = 1-3$ относительно координатных осей $\{x, y, z\}$, соответственно

$$MR_e^2 C_{20} = -\left(C - \frac{1}{2}(B + A)\right) \quad MR_e^2 C_{21} = -I_{13} \quad (5.11)$$

$$MR_e^2 S_{21} = -I_{23} \quad MR_e^2 C_{22} = \frac{1}{4}(B - A), \quad (5.12)$$

где $C = I_{33}, B = I_{22}, A = I_{11}$ – принципиальные моменты инерции относительно осей z, y, x . Выбор для R_e достаточно произволен, хотя часто выбирается в качестве такового экваториальный радиус. Момент инерции однородной сферы равен $2/5 MR^2$. Для трехосного эллипсоида с полуосями a, b, c главным моментом инерции $I = (A+B+C)/3$; $R_0^2 = (a^2 + b^2 + c^2)/3$ является подходящим выбором:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1 \quad (5.13)$$

Гармонические коэффициенты и главные (принципиальные) моменты инерции для однородного трехосного эллипсоида с полуосями $a > b > c$ связаны соотношениями:

$$C_{20} = \frac{1}{5R_o^2} \left(c^2 - \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \right); \quad (5.14)$$

$$C_{22} = \frac{1}{20R_o^2} (b^2 - a^2); \quad (5.15)$$

$$C_{40} = \frac{15}{7} C_{20}^2; \quad (5.16)$$

$$C_{42} = \frac{15}{14} C_{20} C_{22}; \quad (5.17)$$

$$C_{44} = \frac{15}{49} C_{20} C_{22}; \quad (5.18)$$

$$C = \frac{1}{5} (a^2 + b^2) M = I - \frac{2}{3} M R_0^2 C_{20}. \quad (5.19)$$

При построении теории физической либрации Луны точность разложения гравитационного поля существенно сказывается на ее результатах. Так учет гармоник с порядками выше второго привёл к появлению больших непериодических членов в решении уравнений ФЛЛ, что принципиально поменяло наши представления об ориентировке лунного эллипсоида инерции (Хабибуллин, 1988). Согласно современным теориям ФЛЛ, ось главного момента инерции А не совпадает со средним направлением на Землю, а имеет постоянный сдвиг относительно него на некоторый угол величиной в 3,5 минуты по долготе и порядка 1,5 минут – по широте.

5.2. Определение селенопотенциала по данным слежения за ИСЛ

Непосредственно из наблюдений главные моменты инерции А, В, С не определяются, а находятся лишь их комбинации. Из анализа слежения за эволюцией траекторий искусственных спутников Луны (ИСЛ) удастся определить коэффициенты разложения гравитационного потенциала по сферическим гармоникам – коэффициенты Стокса. Из лазерной локации уголкового отражателя и либрационных измерений определяют безразмерные моменты инерции β и γ . Результаты совместной обработки данных слежения за ИСЛ и долговременной лазерной локации приведены в таблице 5.1. В ней представлены нормализованные моменты инерции, коэффициенты Стокса и динамические сжатия для второй гармоники селенопотенциала, коэффициенты Лява и параметры диссипации (Konopliv et al., 2001, Williams et al., 2001 – 2012). В таблице 5.2 представлены поправки к моментам инерции и коэффициентам Стокса, учитывающие различные эффекты: приливы от Земли и Солнца, тип фигуры вращения. Новые и наиболее перспективные возможности в изучении гравитационного

поля и фигуры Луны открываются при использовании в этих целях искусственных спутников Луны (ИСЛ). Обработка данных по отслеживанию траекторий ИСЛ «Луна–10», «Аполло», «Клементина», «Лунар Проспектор» позволила найти коэффициенты в разложении гравитационного поля Луны до 165 порядка с высокой степенью точности и построить полную карту гравитационных аномалий Луны (рис. 5.1).

Т а б л и ц а 5.1

Параметры, полученные из ЛЛЛ- анализа
и из данных Clementine, LP, GRAIL (Konopliv, 2001, 2013)

Нормализованный момент инерции C/MR^2	0.3932 ± 0.0002
Нормализованный средний момент инерции I/MR^2	0.3931 ± 0.0002
Коэффициенты Стокса	
J_2	$(203.428 \pm 0.09) \times 10^{-6}$
C_{22}	$(22.395 \pm 0.015) \times 10^{-6}$
Динамические сжатия	
$\beta \times 10^4$	6.31486 ± 0.0009
$\gamma \times 10^4$	2.27871 ± 0.0003
Числа Лява	
k_2	0.0257 ± 0.0025
h_2	$0,0397 \pm 0.010$
l_2	$0,0106 \pm 0.010$
Параметры диссипации	
Q	26.5 ± 1.0
k_2/Q	$(11.36 \pm 0.16) \times 10^{-4}$
Q (месяц)	37 (-4,+6)
Q (год)	60 (-15, +30)

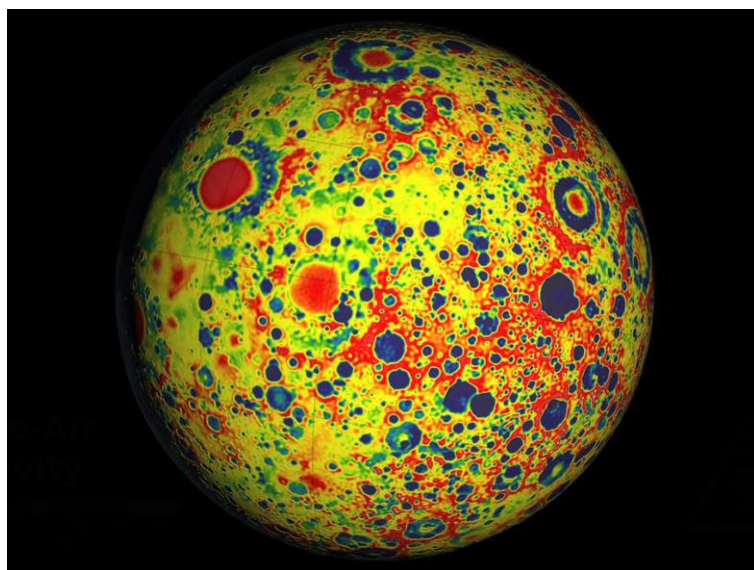
По этим данным видно, что характерной особенностью гравитационного поля Луны является то, что гармоники третьего и даже четвертого порядков сравнимы с гармониками второго порядка, кроме члена J_2 . Отличие от нуля коэффициентов C_{nm} с нечетными m и S_{nm} с четными m говорит о том, что гравитационное поле на видимой и обратной сторонах Луны несимметрично.

Т а б л и ц а 5.2

Средние значения деформаций моментов и коэффициентов Стокса от различных типов возмущений (Williams, 2001)

Параметр	Твёрдое тело	Приливы от Земли	Приливы от Солнца	Сплюснутое вращение	Сферическое вращение
I_{11}/mR^2	A/mR^2	-4.935×10^{-6}	-7×10^{-9}	-0.843×10^{-6}	2.529×10^{-6}
I_{22}/mR^2	B/mR^2	2.469×10^{-6}	-7×10^{-9}	-0.843×10^{-6}	2.529×10^{-6}
I_{33}/mR^2	C/mR^2	2.466×10^{-6}	1.4×10^{-8}	1.686×10^{-6}	2.529×10^{-6}
I_{12}/mR^2	0	2.3×10^{-9}	0	0	0
I_{13}/mR^2	0	-2.8×10^{-9}	0	0	0
I_{23}/mR^2	0	0	0	0	0
J_2	J_2 твёрд.	3.698×10^{-6}	2.1×10^{-8}	2.529×10^{-6}	0
C_{21}	0	2.8×10^{-9}	0	0	0
S_{21}	0	0	0	0	0
C_{22}	C_{22} твёрд.	1.851×10^{-6}	0	0	0
S_{22}	0	-1.2×10^{-9}	0	0	0

Рис. 5.1. Карта гравитационных аномалий GRAIL (2012)



Общий вывод: истинная фигура Луны гораздо сложнее трехосного эллипсоида по результатам последних данных на 2012 г. (GRAIL, NASA).

5.3. Отклонение фигуры Луны от гидростатического равновесия

Величина $(C-A)/C$, полученная из наблюдений над движением узла и перигея лунной орбиты, оказалась равной $6,29 \cdot 10^{-4}$, что в 17 раз превосходит соответствующее гидростатическое значение. Пусть a_1 , a_2 , a_3 – расстояния от центра Луны до ее поверхности соответственно в направлениях x , y , z . По данным наблюдений a_1 –

$a_3 = 1,09$ км; $a_2 - a_3 = 0,83$ км. Таким образом, фигуру Луны можно представить как сфероид с разностью полуосей порядка 830 м, на который накладывается вытянутость в сторону Земли примерно на 300 м. Следует заметить, что описанная поверхность не совпадает с истинной лунной поверхностью, а только иллюстрирует неравновесные значения $\frac{C-A}{C} = 6,29 \cdot 10^{-4}$ и $f = \frac{B(C-B)}{A(C-B)} \approx \frac{C-B}{C-A} = 0,76$. Моменты инерции твердого тела A, B, C используются для определения $\alpha = (C-B)/A$, $\beta = (C-A)/B$, $\gamma = (B-A)/C$. Если считать гармонику J_2 независимым параметром, тогда имеем

$$C_{22 \text{ rigid}} = \frac{J_{22 \text{ rigid}} \gamma (1 + \beta)}{2(2\beta - \gamma + \beta\gamma)}; \quad (5.20)$$

$$\frac{C}{Mr^2} = \frac{4C_{22 \text{ rigid}}}{\gamma}. \quad (5.21)$$

В таблице 5.2 представлены также численные значения для недиагональных членов гравитационного поля для модели твердой Луны, которые используются при численном интегрировании и аналитических интерпретациях.

Оценки показывают, что J_2 в 22 раза больше, β – в 17 раз больше, γ и C_{22} – в 8 раз больше значений, соответствующих случаю, если бы Луна находилась в гидростатическом равновесии на современном расстоянии от Земли и Солнца. Современная Луна не находится в равновесии и испытывает колоссальные упругие напряжения в коре и мантии. Современная фигура Луны оказалась «замороженной» в ранние времена, когда Луна была существенно ближе к Земле (Lambeck, 1988). Факторы превышения от 8 до 22 раз в параметрах либрации динамической фигуры соответствуют «замораживанию» фигуры Луны на расстояниях от 0,5 до 0,36 от современного расстояния между Землей и Луной.

5.4. Масконы – положительные гравитационные аномалии

Масконы, пекулярные положительные гравитационные аномалии интерпретируются как комбинированный эффект от регионального поднятия коры и верхней мантии под заполненными лавой кратерами и / или более поздними отложениями (лава) морских базальтов на толстой и жесткой литосфере. Масконы также найдены на Марсе (Konopliv, 2007). Современная модель лунного гравитационно-

го поля (Konopliv et al., 1998, 2001) включает результаты высокоточного слежения за спутником Lunar Prospector (1999), включая фазы полета над лунной поверхностью до 10 км.

В то время как гравитационное поле видимой стороны Луны определяется с хорошей точностью до ~ 30 мГал, на обратной стороне поле определяется с большими ошибками до ~ 200 мГал. За счет этих неточностей глобальная гравитационная модель раскладывается по сферическим гармоникам только до 15 порядка с удовлетворительной точностью.

Последняя JPL-гравитационная модель (GRAIL, Zuber et al., 2012) представляется разложением гравитационного потенциала до 600 порядка и обладает эффективным пространственным разрешением ~ 16 км с учетом высокоточной топографии Луны, полученной после миссии Кагуя (Araki et al., 2009) (рис. 5.2).

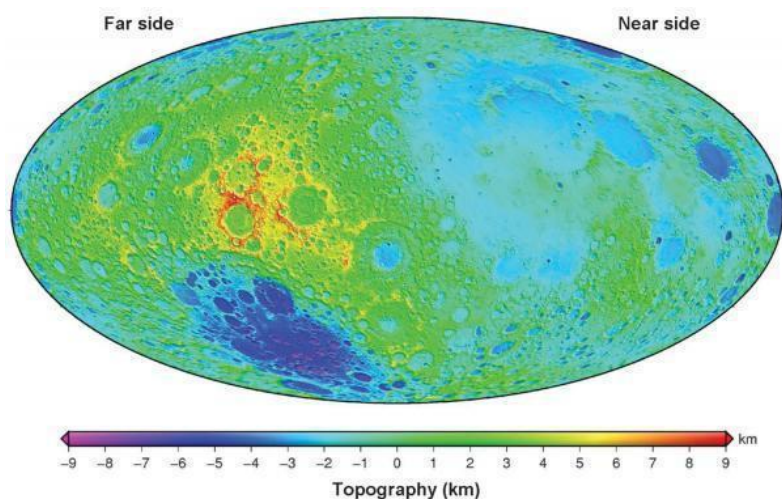


Рис. 5.2. Топографическая карта Луны, полученная Кагуя (Araki, 2008)

Одним из наиболее удивительных сюрпризов, основанных на гравитационных картах миссий LP(1998) и Кагуя (2009), является обнаружение и подтверждение масконов на обратной стороне Луны,

не связанных с морскими базальтами! Приведем их координаты: Hertzprung (232 E, 1 N), Korolev (203 E, 4 S), Mendelev (141 E, 6 N), Freunlich-Sharonov (175 E, 18 N) и Moscoviense (147 E, 26 N) (Araki, 2008). Мы предлагаем геофизическое объяснение происхождению этих гравитационных аномалий на основе представления плюм-тектоники о восходящих потоках вещества и тепла с границы ядро – мантия Луны.

Топография Луны и соответствующие карты были значительно улучшены после полета американского спутника Clementine и Кагуя. Остановимся только на рассмотрении глобальной геометрической формы Луны:

1. Направление линии (8° N, 157° W) «центра масс – центра фигуры», разнесенных на $\sim 1,6$ км, не связано с современной конфигурацией вращения Луны. Наиболее популярное объяснение этому факту состоит в том, что толщина коры обратной стороны Луны больше на 13–17 км, чем толщина коры видимой стороны Луны. Но анализ показывает, что этого объяснения недостаточно (Wieczoreck et al., 2006). Требуется предположить, что плотность вещества коры видимой стороны превышает на 115 кг / м^3 плотность коры на обратной стороне Луны. Другое объяснение этого явления лежит пока в малопонятой возможной дихотомии распределения плотности вещества в мантии и ядре Луны. В целом проблема нуждается в дальнейшем решении.

2. Луна сжата на $\sim 2,2$ км в полярном направлении (влияние сферической гармоник J_2) и имеет долготную сплюснутость в 800 м (влияние сферических гармоник C_{22} и S_{22}) с максимальной амплитудой в направлении $\sim 40^{\circ}$ Е. Измеренные значения геометрической сплюснутости во много раз больше ожидаемой формы, отвечающей современной скорости вращения Луны. Наблюдаемая фигура Луны отвечает ситуации, когда Луна находилась на расстоянии только $23 R_E$ от Земли. Современное расстояние между Луной и Землей равно $\approx 60 R_E$. Но здесь есть проблема. Указанное выше расстояние Луна достигает за короткое по геологическим масштабам время ~ 100 млн лет. К этому времени кора Луны еще не успевает затвердеть и сохранить свою форму до нашего времени.

3. Используя точные топографические, гравитационные карты и альтиметрию спутника «Клементина», «Кагуя», «ГРАЙЛ» удастся уточнить в сторону уменьшения кору морских базальтов известных региональных бассейнов: Grumaldi (3,5 км), Humorum (3,6 км), Orientale (0,6 км), Nectaris (0,8 км), Smythii (1,3 км), Crisium (2,9 км), Serenitatis (4,3 км), Imbrium (5,2 км). Морские базальты на обратной стороне Луны в среднем тоньше на 200–300 м. Предполагая среднюю толщину морских базальтов в 300 м, можно оценить общий объем морских базальтов в $2 \cdot 10^6 \text{ км}^3$, что составляет не более 0,1 – 0,5 % от объема всей лунной коры.

Толщина литосферы и тектоника масконов. Упругая литосфера определяется мощным внешним слоем планетного тела. В ней

обнаруживаются многочисленные масконы, сильно деформирующие литосферу. Эта деформация литосферы и упругие напряжения в ней проявляются на поверхности как тектонические элементы (борозды) линейной и концентрической конфигурации (интерпретируемые как грабены). Локализация и мощность разрывных зон может быть связана с толщиной литосферы и тектоническими процессами в верхней мантии и в коре, при этом необходимо учитывать и термомеханические процессы, влияющие на упругость литосферы. Существует восемь различных тектонических бассейнов, где борозды могли образоваться, когда толщина литосферы была менее 70 км, и гребни образовались позднее, когда толщина литосферы достигла 100 км. Хотя простая теория изгиба упругих тектонических плит может объяснить природу концентрических борозд и линейных гребней, но главная проблема заключается в том, что согласно теории также должны существовать промежуточные режимы тектонических нарушений в литосфере, которых мы не видим на лике Луны! Это парадокс, требующий объяснения. Геофизический разрез Луны со всеми важнейшими параметрами показан на рис.1.5, 1.6. Усредненный состав верхней коры преимущественно анортозитовый (28,5 – 33,2% по весу Al_2O_3), покрытый слоем реголита толщиной от 2 до 15 метров. Нижняя кора представлена другими минералами – анортозитами и габбро. Мантия заполнена, в основном, ортопироксенами, с небольшой примесью оливинов, клинопироксенами, плагиоглазами и гарнетом; ядро содержит железо различных модификаций с небольшой примесью серы, никеля. Геофизический и сейсмический анализы уверенно показывают

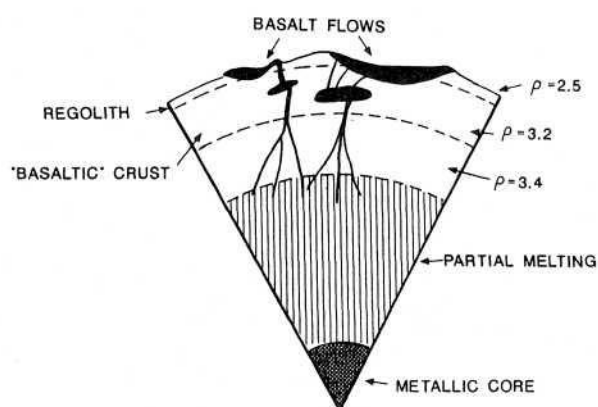


Рис. 5.3. Образование морских бассейнов за счет интрузии вещества мантии (Sponh, 2001)

на среднюю толщину лунной коры в 49 ± 16 км, толщину мантии в 1100–1150 км и радиус жидкого ядра в 400–600 км.

Аномалия Буге. Молодые кратеры имеют отрицательную аномалию Буге за счет мощных выбросов за пределы кратеров и низкой плотностью оставшейся щебенки. Кратеры с диаметром менее 200 км в диа-

метре имеют также отрицательную аномалию (до -90 мГал) по тем же причинам. Вулканические поднятия типа Marius Hills имеют положительную Аномалию Буге ($+65$ мГал), указывающую на мощную поддержку со стороны жесткой литосферы. Молодые базальтовые лавовые моря на видимой стороне Луны имеют огромные положительные аномалии Буге (масконы, бассейн Imbrium, $+220$ мГал). Масконы объясняются поднятием центральной горки из плотного мантийного базальта. Молодые кольцевые бассейны показывают центральную положительную аномалию Буге ($+200$ мГал), окруженную кольцом с отрицательной аномалией Буге (-100 мГал), и с внешним ожерельем с положительной аномалией Буге ($+30-50$ мГал).

Лунная материковая кора имеет в среднем толщину в 61 км, но варьируется от 45 км на видимой стороне до 67 км на обратной стороне. Существуют области на обратной стороне, где толщина коры достигает 100 км и более. Наибольший перепад высот на Луне достигает почти 20 км. Наиболее глубокий бассейн находится на южном полюсе Луны (-11 км). Лунная кора составляет 10% объема Луны. Морские базальты покрывают 17% лунной поверхности, в основном на видимой стороне Луны. Их толщина не превышает $1-2$ км и они составляют только 1% объема лунной коры.

5.5. Масконы обратной стороны Луны

Уже первые запуски ИСЛ, движущихся на небольших высотах, показали, что над рядом районов Луны гравитационное поле имеет большие местные аномалии – масконы (mass concentrations). На видимой стороне наиболее заметные аномалии приурочены к бассейнам ударной природы, чем и объясняется их происхождение. Положение этих масс совпадает с центральными областями тех морей, которые имеют почти круглую форму (рис. 5.4): Море Дождей, Кризисов, Нектара, Влажности, Смирта. Аномалии обратной стороны расположены на толстой континентальной коре, вне лавовых бассейнов. Полное объяснение динамического происхождения подобных масконов на обратной стороне Луны разраба-

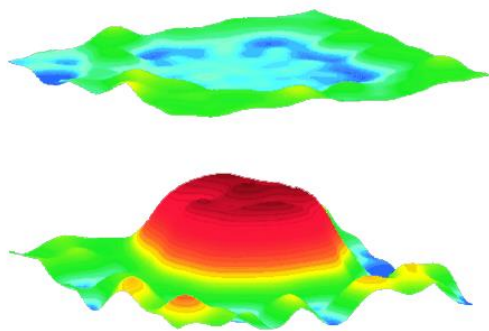


Рис. 5.4. Топографическая (вверху) и гравитационная (внизу) аномалии в районе кругового моря Смирта (Konopliv, 1998)

тывается. Их внешнее проявление отличается от масконов видимой стороны: они не имеют круговой формы, нет явных следов ударного воздействия.

Конвекция и плюм-тектоника ранней Луны. В свете современных данных о Луне модель конвективного развития лунной мантии была предложена Конрадом и Шпоном (1997). По их расчетам ядро Луны охлаждается быстро в течение первого миллиарда лет до температуры нижней мантии. Частичное расплавление происходит в верхней мантии как следствие горячих, резко поднимающихся плюмов, произведенных неустойчивостью горячей мантии на границе с ядром. Моделирование конвективных процессов в ранней Луне показало, что 2–2,5 млрд лет назад могло образоваться 2–3 пространственно-распределенных конвективных плюма. В этом случае мантийные плюмы, законсервированные в верхней коре Луны в виде положительных гравитационных аномалий, могли сформировать региональный лунный профиль (рис. 5.6), объяснить дихотомию видимой и невидимой стороны Луны и несовпадение центра масс и центра фигуры Луны на 1,68 км.



Рис. 5.6. Верхушка плюма, поднимающегося из зоны СМВ, достигает верхней коры, фиксируется там в виде грибовидного тела – маскона

гугу Луны на 1,68 км.

В спектр исследуемых задач включается проблема обнаружения влияния раннего лунного ядра на формирование континентальной коры обратной стороны Луны. Одним из возможных проявлений лунного ядра является конвекция в лунной ранней мантии, которая могла иметь место на ранних стадиях лунного развития (Spohn et al., 1997, 2001). Поведение лунной по-

верхности вблизи гравитационных аномалий, сформированных поднимающимися плюмами, может иметь некоторые характеристики, известные по поведению плюмов на толстой континентальной коре Земли. С точки зрения тектонофизики плутоно-подобные интрузии «масконы» есть результат вторжения плотного вещества мантии в менее плотную среду коры окружения. В этой области лунная кора становится более тонкой из-за подъемов границы Мохо (Gusev, Petrova, 1999). Подобное явление наблюдается в лунной коре по данным

Lunar Prospector (Konopliv et al., 1998, 2001) и Kaguya (Matsumoto, 2010).

Гусев и Петрова (1999, 2008) предложили и уточнили гипотезу о том, что «масконы» в толстой (до 70 км) лунной континентальной коре могли быть произведены именно конвективными процессами в верхней мантии Луны на ранней стадии ее теплового развития. Диссипативная энергия на границе ядро – мантия порождает нестабильный тепловой слой и структуру восходящих мантийных плюмов. Процессы формирования маскона, по-видимому, аналогичны таким же явлениям на Земле. В период глобальной конвекции Луны самые мощные плюмы при относительно быстром подъеме (5–10 см в год) достигают верхней части мантии и твердеющей коры, кристаллизуются и образуют гравитационные и топографические аномалии.

Определенные поверхностные характеристики должны наблюдаться при воздействии плюмов на кору: подъем границы Мохо, топографические явления в форме арочного типа линеаментов; тепловые аномалии («теплое пятно»), гравитационные аномалии. Возможно специальная переобработка последних гравиметрических измерений (SELENE, Chang'E, GRAIL) позволит найти подтверждение или опровержение высказанной гипотезы, но пока вопрос этот остается открытым."

Выводы

Модель конвективной эволюции предсказывает появление нескольких плюмов разной интенсивности и локализации. Одним из источников нагрева планеты изнутри (для активации конвективных процессов) могла быть конвертируемая в тепло диссипация на границе СМВ. В результате в ранней Луне создавались бы нестабильные тепловые слои, приводящие к подъему мантийных плюмов. Верхушка плюма могла бы консервироваться в верхней континентальной коре в виде маскона. Специфическими проявлениями плюма на поверхности могут быть: а) плутононоподобные интрузии – масконы – выявляемые сейсмическими методами, б) специфические тепловые поверхностные флуктуации – «тёплые пятна», в) аномалии гравитационного и магнитного полей, г) поднятие границы Мохо, д) топографические особенности в виде дугообразных и колцевых линеаментов.

ГЛАВА 6. ПЕРСПЕКТИВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛУНЫ

6.1. Лунные космические программы

Серия лунных космических проектов многих стран – SELENE (Japan, 2007-2009), CHANG'E-1,2,3 (China, 2007-2013), Chandrayaan-1 (India, 2008), LRO (USA, 2009-2015), Luna-Glob-Resource (Россия, 2019+) – направлены на получение более точных топографических и гравитационных карт Луны, на поиск залежей водяного льда и полезных ископаемых с целью выбора оптимального расположения долговременных лунных баз и ряд других задач, связанных с фундаментальными проблемами лунной астрономии.

Японская программа SELENE. RISE-проект

Существенный вклад в решение многих проблем получен в ходе реализации японской миссии **SELENE**, состоящей из ряда долговременных проектов (Kawano et al., 2003; Hanada, 2006). Основными це-

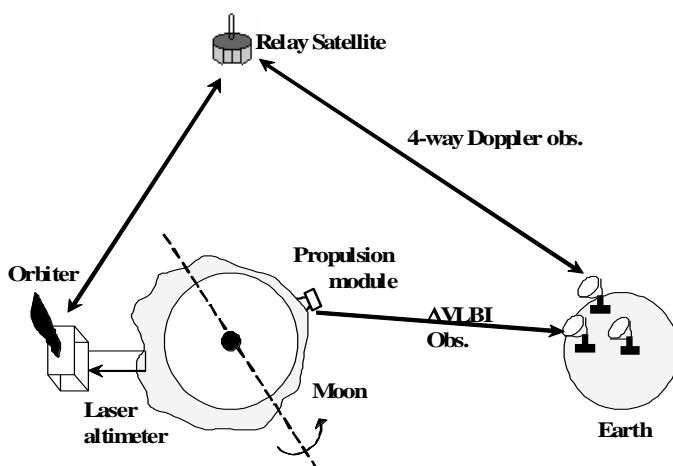


Рис. 6.1. Концепция RISE-проекта: высокоорбитальный спутник постоянно держит в поле зрения низкоорбитальный, пересылая результаты измерений на обширную сеть РСДБ на Земле

лями RISE-проекта являлись глобальное картографирование лунной поверхности и получение высокоточных гравитационных карт Луны обратной стороны Луны. Кроме того, SELENE обеспечила высококачественные и с высоким разрешением данные по химическому и минералогическому распределению лунного веще-

ства, субповерхностных структур и магнитного поля Луны. РСДБ- и лазерные измерения в RISE-проекте (рис. 6.1) позволили впервые получить высокоточную гравитационную карту обратной стороны.

Японская программа ПЛОМ-проект

Значительных результатов можно ожидать от непосредственных наблюдений физической либрации с помощью оптического телескопа, который планируется установить на северном или южном полюсе

Луны в 2019 году (программа ILOM, миссии SELENE-II). Этот телескоп (рис. 6.2) с фокусным расстоянием 2 м, оборудованный ПЗС-матрицей 4000×4000 и линзой диаметра 10 см, позволит осуществлять определение положения звезд с точностью до одной миллисекунды. Моделирование показывает, что можно будет наблюдать 14 основных членов вынужденной физической либрации с точностью, лучшей, чем 1 мсек при времени наблюдения в 450 дней. В результате японских экспериментов будет получена возможность оценить радиус R_c и плотность ядра, скачок плотности на СМВ, а также ее эллиптичность, получить параметры свободной либрации и дифференциального вращения ядра и мантии (Gusev et al., 2001–2012).

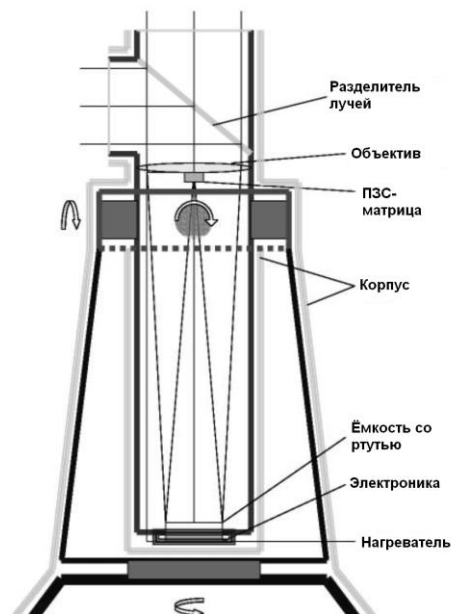


Рис. 6.2 Схема полярного зенитного телескопа на Луне в проекте ILOM

Американский проект LRO

Миссия **Lunar Reconnaissance Orbiter** (LRO, NASA, 2009-2015+) – Орбитального лунного разведчика – направлена на исследование радиации в окрестности орбиты и лунной поверхности, глобальной геодезической картографии, определение пространственного распределения водорода, исследование температурного распределения и поверхности в затененных полярных областях, идентификацию близкого к поверхности водяного льда в холодных полярных ловушках, оценку возможных мест для посадки лунных модулей при создании долговременных лунных баз.

Российский проект Luna-Glob-Resource

Российский проект Luna-Glob-Resource (РКА, 2019) направлен на изучение внутреннего строения Луны с помощью сейсмических инструментов. Второй важной составляющей программы Luna Glob является поиск летучих веществ, включая воду, в полярных районах

Луны. Планируется реализовать мягкую посадку комплексной аналитической станции, включающей масс-спектрометр, нейтронный спектрометр на базе сейсмической станции (Galimov, 2005).

Российский научно-технический проект «Луна – 2019+»

Проект, разработанный ведущими специалистами в области селенодезии и селенофизики России, направлен на решение фундаментальных проблем небесной механики и геофизики Луны, связанных с проведением комплексных теоретических исследований и компьютерного моделирования для теоретического и технического обеспечения проекта Luna-Glob-Resource (2019). Основные направления исследований в рамках этого проекта следующие (Gusev, Petrova, 2015):

1. Спин-орбитальная вековая эволюция и физическая либрация многослойной Луны:

а) построение аналитической теории вращения двух-, трехслойной Луны и получение на ее основе таблиц физической либрации для их применения при обработке высокоточных наблюдений, которые дает лазерная локация Луны и которые планируется получить в лунном проекте SELENE; ILOM (Hanada, 2000); построение лунного навигационного ежегодника;

б) анализ спин-орбитальной эволюции ранней Луны, оценка диссипации внутренней энергии, моделирование долговременного механизма поддержания свободной либрации.

2. Геодинамика лунного ядра: анализ дифференциации ядра, детализация плюм-тектоники мантии и коры ранней Луны, эволюция пограничного слоя ядро – мантия (СМВ), реконструкция гравитационного и вязко-механического взаимодействия ядра и мантии, расчет свободных и вынужденных нутаций лунного ядра и мантии.

3. Селенодезия обратной стороны Луны: решение обратной задачи лунной гравиметрии, построение геодинамической модели лунной коры, мантии и ядра, границы Мохо, реконструкция первичных масконов Луны, создание топографической и гравиметрической модели Луны по данным последних наблюдений.

В свете представленных направлений проектом предусматривается:

1) математическое описание задачи – вывод дифференциальных уравнений вращения Луны, представляющей собой или двухслойное

(жидкое ядро – упруго-вязкая мантия) или трехслойное (упруго-вязкая мантия – жидкое внешнее ядро – твердое внутреннее ядро) тело;

2) решение этих уравнений в аналитическом виде: переменные ФЛЛ планируется получить в виде рядов Пуассона, задающих аналитическую зависимость от времени и параметров внутреннего строения Луны – динамической фигуры разных слоев Луны, упругости, вязкости, характеризующих структуру лунного тела. В конечном итоге необходимо получить теорию ФЛЛ с описанными параметрами рядов, которые с точностью до 0,001 угловых секунд могут быть использованы для адекватной обработки высокоточных наблюдений. Теория ФЛЛ представляет как самостоятельный научный интерес, так и может служить основой для построения в будущем лунного ежегодника, ключом к пониманию физического строения и процессов внутри лунного тела;

3) сравнение аналитических таблиц ФЛЛ с наблюдениями с целью уточнения параметров внутреннего строения Луны: наличие или отсутствие ядра, его размеры, химический состав и агрегатное состояние, числа Лява, параметры добротности Q , которые могут зависеть от частоты вращения Луны (Efroimsky, 2012a,b). В отличие от применяемых для анализа наблюдений численных моделей ФЛЛ аналитическая модель может предсказать новые, не известные и не наблюдавшиеся ранее (из-за недостаточной точности наблюдений) гармоники в рядах наблюдений;

4) анализ резонансного взаимодействия слоев Луны с Землей и Солнцем: наличие резонансов может способствовать увеличению амплитуд тех членов либрационных рядов, что появляются в результате учета многослойности. Их обнаружение из наблюдений позволит судить о параметрах возможного лунного ядра, присутствие или отсутствие которого непосредственно связано с фундаментальной проблемой происхождения и эволюции системы Земля – Луна;

5) разработка современной специализированной системы компьютерной алгебры и аналитических алгоритмов для решения уравнений ФЛЛ в виде рядов Пуассона (Ivanova, 2001, 2012) и получения соответствующих таблиц ФЛЛ, необходимых как для построения лунного ежегодника, так и для других практических задач лунной астрометрии;

6) предполагается изучить роль резонансов в динамической истории системы Земля – Луна. Будет проведен анализ свойств равно-

весий Кассини на орбитах, захваченных в резонанс. Особое внимание будет уделено взаимосвязи резонансных эффектов и физических процессов, которые определяют форму Луны, распределение вещества в ее недрах, моментов инерции, свойства лунного гравитационного потенциала;

7) изучение глубинного строения коры и верхней мантии Луны по данным вейвлет-анализа аномального гравитационного поля. Этот метод позволит исследовать распределение вещественного состава лунных пород, их структурной изменчивости (хрупкие разрушения, температурные изменения и др.), нахождение источников аномалий гравитационного поля;

8) исследование термодинамической картины эволюции: 1) «океана магмы», 2) вторичного разогрева мантии, 3) дифференциации лунного ядра, 4) генерации первичного магнитного поля динамомеханизмом (энергетический баланс) в интервале 3,9–3,1 млрд лет назад в рамках теории спин-орбитальной диссипации приливного взаимодействия в ранней системе Земля–Луна при захвате в резонансное вращение ранней Луны на основе последних лабораторных экспериментов по исследованию вещества при высоких давлениях и температурах и современных реологических вязко-упругих моделей среды.

6.2. Лунный Навигационный Ежегодник

Для изучения динамики Луны, картографирования ее поверхности, планирования и проведения экспериментов по активному освоению Луны с обитаемых и робототехнических лунных баз требуется разработка Лунного Навигационного Ежегодника, позволяющего практически определять ориентировку Луны в пространстве, выполнять строгие редукции наблюдений, а также проводить надежную астронавигацию в окололунном пространстве и на поверхности Луны (Gusev, Petrova, 2016-2019).

Лунный астрономический навигационный ежегодник – издание, содержащее точную и всестороннюю информацию о положениях Солнца, Земли, планет и звезд. Первым опытом по созданию лунного астрономического ежегодника являлись эфемериды для полевых наблюдений на Луне (А.Яковкин и др., 1964). Существенный вклад в представление о Лунном ежегоднике, как универсальном издании,

сочетающем обычный для ежегодника материал с таблицами для вычислений, был сделан Куликовым К.А. и Гуревичем В.В. (1972). В рамках различных международных проектов создания долговременных лунных баз Лунный ежегодник будет необходим для организации астрономических наблюдений с поверхности Луны. Одним из объявленных и активно развиваемых является японский проект ILOM (2013): размещение оптического телескопа диаметром 20 см и фокусным расстоянием 2 м на южном полюсе Луны для исследования физической либрации Луны.

Предполагаемые разделы ежегодника

I. Солнце, Земля, Юпитер:

- Селенографические координаты, горизонтальные параллаксы.
- Восход и заход светил, начало и конец сумерек, прохождение точек земной поверхности через наблюдаемый терминатор, географическая карта Земли, таблица видимых прямых восхождений Луны.
- Основные формулы и схемы для вычислений.

II. Звезды:

- Карты звездного неба, эклиптические координаты звёзд.
- Видимые селеноэкваториальные координаты навигационных звёзд через 0,1–0,25 месяца.
- Карты полярных участков неба, видимые места полярных звёзд.
- Таблица высот и азимутов полярных звёзд и высот центра полярных пар.

III. Время:

- Переход от вселунного к эфемеридному (всемирному) времени и обратно.
- Выражение дуги во времени и времени в дуговой мере.
- Программа подачи сигналов времени.
- Средняя долгота восходящего узла лунной орбиты.
- Физическая либрация в долготе, выраженная во времени.
- Поправка за неравномерность хода истинного времени.

Для обеспечения всех разделов ежегодника **необходима точная теория физической либрации Луны.**

ГЛАВА 7. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЙ

Введение

Результаты теории физической либрации могут быть представлены по-разному: таблицами численного интегрирования (ЕМР2003; DE430/431) или пуассоновскими рядами (Глава 2), коэффициенты, степенные и тригонометрические индексы которых представляются в виде таблиц. Разные авторы получают решение в различных системах лунных координат и, соответственно, по-разному описывают вращение Луны. В аналитическом подходе очень важно провести сравнение полученных решений, чтобы выявить реальную точность аналитической теории. Внутренняя точность всегда задается при решении задачи на компьютере, а точность математического метода и сделанных приближений для физической модели может быть определена либо из сравнения решений друг с другом, либо из сравнения с более точным численным решением, а лучше – непосредственным сравнением с наблюдениями.

Жан Шапрон с коллегами (Chapront et al., 1999) провел большую работу, чтобы выявить реальную точность полученной им аналитической теории. Выяснилось, что она более чем на порядок уступает численной теории (Табл. 7.1).

Казалось бы, что нет особого смысла тратить огромные усилия на развитие аналитического подхода, раз численный дает уже необходимую точность. Но... Численный подход при всей его мощи не позволяет порой увидеть сущности явления, а, используя аналитическую теорию, мы можем не только предсказывать новые эффекты, но и давать ясное объяснение многим тонким явлениям во вращении планеты. Каждый член в рядах ФЛЛ имеет свое «физическое» происхождение и свое геометрическое проявление (только последние члены, добавленные Шапроном для сближения с численной теорией, не имеют такого объяснения). А правильное понимание того, как новые члены, например, свободная нутация ядра, будет проявляться в наблюдениях, позволит найти и соответствующий метод ее выявления.

Модели Луны и учитываемые возмущения	Ссылки	Точность
Главная проблема (твердое тело: U_2^L, U_3^L, U_2^S)	Migus, 1980, Eckhardt, 1981a, Moons, 1982, Petrova, 1996	0.01'' (внутренняя точность)
U_4^L +приливные эффекты	Eckhardt, 1981a, Moons, 1982	
Косвенные возмущения от планет	Eckhardt, 1981b, Moons, 1984	
Теория Moons + (приливы + спин-спин) возмущения	Chapront, Chapront-Touze, 1997, Chapront et al., 1999	$\leq 0.03''$ (разность с результатами DE245 и LLR)
Ряды свободной либрации: Теория Moons + дополнительные члены из сравнения с DE245 и LLR	Chapront, Chapront-Touze, 1997	
Приливное возмущение упругой/неупругой Луны + члены, дополняющие до точности численного решения	Chapront et al., 1999	

7.1. Углы физической либрации

Для теоретического описания положения тела Луны относительно инерциальной системы координат разные авторы используют разные геометрические подходы. В главе 2 подробно описано, чем отличаются эти подходы: Дональд Экхардт (Eckhardt, 1981) использует направляющие косинусы полюса эклиптики в ДСК (P_1, P_2, τ), мы в своих работах – самолетные углы μ, ν, π . На рис. 7.1 показаны и самолетные углы и классические углы Эйлера.

Запишем формулы перехода от одной системы углов к другой. Уравнения (7.1) устанавливают связь между направляющими косинусами полюса эклиптики (переменные теории Экхардта, 1981) с самолетными углами.

$$\begin{aligned}
P_1 &= -\sin v = -v + o(v^2); \\
P_2 &= -\sin \pi \cos v = -\pi + o(\pi^2); \\
\tau &= \mu + \operatorname{tg}\left(\frac{\Theta}{2}\right)^2 \sin[2(F + \mu - \sigma)] + o\left[\left(\frac{\Theta}{2}\right)^2\right].
\end{aligned}
\tag{7.1}$$

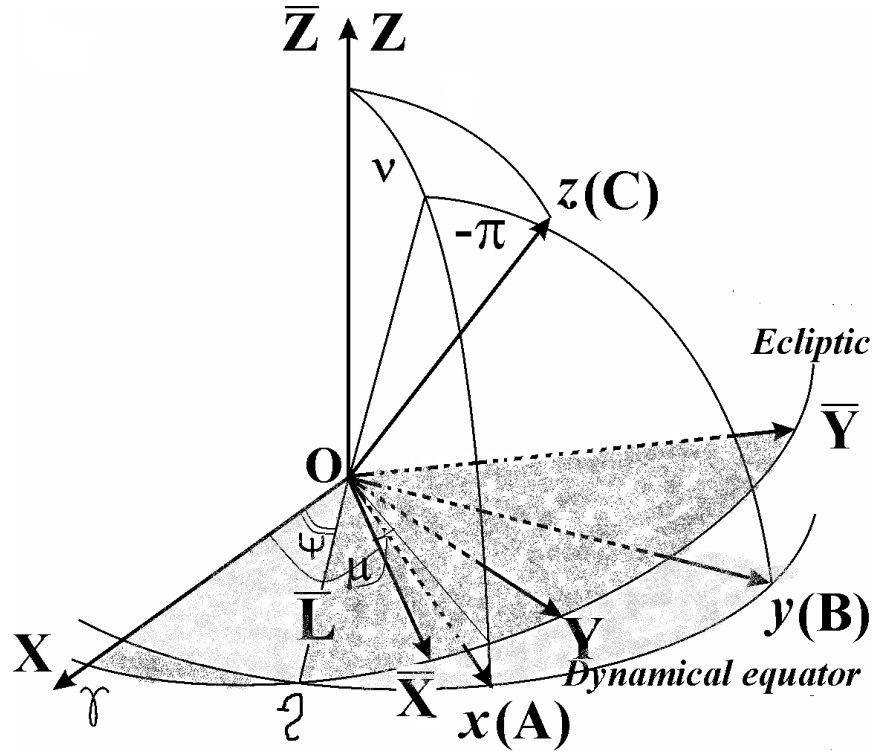


Рис. 7.1. Самолетные углы и углы Эйлера, описывающие вращение ДСК относительно эклиптической системы координат

Уравнения (7.2) представляют соотношения между классическими углами Эйлера и направляющими косинусами полюса эклиптики.

$$\begin{aligned}
\Theta &= \arcsin \sqrt{P_1^2 + P_2^2}; \\
\rho &= \Theta - I; \\
\sigma - \tau &= \arcsin \left(\frac{P_2 \cos F - P_1 \sin F}{\sin \Theta} \right).
\end{aligned}
\tag{7.2}$$

В таблице 7.2 представлены члены с наибольшими амплитудами из таблиц либрации по самолетным углам $q_1 = \tau \approx \mu$; $q_2 = P_1 \approx -v$; $q_3 = P_2 \approx -\pi$

В рядах используется 18 степенных переменных, что предусматривает включение в рассмотрение коэффициентов Стокса из разложения селенопотенциала до четвертого порядка, но, из-за малых амплитуд, эти гармоники рядов не вошли в список.

Т а б л и ц а 7.2

Наибольшие члены либрационных рядов в самолетных углах

I	F	I'	D	u	D	u		E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₇	E ₈	E ₉	E ₁₀	E ₁₁	E ₁₂	E ₁₃	E ₁₄	E ₁₅	E ₁₆	E ₁₇	E ₁₈	COEF	
10			q(1)																								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	214,35205
-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90,7046
-1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-37,37975
1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-6,63596
-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-17,13061
-1	2	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16,87077
-1	2	0	0	-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,94025
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	307,82188
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51,28053
1	1	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7,19153
11			q(2)																								
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80,79799
-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5561,46906
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,75389
-1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-124,4763
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,27327
-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,87974
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	69,21187
-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,50906
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27,68909
-1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11,41649
-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,3
8			q(3)																								
-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5,7777
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5539,849
1	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75,46705
-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8,30734
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,79477
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,54816
1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11,3758
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8,2

Обратим внимание и на то, что в тригонометрических аргументах вместе с 4 классическими фундаментальными аргументами Делоне (I, L', F, D) мы ввели пятый аргумент u, приходящий из решения однородных уравнений ФЛЛ, т.е. член свободной либрации, описывающий квази-чандлеровы колебания. Тригонометрические аргументы устанавливают зависимость углов либрации от времени. Эта зави-

симось дается в виде степенного полинома по времени t (время t выражается в юлианских столетиях от эпохи J2000,0 = JD 2451545,0 = 2000 январь 1, 12h TDB):

$$\begin{aligned} l &= 134^\circ, 96340251 + 1717915923'', 2178 t + 31'', 8792 t^2 + 0'', 051635 t^3 - 0'', 00024470 t^4 \\ l' &= 357^\circ, 52910918 + 12959658'', 0481 t + 0'', 5532 t^2 + 0'', 000136 t^3 - 0'', 00001149 t^4 \\ F &= 93^\circ, 27209062 + 1739527262'', 2178 t + 12'', 7512 t^2 + 0'', 001037 t^3 - 0'', 00000417 t^4 \\ D &= 29^\circ, 85019547 + 160296161'', 2090 t + 6'', 3706 t^2 + 0'', 006593 t^3 - 0'', 00003169 t^4 \\ u &= 161^\circ, 6210 + 1736493'', 0 t \end{aligned}$$

Числовые значения для аргументов Делоне взяты из статьи Simon et al. (1994). Для учета свободной либрации требуется, вообще говоря, ввести три аргумента – p , q и r , следуя представлению рядов свободной либрации Chapront, Chapront-Touze (1997):

$$\begin{aligned} p_1^F &= -3'', 298 \sin(q - 0^\circ, 01) + 0'', 034 \sin(q - l) + 0'', 026 \sin(p - F) \\ &\quad + 0'', 023 \sin(p + F) - 0'', 022 \sin(q + l) + 0'', 021 \sin(F + r) \\ p_2^F &= 8'', 163 \cos(q + 0^\circ, 01) - 0'', 035 \cos(q - l) - 0'', 026 \cos(p - F) \\ &\quad + 0'', 023 \cos(p + F) - 0'', 022 \cos(q + l) + 0'', 021 \cos(F + r) \\ \tau^F &= 1'', 817 \sin p + 0'', 088 \sin(q + 2F - 2l + 36^\circ) + 0'', 077 \sin(q + F) \\ &\quad + 0'', 069 \sin(q + F - l) - 0'', 033 \sin(q - F) + 0'', 015 \sin(q - F + l); \end{aligned}$$

Эти ряды отличаются от стандартных пуассоновских рядов, в которых обычно получают аналитическое решение ФЛЛ: помимо аргументов включены фазовые смещения в виде констант. Чтобы не усложнять программный комплекс по работе с рядами Пуассона, мы ограничились включением а) только первых, наибольших, гармоник из рядов свободной либрации, представленных выше и б) только для углов q_2 и q_3 . При этом гармоники $(q - 0^\circ, 1)$ и $(q + 0^\circ, 01)$ в наших рядах объединены в один аргумент u , у которого фаза отличается на $0^\circ, 01$ от числовых данных Chapront, Chapront-Touze (1997). Естественно, что такая вольность не повысит точности нашей теории, но позволит проследить эффекты свободной либрации в моделируемых далее наблюдениях.

Используя Пуассоновский процессор (Иванова, 2000), мы можем производить анализ влияния на наблюдаемые параметры враще-

ния Луны как отдельных гармоник рядов либрации, так и параметров динамической фигуры, описываемой безразмерными моментами инерции γ , β , и коэффициентами Стокса.

7.2. Движение полюса Луны вследствие свободного вращения

Свободное вращение Земли, Марса, Меркурия в аналитическом подходе изучается в предположении отсутствия внешних возмущений – Эйлера вращение. В этом случае гамильтониан полагается равным только кинетической энергии: $H = T$. Для Луны такое описание не годится, так как ее вращение в первом приближении описывается законами Кассини. Физически это означает, что в отсутствие внешних сил Луна все равно будет как бы «заперта» около Земли. Еще в начале XX столетия Гайн показал, что при Эйлеровском вращении либрации по долготе не будет, но она есть, поэтому рассматривать свободное вращение Луны бессмысленно. Как мини-мум, необходимо учесть гравитационное поле Земли.

Для Луны, имеющей внутри жидкое ядро, задачу можно упростить. Поскольку масса ядра менее 4 % от общей массы Луны, то можно не рассматривать его взаимодействие с Землей, а считать ядро свободно вращающимся. В таком подходе задача несущественно отличается от классической задачи вращения твердого тела. Потенциал взаимодействия Луны с Землей и Солнцем может быть записан в форме:

$$U = C \sum_{\langle U \rangle} Q_{ijk}(S_{mn}, C_{mn}, t) q_1^i q_2^j q_3^k.$$

Напомним, что коэффициенты Стокса характеризуют динамическую фигуру Луны. Для гармоник 2-го порядка селенопотенциала мы обычно используем безразмерные моменты инерции γ, β . Для описания движения по Кассини достаточно взять только члены вида

$$\tilde{U} = \sum_{k=1}^3 \bar{Q}(\gamma, \beta, C_{mn}, S_{mn}) q_k^2, \quad \text{где численные коэффициенты}$$

$\bar{Q}(\gamma, \beta, C_{mn}, S_{mn})$ не зависят от времени. В этом случае мы можем записать гамильтониан в виде $\tilde{H} = T - \tilde{U}$. К счастью, с точки зрения математики, эти новые члены не нарушают структуру гамильтониана H ,

записанного в переменных Андуае для Эйлераового движения, поскольку для них находятся подобные члены в выражении для кинетической энергии (глава 3, § 3.2): изменяются только численные коэффициенты при канонических переменных. Система уравнений Гамильтона с гамильтонианом \tilde{H} соответствует *однородной системе* уравнений возмущенного движения.

Согласно подходу Хетино, мы рассмотрим наиболее простой случай – только движение лунного полюса. В этом подходе, когда угол между осями вращения мантии и ядра постоянен, и, как следствие, проекция вектора угловой скорости ω на минимальную ось инерции равна суточному вращению Луны $\omega_C = \text{const} = \Omega$, мы можем получить решение для двух других проекций ω_A, ω_B угловой скорости. Эти проекции и определяют уравнение движения полюса в ДСК.

Построим плоскость, касательную к небесной сфере в полюсе инерции Луны C . В этой плоскости построим систему координат с осями (u, v) , которые параллельны осям инерции A и B (рис. 7.2).

Мгновенное положение полюса вращения $\vec{\omega}$ относительно полюса инерции C (в угловой мере) может быть определено координатами:

$$\begin{aligned} u = \frac{\omega_A}{\omega_C} &= \chi_1(-c_1 \sin \sigma_1 t + c_2 \cos \sigma_1 t) + \chi_2(-c_3 \sin \sigma_2 t + c_4 \cos \sigma_2 t), \\ v = \frac{\omega_B}{\omega_C} &= \chi_3(c_1 \cos \sigma_1 t + c_2 \sin \sigma_1 t) + \chi_4(c_3 \cos \sigma_2 t + c_4 \sin \sigma_2 t). \end{aligned} \quad (7.3)$$

В (7.3) c_i ($i = 1; 2; 3; 4$) – константы интегрирования, амплитуды являются функциями моментов инерции всей Луны, мантии и ядра (Gonzales, Getino, 1997).

Частоты имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \Omega \frac{A}{A_m} \sqrt{\kappa \frac{(C-A)(C-B)}{AB}} = \Omega \frac{A}{A_m} \sqrt{\kappa \alpha \beta} \rightarrow \text{CW} \\ \sigma_2 &= -\Omega \left[1 + \frac{A}{2A_m} \left(\frac{C_c - A_c}{A_c} + \frac{C_c - B_c}{B_c} \right) \right] = -\Omega \left[1 + \frac{A}{2A_m} (e_{ca} + e_{cb}) \right] \rightarrow \text{FCN} \end{aligned} \quad (7.4)$$

В отличие от Эйлераовского вращения, где частота σ_1 обычно относится к чандлероподобному типу колебаний, под корнем появляется коэффициент $\kappa = 3.99516 \approx 4$. Он приходит в решение из потенциала

Ў. Такая либрация не может быть названа «свободной», так как она происходит вследствие движения Луны по орбите, т.е. под действием внешней силы. Гайн (1923) получил эти гармоники с произвольными константами и, понимая физический смысл этих выражений, назвал их не «свободными либрациями» (Freie Libration), а «произвольными либрациями» (Willkürliche Libration). Ш.Т.Хабибуллин (1966; 1969) также указывал на эту особенность решения однородной системы либрационных уравнений. Произвольная либрация – это вынужденное движение под действием линейной части внешних возмущений.

Частота σ_2 появляется в решении из-за ядра и называется Свободная Нутация ядра – Free Core Nutation (FCN). Знак минус перед выражением означает, что колебание происходит в обратном (по отношению к движению центра масс) направлении. Хетино назвал эту частоту Retrograde Fluid Core Nutation – обратная нутация жидкого ядра. Ось вращения ядра и мантии не совпадают, поэтому и появляется FCN. Смещение осей может быть объяснено разными причинами. В первую очередь – это следствие обобщенных законов Кассини (Barkin et al., 2006): если у планеты есть ядро, то происходит расщепление кинетических моментов ядра и мантии. Помимо этого, мантия подвержена взаимодействию с Землей, а ядро, в силу его малой массы, вращается свободно.

Каждой из полученных частот можно поставить в соответствие свой период:

$$P_{CW} = \frac{2\pi}{\sigma_1} = \frac{P_{rot}}{\sqrt{k}\sqrt{\alpha\beta}} \frac{A_m}{A} \cong \frac{P_{rot}}{2\sqrt{\alpha\beta}} \frac{A_m}{A} = \frac{1}{2} P_{Eulerian} \quad (7.5)$$

$P_{rot} = 27.3$ дней – это сидерический период Лунного вращения, равный одному сидерическому месяцу. Согласно нашим оценкам, $P_{CW} = 74,07$ года (Petrova, Gusev, 2001, 2008; Barkin et al., 2006). Эта величина в два раза (\sqrt{k}) меньше, чем Эйлеровский период. Этот факт наглядно показывает различие произвольного и Эйлеровского (свободного) движения полюса.

Для второй гармоники, σ_2 , соответствующий период, $P_2 = \frac{2\pi}{\sigma_2}$, близок к Лунному месяцу. Для того, чтобы определить разность меж-

ду лунным месяцем и P_2 , выражение для σ_2 перепишем в другой форме:

$$\sigma_2 = - \left[\frac{1}{1\text{month}} + \frac{1}{P_{\text{FCN}}} \right] \quad (7.6)$$

и, следовательно, период FCN может быть записан в виде:

$$P_{\text{FCN}} = - \frac{P_{\text{rot}}}{2(e_{\text{ca}} + e_{\text{cb}})} \frac{A_m}{A} \rightarrow \text{для трёхосного ядра,} \quad (7.7)$$

$$P_{\text{FCN}} = - \frac{P_{\text{rot}}}{e_c} \frac{A_m}{A} \rightarrow \text{для ядра с осевой симметрией.}$$

Переход от P_2 к P_{FCN} равносильен переходу от ДСК к инерциальной системе координат. Наши оценки дают $P_{\text{FCN}} = 144 \text{ years} - 186 \text{ лет}$. Такое большое, по сравнению с Землей и Марсом, значение периодов свободных либраций для Луны объясняется ее медленным вращением и малым размером ядра (Petrova et al., 2008).

Уравнения (7.3) можно записать в более общей форме

$$\begin{cases} u = D_1 \cos(\sigma_1 t + d) + F_1 \cos(\sigma_2 t + f) \\ v = D_2 \cos(\sigma_1 t + d) + F_2 \cos(\sigma_2 t + f). \end{cases}$$

Здесь амплитуды D_1 , F_1 , D_2 , F_2 и фазы d и f содержат неопределенные константы интегрирования, значения которых можно определить только из наблюдений. Эти уравнения показывают, что движение полюса по лунной поверхности состоит из двух движений по эллипсам (рис. 7.2).

Полюс движется в обратном направлении по малому эллипсу с полуосями F_1 и F_2 и периодом, примерно равным лунному месяцу. Центр этого эллипса движется вдоль эллипса с полуосями D_1 и D_2 в прямом направлении с периодом в 74 года.

Salame (1976) была первой, кто обнаружил два наибольших члена свободной либрации из лазерных наблюдений. Newhall и Williams (1997) получили амплитуды и фазы свободных либраций с высокой точностью на основе 35-летнего ряда лазерных наблюдений. Согласно этим данным, амплитуды $D_1=3.31''$, $D_2=8.19''$, а период – 74.63 года. Эта величина близка к периоду, предсказанному теорети-

чески, что подтверждает лишний раз, что Луна может быть с большой степенью точностью описана моделью твердого тела с очень малой упругостью. Для Земли, например, чандлеровский период в 433 дня значительно больше, чем эйлеровский в 355 дней. Это расхождение обусловлено, в первую очередь, жидкой природой земных океанов и земного ядра. Величины $D_1=3.31''$, $D_2=8.19''$ и являются коэффициентами при гармонике u в рядах ФЛЛ (табл. 7.2).

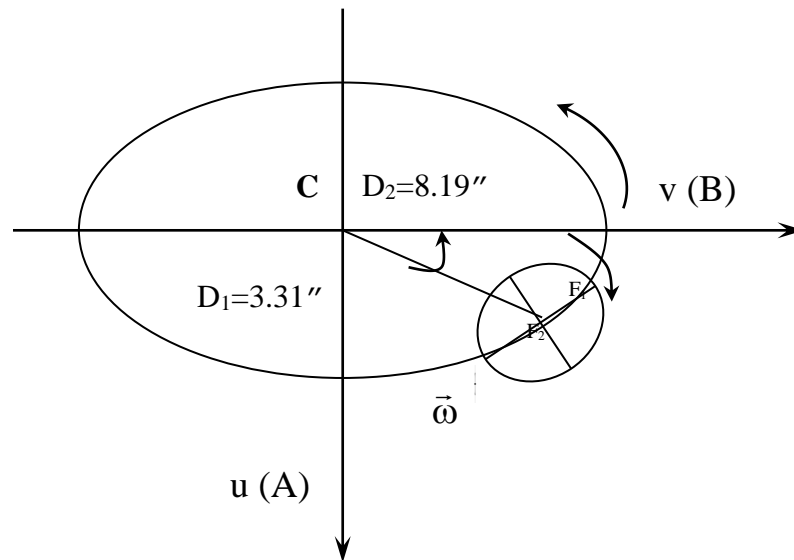


Рис. 7.2. Движение полюса вращения $\vec{\omega}$ относительно полюса инерции C вследствие CW и FCN

В действительности, ось инерции движется вокруг оси вращения (рис. 7.3), поскольку оси инерции жестко связаны с лунным телом.

В инерциальной системе координат это движение накладывается на обратное прецессионное движение вектора средней угловой скорости, наклоненного к полюсу эклиптики под углом $I = 1.53^\circ$. Причиной чандлеровских колебаний является несовпадение оси инерции и оси вращения тела.

Что же касается FCN, то ее появление в полярном движении обусловлено несовпадением осей вращения ядра и мантии. Эта мода лежит в полосе частот лунного месяца (лунных суток), но это обратная мода, поэтому соответствующий ей период меньше, чем лунный

месяц. Будет трудно выявить FCN, поскольку она перекрывается более сильными резонансными гармониками вынужденной либрации.

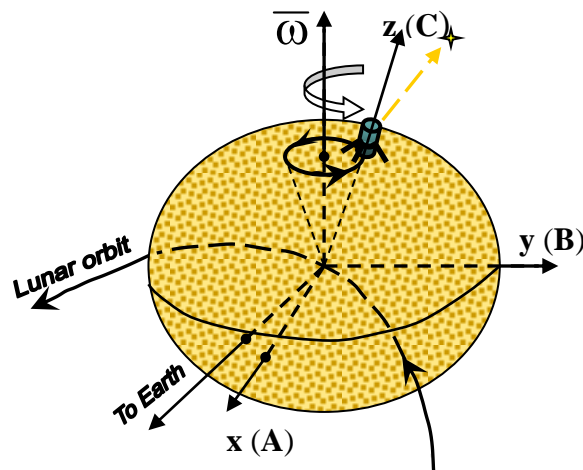


Рис. 7.3. Движение телескопа, установленного на полюсе инерции С относительно оси вращения вследствие чандлероподобных (CW) колебаний.
Из-за FCN эллипс будет иметь форму волны

Более того, оцененная величина P_{FCN} большая и, следовательно, разность в 1 месяц невелика, т.е. вклад лунного ядра мал. Тем не менее, из-за того, что FCN лежит в месячной полосе, эта мода может вызывать особый интерес, так как она может взаимодействовать с месячными приливными модами и гармониками вынужденной либрации того же периода – может наблюдаться резонансное усиление амплитуды. Однозначно, что в целом задача обнаружения FCN очень похожа на ту же проблему для Земли, но из-за малого ядра Луны эффект FCN значительно меньше.

В запланированном Японском эксперименте ИЛОМ предполагается установить оптический телескоп на одном из полюсов Луны специально для наблюдений физической либрации Луны. Первый этап японской миссии SELENE (Kaguya), запущенной в сентябре 2007 года, уже принёс новые и точные данные по гравитационному полю Луны (Matsumoto et al., 2010; Goossens et al., 2011). Это вселяет надежду на улучшение и теории ФЛЛ, а следовательно повышает шансы обнаружить и более тонкие эффекты в лунном вращении, такие как FCN. Полярный телескоп (рис. 7.3) будет показывать движение лунного полюса непосредственно в инерциальной системе координат (относительно звезд). Более того, с лунной поверхности обнаружить

FCN можно будет теми же методами, что применяются для ее выявления на Земле.

Имеется принципиальное отличие движения полюса в теле Луны от движения Земного полюса. Амплитуда свободных движений земного полюса может превышать $0.5''$, что намного больше вынужденного вследствие лунно-солнечного возмущения. Поэтому при обработке астрономических измерений с Земли лишь Эйлерово движение и принимается во внимание.

У Луны наблюдается в некотором роде обратная картина. Амплитуда вынужденных либраций полюсов велика: она может превышать $2'$. Амплитуды свободных либраций существенно меньше и не превосходят $10''$. Кроме того, период свободных либраций десятки и даже сотни лет. Поэтому при обработке измерений с поверхности Луны внимание в первую очередь должно быть уделено вынужденному движению полюсов.

Несмотря на эти различия, учет движения полюсов при обработке астрометрических наблюдений на Луне и на Земле почти одинаков.

7.3. Данные новейших космических экспериментов по выявлению свободных нутаций ядра и параметров диссипации лунного вращения

Одной из основных задач в изучении Луны, как уже неоднократно, подчеркивалось выше, – это попытка узнать ее внутренне строение. Оно сокрыто от нас и, к сожалению, для его исследования достаточно сложно применять геофизические методы, которые успешно дают нам информацию о внутреннем строении Земли. В этом контексте можно смело утверждать, что физическая либрация – это тот ключ, который позволяет узнавать о внутреннем строении не только Луны, но и других объектов Солнечной системы.

Одним из мощных методов изучения физической либрации и особенно её тонких эффектов является лазерная локация Луны (ЛЛЛ). Через наблюдение ФЛЛ лазерная локация позволяет, например, выявить три эффекта, указывающих на наличие у Луны жидкого ядра (Williams et al., 2009). Это важно рассмотреть в деталях.

Наиболее сильным проявлением ядра является наличие диссипации энергии на границе жидкое-ядро/твердая мантия (core-mantle boundary - СМВ). Поскольку причиной диссипации являются еще и приливы в мантии, то главным достижением ЛЛЛ явилась возможность выделить несколько периодических членов в либрации, ответственных за диссипацию, и путем моделирования оценить вклад приливной и СМВ-диссипации.

Вторым индикатором жидкого ядра является сжатие/сплюснутость области СМВ, вследствие чего жидкость текущая по этой сжатой поверхности создает дополнительное возмущение на вращение Луны.

Третий эффект, возникающий из-за наличия жидкого ядра, - это изменение амплитуды некоторых членов в рядах физической либрации. Изменения эти должны быть обусловлены тем, что ядро имеет моменты инерции, отличающиеся как по величине, так и по направлению от моментов инерции всей Луны. Проявление этого эффекта очень слабое, и поэтому выявить его на данный момент пока не удалось, но это – задача будущих, улучшенных, наблюдений.

В целом, за последние несколько лет удалось существенно продвинуться в получении информации о лунном ядре, что более детально будет рассмотрено в следующих параграфах.

7.3.1 Свободная нутация ядра и параметры ядра

Такие тонкие эффекты, как FCN, пока не обнаружены. Даже последние данные (Ramboux, Williams, 2011; Williams et al, 2014a) по анализу лазерных наблюдений, основанному на теории DE421, не позволили выявить ни амплитуды и ни фазы свободной нутации ядра. Зато в ходе этого анализа была получена очень важная информация о сжатии жидкого ядра $(2.46 \pm 1.4) \times 10^{-4}$ - это величина отношения разности полярного момента ядра и полусуммы экваториальных моментов к полярному моменту. Значение получено на основе теории DE430. Используя это значение для сжатия, была сделана и оценка периода FCN жидкого ядра – порядка 300 лет. Но период может оказаться и меньше, если размеры ядра окажутся меньше.

Разброс в оценках периода FCN, полученный группой Вильямса, оказался значительно больше, нежели предсказан нами (Gusev, Petrova, 2008). Мы использовали для оценок нутаций и жидкого внеш-

него и твердого внутреннего ядра модель и метод, разработанные для Земли Хетино (Getino, 1995). Эта модель не учитывает взаимодействие между твердой мантией и жидким ядром, полагая их свободно вращающимися. По-видимому, для небольшой по размерам Луны необходимо ввести в рассмотрение эффекты взаимодействия на границе ядро-мантия. Такое взаимодействие может быть реализовано и через трение, и через перераспределение напряжений от литосферы на поверхность ядра. Дело в том, что в отличие от Земли, твердая мантия Луны на сегодняшний день не пришла к равновесному состоянию. Отклонение от условий гидростатического равновесия означает, что в мантии существуют касательные напряжения, поддерживаемые статически. Этот потенциал напряжений распространяется на глубинные области, вызывая дополнительное сжатие пограничной зоны ядро-мантия. С учетом этого фактора экваториальная эллиптичность СМВ оказывается на порядок больше, чем эллиптичность в модели, когда все тело Луны достигло гидростатического равновесия (Williams et al., 2014a).

Вопрос о величине сжатия области СМВ, и самого ядра актуальный, поскольку, как мы видим из уравнения (7.7), это параметр определяет период свободных нутаций. А, точнее, сжатие и размер ядра – два неизвестных параметра для одного наблюдаемого параметра – периода нутаций.

Если бы удалось выявить период FCN, то мы бы имели еще одно ограничение на параметры ядра. Но его значение достаточно велико, как мы видим из различных оценок, – и поэтому его сложно определить из наблюдений ЛЛЛ на современном, чуть более 45 лет, периоде

7.3.2. Параметры внутреннего ядра.

Не менее актуальными являются вопросы о параметрах внутреннего твердого ядра, о котором, на современный момент, мы практически ничего не знаем. Для этих целей требуется привлекать наблюдения другого типа – это данные высокоточного гравиметрического исследования Луны.

Современные модели гравитационного поля, полученные на основе спутникового слежения космической миссии GRAIL, обеспечили значения сферических гармоник степени и порядка 1200. Внешнее гравитационное поле формируется на лунной поверхности и может

быть про экстраполировано внутрь Луны до глубин ядра. Представленная точность модели GRAIL позволяет выявить в теле Луны особенности размером, в среднем, до 6 км. А это значит, что имеет смысл поискать и проявления внутреннего ядра. Делается это методами компьютерного моделирования.

В 2007 Вильямс (Williams, 2007) предложил, каким образом можно было бы обнаружить внутреннее ядро и оценить его параметры. Внутренне ядро, находящееся внутри внешнего жидкого, может вращаться совершенно независимо от мантии. Если угол между осями вращения ядра и мантии мал, то увеличение общего гравитационного поля было бы совершенно незаметным. Но, за счет дифференциального вращения, внутреннее ядро вызывает изменения в коэффициентах Стокса C_{21} и S_{21} внешнего гравитационного поля с периодом $F \sim 27,212$ дней. Обнаружение вариаций этих гармоник было одной из задач миссии GRAIL.

Моделируя данные гравитационной модели GRAIL (Williams et al, 2014b), удалось оценить величину амплитуд вариаций указанных коэффициентов на уровне 10^{-11} . Это значение оказалось за пределами точности данных GRAIL (10^{-10}), что пока не позволяет делать однозначные оценки характеристик внутреннего ядра.

Тем не менее, некоторые выводы, касающиеся тонкой структуры лунного ядра все же можно сделать. Слабое проявление ядра в наблюдениях, вероятно обусловлено или небольшими значениями динамического сжатия ядра вследствие его малости, или малым наклоном осей внутреннего ядра и мантии. Другими словами, ядро имеет практически сферическое гравитационное поле и, вопреки изначальному предположению, достаточно сильную связь с мантией, что и объясняет близость осей. Эта связь происходит из-за притяжения гравитационным полем на СМВ поверхностного поля внутреннего ядра. Моделирование различных комбинаций этих эффектов позволяет получить и объяснить наблюдаемый слабый сигнал.

7.3.3. Физическая либрация и диссипация лунного вращения

Важным результатом лазерной локации Луны является открытие диссипации лунного вращения. Если бы Луна не испытывала затухания вращения, то согласно законам Кассини, полюсы орбиты, эклиптики и

вращения лежали бы в одной плоскости. Вследствие диссипации, независимо от её происхождения, полюс вращения чуть сдвигается из этой плоскости (рис. 3.1). Наблюдения физической либрации в ходе лазерной локации позволили определить величину этого сдвига на уровне нескольких миллисекунд дуги (Williams, 2009).

Этот факт заставляет отказаться от используемой в течение длительного времени модели абсолютно твёрдой Луны. Хотя, конечно, средняя плотность Луны похожа на плотность скальных пород, и средний момент инерции всего на 1,6% меньше по сравнению со значением, которое имела бы Луна, имей она равномерное распределение плотности. Поэтому добротность Луны Q обычно оценивалась достаточно высоким значением ~ 5000 . Но результаты лазерной локации показали, что это значение намного меньше и, более того, оно разное на разных временах.

Причиной диссипации, в первую очередь, рассматривается приливное трение, которое описывается числом Лява k_2 , зависящим от того, как распределена плотность внутри Луны. Этот параметр определяют из гравиметрических наблюдений. ЛЛЛ позволяет определить отношение k_2/Q , поведение которого в зависимости от времени определяется реологическими свойствами глубоких слоев мантии. Анализ данных GRAIL (Williams et al., 2014b) подтвердил, что тело Луны обладает вязкоупругими свойствами.

Приливная диссипация, в отличие от диссипации на СМВ, помимо сдвига прецессионного движения полюса, дает еще и четыре заметных для наблюдений периодических члена. Речь идет о трёх гармониках в либрации по долготе с периодами 206 дней, 1 год и 3 года, и одной гармонике в либрации по широте с периодом в 6 лет (Williams et al., 2001). Было установлено, что гармоника в 206 дней в основном чувствительна к месячным приливам, годовичная гармоника – годичным приливам. Член с периодом в 3 года, в основном, чувствителен к месячным и 3-х летним приливам. А 6-летняя широтная либрация существенно связана с месячными приливами.

Каждому из этих диссипативных членов соответствует свое значение добротности Q , т.е. затухание вращения, как показывают наблюдения, зависит от частоты. Значения добротности, полученные из анализа ЛЛЛ, очень малы и оцениваются величинами $Q = 38 \pm 4$ на периоде в 1

месяц и $Q = 41 \pm 9$ для периода 1 год. Обнаружены также и 3-х и 6-летние периоды в параметре Q со значениями ≥ 74 и ≥ 58 , соответственно. Однако в сейсмологических исследованиях принято считать добротность Q не зависимой от частоты. Для объяснения затухания объемных, поверхностных волн и свободных колебаний предлагается модель «полосы поглощения». Для твердого тела затухание характеризуется очень узкой полосой, максимум которой приходится на определенную частоту. Для кристаллов, составленных из частиц различного размера и ориентации, эта полоса поглощения может быть шириной в несколько десятков лет. Если механизм затухания инициализируется в мантии, то и время затухания должно быть сильно зависимым от температуры и давления. Форма этой полосы не зависит от глубины, но местоположение источника затухания может изменяться.

Данные лазерной локации, дающие столь низкие значения добротности Q , согласуются и с моделью частичного расплавления мантии на больших глубинах, и с моделью «широкой полосы поглощения», которая отрицает расплавление мантии. Поэтому требуются новые наблюдения приливной диссипации на соответствующих периодах, чтобы достоверно определить источник этой приливной диссипации.

Помимо приливного трения часть вращательной энергии растрачивается на взаимодействие ядра с мантией в приграничном (СМВ) слое. Как уже было сказано, диссипация любого происхождения проявляется при лазерных наблюдениях ФЛЛ как смещение полюса Луны из плоскости Кассини на величину $0.26''$. Проблема оценки доли приливной и СМВ – диссипации была решена путем моделирования процессов, приводящих к затуханию вращения, и сравнивая с наблюдениями. Подбирая параметры ядра – его радиус, сжатие и пр., Williams et al. (2001) смогли разделить вклад двух источников диссипации: $2/3$ прецессионного сдвига в $0.26''$ обусловлены приливами, а $1/3$ – диссипацией на СМВ. Других заметных проявлений рассеяния вращательной энергии за счет ядра не имеется.

Дифференциальное вращение ядра и мантии приводит, с одной стороны, к трению и, соответственно, замедлению вращательных процессов, с другой стороны, в зоне СМВ возможно зарождение турбулентного движения вещества, которое играет немаловажную роль в эволюции лунного вращения. Согласно расчетам (Williams et al, 2001; 2015),

обнаруженная диссипация должна вызывать затухание свободных либраций за геологическое короткое время. Но поскольку свободные либрации все же наблюдаются, то должен быть механизм для их активизации и поддержки. Yoder (1981) предложил в качестве такого механизма возбуждения свободных либраций вихревые (турбулентные) движениями на границе ядро/мантия. И затухание, и возбуждение будут вызывать временные неравномерности в свободных модах при их длительном наблюдении. Эти же процессы могут вызывать и резонансное усиление свободной нутации ядра.

7.4. Моделирование траекторий звезд в поле зрения полярного телескопа

В плане будущих наблюдений с поверхности Луны было бы интересно посмотреть, насколько чувствительны траектории звезд к физической либрации Луны, к точности динамической модели, к положению телескопа на лунной поверхности.

Задача построения траекторий звезды в поле зрения полярного телескопа сводится к получению ее положения в динамической системе координат, которая участвует в обратном прецессионном движении со скоростью $-0,0009242175$ радиан/сутки и либрационном движении, которое описывается теорией ФЛЛ.

7.4.1. Прецессионно-либрационное движение полюса

Мы рассматривали движение фиктивной точки с эклиптикальными координатами полюса Луны ($\lambda = \frac{\pi}{2} - \Omega$; $\beta = \frac{\pi}{2} - I$). Переход от эклиптикальной системы координат к лунной экваториальной (α'_L, δ'_L), с осью абсцисс x' (рис. 7.4), направленной на точку весны, осуществляется по формулам (Куликов, Гуревич, 1972):

$$\begin{cases} \cos \delta'_L \cos \alpha'_L = \cos \beta \cos (\lambda - \Omega - \sigma) \\ \cos \delta'_L \sin \alpha'_L = \cos \Theta \cos \beta \sin (\lambda - \Omega) - \sin \Theta \sin \beta \\ \sin \delta'_L = \sin \Theta \cos \beta \sin (\lambda - \Omega) + \cos \Theta \sin \beta \end{cases}$$

The diagram illustrates the Earth's coordinate system with the following elements:

- Earth's Surface:** A sphere representing Earth with a rotation axis Θ and angular velocity ω .
- Dynamic Equator:** A light blue elliptical plane labeled "Динамический экватор".
- Ecliptic:** A yellow elliptical plane labeled "Эклиптика".
- Coordinate Systems:**
 - $X(\gamma)$ and $x'(\gamma')$ are axes in the ecliptic plane.
 - x (к Земле) is an axis pointing towards Earth.
 - z (P Луна) is the vertical axis.
 - z (P кл) is the axis pointing towards the cluster.
- Angles and Parameters:**
 - α_L and α_l are angles between the z axis and the normal to the ecliptic and dynamic equator, respectively.
 - δ_L^* is the angle between the z axis and the ecliptic.
 - ψ is the angle between the x axis and the x' axis.
 - 90° is the angle between the z axis and the x axis.
 - ϱ is the angle between the z axis and the x axis.
 - Π is the angle between the z axis and the z (P кл) axis.
 - δ_L is the angle between the z axis and the z (P кл) axis.
 - δ_L^* is the angle between the z axis and the ecliptic.
- Other Labels:**
 - Θ is the rotation axis.
 - ω is the angular velocity.
 - ρ is the radius vector.
 - γ and γ' are angles.

Поле зрения телескопа, центр которого совпадает с полюсом инерции S , принимается ориентированным по осям инерции (рис. 7.5). Положение звезды определяется полярным углом α_L^* и расстоянием δ_L^*

183

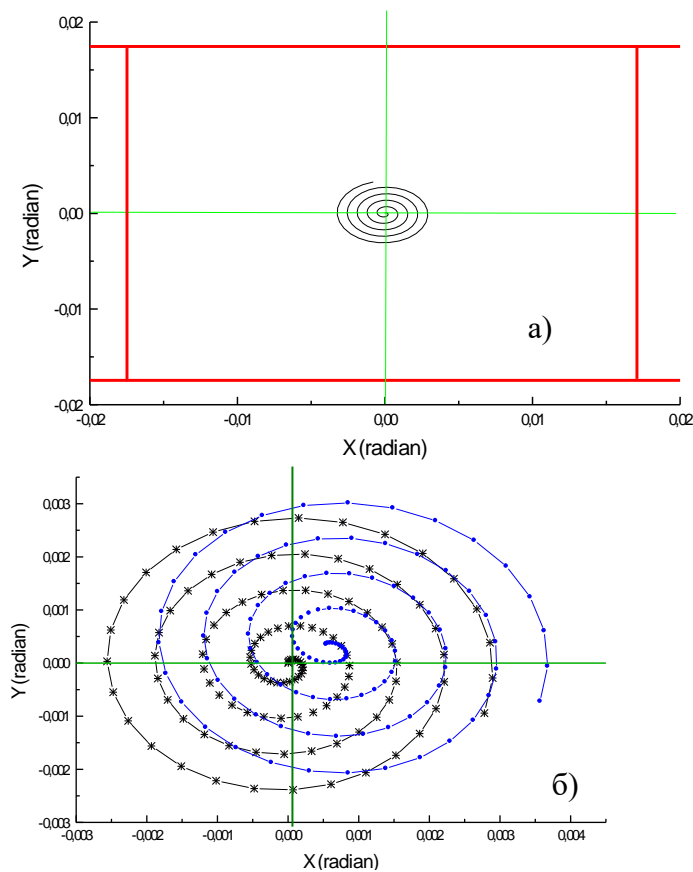


Рис. 7.6. Траектории полюса вследствие а) только прецессии (без либрации), и б) прецессии с либрацией. На а) траектории показаны в масштабе всего телескопа, на б) – более крупно – центральная область телескопа: * – траектория без либрации, • – добавлена либрация

Либрация вызывает общее смещение спиралей к земле (рис. 7.7). Полярное расстояние от центра телескопа вследствие либрации на начальный момент равно примерно 100 секундам дуги. Из сферических треугольников (рис. 7.4) можно вывести приближенную формулу для полярного расстояния:

$$p^2 = P(\lambda, \Pi) + \rho^2 + K(\lambda, \Pi) \cos(\dot{\eta}t) + L(\lambda, \Pi) \cos(I\sigma)$$

В ней члены, зависящие от эклиптической долготы λ и полярного эклиптического расстояния Π , не зависят от времени. Зависимость от прецессии ($\dot{\eta}t$) и либрации в наклоне ($I\sigma$) описывают периодический характер движения. И лишь член ρ^2 , приходящий от либрации в наклоне, вносит постоянную величину в полярное расстояние, чем и объясняется общее смещение спиралей.

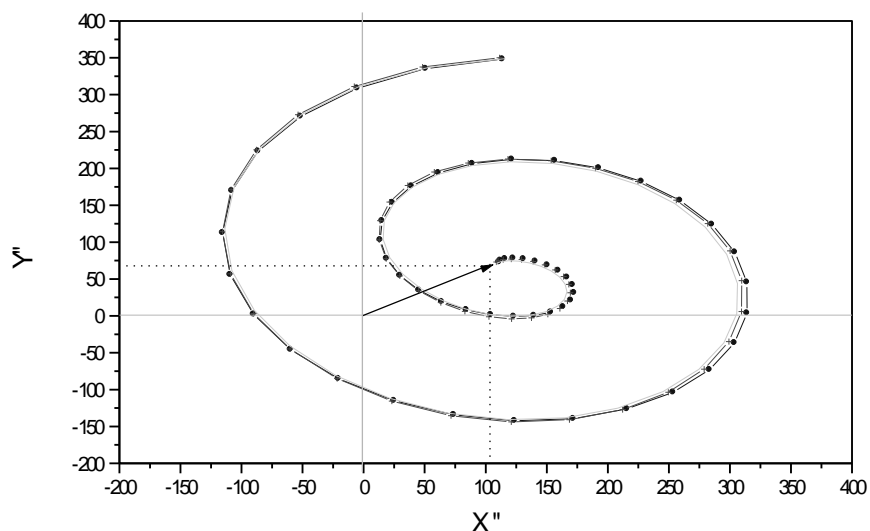


Рис. 7.7. Траектория звезды, рассчитанная за два драконических месяца по таблицам Петровой (1996) с членами $> 1''$ (+) и со всеми членами ряда (•)

Мы построили три траектории (рис. 7.7): по наибольшим (более $1''$ дуги) членам теории Экхардта (1981) – В, Петровой (1996) – D и по таблицам Петровой, дополненным членами свободной либрации, – С. То, что данные Экхарда и Петровой совпадают, это естественно для данных таблиц. Но влияние малых членов рядов либрации в пределах точности графика (1 секунда дуги) еле заметно отклоняет траекторию от приближенного положения. Однако при планируемой точности в 1 миллисекунду ($0,000''$) в проекте ILOM траектории будут существенно зависеть от точности разложения, т.е. от количества членов в рядах.

7.4.2. Зависимость вида траекторий от местоположения телескопа

Установить телескоп точно в среднем динамическом полюсе С маловероятно, поэтому интересно посмотреть, как будут выглядеть спирали траекторий, если телескоп чуть смещен от полюса. На рис. 7.8 спирали (А) показывают траектории при идеальном положении телескопа, когда его центр точно совпадает с полюсом С. При смещении центра телескопа, координаты его центра в системе осей (XY) определяются углом lt и полярным расстоянием dt . Положение спиралей относительно осей телескопа позволит определить точное положение телескопа в ДСК. Траектории на рис. 7.8 построены в предположении, что оси телескопа сохраняют свое параллельное положение осям инерции. Если и это условие не выполнится, то картина

чуть изменится, но аналитически можно и эту ситуацию предусмотреть – хорошая задача по аналитической геометрии для студентов.

7.4.3. Движение лунного полюса под действием отдельных составляющих физической либрации

Помимо общего смещения вследствие либрации прецессионных спиралей траекторий, достаточно трудно будет выявить более тонкие эффекты либрационного влияния. Поэтому мы убрали из расчетов прецессионное движение – как бы «остановили» движение линии узлов экватора по эклиптике. Далее, следуя примеру японских ученых (Noda et al., 2008), мы проследили, как сказывается каждая (большая) мода либрации на поведении звезды. Японские коллеги проводили такое моделирование на основе численной теории ФЛЛ, мы – на основе аналитической.

На рис. 7.9 показано свободное (F) движение полюса только вследствие чандлеровых колебаний:

$$p_1^F = -3''298 \sin(q - 0^\circ 01)$$

$$p_2^F = 8''163 \cos(q + 0^\circ 01)$$

Линия, показанная на рисунке, соответствует траектории полюса за 1 год. Так как период чандлеровых колебаний большой – 74 года, то годовое движение представляет лишь малую часть эллипса (рис. 7.2). Эта линия – почти прямая и смещена по оси Y от центра телескопа на величину примерно 8'' (на эпоху расчета траектории).

На рис. 7.10 показано, как видоизменяют траекторию звезды наибольшие по амплитуде гармоники вынужденной либрации: это гармоники драконического периода F (27,212 дней), аномалистического периода l (27,555 дней), гармоника с аргументом (l-2F), период которой равен 27,104 дня и гармоника с периодом в $\frac{1}{2}$ драконического месяца – 2F. Первые три гармоники близки к собственному вращению Луны в 27,3 дня, поэтому их взаимодействие с собственным вращением носит резонансный характер и производит такие сложные кривые, как в случае драконического или аномалистического месяца. Суммарное влияние всех четырех гармоник приводит к движению по неправильной спирали: за каждый месяц получается одна спираль.

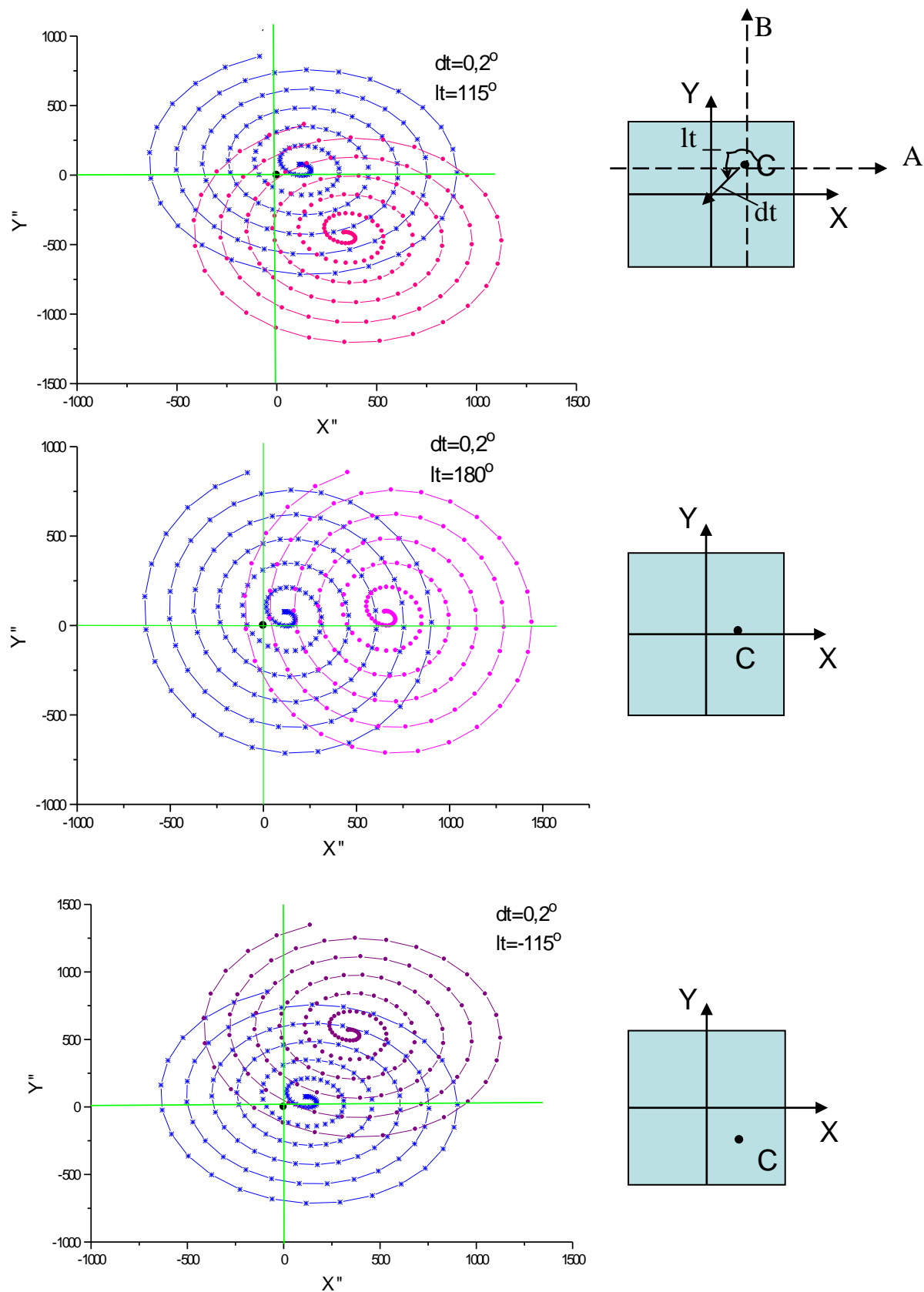


Рис. 7.8. Траектории звезды, рассчитанные за два драконических месяца для разных положений полюса относительно динамического центра C . Линии, отмеченные *, – телескоп в полюсе, линии с, отмеченные (•), – смещенное положение

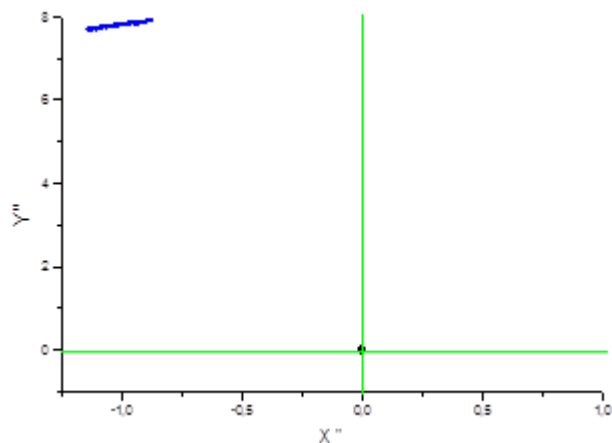


Рис. 7.9. Годовое движение полюса вследствие чандлерового колебания

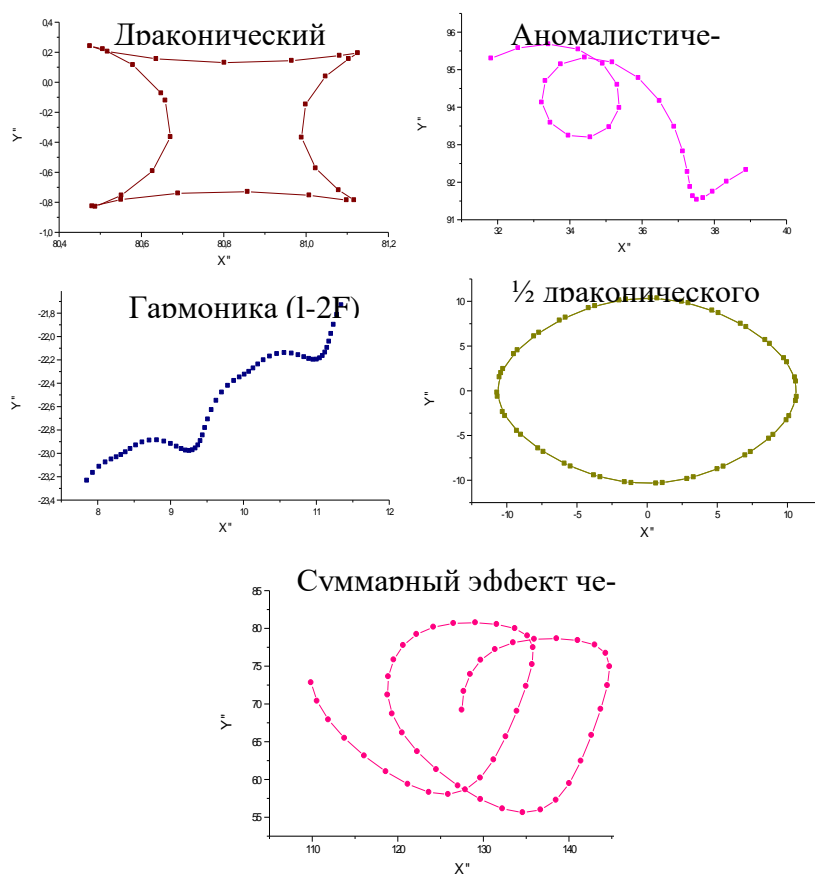


Рис. 7.10. Эффект воздействия гармоник вынужденной либрации на траекторию звезды

На рис. 7.11 показаны либрационные спирали за 1 год (13,5 драконических месяцев) с учетом всех членов либрационного ряда. Введение чандлерового члена приводит к общему смещению примерно

на 8 секунд всех спиралей. На рис. 7.11 справа выделено движение за 1 месяц и показаны числовые характеристики смещения. Расщепление спиралей настолько сильное, что даже на графиках, точность которых – 1 секунда дуги, оно хорошо заметно. Это говорит о том, что если для выявления параметров свободных либраций из лазерной локации понадобилось несколько лет, то полярный телескоп мог бы решить эту задачу уже за 1 месяц.

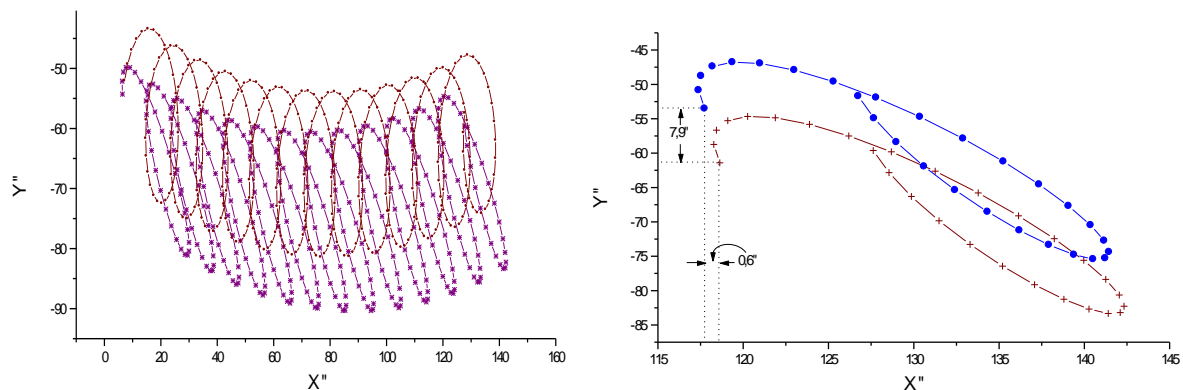


Рис. 7.11. Траектории звезды, рассчитанные за 13,5 драконических месяцев (слева) и за 1 месяц (справа). Линии, отмеченные *, – только вынужденная либрация, линии, отмеченные •, – вынужденная + свободная либрация

7.5. Прямая задача ФЛЛ. Особенности звездных траекторий в поле зрения лунного полярного телескопа и их чувствительность к динамической фигуре Луны.

В рамках теоретического обеспечения планируемого Японией лунного эксперимента ILOM, в рамках которого предполагается установить на одном из полюсов Луны зенит-телескоп с ПЗС-матрицей в объективе для наблюдения звезд с целью определения физической либрации Луны было проведено компьютерное моделирование поведения различных звезд в поле зрения этого телескопа. Для реализации этой задачи были выполнены следующие шаги:

- ☐ подборка списка звезд, попадающих в поле зрения телескопа на пути прецессионного движения лунного полюса;
- ☐ моделирование и анализ поведения звездных треков в период их наблюдения;

□ моделирование и проверка чувствительности измеряемых селенографических координат звезд к изменению параметров динамической модели Луны и параметров упругости лунного тела.

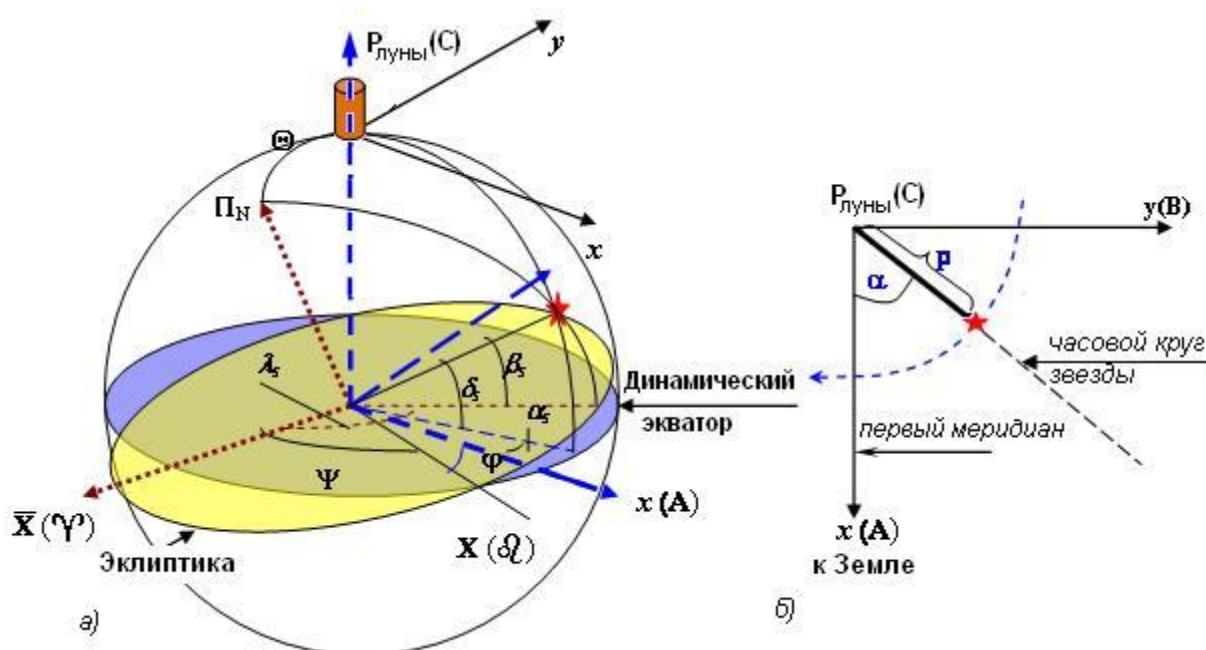
Нельзя не отметить, что проблемы наблюдений звезд с поверхности нашего естественного спутника волновали российских ученых еще задолго до практической востребованности этих исследований. Необходимо упомянуть работы А. А. Яковкина (1964), Ш.Т. Хабибуллина с соавторами (Habibullin et al., 1974), в которых затрагивались вопросы оптимального размещения измерительной аппаратуры на Луне, рассчитывались эклиптические и селеноэкваториальные координаты наиболее ярких звезд, строились таблицы перехода от лунного времени к мировому и обратно и многое другое. Их исследования легли в основу первой и единственной на настоящее время книги по лунной астрометрии Куликова и Гуревича (1972), которая и послужила для нас основным источником информации для проведения моделирования наблюдений с поверхности Луны.

7.5.1. Подготовка списка звезд для наблюдений телескопом ИЛОМ

Воспроизведем еще раз принцип наблюдения звезды в поле зрения полярного телескопа (Рис. 7.12). Разрабатываемая конструкция телескопа с апертурой 10 см и временем накопления 40 с позволяет фиксировать звезды до 13-й звездной величины с достаточно хорошим отношением сигнал/шум (Hanada et al., 2012). Поле зрения телескопа 1° . Мы рассматриваем “идеальную” систему, в которой телескоп устанавливается непосредственно в точке динамического полюса и его ось направлена строго вдоль оси наибольшего момента инерции C (рис. 7.12а). Другие оси телескопа направлены, соответственно, вдоль других главных моментов инерции: ось x вдоль оси наименьшего момента A (к Земле), ось y — вдоль среднего момента инерции B (рис. 7.12б).

В соответствии с указанными параметрами телескопа мы разработали программное обеспечение, с помощью которого выбрали звезды в полосе 0.5° в окрестности прецессионного движения лунных полюсов, которые движутся относительно северного и южного полюса эклиптики на расстоянии $I \sim 1^\circ 32.5$ - это средний наклон лунного полюса к полюсу эклиптики. Полный прецессионный оборот полюса завершают за драконический год ~ 18.6 г.

Звезды выбирались из нескольких звездных каталогов- UCAC2-BSS, Hipparcos, Tycho and FK6. ICRF-координаты звезды $\alpha^0_s \delta^0_s$ приводились к эклиптическим координатам λ_s, β_s на дату наблюдения. При этом учитывалась прецессия полюса мира, абберация и собственное движение звезд. В результате, мы получили кольцо из звезд в окрестности обоих полюсов эклиптики (Petrova, Hanada, 2012b). Звезды северного полюса (рис. 7.13) располагаются в созвездии Дракона (Draco), Южного – Золотой Рыбки (Dorado).



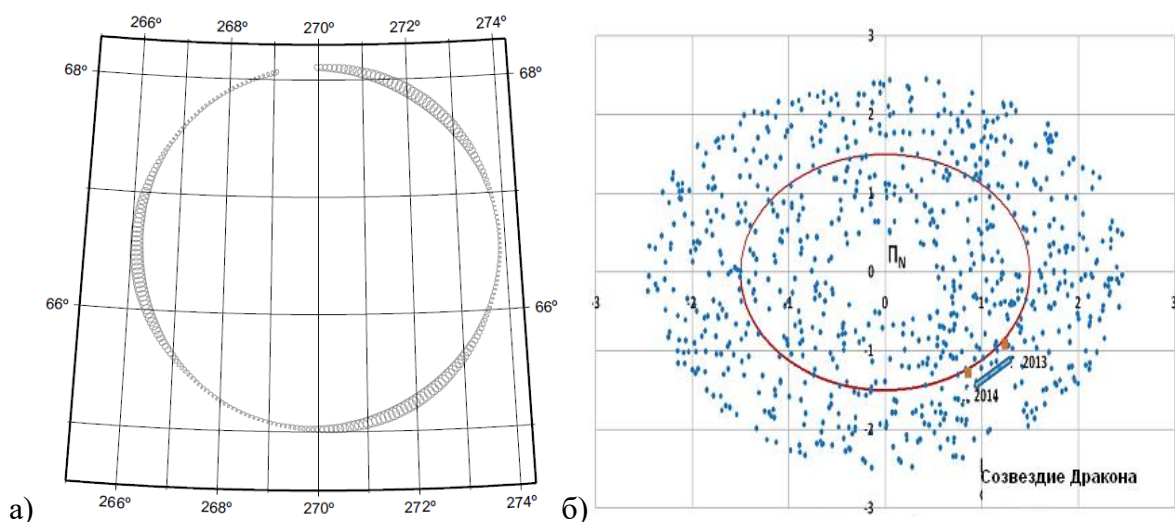


Рис. 7.13. а) Траектория лунного северного полюса с учетом прецессии и либрации (расчеты и построение выполнено Noda et al., 2008). б) Кольцо звезд в окрестности прецессионного движения северного полюса – эклиптическая система координат, оси в градусах.

Спектральные характеристики звезд составленного нами списка были использованы японскими исследователями для оценки времени накопления оптической системы телескопа для наблюдения звезд заданной звездной величины (Hanada et al., 2012).

7.5.2. Редукция координат звезд к селенографической системе

В рассматриваемой нами системе проекта ИЛОМ, в качестве селенографической системы координат (x y z) мы берем динамическую систему координат (ДСК), образованную главными осями инерции Луны (рис. 1). Ось x указывает положение первого меридиана. ДСК практически жестко связана с телом Луны, поэтому изображения звезд в поле “идеального” телескопа, который воспроизводит ДСК, будут отражать либрационные движения Луны в пространстве.

При построении аналитической теории Луны в качестве инерциальной системы координат обычно рассматривается эклиптическая система эпохи J2000. Ось \bar{X} этой системы направлена в точку весны. Вращение Луны (ее главных осей инерции) описывается относительно эклиптической системы с помощью углов Эйлера (φ , Θ , Ψ).

Редукция эклиптических прямоугольных координат звезды ($\bar{X}_s \bar{Y}_s \bar{Z}_s$) к селенографической системе прямоугольных (x_s, y_s, z_s) или полярных (α_s, δ_s) координат, реализуется с помощью умножения матриц поворота:

$$\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta_s \cos \alpha_s \\ \cos \delta_s \sin \alpha_s \\ \sin \delta_s \end{pmatrix} = \Pi_z(\varphi + 180^\circ) \times \Pi_{\bar{x}}(-\Theta) \times \Pi_{\bar{z}}(\Psi) \times \begin{pmatrix} \bar{X}_s = \cos \beta_s \cos \lambda_s \\ \bar{Y}_s = \cos \beta_s \sin \lambda_s \\ \bar{Z}_s = \sin \beta_s \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

Матрица $\Pi_b(a)$ реализует поворот триэдра осей на угол a относительно оси b .

Углы Эйлера и физической либрации (τ , ρ , σ) связаны соотношением:

$$\varphi(t) = F(t) + \tau(t) - \sigma(t), \quad \Theta(t) = I + \rho(t), \quad \Psi(t) = \delta\mathcal{L}(t) + \sigma(t).$$

Здесь угол F - это средняя долгота Луны относительно среднего восходящего узла орбиты $\delta\mathcal{L}$. Углы либрации $\tau(t)$, $\rho(t)$, $\sigma(t)$ - в долготе, наклоне и узле - в аналитической теории представляются в виде ряда Пуассона $X_i = \sum_{r=1}^{\infty} A_r \prod_{s=1}^m E_s^{n_i} \left(\frac{\sin}{\cos} \right) (k_{r1}^i l + k_{r2}^i F + k_{r3}^i l' + k_{r4}^i D)$, в котором аргументы Делоне (l , l' , F , D) задают зависимость от времени t , а степенные множители $E_s^{n_i}$ - от параметров гравитационного поля Луны. Численные значения коэффициентов A и индексов n и k вычисляются при построении теории ФЛЛ, и в нашем случае они взяты из теории Петровой (Petrova, 1996; Гусев, Петрова, 2008).

7.5.3 Анализ траекторий звезд, наблюдаемых с лунного полюса

Уравнения (7.8) были использованы для построения треков 48 звезд северного полушария. Расчет селенографических координат звезды через ее эклиптические координаты на основе имеющейся теории ФЛЛ и выбранной модели гравитационного поля мы называем *прямой задачей*.

Согласно планам японских исследователей, фотографирование звездного неба предполагается проводить каждые 12 часов. С этим шагом и были рассчитаны селенографические координаты и построены соответствующие треки на интервале 13 сидерических лунных месяцев, примерно равном 1 году. В отличие от наблюдений звезд с Земли лунные суточные параллели представляют собой не замкнутые круги, а спирали. Это было ожидаемо, т.к. прецессионное движение лунного полюса, в отличие от земного, намного более быст-

рое - 18.6 г. по сравнению с 26000 лет, а “лунные сутки” продолжительностью в 23.7 земных дней, наоборот, длиннее земных.

Неожиданным оказалось то, что некоторые звезды описывают петли в свое видимом движении по небесной сфере (рис. 7.14а). Эффект будет наблюдаться следующим образом: с начала наблюдения звезда по закручивающейся спирали приближается к центру телескопа, а затем, достигая какого-то минимального расстояния от центра, начинает по раскручивающейся спирали уходить от центра. Такие явления, как оказалось, наблюдаются у тех звезд, эклиптическая долгота которых λ_{star} к моменту наблюдения была меньше соответствующей долготы лунного полюса λ_{pole} . В силу обратной прецессии, полюс движется навстречу звезде, а когда их долготы сравниваются, то звезда, естественно, начинает уходить от полюса.

Очевидно, что такие эффекты присущи и наблюдениям с Земли, но они менее заметны. Ведь земной полюс прецессирует со скоростью 20.1 секунд дуги в год, а лунный – 1875 секунд. То есть, примерно, только за 100 лет земной полюс пройдет годовой путь лунного полюса.

Таким образом, комбинация медленного собственного вращения Луны и быстрого прецессионного движения лунного полюса объясняет и спиралевидные суточные треки звезд, и наличие петлеобразных треков, которые наблюдаются у части звезд, по направлению к которым в начале наблюдения движется лунный полюс вследствие обратной прецессии. На рис. 7.14б показано, как меняется полярное расстояние таких звезд по мере их приближения к центру телескопа (полюсу) и уходу от него.

7.5.4 Оценка влияния модели гравитационного поля Луны на селенографические координаты звезд

Проверка чувствительность звездных треков к выбранной модели гравитационного поля Луны – это еще одна задача, которая была рассмотрена нами на этапе прямой задачи. Нас интересовала качественная реакция селенографических координат звезд к малым изменениям во внутренних характеристиках Луны.

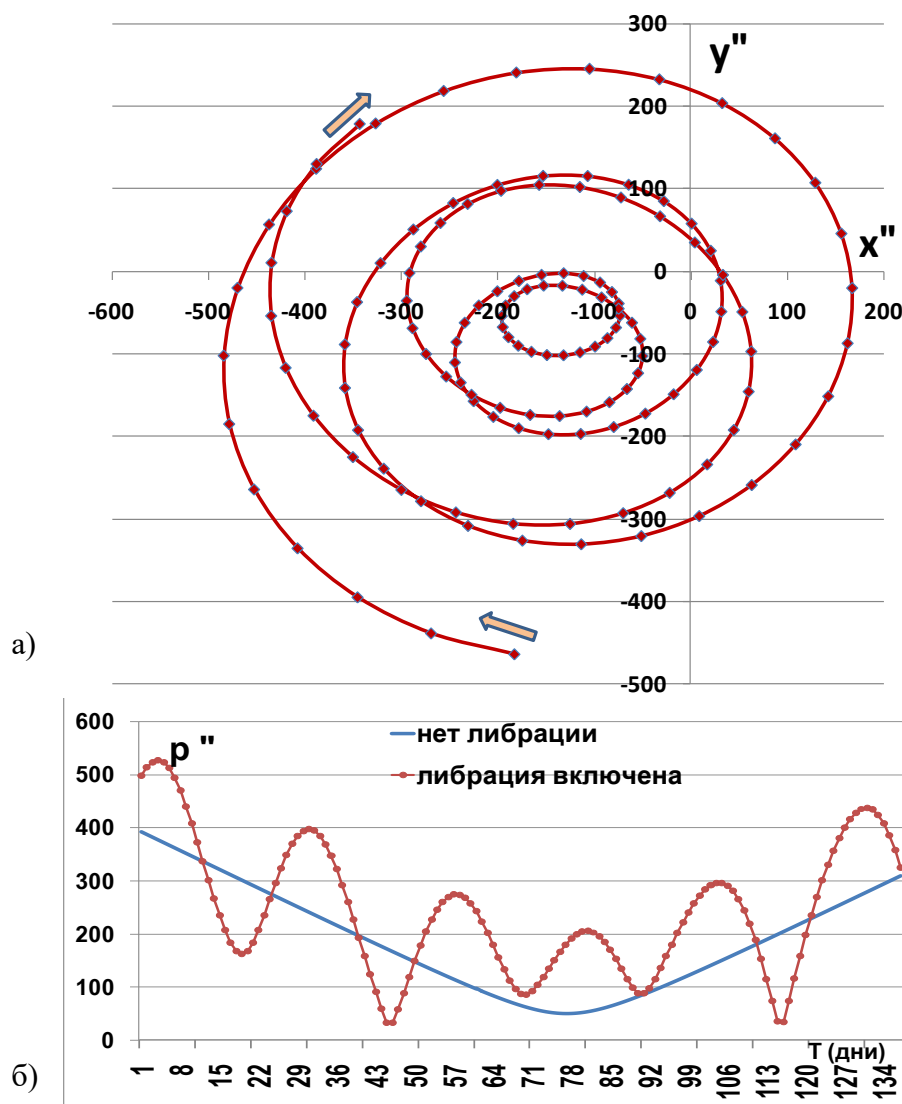


Рис. 7.14 а) Наиболее яркий пример петлеобразного видимого движения звезды, рассчитанного на пять месяцев, и б) соответствующий график изменения полярного расстояния этой звезды с учетом и без учета физической либрации.

Эти изменения определены использованием разных динамических моделей. Аналитическая теория, несмотря на невысокую точность, дает аналитическую зависимость и от времени, и от параметров динамической модели в виде рядов Пуассона. Это позволяет провести несложные вычисления для разных наборов динамических параметров.

В нашем исследовании мы рассмотрели расхождения в моделируемых селенографических координатах, вызванные применением четырех разных моделей гравитационного поля:

- ЛЛЛ - модель, построенная по данным лазерной локации Луны (Dickey et al., 1994);
- GLGM-2, построенная на основе доплеровского слежения за спутником Clementine (Lemoine et al., 1997);
- LP150Q – результат миссии Lunar Prospector (Konopliv, 2000);
- SGM100h – улучшенная модель гравитационного поля, построенная на доплеровском слежении в системе спутников миссии SELENE (Matsumoto et al., 2010).

Мы ограничились рассмотрением гармоник только второго и третьего порядка селенопотенциала, численные значения параметров которых имеются во всех четырех рассматриваемых моделях. Коэффициенты Стокса второго порядка в моделях LP150Q и SGM100h представлены в нормализованном виде, мы привели коэффициенты к ненормализованной форме, которая используется в рядах ФЛЛ.

Проблема возникла с использованием нормализованного момента инерции $C/(MR^2)$. В модели GLGM-2 в статье Lemoine et al. (1997) не приводятся числовые значения этого момента. Мы воспользовались оценками этой величины, выполненными S. Goossens (2011) на основе методики Bills (1995). Для модели LP150Q величина нормализованного момента взята из работы Konopliv et al. (1998), а величина числа Лява k_2 из данных Konopliv (2000). Для SGM100h оба параметра - $C/(MR^2)$ и k_2 - представлены в работе Goossens et al. (2011).

В системе главных осей инерции коэффициенты C_{21} , S_{21} , и S_{22} равны нулю. Поскольку определение гравитационного поля по спутниковым данным реализуется на основе приливной модели Луны, следовательно, и гравитационные коэффициенты Стокса C_{20} и C_{22} относятся к упругой Луне. В то же время аналитическая теория ФЛЛ построена для твердой Луны. Поэтому, чтобы иметь возможность использовать эти коэффициенты в аналитической теории ФЛЛ, мы должны были сделать поправки за упругость в значениях этих коэффициентов, следуя рекомендациям Williams et al. (2001):

$$C_{22}^{\text{ТВ}} = C_{22}^{\text{УПР}} + k_2 \times 1.851 \cdot 10^{-6}; \quad C_{20}^{\text{ТВ}} = C_{20}^{\text{УПР}} + k_2 \times (3.698 \cdot 10^{-6} + 2.1 \cdot 10^{-8}).$$

Эти поправки требовалось внести в коэффициенты моделей LP150Q и SGM100h.

В табл. 7.3 представлены значения всех параметров, которые были использованы при проведении расчетов прямой задачи.

Основываясь на данных табл. 7.3, мы исследовали разности в рассчитываемых селенографических координатах (x_s и y_s), возникающие из-за использования разных динамических моделей: «чувствуют» ли координаты звезд небольшие изменения в структуре лунного тела?

Т а б л и ц а 7.3

Численные значения параметров динамической модели, подставляемые в теорию ФЛЛ.

10	$\frac{C}{MR^2}$	k_2	Ненормализованные коэффициенты Стокса ($\times 10^6$)								
			C_{20}	C_{22}	C_{30}	C_{31}	C_{32}	C_{33}	S_{31}	S_{32}	S_{33}
ЛЛЛ	0.3940	0.0302	-204.0	22.50	-8.66	32.4	4.869	1.73	4.67	1.696	-0.28
GLGM-2	0.3932	0.0302	-203.986	22.227	-9.99	28.290	4.886	1.756	5.54	1.656	-0.270
LP150Q	0.3932	0.0248	-203.353	22.404	-8.475	28.452	4.845	1.713	5.90	1.670	-0.249
SGM100h	0.39348	0.0240	-203.539	22.417	-8.433	28.465	4.843	1.713	5.88	1.675	-0.243

Наиболее заметно влияние ФЛЛ на поведении трека фиктивной звезды с координатами среднего полюса Луны. Предположим, что на момент наблюдения динамический полюс Луны (ось C) и средний полюс Луны совпадают. Рассмотрим вначале только прецессионное движение Луны без учета либрации, т.е. моделируем равномерное вращение Луны, синхронизированное с ее орбитальным движением: ось x совпадает со средним направлением на Землю. В этом случае звезда будет уходить от *центра* телескопа по круговой спирали (Рис. 7.15a).

Включение физической либрации в процесс моделирования вызывает небольшое, но заметное смещение системы осей инерции относительно воображаемой равномерно вращающейся системы. Оси x и y поворачиваются относительно оси z так, что ось x смещается по долготе от среднего направления на Землю. В то же время наблюдается и постоянное смещение осей x и z относительно y так, что главная ось z смещается от среднего полюса вращения. В работе Williams et al. (2006) детально описаны внутренние причины этих поворотов системы осей инерции, обусловленные влиянием отдельных гармоник гравитационного поля.

В нашем случае эти малые смещения лунного тела вызывают смещение телескопа, который несет в себе отражение движения ДСК. В наблюдениях этот эффект проявляется в том, что звезда с координатами среднего полюса будет смещена в противоположную от Земли сторону (Рис. 7.15a). Наши расчеты показали, что величина смещения

зависит от принятой модели гравитационного поля. В табл. 7.4 представлены численные значения расстояния r между средним и динамическим полюсом для всех четырех моделей, а также величина селенографической долготы α_r динамического полюса, измеряемой от оси x .

Т а б л и ц а 7.4

Расстояние между средним и динамическим полюсами, рассчитанное для набора динамических моделей на момент Январь 1, 2013

Модель гравитационного поля	Моделируемые параметры				Разность по отношению к модели SGM				Ссылка
	x	y	Полярное расстояние r	α_s	Δx	Δy	Δr	$\Delta \alpha_s$	
<i>размерность</i>	<i>секунды дуги</i>			<i>градусы</i>	<i>секунды дуги</i>			<i>градусы</i>	
ЛЛЛ	-127.558	-75.855	148.408	239.261	6.18	-0.074	-5.312	-1.238	Dickey et al., 1994
GLGM-2	-141.138	-75.972	160.286	241.707	19.76	0.191	-17.190	-3.684	Lemoine et al., 1997
LP150Q	-120.717	-75.770	142.526	237.885	-0.665	0.011	0.570	0.138	Konopliv, 2000
SGM100h	-121.382	-75.781	143.096	238.023	-	-	-	-	Matsumoto et al., 2010

Треки звезды для всех четырех моделей показаны на рис. 7.15б. Несмотря на то, что для моделей LP150Q и SGM100h линии на графике почти сливаются, это всего лишь эффект графика, изображающего разномасштабные процессы. Реально разность в численных значениях координат $x_s(t)$ и $y_s(t)$ для этих моделей составляет доли секунды почти на всем интервале моделируемого периода. Это хорошо видно из рис. 7.15в, где выделена кривая разности полярных расстояний только для моделей LP150Q и SGM100h. Для двух других моделей амплитуда подобных колебаний относительно SGM-трека может достигать в некоторые моменты десятки секунд для модели GLGM-2 и нескольких секунд для ЛЛЛ.

Таким образом, вычисленные нами треки звезд достаточно хорошо «чувствуют» даже небольшие изменения в параметрах динамической модели Луны и будут давать в обработке предстоящих наблюдений возможность для уточнения этих параметров.

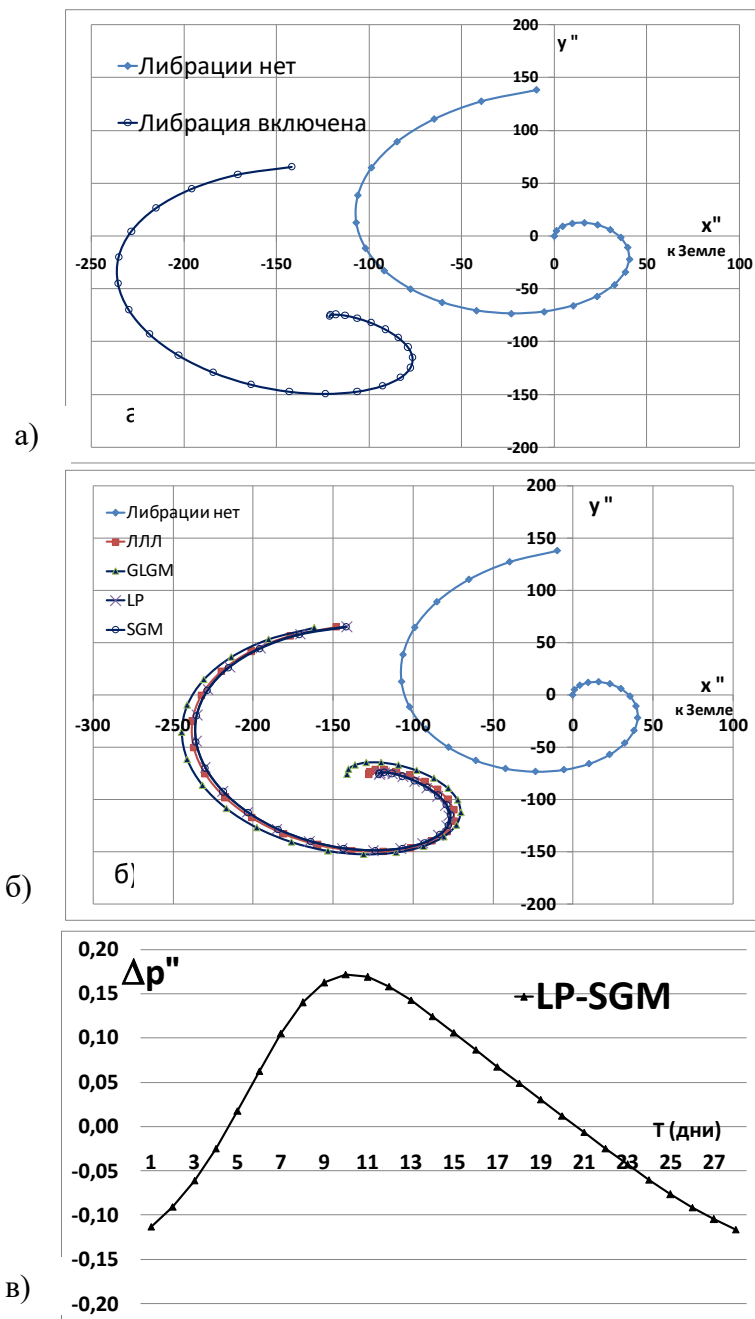


Рис. 7.15 а) Смещение и искривление трека звезды вследствие включения в расчеты либрации. б) Треки звезды, рассчитанные для 4-х моделей гравитационного поля. в) Изменение разности в моделируемых полярных расстояниях звезды при сравнении моделей LP150Q и SGM100h.

7.6. Обратная задача ФЛЛ.

Оценка возможностей определения параметров либрации из наблюдений лунного полярного телескопа

7.6.1 Постановка проблемы

Под *обратной задачей ФЛЛ* мы понимаем вычисление из системы уравнений (7.8) значений углов физической либрации $\tau^{\text{obs}}(t)$, $\rho^{\text{obs}}(t)$, $I\sigma^{\text{obs}}(t)$ на основе полученных из наблюдений селенографических координат звезды x_s^{obs} , y_s^{obs} , z_s^{obs} . Множитель I (значение среднего наклона экватора Луны к эклиптике в радианах) вводится обычно для угла σ с целью приведения его к одному порядку значимости с другими двумя углами либрации τ и ρ .

Чтобы описать метод решения задачи, т.е. решение системы нелинейных уравнений (7.8), где уже неизвестными являются переменные $\tau^o(t)$, $\rho^o(t)$, $I\sigma^o(t)$, перейдем к векторной форме и перепишем указанную систему в общем виде. Обозначим вектор наблюдаемых селенографических координат следующим образом:

$$\vec{A}(t) = (x_s(t), y_s(t), z_s(t))^T, \quad (7.9)$$

здесь $z_s = \pm\sqrt{1-p_s^2}$ рассчитывается по формуле для полярного расстояния $p_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ (“плюс” – для северного, а “минус” – для южного полушария). Вектор прямоугольных эклиптических координат звезды $\vec{B}(\lambda_s, \beta_s) = (\bar{X}_s \bar{Y}_s \bar{Z}_s)^T$ не зависит от времени.

В обратной задаче либрационные углы уже являются *неизвестными* функциями времени, и для них мы вводим вектор

$$\vec{X}(t) = (\tau(t), \rho(t), \sigma(t))^T = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T. \quad (7.10)$$

Тогда систему уравнений (7.8) может быть переписана в виде:

$$\mathbf{F}(\vec{X}) = \Pi_z (F + x_1 - x_3 + 180^\circ) \times \Pi_{\bar{X}} (-(I + x_2)) \times \Pi_{\bar{Z}} (\delta\varphi + x_3) \times \vec{B} - \vec{A} = 0, \quad (7.11)$$

Или, коротко, $\mathbf{F}(\vec{X}) = (F_1, F_2, F_3) = 0$.

7.6.2 Градиентный метод решения уравнений обратной задачи.

Система (7.11) состоит из трёх алгебраических нелинейных уравнения. Её решение может быть получено приближенными итера-

ционными методами. Однако якобиан этой системы, как оказалось, близок к нулю

$$J(X) = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \frac{\partial F_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_2} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} \end{vmatrix} \approx 0. \quad (7.12)$$

Это, в свою очередь, означает, что система (7.8) плохо обусловлена и, в результате, наиболее распространенный метод Ньютона для решения нелинейных алгебраических уравнений не дает сходящегося решения.

Однако нами был рассмотрен *градиентный метод* (Демидович, Марон, 2006) решения подобных систем, основанный на том, что функции F_i непрерывно дифференцируемы в окрестности корня уравнений. Сущность метода заключается в минимизации функции

$\Phi(\vec{X}) = \sum_{i=1}^3 F_i^2(\vec{X})$, которая, в конечном итоге, приводит к сходящемуся

итерационному процессу, реализованному формулой:

$$\vec{X}^{p+1} = \vec{X}^p - \mu_p W^T \mathbf{F}^p \quad (p=0, 1, 2, \dots) \quad (7.13)$$

Здесь

$$W(\vec{X}) = \frac{d\mathbf{F}}{d\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \frac{\partial F_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_2} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} - \text{матрица Якоби вектор-функции } \mathbf{F}, \text{ а}$$

$$\mathbf{F}^p = \mathbf{F}(\vec{X}^p).$$

$$\mu_p = \frac{(\mathbf{F}^p, W W^T \mathbf{F}^p)}{(W W^T \mathbf{F}^p, W W^T \mathbf{F}^p)}. \quad (7.14)$$

В числителе и знаменателе этой формулы стоят скалярные произведения соответствующих векторов.

Так как в реализации этого метода не используется обратная матрица Якоби, то он обеспечивает хорошую сходимость для функций $\vec{F}(\vec{X})$ в пределах заданной точности.

7.6.3 Анализ решения обратной задачи

На этапе прямой задачи с шагом в 12 часов были получены числовые значения углов физической либрации $\vec{X}(t) = (\tau(t), \rho(t), I\sigma(t))^T$ и для каждой звезды были получены численные значения селенографических координат $\vec{A}(t) = (x, y, z)^T$ на заданный интервал времени.

При решении обратной задачи, координаты $\vec{A}(t)$, полученные на предыдущем шаге, вводятся в уравнения (7.11). Система уравнений решается градиентным методом с заданной точностью ε с целью получения значений вектора $\vec{X}(t)$. Значения $\vec{X}(t)$, рассчитанные на этапе прямой задачи (обозначим их как $\vec{X}^c(t)$ – “calculated”) берутся теперь в качестве начальных значений $\vec{X}^{p=0}$ для (7.13). На выходе мы получаем набор значений для углов ФЛЛ $\vec{X}^o(t) = (\tau^o(t), \rho^o(t), I\sigma^o(t))$, которые назовем наблюдаемыми – “observed” -значениями. Далее сравниваем $|\vec{X}^o(t) - \vec{X}^c(t)| \ll \varepsilon$? Результаты показали, что градиентный метод не вносит существенных ошибок в вычисление $\vec{X}(t)$ и разность (о-с) всегда остается в пределах заданной точности ε .

7.6.4. Оценка влияния погрешности измерения координат точность определения углов либрации.

В проекте ILOM телескоп позволит определять прямоугольные координаты $x_s(t), y_s(t)$ для каждой звезды, попадающей в поле зрения. Компонента $z(t)$ в выражении (7.9) рассчитывается на основе двух других компонент. Мы рассматриваем идеальный вариант измерений, когда измеряемые координаты лишены систематических ошибок и подвержены только случайным погрешностям. Для анализа мы взяли фиктивную звезду с координатами среднего северного полюса (P_N) Луны: $\lambda_{P_N} = \delta\zeta + 90^\circ$; $\beta_{P_N} = 90^\circ - I$.

Используя генератор случайных чисел, мы смоделировали различные уровни случайных ошибок Δx , Δy для каждого мгновенного измерения. Проверка чувствительности либрационных углов к ошибкам измерения была проведена согласно алгоритму, описанному в параграфе 7.6.3. Разница лишь в том, что перед тем, как ввести в уравнение 7.11 компоненты вектора \vec{A} , они предварительно искусственно «зашумлялись», т.е. «наблюдаемым» координатам x , y случайным образом придавались ошибки Δx , Δy в пределах заданной величины ε . Расчеты были проведены на интервале в 3 года. Разностные спектры – «остаточные разности» были получены для различных значений ε . Часть этих спектров, соответствующих 1 месяцу представлены на рисунке 7.16, демонстрирующем влияние ошибки измерения Δx , Δy на погрешности в углах либрации $\Delta\tau$, $\Delta\rho$, $\Delta\sigma$.

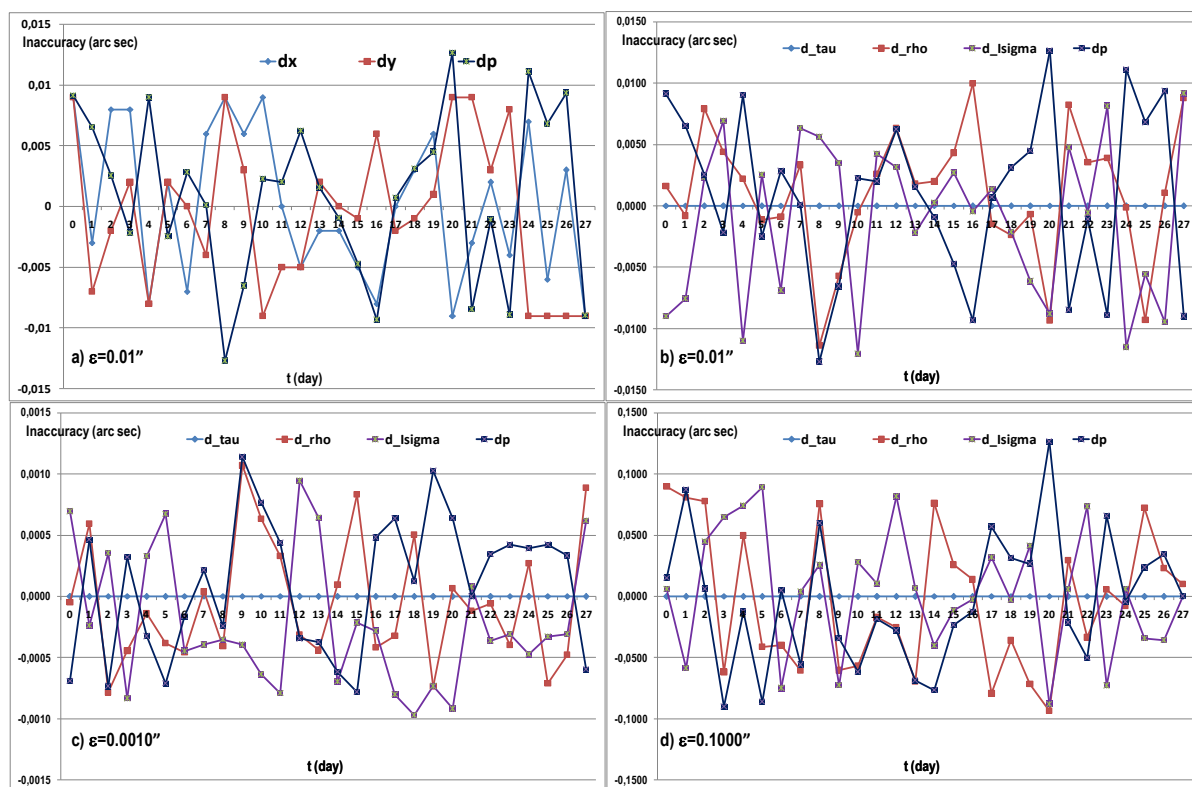


Рис. 7.16. Верхние диаграммы показывают случайные погрешности в селенографических координатах и полярном расстоянии звезды (а) и соответствующие им погрешности в углах либрации (б) для заданной погрешности $\varepsilon=0,01''$. На нижних диаграммах показаны только ошибки в углах либрации для погрешностей $\varepsilon=0,001''$ (с) и $\varepsilon=0,1''$ (д).

Рис. 7.16а показывает также и моделируемую ошибку в измерении полярного расстояния Δp . Значения для либрационных углов получены решением обратной задачи.

Анализируя представленные диаграммы, можно сделать следующие выводы (Petrova et al., 2012b):

1. На протяжении всего моделируемого периода погрешности в углах либрации $|\Delta \rho|$ и $|\Delta I \sigma|$ имеют тот же порядок, что и погрешность в полярном расстоянии Δp .

Зависимость ошибки Δp от Δx и Δy определяется формулой:

$$\Delta p = \Delta \left(\sqrt{x^2 + y^2} \right) = \frac{x\Delta x + y\Delta y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (7.15)$$

Максимальная ошибка в Δp достигается в случае, если и $x = y$ и $\Delta x = \Delta y = \varepsilon$. Следовательно:

$$\Delta p \Big|_{\substack{x=y \\ \Delta x=\Delta y=\varepsilon}}^{\max} = \sqrt{2}\varepsilon \quad (7.16)$$

Это означает, что если технологически удастся добиться погрешности в определении координат, например, $\varepsilon = 1$ секунда дуги, то погрешность в определении углов физической либрации не будет превышать величины $\sqrt{2}\varepsilon \leq 1,41$ секунды дуги, т.е. $|\Delta \rho| \leq \sqrt{2}\varepsilon$ и $|\Delta I \sigma| \leq \sqrt{2}\varepsilon$.

2. Вместе с тем, величина $\tau(t)$ не зависит от изменений в x и y (в пределах наблюдаемой точности) и, следовательно, не может быть определена из наблюдений полярных звезд.

Исследуя общее приращение и дифференциал функции (7.11), мы записали следующие соотношения между ошибками в углах либрации и полярным расстоянием ($p_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$):

$$\begin{aligned} DD(t, \tau_c, \rho_c, \sigma_c) \times \Delta \tau &= \Delta p; \\ Dy(t, \tau_c, \rho_c, \sigma_c) \times \Delta \rho &= \Delta p; \\ Dz(t, \tau_c, \rho_c, \sigma_c) \times \Delta I \sigma &= \Delta p. \end{aligned} \quad (7.17)$$

Численные оценки коэффициентов при $\Delta \tau$, $\Delta \rho$, $\Delta I \sigma$ дают значения $DD \sim 10^{-12}$, $Dy \sim 1$; $Dz \sim 1$. Это подтверждает, что либрация в долготу плохо коррелирует с полярным расстоянием.

Фактически, мы это можем увидеть и из геометрического понимания физической либрации. Долготная либрация зависит от селенографической широты δ пропорционально $\cos\delta$, который в полярной зоне близок к нулю.

Оптимальным расположением телескопа для определения долготных либраций был бы экватор, но в этом случае хуже определяются либрации в наклоне и узле. Поэтому для определения всех трех углов желательно поместить телескоп на средних широтах вблизи первого меридиана (Петрова и др., 2009). Полярная область выбрана японскими исследователями из тех соображений, что в окрестности полюсов есть области, где всегда светит солнце (для питания солнечных батарей), также есть и области постоянной тени, что обеспечивает меньший износ оборудования от резких перепадов температуры.

В рамках обратной задачи мы исследуем, каким образом в обработке наблюдений проекта ILOM будет проявляться *отклонение* вязкоупругой Луны от ее *твердотельной модели*.

7.6.5 Расширение теории ФЛЛ на случай деформируемой Луны

Аналитическая теория Петровой (1996), как и большинство других аналитических теорий, построена для модели твердой Луны. Чтобы иметь возможность исследовать упругую модель, мы воспользовались расчетами Chapront et al. (1999), результаты которых дают аналитическое расширение твердотельной теории Moons (1982) на случай вязкоупругой Луны. Решение Chapront et al. было получено путем сравнения аналитической теории Moons с численной моделью DE245. В результате были получены дополнительные тригонометрические ряды (частный случай рядов Пуассона), члены которых обусловлены учетом возмущений, оказываемых на деформируемую Луну Землей, Солнцем, и учетом эффектов вращательной деформации.

Теория Moons, а, следовательно, и ее расширение описывают ФЛЛ через направляющие косинусы полюса эклиптики δP_1 , δP_2 в ДСК и либрацию по долготе $\delta\tau$.

$$\begin{aligned}\delta P_1 = & -0.024'' - 0.059'' \sin(l - F) - 0.001'' \sin(l + F - 2D) + \\ & + 0.273'' \cos F + 0.005'' \sin F - 0.015'' \cos(l - F) - 0.001'' \cos(2l - F)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta P_2 &= 0.013'' \cos F + 0.011'' \cos(1 - F) \\
&\quad - 0.001'' + 0.005'' \cos F - 0.272'' \sin F - 0.020'' \sin(1 - F) + 0.001'' \sin(21 - F) \\
\delta \tau &= 0.010'' \sin(21 - 2F) - 0.006'' \sin 1 + 0.001'' \sin(1 - 2D) \\
&\quad + 0.397'' - 0.048'' \cos(21 - 2F) - 0.006'' \cos(21 - 2D) - 0.001'' \cos 1
\end{aligned} \tag{7.18}$$

Из трех моделей деформируемой Луны, для которых Chapront et al. были вычислены ряды ФЛЛ, мы ограничились рассмотрением вязкоупругой модели с постоянным временем задержки. Ряды в (7.18) записаны нами в две строки: первая содержит гармоники, обусловленные моделью чисто упругих деформаций, вторая строка – гармоники, полученные из вязкой модели. Упругая модель Луны описывается числом Лява k_2 , вязкая – временем запаздывания Δt , которое обратно пропорционально добротности Q . Ряды (7.18) были рассчитаны Chapront et al для модели DE245 и числовых значений $k_2 = 0.02992$ и $\Delta t = 0.16485$.

Для согласования используемой аналитической теории Петровой с моделью Chapront et al. ряды Пуассона были приведены к тригонометрическому виду путем подстановки в степенные множители числовых значений параметров гравитационного поля модели DE245. При моделировании наблюдений вязкоупругой Луны, эти ряды аналитически, с помощью комплекса программ пуассоновского процессора PSP - Poisson Series Processor (Ivanova, 2001), складывались с рядами (7.18). Так же, с помощью PSP, были получены аналитические ряды для углов Эйлера, выражаемых через P_1 , P_2 и τ через следующие соотношения:

$$\Theta = \arcsin \sqrt{P_1^2 + P_2^2} ; \quad \sigma = \arcsin \left(\frac{P_2 \sin F - P_1 \cos F}{\sin \Theta} \right) + \tau$$

7.6.6 Решение обратной задачи для вязкоупругой Луны

Стратегия решения обратной задачи Луны заключается в следующем.

1. На этапе прямой задачи на основе модифицированной теории ФЛЛ вязкоупругой Луны вычисляются селенографические координаты x_s^{obs} , y_s^{obs} , z_s^{obs} . Эти координаты рассматриваются нами как

“наблюдаемые”. Мы искусственно, используя генератор случайных чисел, вносим в них “шум” величиной $\varepsilon = 1\text{мс}$.

2. На этапе обратной задачи “наблюдаемые” координаты подставляются в левую часть уравнений (1) и затем градиентным методом вычисляются “наблюдаемые” значения углов ФЛЛ - $\tau^{\text{obs}}(t)$, $\rho^{\text{obs}}(t)$, $I\sigma^{\text{obs}}(t)$. Здесь важно, что в качестве начального приближения для обратной задачи подставляются значения углов $\tau^c(t)$, $\rho^c(t)$, $I\sigma^c(t)$, рассчитанные по *твердотельной* модели ФЛЛ.

3. Анализируем “остаточные разности”:

$$\Delta\tau(t) = \tau^{\text{obs}}(t) - \tau^c(t), \quad \Delta\rho(t) = \rho^{\text{obs}}(t) - \rho^c(t), \quad I\Delta\sigma(t) = I(\sigma^{\text{obs}}(t) - \sigma^c(t)).$$

Если бы тело Луны соответствовало твердой модели, то значения этих разностей были бы в пределах ошибок наблюдения. Но “наблюдаемые” селенографические координаты несут в себе информацию о другой, вязкоупругой, структуре Луны, и, в результате, мы видим (рис. 7.17), что в “остаточных разностях” $\Delta\rho(t)$ и $I\Delta\sigma(t)$ имеются как периодические вариации заметной амплитуды, так и постоянные смещения на величину, существенно превосходящие заданную погрешность измерений $\varepsilon = 1\text{мс}$. Остаточные разности для либрации по долготе $\Delta\tau(t)$, как и ожидалось, остаются на уровне нуля и не “чувствуют” изменения структуры лунного тела.

7.6.7 Анализ “остаточных разностей”

На рис. 7.17 представлены остаточные разности в двух углах либрации на период 39 сидерических месяцев (~ 3 года): мы надеялись выявить долгопериодические компоненты либрации такого периода. К разностям $\Delta\rho$ и $I\Delta\sigma$ была применена операция быстрого преобразования Фурье (БПФ). Частотные спектры обоих углов похожи, наблюдается лишь небольшая разница в значениях амплитуд. На рис. 7.18, в качестве примера, показан спектр для $\Delta\rho$. Численные значения выделенных частот и амплитуд приведены в табл. 7.5.

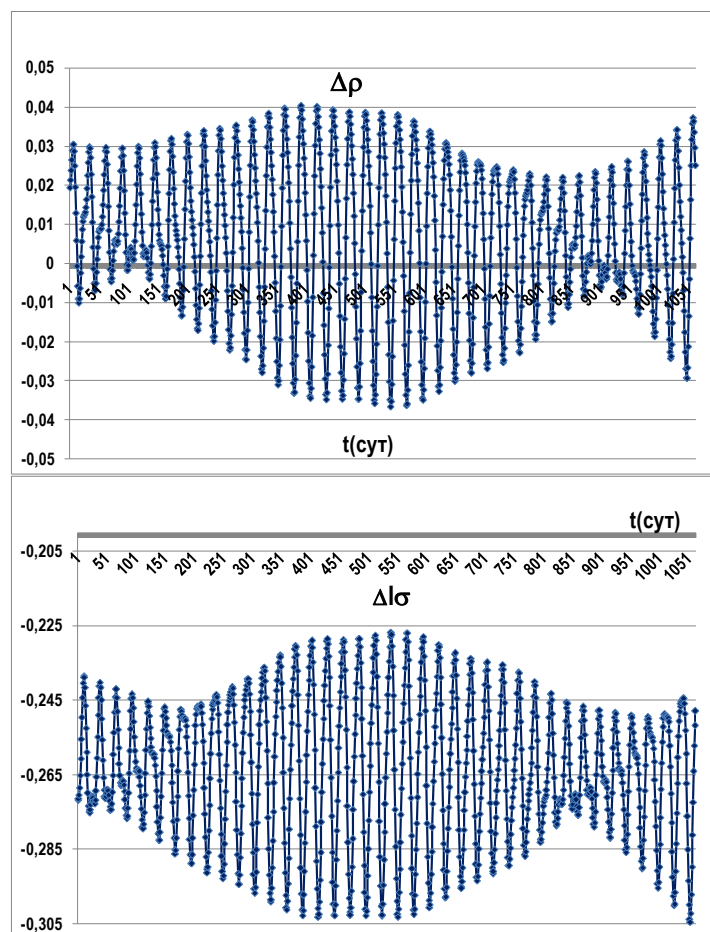


Рис. 7.17 Остаточные разности в углах либрации $\Delta\rho = \rho^{\text{obs}} - \rho^c$, $\Delta I\sigma = I(\sigma^{\text{obs}} - \sigma^c)$ полученные за 39 сидерических месяцев. Ось ординат проградуирована в секундах дуги.

Для того, чтобы идентифицировать эти частоты с реальными процессами в ФЛЛ, нами были вычислены эти же разности $\Delta\rho$ и $\Delta I\sigma$ в аналитической форме, используя PSP. Гармоники, амплитуды которых превышают $0.0001''$, представлены в табл. 7.6. Вклады в амплитуды от упругой и вязкоупругой моделей разделены по соответствующим столбцам.

Т а б л и ц а 7.5

Частоты и амплитуды, выявленные преобразованием Фурье в моделируемых остаточных разностях в углах ρ и $I\sigma$.

Частота (оборот в сутки)	Период T (день)	$\Delta\rho$ (сек дуги)	$\Delta I\sigma$ (сек дуги)
0.11020	9.08	0.0001	0.0002
0.07345	13.62	0.0067	0.0065
0.04237	23.6	0.0009	0.0010
0.03578	27.95	0.0176	0.0174

Большинство гармоник в остаточных разностях обусловлены *упругой* частью рядов P_1 и P_2 из выражений (7.18). Они вызывают смещение в положении звезды и, соответственно, в вычисленных по ним углах либрации, и показывают чувствительность к числу Лява k_2 . Вязкие члены проявляются в виде фазового сдвига в соответствующих гармониках для твердой Луны: это члены при косинусах в P_1 и $I\sigma$ и члены при синусах в P_2 и ρ . Наибольшие гармоники в P_1 и P_2 выражения (7.18) с амплитудой $\sim 0.27''$ возникают вследствие *вязкости*.

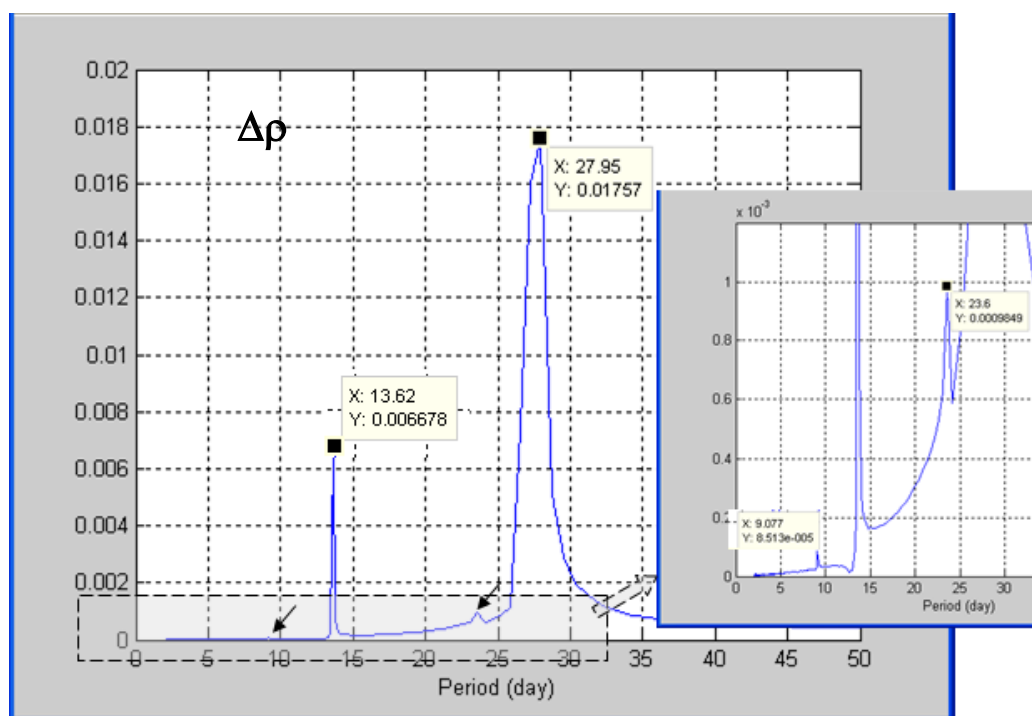


Рис. 7.18 Спектр остаточных разностей в угле либрации ρ . Ось ординат задана в секундах дуги.

Они ответственны за появление постоянного смещения в $I\sigma$ ($-0.2619''$) и дополнительный наклон ($0.0051''$) в ρ , в то же время постоянное смещение $0.0066''$ в ρ объясняется упругостью Луны.

Мы сравнили результаты нашего анализа с данными табл.4 из работы Williams et al. (2001). Коэффициенты при косинусах в $I\sigma$ совпадают с точностью до $0.001''$, если принять значение $k_2/Q_F = 0.001137$. Что касается угла ρ , то в наших расчетах большинство членов при синусах находятся за пределами точности вычислений, поэтому мы смогли сравнить только две гармоники. Член $\sin(l)$

совпадает и по знаку и по значению (в пределах $0.005''$) с данными Williams et al., гармоника $\sin(2F)$ в наших расчетах отсутствует, а компонента $\sin(l-2F)$ имеет противоположный знак и значительно отличается по значению. На данный момент мы не можем объяснить причину этих различий, если только не привлечь различие в используемых теориях ФЛЛ.

Т а б л и ц а 7.6

Параметры тригонометрических рядов, представляющие $\Delta\rho$ и $\Delta\sigma$ в аналитическом виде.

АРГУМЕНТЫ ДЕЛОНЕ $L F L' D$	ЧАСТО- ТА (ОБО- РОТ В СУТКИ)	ЧАСТО- ТА (РАДИАН В СУТКИ)	ПЕРИ- ОД Т (ДЕНЬ)	$\Delta\rho('')$ УПРУГАЯ ЛУНА		$\Delta\rho('')$ ВЯЗКОУПРУ- ГАЯ ЛУНА		$\Delta\sigma('')$ УПРУГАЯ ЛУ- НА		$\Delta\sigma('')$ ВЯЗКОУПРУ- ГАЯ ЛУНА	
				cos	sin	cos	sin	cos	sin	cos	sin
0 0 0 0	-	-	-	0.0066	-	0.0117	-		-	0.2619	-
0 1 0 0	0.03675	0.230895	27.2122		0.0240	0.0046	0.0240	0.0239		0.0238	0.0046
0 2 0 0	0.07350	0.461791	13.6061	0.0066		0.0068			0.0065	0.0013	0.0065
1-2 0 0	-0.03720	0.233764	-26.8783	0.0239		0.0239	0.0026		0.0238	0.0010	0.0238
1 0 0-2	-0.03143	0.197510	31.8119	0.0006		0.0006	-		0.0006		0.0006
1 0 0 0	0.03629	0.228027	27.5546	0.0350		0.0350	0.0144		0.0349	0.0126	0.0350
1 2 0-2	0.04206	0.264281	23.7746	0.0006		0.0006	-		0.0006	0.0002	0.0006
1 2 0 0	0.10979	0.689818	9.1085				0.0001		0.0002		0.0002
2-2 0 0	-0.00091	0.005737	-1095.17	0.0004	0.0002	0.0004	0.0004		0.0003	0.0005	0.0003
2 0 0 0	0.07258	0.456054	13.7773	0.0003		0.0003	0.0001		0.0006	0.0002	0.0006

Сильная гармоника $2F$ с периодом 13.62 дня обычно используется для анализа приливных свойств Луны. На нее следует обратить основное внимание при обработке будущих наблюдений. Слабые компоненты с периодами 23.6 дней и 9.08 дней соответствуют гармоникам $(l+2F-2D)$ и $(l+2F)$, соответственно. Они также могут быть интересны для анализа, хотя их амплитуды находятся на пределе точности планируемых наблюдений, однако уменьшение амплитуд остаточных разностей в этом диапазоне может служить индикатором уточнения значений параметров как упругости (k_2), так и диссипативных свойств (Δt) лунного тела.

Вероятно, что еще одна сильная компонента с периодом 27.95 дней (табл. 3) есть результат блендирования гармоник, периоды кото-

рых близки к периоду собственного вращения Луны. Это гармоники - l , F , $l-2F$, $l-2D$. Анализ блендов – это сложная задача для спектрального анализа, но и в этой области следует ожидать уменьшения амплитуды остаточных разностей по мере того, как будут уточняться параметры вязкоупругой Луны.

Заключение

Явление ФЛЛ до сих пор изучалось наземными методами. Даже лазерная локация Луны, ставшая возможной после космического освоения нашего спутника, все равно проводится с наземных обсерваторий, и многие тонкие эффекты лунного вращения экранируются движением Земли. Поэтому при всех огромных достижениях лазерной локации, возможности этого метода для изучения ФЛЛ все же ограничены.

Запланированный на 20-е годы японский эксперимент ILOM открывает новые перспективы в исследовании вращения Луны с ее поверхности, позволяя использовать методы, апробированные для аналогичных наблюдений земных явлений. Точность оптического телескопа в $0.001''$ позволит выявить многие тонкие эффекты в лунном вращении, которые дадут дополнительные, независимые параметры для оценки характеристик внутренних структур лунного тела. К ним относятся и источники вязкоупругой диссипации в лунной мантии, периоды амплитуды свободных либраций, и толщина зоны СМВ, радиусы и сжатие внутреннего твердого и внешнего жидкого ядер и многое другое, о чем подробно рассматривалось в разных параграфах этой главы книги.

Проведенное нами моделирование траекторий звезд в поле зрения полярного лунного телескопа показало, что движение звезды очень чувствительно и к точности либрационной теории, и к точности динамической модели Луны, и к вязкоупругим свойствам лунного тела. Это вселяет надежду, что анализ звездных треков за период работы лунного телескопа в течение 15-16 месяцев позволит решить многие насущные проблемы лунной динамики.

В заключение мы хотим отдать должное исследованиям советских астрономов 70-х годов прошлого XX века, связанных с перспективами лунной науки. Многие из них предвосхитили настоящее вре-

мя, посвятив свои исследования возможному изучению вращения Луны с ее поверхности.

Так, профессор Казанского университета Ш.Т.Хабибуллин, лидер советской астрономии в области физической либрации Луны в 60–80-е годы, многие свои работы посвящает основам создания лунного астрономического ежегодника, исследованию и интерпретации свободной либрации, Эйлеровского движения, интерпретации наблюдений ФЛЛ с ее поверхности.

Книга «Основы лунной астрометрии» других ведущих ученых в области астрометрии Луны К.А.Куликова и В.Б.Гуревича до сих пор хранит в себе неиспользованный потенциал для реализации наблюдений за звездами с лунной поверхности. На рис. 7.19 приведена подготовленная этими авторами карта звездного неба в окрестности лунных полюсов на эпоху 1978 года со списком ярких звезд (табл. 7.7).

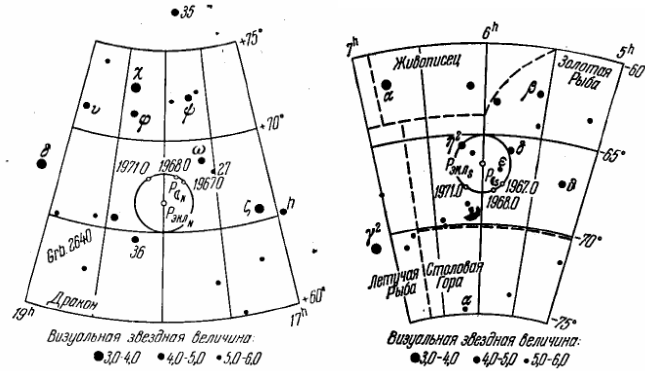


Рис. 7.19. Прецессионное движение северного и южного полюсов Луны среди звезд. Южный полюс принадлежит созвездию Золотой рыбки, Северный – созвездию Дракона

Т а б л и ц а 7.7

Список полярных звезд в окрестности лунных полюсов мира

Звезды в области северного полюса эклиптики					Звезды в области южного полюса эклиптики				
Название	№ по FK4	Величина	Координаты 1960		Название	№ по FK4	Величина	Координаты 1960	
			α	δ				α	δ
h Dra	639	4,8	16 ^h 55 ^m 8	+65° 12'			5,3	5 ^h 03 ^m 2	-71° 22'
ζ Dra		3,2	17 08,7	65 46			5,2	5 07,3	63 27
		5,5	17 12,2	62 55	θ Dor	196	4,8	5 13,8	67 14
		5,7	17 25,2	60 05			5,3	5 32,8	64 15
27 Dra	659	5,2	17 32,1	68 10	β Dor	212	4,2–5,7	5 33,3	62 31
		5,3	17 34,6	61 54			5,6	5 35,7	73 47
ω Dra		4,9	17 37,2	68 47	δ Dor	1154	4,5	5 44,7	65 45
ϕ Dra	670	6,0	17 37,9	72 29	ϵ Dor		5,2	5 49,9	66 55
35 Dra		4,9	17 42,5	72 10			4,5	5 53,8	63 06
	675	5,0	17 51,2	76 58	$P_{\text{жлс}}$			6 00,0	66 33
		5,5	17 55,9	72 01			5,8	6 06,1	66 02
$P_{\text{жлс}}$			18 00,0	66 33			5,0	6 06,7	62 09
36 Dra	685	5,0	18 13,7	64 23	ν Dor	1166	5,2	6 09,0	68 50
φ Dra		4,2	18 21,3	71 19	η^3 Dor	239	4,9	6 11,2	65 35
χ Dra		3,7	18 21,8	72 43	α Men		5,1	6 11,5	74 44
		5,0	18 25,9	65 32			5,6	6 23,0	69 58
Grb 2640	701	6,0	18 36,1	65 27			5,4	6 25,8	69 40
		5,6	18 37,2	62 29		262	5,9	6 45,3	70 23
		5,4	18 46,8	74 02	α Pic		3,3	6 47,8	61 54
ν Dra		4,9	18 54,9	71 15			5,5	6 51,9	70 55
	714	5,8	18 56,3	65 12			5,1	6 59,9	67 52
δ Dra		3,2	19 12,6	+67 35	γ^2 Vol	1189	3,9	7 09,1	-70 26

Исследования выполнялись при поддержке гранта РФФИ № 13-02-00792.

Chapter 8. Kaguya mission, objectives, description, research results (2007-2014)

8.1 General description

Japanese lunar explorer “SELENE” (SELenological and ENgineering Explorer) or “Kaguya” had been launched in September, 2007, as a large mission with 14 scientific instruments. The objectives of “Kaguya” are to obtain the data which contribute to elucidation of the origin and evolution of the Moon, and to establish the key technologies necessary for future lunar mission such as attitude control system.

Kaguya consists of the main satellite with the weight of 3 tons and the size of 2.1x2.1x4.8m, and two small satellites (Relay and VRAD Satellites) with the weight of 50kg and the size of 1.0 x 1.0 x 0.65 m in octagonal shape. The main satellite was in a polar orbit at about 100km altitude, and Relay and VRAD satellites were in elliptical polar orbits at 100km x 2,400km and 100km x 800km, respectively (Kato et al., 2008).

Kaguya has 14 mission instruments which are categorized into 6 groups with the targets of chemical composition, mineralogy, surface structure, surface environment, gravity field and imaging. They are X-ray Spectrometer (XRS) and Gamma Ray Spectrometer (GRS) as chemical instruments; Multi band Imager (MI) and Spectral Profiler (SP) as mineralogy instruments; Terrain Camera (TC), Lunar Radar Sounder (LRS) and Laser Altimeter (LALT) as morphology instruments; Lunar Magnetometer (LMAG), Charged Particle Spectrometer (CPS), Plasma energy Angle and Composition Experiment (PACE), Radio science (RS) and Upper-atmosphere and Plasma Imager (UPI) as environment instrument; Four way Doppler measurements by Relay satellite and Main Orbiter transponder (RSAT) and Differential VLBI Radio Source (VRAD) as gravity instruments; High Definition Television (HDTV) as an imaging instrument.

XRS measures the surface elemental composition (Al, Si, Mg, Fe, etc.) through X-ray fluorescence spectrometry by irradiation of solar X-rays. GRS measures energy spectra of gamma-rays from the lunar surface with high energy resolution in order to determine the abundance of key elements (U, Th, K, H, etc.). MI takes the visible and near infrared images of the Moon's surface in nine wavelength bands in order to obtain the mineral distribution. SP measures the continuous visible and near infrared spectrum in order to obtain the mineral composition of the Moon's surface. TC acquires high-resolution geographical features by the stereo cameras. LRS measures the subsurface stratification and tectonic features in the shallow part of the lunar crust (a few km) by high-power RF pulses. LALT measures the altitude precisely using high-power laser pulses in order to make the lunar topography model. LMAG measures the lunar and

the surrounding magnetic field in order to know the magnetization structure on the Moon. CPS measures alpha rays from the Moon's surface and the abundance of cosmic ray particles. PACE measures the three dimensional distribution of the low-energy electrons and mass-discriminated low-energy ions around the Moon. RS measures the small deviation of the phase of RF signals from the VRAD satellite in order to detect the Moon's ionosphere. UPI takes images of the magnetosphere and the ionosphere around the Earth viewed from the Moon to study the behavior of the plasma. RSAT observes the local gravity field of the far-side of the Moon by measuring the disturbance of the orbit of the Main Orbiter using Doppler measurement. VRAD measures the orbits of Relay and VRAD satellites by differential VLBI (Very Long Baseline Interferometer) for and X band radio waves in order to obtain the accurate gravity field data of the Moon. HDTV takes pictures and movies of the Earth and the Moon with high-definition television cameras.

8.2. Scientific Results

Kaguya observed the Moon for longer than one year using 14 instruments in order to obtain new results which can contribute to elucidate the origin of the Moon. We briefly introduce only the main results obtained by the instruments onboard Kaguya among the situation where new scientific results from a combination of the instruments as well as from individual data are still continuously obtained.

1) Gravity Anomaly on the far side

Gravity distribution on the lunar surface reflects the inside structure as well as the surface topography. We call the region where gravity is higher than the theoretical value based on a simple model “positive gravity anomaly” or gravity high, and the region of low gravity “negative gravity anomaly” or gravity low. Gravity field modeling has already improved very much before Kaguya mission due to accumulation of observations in various lunar missions except for the far-side. In Kaguya mission, observations of gravity field in the far side of the Moon have been performed in the first time by using the Relay Satellite. The new gravity field model obtained by Kaguya reveals that there are several basins which have central gravity high region surrounded by gravity low rings unlike the nearside where those with positive gravity high called Mascon are remarkable. Furthermore, gravity high region surrounds the gravity low rings, on the rim region of the basins.

We can deduce the state and the structure of the inside from the difference in the gravity anomaly pattern between the near and the far sides. Gravity is not

compensated in the basins of the far side because there is a correlation between the topography and the Free-air gravity anomaly. A possible solution is that the temperature near the crust-mantle boundary was not high enough to deform the boundary to compensate the Free-air gravity anomaly. It is estimated that the temperature of the boundary at that time be from 700 to 800K. Mascon basins in the near side, on the other hand, are considered to be the result of the uplift of the mantle materials under the basin, and the temperature is estimated to be over 1000K. After all, topography of the far-side basins are supported by a rigid lithosphere, while the excavation of the basin are compensated by Mantle uplift in the near side (Namiki et al., 2009).

2) Lunar topography.

The Laser altimeter (LALT) measured topography of the moon at intervals of 5 to 6 km and the measured points of about 677 million covers all over the lunar surface. It was the first topography map of the whole Moon of high accuracy while there had been the map with the measured points of about 27 million distributed except polar regions. Comparison between the spherical harmonics of global topography and gravity data suggests that isostatic compensation is made at large scales. The new topography map shows that the highest point is on the southern rim of the Dirichlet-Jackson basin with the altitude of +10.75km, and that the lowest point is inside Antoniadi crater in the South Pole-Aitken basin with -9.06 km (Araki et al., 2009).

The sunlit conditions of the lunar polar regions could be estimated by using LALT data because they cover also polar region of the Moon. The equatorial plane of the moon declines only in 1.5 degrees from the ecliptic plain and the axis of the Moon is almost vertical to the orbital plain. Thus, it was thought that there is the special place on the rim of a crater where sunlight is always seen, and another place on the bottom of a crater where no sunlight is seen. LALT data show that, 1) there are no place for getting sunshine always, 2) the maximum ratio of sunlit is 89% for north and 86% for south polar region, 3) there are permanently shadowed regions both in the north and the south. These information can be utilized for future lunar landing missions with long-term activity (Noda et al., 2009).

3) The crust of the Moon

The cause of the dichotomy of the Moon is one of the important problems related to the origin and the evolution of the Moon. The thickness of the crust is also thought to be different in the near and the far sides. The thickness of the crust was newly obtained based on the lunar gravity and topography model ob-

tained by Kaguya mission, and differences between far side basin structures were found.. The crust is the thickest in the southern rim of the Dirichlet-Jackson basin and is the thinnest at the Moscoviense basin. The thickest region corresponds to that of the highest topography showing isostatic compensation. The thinnest region, on the other hand, is thought to be due to an abnormally large mantle intrusion. The variation of the crustal thickness reflects the difference in basin types, type I and type II, which are probably due to difference of the ratio between the pre-impact crustal thickness (Moho depth) and impact scale (Ishihara et al., 2009).

Information of the lunar crust is also derived by LRS observations, which revealed subsurface structures down to the depth of several hundred meters by Radar sounding. There found to be subsurface stratifications under many near side marias from subsurface echoes. Many of the reflectors lie at apparent depths of several hundred meters below the surface, and multiple-layer structures were observed in several mare regions, such as Imbrium, Crisium, and Oceanus Procellarum. It is implied from the comparison with the surface geology in the Serenitatis basin, that the prominent echoes are from regolith layers accumulated on the depositional mare basalts. This stratification indicates an inactive volcanism in the period from 3.55 and 2.84 billion years ago, and mare ridges were formed afterward. The thickness of the basalt layer accumulated during this quiet period is a few hundred meters. These observations suggest that the regolith accumulated after the basalt which was spouted out as the lava flow got cold and was hardened. The larger-scale lava flow covered the regolith layer in the end. This means that mascon loading did not produce the tectonics in Serenitatis after 3.55 billion years ago, and rather global cooling probably dominated the tectonics after 2.84 billion years ago.

4) Fine structure and geology of the lunar surface

The Lunar Imager/SpectroMeter (LISM) consisting of TC, MI and SP obtained topographic and mineralogical data of the lunar surface for mapping of detailed geology and mineralogy. The 10-meter-resolution images of the lunar surface make it possible to determine the detailed crater distribution, and to estimate the formation age of each area of the Moon based on the principle that denser distribution of craters means older age of the corresponding area. These analyses lead to the conclusion that most mare volcanism forming mare deposits on the far side stopped at about 3×10^9 years ago, and several mare deposits on the far side show much younger ages around 2.5×10^9 years ago. These results suggest

that mare volcanism on the far side lasted longer than previously thought (Haruyama et al., 2009、 Morota et al., 2009).

Kaguya's TC observed the bottom of craters in polar region in order to know if there is water ice or not. It has been thought that there is permanent shadow at the bottom of the Shackleton Crater located near the South Pole, and observations by the U.S. lunar explorers Clementine and Lunar Prospector in the 1990s had indicated the possible existence of water ice in extremely cold condition. TC has the resolution of 10 meter and has high sensitivity as detecting illumination at one ten-thousandth of the intensity of radiation from the sun, and succeeded in imaging the inside of the crater faintly lit by sunlight scattered from the upper inner wall near the rim for the first time. It is estimated that the temperature on the floor of the crater is less than about 90 K, which is cold enough to hold water ice. It is also possible that water ice may be disseminated and mixed with soil over a small area or may not exist according to the spatial resolution of TC (Haruyama et al., 2008).

From the analyses of the spectral data obtained by MI and SP onboard Kaguya, it was found that pure anorthosite is widely distributed in the lunar highland crust. The lunar highland crust was thought to have been formed in the early stage of the lunar evolution by anorthite crystallizing from a magma ocean and have been floated from the magma ocean due to buoyancy. It can be estimated that the lunar highland crust consists of at most 90 percent anorthite and the remaining other minerals including pyroxene and olivine. This new finding obliged to construct a new formation mechanism of the lunar highland crust, which can efficiently and selectively collect only anorthite from a magma ocean (Ohtake et al., 2009).

5) Environment on and above the lunar surface

The electro-magnetic property of the thin lunar atmosphere/exosphere is important issues which are still being debated. MAP and PACE onboard Kaguya have succeeded in low energy ion measurements from an orbiting satellite more than 30 years after the Apollo era. MAP-PACE ion sensors have found that from 0.1 to 1% of the solar wind protons are not absorbed but reflected and scattered at the lunar surface, and that the reflected ions are partly accelerated by solar wind energy. These are the newly discoveries showing that the proton reflection at the lunar surface is playing important roles (Saito et al., 2008).

The magnetic field around the Moon has been successfully observed by LMAG at about 100 km altitude, and global maps of lunar magnetic anomalies over about 95% of the lunar surface was obtained. Relatively strong anomalies are recognized in antipode regions of several near-side basins except the youngest

Oriente basin. These results well agree with characteristics of previous maps based on the Lunar Prospector observations, and these characteristics were re-confirmed. Relatively weak anomalies, on the other hand, are distributed over most of the lunar surface. These anomalies suggest possible existence of an ancient global magnetic field such as a dynamo field of the early Moon (Tsunakawa et al., 2010).

RS observed the electron density distribution near the lunar surface by radio occultation technique, and analyzed more than 300 measurements. The dense ionospheres covering the whole sunlit side as suggested by the Soviet Luna 19 and 22 missions were not found, although the measurements suffer from large contaminations by the terrestrial ionosphere and the interplanetary plasma. Weak signatures of electron density enhancement, on the other hand, were observed at solar zenith angles of less than 60° with densities of the order of 100 cm^{-3} below 30 km altitude with the density peaks of around 15 km altitude. The observed ionized layer is difficult to explain by the conventional ionosphere generation theory, although the layer is thinner and horizontally narrower than that suggested by Luna 19 and 22 (Imamura et al., 2012).

References

- Araki, H., S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, S. Goossens, S. Sasaki, N. Kawano, I. Kamiya, H. Otake, J. Oberst, C. Shum, Lunar Global Shape and Polar Topography Derived from Kaguya-LALT Laser Altimetry, *Science*, 323, 897-900, doi:10.1126/science.1164146, 2009.
- Haruyama, J., M. Ohtake, T. Matsunaga, T. Morota, C. Honda, Y. Yokota, C. M. Pieters, S. Hara, K. Hioki, K. Saiki, H. Miyamoto, A. Iwasaki, M. Abe, Y. Ogawa, H. Takeda, M. Shirao, A. Yamaji and J.-L. Josset, Lack of Exposed Ice Inside Lunar South Pole Shackleton Crater. *Science*, 322, 938-939, doi: 10.1126/science.1164020, 2008.
- Haruyama, J., M. Ohtake, T. Matsunaga, T. Morota, C. Honda, Y. Yokota, M. Abe, Y. Ogawa, H. Miyamoto, A. Iwasaki, C. M. Pieters, N. Asada, H. Demura, N. Hirata, J. Terazono, S. Sasaki, K. Saiki, A. Yamaji, M. Torii and J.-L. Josset, Long-Lived Volcanism on the Lunar Farside Revealed by SELENE Terrain Camera, *Science*, 323, 905-908. Doi:10.1126/science.1163382, 2009.
- Imamura, T., A. Nabatov, N. Mochizuki, T. Iwata, H. Hanada, K. Matsumoto, H. Noda, Y. Kono, Q. Liu, Y. Futaana, H. Ando, Z. Yamamoto, K.-I. Oyama and A. Saito, Radio occultation measurement of the electron density near the lunar surface using a subsatellite on the SELENE mission, *J. Geophys. Res.*, 117, A06303, doi: 10.1029/2011JA017293, 2012.
- Ishihara, Y., S. Goossens, K. Matsumoto, H. Noda, H. Araki, N. Namiki, H. Hanada, T. Iwata, S. Tazawa and S. Sasaki, Crustal thickness of the Moon: Implications for farside basin structures, *Geophys. Res. Lett.*, 36, L19202, doi:10.1029/2009GL039708, 2009.
- Kato, M., S. Sasaki, K. Tanaka, Y. Iijima, Y. Takizawa, The Japanese lunar mission SELENE: Science goals and present status, *Adv.SpaceRes*, 42, 294-300, 2008, doi:10.1016/j.asr.2007.03.049

Morota, T., J. Haruyama, C. Honda, M. Ohtake, Y. Yokota, J. Kimura, T. Matsunaga, Y. Ogawa, N. Hirata, H. Demura, A. Iwasaki, H. Miyamoto, R. Nakamura, H. Takeda, Y. Ishihara and S. Sasaki, Mare volcanism in the lunar farside Moscoviense region: Implication for lateral variation in magma production of the Moon, *Geophys. Res. Lett.*, 36, L21202, doi:10.1029/2009GL040472, 2009

Namiki, N., T. Iwata, K. Matsumoto, H. Hanada, H. Noda, S. Goossens, M. Ogawa, N. Kawano, K. Asari, S. Tsuruta, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Ishikawa, S. Sasaki, C. Aoshima, K. Kurosawa, S. Sugita and T. Takano, Far side gravity field of the Moon from four-way Doppler measurements of SELENE (Kaguya), *Science*, 323, 900-905, doi:10.1126/science.1168029, 2009.

Noda, H., H. Araki, S. Goossens, Y. Ishihara, K. Matsumoto, S. Tazawa, N. Kawano and S. Sasaki, Illumination conditions at the lunar polar regions by KAGUYA(SELENE) laser altimeter, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L24203, doi:10.1029/2008GL035692, 2008.

Ohtake, M., T. Matsunaga, J. Haruyama, Y. Yokota, T. Morota, C. Honda, Y. Ogawa, M. Torii, H. Miyamoto, T. Arai, N. Hirata, A. Iwasaki, R. Nakamura, T. Hiroi, T. Sugihara, H. Takeda, H. Otake, C. M. Pieters, K. Saiki, K. Kitazato, M. Abe, N. Asada, H. Demura, Y. Yamaguchi, S. Sasaki, S. Kodama, J. Terazono, M. Shirao, A. Yamaji, S. Minami, H. Akiyama and J.-L. Josset, The global distribution of pure anorthosite on the Moon, *Nature*, 461, 236-241, doi:10.1038/nature08317, 2009.

Ono, T., A. Kumamoto, H. Nakagawa, Y. Yamaguchi, S. Oshigami, A. Yamaji, T. Kobayashi, Y. Kasahara and H. Oya, Lunar radar sounder observations of subsurface layers under the nearside Maria of the Moon, *Science*, 323, 909-912, doi: 10.1126/science.1165988, 2009.

Saito, Y., S. Yokota, T. Tanaka, K. Asamura, M. N. Nishino, M. Fujimoto, H. Tsunakawa, H. Shibuya, M. Matsushima, H. Shimizu, F. Takahashi, T. Mukai and T. Terasawa, Solar wind proton reflection at the lunar surface: Low energy ion measurement by MAP-PACE onboard SELENE (KAGUYA), *Geophys. Res. Lett.*, 35, L24205, doi: 10.1029/2008GL036077, 2008.

Tsunakawa, H., H. Shibuya, F. Takahashi, H. Shimizu, M. Matsushima, A. Matsuoka, S. Nakazawa, H. Otake and Y. Iijima, Lunar Magnetic Field Observation and Initial Global Mapping of Lunar Magnetic Anomalies by MAP-LMAG Onboard SELENE (Kaguya), *Space Sci. Rev.*, 154, 219-251, 2010.

Chapter 9. Determination of lunar gravity field

9.1 Historical background

Observation of gravity field is one of the basic methods in the Moon and the planetary exploration. The gravity field reflects the interior of the planet through density distribution and configuration of boundaries between layers. Improving a gravity field model is important because it leads to better understanding of the structure near the surface mainly by high-degree harmonics and also to put stronger constraints upon the deep interior through the low-degree ones. For example, by comparing the gravity and topographic data, we can estimate the elastic properties and thermal history of the crust and the mantle through gravity anomalies, and we can also constrain the density of the lunar core through the moment of inertia (MOI) which is derived from a combination of the low-degree harmonics and the dynamical flattenings (Bills and Rubincam, 1995).

Gravity field of the Moon was observed by Russian Luna 10 at first in 1966, and the gravity field was expanded by spherical harmonics up to 11 degrees (Akim, 1966). A pear-shaped solenoid (geoid of the Moon) was suggested from the obtained harmonics. After that, the lunar gravity fields were observed many times including Apollo (U.S.A), Clementine (U.S.A.), Lunar Prospector (U.S.A.), Kaguya (Japan), Chang'E (China) and GRAIL (U.S.A.). The gravity field model of the Moon was improved significantly every time after each lunar mission (Bills, Ferrari, 1980; Lemoine et al. 1997; Konopliv et al. 1998; Matsumoto et al., 2010; Yan et al., 2013). It is one of the important results that Muller and Sjogren (1968) discovered large mass concentrations (mascon) under the lunar ringed maria

Namiki et al. (2008) succeeded in the first direct observation of the gravity field on the far side and showed the difference between gravity distributions around craters on the near side and the far side.

The latest results obtained by GRAIL made it possible to expand the lunar gravity field up to spherical harmonic degree and order of 420 by spacecraft-to-spacecraft tracking observations, and revealed fine structures of basin rings, crater central peaks, numerous simple craters and others (Zuber et al., 2012). The lack of observations of the far-side of the Moon was the most significant factor which limit the total accuracy of gravity field model of the Moon before Kaguya mission, and the new observations including those of the far-side much

improved the accuracy of gravity field model as well as they discovered new phenomena related to the far-side.

9.2. Gravity observations in Kaguya mission and the first observation of the far-side

We can know the gravity field of celestial bodies from orbits of satellites going around the body. The orbit of a satellite is affected by gravity field of the body, in other words, the satellite goes around along an equipotential surface of the body. Doppler measurement, which observes frequency change of a radio signal from the satellite, has long been used for orbit determinations. The frequency is proportional to relative velocity of the satellite to the observer in line of sight direction due to Doppler effect. If the velocity of the satellite changes by Δv , the frequency change Δf will be approximated as,

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{2\Delta v}{c}$$

with f of frequency of radio wave and c of light velocity. The velocity change of less than 0.1mm/s can be detected if the sensitivity to the frequency is 1mHz for 2GHz band, which is possible at present.

VLBI is also used for observation of orbits, and it is relatively new method with the future for this purpose. VLBI has a sensitivity in the direction perpendicular to line of sight and it measure the position in principle as will be described in the next section. In VLBI, two radio antennas receive the radio signal produced by a radio source, and we measures the time delay at one antenna relative to the other by cross correlating the two signals. The delay time τ_g (geometrical delay) is expressed with a baseline vector B , a unit vector along the direction of a radio star i_s , and the light velocity c as,

$$\tau_g = \frac{B \cdot i_s}{c}$$

The error in the delay time can be caused by the error in the baseline vector and the direction to the radio source as,

$$\Delta \tau_g = -\frac{\Delta B \cdot i_s}{c} - \frac{B \cdot \Delta i_s}{c}$$

Thus we can estimate the accuracy of the delay time, the baseline vector and the direction of the radio star from this equation. For example, if we want to measure the position of a satellite around the Moon with an accuracy of 1m by VLBI of 2000km baseline, the delay time should be measured with an accuracy better than 16ps from

$$\Delta\tau_g = \frac{2.0 \times 10^6 \times 2.5 \times 10^9}{3 \times 10^8} = 1.6 \times 10^{-11} \text{ (16ps)}$$

where the angle of view of 1m at the distance to the Moon from the Earth is $1/4 \times 10^8 = 2.5 \times 10^{-9}$. This sensitivity has been attained in Kaguya mission (Kikuchi et al., 2008).

The Kaguya mission made combination of two kinds of gravity observations in order to improve gravity field model especially on the far side under the situation where no direct observation of the far side was made so far. The lack of gravity data of the far side has significantly limited the improvement of lunar gravity field modeling. The two sub satellites, Rstar (or Okina) and Vstar (or Ouna), were used to observe the gravity field of the Moon using two different methods: 4-way Doppler measurements using Okina and the main orbiter, and differential VLBI (Very Long Baseline Interferometer) observations using Okina and Ouna (Figure 9.1).

Four-way Doppler measurements were used to observe the gravity field of the far-side of the Moon in Kaguya mission. Okina acts as a relay satellite which forwards a radio signal from the ground station to the main orbiter, and forwards also the signal from the main orbiter to the ground station. There are opportunities to communicate between the ground station and the main orbiter even when it is on the far-side of the Moon if Okina is in higher orbit from where both ground station and the main orbiter are seen.

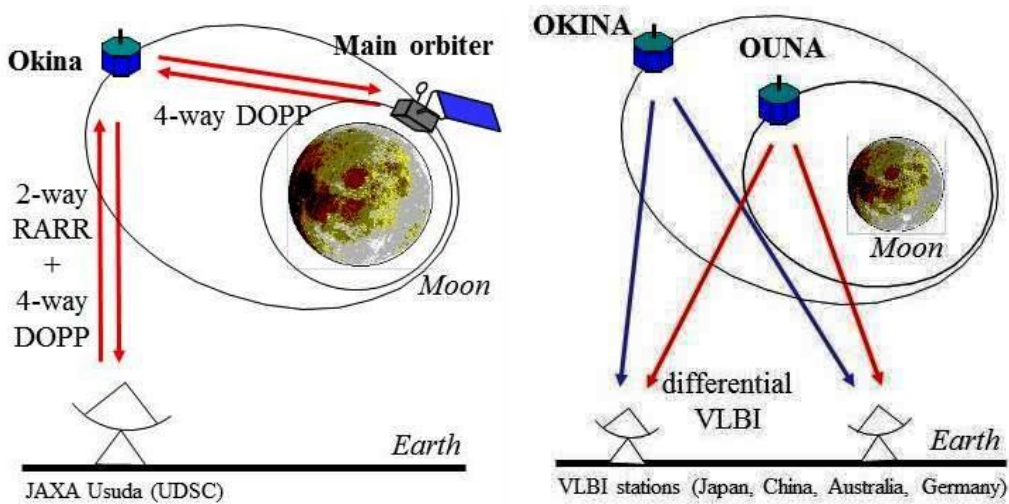


Figure 9.1. 4-way Doppler measurement (left) and differential VLBI (right) in Kaguya (after Iwata et al., 2009).

About 78,000 data covering almost entire far-side of the Moon were obtained by 4-way Doppler measurements during the mission period of about 14 months

as well as 2-way Doppler and ranging data of the main orbiter, Okina and Ouna and VLBI data of Okina and Ouna, and the post-fit residuals of better than 0.5mm/s were attained for 4-way Doppler measurements. The new gravity field model at the time developed using Kaguya in addition to historical tracking data reduced the gravity errors in the far-side drastically. For example, the free-air gravity anomaly error averaged over the far-side was reduced from $5.5 \times 10^{-4} \text{ms}^{-2}$ (55mGal) to $3.5 \times 10^{-4} \text{ms}^{-2}$ (35mGal) (Matsumoto et al., 2009)

9.3. Contribution of VLBI to gravity observations

The two sub-satellites, Okina and Ouna were used to observe the gravity field of the Moon by VLBI in Kaguya mission (Hanada et al., 2009). It is expected that VLBI complements the sensitivity to motion of the spacecraft on the limb where the Doppler measurements are less sensitive (Iwata et al., 2009). The VLBI observables are orthogonal to those of the Doppler and ranging measurements, and have previously been used for interplanetary navigation of spacecrafts such as Pioneer Venus and Magellan (Border, 1992; Folkner et al., 1993), VEGA (Sagdeyev et al., 1992), Mars Pathfinder (Folkner et al., 1997; Konopliv et al., 2006), Geotail, Nozomi, Hayabusa (Kikuchi et al., 2004), Huygens (Witasse et al., 2006) other than Lunar mission such as Kaguya and Chang'E (Kikuchi et al., 2009; Yan et al., 2010).

It is important to heighten sensitivity, to resolve cycle ambiguity and to reduce the effects of atmosphere and the ionosphere in order to apply VLBI to navigation or observation of gravity fields of the Moon and planets. The first two points are described here and the third point will be described in the next section. Position information is derived from the geometrical delay and it is obtained traditionally from the group delay defined as,

$$\tau_g = \frac{\partial \Phi}{\partial \omega}$$

where Φ is fringe phase and ω angular frequency. The group delay is practically the slope of a straight line fitted to the sequence of phases measured at various frequencies included in the band. However, the accuracy will be at most several tens of pico-second (ps) because it is limited by the bandwidth as

$$\sigma_{\tau_g} = \frac{1}{2\pi R_{SN} \nu_{rms}}$$

where ν_{rms} is the rms spanned bandwidth (Shaffer, 1995). The result of the equation will be 57ps with ν_{rms} of 140MHz, R_{SN} of 20. In the case of artificial radio source onboard a satellite, it is difficult to widen the bandwidth, which directly leads to power consumption, from payload restriction, and we cannot expect even such a accuracy.

The measurement of the phase delay, on the other hand, is more sensitive than the group delay although the former pays a cost of producing cycle ambiguity. The phase delay is measured as the residual fringe phase which is obtained from cross correlation function of signals received at two VLBI stations and it has a cycle ambiguity of $2\pi N$ with unknown integer N . The phase delay is expressed as,

$$\tau_p = \frac{\Phi}{\omega}$$

and the error in phase delay σ_{τ_p} is written as,

$$\sigma_{\tau_p} = \frac{\sigma_{\Phi}}{\omega} = \frac{1}{\omega R_{SN}}$$

The result becomes about 6ps with ω of 8.4GHz and R_{SN} of 20, which is about ten times smaller than that of the group delay.

It is necessary to resolve the cycle ambiguity which is unavoidable in the phase delay measurements. Multi-frequency VLBI (MFV) was proposed by Kono et al. (2003) for lunar gravimetry by VLBI in Kaguya mission. In Kaguya mission, four carrier wave signals, three of which are in S-band (s1, s2, s3) and one in X-band (x), are used to derive the cycle ambiguity. The frequencies of the signals are set as $f_{s1} = 2212$, $f_{s2} = 2218$, $f_{s3} = 2287$ and $f_x = 8456$ MHz. These frequencies were selected considering the condition for resolving the cycle ambiguity in the differential residual fringe phase which is the difference of the residual fringe phase between two radio sources, Okina and Ouna. The residual fringe phase $\Delta\varphi(t)$ is expressed as

$$\Delta\varphi(t) = 2\pi f \Delta\tau(t) - \frac{2\pi f k \Delta D(t)}{f} - 2\pi N + \sigma_{\varphi}$$

where $\Delta\tau(t)$ is the residual delay including residual geometric delay, clock offset, differential instrumental delay and differential tropospheric delay, $\Delta D(t)$ differential total electron content (TEC) in the ionosphere along the path, k the constant, N ambiguous integer number of cycles and σ_{φ} phase error (Kikuchi, 2006). The differential residual fringe phases $\Delta\Delta\varphi_f$ of the four frequencies used in Kaguya are represented as follows,

$$\begin{aligned}\Delta\Delta\varphi_{s1} &= 2\pi f_{s1} \Delta\Delta\tau_s - \frac{2\pi f k \Delta\Delta D}{f_{s1}} - 2\pi \Delta N_{s1} + \sigma_{\varphi s} \\ \Delta\Delta\varphi_{s2} &= 2\pi f_{s2} \Delta\Delta\tau_s - \frac{2\pi f k \Delta\Delta D}{f_{s2}} - 2\pi \Delta N_{s2} + \sigma_{\varphi s} \\ \Delta\Delta\varphi_{s3} &= 2\pi f_{s3} \Delta\Delta\tau_s - \frac{2\pi f k \Delta\Delta D}{f_{s3}} - 2\pi \Delta N_{s3} + \sigma_{\varphi s}\end{aligned}$$

$$\Delta\Delta\varphi_x = 2\pi f_x \Delta\Delta\tau_x - \frac{2\pi f k \Delta\Delta D}{f_x} - 2\pi \Delta N_x + \sigma_{\varphi x}$$

where the tropospheric delay is supposed to be the same at f_{s1} , f_{s2} and f_{s3} and $\Delta\Delta\tau_s$ is common at these frequencies. The difference $\Delta N_{s2} - \Delta N_{s1}$, for example, is derived from the equations as,

$$\Delta N_{s2} - \Delta N_{s1} = \frac{\Delta\Delta\varphi_{s2} - \Delta\Delta\varphi_{s1}}{2\pi} + (f_{s2} - f_{s1})\Delta\Delta\tau_s - k\Delta\Delta D \frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_{s1} \cdot f_{s2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\pi} \sigma_{\varphi s}$$

In order to estimate the differential delay $\Delta\Delta\tau_{s2-s1}$ without the cycle ambiguity, every term in the right side of the equation must be less than 0.5. The condition where all the cycle ambiguities are resolved is obtained in a similar way, and we finally get the conditions: $\sigma_{\varphi s} < 4.3$ deg, $\sigma_{\varphi x} < 179$ deg, $\Delta\Delta D < 0.23$ TECU, $\Delta\tau_s < 83$ ns and $\Delta\Delta\tau_x - \Delta\Delta\tau_s < 59$ ps (Kikuchi et al, 2009). Kikuchi et al. (2009) have succeeded in obtaining the differential phase delay of the X-band signal within an error of below 1 ps in Kaguya mission, which was more than 1 order of magnitude smaller than former VLBI results.

Goossens et al. (2010) determined the lunar gravity field model, SGM100i, developed up to degree and order 100 in spherical harmonics, from VLBI data obtained in Kaguya mission in addition to 2-way and 4-way Doppler data of Kaguya and historical tracking data. Accuracy of orbit determination judged from orbit overlaps has improved from several hundreds of meters to several tens of meters by including VLBI data, and the gravity field model itself also has slightly improved through the better orbit determination.

Yan et al. (2012) also developed the lunar gravity field model, CEGM02, using Chang'E-1 tracking data by 2-way ranging and Doppler and VLBI in combination with Kaguya and historical data, and showed that the formal error of the coefficients below 5 degrees were reduced by about factor 2 compared to SGM100h due to its higher orbit altitude of 200km. These results suggest that VLBI is a promising method for orbit determination and thus gravity observation, and it is expected to improve especially the lower degrees.

References

- Akim, E. L., Determination of the gravitational field of the Moon by the movement of the artificial Moon satellite Luna-10, Acad. Sci. USSR, 170, 799-802, 1966
- Bills, B. G. and D. P. Rubincam, Constraints on density models from radial moments: Applications to Earth, Moon and Mars, J. Geophys. Res., 100, 26,305-26,315, 1995.
- Bills, B. G. and A. J. Ferrari, A harmonic analysis of lunar gravity, J. Geophys. Res., 85, 1013-1025, 1980.

Border, J. S., W. M. Folkner, R. D. Kahn, and K. S. Zukor, Precise Tracking of the Magellan and Pioneer Venus Orbiters by Same-Beam Interferometry - Part 1: Data Accuracy Analysis, TDA progress report, 42-110, Aug. 15, 1992.

Folkner, W. M., J. S. Border, S. Nandi, and K. S. Zukor, Precise Tracking of the Magellan and Pioneer Venus Orbiters by Same-Beam Interferometry - Part II: Orbit Determination Analysis Tracking Systems and Applications Section, TDA progress report, 42-113, May 15, 1993.

Folkner, T. C., C. F. Yoder, D. N. Yuan, E. M. Standish, R. A. Preston, Interior Structure and Seasonal Mass Redistribution of Mars from Radio Tracking of Mars Pathfinder, *Science*, 278, 1749-1752, doi:10.1126/science.278.5344.1749, 1997.

Hanada, H., T. Iwata, Q. Liu, F. Kikuchi, K. Matsumoto, S. Goossens, Y. Harada, K. Asari, T. Ishikawa, Y. Ishihara, H. Noda, S. Tsuruta, N. Petrova, N. Kawano, S. Sasaki, K. Sato, N. Namiki, Y. Kono, K. Iwadate, O. Kameya, K-M. Shibata, Y. Tamura, S. Kamata, Y. Yahagi, W. Masui, K. Tanaka, H. Maejima, X. Hong, J. Ping, X. Shi, Q. Huang, Y. Aili, S. Ellingsen and W. Schlüter, Overview of differential VLBI observations of lunar orbiters in SELENE (Kaguya) for precise orbit determination and lunar gravity field study, *Space Sci. Rev.*, 154, 123-144, doi: 10.1007/s11214-010-9656-9, 2010.

Iwata, T., H. Minamino, T. Sasaki, A. Satoh, T. Takano, N. Namiki, H. Hanada, H. Noda, N. Kawano, K. Matsumoto, S. Tsuruta and F. Kikuchi, Properties of SELENE Small Satellites; Rstar (Okina) and Vstar (Ouna), *ISTS Special Issue: Selected papers from the 26th International Symposium on Space Technology and Science, Transactions of Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Space Technology Japan*, 7, Tk33-Tk37, 2009.

Kikuchi, F., Y. Kono, M. Yoshikawa, M. Sekido, M. Ohnishi, Y. Murata, J. Ping, Q. Liu, K. Matsumoto, K. Asari, S. Tsuruta, H. Hanada, N. Kawano, VLBI observation of narrow bandwidth signals from the spacecraft, *Earth Planets Space*, 56, 1041-1047, 2004.

Kikuchi, F., Differential phase delay estimation by same beam VLBI method, PhD thesis, Sokendai (Graduate University for Advanced Studies), pp78, 2006

Kikuchi, F., Q. Liu, H. Hanada, N. Kawano, K. Matsumoto, T. Iwata, S. Goossens, K. Asari, Y. Ishihara, S. Tsuruta, T. Ishikawa, H. Noda, N. Namiki, N. Petrova, Y. Harada, J. Ping and S. Sasaki, Pico-second Accuracy VLBI of the Two Sub-satellites of SELENE (KAGUYA) using Multi-Frequency and Same Beam Methods, *Radio Science*, 44, RS2008, doi:10.1029/2008RS003997, 2009.

Kono, Y., H. Hanada, J. S. Ping, Y. Koyama, Y. Fukuzaki, and N. Kawano, Precise positioning of spacecrafts by multi-frequency VLBI, *Earth Planets Space*, 55, 581-589, 2003.

Konopliv, A. S., A. B. Binder, L. L. Hood, A. B. Kucinskis, W. L. Sjogren and J. G. Williams, Improved gravity from Lunar Prospector, *Science*, 281, 1476-1480, 1998.

Konopliv, A. S., C. F. Yoder, E. M. Standish, D.-N. Yuan and W. L. Sjogren, A global solution for the Mars static and seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses, and Mars ephemeris, *Icarus*, 182, 23-50, 2006.

Matsumoto, K., S. Goossens, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Iwata, N. Namiki, H. Noda, H. Hanada, N. Kawano, F. G. Lemoine and D. D. Rowlands, An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: revealing the farside gravity features, *J. Geophys. Res.*, 115, doi:10.1029/2009JE003499, 2010.

Muller, P. M. and W. L. Sjogren, Mascons: Lunar Mass Concentrations, *Science*, 161, 680-684, doi: 10.1126/science.161.3842.680, 1968.

- Namiki, N., T. Iwata, K. Matsumoto, H. Hanada, H. Noda, S. Goossens, M. Ogawa, N. Kawano, K. Asari, S. Tsuruta, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Ishikawa, S. Sasaki, C. Aoshima, K. Kurosawa, S. Sugita and T. Takano, Far side gravity field of the Moon from four-way Doppler measurements of SELENE (Kaguya), *Science*, 323, 900-905, doi:10.1126/science.1168029, 2009.
- Sagdeyev, R. Z., V. V. Kerzhanovitch, L. R. Kogan, V. I. Kostenko, V. M. Linkin, L. I. Matveyenko, R. R. Nazirov, S. V. Pogrebenko, I. A. Struckov, R. A. Preston, J. Purcel, C. E. Hildebrand, V. A. Grishmanovskiy, A. N. Kozlov, E. P. Molotov, J. E. Blamont, L. Boloh, G. Laurans, P. Kaufmann, J. Galt, F. Biraud, A. Boischot, A. Ortega-Molina, C. Rosolen, G. Petit, P. G. Mezger, R. Schwartz, B. O. Ronnang, R. E. Spencer, G. Nicolson, A. E. E. Rogers, M. H. Cohen, R. M. Martiroyan, I. G. Moiseyev, and J. S. Jatskiv, Differential VLBI measurements of the Venus atmosphere dynamics by balloons: VEGA project, *Astron. and Astrophys.*, 254, 387–392, 1992.
- Shaffer, D. B., Geodetic measurements with VLBI, in *Very Long Baseline Interferometry and the VLBA*, ASP Conf. 82 (Zensus, J. A., P. J. Diamond and P. J. Napier eds.). 345-361, 1995.
- Witasse, O., J. Lebreton, M. K. Bird, R. Dutta-Roy, W. M. Folkner, R. A. Preston, S. W. Asmar, L. I. Gurvits, S. V. Pogrebenko, I. M. Avruch, R. M. Campbell, H. E. Bignall, M. A. Garrett, H. J. van Langevelde, S. M. Parsley, C. Reynolds, A. Szomoru, J. E. Reynolds, C. J. Phillips, R. J. Sault, A. K. Tzioumis, F. Ghigo, G. Langston, W. Brisken, J. D. Romney, A. Mujunen, J. Ritakari, S. J. Tingay, R. G. Dodson, C. G. M. van't Klooster, T. Blancquaert, A. Coustenis, E. Gendron, B. Sicardy, M. Hirtzig, D. Luz, A. Negrao, T. Kostiuk, T.A. Livengood, M. Hartung, I. de Pater, M. Ádámkovics, R. D. Lorenz, H. Roe, E. Schaller, M. Brown, A. H. Bouchez, C. A. Trujillo, B. J. Buratti, L. Caillault, T. Magin, A. Bourdon, C. Laux, Overview of the coordinated ground-based observations of Titan during the Huygens mission, *J. Geophys. Res.* 111, E07S01, doi:10.1029/2005JE002640, 2006.
- Yan, J., S. Goossens, K. Matsumoto, J. Ping, Y. Harada, T. Iwata, N. Namiki, F. Li, G. Tang, J. Cao, H. Hanada and N. Kawano, Chang'E-1 precision orbit determination and lunar gravity field solution, *Adv.Space Res.*, 46, 1-9, doi: 10.1016/j.pss.2011.11.010, 2010.
- Yan, J., S. Goossens, K. Matsumoto, J. Ping, Y. Harada, T. Iwata, N. Namiki, F. Li, G. Tang, J. Cao, H. Hanada and N. Kawano, CEGM02: An improved lunar gravity model using Chang'E-1 orbital tracking data, *Planet. Space Sci.*, 62, 1-9, doi: 10.1016/j.pss.2011.11.010, 2012.
- Yan, J., Z. Zhong, F. Li, J. M. Dohmd, J. Ping, J. Cao and X. Li, Comparison analyses on the 150 x150 lunar gravity field models by gravity/topography admittance, correlation and precision orbit determination, *Adv. Space Res.*, 52, 512-520, doi:10.1016/j.asr.2013.03.033, 2013.
- Zuber, M. T., D. E. Smith, M. M. Watkins, S. W. Asmar, A. S. Konopliv, F. G. Lemoine, H. J. Melosh, G. A. Neumann, R. J. Phillips, S. C. Solomon, M. A. Wieczorek, J. G. Williams, S. J. Goossens, G. Kruizinga, E. Mazarico, R. S. Park and D.-N. Yuan, Gravity field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) Mission, *Science*, 339, 668-671, doi: 10.1126/science.1231507, 2012.

Chapter 10. Technical development for future geodetic exploration of the Moon and Mars in Japan

10.1. Introduction

Rotation and its fluctuations of the Moon and the planets include many important information related to interior of the bodies as well as gravity field and topography. The moon has rotational fluctuations like the Earth known as the physical and the free librations, and Lunar Laser Ranging (LLR) was doing observations for longer than 45 years with the intention to study the Moon as well as the Earth, orbit evolution and the general relativity. Many important results were obtained from the LLR observations made so far (Yoder et al., 1981; Dickey et al., 1994; Williams et al., 2001; Williams et al., 2004; Rambaux and Williams, 2011; Williams et al., 2014). Williams et al. (2001), for example, detected a displacement in direction of the Moon's pole of rotation due to strong dissipation within the core-mantle boundary or a liquid core in the Moon from LLR data, which is observed as small components of lunar physical librations. However, the amplitude of the librations are at most one to five times as large as the error of LLR at that time, and improvement of the accuracy and new observations with better accuracy are necessary for better elucidation of the deep interior of the Moon.

There has been only LLR which observed the lunar rotation, although there have been many observations of lunar gravity field (Muller and Sjogren, 1968; Bill and Ferrari, 1980; Lemoine et al., 1997; Konopliv et al., 1998; Matsumoto et al., 2010; Jianguoa et al., 2010; Zuber et al., 2012), and lunar topography (Bill and Ferrari, 1977; Zuber et al., 1994; Ping et al., 2008; Araki et al., 2009; Smith et al., 2010). Optical astrometric observations as well as the advanced LLR with a new reflector and a new network, and the advanced Very Long Baseline Interferometer (VLBI) are new trend for observations of the lunar rotation in future lunar missions and also for future mars missions. RISE project of National Astronomical Observatory of Japan (NAOJ) proposed the following geodetic observations for study of internal structure of the Moon in post-SELENE lunar missions. They are differential VLBI (Very Long Baseline Interferometer), LLR (Lunar Laser Ranging) and ILOM (In-situ Lunar Orientation Measurement). Technical developments of the method or the instruments are described here.

10.2. VLBI

10.2.1. Differential VLBI

VLBI measures the difference in arrival time of a signal transmitted from a radio source (artificial or natural) to more than two ground stations. The difference in the arrival times measured by VLBI is called a delay. A differenced one-way range (DOR) which is a product of the delay and speed of light can be used for orbit determination and it has sensitivity in the direction perpendicular to the line-of-sight, while Doppler and range measurements have sensitivity in the direction of line-of-sight from the ground station to the spacecraft. It is possible to realize a three-dimensional orbit determination by combining Doppler, range and DOR.

More accurate observations are expected if we observe two radio sources which are near to each other at the same time or alternately, since major error sources of propagation delay, instrumental delay and clock offset are almost canceled by differentiating the DOR for the radio sources. The instrumental delay and the clock offset are common to the ground stations and the propagation delay is almost common to DORs of the nearby radio sources. We call it as the differential VLBI observation (dVLBI). The observable of the differential VLBI is equivalent to doubly differenced one-way range (DDOR). The switching VLBI, where we observe two radio sources alternatively, is normally used for dVLBI (Slade et al., 1977), and the same-beam VLBI, where we observe two radio sources continuously at the same time, is newly developed as more precise method under the special condition (Kikuchi et al., 2008). The same-beam VLBI is possible when the separation angle of two radio sources is smaller than the beam width of a ground antenna or when ground station is equipped with two beam system like Japanese VERA (Honma et al., 2003).

VLBI is one of the promising tracking tools of spacecraft and has been used for many planetary missions (Thornton and Border, 2003). Kaguya mission employed dVLBI for orbit determination and gravity study, and attained the accuracy of 1ps in the differential phase delay of the X-band signal, which is equivalent to the distance of about 0.1m in the orbit. (Kikuchi et al., 2009). Same-beam VLBI observations of two sub-satellites were possible in Kaguya although limited chances, and Liu et al. (2010) succeeded in reducing phase fluctuations caused by atmosphere, ionosphere and instruments to a low level of 1-2deg, and in obtaining the differential phase delay between Rstar and Vstar with a very low error of 2 pico-seconds.

VLBI has a potential to improve the accuracy of orbit determination and thus it can contribute to improvement of the accuracy of gravity recovery (Yan et al.,

2013). It can be expected that the dVLBI between artificial radio sources on a lunar lander and a lunar orbiter will measure the doubly-differenced ranges more accurately than Kaguya if there are more chance of the same beam VLBI. It will make more chance of the same beam VLBI if we use two beam system in ground VLBI stations, although there is no two beam system for S/X bands in VERA. One possible solution of two beam system for S/X bands is adoption of phased array antenna composed of wide frequency band elements which covers S/X bands. Development of Vivaldi antenna array is underway. Kikuchi et al. (2014) proposed a lunar gravimetry by dVLBI for future landing mission after Kaguya to improve the internal structure model of the Moon, especially for the core. A concept of the lunar gravimetry using dVLBI is shown in Fig. 1. The error estimation for tidal Love number k_2 obtained by VLBI measurement shows that the error of the k_2 is smaller than the one percent needed to significantly estimate the core parameters of the Moon in a certain condition.

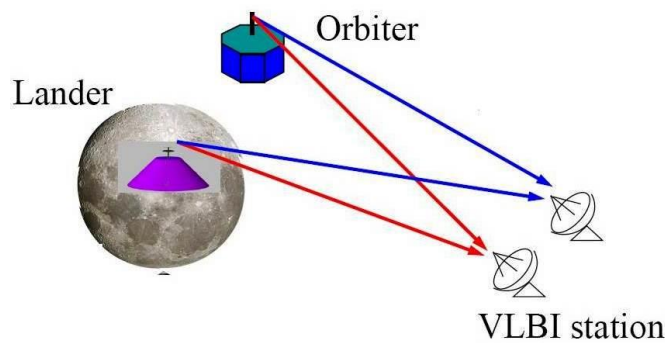


Figure 10.1. Configuration of differential VLBI between an orbiter and a lander.

10.2.2. Inverse VLBI

If we want to apply VLBI to planetary exploration such as Mars, the sensitivity is not enough even with the same-beam VLBI. Kawano et al. (1999) proposed the inverse VLBI (iVLBI) in order to investigate the internal structure and dynamics of the Mars through the Mars rotation. Synchronized radio waves from two or more transmitters on the Mars are received at a ground station, and we know the relative position of the transmitters within an error of 3cm if we can measure the delay between the radio waves within an error of 0.05ns. The error does not depend on the distance between the Earth and the target object. This system requires a stable frequency standard in the landing unit and we must know its phase variation up to 0.05ns if we want to achieve the accuracy (Ka-

wano et al., 2009). This is the most difficult point and it is a important problem to be solved.

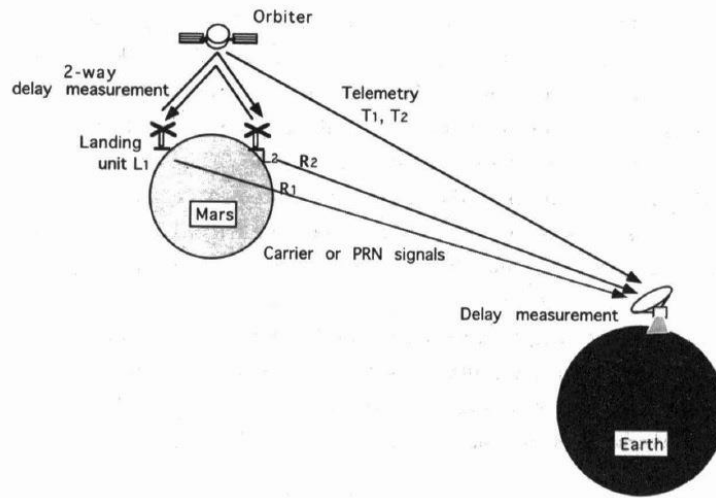


Figure 10.2. Principle of inverse VLBI method. Phase differences are measured at both landing sites. (after Kawano et al. (1999))

10.2.3. Some Technical Development for dVLBI

Antennas both on the ground and in space are important for VLBI used for tracking of spacecrafts and landers. A compact multi-frequency antenna is important especially for usage in space, since VLBI usually use multiple frequency in order to correct for the atmospheric and ionospheric effects. Tolerance to wide temperature range is also important if the antenna is put on the Moon. Kikuch et al. (2014) developed an S-band patch antenna which can install in the lander on the Moon. It can be extended to S/X-band antenna by combining an X-band antenna of similar type without significant interference. A machinable glass-ceramic called MACOR by Corning Inc. is selected for a substrate of the patch antennas. MACOR can be continuously operated in the high temperature of 800 degrees Centigrade and the coefficient of thermal expansion in the range from -100 to 300 degrees is less than $10 \times 10^{-6}/K$. A computational simulation using an analytic model shows that the S-band antenna has a gain of -5 dBi over the beam-width of 60 degrees, and has a bandwidth of 140 MHz within the temperature range of -200 to +120 degrees.

A ground station equipped with the two-beam system at S/X bands is also important for precise orbit determination or positioning of a spacecraft or a lander as mentioned above. It is a possible solution to set a two beam system of S/X band with a phased array antenna since the phased array antenna can point the

beam in the desired direction by adjusting the relative phases of the respective signals feeding the antenna elements. Further we need to widen the bandwidth of the antenna to cover S/X bands.

A self-complementary antenna is often used not only for a single antenna but also for antenna arrays of ultra-band-width. The self-complementary antenna is constituted with an infinitely extended planar conductor with an arbitrary shape, such that the shape of its complementary structure (cavity of the structure) is exactly identical with that of the conductor, and it has two terminals for the simplest case. It has the greatest characteristics of having a constant input impedance independent of frequency in principle (Mushiake, 1992). Vivaldi antenna is also appropriate for the phased array antenna. Basis of the Vivaldi antenna is an exponentially tapered slot element as shown in the figure, and it is shown both experimentally and theoretically that it has a very wide pattern bandwidth (Janaswamy and Schaubert, 1987). Furthermore, it has simple and thin structure, light weight, high efficiency, and high gain characteristics in addition to wide bandwidth (Kragalott et al., 2000).

Kikuchi et al., (2014) developed a proto-type of Vivaldi antenna array composed of 24 elements of about 10x10x10cm for S/X band 2-beam system for VERA (Figure 10.4). It has a gain of 4.9dB at S-band and 19.6dB at X-band with aperture efficiencies of 41 % and 84%, respectively. It is designed optimally for X-band, and further improvement is necessary in order to meet the specifications of both S and X-bands.

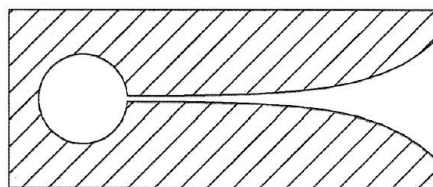


Figure 10.3. Characteristic pattern of exponentially tapered slot element used in Vivaldi antenna.



Figure 10.4. Vivaldi antenna with 24 elements (Kikuch et al., 2014)

Chapter 11. New retro-reflector for Lunar Laser Ranging

11.1. Some problems in LLR

There are at least three problems in the present LLR, they are 1) the retro-reflectors put on the lunar surface 2) the spacial distribution of the reflectors, 3) small number of ground stations observing LLR.

The retro-reflectors used for LLR so far is a kind of retro-reflector array composed of many small retro-reflectors of about 5cm diameter. A retro-reflector, or a corner cube or a corner reflector, is composed of three mutually perpendicular flat surfaces intersecting to each other, and it reflects light back in the same direction as the incident light. The round trip optical path from a certain distance does not change even if it rotates around the optical center. However, retro-reflector array changes the optical path if it rotates around the center, or the directions of incident beams change. It is because the geometrical distance between a certain plane and a corresponding element changes unless it is at the center (Figure 11.1). The effect of the optical path change may not be significant if the observed ranging distance is a spacial mean of the beams reflected over the array. However, beams composed of different optical path length broaden return pulse profile for the case of the slant incident beams. This degrades the signal to noise ratio and increases dispersion of the measured ranging distance as the result.

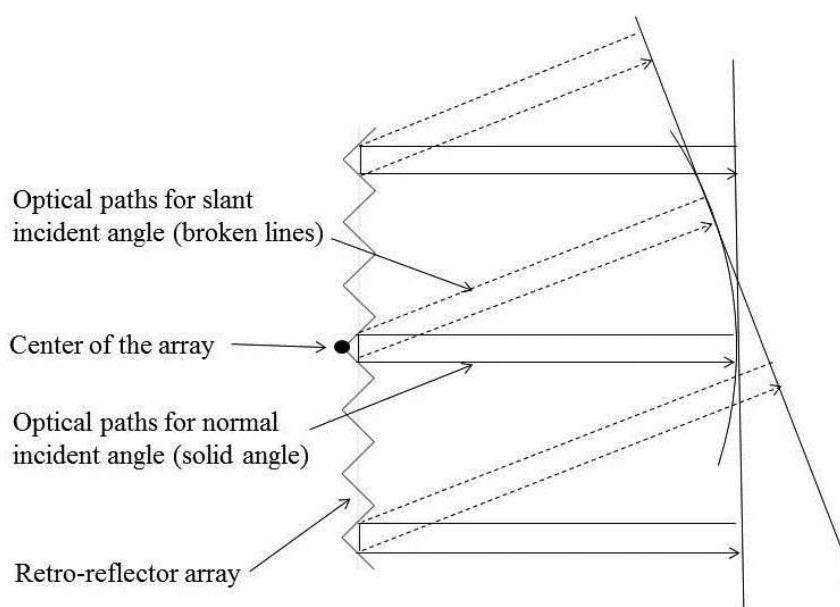


Figure 11.1 Optical paths reflected at a retro-reflector array.

If we use a single retro-reflector of larger size, the error due to the optical path change will not be a problem. It is also effective than the retro-reflector array. A simulation shows that the return signal from a single retro-reflector with a diameter of 150–250 mm is as strong as that from the retro-reflector arrays consisting of 100–300 retro-reflectors of 3.8cm diameter (Otsubo et al., 2010). The new single retro-reflector of 250mm diameter, for example, will provide opportunity of observations for also ground station which is not equipped with large telescope like APOLLO.

The second problem is that the existing retro-reflectors concentrate in the region near the center of the near side, and the spacial distribution of the network is not very large, since they were deployed near the landing site of three U.S. Apollo missions (11, 14, and 15) and two unmanned Soviet missions (Lunakhod 1 and 2) (Figure 11.2). The sensitivity of the rotation to distance measurements will be improved if it expands wider.

The third problem is that the ground stations which regularly observe is not many. Most LLR data have been obtained from the Observatoire de la C^ote d'Azur (OCA, France) and the McDonald observatory (Texas, USA). Their contribution, however, decreased recently and a new station APOLLO, which was designed for mm-level ranging (Murphy et al., 2008) contributed instead. After all, only a few stations are operated regularly, and it is not an ideal condition for separating possible instrumental or environmental systematics in the ranging data from real scientific effects.

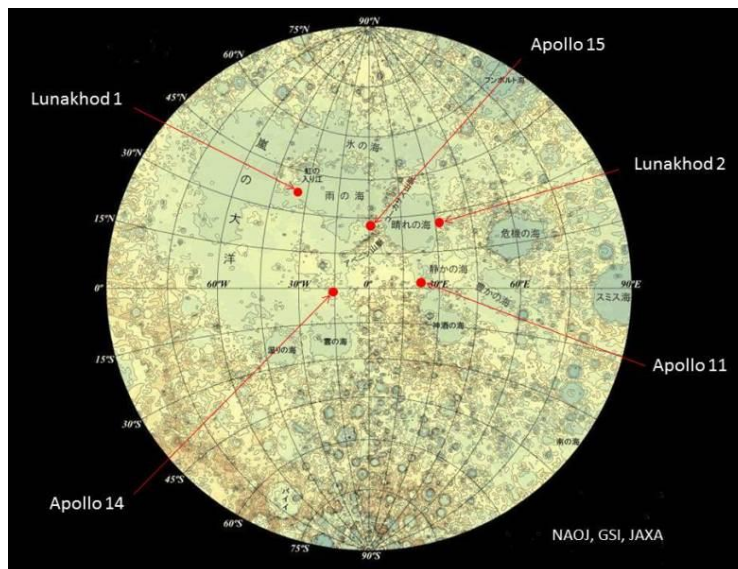


Figure 11.2. Locations of retro-reflectors on the moon

There are some actions to develop a new single retro-reflector and put it at new position on the Moon (Martini et al., 2012; Turyshev et al., 2013), and to open a new ground station equipped with a large telescope (Fienga et al., 2014).

This will improve the configuration of the network of retro-reflectors on the Moon and also will increase the number of ground stations which can observe it, as well as it can improve the ranging accuracy itself.

11.2. Development of a retro-reflector

Araki et al (2014) proposed to put a new retro-reflector on the Moon in order to expand the network and to make it possible for many ground stations to participate in the observations, and thus to improve the accuracy of LLR. A single large retro-reflector was developed for improving the ranging accuracy up to an order of mm. Dihedral angles, the angles created by two intersecting surfaces, should be slightly different (0.65-0.8 arc seconds) from the right angle for the reflector of 100mm diameter in order to get high return energy effectively (Otsubo et al., 2010). Therefore the machining accuracy of better than 0.1 arc seconds is necessary.

There are at least three points to be considered in developing a retro-reflector for LLR, they are configuration (array or single), type (hollow or prism), and the material. As to the 1st point, it is a new trend and is much better to adopt rather the single retro-reflector than the array type as mentioned above. There are two possibilities in making a retro-reflector, hollow type (composed of three mirrors) or prism type (corner cube prism), if we adopt the single reflector (Figure 11.2). In general, the hollow type is lighter in weight but less strong in structure, and the prism type, on the other hand, is heavier and stronger. Manufacturing method of the hollow type is more complex and difficult if we want to make a high quality one with high surface accuracy and high angle accuracy between two intersecting surfaces.

Bonding of plane mirrors together by optical contacting was selected and is under development at RISE/NAOJ among other many possibilities. The Van der Waals force which dominates the optical contacting is considered to be not strong enough to hold two contacting surfaces, and it becomes possible to keep contact two surfaces if the smoothness of the surfaces is within the sub-nanometer range. However, additional process such as annealing is necessary in order to achieve the practical strength (Haisma et al., 2007). It is a future problem how to avoid the possible effect of the annealing upon the dihedral angle and the smoothness of the surfaces. Preliminary experiments show that the change of the dihedral angle and deformation and roughness of the surface are almost not a problem. Turshev et al. (2013) adopt the sodium hydroxyl-catalysis bonding technique developed at Stanford University for bonding two surfaces without any stresses from temperature variation.

Concerning the materials of the retro-reflector, Araki et al. (2014) proposed a criteria for selection of the material. Materials with lower ratio of thermal deformation coefficient to thermal diffusivity and with higher ratio of Young modulus to density are more suitable for retro-reflectors of LLR. Silicon (Si), for example, is more appropriate than ClearCeram Z-EX (CCZ-EX, low expansion glass ceramics, Ohara Co. Ltd.) according to this criteria.

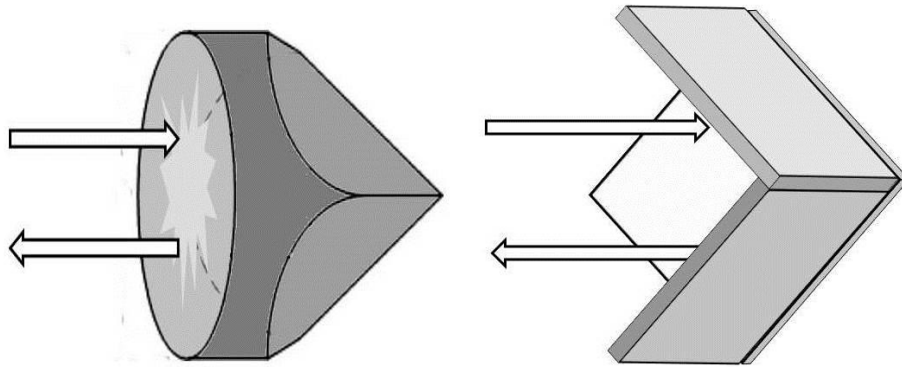


Figure 11.3. Corner cube prism (left) and hollow corner cube reflector (right)

11.3. In-situ Lunar Orientation Measurement (ILOM)

11.3.1. Background

The PZT (Photographic Zenith Tube) has been used for observations of the Earth rotation for longer than 80 years, and it became also useful for observations of the deflection of the vertical after improvement for the miniaturization and light weight, and also for automatic operation (Hirt and Bürki, 2002). In-situ Lunar Orientation Measurement (ILOM) was proposed by Hanada et al. (2004) to study lunar rotational dynamics by direct observations of the lunar rotation from the lunar surface for a future lunar mission. It consists of a small telescope like PZT of a target accuracy of 1 milli-arc-seconds (1 mas). The accuracy of better than 1 mas is necessary in order to put a strong constraint upon the structure and property of the lunar deep interior, since libration parameters related to dissipation in the lunar core have an amplitude of at most a few mas (Williams et al., 2001). Simulation shows that ILOM can determine the libration parameters with the accuracy higher than LLR by one digit by positioning of stars for one year with an accuracy of 1 mas (Heki et al., 2000),

The observation of the lunar rotation by positioning of stars from the lunar surface is a new kind of observation independent of LLR, and it is significant on the following points: 1) the new observation can check whether there is a systematic error or not in LLR observations, 2) it can help separate different parameters and different frequencies, which can significantly improve the accuracy of observations of the Lunar rotation in cooperation with improvement of LLR itself. The possible causes of systematic error in LLR are: 1) LLR has no sensitivity in the direction perpendicular to the Earth-Moon direction and therefore it has less sensitivity for observations of the librations around the axis of the Earth-Moon direction, 2) LLR observations are difficult during periods of new and full moons and the observation period is synchronous with a libration period, 3) Amplitudes of the physical librations are affected by uncertainties in the position of the corner reflectors.

11.3.2. Outline of ILOM

ILOM consists of a small telescope like PZT which is set on the lunar surface. The PZT is a kind of zenith telescope with a mercury pool as a reflector at the middle point of the focal length of the objective. Stellar position on an image surface at the nodal-plane of the objective does not change in principle even if the tube inclines a little except the effect of aberration of the objectives, since light which reflects at the mercury surface does not change by the tilt. The PZT developed for a ground experiment model of ILOM has the focal length of 1m and the diameter of the tube of 0.1m, and CCD composed of an array of 2014×2014 pixels of $7.4\mu\text{m} \times 7.4\mu\text{m}$ (Figure 11.4). The resolution of 1 mas corresponds to about 5 nm on the focal plane in a case of a telescope of 1 m focal length, and we must determine the centroid position of stars with an accuracy of less than 1/1000 pixel size.

The maximum resolution, on the other hand, can be estimate from signal to noise ratio (SNR) in CCD pixels, and the SNR of about 500 is required for the accuracy of 1/1000 pixel size. This means that number of photons in a pixel should be more than 10,000 under the condition that the dark current of CCD is about 20 electrons/pixel (Hanada et al., 2012). Laboratory experiment, on the other hand, attained the accuracy of about 1/300 pixel size by using the CCD of an array of 512×512 pixels of $20\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$ (Yano et al., 2004).

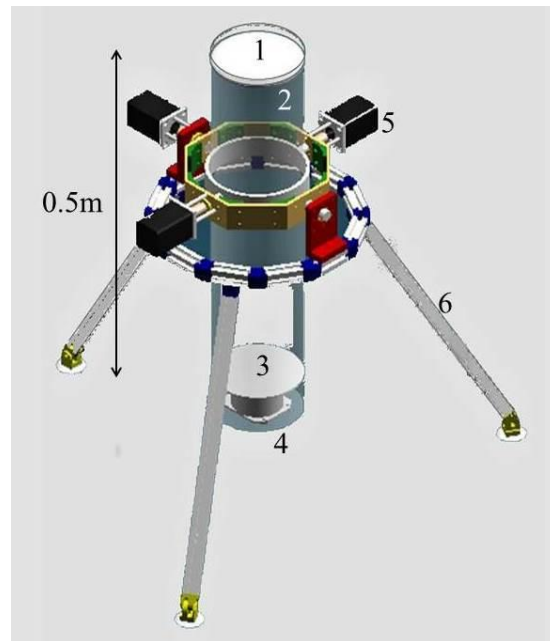


Figure 11.4. The ground experiment model of the telescope for ILOM. 1: objective, 2: tube, 3: mercury pool, 4: tiltmeter, 5: motor, 6: tripod.

11.3.3. Technology development for ILOM

11.3.3.1. Optical System

It is important to reduce the effect of temperature variation upon the optical system shown in Figure 11.5. The effect upon the objective and the prism are complicated and thermal deformation analysis and ray tracing analysis are necessary for the evaluation. Ray tracing simulation based on this model shows that position of star images through an objective composed of conventional lenses changes the position corresponding to about 5 mas by uniform temperature change of only 1 degree in the worst case (Hanada et al., 2010). This shows that the temperature change should be less than 0.2 degrees for observations with the accuracy of 1 mas. This is partly due to the fact that the temperature coefficient of the refractive index of an achromatic lens used in the conventional objective is very high.

Diffractive Optical Elements (DOE) is a promising element which can reduce the effect of the temperature variation, and it is possible to make the achromatic lens of quartz because it is not the refractive index of the material but the pattern of diffraction grating which determines their optical characteristics. Kashima et al. (2013) proposed the objectives with DOE in order to reduce the effect of temperature change, and showed that the change of about 10 degrees is allowed for the observation of 1 mas accuracy (Hanada et al., 2012).

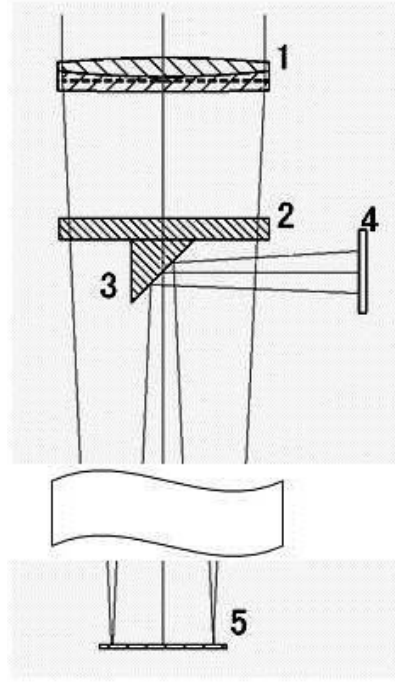


Figure 11.5. Optical system of the telescope for ILOM. 1: objective, 2: Plane parallel, 3: prism, 4: CCD, 5: mercury surface

11.3.3.2. Centroid experiment

We need to know the central position of a star image recorded on CCD for precise positioning of stars. A star image is usually modelled by a point spread function and the central position is determined as the axis of symmetry of the function fitted to the star image (Figure 11.5). This is called determination of centroid. Centroid experiment for ILOM was started by using artificial star images to improve reading positions of star images in cooperation with Japan Astrometry Satellite Mission for Infrared Exploration (JASMINE) project of NAOJ at the beginning of 2000. Yano et al. (2004) obtained the center of an artificial star image with an accuracy of about 1/300 pixel size by photon weighted mean method, which regards the number of photons in a pixel as a weight, and by assuming the difference between the calculated and the real centers of a star image be a function of the distance from the center of the nearest pixel as:

$$x_a - x_c = k_i x_c \quad (1)$$

where x_a is the real center, x_c the calculated center and k_i the coefficient for the correction of the position of i -th star.

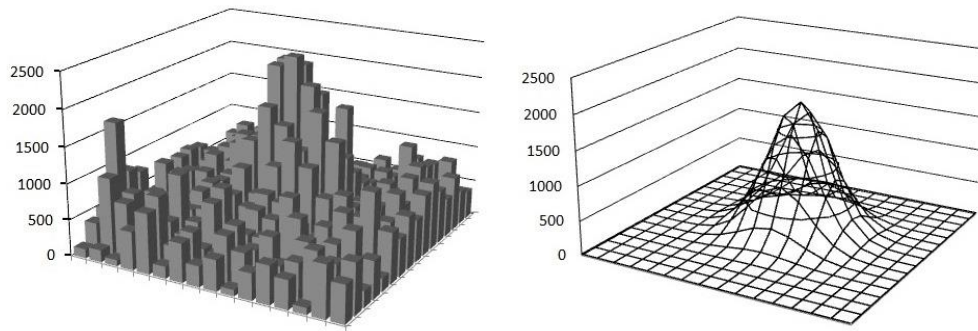


Figure 11.6 An example of star image recorded on CCD of 16×16 pixels (left) and a Gauss function fitted to the image (right). Vertical axis represents number of electrons stored in each pixels

11.3.3.3. Mercury pool

Ground vibration is another major source which may seriously affect the astronomical observations on the ground, and it is anticipated that the effect will be magnified if we use a mercury surface as a reference plain of the telescope. Three kinds of copper vessels with a conical bottom surface were made for the experiments; they are 84mm diameter and the maximum depths at the center are 0.25mm, 0.5mm and 1mm, respectively. Copper amalgam is formed inside of the vessel for reducing the effect of surface tension of mercury (Tsuruta et al., 2014). The mercury pool of 0.5mm depth is better in long-term stability and is less sensitive to the tilt than that of the others according to laboratory experiments. The mercury pool of 0.5mm depth is selected as the appropriate one for the telescope. The effect of ground vibrations can cause the variation of stellar position on CCD surface of less than $0.5\mu\text{m}$ amplitude, which corresponds to $0.1''$, if the external vibrations do not excite the vibration of mercury surface.

11.3.3.4. Driving mechanis

The driving mechanism sets the telescope in a vertical position and keeps it vertical with two axes for rotation, two motors, two reduction gears, a frame with a tripod, two components tilt meter, two computers for controlling and monitoring (Funazaki et al., 2008). Power consumption necessary for the motor drive is about 12 W and that for keeping standstill is less than 2 W. It can be zero because the motor is equipped with the reduction gear and the axis of the motor never turns by the outside torque even if electric power is not supplied. The step angle of the motor is set to be 0.00144 degrees (about 5 arc seconds), and it takes about 60 seconds to become the vertical within an error of 0.006 degrees

(21.6 arc seconds) from the initial position of 3 degrees deviated from the vertical. The angle of 0.006 degrees is within the range where the effect upon the displacement of stellar position on CCD is less than 1 mas thanks to the compensation mechanism of PZT.

References

- Araki, H., S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, S. Goossens, S. Sasaki, N. Kawano, I. Kamiya, H. Otake, J. Oberst, C. Shum, Lunar Global Shape and Polar Topography Derived from Kaguya-LALT Laser Altimetry, *Science*, 323, 897-900, doi:10.1126/science.1164146, 2009.
- Araki, H., S. Kashima, H. Noda, H. Kunimori, K. Chiba, T. Otsubo, M. Utsunomiya and Y. Matsumoto, Development of the Retroreflector on the Moon for the Future Lunar Laser Ranging, *Proc. 18th Int. Workshop on Laser Ranging, "Pursuing Ultimate Accuracy & Creating New Synergies"*, 2014.
- Bills, B. G. and A. J. Ferrari, A harmonic analysis of lunar topography, *ICARUS*, 31, 244–259, 1977.
- Bills, B. G. and A. J. Ferrari, A harmonic analysis of lunar gravity, *J. Geophys. Res.*, 85, 1013–1025, 1980.
- Dickey, J. O., P. L. Bender, J. E. Faller, X X Newhall, R. L. Ricklefs, J. G. Ries, P. J. Shelus, C. Veillet, A. L. Whipple, J. R. Wiant, J. G. Williams, and C. F. Yoder (1994), Lunar Laser Ranging: A continuing legacy of the Apollo program, *Science*, 265, 482–490, doi:10.1126/science.265.5171.482., 1994.
- Fienga, A., C. Courbe, J. M. Torre, H. Manche, T. Murphy, J. Mueller, J. Laskar, S. Bouquillon, L. Biskupek, F. Hofmann, N. Capitaine and N. Rambaux, Interests of a new lunar laser instrumentation on the ESO NTT Telescope, eprint arXiv:1405.0473, 2014.
- Funazaki, K., A. Satoh, H. Taniguchi, M. Yamada, M. Kikuchi, A. Chiba, N. Kawano, S. Tsuruta, S. Tazawa, S. Sasaki and H. Hanada, Studies on controllability and optical characteristics of BBM for ILOM telescope, *Proc. 52th Space Sciences and Technology Conference*, 2008, 3A12, 2008 (in Japanese).
- Haisma, J., N. Hattu, J. T. C. M. Pulles, E. Steding and C. G. Vervest, Direct bonding and beyond, *Appl. Opt.*, 46, 6793-6803, 2007.
- Hanada, H., H. Heki, H. Araki, K. Matumoto, H. Noda, N. Kawano, T. Tsubokawa, S. Tsuruta, S. Tazawa, K. Asari, Y. Kono, T. Yano, N. Gouda, T. Iwata, T. Yokoyama, H. Kanamori, K. Funazaki and T. Miyazaki, Application of PZT telescope to Insitu Lunar Orientation Measurement (ILOM), *International Association of Geodesy Symposia*, 128, 163-168, 2004.
- Hanada, H., J. Ping, K. Funazaki, N. Kawano, N. Petrova, H. Araki, S. Tazawa, S. Tsuruta, H. Noda, K. Asari, S. Sasaki, Z. Li, X. Su, A. Satoh, H. Taniguchi, M. Kikuchi, T. Takahashi, A. Yamazaki, K. Murata and T. Iwata, Development of a photographic zenith tube for observation of the lunar rotation and the deflection of the vertical, *Proc. IAG symp. on terrestrial gravimetry*, June 22-25, 2010, Saint Petersburg, Russia, 140-144. 2010.
- Hanada, H., H. Araki, S. Tazawa, S. Tsuruta, H. Noda, K. Asari, S. Sasaki, K. Funazaki, A. Sato, H. Taniguchi, M. Kikuchi, T. Takahashi, A. Yamazaki, J. Ping, N. Kawano, N. Petrova, N. Gouda, T. Yano, Y. Yamada, Y. Niwa, Y. Kono and T. Iwata, Development of a

digital zenith telescope for advanced astrometry, *Science China (Physics, Mechanics & Astronomy)*. 55, 723-732, doi: 10.1007/s11433-012-4673-1, 2012.

Heki, K., Observation of the lunar physical libration and tidal deformation by ILOM (In-situ Lunar Orientation Measurement), *Proc. Symp. on Tidal Studies in Tectonic Active Regions*, 99-104, 2000 (in Japanese).

Hirt, C. B. and Bürki B., The digital zenith camera - a new high-precision and economic astrogeodetic observation system for real-time measurement of deflections of the vertical. *Proc. 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission of the International Association of Geodesy*. Thessaloniki: ZITI Editions, 161–166, 2002.

Honma, M., M. Fujii, T. Hirota, K. Horiai, K. Iwadate, T. Jike, O. Kameya, R. Kamohara, Y. Kan-Ya, N. Kawaguchi, and 18 coauthors, First fringe detection with VERA's dual-beam system and its phase-referencing capability, *Pub. Astron. Soc. Japan*, 55, 57-60, 2003.

Jianguoa, Y., J. Ping, F. Li, J. Cao, Q. Huang and L. Fung, Chang'E-1 precision orbit determination and lunar gravity field solution, *Adv. Space Res.*, 46, 50–57, doi:10.1016/j.asr.2010.03.002, 2010.

Kashima, S., A telescope for In-Situ Lunar Orientation Measurement with a diffractive optical element, Patent Application No.2013-80826, 2013.

Kawano, N., M. Hosokawa, H. Hanada and M. Imae, Feasibility study of planetodesy by use of inverse VLBI method, *J. Geod. Soc. Japan*, 45, 181-204, 1999.

Kawano, N., Q. Liu, J. Ping, T. Iwata and F. Kikuchi, Inverse VLBI by various techniques for planetodesy, *Inst. Elec. Info. Comm. Eng. Technical Report*, SANE2009-105, 127-131, 2009.

Kikuchi, F., Q. Liu, K. Matsumoto, H. Hanada and N. Kawano, Simulation analysis of differential phase delay estimation by same beam VLBI method, *Earth Planet Space*, 60, 391–406, 2008.

Kikuchi, F., Q. Liu, H. Hanada, N. Kawano, K. Matsumoto, T. Iwata, S. Goossens, K. Asari, Y. Ishihara, S. Tsuruta, T. Ishikawa, H. Noda, N. Namiki, N. Petrova, Y. Harada, J. Ping and S. Sasaki, Picosecond accuracy VLBI of the two subsatellites of SELENE (KAGUYA) using multifrequency and same beam methods, *Radio Sci.*, 44, 1-7, doi:10.1029/2008RS003997, 2009.

Kikuchi, F., K. Matsumoto, H. Hanada, S. Tsuruta, K. Asari, Y. Kono, R. Yamada, T. Iwata, S. Sasaki, K. Takahashi, Y. Uchibori, T. Komai and T. Nakamura, Recent status of SELENE-2/VLBI instrument, *Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan*, 12, Pk_13-Pk_19 doi.org/10.2322/tastj.12.Pk_13, 2014.

Kikuch, F., Development of a Vivaldi antenna for VLBI, http://www.miz.nao.ac.jp/rise/content/news/topic_20140805, 2014.

Konopliv, A. S., A. B. Binder, L. L. Hood, A. B. Kucinskis, W. L. Sjogren and J. G. Williams, Improved gravity from Lunar Prospector, *Science*, 281, 1476-1480, 1998.

Kragalott, M., W. R. Pickles and M. S. Kluskens, Design of a 5:1 bandwidth stripline notch array from FDTD analysis, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 48, 1733–1741, 2000.

Lemoine, F. G. R., D. E. Smith, M. T. Zuber, G. A. Neumann and D. D. Rowlands, A 70th degree lunar gravity model (GLGM-2) from Clementine and other tracking data, *J. Geophys. Res.* 102, 16,339–16,359, doi:10.1029/97JE01418, 1997.

- Liu, Q., F. Kikuchi, K. Matsumoto, S. Goossens, H. Hanada, Y. Harada, X. Shi, Q. Huang, T. Ishikawa, S. Tsuruta, K. Asari, Y. Ishihara, N. Kawano, S. Kamata, T. Iwata, H. Noda, N. Namiki, S. Sasaki, S. Ellingsen, K. Sato, K. Shibata, Y. Tamura, T. Jike, K. Iwadate, O. Kameya, J. Ping, B. Xia, T. An, Q. Fan, X. Hong, W. Yang, H. Zhang, Y. Aili, B. Reid, W. Hankey, J. McCallum, G. Kronschnabl and W. Schlüter, Same-beam VLBI Observations of SELENE for Improving Lunar Gravity Field Model, *Radio Science*, 45, RS2004, 1-16, doi:10.1029/2009RS004203, 2010.
- Martini, M., S. Dell'Agnello, D. Currie, G. DelleMonache, R. Vittori, J. F. Chandler, C. Cantone, A. Boni, S. Berardi, G. Patrizi, M. Maiello, M. Garattini, C. Lops, R. March, G. Bellettini, R. Tauraso, N. Intaglietta, M. Tibuzzi, T. W. Murphy, G. Bianco and E. Ciocchi, Moon LIGHT: A USA–Italy lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century, *Planet. Space. Sci.*, 74, 276-282, doi: org/10.1016/j.pss.2012.09.006, 2012.
- Matsumoto, K., S. Goossens, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Iwata, N. Namiki, H. Noda, H. Hanada, N. Kawano, F. G. Lemoine and D. D. Rowlands, An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features, *J. Geophys. Res.*, 115, E06007, doi:10.1029/2009JE003499, 2010.
- Muller, P. M. and W. L. Sjogren, Mascons: Lunar Mass Concentrations, *Science*, 161, 680-684, doi: 10.1126/science.161.3842.680, 1968.
- Murphy Jr., T. W., E. G. Adelberger, J. B. R. Battat, L. N. Carey, C. D. Hoyle, P. LeBlanc, E. L. Michelson, K. Nordtvedt, A. E. Orin, J. D. Strasburg, C. W. Stubbs, H. E. Swanson and E. Williams, APOLLO: The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation: instrument description and first detections, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 120, 20–37, doi:10.1086/526428, arXiv:0710.0890[astro-ph], 2008.
- Mushiake, Y., Self-complementary antennas, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 34, 23–29, 1992.
- Otsubo, T., H. Kunimori, H. Noda, and H. Hanada, Simulation of optical response of retroreflectors for future lunar laser ranging, *Adv. Space Res.*, 45, 733–740, doi:10.1016/j.asr.2009.12.003, 2010.
- Ping, J., Q. Huang and Y. Jianguo, Lunar topographic model CLTM-s01 from Chang'E-1 Laser Altimeter, *Sci. China Ser. G*, 28, 1601–1612, 2008.
- Ramakrishna, J. and D. H. Schaubert, Analysis of the tapered slot antenna, *IEEE Trans. Antenna Propagation*, AP-35, 1058-1065, 1987.
- Rambaux, N. and J. G. Williams, The Moon's physical librations and determination of their free modes, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 109, 85–100, doi:10.1007/s10569-010-9314-2, 2011.
- Slade, M. A., R. A. Preston, A. W. Harris, L. J. Skjerve and D. J. Spitzmesser, ALSEP-Quasar differential VLBI, *Moon*, 17, 133-147, 1977.
- Smith, D. E., M. T. Zuber, G. A. Neumann, F. G. Lemoine, E. Mazarico, M. H. Torrence, J. F. McGarry, D. D. Rowlands, J. W. Head III, T. H. Duxbury, O. Aharonson, P. G. Lucey, M. S. Robinson, O. S. Barnouin, J. F. Cavanaugh, X. Sun, P. Liiva, D.-D. Mao, J. C. Smith and A. E. Bartels, Initial observations from the Lunar Orbiter Laser Altimeter (LOLA), *Geophys. Res. Lett.*, 37, L18204, 2010.
- Thornton, C. L. and J. S. Border, Radiometric tracking techniques for deep space navigation, *JPL Deep Space Communication and Navigation Series*, Wiley and Sons Inc., US, pp85, 2003.

Tsuruta, S., H. Hanada, K. Asari, K. Chiba, R. Yokokawa, K. Inaba, K. Funazaki, H. Taniguchi, A. Satoh, H. Kato, M. Kikuchi, H. Araki, H. Noda, S. Kashima, Stellar imaging experiment using a mercury pool as a ground test of the telescope for In-situ Lunar Orientation Measurements (ILOM), Proc. 14th Space Science Symposium, pp4, 2014 (in Japanese).

Turyshev, S. G., J. G. Williams, W. M. Folkner, G. M. Gutt, R. T. Baran, R. C. Hein, R. P. Somawardhana, J. A. Lipa, S. Wang, Corner-cube retro-reflector instrument for advanced lunar laser ranging, *Exp Astron*, 36, 105–135, doi: 10.1007/s10686-012-9324-z, 2013.

Williams, J. G., D. H. Boggs, C. F. Yoder, J. T. Ratcliff, and J. O. Dickey, Lunar rotational dissipation in solid body and molten core, *J. Geophys. Res.*, 106, 27,933–27,968, doi:10.1029/2000JE001396, 2001.

Williams, J. G., S. G. Turyshev, and T. W. Murphy, Jr., Improving LLR Tests of Gravitational Theory, *Int. J. Mod. Phys. D*, 13, 567–582,

Williams, J. G. and D. H. Boggs, Tides on the Moon: Theory and determination of dissipation, *J. Geophys. Res.*, 120, doi: 10.1002/2014JE004755, 2015.

Yan, J., Z. Zhong, F. Li, J. M. Dohmd, J. Ping, J. Cao and X. Li, Comparison analyses on the 150 x150 lunar gravity field models by gravity/topography admittance, correlation and precision orbit determination, *Adv. Space Res.*, 52, 512-520, 2013.

Yano, T., N. Gouda, Y. Kobayashi, T. Tsujimoto, T. Nakajima, H. Hanada, Y. Kan-ya, Y. Yamada, H. Araki, S. Tazawa, K. Asari, S. Tsuruta and N. Kawano, CCD Centroiding Experiment for the Japan Astrometry Satellite Mission (JASMINE) and In Situ Lunar Orientation Measurement (ILOM), *Publ. Ast. Soc. Pac.*, 116, 667-673, 2004.

Yoder, C. F., The free librations of a dissipative Moon, *Phil. Trans. R. Soc London, Ser. A*, 303, 327–338, doi:10.1098/rsta.1981.0206, 1981.

Zuber, M. T., D. E. Smith, F. G. Lemoine and G.A. Neumann, The shape and internal structure of the Moon from the Clementine mission, *Science*, 266, 1839-1841, 1994.

Zuber, M. T., D. E. Smith, M. M. Watkins, S. W. Asmar, A. S. Konopliv, F. G. Lemoine, H. J. Melosh, G. A. Neumann, R. J. Phillips, S. C. Solomon, M. A. Wieczorek, J. G. Williams, S. J. Goossens, G. Kruizinga, E. Mazarico, R. S. Park and D.-N. Yuan, Gravity field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) Mission, *Science*, 339, 668-671, doi: 10.1126/science.1231507, 2012.

ГЛАВА 12. Тепловой режим, химический и минеральный состав Луны. (О.Л.Кусков, В.А.Кронрод, Е.В.Кронрод)

12.1. Введение.

Система Земля - Луна занимает особое место среди тел Солнечной системы. Проблема происхождения и внутреннего строения Луны важна не только сама по себе. Она оказывается тесно связанной с проблемой начального состояния и ранней эволюции Солнечной системы (Виноградов, 1975; Галимов, 2004, 2011; Маров и др., 2012). Происхождение и динамическая история Луны – одна из фундаментальных проблем естествознания, а проблема образования Луны играет центральную роль в современных сценариях формирования спутников Солнечной системы. В начале XXI века Луна вновь становится объектом пристального внимания ученых различных стран и научных направлений. Луна – единственное космическое тело (кроме Земли), для которого существуют экспериментальные данные по скоростям распространения сейсмических волн в коре и мантии и достаточно надежные определения гравитационного, электромагнитного и теплового полей, полученные в ходе экспедиций «Аpollo» и дополненные новыми орбитальными исследованиями. Химический состав и термальная эволюция Луны должны рассматриваться в качестве фундаментального геохимического ограничения при тестировании космогонических моделей ее происхождения. Однако данные, характеризующие внутреннее строение Луны, крайне недостаточны. Термические, сейсмические и петрологические модели противоречивы, нет данных о составе глубинных пород Луны.

Многие ключевые аспекты сейсмической структуры, теплового режима и химического состава лунной мантии остаются неясными и требуют дальнейших исследований. Это заставляет размышлять о причинах отсутствия согласования при исследованиях Луны термическими, сейсмическими и петролого-геохимическими методами. Существующие здесь проблемы далеки от разрешения, на что указывает высокая степень дискуссионности множества опубликованных работ.

Внутреннее строение, сейсмическая структура и физические свойства мантии Луны зависят от состава, давления и теплового режима. Существующие петролого-геохимические и геофизические модели мантии, не всегда равнозначные по детальности и часто взаимно

не согласованные, указывают на стратификацию мантии Луны по химическому составу, что обычно связывают с идеей магматического океана. Оценки его мощности охватывают интервал глубин от верхних 200-500 км до частичного или полного плавления всей Луны (Shearer et al., 2006; Wieczorek et al., 2006; Кусков и др., 2009; Kronrod, Kuskov, 2011). Это - один из основных нерешенных вопросов термальной и магматической эволюции Луны. От ответа на него во многом зависят тепловой режим и состав мантии, существование химических неоднородностей и сейсмических границ, а также модели формирования Луны, что в свете последних геохимических и динамических возражений в адрес гипотезы мегаимпакта, имеющих много свободных параметров, становится особенно важным (Галимов, 2004, 2011; Горькавый, 2007; Elkins-Tanton, 2013).

В работах (Taylor, 1982; Ringwood, 1977; Hood, 1986) были проsumмированы геохимические и геофизические ограничения на основе материалов экспедиций «Аполлон». В более поздних обзорах опубликован всесторонний анализ внутреннего строения коры, мантии и ядра Луны (Williams et al., 2001; Lognonné, 2005; Wieczorek et al., 2006; Кусков и др., 2009; Khan et al., 2013). В последующих публикациях дополнительно рассмотрены некоторые нерешенные вопросы и разногласия между существующими сейсмическими, композиционными и тепловыми моделями (Ziethe et al., 2009; Kronrod, Kuskov, 2011; Grimm, 2013; Zhang et al., 2013). Гудкова и Раевский (Gudkova, Raevskii, 2013) исследовали возможность изучения недр Луны посредством зондирования ее собственными колебаниями.

Дополнительные ограничения на плотность и мощность коры получены по программе изучения гравитационного поля и внутреннего строения (миссия GRAIL, Gravity Recovery and Interior Laboratory) Луны (Wieczorek et al., 2013).

В настоящей работе рассмотрены проблемы определения температурного поля, мощности тепловых источников (концентрации урана) и тепловых потоков с поверхности Луны.

12.2. Сейсмическая структура мантии Луны

Сейсмические станции "Аполлон-12, 14, 15, 16" зарегистрировали порядка 12500 сейсмических событий (лунотрясения, падения ме-

теоритов и отработанных частей космических аппаратов, искусственные взрывы).

Обработка данных по временам пробега продольных (P) и поперечных (S) волн привела к построению целого ряда сейсмических моделей в виде зависимостей скорость P -, S -волн – глубина ($V_{P,S} - H$) и предположению о зональном строении мантии с границами на различных глубинах (Basaltic Volcanism Study Project, 1981; Goins et al., 1981; Nakamura, 1983).

Впоследствии, на основе более совершенных методов математической обработки и интерпретации сейсмических событий было проведено переопределение скоростного распределения и предложены новые сейсмические модели Луны (Khan et al., 2007; Lognonné, Johnson, 2007; Бурмин, 2012). Все опубликованные сейсмические модели, построенные на основе первичного материала экспедиций «Аполлон», заметно отличаются друг от друга. Это связано с тем, что обратные задачи, даже с априорными ограничениями, решаются не единственным образом. Несмотря на это, сейсмические исследования представляют наиболее перспективный (хотя и косвенный) путь для оценки термального режима и химического состава Луны.

12.2.1. Сейсмические модели

Ранние модели сейсмического строения Луны были предложены в работах (Goins et al., 1981; Nakamura, 1983). В модели Goins et al. (1981) выделяются две зоны по скоростям – верхняя и нижняя мантия. Накамура (Nakamura, 1983) построил модель сферически симметричной Луны, которая подразделяется на кору мощностью 58 км, верхнюю мантию (58-270 км), среднюю (270-500 км) и нижнюю мантию (500-1000 км). В этой модели мантия считается состоящей из трех зон с резкими границами и скачком физических свойств на глубинах 270 и 500 км. Однако Накамура подчеркивает, что границы на этих глубинах введены для вычислительного удобства, а их реальное положение и резкость остается под вопросом, что нашло отражение в альтернативной модели (Goins et al., 1981).

Спустя 20-25 лет, в работах датских (Khan et al., 2000; 2007], и французских (Lognonné, 2005; Lognonné et al., 2003; Gagnepain-Beyneix et al., 2006), Институт физики Земли, Париж) геофизиков

проведена повторная математическая обработка времен пробега P - и S -волн, зарегистрированных станциями КА «Аполлон» и построены новые сейсмические модели Луны.

Новые сейсмические модели Луны построены в работах (Khan et al., 2000, 2007; Lognonné et al., 2003; Lognonné, 2005; Gagnepain-Beyneix et al., 2006; Garcia et al., 2011, Weber et al., 2011). Несмотря на различную математическую обработку первичных сейсмических данных и их физическую интерпретацию, эти модели с большей точностью позволяют определить внутреннюю структуру мантии, хотя и не позволяют разрешить противоречия между постепенным или скачкообразным изменением градиента скоростей в структуре мантии в связи с ограниченным числом слоев (рис. 12.1). Справедливости ради, отметим, что основные черты топологии сейсмопрофилей, свидетельствующие о зональном строении мантии, в том или ином виде присутствуют почти во всех современных моделях, более изощренных по сравнению с ранее опубликованными. К сожалению, это не означает, что из всех достаточно противоречивых профилей один непременно должен быть истинным. Особенно заметные противоречия сохраняются на глубинах ниже 500 км. Очевидно, что различия между скоростными моделями (связанные с методами анализа данных) должны отражаться на распределении температуры.

В работах (Lognonné, 2005, далее - L05; Gagnepain-Beyneix et al., 2006, далее - GB06) представлены модели Луны с границей корамантия ~ 30 км, которые неплохо согласуются с предыдущими (Goins et al., 1981; Nakamura, 1983) на глубинах до ~ 300 км, но обнаруживают значительные расхождения в средней и нижней мантии. Модель GB06 представляет собой усовершенствование предыдущей модели L05 и обладает несколько меньшими ошибками. Модель Вебер (Weber et al., 2011) на рассматриваемых глубинах совпадает с моделью GB06.

Khan et al. (2000; далее - Kh00) провел анализ времен пробега P - и S -волн методом Монте-Карло и нашел постоянство скоростей в верхней мантии вплоть до 560 км (рис. 1), однако значения $V_P \sim 8$ км/с для верхней мантии оказываются существенно выше, а значения $V_S \sim 4$ км/с существенно ниже данных других авторов; скорости волн в нижней мантии сильно отличаются от других моделей.

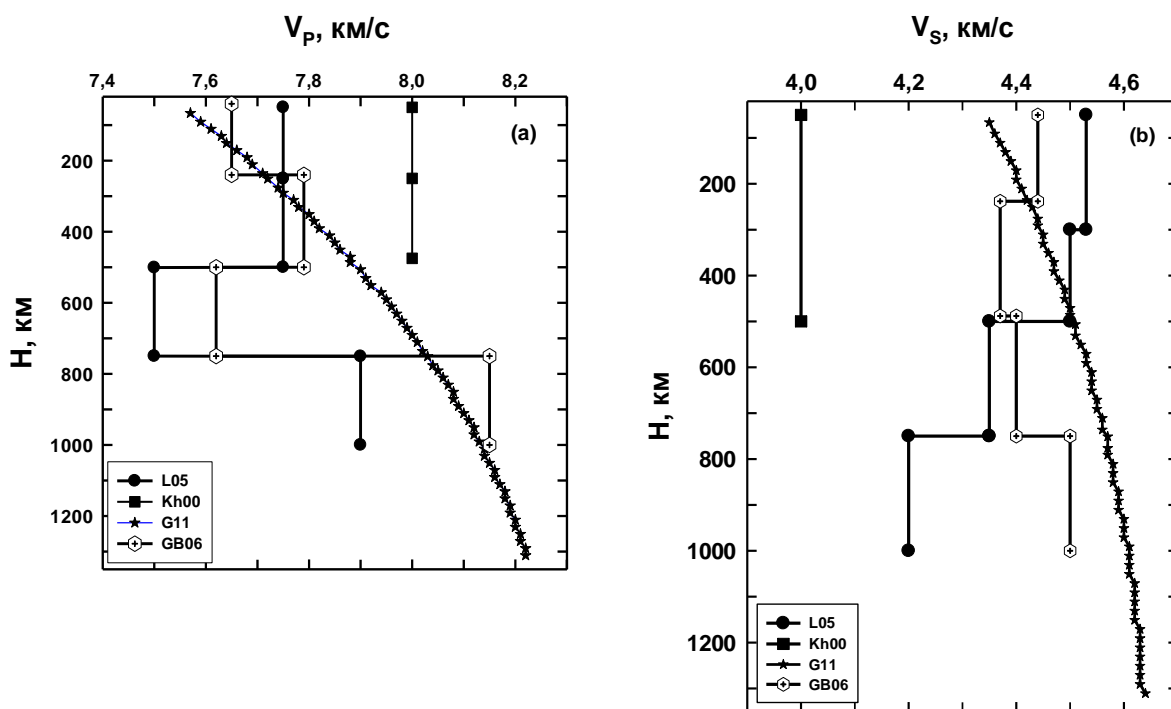


Рис.12.1 Профили скоростей распространения продольных (а) и поперечных (б) волн в мантии Луны; все модели имеют погрешности, которые здесь не показаны. Обозначения: Kh00 = Khan et al. 2000; L05 = Lognonné, 2005; GB06 = Gagnerain-Beyneix et al., 2006; G11 = Garcia et al., 2011.

Более поздняя реконструкция строения Луны (Khan et al., 2007) (далее - Kh07), основанная на совместной инверсии гравитационных и сейсмических данных с использованием теории вероятности и теоремы Байеса, привела к однородному составу верхней и нижней мантии и монотонному характеру поведения V_P и V_S без сейсмических границ и скоростных скачков. Эта модель заметно отличается по сейсмическим свойствам и топологии профилей от ранней интерпретации (Khan et al., 2000). Кронрод и Кусков (Kronrod, Kuskov, 2011) на основе совместного обращения гравитационных и сейсмических данных методом Монте-Карло с учетом физики минералов и масс-балансовых соотношений провели реконструкцию химического состава и внутреннего строения Луны. Обнаружено, что мантия Луны стратифицирована по химическому составу с потенциально возможными химическими границами на глубинах 250-300 км и 620-750 км.

Группой французских ученых (Garcia et al., 2011; G11) опубликована предварительная референц-модель Луны (Very Preliminary

Reference Moon model, VPREMOON), которая удовлетворяет геодезическим (масса, полярный момент инерции, числа Лява) и сейсмологическим (времена пробега объемных волн) данным и включает некоторые физические ограничения, такие как упрощенные линейные соотношения для V_P/V_S и между скоростью и плотностью (уравнение Берча), а также уравнение Адамса–Вильямсона в предположении адиабатического сжатия гомогенного материала без фазовых переходов. В общей сложности для построения модели использованы времена пробега 343 P -, S -волн от 64 событий (8 искусственных воздействий, 19 падений метеоритов, 10 поверхностных событий и 27 глубоких лунотрясений). Анализ лунных сейсмограмм с учетом отраженных от ядра волн позволил получить оценки радиуса ядра сейсмическими методами (Garcia et al., 2011) (G11). Вебер и др. (Weber et al., 2011) установили, что твердое ядро радиусом 240 км окружено жидким ядром радиусом 330 км, кроме того, часть лунной мантии (мощностью около 150 км) на границе с ядром находится в частично расплавленном состоянии. Бурмин (2012) провел переопределение скоростного распределения в мантии Луны на основе собственной интерпретации данных по программе «Аполлон»; распределение плотности и упругих параметров в недрах Луны получены также на основе уравнения Адамса–Вильямсона.

Различие в сейсмических моделях лунных недр, предложенных разными авторами на основе анализа лунных сейсмограмм, можно объяснить нечеткими определениями первых вступлений S волн на сейсмограммах из-за слабости сигнала и сильного рассеяния в низкоскоростной с высоким значением диссипативного фактора Q верхней части коры. При построении скоростных моделей значительные систематические ошибки вносят горизонтальные неоднородности в районах расположения сейсмических станций. Приповерхностный слой коры толщиной 15-20 км очень неоднородный, что приводит к многократному отражению и рассеянию объемных сейсмических волн и затрудняет интерпретацию их прихода. Поэтому вопросы о скорости распространения сейсмических волн в недрах планеты, наличии возможных границ их скачкообразного изменения в лунной мантии и радиус ядра все еще остаются не вполне определенными.

12.3. Проблема существования зоны подплавления в окрестности ядра

Особое место в геофизике и геохимии Луны занимает проблема возможности / невозможности существования зоны частичного плавления на границе между твердой мантией и жидким или частично расплавленным ядром.

Значительные достижения в изучении гравитационного поля Луны миссиями Chang'E и GRAIL позволили определить значение числа Лява k_2 с большой точностью (Yan et al., 2012; 2013; Konopliv et al., 2013). Интерпретация этих данных позволяет предположить существование зоны частичного плавления в области нижней мантии на границе с ядром. О наличии такой зоны говорит также отсутствие глубокофокусных лунотрясений с очагами в этой сильно диссипативной зоне (Nakamura, 2005), повторный анализ сейсмических данных (Weber et al., 2011), более чем 40-летний анализ данных лунной лазерной альтиметрии (Williams et al., 2001, 2012; Khan et al., 2004). Авторам (Williams et al., 2001, 2012) по данным лазерного зондирования (Lunar Laser Ranging) удалось выявить источники диссипации на границе ядро-мантия. Наличие диссипативных зон может соответствовать присутствию в нижней мантии области с температурами, близкими к солидусу. В работах (Garcia et al., 2011; Weber et al., 2011) был заново проведен анализ лунных сейсмограмм с учетом поиска фаз отраженных от ядра волн, и впервые получены оценки радиуса ядра сейсмическими методами. Вебер и др. (Weber et al., 2011) пришли к заключению, что твердое ядро радиусом 240 км окружено жидким ядром радиусом 330 км, кроме того, часть лунной мантии (мощностью около 150 км) на границе с ядром находится в частично расплавленном состоянии.

Дополнительные ограничения на размеры и строение ядра получены в экспериментах «Lunar Prospector» с помощью магнитометра и электронного рефлектметра (Hood et al., 1999) и по данным лазерной локации Луны (Lunar Laser Ranging) (Williams et al., 2001), а на плотность и мощность коры, момент инерции, значения числа Лява, размеры и агрегатное состояние ядра по программе изучения гравитационного поля и внутреннего строения (миссия GRAIL, Gravity Recovery and Interior Laboratory) Луны (Wieczorek et al., 2013; Williams et al., 2014).

12.4. Петрологические модели

Модели валового состава силикатной Луны противоречивы (рис. 12.2, табл. 12.2). Данные о составе коры, основанные на результатах исследования образцов лунных пород и метеоритов, а также дистанционного зондирования, являются более надежными по сравнению с оценками состава мантии (Wieczorek et al., 2013; Демидова и др., 2007). Существуют радикальные противоречия как между геофизическими и геохимическими классами моделей состава Луны, так и внутри обоих классов (Кусков и др., 2009). Основные из них связаны с оценкой концентраций оксидов CaO , Al_2O_3 и FeO/MgO (рис. 12.2), имеющих ключевую роль в эволюции Луны и влияющих на количество и устойчивость фаз (анортита, оливина, пироксенов, граната), плотность и момент инерции.

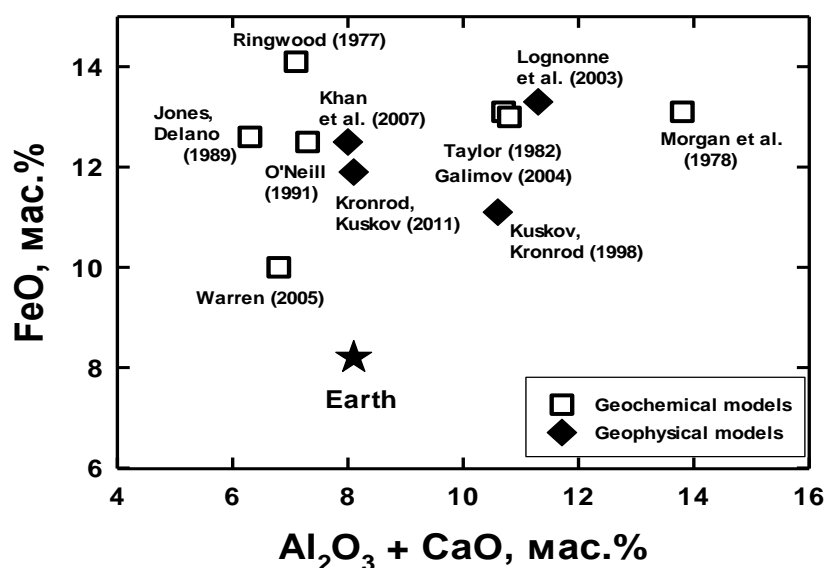


Рис. 12.2. Геохимические и геофизические модели валового состава Луны (кора + мантия) по литературным данным (Morgan et al., 1978; Ringwood, 1977; Taylor, 1982; Jones, Delano, 1989; O'Neill, 1991; Kuskov, Kronrod, 1998; Lognonné et al., 2003; Galimov, 2004 (Галимов, 2004); Warren, 2005; Khan et al., 2007; Kronrod, Kuskov, 2011) в сравнении с составом силикатной Земли (McDonough, Sun, 1995).

Таблица 12.2. Модели состава силикатных оболочек (кора + мантия) Земли, Луны и силикатной фракции хондритов (мас.%)

Литературный источник	SiO ₂	FeO	MgO	CaO	Al ₂ O ₃	MG#
	Земля					
Taylor (1982)	50.1	8.0	35.3	2.9	3.7	88.8
McDonough, Sun (1995)	45.5	8.2	38.2	3.6	4.5	89.3
	Луна					
Геохимические модели						
Morgan et al. (1978)	43.7	13.1	29.4	6.1	7.7	80
Ringwood (1979)	45.1	14.1	32.9	3.7	4.2	80.6
Jones, Delano (1989)	46.1	12.6	35.0	2.8	3.5	83
O'Neill (1991)	44.9	12.5	35.3	3.3	4.0	83
Wanke, Dreibus (1986)	45.9	13.1	32.6	3.8	4.6	81.6
Taylor (1982)	43.9	13.1	32.3	4.6	6.1	81.5
Taylor et al. (2006)	-	13	-	-	6.0	82
Warren (2005)	43	10	39	3.0	3.8	88
Галимов (2004)	43.4	13 + Fe в ядре	32	10.8 (сумма CaO + Al ₂ O ₃)		81.5
Геофизические модели						
Lognonné et al. (2003)	53.5	13.3	21.9	4.9	6.4	74.6
Khan et al. (2007)	45-48	10-13	31-37	3.3-4	4.5	83-84
Kuskov (1997)	49.9	10.8	27.5	4.9	6.9	82
Kuskov, Kronrod (1998)	48.5-50	10.4-11.7	28.5-29.6	4.3-4.8	5.9-6.3	82-83
Kronrod, Kuskov (2011)	50.2-51.4	11.6-12.6	28.6-30.4	3.0-3.8	3.6-4.6	81.3
	Хондриты (Jarosewich, 1990; Додд, 1986)					
CI	34.2	36.8	24.5	2.1	2.4	54
CM2	38.6	29.5	26.5	2.5	2.9	62
CV3	37.3	29.4	26.9	2.9	3.5	64
H	49.4	13.9	31.4	2.4	2.9	80
L	47.9	17.4	29.8	2.2	2.7	75
LL	46.5	19.9	28.9	2.2	2.5	72

В оценках валового состава Луны используются разные подходы и методы: конденсационные модели (Morgan et al., 1978), петрологические эксперименты (Ringwood, Essene, 1970; Longhi, 2006), геофизические модели (Kuskov, 1997; Kronrod, Kuskov, 2011; Khan et al., 2013), геохимические ограничения на элементные отношения и кор-

реляции между содержаниями Th, U и тугоплавких оксидов (Taylor, 1982; Rasmussen, Warren, 1985; Wanke, Dreibus, 1986; Jones, Delano, 1989; O'Neill, 1991; Галимов, 2004). Ряд авторов предполагает обогащение силикатной Луны (относительно земной мантии) тугоплавкими (труднолетучими) элементами (refractory elements – термин, принятый в англоязычной литературе) примерно на 50% (Taylor, 1982; Taylor et al., 2006), тогда как другие исследователи отмечают, что содержание основных тугоплавких элементов, рассчитанное по корреляционным соотношениям Mg/Si, Al/Si, Mg/Al или по содержанию U и Th, в значительной степени неточно (Toksöz et al., 1978; Ringwood, 1977; Rasmussen, Warren, 1985). Масс-балансовые расчеты, анализ зеленых стекол, лунных метеоритов и синтез литературных данных оценивают содержание $\text{Al}_2\text{O}_3 \sim 4\%$ (Longhi, 2006; Warren, 2005), т.е. почти одинаковое в силикатных оболочках Земли и ее спутника (рис. 12.2).

Геофизические модели состава Луны получены с помощью различных методов обработки массива сейсмической информации и гравитационных данных. Подход, основанный на совместной инверсии сейсмических, геодезических и термодинамических данных, позволяет найти ограничения на распределение температуры и плотности в недрах планетарного тела, а также сделать оценки его химического состава (Hood, Jones, 1987; Kuskov, Kronrod, 1998; Khan et al., 2007; Kuskov, 1997; Lognonné et al., 2003; Кронрод, Кусков, 1997; Kronrod, Kuskov, 2011). Содержания Al_2O_3 варьируют в диапазоне от 2-3% для полностью гомогенной мантии (Khan et al., 2007), от 2-2.5% для верхней до 6.5% для нижней мантии (Kuskov, Kronrod, 1998; Кусков, Кронрод, 1999), и от 1.6-1.9% для верхней до 4.1-4.8% для нижней мантии (Kronrod, Kuskov, 2011). Ограничения на плотность и мощность лунной коры, полученные по программе GRAIL, снижают вероятность обогащения Луны тугоплавкими элементами (Wieczorek et al., 2013). С другой стороны, заново проведенная оценка состава материковой коры на основе анализа лунных метеоритов подтверждает потенциально возможное обогащение труднолетучими и обеднение легколетучими и сидерофильными элементами (Демидова и др., 2007).

Из рис. 12.2 следует, что Луна обогащена закисным железом (FeO) по сравнению с силикатной Землей. Геофизический анализ и термодинамические расчеты показывают, что магнезиальный номер

MG# для Луны составляет 82-84 (Kuskov, Kronrod, 1998; Khan et al., 2007; Kronrod, Kuskov, 2011), что меньше такового для силикатной Земли (MG#89). По сейсмическим и электромагнитным данным MG#75-80 (Lognonné et al., 2003; Grimm, 2013). Напротив, геохимические корреляции дают для Луны MG#87–88 (Warren, 2005), близкое к земному. По мнению Назарова и др. (2011) совпадение отношений $Mg/(Mg + Fe)$ в лунных алюмоэнстатитах и ксенолитах земной мантии может служить указанием на одинаковую магнезиальность лунной и земной мантии. Заметим, что магнезиальность силикатной Земли (состав вещества примитивной мантии) является интегральным параметром (McDonough, Sun, 1995), который вряд ли можно соотносить с лунным материалом неизвестного валового состава, поскольку составы обнаруженных фрагментов пород, не являются представительными (Назаров и др., 2011). Наконец, добавим, что проблема расхождения геохимических и геофизических моделей неоднократно обсуждалась в литературе, но не получила разрешения до настоящего времени.

12.5. Температура в недрах Луны

Для того чтобы получить информацию о тепловом режиме Луны по геофизическим полям, несущим лишь косвенную информацию о составе недр, необходимо конвертировать интегральную совокупность геофизических данных (масса, момент инерции, скорости P и S -волн, числа Лява) в термины распределения температуры и химического состава (концентраций основных породообразующих оксидов), а также мощностей тепловых источников (концентрации урана) по глубине и тепловых потоков с поверхности Луны (Kuskov, 1997; Khan et al., 2013; Kronrod, Kuskov, 2011). Эта проблема осложняется тем фактом, что количество известных параметров меньше числа неизвестных, причем разделение эффектов влияния состава и температуры на геофизические свойства представляет трудную для решения задачу. Кроме того, нет прямого метода для измерения температуры. Петролого-геохимические и изотопные исследования лунных образцов, доставленных космическими аппаратами, накладывают слабые ограничения на состав и физические свойства мантии, тогда как измерения тепловых потоков, геодезические, электромагнитные и сейсмические исследования дают лишь косвенную информацию о тем-

пературе лунных недр. Количественные расчеты по определению температуры и состава мантии остаются ключевой проблемой лунной петрологии и геофизики.

В общем случае, решение задачи заключается в восстановлении некоторого набора модельных параметров, например, температуры и/или химического состава по измерениям теплового потока, сейсмическим, гравитационным, электромагнитным и геодезическим данным посредством аппарата химической термодинамики и физики минералов. Такие задачи представляют особый интерес для реконструкции состава и теплового режима Земли, Луны и других планетарных тел (Кусков и др., 2009; Khan et al., 2013).

Несмотря на наличие большого количества работ (Basaltic Volcanism Study Project, 1981; Keihm, Langseth, 1977; Konrad and Spohn, 1997; Shearer et al., 2006; Кронрод, Кусков, 1997; Кронрод и др., 2014; Siegler, Smrekar, 2014), термальное состояние Луны остается одним из наиболее дискуссионных и неопределенных физических параметров.

12.6. Термодинамический подход

С помощью самосогласованного термодинамического подхода можно протестировать сейсмические модели по отношению к термальному режиму и химическому составу мантии Луны. Суть подхода заключается в преобразовании зависимостей скорость P -, S -волн – глубина в соотношения температура (T_P , T_S) – глубина с учетом петролого-геохимических данных о составе мантии.

Для определения ограничений на температурные профили в мантии проводится обращение сейсмической модели мантии Луны) в термины температуры (Kuskov, Kronrod, 2009). Расчет равновесного состава фазовых ассоциаций, скоростей упругих волн и плотности проводится с помощью программного комплекса THERMOSEISM в сухой мультисистеме $\text{Na}_2\text{O}-\text{TiO}_2-\text{CaO}-\text{FeO}-\text{MgO}-\text{Al}_2\text{O}_3-\text{SiO}_2$ (Na-TiCFMAS), включающей твердые растворы (Kronrod, Kuskov, 1997, 2011; Kuskov, Kronrod, 1998, 2009). Химический состав фаз и их пропорции находятся методом минимизации свободной энергии Гиббса. Расчет уравнения состояния минералов осуществляется в квазигармоническом приближении Ми-Грюнайзена-Дебая. При расчете сейсмических скоростей вводятся поправки на эффекты неупругости.

Определение температуры, согласованное с сейсмическими скоростями, плотностью, химическим и минеральным составом по глубине производится итерационным методом Ньютона. Неопределенности в сейсмических скоростях позволяют определить температуру с точностью порядка $\pm 100\text{--}150^\circ\text{C}$ на глубинах верхней мантии (Kuskov, Kronrod, 2009).

12.7. Температуры в мантии, восстановленные по сейсмическим скоростям для различных составов

Восстановленные профили температуры позволяют выявить предпочтительность того или иного состава верхней и нижней мантии и оценить степень достоверности сейсмического строения Луны.

Рассмотрим три основные петрологические модели для мантии Луны: оливиновый пироксенит (Ol-Px) (Kuskov, Kronrod, 1998), пиролит (McDonough, 1995), Ca, Al-обогащенный состав (оливин-клинопироксен-гранат – Ol-Cpx-Gar) (Kuskov, Kronrod, 2009).

Восстановленные температуры (T_P и T_S) по модельным скоростям P - и S -волн приведены на рис. 12.3а и 12.3б для Ca–Al-обедненного состава оливинового пироксенита и на рис. 12.3в и 12.3г для Ca–Al-обогащенного пиролитового состава. Получен широкий диапазон температур в зависимости от средних значений скоростей и петрологических моделей.

В результате численного моделирования температурного поля Луны установлены геофизические и геохимические ограничения на состав и распределение температур в верхней и нижней мантии Луны. Показано, что в отличие от мантии Земли, химический состав имеет преобладающее значение при конверсии скоростей одной и той же сейсмической модели в температурные эффекты. Восстановленные температуры (T_P и T_S) по модельным скоростям P - и S -волн для пиролитового состава в верхней мантии превышают температуру солидуса (рис. 12.3в,г), что не удовлетворяет физико-химическим и сейсмологическим ограничениям. Пироксенитовый состав, обедненный труднолетучими оксидами (~ 2 мас.% CaO и Al_2O_3), удовлетворяет ограничениям (рис. 12.3а, б). Состав нижней мантии, обогащенный труднолетучими оксидами (4–6 мас.% CaO и Al_2O_3), может быть представлен либо породой типа пиролита, либо модельной ассоциацией оливин + клинопироксен + гранат (рис.4).

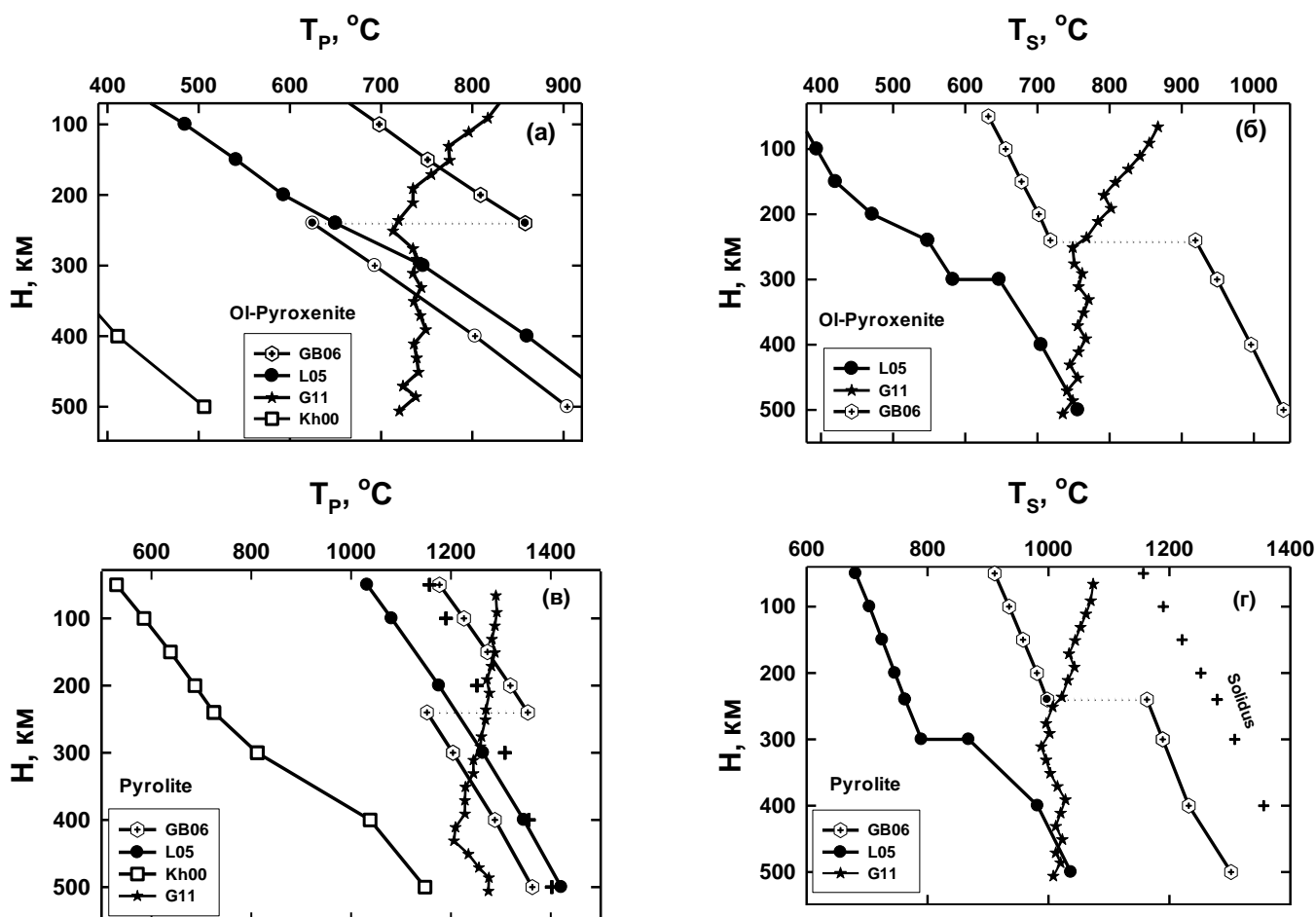


Рис. 12.3 Распределение температур (T_P , T_S) в верхней мантии Луны, выведенное из сейсмических моделей, приведенных на рис. 1 (L05 = Lognonné, 2005; GB06 = Gagnepain-Beyneix et al., 2006; G11 = Garcia et al., 2011). Кресты – солидус для перидотитового состава (Hirschmann, 2000). (а), (б) – ОI-пироксенит; (в), (г) – пиролит

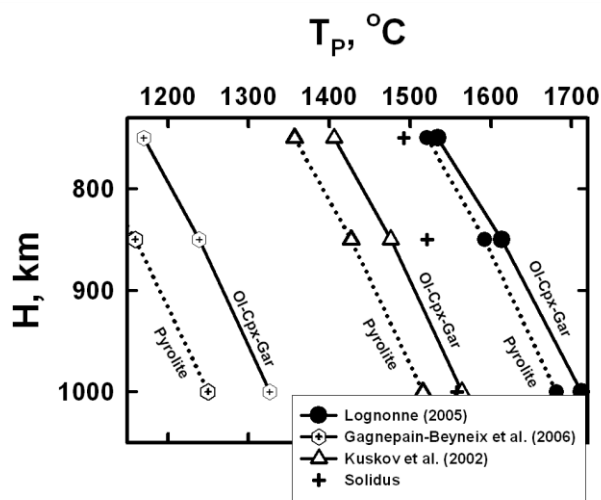


Рис.12.4 Распределение температур в нижней мантии Луны, выведенное из сейсмических моделей (Кронрод и Кусков, 1999; Kuskov et al., 2002). Композиционные модели – пироксенит, оливин-клинопироксен-гранат (Ol-Cpx_Gar) и пиролит. Солидус (кресты) – данные для пироксенитового (Kuskov et al., 2002) и для перидотитового (McDonough, 1995) составов. Разберем модели верхней мантии.

Оливин-пироксенитовый состав. Селенотермы, вычисленные по моделям (Lognonné, 2005) (L05) и (Gagnepain-Beyneix et al., 2006) (GB06), дают хорошую согласованность для Ol-Px состава: $T_P(100 \text{ км}) = 590 \pm 100^\circ\text{C}$ (рис. 12.3а), $T_S(100 \text{ км}) = 520 \pm 120^\circ\text{C}$ (рис. 12.3б). $T_{P,S}$ по модели G11 согласуются с температурами по L05 и GB06 только ниже $\sim 150 \text{ км}$ (рис. 12.3а,б), причем значения T_P укладываются в пределы погрешности модели GB06 (рис. 12.5). Модель [Khan, 2000] (Kh00) показывает слишком низкое значение T_P (рис. 12.3а) и превышающее температуру солидуса значение $T_S > 1500^\circ\text{C}$ (не показано на рис. 12.3б), что говорит о несогласованности V_P и V_S в этой модели. Это означает, что скорости волн в верхней мантии должны удовлетворять условиям: $V_P < 8 \text{ км/с}$ и $V_S > 4 \text{ км/с}$. Преобразование сейсмических моделей (L05; GB06) для Ol-Px состава (в мол. %: 75-80% Орх + 10-15% Ol + 5-10% Срх + 0.4% Ilm + 0-1% Sp + 0-1% Gar) приводит к распределению температур, согласующихся с высокой добротностью твердой верхней мантии: $T_{P,S} \sim 400\text{-}650^\circ\text{C}$ на глубине 50 км и $750\text{-}1050^\circ\text{C}$ на глубине 500 км (рис. 12.3а,б).

Пиролитовый состав. Значения T_P и T_S для пиролитового состава (рис. 3в,г) уже на подкоровых глубинах находятся в интервале $900\text{-}1200^\circ\text{C}$, что значительно выше, чем $T_{P,S}$ для Ol-Px состава (рис. 12.3а,б). $T_{P,S}$ (пиролит), рассчитанные из ранних моделей (Goins et al., 1981; Nakamura, 1983), также приводят к температурам вблизи или выше солидуса (Kuskov, Kronrod, 2009). С другой стороны, конверсия модели (Khan, 2000) (Kh00) ($V_P = 8$ и $V_S = 4 \text{ км/с}$) дает разумное распределение T_P (рис. 3в), но приводит к значениям T_S , превышающим температуру солидуса (не показано на рис. 12.3г). Столь высокие температуры входят в противоречие с термическими моделями (Toksöz et al., 1978; Hood, Jones, 1987; Zhang et al., 2013). Сейсмические свойства, добротность (крайне высокие значения Q) и электропроводность также показывают, что верхняя мантия является твердой и не содержит рассеянных включений расплава. Этому же требует факт существования масконов - мощность, вязкость и жесткость подстилающих слоев должны быть достаточными для того, чтобы удерживать соответствующую нагрузку в виде масконов. Таким образом,

расчеты (рис. 12.3в,г) исключают пиролитовый состав верхней мантии Луны.

Из конверсии модели GB06 следует некоррелируемое поведение $T_{P,S}$: смещение T_S к высоким температурам (рис. 12.3б и 12.3г) и сдвиг T_P в сторону низких температур (рис. 12.3а и 12.3в). Эти нефизичные артефакты связаны с расчетом средних температур внутри ограниченного числа слоев, в которых отсутствует изменение скорости с глубиной. Фактически, скорости P -, S -волн, так же как модули упругости и плотность зависят от изменения давления (глубины) и температуры. Поэтому $T_{P,S}$, полученные по средним скоростям, должны возрастать, чтобы скомпенсировать рост давления. Селенотермы, выведенные из одной и той же сейсмической модели для пироксенита и пиролита, различаются на сотни градусов ($\Delta T_S \sim 300^\circ\text{C}$, $\Delta T_P \sim 500\text{--}600^\circ\text{C}$) в пределах верхней мантии (рис. 12.3). Это означает, что, в отличие от земной мантии (Kuskov et al., 2014), состав играет определяющую роль в определении температуры Луны по сейсмическим моделям.

Модель однородной мантии. В настоящее время ведутся дискуссии относительно химически гомогенной или гетерогенной мантии Луны (Wieczorek et al., 2006; Khan et al., 2013). Обращение сейсмической модели (Gagnepain-Beyneix et al., 2006) (GB06) для состава (Khan, 2007) (Kh07) (табл. 1), представляющего собой однородную модель без композиционного расслоения мантии, показало, что данная модель хорошо описывает термальный режим на глубинах 250–500 км, но приводит к нереально высоким температурам на меньших глубинах, на которых сейсмическая модель GB06 и петрологическая модель Kh07 взаимно несовместны.

Влияние погрешностей. На рис. 12.5 приведены геофизически допустимые в пределах погрешности интервалы температур в верхней мантии Луны, рассчитанные по моделям (Gagnepain-Beyneix et al., 2006) (GB06) и (Garcia et al., 2011) (G11) для оливинового пироксенита (Ol-Px) и однородного состава мантии (Khan et al., 2007) (Kh07), в сравнении с диапазоном температур (серая зона), найденным совместным обращением сейсмических и гравитационных данных методом Монте-Карло (Khan et al., 2007). Если учесть пределы

погрешности в модели GB06, то нефизичные артефакты некоррелируемого смещения $T_{P,S}$ (рис. 12.3) не возникают. В этом случае температурные профили могут быть охарактеризованы монотонным поведением, поскольку вариации по температуре достигают ± 100 - 150°C , причем температуры в середине слоев согласуются с таковыми по GB06. Обратим внимание, что на глубинах 40-240 км максимальные $T_P \sim 770$ - 1000°C , инвертированные из минимального предела скорости по GB06 ($V_P=7.59$ км/с), слишком высоки, в то время как на глубинах 240-490 км минимальные $T_P \sim 450$ - 700°C , инвертированные из максимального предела скорости по GB06 ($V_P=7.91$ км/с) слишком низки. Это следует из значений Q фактора (Garcia et al., 2011), геофизико-термодинамического моделирования (Khan et al., 2007) и термических моделей (Toksöz et al., 1978; Ziethe et al., 2009; Zhang et al., 2013). Температуры, определенные по V_P модели G11, находятся в пределах погрешностей моделей (GB06; Kh07) за исключением подкоровых глубин.

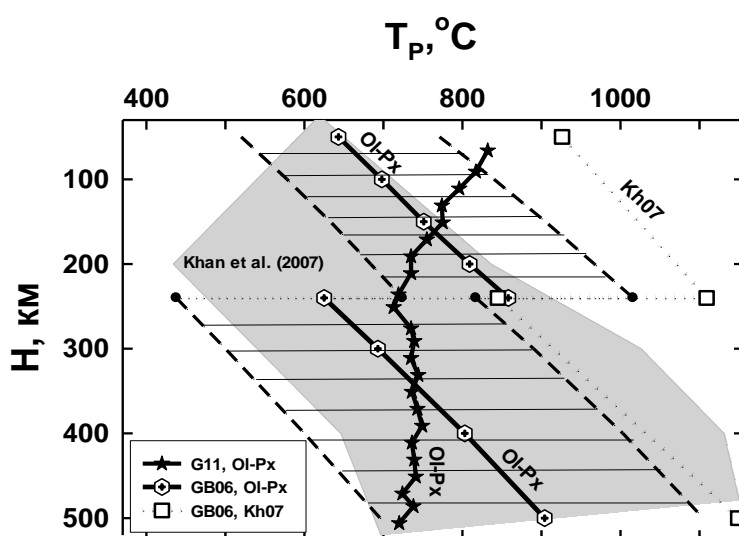


Рис. 12.5. Сопоставление сейсмически допустимого распределения температур в верхней мантии Луны (T_P) по модели [Gagnepain-Beyneix et al., 2006] (GB06) для состава Ol-Px (заштрихованная область) с рассчитанными по референц-модели [Garcia et al., 2011] (G11) для того же состава. Сплошные линии - температуры, вычисленные из средних значений скорости GB06; пунктирные линии иллюстрируют погрешности температур по модели GB06. Точечные линии

обозначают температуры, рассчитанные из средних значений скорости GB06 для однородного состава мантии (Kh07). Серая зона - интервал температур из совместного обращения сейсмических и гравитационных данных по Khan et al. (2007).

Термохимические ограничения показывают, что, независимо от состава, скорости P , S -волн в мантии Луны должны быть либо практически постоянными, либо слабо уменьшаться с глубиной (особенно это касается V_S) как результат влияния температуры, нарастающей быстрее, чем давление.

Положительный градиент скоростей P , S -волн в референц-модели VPREMOON (Garcia et al, 2011) приводит к отрицательному градиенту температуры в мантии, что не имеет физической основы. Полученные результаты подчеркивают важность связи термодинамики и физики минералов с сейсмологией.

12.8. Тепловой режим Луны

Сведения о тепловом режиме Луны крайне важны для оценки концентраций долгоживущих радиоактивных элементов (U^{238} , U^{235} , Th^{232} и K^{40}), поскольку прямые данные об их содержаниях в недрах Луны отсутствуют. Оценки состава основаны на использовании сейсмических и гравитационных ограничений и анализе элементных корреляций в лунных породах и хондритах. Концентрации урана, тория и Al_2O_3 могут быть связаны хондритовыми отношениями, что косвенным образом позволяет по тепловому потоку оценить содержание Al_2O_3 в Луне и судить о природе образования спутника.

Авторы работ (Rasmussen, Warren, 1985; Warren, Rasmussen, 1987) на основе обновленных моделей структуры реголита, пересмотренных содержаний радиогенных элементов и моделей теплопроводности, получили, что в местах посадки Аполлон-15, 17 поверхностный тепловой поток составляет 12 мВт/м², а валовое содержание урана в Луне оценено на уровне 14-21 ppb. В недавней работе (Siegler, Smrekar, 2014) с учетом новых орбитальных данных проведена переоценка данных по измерению теплового потока в местах посадки Аполлон-15, 17 с использованием трехмерных моделей теплопроводности. Авторы этой работы нашли, что мантийный тепловой поток составляет 9-13 мВт/м², но, если в местах посадочных площа-

док подкоровый слой обогащен KREEP-материалом, то мантийный тепловой поток редуцируется до 7 мВт/м^2 . Напротив, в работе (Saito et al., 2007) на основе ревизии температурного градиента в реголите и его теплопроводности получено значение теплового потока с поверхности 3.7 мВт/м^2 и валовое содержание урана в Луне 9.5 ppb . В целом, следует отметить отсутствие согласования в оценках теплового потока Луны, полученных в разных работах различными, но независимыми методами.

12.8.1. Градиенты температуры в мантии.

Для определения тепловых потоков в мантии необходимо знать приращение температуры по глубине. В общем случае определение производной температуры по сейсмическим данным представляет собой некорректную задачу вследствие погрешностей в значениях сейсмических скоростей и в процедуре определения температуры по сейсмическим скоростям. В нашем случае для оценки наклона профилей температуры привлекаются ограничения на поведение плотности – условие неотрицательного градиента плотности по глубине. Отсутствие инверсии плотности – естественное требование для спутника, находящегося в состоянии гидростатического равновесия. В работе (Kronrod, Kuskov, 1999) получен профиль температуры, проходящий по верхней границе температуры, при которой возможны нулевые величины градиентов плотности по глубине. При дальнейшем увеличении градиента произойдет инверсия плотности. В соответствии с гипотезой лунного магматического океана (Kronrod, Kuskov, 2011; Elkins-Tanton et al., 2011) можно допустить, что процесс охлаждения мантии сопровождался конвективным перемешиванием, приводящим к зонально однородной по составу мантии. Размеры ядра Луны составляют величину около 350 км (Kronrod, Kuskov, 2011; Garcia et al., 2011; Weber et al., 2011) и почти не оказывают влияния на величину момента инерции. По этим причинам безразмерный момент инерции спутника близок к моменту инерции однородного тела (0.4). Численные эксперименты показывают, что нулевой градиент плотности по глубине (рис. 12.6) соответствует вертикальному профилю сейсмических скоростей или максимальному по градиентам профилю температуры.

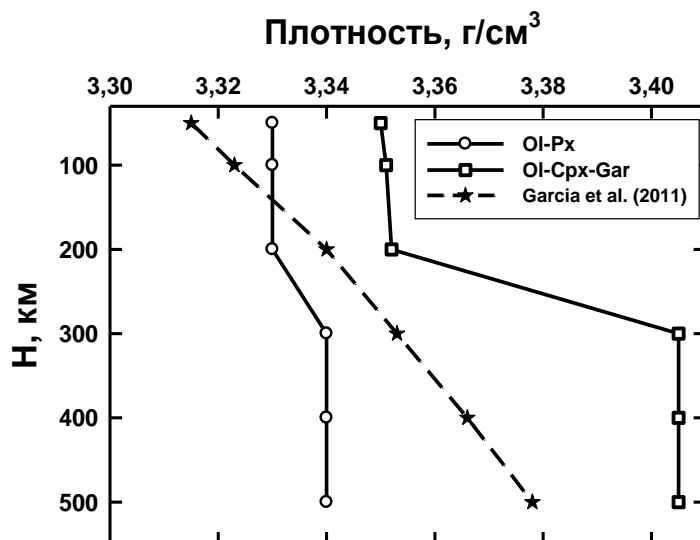


Рис. 12.6. Прогнозные профили плотности в верхней мантии Луны, рассчитанные по приближенному уравнению на глубинах верхней мантии ($H = 50\text{--}500$ км): $T(\pm 100\text{--}150^\circ\text{C}) = 374 + 1.17(^\circ\text{C}/\text{км}) \cdot H(\text{км})$ – модифицировано по (Kuskov, Kronrod, 2009) для петрологических моделей из табл. 1 в сравнении с плотностью предварительной сейсмической референц-модели Луны [Garcia et al., 2011]. Значения скачка плотности на фазовом переходе шпинель – гранат зависят от содержания Al_2O_3 в петрологической модели.

Максимальная величина dT/dH при нулевом градиенте плотности монотонно уменьшается от величины $\sim 1.17^\circ\text{C}/\text{км}$ на глубине границы кора-мантия до $\sim 0.5^\circ\text{C}/\text{км}$ при $H = 1000$ км (Kronrod, Kuskov, 1999; Kuskov, Kronrod, 2009), и приближенно может аппроксимироваться зависимостью

$$dT/dH \text{ град/км} = 1.18 - 0.00068 H(\text{км}) \quad (12.1)$$

12.8.2. Модель равномерно распределенных источников

Для стационарного распределения температуры в шаре с равномерно распределенными источниками по объему градиент температуры, как следует из закона Фурье, пропорционален радиусу или глубине. Как видно из (12.1), поведение функции dT/dH аналогично, что говорит о хорошей физической согласованности вертикальных профилей в сейсмических моделях Луны, в частности (Gagnepain-Beuneix et al., 2006), с вероятными распределениями плотности и температуры в мантии. Градиент температуры по уравнению (12.1) на порядок превышает адиабатический градиент в верхней мантии. По (12.1) при

коэффициенте теплопроводности оливин-пироксенитовых пород $k \sim 3.3-4$ Вт/м·К (Gagnepain-Beuneix et al., 2006), максимальный тепловой поток из верхней мантии равен 3.8-4.7 мВт/м². В предположении стационарного теплового режима Луны (Hood, 1986), отношении Th/U = 3.7, K/U = 2000 (Hagermann, Tanaka, 2006) среднее содержание U в мантии для модели с равномерно распределенными по объему источниками тепла составляет около 12 ppb. В этом случае валовое содержание U в Луне и тепловой поток при мощности коры 40 км, ее плотности 2580 кг/м³ (Wieczorek et al., 2013), и содержании U в коре 80-240 ppb (Taylor, 1982; Демидова и др., 2007) находятся в интервале 15-23 ppb и 6.2-9.6 мВт/м², соответственно.

Модель нулевого градиента плотности по глубине позволяет оценить максимальную разность температур по глубине в различных областях мантии; на интервале 150-1000 км она составляет около 600°C. Инверсией гравитационных и сейсмических данных по выше-описанной методике (Kuskov, Kronrod, 2009) для модели (Gagnepain-Beuneix et al., 2006) на глубине 150 км была получена температура 600±100°C. Погрешности по температуре обусловлены погрешностями в определении сейсмических скоростей для вертикальных профилей скоростей. В нижней мантии сейсмические скорости определены с большой погрешностью, что не позволяет восстановить температуру по сейсмическим скоростям с достаточной точностью (Kuskov, Kronrod, 2009).

Уравнение (12.1) позволяет по температуре на глубине $H = 150$ км найти профиль температуры в мантии Луны на глубинах 50-1250 км (рис. 12.2):

$$T(\pm 150)^\circ\text{C} = 430 + 1.18 H - 0.00034 H^2 \quad (12.2)$$

Полученное уравнение хорошо описывает распределение температуры в верхней мантии. Оценки температуры по (12.2) дают 1270°C на $H = 1000$ км и 1374°C на $H = 1250$ км, что существенно ниже температуры солидуса мантийного вещества типа перидотита /пироксенита /гарцбургита при давлениях ~40 кбар (около 1600° C) (Kuskov,

Kronrod, 2009; Zhang et al., 2013).

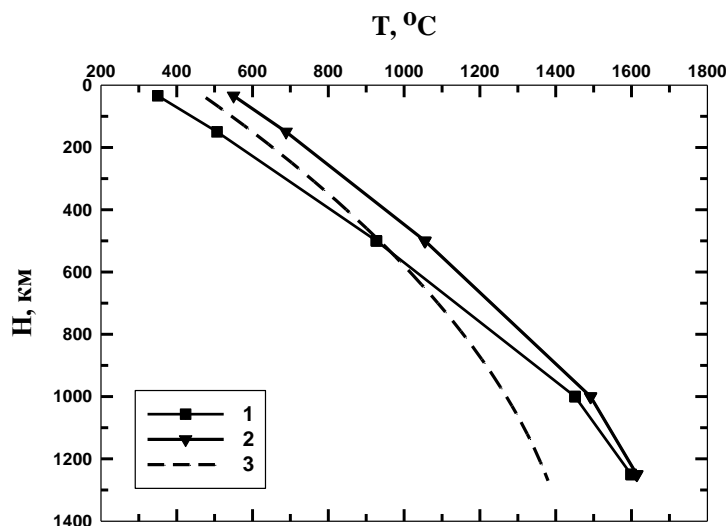


Рис. 12.7. Температура в мантии Луны. 1 – профиль для $T_{cr-mantle} = 350^\circ\text{C}$; 2 – профиль для $T_{cr-mantle} = 550^\circ\text{C}$; 3 – по уравнению (2). Для всех кривых глубина границы верхняя-нижняя мантия – 750 км, плотность коры $\rho = 2580 \text{ кг/м}^3$, мощность коры $H_{cr} = 34 \text{ км}$.

Безусловно, эта модель имеет погрешности, прежде всего, из-за неточностей в определении градиентов температуры в верхней мантии и предположения одинаковой мощности источников по всей глубине мантии. Если допустить, что в нижней недифференцированной мантии мощность источников выше, то температура в окрестности ядра также должна увеличиться.

12.8.3. Модель магматического океана.

Полученные оценки температуры и ее производной в верхней мантии позволяют перейти к определению тепловых потоков и мощности радиоактивных источников тепла в мантии для модели магматического океана, под которым обычно понимается внешняя оболочка (до глубин порядка 500-750 км), прошедшая через стадию частичного плавления. Химическая дифференциация магматического океана на кору и верхнюю мантию с нижней мантией примитивного недифференцированного состава хорошо согласуется с геохимическими и геофизическими данными (сейсмические скорости, момент инерции и масса) (Kronrod, Kuskov, 2011; Elkins-Tanton et al., 2011).

Модель Луны включает в себя кору, верхнюю мантию с мощностью источников Q_{upper} и границей (H_b) в интервале глубин 500-1000

км, и нижнюю мантию с источниками Q_{lower} от границы с верхней мантией до ядра с фиксированным радиусом $R_{core} = 350$ км (Weber et al., 2011; Khan et al., 2007; Kronrod, Kuskov, 2011).

Химический состав оболочек для этой модели должен удовлетворять балансовым соотношениям (Kronrod, Kuskov, 2011), отражающим недифференцированный состав нижней мантии. Условия, характеризующие баланс концентраций урана для модели дифференциации первоначально однородной по составу мантии Луны на кору, верхнюю/среднюю зоны мантии записываются следующим образом:

$$U_{lower} = [(\rho \cdot V \cdot U)_{crust} + (\rho \cdot V \cdot U)_{upper}] / [(\rho \cdot V)_{crust} + (\rho \cdot V)_{upper}], \quad (12.3)$$

Здесь U , ρ , V , – концентрации урана (мас. %), плотность, объем. Индексы *crust*, *upper*, *lower* соответствуют коре, верхней и нижней мантии.

Требуется найти такие величины тепловых источников, которые будут соответствовать следующим ограничениям на распределения температуры в мантии:

1. Из уравнения (12.2) с учетом погрешностей в определении температуры по сейсмическим данным, на границе кора-мантия задается следующий интервал значений $T_{cr-mantle} = 350-550^\circ\text{C}$ (Kuskov, Kronrod, 2009).

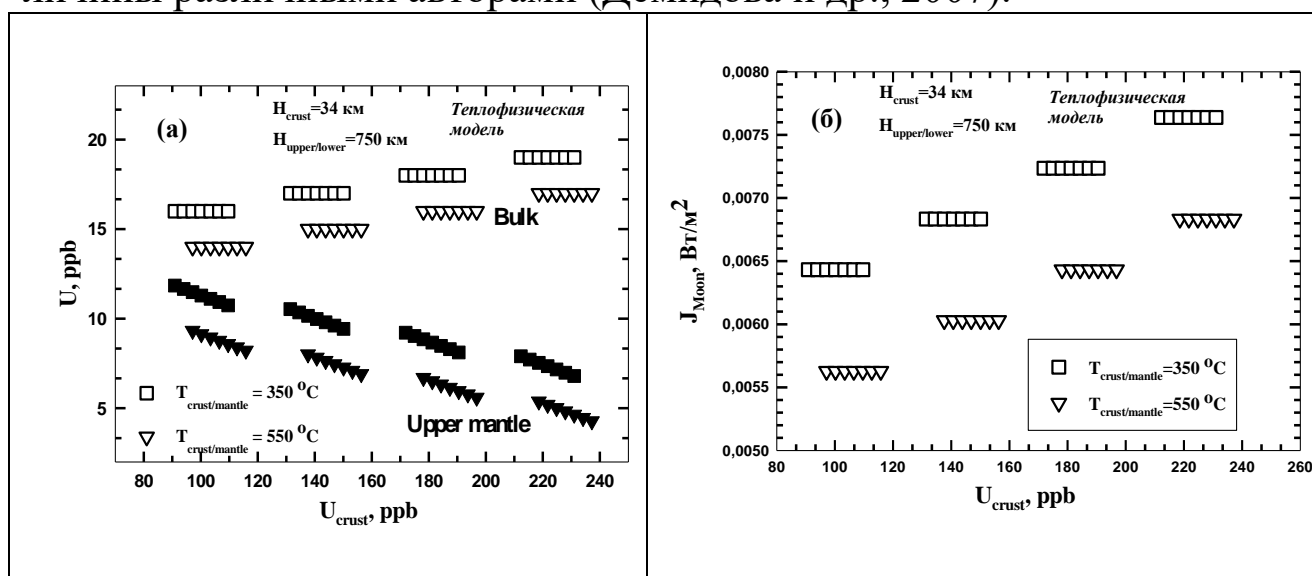
2. На глубине 1250 км в соответствии с условиями подплавления мантийного вещества поставлены следующие ограничения на температуру: $T(1250 \text{ км}) = 1570-1630^\circ\text{C}$.

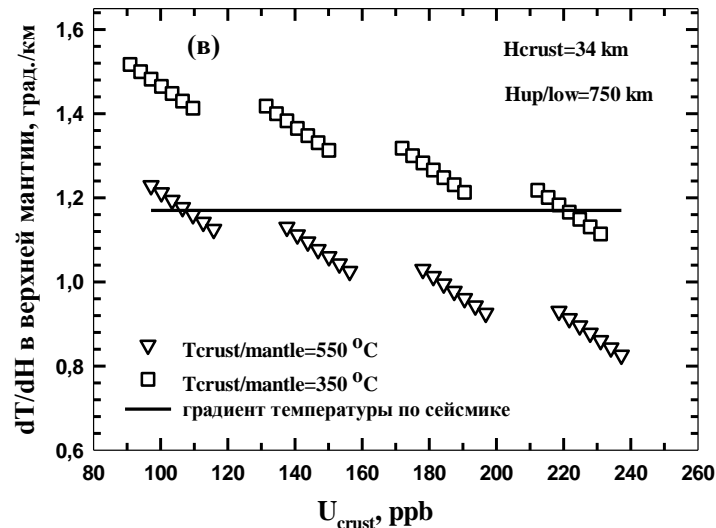
3. Градиент температуры на границе кора – мантия $dT/dH = 1.17^\circ\text{C/км}$ (см. уравнение (12.1)).

Следуя (Gagnepain-Beuñe et al., 2006; Hood, 1986), используем одномерную стационарную модель теплопроводности, то есть предполагаем, что нестационарные эффекты малы, или, по крайней мере, равны другим допущениям модели. Результаты оценок мантийных температурных градиентов по (12.1) подтверждают также близость температурного режима Луны к стационарному. Из закона Фурье, модели магматического океана и балансовых ограничений (12.3) для мощности тепловых источников в коре, верхней и нижней мантии получены аналитические зависимости, которые позволяют по мощности тепловых источников найти производные температуры (dT/dH) в мантии. Теперь, принимая $T_{cr-mantle}$, Q_{crust} , Q_{upper} , Q_{lower} расчетными па-

раметрами, можно получить профиль температуры в мантии. Применяется численная процедура согласования распределений мантийных расчетных температур с ограничениями на градиенты и температуру в мантии. В области возможных значений Q_{crust} , Q_{upper} , Q_{lower} рассчитываются мантийные профили температуры. Из всей совокупности возможных распределений температуры находятся решения, которые удовлетворяют всем трем поставленным ограничениям на температуру, ее градиенты и соответствующие им мощности тепловых источников в коре и мантии. Если одно из ограничений, например, температура на глубине 1250 км, не выполняется, данное решение исключается. Таким образом, находится искомая область значений для Q_{crust} , Q_{upper} , Q_{lower} .

В интервале значений $U_{\text{crust}} = 80\text{--}240$ ppb для мощности верхней мантии 750 км, приблизительно соответствующей в сейсмических моделях резкому повышению сейсмических скоростей (Gagnepain-Beuneix et al., 2006), были проведены расчеты и определены распределения температуры (рис. 12.7), концентрации урана в верхней (U_{upper}) и нижней (U_{lower}) мантии (рис. 12.8а), тепловые потоки с поверхности спутника (J_{Moon}) (рис. 8б), а также градиент температуры (dT/dH) (рис. 12.8в). Коэффициент теплопроводности считался равным $k = 3.3$ Вт/м·К, плотность коры $\rho = 2580$ кг/м³, мощность коры – 34 км (Wieczorek et al., 2013). Соотношения между основными радиогенными элементами приведены выше. Содержание урана в коре (U_{crust}) является параметром в силу неопределенности оценок этой величины различными авторами (Демидова и др., 2007).





в) Рис. 12.8. Области допустимых значений расчетных параметров в зависимости от концентрации урана в лунной коре (U_{crust}); квадраты – $T_{\text{cr-mantle}} = 350^\circ\text{C}$, треугольники – $T_{\text{cr-mantle}} = 550^\circ\text{C}$; (а) значения концентрации урана в верхней мантии (залитые значки) и нижней мантии (незалитые значки); (б) тепловой поток с поверхности (J_{Moon}); (в) средний градиент температуры в верхней мантии. Сплошная линия – градиент по термодинамическим оценкам.

Расчетные параметры такие же, как на рис. 12.7.

В соответствии с балансовыми соотношениями содержание урана в верхней мантии уменьшается с увеличением концентрации урана в коре и нижней мантии, рис. 12.8а. Напомним, что в модели магматического океана содержание урана в нижней мантии равно содержанию урана в составе спутника в целом ($U_{\text{lower}} = U_{\text{bulk}}$). Из всех рассмотренных профилей температуры варианты с $T_{\text{crust-mantle}} = 350^\circ\text{C}$ до глубин 800 км наиболее близки к распределениям, полученным в (Kronrod, Kuskov, 1997, 2011; Kuskov, Kronrod, 1998, 2009, Khan et al., 2004). Поэтому эти профили в первом приближении будем считать вероятными температурными профилями, удовлетворяющими поставленным ограничениям. Их отличительной чертой является почти постоянный градиент до глубин 1000 км. В верхней мантии градиенты температуры в зависимости от $T_{\text{crust-mantle}}$ и U_{crust} находятся в интервале $dT/dH = 0.8\text{--}1.5^\circ\text{C}/\text{km}$. Ограничения на градиент $dT/dH = 1.17^\circ\text{C}$ (см. (1)) выполняются для $T_{\text{crust-mantle}} = 350^\circ\text{C}$ при концентрации урана в коре $U_{\text{crust}} \approx 220$ ppb. Этим параметрам соответствуют: $U_{\text{bulk}} = U_{\text{lower}} \approx 19$ ppb, $U_{\text{upper}} \approx 6$ ppb. Валовые концентрации урана близки к параметрам в земной примитивной мантии (20.3 ppb) (McDonough,

Sun, 1995). Поверхностный тепловой поток $J_{\text{Moon}} \approx 7\text{--}8 \text{ мВт/м}^2$ по нашей модели оказался значительно меньше, нежели по данным измерений экспедиций «Аполлон -15, -17» (16-21) мВт/м² (Keihm, Langseth, 1977).

В заключение отметим, что проблема достижения температуры подплавления в окрестности ядра требует дальнейшего изучения; кроме того, помимо условий на сейсмические скорости должны выполняться ограничения на момент инерции, массу и балансовые соотношения.

Список литературы

Бурмин В. Строение Земли и Луны по сейсмическим данным. Palmarium Academic Publ., 2012.

Виноградов А.П. Дифференциация вещества Луны. Космохимия Луны и планет. М.: Наука, 1975. С. 5-28.

Галимов Э.М. О происхождении вещества Луны. Геохимия. 2004. Т7. с. 691–706

Галимов Э.М. Образование Луны и Земли из общего супрапланетного газо-пылевого сгущения (доклад на XIX всеросс. симпозиуме по геохимии изотопов 16 ноября 2010 г.) // Геохимия. 2011. № 6. С. 563-580.

Горькавый Н.Н. Образование Луны и двойных астероидов // Изв. Крымской Астрофиз. Обс. Т. 103. 2007. №2. С. 143–155.

Демидова С.И., Назаров М.А., Лоренц К.А. и др. Химический состав лунных метеоритов и вещества лунной коры // Петрология. 2007. Т. 15. С. 416-437.

Кронрод В.А., Кусков О.Л. Определение химического состава, температуры и радиуса ядра Луны по геофизическим данным. Геохимия. 1997. № 2. С.134-142.

Кусков О.Л., Кронрод В.А. Луна: химический состав и внутреннее строение // Астрономический вестник. 1999. Т. 33. № 5. С. 437–446.

Кусков О.Л., Дорофеева В.А., Кронрод В.А., Макалкин А.Б. Системы Юпитера и Сатурна: Формирование, состав и внутреннее строение крупных спутников. М.: Изд-во ЛКИ, 2009. 576 с.

Маров М.Я., Дорофеева В.А., Русол А.В., Колесниченко А.В., Королев А.Е., Самылкин А.А., Макалкин А.Б., Зиглина И.Н. Моделирование формирования и ранней эволюции допланетных тел. В: Проблемы зарождения и эволюции биосферы (Под редакцией Э.М.Галимова) Т.2, УРСС, М.:2012, с. 13– 32.

Назаров М.А., Аранович Л.Я., Демидова С.И., Нтафлос Т., Брандштеттер Ф.

Алюмоэвстатиты лунных метеоритов и глубинные породы Луны // Петрология. 2011. Т. 19. № 1. С. 14–26.

Basaltic Volcanism Study Project. Basaltic Volcanism on the Terrestrial Planets. Pergamon, New York, 1981, 1286 pp.

Elkins-Tanton, L. T., Burgess, S., Yin, Q.-Z. The lunar magma ocean: Reconciling the solidification process with lunar petrology and geochronology. Earth Planet. Sci. Lett. 2011. 304, 326-336.

- Elkins-Tanton L.T.* Occam's origin of the Moon. *Nature Geoscience*. 2013. V. 6. P. 996-998.
- Gagnepain-Beyneix J., Lognonné P., Chenet H., Lombardi D., Spohn T.* A seismic model of the lunar mantle and constraints on temperature and mineralogy // *Phys. Earth and Planet Int.* 2006. V. 159, P. 140-166.
- Garcia R.F., Gagnepain-Beyneix J., Chevrot S., Lognonné P.* Very preliminary reference Moon model // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2011. V. 188. P. 96-113.
- Goins N.R., Dainty A.M., Toksoz M.N.* Lunar seismology: The internal structure of the Moon. // *J. Geophys. Res.* 1981. V. 86. P. 5061-5074.
- Grimm R.E.* Geophysical constraints on the lunar Procellarum KREEP Terrane // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2013. V. 118. P. 768–777. doi:10.1029/2012JE004114.
- Gudkova T.V., Raevskii S.N.* Spectrum of the free oscillations of the Moon // *Solar System Res.* 2013. V. 47. P. 11-19.
- Hagermann A., Tanaka S.* Ejecta deposit thickness, heat flow, and a critical ambiguity on the Moon. // *Geophys. Res. Lett.* 2006. V. 33. L19203.
- Hood L.L., Mitchell D.L., Lin R.P., Acuña M.H., Binder A.B.* Initial measurements of the lunar induced magnetic dipole moment using Lunar Prospector magnetometer data // *Geophys. Res. Lett.* 1999. V. 26. P. 2327–2330.
- Hood L.L., Jones J.H.* Geophysical constraints on lunar bulk composition and structure: A reassessment // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92E. P. 396 -410.
- Hood L. L.* Geophysical constraints on the lunar interior. In: *Hartmann W.K., Phillips R.J., Taylor G.J. (Eds.) Origin of the Moon // Lunar Planet. Inst. Houston*. 1986. P. 361–388.
- Jones J.H., Delano J.W.* A three component model for the bulk composition of the Moon // *Geochim. Cosmochim.* 1989. V. 53. P. 513-527.
- Keihm S.J., Langseth M.G.* Lunar thermal regime to 300 km // *Proc. 8th Lunar Sci. Conf.* 1977. P. 499-514.
- Khan A., Pommier A., Neumann G., Mosegaard K.* The lunar moho and the internal structure of the Moon: A geophysical perspective // *Tectonophysics*. 2013. V. 609. P. 331-352.
- Khan A., Mosegaard K., Rasmussen K.L.* A new seismic velocity model for the Moon from a Monte Carlo inversion of the Apollo lunar seismic data // *Geophys. Res.* 2000. V. 27, P. 1591-1594.
- Khan A., Connolly J.A.D., MacLennan J., Mosegaard K.* Joint inversion of seismic and gravity data for lunar composition and thermal state // *Geophys. J.* 2007. V. 168. P. 243–258.
- Keihm S.J., Langseth M.G.* Lunar thermal regime to 300 km // *Proc. 8th Lunar Sci. Conf.* 1977. P. 499-514.
- Konopliv A.S., Park R.S., Yuan D., Asmar S.W., Watkins M.M., Williams J.G., Fahnestock E.,*
- Kruizinga G., Paik M., Strelak D., Harvey N., Smith D.E., Zuber M.T.* The JPL lunar gravity field to spherical harmonic degree 660 from the GRAIL Primary Mission // *J. Geophys. Res.* 2013. V.118. P.1415-1434. doi:10.1002/jgre.20097.
- Kronrod V. A., Kronrod E. V., Kuskov O. L.* Constraints on the Thermal Regime and Uranium Content in the Moon: Evidence from Seismic Data // *Doklady Earth Sciences*. 2014. V. 455, Part 2, pp. 485–489.
- Kronrod V.A., Kuskov O.L.* Inversion of seismic and gravity data for the composition and core sizes of the Moon // *Izv. Phys. Solid Earth*. 2011. 47. P. 711-730.

- Kuskov O.L., Kronrod V.A., Hood L.L.* Geochemical constraints on the seismic properties of the lunar mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.* 2002. V. 134. P. 175-189.
- Kuskov O. L., Kronrod V. A.* Geochemical constraints on the model of the composition and thermal conditions of the Moon according to seismic data // *Izv. Phys. Solid Earth*. 2009. V. 45. P. 753–768.
- Kuskov O.L.* Constitution of the Moon: 4. Composition of the mantle from seismic data. *Phys. Earth Planet. Inter.* 1997. V. 102. P. 239-257.
- Kuskov O.L., Kronrod V.A.* Constitution of the Moon: 5. Constraints on composition, density, temperature, and radius of a core. *Phys. Earth Planet Inter.* 1998. v. 107. P. 285- 306.
- Lognonné P.* Planetary seismology. *Ann. Rev. Earth Planet.* 2005. v. 33. p. 571–604.
- Lognonné P., Gagnepain-Beyneix J., Chenet H.* A new seismic model of the Moon: implications for structure, thermal evolution and formation of the Moon // *Earth Planet. Sci.* 2003. V. 211. P. 27-44.
- Lognonné P., Johnson C.L.* Planetary seismology. *Treatise on Geophysics, Planets and Moons*// Elsevier. 2007. V. 10. P. 69-122.
- Longhi J.* Petrogenesis of Picritic Mare Magmas: Constraints on the Extent of Early Lunar Differentiation. *Geochemica et Cosmochimica Acta*. 2006. V. 70. P., 5919-34.
- McDonough W.F., Sun S.-s.* The composition of the Earth // *Chem. Geol.* 1995. V. 120. P. 223- 253.
- Morgan J.W., Hertogen J., Anders E.* The Moon: composition determined by nebula processes // *Moon and Planets*. 1978. V. 18. P. 465-478.
- Nakamura Y.* Seismic velocity structure of the lunar mantle // *J. Geophys. Res.* 1983. V. 88. P. 677-686.
- Nakamura Y.* Farside deep moonquakes and deep interior of the Moon // *Journal of Geophysical Research Planets*. 2005. 110, doi:10.1029/2004JE002332.
- O'Neill, H.St.C.* The origin of the Moon and the early history of the Earth - A chemical model. Part 1: The Moon. *Geochim. Cosmochim. Acta*. 1991. V. 55. P. 1135- 1157.
- Rasmussen K.L., Warren P.H.* Megaregolith thickness, heat flow, and the bulk composition of the Moon // *Nature*. 1985. V. 313. P. 121–124.
- Ringwood A.E.* Basaltic magmatism and the bulk composition of the Moon. I. Major and heat-producing elements // *The Moon*. 1977. V. 16. P. 389-423.
- Ringwood A.E., Essene E.* Petrogenesis of Apollo 11 basalts, internal constitution and origin of the Moon. *Proc. Apollo 11 // Lunar Sci. Conf.* 1970. V. 1. P. 769-799.
- Shearer C.K., Hess P.C., Wieczorek M.A. et al.* Thermal and Magmatic Evolution of the Moon // *Rev. Mineral. Geochem.* 2006. V. 60. P. 365-518.
- Saito Y., Tanaka S., Takita J., Horai K., Hagermann A.* Lost Apollo heat flow data suggests a different bulk lunar composition // 37th Lunar Planet. Sci. Conf. 2007. Abstract № 2197.
- Siegler M. A., Smrekar S. E.* Lunar heat flow: Regional perspective of the Apollo landing sites // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2014. V. 119. P. 47–63, doi: 10.1002/2013JE004453.
- Taylor S.R.* Planetary Science: A Lunar Perspective, Houston. TX. LPI. 1982. p. 481.
- Taylor S.R., Taylor G.J., Taylor L.A.* The Moon: A Taylor perspective // *Geochim. Cosmochim. Acta*. 2006. V. 70. P. 594-5918.
- Toksöz M.N., Hsui A.T., Johnston D.H.* Thermal evolutions of the terrestrial planets // *Moon and Planets*. 1978. V. 18. P. 281-320.

- Warren P.H. “New” lunar meteorites: implications for composition of the global lunar surface, lunar crust, bulk Moon. *Meteor. Planet. Sci.* 2005. v. 40. p. 477–506.
- Wanke H., Dreibus G. Geochemical evidence for the formation of the Moon by impact-induced fission of the proto-earth // *Origin of the Moon* / Eds. Hartmann W.K. et al. Houston: LPI. 1986. P. 649-672.
- Weber R.C., Lin P., Garnero E.J., Williams Q., Lognonné P. Seismic detection of the lunar core // *Science*. 2011. V. 331. P. 309-312.
- Wieczorek M.A., Jolliff B.J., Khan A. et al. The constitution and structure of the lunar interior // *Rev. Mineral. Geochem.* 2006. V. 60. P. 221–364.
- Wieczorek M.A., Neumann G.A., Nimmo F. et al. The crust of the Moon as seen by GRAIL // *Science*. 2013. V. 339 (6120). P. 671–675.
- Williams J.G., Konopliv A.S., Boggs D.H., Park R.S., Yuan D.N. Lemoine F.G., Goossen S., Mazarico E., Nimmo F., Weber R.C., Asmar S.W., Melosh H.J., Neumann G.A., Phillips R.J., Smith D.E., Solomon S.C., Watkins M.M., Wieczorek M.A., Andrews Hanna J.C., Head J.W., Kiefer W.S., Matsuyama I., McGovern P.J., Taylor G.J., Zuber M.T. Lunar interior properties from the GRAIL mission // *J. Geophys. Res. Planets*. 2014. doi: 10.1002/2013JE004559
- Williams J.G., Boggs D.H., Ratcliff J.T. Lunar moment of inertia, Love number and core // *Proc. 43rd Lunar Planet. Sci. Conference*, 2012. 2230. pdf.
- Williams J.G., Boggs D.H., Yoder C.F., et al. Lunar rotational dissipation in solid body and molten core // *J. Geophys. Res.* 2001. V.106. P.27933-27968.
- Yan J., Goossens S., Matsumoto K., et al. CEGM02: An improved lunar gravity model using Chang'E-1 orbital tracking data // *Planet. Space Sci.*, 2012. V.62. P.1-9.
- Yan J., Zhong Z., Li F., et al. Comparison analysis on the 150x150 lunar gravity field models by gravity/topography admittance, correlation and precision orbit determination // *Advances Space Res.* 2013. V.52. P.512-520.
- Zhang N., Parmentier E.M., Liang Y. A 3D numerical study of the thermal evolution of the Moon after cumulate mantle overturn: The importance of rheology and coresolidification // *J. Geophys. Res. Planets*. 2013. V. 118. P. 1789–1804.
- Ziethe R., Seiferlin K., Hiesinger H. Duration and extent of lunar volcanism: Comparison of 3D convection models to mare basalt ages // *Planet. Space Sci.* 2009. V. 57. P. 784–796.

Глава 13. Радиомаяк и приемник *Ka* диапазона в проектах «Луна-Ресурс» и «Луна-Глоб»

13.1. Введение

По проектам «Луна-Ресурс» и «Луна-Глоб» разрабатывается радиофизическая аппаратура под общим названием Радиомаяк и ПКД (приемник *Ka* диапазона). Данная аппаратура состоит из двух сегментов: бортовой сегмент, куда входит микроволновый приемопередатчик, установленный на посадочном аппарате (собственно радиомаяк), приемник ПКД, установленный на орбитальном аппарате, и наземный сегмент, состоящий из наземных антенн, оснащенных приемниками и передатчиками.

Бортовой сегмент аппаратуры разрабатывается в ИКИ РАН. Предполагается, что Радиомаяк будет работать в трех частотных диапазонах: 8,4 ГГц (Down link, X-band), 32 ГГц (Down link, *Ka*-band), 7,2 ГГц (Up-link, X-band). Диапазон 7,2 ГГц предназначен для синхронизации передатчиков Радиомаяка опорным сигналом, посылаемым наземной станцией (Reference signal), и для приема команд управления с Земли. Диапазон 8,4 ГГц предназначение для проведения радиофизических экспериментов и для передачи информации на Землю. Диапазон 32 ГГц предназначен для проведения радиофизических экспериментов.

Синхронизация передатчиков Радиомаяка опорным сигналом с Земли позволит реализовать когерентный режим измерений, когда излучаемые передатчиками радиомаяком сигналы когерентны опорному сигналу. Такой режим работы позволит очень точно измерить относительную скорость движения по эффекту Доплера, перемещения Радиомаяка относительно приемных наземных антенн, используя технологию интерферометра со сверхбольшой базой (VLBI). Существенное увеличение точности измерений будет достигнуто в том случае, когда на исследуемом небесном теле (Луна или Марс) будут одновременно работать несколько Радиомаяков, синхронизируемых одним опорным источником опорного сигнала с Земли. В таком случае возникнет возможность проведения интерферометрических экспериментов с разнесенными на большое расстояние Радиомаяками и 3D измерений движений Радиомаяков относительно базы на Земле.

Такие эксперименты планируются в будущих миссиях и имеют название Same Beam Interferometer (SBI).

Разрабатываемый Радиомаяк может работать как в когерентном режиме, когда имеется опорный сигнал с Земли, который синхронизирует сигналы передатчиков прибора, так и в автономном режиме, когда опорного сигнала нет, и передатчики прибора излучают сигналы со стабильностью, определяемой внутренним опорным генератором.

Радиомаяк может быть использован в качестве прямого канала обмена информацией (прием и передача информации) с Землей. В этом режиме используются приемник и передатчик диапазона X . Прибор работает автономно со стабильностью частоты, определяемой внутренним кварцевым генератором. В этом режиме прибор является резервным прямым радиоканалом обмена информацией с Землей со скоростью передачи (информации) до 100 кбит/сек, и приема со скоростью до 1 Мбит/сек.

ПКД устанавливается на орбитальный аппарат. Приемник может принимать как сигнал Радиомаяка в Ka диапазоне, так и сигнал передатчика, установленного на Земле. В процессе проведения экспериментов приемник принимает сигнал либо Радиомаяка, установленного на Луне, либо сигнал наземного передатчика. Измеряя доплеровский сдвиг частоты, определяются скорость и ускорения орбитального аппарата относительно передатчика. Результаты измерений могут быть использованы как для навигации орбитального аппарата, так и для измерения неоднородности гравитационного поля Луны.

13.2. Структурная схема проведения радиофизических экспериментов по проектам «Луна-Ресурс», «Луна-Глоб», решаемые научные и служебные задачи.

13.2.1. Предполагается проводить четыре типа радиофизических экспериментов с использованием аппаратуры Радиомаяк и ПКД. Такими экспериментами являются:

13.2.2. В совместных экспериментах Радиомаяка и ПКД сигнал передатчика Радиомаяка в Ka диапазоне принимается приемником ПКД, установленном на орбитальном аппарате «Луна-Глоб». Сдвиг частоты принимаемого сигнала из-за эффекта Доплера позволяет измерять скорость и ускорение орбитального аппарата относительно Радиома-

яка. Такой эксперимент является уникальным и ранее не проводился. Ранее проводились измерения гравитационного поля Луны с помощью радио высотометров, установленных на орбитальных аппаратах, а также с помощью двух низколетящих орбитальных аппаратов, эксперимент GRAIL, NASA. На основе этих измерений была получена наиболее точная карта гравитационного поля Луны, представленная на Рис.13.1. В рассматриваемом эксперименте точность измерения ускорения, и соответственно поля Луны, зависит от величины кратковременной нестабильности частоты опорных кварцевых генераторов, установленных в радиомаяках и в орбитальном приемнике. Предполагается применить кварцевый генератор ОСХО 8607 в качестве опорного, что позволит реализовать нестабильность частоты $8 \cdot 10^{-14}$ за время 3-30 секунд, вследствие чего точность измерения ускорения будет 3-5 mGal. Такая точность измерения ускорения находится на современном уровне, не уступая точности измерений в эксперименте GRAIL. Ранее были обнаружены сильные аномалии гравитационного поля Луны (до ± 350 mGal). Учет аномалий гравитационного поля совершенно необходим для выполнения баллистических расчетов посадки на Луну. Проведение экспериментов с Радиомаяком и ПКД позволит уточнить карту гравитационного поля в районах посадки. На рисунке 13.2 изображены основные радиотехнические и баллистические параметры экспериментов с приборами Радиомаяк и ПКД.

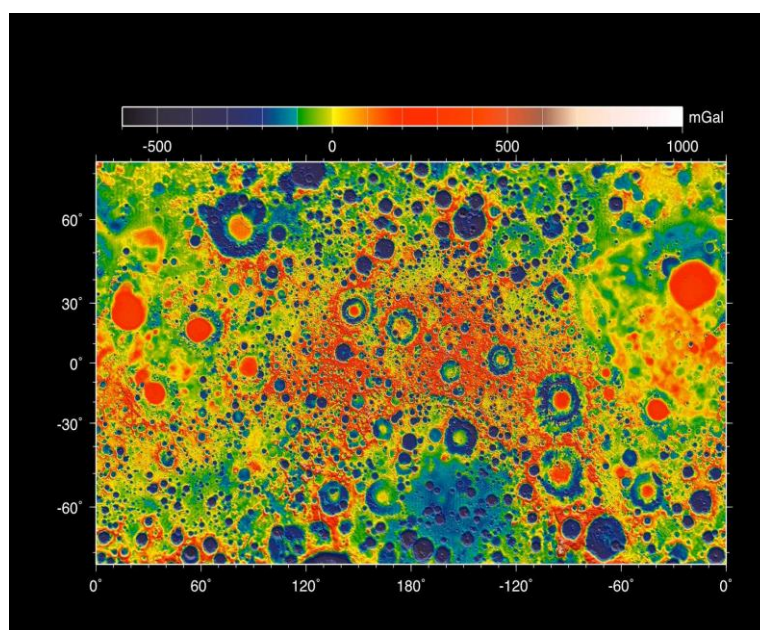


Рис.13.1. Карта гравитационного поля Луны, полученная аппаратами GRAIL.

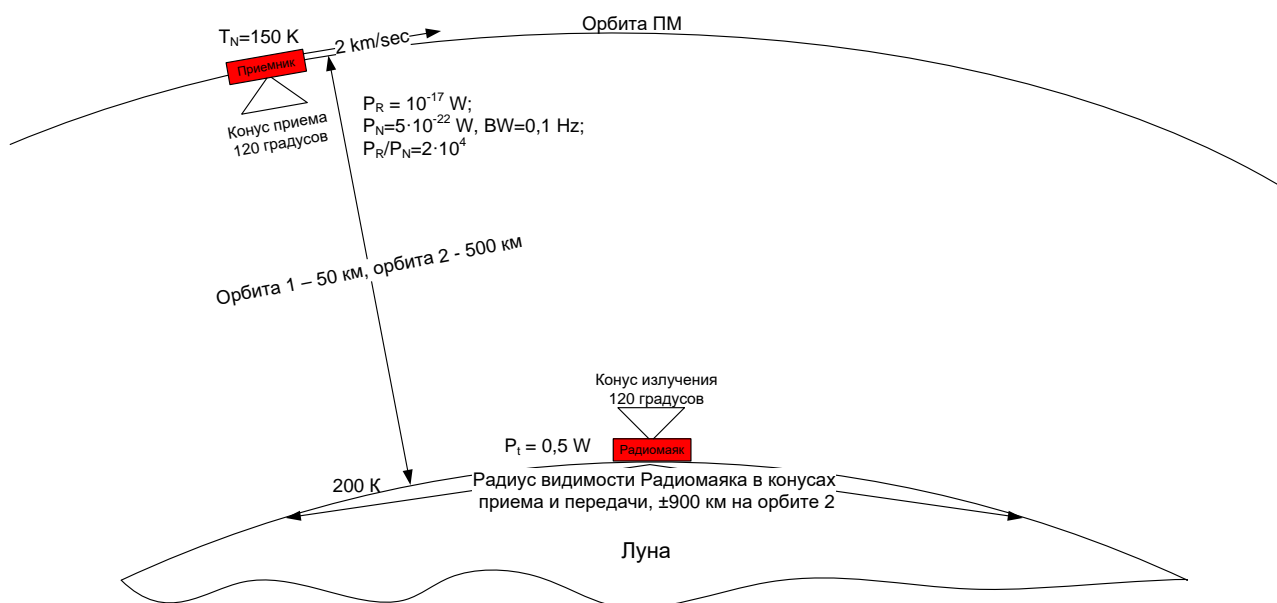


Рисунок 13.2. Радиотехнические и баллистические параметры экспериментов ПКД с Радиомаяком.

13.2.3. VLBI эксперименты, в которых сигнал Радиомаяка принимается наземной сетью антенн. Радиомаяк в этих экспериментах работает в автономном режиме. Выполняется измерение положения прибора с точностью не хуже 10 см. Цикл измерений, проведенный с течение длительного времени позволит зафиксировать возможные сдвиги посадочного аппарата, а также измерить либрацию небесного тела, на котором установлен Радиомаяк. На рисунке 13.3 изображена схема проведения VLBI эксперимента.

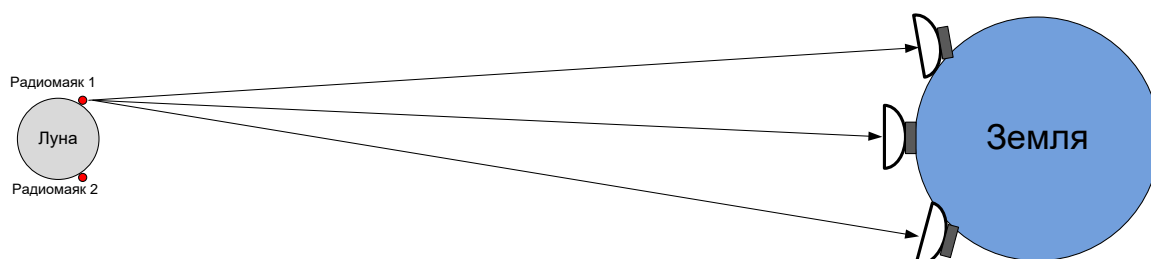


Рисунок 13.3. Схема проведения VLBI экспериментов с Радиомаяками, установленными Луне.

В качестве наземной радио интерферометрической сети в первую очередь предполагается использовать российскую сеть Квазар-КВО, относящуюся к институту прикладной астрономии РАН (ИПА РАН). На рисунке 13.4 изображены антенны сети Квазар-КВО.

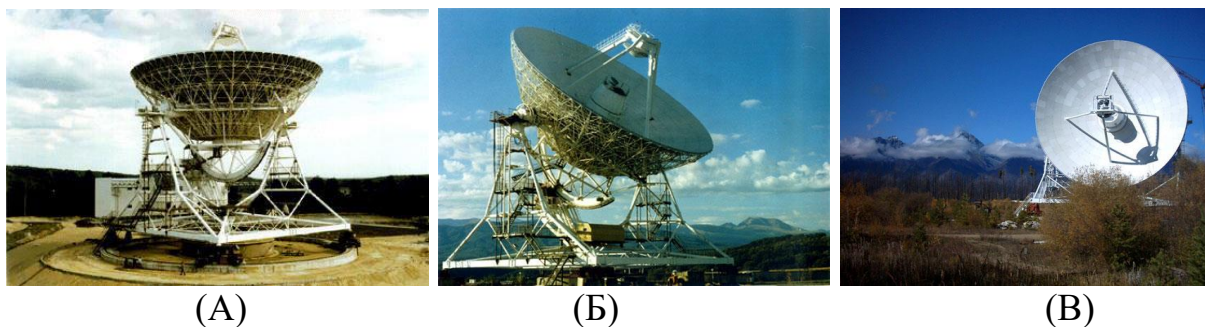


Рис.13.4. Антенны сети «Квазар-КВО»: А – 32 м антенна в Светлом; Б – 32 м антенна в Зеленчукской; В – 32 м антенна в Бадарах.

Кроме системы «Квазар-КВО» в России имеются антенны, относящиеся к Российскому космическому агентству (РКА), которые могут быть использованы как для проведения КЭ с прибором Радиомаяк, так и для обмена информацией с прибором. На рисунке 13.5 представлены фотографии антенн РКА, которые предполагается использовать для работы с прибором. Особенностью антенны в Симеизе (рисунок 13.5, А) является возможность работы в Ка диапазоне, что требуется для научных экспериментов с прибором. Особенностью приемной станции в «Медвежьих озерах» (рисунок 13.5, Б) является возможность проведения сеансов связи с прибором. Данная приемная станция оснащена всем необходимым оборудованием для проведения сеансов связи.



Рис.13.5. Антенны РКА: А - 30 м антенна в Симеизе, Крым; Б – 50 м антенна в «Медвежьих озерах», Московская область.

Радио интерферометрические сети Китая, Японии, Европы и США также предполагается использовать в радиофизических экспериментах с прибором Радиомаяк. Выразили согласия участвовать в КЭ с

прибором Радиомаяк зарубежные ученые из JPL (NASA), JIVE (ESA), NAOC CAS, NAOJ JANA.

На рисунке 13.6 показана возможная сеть антенн в случае участия NAOC CAS в проведение КЭ с прибором Радиомаяк. Четыре антенны, расположенные в КНР, оборудованы всем необходимым оборудованием для проведения радиофизических экспериментов с прибором Радиомаяк. NAOC CAS имеет опыт проведения таких экспериментов, полученный во время работы с посадочным аппаратом Chang'E-3. Фотографии двух антенн, расположенных в Китае, показаны на рисунке 13.7.



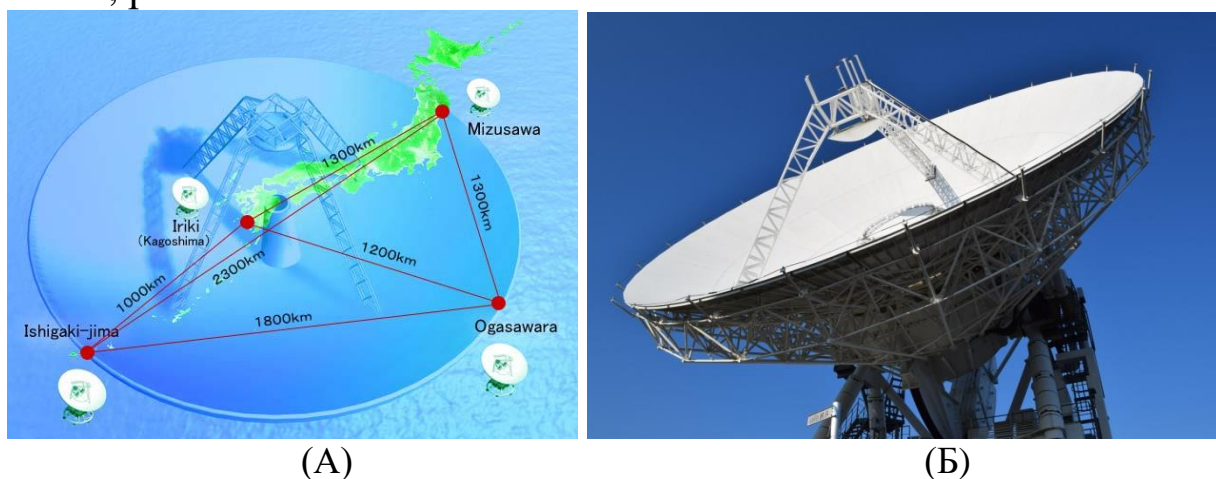
Рисунок 13.6. Карта с указанием на координаты российских и китайских антенн, которые могут быть использованы для проведения радиофизических экспериментов с прибором Радиомаяк.

Сеть антенн VERA, расположенная в Японии, также может быть использована для проведения космических экспериментов с прибором Радиомаяк. Система VERA имеет четыре антенны, диаметром около 20 м, связанные в единую сеть.



Рисунок 13.7. Фотографии антенн NAOС CAS: А – антенна, расположенная с окрестности Шанхая; Б - антенна, расположенная с окрестности Kuning.

На рисунке 13.8 (А) изображена карта Японии с указанием мест расположения антенн; рисунок 13.8 (Б) показывает фотографию антенны, расположенной в Mizusawa.



(А)

(Б)

Рисунок 13.8. Антенны Японии: А – карта Японии с указанием мест расположения антенн; Б – фотография антенны в Mizusawa.

13.2.4. Третьим типом радиофизического эксперимента является точное определение скорости движения прибора Радиомаяк относительно антенны источника опорного сигнала, расположенного на поверхности Земли. В таких экспериментах прибор Радиомаяк работает в когерентном режиме. На точность измерения скорости влияют многие факторы, основным из которых являются задержки в распространении сигналов в ионосфере Земли. В таблице 13.1 приведены вклады различных эффектов в погрешность измерения скорости.

Таблица 13.1. Влияние различных эффектов на точность измерения скорости (Dehant, 2011).

Источник ошибки	Величина ошибки при времени накопления 1 минута, мм/сек
Тепловой шум	0,01
Эффекты солнечной плазмы	0,01
Эффекты ионосферы Земли	0,02
Эффекты тропосферы Земли на углах до 30°	0,01
Суммарная ошибка, rms	0,026

13.2.5. Четвертым типом радиофизических экспериментов являются SBI эксперименты, когда несколько Радиомаяков работают на поверхности небесного тела одновременно. Приборы синхронизируются одним источником опорного сигнала, который находится на поверхности Земли. Схема SBI эксперимента с тремя радиомаяками на поверхности Луны представлена на рисунке 13.9. Опорный сигнал в диапазоне 7,2 ГГц посылается наземной антенной. Радиомаяки синхронизируются опорным сигналом и излучают обратно на Землю когерентные сигналы в диапазоне 32 ГГц.

Измерение фазовых сдвигов между принимаемыми на Земле сигналами радиомаяков позволяет измерить геометрические 3D сдвиги положений радиомаяков с точностью порядка 0,1 мм и относительные повороты с точностью порядка $2 \cdot 10^{-5}$ секунды дуги. Для увеличения точности измерений в качестве измерительного выбран *Ka* диапазон (32 ГГц). В таблице 13.2 приведены составляющие ошибки измерения геометрических сдвигов и соответствующие им погрешности измерений фазы сигналов различных радиомаяков.

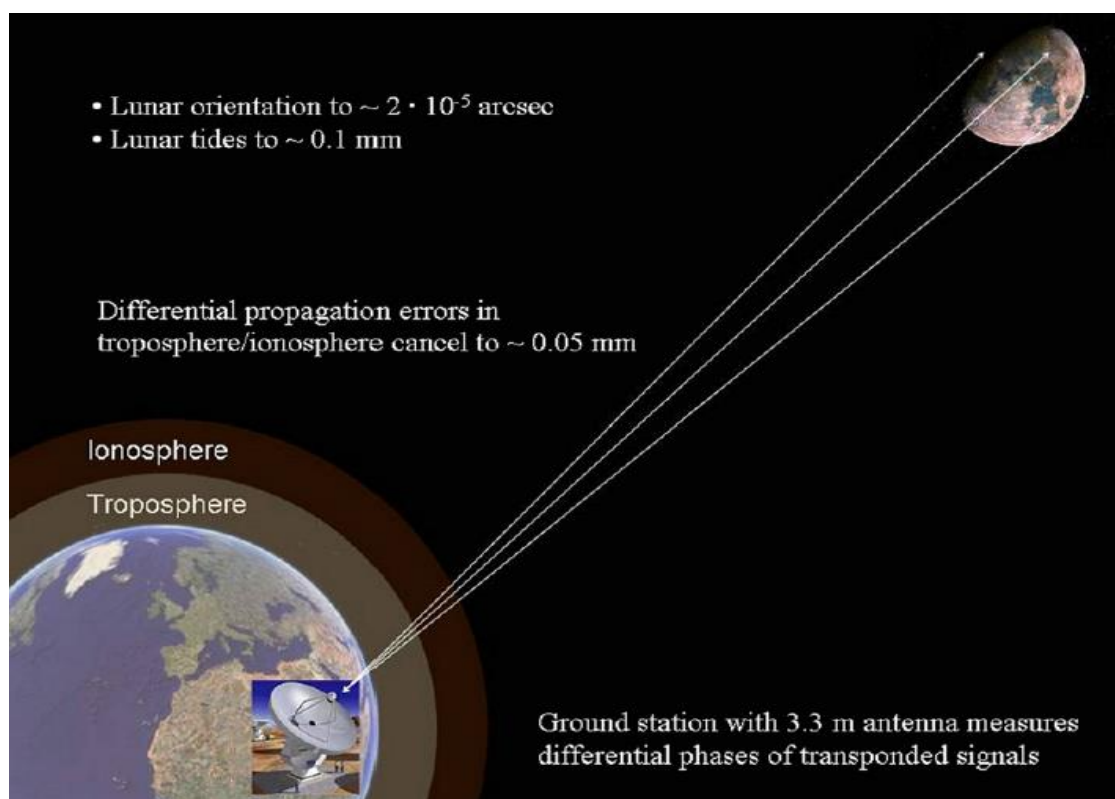


Рисунок 13.9. Схема SBI эксперимента с тремя радиомаяками на поверхности Луны.

Таблица 13.2. Оценка вклада различных эффектов в ошибку измерения геометрических сдвигов в SBI экспериментах в диапазонах X (Up-link) и Ka (Down-link), (время накопления порядка 1 минуты)

Источник ошибки	Ошибки в SBI измерениях [Gregnanin, 2012]
Тепловой шум наземного приемника	<0.028 mm $<1.0^\circ$
Тепловой шум бортового приемника	<0.006 mm $<0.2^\circ$
Неточность калибровки	<0.014 mm $<0.5^\circ$
Фазовые шума PLL схем	<0.056 mm $<2.0^\circ$
Задержки сигналов в тропосфере Земли	<0.050 mm $<1.8^\circ$
Задержки сигналов в ионосфере Земли	<0.005 mm $<0.2^\circ$
Суммарная ошибка, rms	<0.09 mm $<3.0^\circ$

Таблица 13.2 показывает, что основной вклад в ошибку измерений вносят фазовые шумы генераторов приемной и передающей аппаратуры.

13.2.6. Реализация описанных выше экспериментов позволит решить фундаментальные научные задачи, такие как:

исследование сейсмических процессов;

уточнение геодезических параметров Земли и Луны;

уточнение внутреннего строения Луны, в частности, определение структуры и состава ядра Луны;

уточнение гравитационных параметров в общей теории относительности;

уточнение динамических параметров движения Луны: эфемериды, орбита;

уточнение карты гравитационного поля в районе посадки.

13.3. Служебные задачи, решаемые приборами Радиомаяк и ПКД

13.3.1. В дополнение к научным задачам приборы Радиомаяк и ПКД позволяют решать важные служебные задачи, такие как:

радиолокационная навигации и высокоточное определение положения аппарата на поверхности Луны;

навигация космических аппаратов в качестве приводного радиомаяка посадочных аппаратов и радиомаяка для орбитальных измерений орбитальных аппаратов;

работа в качестве резервного радиоканала в основной период работы посадочного аппарата, в качестве основного радиоканала после окончания работы батареи КА, основного радиоканала, бортового компьютера и после перехода на питание от Радиоизотопного тепло-электро генератора (РИТЭГ).

13.3.2. Радиолокационная навигации и высокоточное определение положения аппарата на поверхности Луны выполняется методами VLBI и позволяет определить положение посадочного аппарата на поверхности Луны с точностью не хуже 10 см.

13.3.3. Навигация космических аппаратов и работа в качестве приводного радиомаяка посадочных аппаратов и радиомаяка для орбитальных измерений орбитальных аппаратов выполняется приемника-

ми, которые устанавливаются на орбитальных или посадочных аппаратах. Эти аппараты принимают сигнал Радиомаяка и используют этот сигнал для проведения орбитальных измерений и траекторных измерений.

13.3.4. Работа в качестве резервного радиоканала в основной период работы посадочного аппарата и в качестве основного радиоканала после окончания работы батареи и других систем КА является очень важной функцией Радиомаяка, т.к. позволяет продлить жизнь посадочного аппарата до не менее десяти лет. Срок функционирования ограничивается периодом жизни радиоактивного источника энергии РИТЭГ. По этой причине Радиомаяк предполагается изготовить из высоконадежных, стойких к радиации электронных компонент. К источнику питания РИТЭГ могут быть подключены другие долгоживущие приборы, например сейсмометр. В этом случае Радиомаяк будет выполнять как свои задачи, так и передавать на Землю данные с сейсмометра.

13.4. Технические Требования (ТТ) к бортовому и наземному сегментам аппаратуры для проведения радиофизических экспериментов и выполнения служебных задач по проектам «Луна-Ресурс» и «Луна-Глоб»

13.4.1. ТТ к Радиомаякам, установленным на посадочных аппаратах, формируются исходя из технических возможностей (располагаемые масса и энергетика) и из требований выполняемых экспериментов и служебных задач. Основными техническими характеристиками радиомаяка, установленного на Луне, являются: длина волны излучаемого сигнала (λ), излучаемая мощность (P_t), коэффициент усиления передающей антенны (G_t), спектральная ширина излучаемого сигнала (ΔF) и стабильность частоты излучаемых сигналов. Спектральная ширина излучаемого сигнала в автономном режиме определяется фазовыми шумами внутреннего опорного генератора, в когерентном режиме фазовыми шумами наземного источника опорного сигнала и флуктуациями на трассе распространения сигнала. Расчеты и экспериментальные данные показывают, что в X диапазоне ширина спектральной линии 0,01 Гц является технически реализуемой, что позволяет накапливать сигнал в течение времени порядка 1 минуты. Пара-

метры радиомаяка, а также расстояние (R), коэффициент усиления приемной антенны (G_r) и шумовая температура наземного приемника (T_N) определяют отношение мощности сигнала к мощности шума на входе наземного приемника, что является бюджетом радиолинии. Расчетная формула (13.1) приведена ниже. Таблица 13.3 показывает исходные данные и результаты расчетов бюджета для Down-link радиолинии Луна-Земля.

$$\frac{P_s}{P_N} = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 R^2 k T_N \Delta F} \quad (13.1)$$

Таблица 13.3. Down-link бюджет радиолинии Луна-Земля.

Parameter	Value		Remark
Frequency band	X (8.4 GHz)	Ka (32 GHz)	
Power of transmitter, dBW	-3	-3	
Transmitter antenna gain, dB	7	0	directed to Earth
Free space path loss, dB	220	232	$3.5 \cdot 10^5$ km
Receiver noise temperature, K	100	180	
Receiver antenna gain, dB	46	59	D=3 m
Atmospheric attenuation, dB	2	5	
C/N (carrier-to-noise ratio), dB	71	61	D=3 m, 1 Hz BW

Приведенные в таблице 13.3 расчеты Down-link бюджета показывают, что даже при сравнительно малой наземной антенне диаметром в 3 м может быть реализован большой потенциал радиолинии. Расчеты выполнены для условной полосы 1 Гц. Полоса анализа может быть уменьшена по ширины спектральной линии. Предельные значения могут быть увеличены на 20 дБ в диапазоне *X* и на 15 дБ в диапазоне *Ka*.

13.4.2. Аналогичные расчеты с использованием формулы (13.1) могут быть выполнены для нахождения потенциала Up-link радиолинии. В этом случае передатчик находится на Земле, а приемник на Луне или Марсе. Таблица 13.4 показывает исходные данные и результаты расчетов Up-link бюджета радиолинии Луна-Земля для условной полосы 1 Гц.

Таблица 13.4. Up-link бюджет радиолинии Луна-Земля.

Parameter	Value	Remark
Frequency band	X (7.2 GHz)	
Minimum power of transmitter, dBW	15	
Minimum input power, W	$2 \cdot 10^{-16}$ W	C/N=50dB & 1 Hz
Transmitter antenna gain, dB	57	Beam covered Luna, $D \approx 3$ m
Receiver antenna gain, dB	7	Directed to Earth
Atmospheric attenuation, dB	2	
C/N (carrier-to-noise ratio), dB	50	1 Hz BW

13.4.3. Результаты расчетов показывают, что при сравнительно небольшой мощности наземного передатчика (15 дБм) и антенне диаметром 3 метра (выполняется полное покрытие Луны) в полосе 1 Гц C/N составит 50 дБ. Если рассмотреть ситуацию, когда наземная передающая станция не компенсирует сдвиг частоты из-за эффекта Доплера, то потребуется расширение полосы до 10 кГц, и C/N составит 10 дБ, что является минимально достаточным для работы системы синхронизации радиомаяка. По этой причине минимальная мощность наземного передатчика для проведения радиофизических экспериментов на Луне равняется 15 дБм.

13.4.4. При проведении радиофизических экспериментов на Марсе расстояние увеличивается в 1000 раз, и бюджет радиолиний уменьшается на 60 дБ. Как следствие, проведение экспериментов на Марсе

потребуется большей мощности передатчиков радиомаяка (порядка 10 Вт), больших наземных антенн (диаметром 50-70 м), учета доплеровского сдвига частоты для Down-link и Up-link радиолиний.

13.4.5. Важной функцией прибора Радиомаяк является обмен информацией с Землей по собственному радиоканалу. Прибор позволит принимать с Земли команды и передавать на Землю телеметрическую информацию. Для передачи информации на Землю используется передатчик диапазона 8,4 ГГц. Для приема информации с Земли используется приемник в диапазоне 7,2 ГГц. Спецификации передатчиков и приемника представлены в таблицах 3 и 4. Потенциалы радиолиний, которые по определению равны отношению сигнал/шум на входе приемника в полосе 1 Гц, также приведены в данных таблицах. Расчет возможной скорости передачи/приема информации приведен ниже в параграфе 4.5.

13.4.6. Прибор Радиомаяк предполагается выполнить в соответствии с рекомендациями CCSDS, ECSS и стандартом IESS. При выполнении этих стандартов сигналы прибора смогут принимать приемные станции, находящиеся в других странах. Кроме того, выполнение прибора в соответствии с отмеченными выше стандартами позволит проводить совместные радиофизические эксперименты с другими аналогичными приборами, размещенными на Луне другими космическими агентствами.

13.4.7. В соответствии с CCSDS отношение частоты up-link сигнала (диапазон 7,2 ГГц) к down-link частотам сигналов передатчиков X и Ka диапазонов должны быть 749/880 и 749/3344 соответственно.

13.4.8. Для удовлетворения упомянутых стандартов фазовые шумы передатчиков прибора не должны превышать следующих предельных значений (интеграл фазового шума от 10 Гц до 10 кГц):

передатчик X диапазона, 8,4 ГГц: 4° r.m.s.;

передатчик Ka диапазона, 32 ГГц: 10° r.m.s..

13.5. Расчет скорости передачи информации

13.5.1. В связных системах, работающих по стандарту IESS применяется когерентная фазовая модуляция типа QPSK. Скорости передачи может быть от 64 кбит/сек до 44,7 Мбит/сек. Применяется помехоустойчивое кодирование (FEC), в частности типа Viterbi 1/2 либо Turbo 1/2. При таких типах кодирования скорость передачи информации равна тактовой частоте. Ключевым параметром, определяющим максимальную скорость передачи информации, является отношение энергии, приходящейся на один бит переданной на вход приемника информации, к спектральной плотности шумовой мощности на входе приемник, E_b/N_0 . Относительная скорость ошибок (BER) зависит от E_b/N_0 и типа помехоустойчивого кодирования. Для передачи информации предполагается использовать помехоустойчивое кодирование типа Viterbi 1/2 и/или Turbo 1/2.

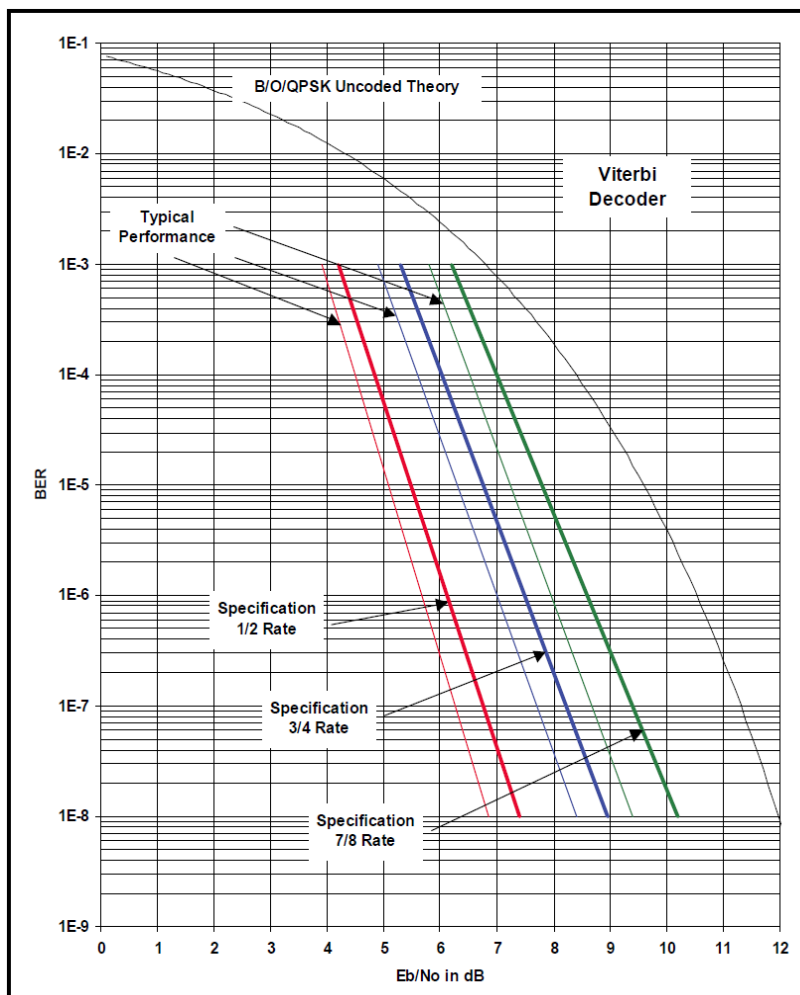


Рисунок 13.10. BER в зависимости от E_b/N_0 для FEC типа Viterbi.

На рисунках 13.10 и 13.11 приведены кривые зависимости относительной скорости ошибок от E_b/N_0 для Viterbi 1/2 и Turbo 1/2 соответственно. Из зависимостей на рисунке 13.10 для кодирования Viterbi 1/2 следует, что для $E_b/N_0 > 7$ дБ скорость ошибок будет $< 10^{-8}$. Из зависимостей на рисунке 10 для кодирования Turbo 1/2 следует, что для $E_b/N_0 > 3,5$ дБ скорость ошибок будет $< 10^{-8}$. В системе без помехоустойчивого кодирования для получения скорости ошибок менее 10^{-8} необходимо, чтобы $E_b/N_0 > 12$ дБ. Таким образом, применение помехоустойчивого кодирования позволяет улучшить энергетику канала на 5 дБ для Viterbi 1/2 и на 8,5 дБ для Turbo 1/2. Предполагается, что FEC типа Viterbi 1/2 и/или Turbo 1/2 будет выполняться в приборе Радиомаяк.

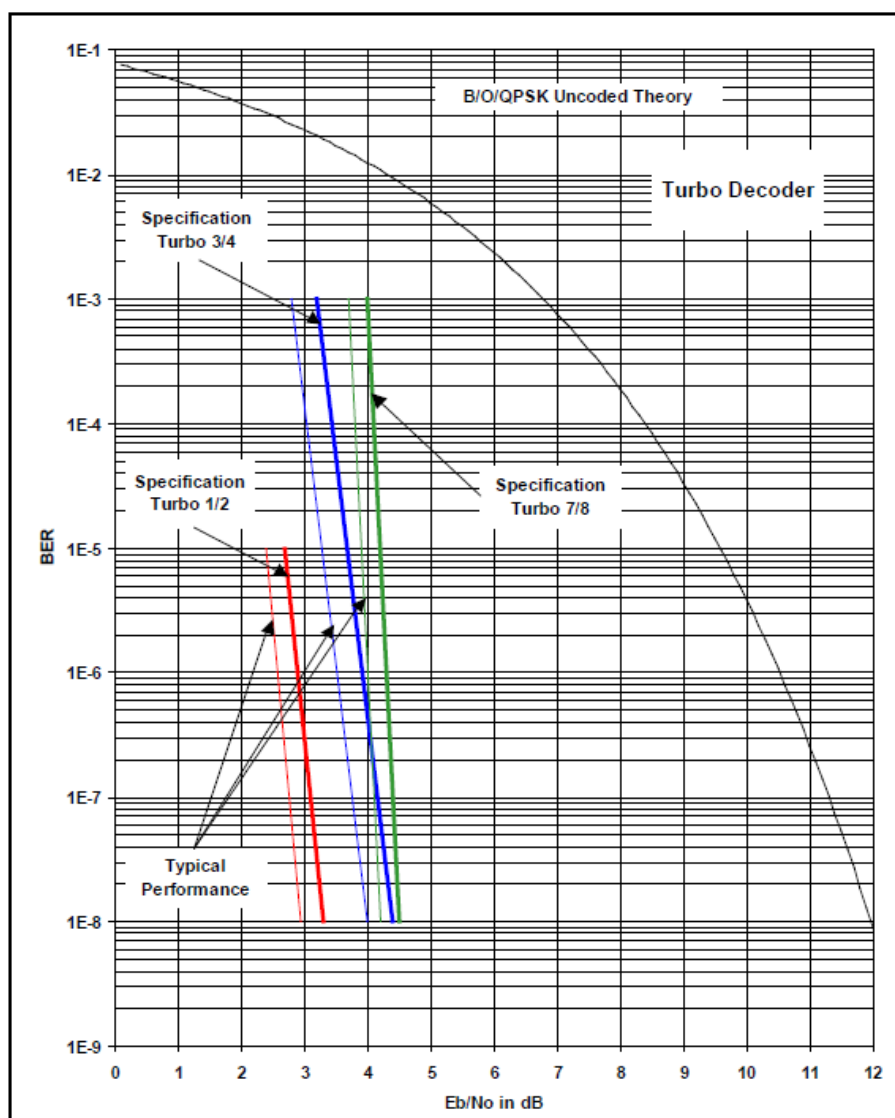


Рисунок 13.11. BER в зависимости от E_b/N_0 для FEC типа Turbo.

13.5.2. Используя предельное соотношение E_b/N_0 и рассчитанный потенциал радиоканала, находим максимальную скорость передачи информации при условно принятых параметрах радиолинии: $R=3 \cdot 10^8$ м, $P_T=0,3$ Вт, $S=800$ м², $T_N=100$ К, $G_T=3$. В таблице 13.5 приведены результаты расчета максимальной скорости передачи информации для различных типов ФЕС. Таблица 13.5. Максимальные скорости передачи информации для различных ФЕС и: $R=3 \cdot 10^8$ м, $P_T=0,3$ Вт, $S=800$ м², $T_N=100$ К, $G_T=3$.

Параметр	Значение		Примечание
Частотный диапазон	Uplink, 7,2 ГГц, $\lambda=4,2$ см	Downlink, 8,4 ГГц, $\lambda=3,6$ см	
Отношение S/N в полосе 1 Гц, дБ	73,5	58,8	$R=3 \cdot 10^8$ м, $P_T=0,3$ Вт, $S=800$ м ² , $T_N=100$ К, $G_T=3$
Модуляционные потери, дБ	2	2	
Аппаратные потери, дБ	1	1	
Пороговое отношение E_b/N_0 , Viterbi 1/2, дБ	7		BER$\leq 10^{-8}$
Максимальная скорость передачи данных, Viterbi, Мбит/сек	2	0,08	BER$\leq 10^{-8}$
Пороговое отношение E_b/N_0 , Turbo 1/2, дБ	3,5		BER$\leq 10^{-8}$
Максимальная скорость передачи данных, Turbo, Мбит/сек	4,4	0,18	BER$\leq 10^{-8}$

13.5.3. Расчеты показывают, что на расстоянии в 350 тысяч километров можно передавать информацию с Луны со скоростью 180 кбит/сек, и принимать со скоростью около 4 Мбит/сек. Такая скорость передачи может быть достигнута при использовании наземной антенны с эффективной площадью не менее 800 м² (диаметр около 30 м) и приемника с шумовой температурой 50 К. При использовании другой антенны скорость меняется пропорционально площади антенны и обратно пропорционально шумовой температуре. Отмеченная выше скорость приема информации достигается при диаметре наземной антенны 30 метров и мощности передатчика 15 Вт. В режиме передачи/приема информации прибор работает от внутреннего опорного генератора, параметры которого приведены в параграфе 13.6, таблица 13.6.

13.6. Радиомаяк: конструкция, характеристики

13.6.1. Прибор Радиомаяк является компактным прибором, массой 2 кг, объемом около 3 литров. На рисунке 13.12 показана фотография технологического образца прибора Радиомаяк.

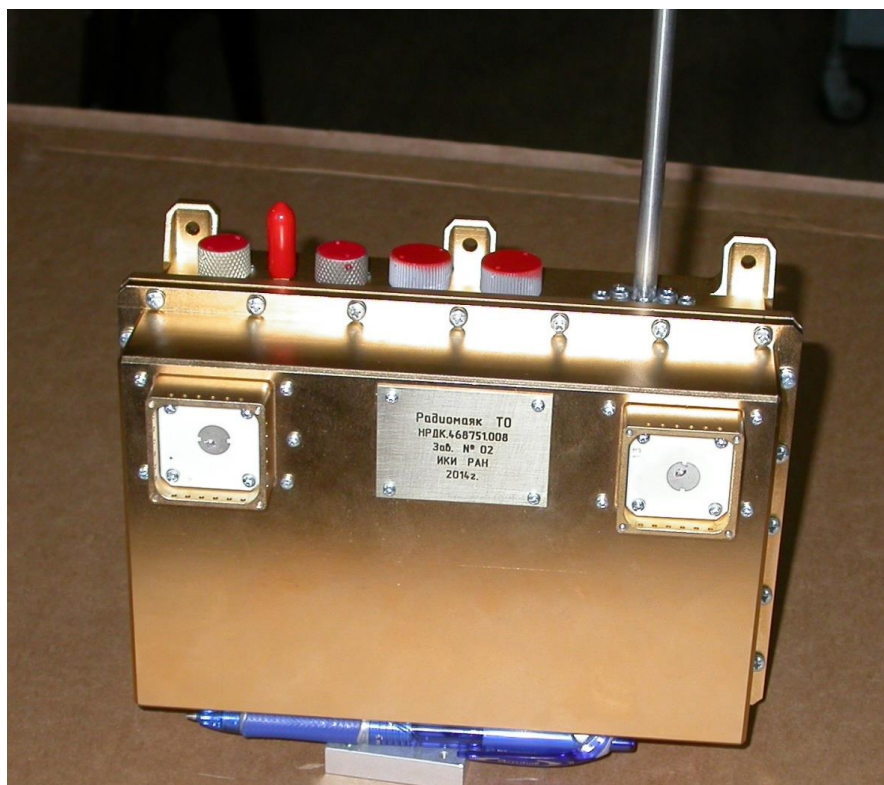


Рисунок 13.12. Фотография технологического образца прибора.

13.6.2. Прибор имеет две печатные антенны X диапазона (приемная и передающая) и одну волноводную антенну Ka диапазона. На посадочном аппарате прибор устанавливается таким образом, что излучение антенн X диапазона направлено на Землю (в горизонт, если посадка аппарата будет в полярной области), а излучение антенны Ka диапазона направлено в зенит, в сторону орбитального аппарата. На рисунке 13.13 изображена приборная панель посадочного аппарата и показано место установки прибора Радиомаяк.

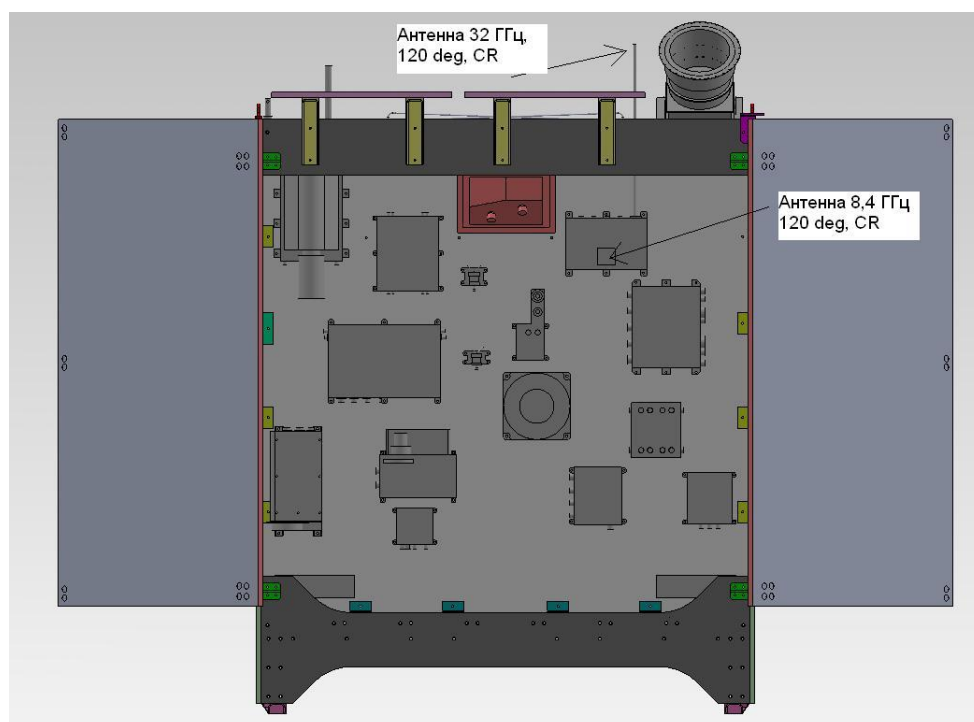


Рисунок 13.13. Место установки прибора Радиомаяк на приборной панели КА

13.6.3. Прибор содержит следующие основные элементы: приемник сигнала синхронизации, схемы преобразования частоты принимаемого сигнала в частоты излучаемых сигналов, передатчики диапазонов X и Ka , опорный кварцевый генератор, вторичные источники питания и цифровой блок управления прибором.

13.6.4. На рис.13.12 представлен габаритный чертеж прибора Радиомаяк, на котором показаны приемная и передающая антенны X диапазона и передающая антенна Ka диапазона. Габариты прибора 204x152x100 мм, масса 2 кг.

13.6.5. Основные характеристики прибора Радиомаяк для лунных проектов представлены в таблице 13.6.

Таблица 13.6. Основные характеристики прибора Радиомаяк, создаваемого по проектам «Луна-Ресурс», «Луна-Глоб», в автономном режиме работы.

Parameter	Value	Remarks
Частотные диапазоны	<i>X</i> и <i>Ka</i>	Когерентные
Размеры, mm	204 x 152 x 100	
Масса	2.0 kg	
Потребляемая мощность, W	7	По каждому каналу
Излучаемая мощность	0.3 W	По каждому каналу
Номинальная частота приемного канала, МГц	7200	
Шумовая температура приемника, К	150	
Источники питания	Солнечная батарея, РИТЭГ	
Стабильность частоты (Allan variance):		
3-30 sec	$8 \cdot 10^{-14}$	ОСХО BVA8607
1-300 sec	$1 \cdot 10^{-13}$	„-“
0,1-1000 sec	$1 \cdot 10^{-12}$	„-“
24 hours	$5 \cdot 10^{-12}$	„-“
1 year	$2 \cdot 10^{-9}$	„-“

13.7. Выводы

13.7.1. В этой главе представлены схемы проведения радиофизических экспериментов по проектам «Луна-Ресурс» и «Луна-Глоб» с ис-

пользованием радиомаяков, установленных на исследуемых небесных телах. Рассмотрены три типа радиофизических экспериментов и служебные задачи, решаемые с помощью прибора Радиомаяк:

Эксперименты с использованием наземной сети, работающей в режиме VLBI. Прибор радиомаяк в данном случае является источником излучения и может работать в автономном режиме. Эксперименты позволяют измерить с высокой точностью положение радиомаяка и динамику его движения;

Эксперименты с радиомаяком, работающим в когерентном режиме. В таких экспериментах прибор синхронизируется опорным сигналом с Земли и позволяет с высокой точностью измерять относительную скорость и динамику движения прибора относительно наземной антенны;

SBI эксперименты, которые проводятся с несколькими радиомаяками, установленными на поверхности исследуемого объекта. Радиомаяки синхронизируются опорным сигналом с Земли, излучают обратно когерентные сигналы, что позволяет очень точно измерять пространственные перемещения радиомаяков друг относительно друга;

Радиолокационная навигация и высокоточное определение положения аппарата на поверхности Луны;

Навигация космических аппаратов в качестве приводного радиомаяка посадочных аппаратов и радиомаяка для орбитальных измерений орбитальных аппаратов;

Работа в качестве резервного радиоканала в основной период работы посадочного аппарата, в качестве основного радиоканала после окончания работы батареи КА, основного радиоканала, бортового компьютера и после перехода на питание от РИТЭГ.

13.7.2. В главе приведены технические требования к радиомаякам и наземному комплексу, которые требуются для проведения радиофизических экспериментов. Показано, что эксперименты по лунной программе требуют маломощных передатчиков и небольших наземных антенн. Эксперименты, проводимые на Марсе, требуют предельных параметров от радиомаяков и больших наземных антенн.

Список литературы

1. *Gregnanin, M., et al*, 2012. Same beam interferometry as a tool for the investigation of the lunar interior, *Planetary and Space Science (PSS)*, 74, 194–201.
2. *Dehant, V., et al*, 2012. Geodesy instrument package on the Moon for improving our knowledge of the Moon and the realization of reference frames, *PSS*, 68, 94–104.
3. *Kosov, A.S., Gotlib V.M., Vald-Perlov V.M., Zotov V.A.*, 2008. Ultra Stable Millimeter Wave Oscillator Intended for Space Project “Phobos–Grunt”, *Global Symposium on Millimeter Waves*, (pp. 21–24), Nanjing, China.
4. *Стерлядкин В.В., Косов А.С.*, 2014, Определение вертикального профиля водяного пара в атмосфере до 80 км по радиопросвечиванию трассы спутник–земля, *Исследование Земли из космоса*, №3, 14–27, (PDF).
5. *Gusev A., J. Ping, H. Hanada, F. Kikuchi, A. Kosov, J. Li, K. Matsumoto, Y. Nefedev, O. Titov.*, 2014, Lunar radio-beacons and geodetic vlbi system for determination of physical libration of the moon. 40th COSPAR Scientific Assembly. Aug.20.
6. *Kosov A.S. , V.M. Gotlib, V.V. Korogod, U.A. Nemliher, D.P. Skulachev*, 2014, Radio Science Experiments in Russian “Luna-Resource” and “Luna-Glob” Projects. "Journal of Deep Space Exploration" Chinese On-line Journal, v.3, Aug., 2014.
7. *Gusev A., J. Ping, H. Hanada, F. Kikuchi, A. Kosov, J. Li, O. Titov*, 2014, Radio Navigation Beacons on the Moon, Lunar Geodetic VLBI System, Physical Libration of the Moon for Chang'E-3/4, Luna–Glob, Luna–Resource and SELENE–2 Projects, 8th IVS General Meeting, Shanghai, China, March 2–7, 2014.
8. *Kosov A. et al.*, 2014, Radio Science Experiments in Russian “Luna-Resource” and “Luna-Glob” Projects, Chang'E Lunar Dynamics Workshop (CLDW2014), Spin-Orbit Dynamics, Ranging and VLBI data analysis for the Moon, June 2–7, 2014, NAOJ, Beijing, China.
9. *Kosov A. S. , V. V Korogod, U.A. Nemliher, D.P. Skulachev*, 2014, Coherent Luna's radio beacon and its scientific potential, *The 5th Moscow Solar System Symposium.*, 2014.
10. *Kosov A. et al.*, 2014, Coherent radio beacon for Luna-Resource and Luna-Glob Russian projects, Japanese - Russian Lunar - Planetary Workshop (JRLPW2014), " Spin-Orbit Motion, Internal Structure and VLBI astrometry of the Moon and Mars", October 20–25, 2014, NAOJ, Tokyo - Mizusawa, Japan. (Report).
11. *Косов А.С., Скулачев Д.П., Корогод В.В., Немлихер Ю.А.*, 2014, Широкополосный приемник диапазона 18 – 26 ГГц с малыми фазовыми шумами гетеродина. Всероссийская радиоастрономическая конференция (ВРК - 2014) "Радиотелескопы, аппаратура и методы радиоастрономии", 22–26 сент. 2014 г., Пущино, ПРАО АКЦ ФИАН.
12. *Косов А.С., Анискович В.М., Корогод В.В., Могилевский М.М., Немлихер Ю.А., Скулачев Д.П.*, 2014, Космический эксперимент RWIS (Radio Waves Ionosphere Sensing) по измерению ионосферных задержек сигнала КА «Чибис-АИ» с целью диагностики ионосферной плазмы и уточнения данных спутниковых навигационных систем, "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса", Москва, ИКИ РАН 10–14 ноября 2014. (Report, PDF).
13. *Косов А.С., Анискович В.М., Готлиб В.М., и др.*, 2014, «Эксперимент по измерению ионосферных задержек сигнала КА «Чибис-АИ» с целью диагностики ионосферной плазмы и уточнения данных навигационных систем GPS, GLONASS», семинар «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике. Таруса, 31.01–03.02, 2014г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа посвящена исследованию вращательной эволюции многослойной Луны под действием основных возмущающих моментов.

В монографии освещены последние достижения в области теоретических исследований по физической либрации и внутреннему строению многослойной Луны и предложена модель мантийного плюма для объяснения ранней и поздней (100 млн. лет назад) вулканической активности на видимой и обратной сторонах Луны.

С учетом последних достижений сформулированы обобщенные законы Кассини и предложена теория физической либрации для двухслойной Луны с учетом жидкого ядра и эффектов диссипации в мантии и на границе ядро – мантия. Предложен геофизический разрез Луны и структурная детализация лунного двухслойного ядра. Произведена оценка основных периодов свободной либрации в зависимости от плотности, размера и геохимического состава лунного ядра, эффектов турбулентной диссипации на границе ядро – мантия.

Большие перспективы были открыты реализованными лунными миссиями «SELENE» (JAXA, 2007-2009), «CHANG'E-1,2» (CNSA, 2007-2012), «Chandrayaan-1» (ISRO, 2009), «LRO» (NASA, 2009-2012+), GRAIL (NASA, 2012). Подробно описана программа SELENE, включающая проекты RISE и ILOM. В рамках Российской космической программы предложен научно-технический проект «Луна – 2019+». Он направлен на решение фундаментальных проблем небесной механики, селенодезии и геофизики Луны, создание лунного навигационного ежегодника для обеспечения долговременных лунных баз.

Основными оригинальными авторскими результатами монографии являются:

1. В рамках развитого Гамильтонова подхода к описанию дифференциального вращения многослойных небесных тел развита теория и сделаны оценки периодов возможных свободных либраций, чандлеровых колебаний внутреннего твердого ядра и свободной нутации жидкого ядра Луны.

2. Рассчитан спектр свободных либраций и структурно-параметрическое моделирование внутреннего строения Луны. Проведено моделирование с целью определения зависимости полученных

периодов свободного вращения от радиуса, плотности, химического состава ядра, а также от диссипативных характеристик зоны ядро – мантия.

3. Предложен геофизический, тепловой, температурный, геохимический и минеральный разрез Луны и структурная детализация лунного двухслойного ядра на базе последних данных лунных наблюдений, экспериментов и компьютерного моделирования.

Всего по теме монографии опубликовано более 120 печатных работ в рецензируемых российских и ведущих международных изданиях.

Монография частично поддержана российско-японскими грантами JSPS-RFFI (2007–2008, 2009-2010, 2011-2012 гг., 2014-2015гг).

ЛИТЕРАТУРА (References)

1. *Абалакин В.К.*, 1971, О вычислении топоцентрических расстояний до точек лунной поверхности. Бюллетень ИТА АН СССР. № 1, с.13 – 16.
2. *Абалакин В.К.*, 1978, Использование лазерных светолокационных наблюдений Луны для решения некоторых задач небесной механики и геодинамики. Бюллетень ИТА АН СССР, с.82 – 133.
3. *Абалакин В.К.*, 1978, Справочное руководство по небесной механике. М.: Наука, 864 с.
4. *Аким Э.П.*, 1984, Поле тяготения Луны и движение ее спутников. М.: Машиностроение, 286 с.
5. *Бабаев И.О.*, 1978, Язык для введения новых типов и операций в ФОРТРАН. Алгоритмы небесной механики. ИТА АН СССР, № 20, с.3 – 30.
6. *Баркин Ю.В.*, 1978, О законах Кассини. Астроном. журнал. т.55. с.113.
7. *Белецкий В.В. А.А.Хентов.*, 1985, Вращательное движение намагниченного спутника. М.: Наука, 288 с.
8. *Белецкий В.В.*, 1995. Резонансные вращения небесных тел. Нижний Новгород: Нижегородский гуманитарный центр.
9. *Брумберг В.А.*, 1968, Релятивистская небесная механика. М. Наука, 278с
10. *Брумберг В.А.*, 1974, Небесно-механические методы проведения буквенных операций на ЭВМ. В.А.Брумберг. Томск: ТГУ, 115 с.
11. *Брумберг В.А.*, 1980, Аналитические методы небесной механики. В.А.Брумберг. М.: Наука, 208 с.
12. *Брумберг В.А.*, 1974, Система АМС проведения буквенных операций над рядами Пуассона. Алгоритмы небесной механики. ИТА АН СССР. N1, с.3 – 44.
13. *Бурмин В.*, 2012, Строение Земли и Луны по сейсмическим данным. Palmarium Acad. Publ., 236с.
14. *Бухгольц Н.Н.* 1969, Основной курс теоретической механики. М.: Наука, ч. 2, 332 с.
15. *Васильева А.В.*, 1975, Система АЛИТА проведения аналитических операций над рядами Пуассона на ЭВМ / А.В.Васильева // Алгоритмы небесной механики. ИТА АН СССР. № 7. с.3 – 40.
16. *Галимов Э.М.*, 2011, Образование Луны и Земли из общего супрапланетного газо-пылевого сгущения (доклад на XIX всеросс.симпозиуме по геохимии изотопов 16 ноября 2010 г.), Геохимия. № 6. с. 563-580.
17. *Галкин Н.Н.*, 1978, Геофизика Луны. М.: Наука, 189 с.
18. *Галкин Н.Н.*, 1988, Внеземная сейсмология. М.: Наука, 195 с.
19. *Гурин Н.И.*, 1989, Аналитические вычисления в системе REDUCE. Минск: Наука и техника, 119 с.

20. Гусев А.В., О.А.Салангина, 1995, Приложение методов качественного и бифуркационного анализа к исследованию явления захвата в резонансное движение. Тезисы научной конф. «Стохастические методы и эксперименты в небесной механике». Архангельск, с.27 – 28.
21. Гусев А.В., Н.Кавано, Н.К.Петрова., 2007, Исследование и освоение Луны: научные достижения, фундаментальные проблемы, международные перспективы. Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем: процессы, модели, эксперимент, КАИ-Embry-Riddle. т. 3 (25). с. 112 – 128.
22. Гусев А.В., Петрова Н.К., 2008, “Вращение, физическая либрация и внутреннее строение Луны”, Монография, Изд-во Казан. гос. ун-та, Казань, 208с
23. Гусев А.В., Петрова Н.К., Китиашивили И.Н., 2008, “Захват в резонансное вращение и физическая либрация многослойных планет и лун”, Монография, Изд-во Казан. гос. ун-та, Казань, 173 с.
24. Дубровский А.С., 1985, Физическая либрация Луны. Нелинейные колебания и теория управления. Устинов: УГУ, с.98 – 104.
25. Дубровский А.С., 1987, Физическая либрация Луны в долготе. Астрономический журнал. Вып. 2. с.430 – 433.
26. Евдокимова Л.С., 1977, Система POLY проведения аналитических операций над степенными рядами на ЭВМ. Алгоритмы небесной механики. ИТА АН СССР. № 15, с.3 – 40.
27. Евдокимова Л.С., 1975, Операции с буквенными разложениями на ЭВМ. Итоги науки и техники. Сер. Астрономия. Небесная механика. М.: ВИНТИ, т. 11. с.131 – 153.
28. Емельянов Н.В., 1983, Методы составления алгоритмов и программ в задачах небесной механики. М.: Наука, 128 с.
29. Ерошкин Г.И., 1985, Численная модель физической либрации Луны. Бюллетень ИТА АН СССР. т. 15, № 9. с. 511 – 518.
30. Жарков В.Н., 1969, Введение в физику Луны. М.: Наука, 312 с.
31. Жарков В.Н., 1983, Внутреннее строение Земли и планет. М.Наука, 416с
32. Жарков В.Н., 2013, Внутреннее строение Земли и планет. Элементарное введение в планетную и спутниковую геофизику. «Наука и образование», Москва, 415 с.
33. Киладзе Р.И., 1986, Современное вращение планет как результат развития околопланетных роев мелких частиц. Тбилиси: Мецниреба, 245 с.
34. Кислюк В.С., 1988, Геометрические и динамические характеристики Луны. Киев: Наукова думка, 184 с.
35. Кронрод В.А., Кусков О.Л., 2011, Моделирование химического состава и размеров ядра Луны инверсией сейсмических и гравитационных данных//Физика Земли. № 8, с. 62–80

36. *Кронрод В.А., Кронрод Е.В., Кусков О.Л.*, 2014. Ограничения на тепловой режим и содержание урана в Луне по сейсмическим данным. Докл. Акад. Наук. т. 455. № 6, с. 698-702.
37. *Кронрод В.А., Кусков О.Л., Кронрод Е.В., Гудкова Т.В.*, 2014. Ограничения на состав Луны по сейсмическим данным и числам Лява. Экспериментальная геохимия, т.2 с. 75-80.
38. *Кронрод Е.В., Кронрод В.А., Кусков О.Л.*, 2014. Распределение температуры и мощность тепловых источников в мантии Луны для модели частичного плавления мантии в окрестности ядра. Экспериментальная геохимия. т.2 с. 81-85.
39. *Кронрод Е.В., Кронрод В.А., Кусков О.Л.*, 2014. Ограничения на тепловой режим и содержание урана в Луне для модели магматического океана с условиями частичного плавления мантийного вещества в окрестности ядра. В сб. к 80-летию М.Я.Марова, ИКИ, (в печати).
40. *Куликов К.А., В.Б.Гуревич*, 1972. Основы лунной астрометрии. М.: Наука, 392 с.
41. *Кусков О.Л., Дорофеева В.А., Кронрод В.А., Макалкин А.Б.*, 2009, Системы Юпитера и Сатурна: формирование, состав и внутреннее строение крупных спутников. М.: Изд-во ЛКИ, 576 с.
42. *Лидов М.Л.* 1973, Метод канонических преобразований в задачах о вращении небесных тел и законы Кассини. Препринт. ИПМ АН СССР, М., № 9.
43. *Маров М. Я., Ю.А.Нефедьев, А.В. Гусев.*, 2013, Роботизированное изучение Луны, планет и их спутников (обзор)”, “Вестник РФФИ”, N1, с. 78-88
44. *Моисеев Н.Н.* 1981, Асимптотические методы нелинейной механики. т. 4 М.: Наука, 400 с.
45. *Петрова Н.К.* 1990, Адаптация комплекса АМС на ЭВМ “Искра-1030” Сб. тезисов докл. на всесоюзном совещании «Компьютерные методы небесной механики». Ленинград: ИТА, с. 52.
46. *Петрова Н.К.*, 1993, Таблицы физической либрации Луны, основанные на теории движения Луны Шмидта (главная проблема). Труды Казанской городской астрономической обсерватории. Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, т. 53, с. 40 – 80.
47. *Петрова Н.К., Нефедьев Ю.А., Демин С.А., Гусев А.В.*, 2013, Лунные исследования в Казанском университете: тенденции, результаты, перспективы. I. Физическая либрация. Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. Науки. т.155. кн.3. с.19-35
48. *Пешек И.*, 1980, Свободные и смешанные члены в либрации Луны в долготе. Труды I Орловской конфер. «Изучение Земли как планеты методами астрономии, геодезии и геофизики». Киев, с. 28 – 32.

49. Пуанкаре А., 2001, О прецессии деформируемых тел. Последние работы А.Пуанкаре, с. 74 – 111. (перев. из Bullitin astronomique. т. 27. р. 321 – 356, (1910)).
50. Пуанкаре А., 2001, Заметки о гипотезе Лапласа. Последние работы А.Пуанкаре, с. 57–71 (перев. из Bullitin astronomique. т. 28, р. 251 – 266, 1911).
51. Пуанкаре А. 1923, Космогонические гипотез. Классики естествознания. Кн. XI. Классические космогонические гипотезы. М.: Госиздат, с. 145 – 164.
52. Ризванов Н.Г., Ю.А.Нефедьев, М.И.Кибардина, 2007 Селенодезические исследования в Казани. Астрономический вестник. т. 41, № 2, с.154 –164.
53. Рускол Е.Л., 1976. Происхождение Луны. М.: Наука, 276 с.
54. Сагитов М.У., 1979. Лунная гравиметрия. М.: Наука, 298с.
55. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. 1971, Под ред. Г.Н.Дубошина. М.: Наука, 1971.
56. Тарасевич С.В., 1979. УПП – универсальный пуассоновский процессор. Алгоритмы небесной механики. ИТА АН СССР. № 27. с.3 – 29.
57. Хабибуллин Ш.Т., 1966. Нелинейная теория физической либрации Луны. Труды городской астрономической обсерватории. Вып. 34. с. 3 – 70.
58. Хабибуллин Ш.Т., 1968, К вопросу о системах селенографических координат, о прецессии, и нутации оси вращения Луны. Астрономический журнал. т. 45. В. 3. с. 663 – 674.
59. Хабибуллин Ш.Т., 1988, Развитие теории физической либрации и селеноцентрические координатные системы. Кин. и физ. неб. тел. т. 4, № 1. с. 35 – 42.
60. Хабибуллин Ш.Т. 1989, О произвольной либрации Луны и эйлеровском движении ее полюсов. Труды КГАО, Изд-во Казан. гос. ун-та. т. 36. с. 49 – 60.
61. Хабибуллин Ш.Т. 1990, О редукции положений кратеров к различным системам координат в пространстве триэдра осей инерции Луны. Кинематика и физика небес. тел., т. 6, № 4. с. 9 – 16.
62. Холшевников К.В. 1985, Асимптотические методы небесной механики. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 208 с.
63. Шевченко В.В., 1980, Современная селенография. М.: Наука, 288 с.
64. Шевченко В.В. 2007, Спектрополяриметрический индекс зрелости лунного грунта. Астрономический вестник. т. 37, № 3, с. 198 – 219.
65. Ширяев А.А., 1984, О численном моделировании физической либрации Луны. Астрономический журнал. т. 61, Вып 5, с. 1029 – 1032.
66. Ширяев А.А., 1985, Построение модели физической либрации Луны на основе численного интегрирования уравнений лунного орбитально-вращательного движения. Бюллетень ИТА АН СССР, т. 15, № 7, с. 396 – 405.
67. Яковкин А.А., 1964, Формулы и эфемериды для полевых наблюдений на Луне. Киев: Наукова думка, 125с.

68. *Anand M., I.A. Crawford, M. Balat-Pichelin, S. Abanades, W. van Westrenen, G. Pe'raudeau, R. Jaumann, W. Seboldt.*, 2012, A brief review of chemical and mineralogical resources on the Moon and likely initial in-situ resource utilization (ISRU) applications. *Planetary and Space Science*, 74, 42–48
69. *Andrews-Hanna, J. C. et al.*, 2013, Ancient igneous intrusions and early expansion of the Moon revealed by GRAIL gravity gradiometry. *Science*, 339, 675–678.
70. *Araki, H., et al.*, 2009, Lunar global shape and polar topography derived from Kaguya-LALT laser altimetry, *Science*, 323, 897–900.
71. *Asmar, S.W., Armstrong, J.W., Iess, L., Tortora, P.*, 2005. Doppler tracking: noise budget and accuracy achievable in precision radio science observations. *Radio Science* 40, RS2001. doi:10.1029/2004RS003101.
72. *Asmar, S., et al.*, 2010. Planetary Radio Science: Investigations of Interiors, Surfaces, Atmospheres, Rings, and Environments, White Paper 2010 Planetary Science Decadal Survey, p. 8.
73. *Bar-Sever, Y., Desai, S., Gross, R., Haines, B., Kuang, D., Nerem, S.*, 2011. The Geodetic Reference Antenna in Space (GRASP) – A Mission to Enhance the Terrestrial Reference Frame, EGU General Assembly 2011, Geophysical Research Abstracts, vol. 13, Abstract EGU2011-13100-1.
74. *Baland, R.-M., Van Hoolst, T.*, 2010. Librations of the Galilean satellites: The influence of global internal liquid layers. *Icarus* 209, 651–664.
75. *Baland, R.-M., Van Hoolst, T., Yseboodt, M., Karatekin*, 2011. Titan's obliquity as evidence of a subsurface ocean? *Astron. Astrophys.* 530. A141
76. *Baland, R.-M., Yseboodt, M., Van Hoolst, T.*, 2012. Obliquity of the Galilean satellites: The influence of a global internal liquid layer. *Icarus* 220, 435–448.
77. *Barkin Yu.V.*, 2000, Perturbated rotational motion of weakly deformable celestial bodies. *Astron. & Astrophys. Trans.* p. 19 – 65.
78. *Barkin, Yu.V.*, 2004, Comparative rotational dynamics of the Moon, Mercury and Titan. *Astron/ and Astrophys. Transactions.* v. 23, Issue 5, p. 481 – 492.
79. *Barkin, Yu.V.* 2004, Tidal elastic energy in planetary systems and its dynamic role. *Astronomical and Astrophys. Transactions.* v. 23, Issue 4, p. 369 – 384.
80. *Barkin Yu., A.Gusev, N.Petrova*, 2006. Study of spin-orbit and inner dynamics of the Moon: Lunar mission applications. *Advances in Space Research.*, v. 37, p. 72 – 79.
81. *Baudry A.*, 1995, VLBI observations of radio beacons on the Moon: scientific and technological impacts. *Annales Geophysicae EGS.* v. 13, part III, p. 764.
82. *Behoukova, M., G. Tobie, G. Choblet, O. Cadek.* 2010, Coupling mantle convection and tidal dissipation: Applications to Enceladus and Earthlike planets, *J. Geophys. Res.*, 115, E09011, doi:10.1029/2009JE003564.
83. *Beletskii V.V.*, 1972. Resonance rotation of celestial bodies and Cassini's laws. *Celestial mechanics.* v. 6, № , p.. 356.
84. *Bender, P.L.*, 1994. Proposed microwave transponders for early lunar ro-

botic landers. *Advances in Space Research* 14, 233–242.

85. *Bender P.L.* 1995, Microwave interferometer for the Moon. *Annales Geophysicae EGS*. v. 13, part III, p. 758.

86. *Besserer, J., Nimmo, F., Wieczorek, M.A., Weber, R.C., Kiefer, W.S., McGovern, P.J., Andrews-Hanna, J.C., Smith, D.E., Zuber, M.T.*, 2014. GRAIL gravity constraints on the vertical and lateral density structure of the lunar crust. *J. Geophys. Res.*, doi:10.1002/2014GL060240.

87. *Beuthe M.*, 2013, Spatial patterns of tidal heating. *Icarus*, 223, 308–329

88. *Bills, B.G., Nimmo, F.*, 2008, Forced obliquity and moments of inertia of Titan. *Icarus*, 196, 293–297

89. *Bills, B.G., Nimmo, F.*, 2011a. Forced obliquities and moments of inertia of Ceres and Vesta. *Icarus* 213, 496–509.

90. *Bills, B.G., Nimmo, F.*, 2011b. Rotational dynamics and internal structure of Titan. *Icarus* 214, 351–355.

91. *Boehler R.* Fe-FeS eutectic temperatures to 620 kbar. / R.Boehler // *Phys. Earth Planet.Int.* – 1996. – V. 96. – P. 181 – 186.

92. *Bois E.*, 1995, Proposed terminology for a general classification of rotational swing motions of the celestial solid bodies. *Astro & Astrophys.* p. 850 – 857.

93. *Borg, L.E., Connelly, J.E., Boyet, M., Carlson, R.W.*, 2011. Chronological evidence that the Moon is either young or did not have a global magma ocean. *Nature* 477, 70–72.

94. *Bouquillon S.*, 1997, Precession and nutation of Mars calculated with Kinoshita's model. *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies*, I.M.Wytrzyszczak, J.H.Lieske and R.A.Feldman. Kluwer Academic Publishers, p. 325 – 330.

95. *Braden S. E. , J. D. Stopar, M. S. Robinson, S. J. Lawrence, C. H. van der Bogert , H. Hiesinger*, 2014, Evidence for basaltic volcanism on the Moon within the past 100 million years. *NATURE GEOSCIENCE* , 12 Oct. 2014, p.1-5

96. *Brett, R.*, 1973, A lunar core of Fe-Ni-S, *Geochim. Cosmochim. Acta*, 37, 165–170, doi:10.1016/0016-7037(73)90255-X.

97. *Brett, R., P. M. Bell*, 1969, Melting relations in the Fe-rich portion of the system Fe-FeS at 30 kb pressure, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 6, 479–482, doi:10.1016/0012-821X(69)90119-8.

98. *Brocke R.A.*, 1988 – 1989, A FORTRAN-based Poisson series processor and its applications in celestial mechanics. *Celest. Mech.*, v. 45, № 3, p. 255 – 265.

99. *Brumberg V.A., T.V.Ivanova.* 1981, *Sun and Planetary System*. Reidel, Dordrecht, 19 p.

100. *Calame O.*, 1977, Free librations of the Moon from lunar laser ranging. *Scientific Applications of Lunar Laser Ranging* / ed. J. Mulholland, Reidel. p. 53 – 63.

101. *Canup R.M.*, 2000, *Origin of the Earth and Moon*. Tucson: Univ. Arizona Press, 555p.

102. *Canup, R.M.*, 2008. Lunar forming collisions with pre-impact rotation. *Ic-*

arus, 196, 518–538.

103. *Canup, R.M.*, 2012. Forming a Moon with an Earth-like composition via a giant impact. *Science*, 338, 1052–1055.

104. *Cappalo R.J.*, 1982, A Comparison of Numeric and Semi-Analytic Lunar Libration Models. *Celest. Mech.*, v. 26, p. 125 – 129.

105. *Cappalo R.J.*, 1981, The Moon and the Planets, p. 281.

106. *Chapront J., M.Chapront-Touze, G.Francou.*, 1999, Complements to Moon's lunar libration theory. *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, v.73 (1/4), p. 317 – 328.

107. *Chapront.J.* 2003, The lunar theory ELP revisited. Introduction of new planetary perturbations. *Astronomy and Astrophysics*. v. 404, p. 735 – 742.

108. *Chan Kit H.*, 2012, Nonlinear flow within a triaxial ellipsoidal planet driven by combined longitudinal and latitudinal libration. *PEPI*, v.194–195, p. 64–70

109. *Chen, B., J. Li, S. A. Hauck II*, 2008, Non-ideal liquidus curve in the Fe-S system and Mercury's snowing core, *Geophys. Res. Lett.*, 35,L07201,

110. *Chen B., et al.*, 2009. Lunar gravity anomaly and the Moon evolution based on CE-1 topography data. *Proc. of Int. Congress "ASTROKAZAN-2009"*, Kazan, p. 138 -142

111. *Colaprete, A., Schultz, P., Heldmann, J.*, et al. 2010, Detection of water in the LCROSS ejecta plume. *Science*, 330, 463–468

112. *Comstock R.L.*, 2003, A solar systems survey of forced librations in longitude. *J. Geoph.Res.* E9. – 4.1 – 4.13.

113. *Cook A.*, 1988, The Motion of the Moon. Bristol and Philadelphia, 222 p.

114. *Correia A.*, 2001, The four final rotation states of Venus. *Nature*. v. 411, p. 767 – 770.

115. *Correia A., J.Lascar, O.Surgy.*, 2003, Long-term evolution of the spin of Venus. I. Theory; Numerical simulation. *Icarus*. v. 163, v. 1 – 45.

116. *Correia A., J.Lascar*, 2004, Mercury capture into the 3/2 spin-orbit resonance as a results of its chaotic dynamics. *Nature*, v. 429, p. 848 – 850.

117. *Correia, A., C.M., Laskar, J.*, 2009, Mercury's capture into the 3/2 spin-orbit resonance including the effect of core-mantle friction. *Icarus*, 201, 1-11

118. *Crawford, I.A., Joy, K.H., Kellett, B.J.*, et al., 2009, The scientific rationale for the C1XS X-ray spectrometer on India's Chandrayaan-1 mission to the moon. *Planet Space Sci.* 57 (7), 725–734

119. *Cuk, M.*, 2011. Lunar shape does not record a past eccentric orbit. *Icarus* 211, 97–100.

120. *De Koker, N., Steinle-Neumann, G.*, 2012. Electrical resistivity and thermal conductivity of liquid Fe alloys at high P and T, and heat ux in Earth's core. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*

121. *De Vries, J., van den Berg, A., van Westrenen, W.*, 2010. Formation and evolution of a lunar core from ilmenite-rich magma ocean cumulates. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 292, doi:10.1016/j.epsl.2010.01.029.

122. *Dehant V. et al.*, 2003, Can a solid inner core of Mars be detected from

- observations of polar motion and nutation of Mars? *J. Geophys. Res.*, v.108, E12, 5127.
123. *Dehant, V., Mathews, P.M.*, 2007. Earth rotation variations. In: *Treatise on Geophysics*, v. 3. Elsevier, Amsterdam, pp. 295–349.
 124. *Dehant V., LeMaistre S., Rivoldini A, Yseboodt M., Rosenblatt P., VanHoolst T., Mitrovic M., Karatekin O., Marty J.C., Chicarro A.*, 2011, Revealing Mars' deep interior: Future geodesy missions using radio links between landers, orbiters, and the Earth. *Planetary and Space Science*, 59, 1069–1081
 125. *Dehant V., et al.*, 2012, From meteorites to evolution and habitability of planets. *Planetary and Space Science*, 72, 3–17
 126. *Dehant V., J. Oberst, R. Nadalini, U. Schreiber, N. Rambaux.*, 2012, Geodesy instrument package on the Moon for improving our knowledge of the Moon and the realization of reference frames. *Planetary and Space Science*. 68, 94–104
 127. *Dickey J.O.*, 1994, Lunar Laser Ranging: A continuing Legacy of the Apollo Program. *Science*. v.265, c. 482-489.
 128. *Dufey, J., Noyelles, B., Rambaux, N., Lemaître, A.*, 2009. Latitudinal librations of Mercury with a fluid core. *Icarus*, 203, 1–12.
 129. *Dumberry, M.*, 2008. Gravitational torque on the inner core and decadal polar motion. *Geophys. J. Int.* 172, 903–920.
 130. *Dwyer, C. A., D. J. Stevenson, and F. Nimmo* (2011), A long-lived lunar dynamo driven by continuous mechanical stirring, *Nature*, 479, 212–214
 131. *Earth core: Dynamics, Structure, Rotation.* 2003, Eds: V. Dehant et al., AGU. 277p.
 132. *Escapa A., J. Getino.* 2001, Canonical approach to the free nutations of a three-layer Earth model. *Journal of Geophysical res.* v. 106, № B6, p. 11387 – 11397.
 133. *Eckhardt D.H.* 1981, Theory of the librations of the Moon. *Moon*. v. 25, p. 3 – 49.
 134. *Eckhardt D.H.* 1981, Planetary and Earth figure perturbations in the libration of the Moon. *Proc. 63 Colloq. IAU «High Precis. Earth. Rotat. and Earth-Moon Dynamics»*. Grasse, p. 193 – 198.
 135. *Efroimsky, M., Lainey, V.*, 2007. Physics of bodily tides in terrestrial planets and the appropriate scales of dynamical evolution. *J. Geophys. Res.* 112, E12003.
 136. *Efroimsky, M.* 2012a, Tidal dissipation compared to seismic dissipation: In small bodies, earths, and super-earths, *Astrophys. J.*, 746, 150
 137. *Efroimsky, M.*, 2012b, Bodily tides near spin orbit resonances, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 112, 283–330
 138. *Efroimsky, M.*, 2012c, Tidal dissipation compared to seismic dissipation: In small bodies, earths and super-earths, *Astrophys. J.*, 746, 150.
 139. *Elkins-Tanton, L.T., Burgess, S., Yin, Q.-Z.*, 2011. The lunar magma ocean: reconciling the solidification process with lunar petrology and geochronology. *Earth Planet. Sci. Lett.* v.304, p.326–336.
 140. *Elkins-Tanton, L.T.*, 2012. Magma oceans in the inner solar system. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.*, 40, 113–139.

141. *Evans, A. J., M. T. Zuber, B. P. Weiss, S. M. Tikoo.* 2014, A wet, heterogeneous lunar interior: Lower mantle and core dynamo evolution, *J. Geophys. Res. Planets*, 119, 1061–1077, doi:10.1002/2013JE004494.
142. *Fei Y.* 1995, Structure and density of FeS at high pressure and high temperature and the internal structure of Mars. *Science*. v. 268, p. 1892 – 1894.
143. *Fabrycky D.C.,* 2007. Cassini states dissipation: Why obliquity tides cannot inflate hot Jupiters? *ApJ*, 665, 754 – 766.
144. *Fagan T.J., Kashima D., Wakabayashi Y., Sugihara A.,* 2014, Case study of magmatic differentiation trends on the Moon based on lunar meteorite Northwest Africa 773 and comparison with Apollo 15 quartz monzodiorite. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 133, 97–127
145. *Ferrandiz J.M.* 2001, Dynamics of the rotational motion of the planet with the elastic mantle, liquid core and with the changeable external shell / J.M.Ferrandiz, Yu.V.Barkin // Proc. of intern. Conf. «AstroKazan-2001». – 24–29 Sept. 2001, Kazan Univ. – P. 123 – 129.
146. *Ferrary A.J.* Geophysical Parameters of the Earth-Moon System / A.J.Ferrary, W.S.Sinclair, W.L.Sjogern // *J. Geophys. Res.* – 1980. – V. 85. – P. 3939 – 3951.
147. *Fienga, A., Laskar, J., Kuchynka, P., Laponcin-Lafitte, C., Manche, H., Gastineau, M.,* 2010. Gravity tests with INPOP planetary ephemerides. In: Klioner, S.A., Seidelmann, P.K., Soffel, M.H. (Eds.), *Relativity in Fundamental Astronomy: Dynamics, Reference Frames, and Data Analysis*, Proceedings of the IAU Symposium No 261. Cambridge Univ. Press, Cambridge, pp. 159–169.
148. *Fok, H. S., et al.,* 2011, Accuracy assessment of lunar topography models, *Earth Planets Space*, 63, 15–23, doi:10.5047/eps.2010.08.005.
149. *Folkner, W. M., J. G. Williams, and D. H. Boggs* (2008), The planetary and lunar ephemeris DE 421, IOM 343R-08-003, Jet Propul. Lab., Pasadena, Calif.,.
150. *Folkner WM, Williams JG, Boggs DH, Park RS, Kuchynka P.,* 2014. The Planetary and Lunar Ephemerides DE 430 and DE431. *JPL Interplanet Network Prog Report* , 42,196.
151. *Gagnepain-Beyneix, J., P. Lognonne, H. Chenet, D. Lombardi, T. Spohn,* 2006, A seismic model of the lunar mantle and constraints on temperature and mineralogy, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 159, 140–166.
152. *Galimov E.M. ,* 2005, Luna-Glob project in the context of the past and present lunar exploration in Russia. *J. Earth Syst. Sci.* №. 6. p. 801 – 806.
153. *Garcia, R. F., J. Gagnepain-Beyneix, S. Chevrot, and P. Lognonne.* 2011, Very preliminary reference Moon model, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 188, 96–113
154. *Garrick-Bethell I.* 2006, [Evidence for a Past High Eccentricity Lunar Orbit. I. Garrick-Bethell, J. Wisdom, M. Zuber](#), *Science*, 313, 652 – 655.
155. *Garrick-Bethell, I., B. P. Weiss, D. L. Shuster, and J. Buz,* 2009, Early lunar magnetism, *Science*, 323, 356–359
156. *Garrick-Bethell, I., F. Nimmo, M. Wieczorek.* 2010, Structure and for-

mation of the lunar highlands, *Science*, 330, 949–951.

157. *Getino J.* 1995, Interpretation of the core-mantle interaction problem. *Geoph. J. Int.*, v. 67, p. 120–134.

158. *Getino J., J.M. Ferrandiz.*, 1997, Hamiltonian approach to dissipative phenomena between the Earth's mantle and core, and effects on free nutations. *Geophys. J. Int.*, v. 130, p. 326 – 334.

159. *Getino J.*, 1999, Obtaining the free frequencies of the non-rigid Earth / *J. Getino, J.M.Farto, J.M.Ferrandiz // Cel. Mech. and Dyn. Astr.*, v. 71, p. 95 – 108.

160. *Getino J., A.B.Gonzalez, A.Escapa*, 2000, The rotation of a non-rigid, non-symmetrical Earth II: free nutation and dissipative effects. *Cel. Mech. and Dyn. Astr.*, v.76. p. 1 – 21.

161. *Global Earth Physics: Handbook of physical constant.*1995, AGU, P. 376

162. *Gladman G.*1996, Synchronous locking of tidally evolving satellite. *Icarus* p. 166 – 192.

163. *Goldreich, P.* 1967. Precession of the Moon's core. *JGR*. p. 3135 – 3137.

164. *Goldreich, P., Peale, S.*, 1966, Spin-orbit coupling in the Solar System. *Astron. J.*, 71, 425–438

165. *Gonzalez A-B., J.Getino*, 1997, The rotation of a non-rigid, non-symmetrical Earth I: Free nutations. *Celest. Mech. & Dyn. Astr.*, p. 139 – 149.

166. *Goossens, S.*, et al., 2011, Lunar gravity field determination using SELENE same-beam differential VLBI tracking data, *J. Geod.*, 85, 205–228

167. *Greff-Leftz M.*, 1999, Core rotational dynamics and geological events. *Science*. v. 286, v. 1707 –1709.

168. *Gregnanin M., B.Bertotti, M.Chersich, M.Fermi, L.Iess, L.Simone, P.Tortora, J.G.Williams.*, 2012, Same beam interferometry as a tool for the investigation of the lunar interior. *Planetary and Space Science*, v.74 p.194–201

169. *Grimm, R.E., Delory, G.*, 2012. Next-generation electromagnetic sounding of the Moon. *Adv. Space Res.* 50, 1687–1701

170. *Grimm, R. E.*, 2013, Geophysical constraints on the lunar Procellarum KREEP Terrane. *J. Geophys. Res. Planets* 118, 768–777

171. *Gross J., A.Treiman, C. Mercer.* 2014, Lunar feldspathic meteorites: Constraints on the geology of the lunar highlands, and the origin of the lunar crust. *Earth and Planetary Science Letters*, 388, 318–328

172. *Gudkova, T.V., Zharkov, V.N.*, 2001. On the excitation of free oscillations on the Moon. *Astron. Lett.* 27, 658–670.

173. *Gudkova T.V.*,2002, The exploration of the lunar interior using torsional oscillations / *T.V.Gudkova, V.N.Zharkov // Planetary and Space Science*. v. 50. p. 1037 – 48.

174. *Gudkova T.V., Lognonné P., Gagnepain-Beyneix J.*, 2011, Large impacts detected by the Apollo seismometers: Impactor mass and source cutoff frequency estimations. *Icarus*, 211, 1049–1065

175. *Gudkova, T. V., S. N. Raevskii*, 2013, Spectrum of the free oscillations of

the Moon, *Sol. Syst. Res.*, 47, 11–19, doi:10.1134/S0038094613010024

176. *Gusev A., N.Petrova*, 1999, Core - mantle interaction and possible convective motion in the Moon. *Proc. Int. Conf. Geom. of Phys. IV*, Kazan, p.88 – 94.

177. *Gusev A.V., O.A.Salangina*, 1994, Bifurcations of gravitational capture at the resonances rotation. *Proc. of the Int. Conf. on Dynamical systems and chaos*. Tokyo, Japan, v. 2, p. 418 – 421.

178. *Gusev A., N.Kawano, N.Petrova*, 2003, Gravitation Investigations on the SELENE mission and the existence of a lunar core. *Astron. & Astroph. Trans*, v. 22., p. 579 – 584.

179. *Gusev A. N.Kawano, N.Petrova*, 2005, Fine Phenomena of the lunar libration. 36th Lunar and Planetary Science Conference. League City, Texas. № 1447.

180. *Gusev A., N.Petrova*, 2006, Normal Modes In Rotation Of The Earth-Like Planets. The 37th Lunar and Planetary Science Conf., Houston, № 1669. p. 1 – 2.

181. *Gusev A., N.Kawano, N.Petrova*, 2007, Investigation and exploration of the Moon: scientific achievements, fundamental problems, international perspectives. Actual problems of aviation and aerospace systems: processes, models, experiment. v. 3 (25), p. 94 – 111.

182. *Gusev A., Petrova N.*, 2008, The Moon-2012+: Spin-orbit evolution, geophysics and Selenodesy of the Moon. *Advances in Space Research*, v. 42, p. 289–293, doi:10.1016/j.asr.2007.06.023.

183. *Gusev A.*, 2011, Rotation and physical librations of Phobos. *Proc. of int. congress “ASTROKAZAN-2011”*, Aug. 22-30, 2011, Kazan university, Kazan, p.45-49.

184. *Gusev A., J. Ping, H. Hanada, F. Kikuchi, A.Kosov, J. Li, O.Titov*, 2014, Radio Navigation Beacons on the Moon, Lunar Geodetic VLBI System, Physical Libration of the Moon for ChangE-3/4, Luna-Glob, Luna-Resource and SELENE-2 Projects. *Proc. of 8th IVS GM-2014*, Science Publisher, p.1-5

185. *Gusev A., J. Ping, H. Hanada, F. Kikuchi, A. Kosov, J. Li, K. Matsumoto, Y. Nefedyevev, O. Titov, N. Petrova*, 2014, The lunar radio-beacons and geodetic VLBI system for determination of physical libration of the Moon. 40th COSPAR Scientific Assembly, Moscow, Russia, 2-10 August 2014. Abs. No. 13647.

186. *Gusev A., Meng J., Ping J., Petrova N., Hanada H.*, 2014. Spin - Orbit Dynamics of the Multi - Layer Moon for Chang’E-3/4, Luna-Glob, Luna-Resource, SELENE-2 missions. *Deep Space Exploration*, v.1(3) p.1-12

187. *Gutzwiller M.C.* 1986, The motion of the Moon as computed by the method of Hill, Brown, and Eckert. *Astronomical Papers*. v. XXIII, Part I, 620 p.

188. *Hanada H.*, 2000, Scientific goal of in-site lunar orientation measurement (ILOM) *Proc.Int. Conf. «ISTS-2000»*, Marioka. p. 1609 – 1614.

189. *Hanada H.*, 2003, Application of a PZT telescope to In situ Lunar Orientation Measurement (ILOM). *Proc. of Int. Assoc. Geodesy. IAG GA*, Sapporo, Japan, June 30 – July 11, Springer, p. 163 – 168.

190. *Hanada et al.*, 2009, Different kinds of observation of Lunar Rotation and Gravity for SELENE-2. Proc. of Int. Congress “ASTROKAZAN-2009”, Kazan, p. 172–175
191. *Hanada H., Araki H., Gusev A., Petrova N., et al.*, 2011, “Development of a small digital telescope for observations of Lunar rotations”, Proc. of int. congress “ASTROKAZAN-2011”, Aug. 22–30, 2011, Kazan university, Kazan, p.27–29.
192. *Hanada, H., Araki, H., Tazawa, S., Tsuruta, S., Noda, H., Asari, K., Sasaki, S., Funazaki, K., Satoh, A., Taniguchi, H., Kikuchi, M., Takahashi, T., Yamazaki, A., Ping, J., Kawano, N., Petrova, N., Gouda, N., Yano, T., Yamada, Y., Niwa, Y., Kono, Y., Iwata, T.*, Development of a digital zenith telescope for advanced astrometry, *Science China*, 55, 723–732, 2012.
193. *Hanada H., S.Tsuruta, H.Araki, K. Asari, S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, K. Matsumoto, S. Sasaki, F. Kenichi, S. Atsushi, Taniguchi H., Kato H., Kikuchi M., Murata K., Ito Y., Chiba K., Wakamatsu H., Gouda N., Yano T., Niwa Y., Yamada Y., Hiroo K., Petrova N., Gusev A., Ping J., N. Kawano, Iwata T., K. Heki*, 2014 Some technological problems in development of a small telescope for gravimetry, Proc. of Int. conference “Space Gravimetry and Geodesy”, TGSMM2013 (Editor: A.K. Krytova), Sept. 16–20, 2013, Sankt-Petersburg, Russia, p. 198–203
194. *Harada Y., Goossens S., Matsumoto K., Yan J., Ping J., Noda H., Haruyama J.*, 2014. Strong tidal heating in an ultra-viscosity zone at the core-mantle boundary of the Moon. *Nature Geoscience*, 7, Aug., 1–4. doi:10.1038/NGE2211
195. *Hansen, P.A.*, 1855, Abhandlungen der mathematisch–Physischen Class der Koniglich Sachsichen Gesellschaft der Wissenschaften, Liepzig, v.2, 515–523.
196. *Haruyama, J., Ohtake, M., Matsunaga, T., et al.*, 2008, Lack of exposed ice inside lunar south pole Shackleton crater. *Science*, 322, 938–939.
197. *Haruyama, J., Ohtake, M., Matsunaga, T., et al.* 2009., Long-lived volcanism on the lunar Farside revealed by SELENE Terrain Camera. *Science*, 323, 905–908
198. *Hauri, E.H., Weinreich, T., Saal, A.E., Rutherford, M.C., Van Orman, J.A.*, 2011. High pre-eruptive water contents preserved in Lunar melt inclusions. *Science*, 333, 213–215.
199. *Henrard J.*, 1972, Analytical Lunar Ephemerides (ALE). A Report. Publicat. of Dept. of Mathematics University of Namur., Belgiqu.
200. *Henrard J.* 2005, The rotation of Europa. *CMDA*, v.91, p. 131 – 149.
201. *Henrard J.* 1989, A survey of Poisson series processors. *Celest. Mech.*, v. 45, № 1 – 3, p. 245 – 253.
202. *Hein F.* 1923, Die Rotation des Mondes. *Enzykl. Math. Wiss.*, v. 6, p. 1020.
203. *Iess, L. et al.*, 2010. Gravity field, shape, and moment of inertia of Titan. *Science* 327, 1367–1369.
204. *Iess, L. et al.*, 2012. The tides of Titan. *Science* 337, 457–459.
205. *Ishihara, Y., Goossens, S., Matsumoto, K., Noda, H., Araki, H., Namiki,*

- N., Hanada, H., Iwata, T., Tazawa, S., Sasaki, S., 2009, Crustal thickness of the moon: implications for farside basin structures. *Geophys. Res. Lett.* 36, L19202
206. Ivanova T. 1995, Poisson series processor and its application in celestial mechanics. Dynamics, ephemerides and astrometry in the solar system. Symposium IAU 172, Book of abstracts. Paris, 3 – 8 July 1995. p. 30.
207. Janle P. 1994, Progress and limits in the knowledge of the interior of the Moon from Lunar and Appolo gravity observations. Book of abstracts of 30th CO-SPAR Scientific Assambley. Hamburg, July 11 – 21, p. 55.
208. Jaumann R., H.Hiesinger, M.Anand, I.A.Crawford, R.Wagner, F.Sohl, B.L.Jolliff, F.Scholten, M. Knapmeyer, H.Hoffmann, H.Hussmann, M.Grott, S.Hempel, U.Kohler, K.Krohn, N. Schmitz, J.Carpenter, M.Wieczorek, T.Spohn, M.S.Robinson, J.Oberst. 2012, Geology, geochemistry, and geophysics of the Moon: Status of current understanding. *Planetary and Space Science*, 74, 15–41
209. Jin S., Arivazhagan S., Araki H., 2013, New results and questions of lunar exploration from SELENE, Chang'E-1, Chandrayaan-1 and LRO/LCROSS. *Advances in Space Research*, 52, 285–305
210. Jolliff B.L., Wieczorek M.A., Shearer C.K, Neal C.R., 2006, New Views of the Moon. *Reviews in Mineralogy and Geochemistry* 60: p.1-721.
211. Jolliff, B.L., et al., 2011. Non-mare silicic volcanism on the lunar farside at Compton–Belkovich. *Nature Geoscience*, v.4, p.566–571.
212. Karato, S.-I., 2013. Geophysical constraints on the water content of the lunar man tle its implications for the origin of the Moon. *Earth Planet. Sci. Lett.*, v.384, doi:10.1016/j.epsl.2013.10.001.
213. Kawano N., 2003. Research on lunar interior by Japanese explorer SELENE «Proc. of Int. Conf. New Geometry of Nature». Aug 25 – Sept 5., Kazan Univ. Press, v.3, p. 114 – 119.
214. King R.W. 1975, Lunar dynamics and selenodesy: results from analysis of VLBI and laser data (LURE2). *J. Geophys. Res.*, v. 81, p. 6251 – 6256.
215. Kinoshita H., 2007, Theory of the rotation of the rigid Earth. *Cel. Mech.*, p. 277 – 326.
216. Khabibullin Sh.T. 1969, Arbitrary libration and Eulerian motion of the Lunar poles. *Trudy Kazanskoj Observ.* P. 49– 60.
217. Khabibullin Sh. T. 1992, *Earth, Moon and Planets*. p. 79 – 95.
218. Khan A., Connolly J.A.D., MacLennan J., Mosegaard K. 2007, Joint inversion of seismic and gravity data for lunar composition and thermal state. *Geophys. J.*, v. 168, p. 243–258.
219. Khan, A., Pommier, A., Neumann, G.A., Mosegaard, K., 2013. The lunar moho and the internal structure of the Moon: A geophysical perspective. *Tectonophysics*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2013.02.024>.
220. Khan A., J. A. D. Connolly, A. Pommier, J. Noir, 2014, Geophysical evidence for melt in the deep lunar interior and implications for lunar evolution *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH*, DOI:10.1029/

221. *Kondratyev B. P.*, 2011a, The Vector Approach to the Problem of Physical Libration of the Moon: the Linearized Problem. *Solar System Research*, v. 45, No. 1, pp. 60–74
222. *Kondratyev B. P.*, 2011b, The Vector Approach to the Problem of Physical Libration of the Moon. II. The Nonlinear Problem, *Solar Syst. Res.*, v. 45, pp. 447–458.
223. *Kondratyev B. P.*, 2013, Accounting for the Viscosity of the Fluid Core in the Problem of the Physical Libration of the Moon. *Solar System Research*, v. 47, No. 1, pp. 1–10
224. *Konopliv A.S.* 1998, Improved gravity field of the Moon from Lunar Prospector. *Science*. p. 1476.
225. *Konopliv A.S.* 2001, Recent gravity models as a result of the Lunar Prospector mission. *Icarus*, v. 150, p. 1 – 18.
226. *Konopliv A.S.* 2006, A global solution for the Mars static seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses and Mars ephemeris. *Icarus*, p. 23 – 50.
227. *Konopliv, A., et al.*, 2013. The JPL Lunar Gravity Field to Spherical Harmonic Degree 660 from the GRAIL Primary Mission. *J. Geophys. Res.*, doi:10.1002/jgre.20097.
228. *Konopliv, A. S., R. S. Park, D.-N. Yuan, S. W. Asmar, M. M. Watkins, J. G. Williams, E. Fahnestock, G. Kruizinga, M. Paik, D. Strelakov, N. Harvey, D. E. Smith, and M. T. Zuber*, 2014. High-resolution lunar gravity fields from the GRAIL. Primary and Extended Missions, *Geophys. Res. Lett.*, 41, 1452–1458
229. *Konrad W.*, 1997, Thermal history of the Moon: implication for an early core dynamo and post-accretional magmatism. *Adv.Space Res.* v. 19, p. 1511 – 1521.
230. *Kopeikin S., Pavlis E., Pavlis D., Brumberg V., Efroimsky M, Escape A, Getino J., Gusev A., Muller J., Petrova N., Ni W.-T.*, 2008. Prospects in the orbital and rotational dynamics of the Moon with the advent of sub-centimeter lunar laser ranging, *Advances in Space Research*, 42, 1378-1390.
231. *Kosov A.S. , V.M. Gotlib, V.V. Korogod, U.A. Nemliher, D.P. Skulachev.* 2014, Radio Science Experiments in Russian “Luna-Resource” and “Luna-Glob” Projects. "Journal of Deep Space Exploration", v.1, N.3, p.1-5 (in Chinese)
232. *Kouprianov V.V., I.I. Shevchenko*, 2005, Rotational dynamics of planetary satellites: A survey of regular and chaotic behavior. *Icarus*, p. 224 – 234.
233. *Kozel K.* 1948, The Moon's libration and figure as derived from Hartwig's Dorpat heliometric observations. *Acta Astr.*, Ser. a., v. 4.
234. *Krasinsky G.A.*, 2002. Selenodynamical parameters from analysis of LLR observations of 1970 – 2001. *Comm. of the IAA RAS*. №. 148.
235. *Krasinsky G.A.*, 2002 Dynamical history of the Earth – Moon system. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. v. 84, p. 27 – 55.
236. *Kronrod, V.A., Kuskov, O.L.*, 2011. Inversion of seismic and gravity data for the composition and core sizes of the Moon. *Izves. Phys. Solid Earth* 47, 711–730.

237. *Kronrod, V.A., Kronrod, E.V., Kuskov, O.L.*, 2014. Constraints on the thermal regime and uranium content in the Moon: evidence from seismic data. *Dokl. Earth Sci.* 455 (2), 485–489.
238. *Kubo Y.* A core-mantle interaction in the rotation of the Earth / Y.Kubo // *Celest. Mech.* – 1979. – P. 215 – 241.
239. *Kuchynka P., W. M. Folkner, A. S. Konopliv, T. J. Parker, R. S. Park, S. Le Maistre, V. Dehant.* 2014, New constraints on Mars rotation determined from radio-metric tracking of the Opportunity Mars Exploration Rover. *Icarus*, 229, 340–34
240. *Kulikov K.A., V.Gurevich.* 1972, Lunar astrometry. M.: Nauka, 392 p.
241. *Kuskov, O.L.*, 1997. Constitution of the Moon: 4. Composition of the mantle from seismic data. *Phys. Earth Planet. Inter.* 102, 239–257.
242. *Kuskov O.L.*, 1998. Constitution of the Moon, 5, Constraints of the density, temperature and radius of a core / O.L.Kuskov, V.A.Kronrod // *Phys. Earth planet. Inter.*, 107, p. 285.
243. *Kuskov O.L.*, 2001, Core sizes and internal structure of Earth's and Jupiter's satellites / O.L.Kuskov, V.A.Kronrod // *Icarus.*, v. 151. p. 204 – 227.
244. *Kuskov O.L. et al.*, 2002, Geochemical constraints on the seismic properties of the lunar mantle. *Phys. Earth planet. Inter.*, 134, p. 175-189.
245. *Kuskov O.L., V.A. Kronrod*, 2005, Internal structure of Europa and Callisto. *Icarus*, 177, 550–569
246. *Kuskov, O.L., Kronrod, V.A.*, 2009. Geochemical constraints on the model of the composition and thermal conditions of the Moon according to seismic data. *Izv.Phys. Solid Earth.* 45, 753–768.
247. *Kuskov, O.L., Dorofeeva, V.A., Kronrod, V.A., Makalkin, A.B.*, *Sistemy Yupitera i Saturna: formirovanie, sostav i vnutrennee stroenie krupnykh sputnikov* (Jupiter and Saturn Systems: Formation, Composition, and Internal Structure of Large Satellites), Moscow: Izd-vo LKI, 2009 (Russian).
248. *Kuskov, O.L., Kronrod, V.A., Kronrod, E.V.*, 2014. Thermo-chemical constraints on the interior structure and composition of the lunar mantle. *PEPI*, 235, 84-95. doi:10.1016/j.pepi.2014.07.011.
249. *Le Maistre S., Rosenblatt P., Rambaux N., Castillo-Rogez J.C., Dehant D., Marty J-C.*, 2013, Phobos interior from librations determination using Doppler and star tracker measurements. *Planetary and Space Science*, 85, 106–122
250. *Le Maistre, S., Rosenblatt, P., Rivoldini, A., Dehant, V., Marty, J.-C., Karatekin, Ö.*, 2012. Lander radio science experiment with a direct link between Mars and the Earth. *Planetary and Space Science*, 68, 105–122,
251. *Le Bars, M., M. A. Wieczorek, Ö. Karatekin, D. Cébron, M. Laneuville* 2011, An impact-driven dynamo for the early Moon, *Nature*, 479, 215–218
252. *Lainey, V., Arlot, J.E., Vienne, A., Karatekin, O., Van Hoolst, T.*, 2009. Strong tidal dissipation in Io and Jupiter from astrometric observations. *Nature*, 459, 957– 959.
253. *Lambeck K.*, 1988, *Geophysical Geodesy*, Oxford Univ. Press, p. 718.

254. Laneuville, M., Wieczorek, M. A., Breuer, D., Tosi, N., 2013. Asymmetric thermal evolution of the Moon. *J. Geophys. Res. Planets* 118, 1435–1452
255. Laneuville, M., Wieczorek, M.A., Breuer, D., Aubert, J., Morard, G., Rckriemen, T., 2014. A long-lived lunar dynamo powered by core crystallization *Earth Planet. Sci. Lett.*, 401, 251, doi:10.1016/j.epsl.2014.05.057.
256. Laskar, J., 1988, Frequency Map analysis. *A&A*, 198, 341
257. Laskar, J., 2003. Frequency Map Analysis and Quasiperiodic Decompositions. *ArXiv Mathematics e-prints* arXiv:math/0305364.
258. Laskar, J., 2005, in *Frequency Map analysis and quasi periodic decompositions*, ed. D. Benest, C. Froeschler, & E. Lega, Hamiltonian Systems and Fourier Analysis. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers
259. Lemoine, F.G., et al., 2013 High-degree gravity models from GRAIL primary mission data, *J. Geophys. Res.*, 118, 1676, doi:10.1002/jgre.20118.
260. Li W., Gusev A., J. Ping., 2014, “Free and Forced Librations of Two-Layer Moon”. *Deep Space Exploration*, v.1(3) p.1-6 (Chinese)
261. Lognonné P., Johnson, C., 2007. Planetary seismology, in treatise in geophysics. In: Shubert G. (Ed.), *Planets and Moons*, 10. Elsevier, pp. 69–122.
262. Lognonné P., LeFeuvre M., Johnson, C.L., Weber R.C., 2009. Moon meteoritic seismic hum: steady state prediction. *Journal of Geophys. Res.* 114, E12003
263. Margot, J.L. et al., 2012. Mercury’s moment of inertia from spin and gravity data. *J. Geophys. Res.* 117, E00L09.
264. Markov Yu. G. The Evolution of a Rotational Motion of an Elastic-Rigid Body about a Fixed point in a Gravitational Field / Yu.G.Markov, S.A.Hafeez // *Mechanics Research Communications*. – 1998. – Vol. 25. – №. 6. – P. 643 – 651.
265. Martini M. et al., 2012, MoonLIGHT: A USA–Italy lunar laser ranging retroreflector array for the 21st century. *Planetary and Space Science*, 74, 276–282
266. Matsumoto, K., et al. (2010), An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features, *J. Geophys. Res.*, 115, E06007
267. Matsuyama, I., 2013, Fossil figure contribution to the lunar figure, *Icarus*, 222, 411–414
268. McKinnon W.B., 2013, The shape of Enceladus as explained by an irregular core: Implications for gravity, libration, and survival of its subsurface ocean. *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH: PLANETS*, v. 118, 1775–1788
269. Melosh, H. J., et al., 2013, The origin of lunar mascon basins, *Science*, 340, 1552–1555
270. Meng, Z.G., Chen, S.B., Edward, M.O., et al., 2010, Research on water ice content in Cabeus crater using the data from the microwave radiometer onboard Chang’E-1 satellite. *Sci. China Phys. Mech. Astron.* 53, 2172–2178
271. Meng Zh., Ping J., Gusev A., Cai Zh., Chen S., 2014, Research on microwave emission features of Mare Orientale using CELMS data. *Deep Space Exploration*, v.1(3) p.211-216

272. *Mercer, C.N., Treiman, A.H., Joy, K.*, 2013. New lunar meteorite North west Africa 2996: A window into far side highlands lithologies and petrogenesis. *Meteorit. Planet. Sci.* 48, 289–315.
273. *Meyer, J., Wisdom, J.*, 2010. Coupled thermal–orbital evolution of the early Moon. *Icarus* 208, 1–10.
274. *Meyer, J., and J. Wisdom*, 2011, Precession of the lunar core, *Icarus*, v.211, p.921–924
275. *Migus A.* 1980, Analytical lunar libration tables. *The Moon and the Planets*. v. 23, p. 391 – 427.
276. *Miljkovic, K., Wieczorek, M.A., Gareth, S.C., Laneuville, M., Neumann, G.A., Melosh, H.J., Solomon, S.C., Phillips, R.J., Smith, D.E., Zuber, M.T.*, 2013. Asymmetric distribution of lunar impact basins caused by variations in target properties. *Science*, 342, 724–726.
277. *Mitrofanov, I.G., Sanin, A.B., Boynton, W.V., et al.*, 2010, Hydrogen mapping of the lunar South pole using the LRO neutron detector experiment LEND. *Science* 330 (6003), 483–486, 2010.
278. *Mohr, P. J., B. N. Taylor, D. B. Newell*, 2012, CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010, *Rev. Mod. Phys.*, 84, 1527–1605,
279. *Molodensky M.S.* 1961, The theory of nutation and diurnal Earth tides. *Commun. Obs. R. Belg.*, p. 25 – 56.
280. *Moons M.*, 1982, Analytical theory of libration of the Moon . *CMDA*, p. 131 – 142.
281. *Moons M.* 1982, Analytical theory of libration of the Moon. *The Moon and the Planets*, v. 27, p. 257 – 284.
282. *Moons M.* 1984, Planetary perturbations on the libration of the Moon. *CMDA*, p. 263.
283. *Moons-Dubois M.*, 1984, Theory of the libration of the Moon. *Dynamical Trapping and Evolution in Solar System*, p. 37.
284. *Morrison D.A.*, 1995, Global science first: the rational approach to exploring the Moon. *Annales Geophysicae EGS*, v. 13, part III., p. 761.
285. *Murphy, T.W., Adelberger, E.G., Battat, J.B.R., Hoyle, C.D., Johnson, N.H., McMillan, R.J., Michelsen, E.L., Stubbs, C.W., Swanson, H.E.*, 2011. Laser ranging to the lost Lunokhod 1 reflector. *Icarus*, 211 (2), 1103–1108.
286. *Murphy, T. W.*, 2013, Lunar laser ranging: the millimeter challenge, *Rep. Prog. Phys.*, 76, 076901, doi:10.1088/0034-4885/76/7/076901
287. *Murray C.D.* 1999, *Solar System Dynamics*. Cambridge Univ. Press, 592p.
288. *Nakamura, R. et al.*, 2012, Compositional evidence for an impact origin of the Moon's Procellarum basin. *Nature Geosci.* 5, 775–778
289. *Namiki N.* 2008, Initial Results of Gravity Experiment by Four-Way Doppler Measurement. Abstracts of the 2-nd KAGUYA (SELENE) Working Meeting. January 15 – 18. Tokyo, Japan.

290. *Namiki N., T. Iwata, K. Matsumoto et al.*, 2009, Farside Gravity Field of the Moon from Four-Way Doppler Measurements of SELENE (Kaguya), *Science*, v.323, pp. 900 – 905
291. NASA, 2008. A standardized Lunar coordinate system for the Lunar Reconnaissance Orbiter and lunar datasets. LRO Project and LGCWG White Paper Version 5. <<http://lunar.gsfc.nasa.gov/library/LunCoordWhitePaper-10-08.pdf>>.
292. *Nazarov, M.A., Aranovich, L.Ya., Demidova, S.I., Ntaflos, T., Brandstter, F.*, 2011. Aluminous enstatites of lunar meteorites and deep-seated lunar rocks. *Petrology*, 19, 1–13.
293. *Neishtadt A.I.*, 2002, Evolution of comet nucleus rotation. *Icarus*, p. 205 – 218.
294. *Neishtadt A.I., V.V.Sidorenko*, 2004, Wisdom system: dynamics in the adiabatic approximation. *Cel. Mech. and Dynamical Astronomy*, v. 90, p. 307 – 330.
295. *Neumann, G. A.*, 2013, LRO Lunar Orbiter Laser Altimeter, PDS release of 15 March. [Available at http://imbrium.mit.edu/DATA/LOLA_SHADR/.]
296. *Newhall X.X.* 1997, Estimation of the lunar physical librations. *Cel. Mech. & Dyn. Astron.*, v. 66, p. 21 – 30.
297. *Nimmo, F., U. H. Faul, and E. J. Garnero.* 2012, Dissipation at tidal and seismic frequencies in a melt-free Moon, *J. Geophys. Res.*, 117, E09005
298. *Nishida K., Kono Y., Terasaki H, Takahashi S., Ishii M., Shimoyama Y, HigoY., FunakoshiK., Irifune T., Ohtani E.*, 2013, Sound velocity measurements in liquid Fe–S at high pressure: Implications for Earth’s and lunar cores. *Earth and Planetary Science Letters*, 362, 182–186
299. *Noda H., Heki K., Hanada H.* (2008) In situ Lunar Orientation Measurement (ILOM), Simulation of observation. *Adv. Space Res.* V.41, 358-362.
300. *Noir, J., Hemmerlin, F., Wicht, J., Baca, S.M., Aurnou, J.M.*, 2009. An experimental and numerical study of librationaly driven flow in planetary cores and oceans. *Phys.Earth Planet. Inter.* 173, 141–152.
301. *Noyelle B, Ö. Karatekin, N. Rambaux*, 2011, The rotation of Mimas. *A&A*, 536, A61
302. *Oberst J., et al.*, 2012. GETEMME—a mission to explore the Martian satellites and the fundamentals of solar system physics. *Experimental Astronomy*, 34, 243–271
303. *Ohtake, M., et al.*, 2009. The global distribution of pure anorthosite on the Moon. *Nature*, 461, 236–240.
304. *Ohtake,M., Takeda,H., Matsunaga,T., Yokota,Y., Haruyama,J., Morota,T., Yamamoto,S., Ogawa,Y., Hiroi,T., Karouji,Y., Saiki,K., Lucey,P.G.*, 2012. Asymmetric crustal growth on the Moon indicated by primitive far side highland materials. *Nat. Geosci.* 5, 384–388.
305. *Ono, T., Kumamoto, A., Nakagawa, H., Yamaguchi, Y., Oshigami, S., Yamaji, A., Kobayashi, T., Kasahara, Y., Oya, H.*, 2009, Lunar Radar Sounder observations of subsurface layers under the nearside maria of the moon.. *Science*, 323,

306. *Ooe M., Hanada H.*, Tidal Deformation of the Moon (1992) *J. Phys. Earth*, 40, 525–534
307. *Origin of the Moon.*, 1986, Eds. W.K. Hartmann, R.J. Phillips, G.J. Taylor. Lunar & Planet. Inst, Houston, 781pp.
308. *Origin of the Earth and Moon*, 2000, Eds. R.M. Canup, R. Righter. Univ. of Arizona, Tucson, 555pp.
309. *Peale S.J.*, 1968. Generalized Cassini's laws. *Astron. J.* 74, 483–489.
310. *Peale S.J.*, 1976, Excitation and relaxation of the wobble, precession, and libration of the Moon. *JGR*, p. 1813 – 1827.
311. *Peale S.J.*, 1978, Contribution of tidal dissipation to lunar thermal history. *Icarus*, p. 245 – 269.
312. *Peale S.J.*, 1999, Origin and evolution of the natural satellites. *Ann. Rev. Astron. Astrophysics*, v. 33, p. 533 – 602.
313. *Peale S.J.*, 2007, Long-period forcing of Mercury's libration in longitude. *Icarus*, p. 365 – 373.
314. *Peale S., Margot J-L., Hauck II S.A., Solomon S.C.*, 2014, Effect of core–mantle and tidal torques on Mercury's spin axis Orientation. *Icarus*, 231, 206–220.
315. *Petrova N.* 1996, Analytical extension of lunar libration tables. *Earth, Moon and Planets*, v. 73, № 1, p. 71 – 99.
316. *Petrova N.* 1997, Lunar Libration Tables and Determination of Crater Coordinates. *Proc of IAU Colloq. 165*, Poznan: Kluwer Academic Publ., p. 281 – 286.
317. *Petrova N., A. Gusev*, 1999, Free core nutation of the Moon. *Proc. of Int. Conf. «Geom. of Phys. IV»*, Kazan, p. 276 – 282.
318. *Petrova N., A. Gusev*, 2001, Modelling of some parameters of the lunar ecliptical core on the basis of free core nutation of the Moon. *Proc. of Conf. «ASTROKAZAN'2001»*, September 24 – 28, Kazan, p. 265 – 270.
319. *Petrova N., Gusev A.*, 2001, New Trends in the Development of the Lunar Physical Libration Theory. *Cel. Mech. and Dyn. Astr.*, v.80, Issue 3/4, p. 215 – 225.
320. *Petrova N., Gusev A.* 2007, Core-Mantle Dissipation and Free Libration in the Two Layer Moon, 38th Lunar & Planetary Sci. Conf., Houston, #2199, p.1-2
321. *Petrova N., Gusev A., Hanada H., Kawano N.*, 2008, "Free librations of the two-layer Moon and the possibilities of their detection" *Advances in Space Research*, v. 42, p. 1398–1404,
322. *Petrova N., Gusev A., Ping J.S., Ivanova T., Hanada H., Kawano N., Su X.*, 2012, Lunar project ILOM: application of the analytical theory of Lunar physical libration for the simulation of star observations. *Sci China-Phys Mech Astron*, 55(5): 888–891;
323. *Petrova N., H. Hanada.*, 2012a. Computer simulating of stellar track for observations with the lunar polar telescope. *Planet. Space. Sci.*, 68, 86–93
324. *Petrova N., T. Abdulmyanov, H. Hanada.*, 2012b. Some qualitative mani-

fistations of the physical libration of the Moon by observing stars from the lunar surface. *Adv. Space Res.*, 50, 1702-1711.

325. *Petrova N., Nefedyev Yu., Demin S., Gusev A.*, 2013. Lunar studies at Kazan University: trends, results and prospects. I. Physical libration., Scientific notes of Kazan university. Ser. Physics and Mathematics science. v.155, p.19-35 (Russian)

326. *Ping, J. S., Q. Huang, J. G. Yan, J. F. Cao, G. S. Tang, and R. Shu*, 2009, Lunar topographic model CLTM-s01 from Chang'E-1 laser altimeter, *Sci. China G*, 52, 1105–1114

327. *Poincare H.*, 1910, Sur la precession des corps deformables / H.Poincare // *Bull. Astron.*, p. 321 – 356.

328. *Pollack, J. B.*, 1996, *Icarus*, p. 124.

329. *Potts L.V.*, 2003, Comprehensive mass modeling of the Moon from spectrally correlated free-air and terrain gravity data. *J. Geoph., Res.*, v.108, p.5.1 – 5.27.

330. *Purucker, M.E.*, 2008. A global model of the internal magnetic field of the Moon based on lunar prospector magnetometer observations. *Icarus* 197, 19–23.

331. *Radau, R.*, 1885, Sur la loi des densites a interieur de la Terre. *C.R. Acad. Sci. Paris*, 100, 972-974

332. *Rai N., Westrenen W.*, 2014, Lunar core formation: New constraints from metal–silicate partitioning of siderophile elements. *Earth and Planetary Science Letters*, 388, 343–352

333. *Rambaux N.* 2004, Theory of the Mercury's spin-orbit motion and analysis of its main librations. *Astronomy&Astrophysics*, v. 413, p. 381 – 393.

334. *Rambaux, N., Castillo-Rogez, J.C., Williams, J.G., Karatekin, O.*, 2010, The librational response of Enceladus. *Geophys. Res. Lett.* 37, 4204.

335. *Rambaux, N., J. G. Williams*, 2011, The Moon's physical librations and determination of their free modes, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, 109, 85–100

336. *Rambaux, N., Van Hoolst, T., Karatekin*, 2011, Librational response of Europa, Ganymede, and Callisto with an ocean for a non-Keplerian orbit. *Astron. Astrophys.*, v.527, p.A118.

337. *Rambaux N., J. C. Castillo-Rogez, S. Le Maistre, P. Rosenblatt.* 2012, Rotational motion of Phobos. *A&A*, v.548, p.A14

338. *Rhoden, A.R., Militzer, B., Huff, E.M., Hurford, T.A., Manga, M., Richards, M.A.*, 2010. Constraints on Europa's rotational dynamics from modeling of tidally-driven fractures. *Icarus*, v. 210, p.770–784.

339. *Rhoden, A.R., Hurford, T.A., Manga, M.*, 2011. Strike-slip fault patterns on Europa: Obliquity or polar wander? *Icarus*, v.211, p.636–647.

340. *Richard A., Rambaux N., Charnay B.*, 2014, Librational response of a deformed 3-layer Titan perturbed by non-Keplerian orbit and atmospheric couplings. *Planetary and Space Science*, v.93-94, p.22–34

341. *Richardson D.L.*, 1988, An interactive Poisson series processor for personal computing system. *Celest. Mech.*, . v. 45, № 1 – 3, p. 267 – 274.

342. *Richmond, N.C., Hood, L.L.*, 2008. A preliminary global map of the vector

lunar crustal magnetic field based on lunar prospector magnetometer data. *J. Geophys. Res.*, 113

343. *Rivoldini, A., Van Hoolst, T.*, 2009, The interior structure of Mercury and its core sulfur content, *Icarus*, 201, 12-30

344. *Rizvanov N., A.Gusev, N.Petrova*, 1999, Modern advances and problems in the investigations of the lunar figure (Review). *Proc. Int. Conf. Geom. Phys. IV*, Kazan, p. 95 – 106.

345. *Rizvanov N.G.*, 1999, History of development of selenodesy and dynamics of the Moon in Kazan. *Proc. of Int. Conf «Geometrization of Physics IV»*. – Kazan state university, October 4 – 8, v. 2, p.168 – 178.

346. *Roberts, J. H., F. Nimmo*. 2008, Tidal heating and the long-term stability of a subsurface ocean on Enceladus, *Icarus*, 194, 675–689.

347. *Robutel P., Rambaux N., Castillo-Rogez J.*, 2011. Analytical description of physical librations of saturnian coorbital satellites Janus and Epimetheus. *Icarus*, 211, 758–769.

348. *Runcorn S.K.*, 1996, The formation of the lunar core. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, v. 60, № 7, p. 1205 – 1208.

349. *Sakamaki, T., Ohtani, E., Urakawa, S., Suzuki, A., Katayama, Y., Zhao, D.*, 2010. Density of high-Ti basalt magma at high pressure and origin of heterogeneities in the lunar mantle. *Earth Planet. Sci. Lett.*, 299, 285–289.

350. *Sanloup, C., F. Guyot, P. Gillet, G. Fiquet, M. Mezouar, I. Martinez* , 2000, Density measurements of liquid Fe-S alloys at high pressure, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 811–814

351. *Sanloup, C., F. Guyot, P. Gillet, Y. Fei*, 2002, Physical properties of liquid Fe alloys at high pressure and their bearings on the nature of metallic planetary cores, *J. Geophys. Res.*, 107, 2272

352. *Schubert G. et al.,*, 2001, Mantle convection in the Earth and Planets. Cambridge Univ. Press, 940pp.

353. *Shea, E., Weiss, B., Cassatta, W., Shuster, D., Tikoo, S., Gattacceca, J., Grove, T., Fuller, M.*, 2012. A long-lived lunar core dynamo. *Science*, 335, 453–456.

354. *Sidorenko V.V.*, 1994, Capture and escape from resonance in the dynamics of the rigid body in viscous medium. *J. Nonlinear Science*. v. 4. p. 35 – 57.

355. *Sidorenko V.V.*, 1997, Evolution of the rotational motion of a planet with a liquid core. *Dynamics and Astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies*. I.M.Wytrzyszczak, J.H.Lieske, R.A.Feldman. Kluwer Academic Publ., p. 313 – 318.

356. *Sidorenko V.V., A.I.Neishtadt*, 2003, Wisdom system: dynamics in the adiabatic approximation. *Proc. Joint Int.Conf. «New geometry of Nature»*., v. I, Kazan sUniversity, Kazan. Aug. 25 – Sept. 5., 2003. p.191 – 196.

357. *Singer S.F.*, 1968, *Geophys. J. Res.*, p. 205.

358. *Singer S.F.*, 1977, *Earth Sci., Rev.* 13, p. 171.

359. *Shea, E. K., B. P. Weiss, W. S. Cassata, D. L. Shuster, S. M. Tikoo, J. Gattacceca, T. L. Grove, M. D. Fuller*, 2012, A long-lived lunar core dynamo, *Science*,

360. Shimizu *H.*, M. Matsushima, F. Takahashi, H. Shibuya, H. Tsunakawa. 2013, Constraint on the lunar core size from electromagnetic sounding based on magnetic field observations by an orbiting satellite. *Icarus*, 222, 32–43

361. Schmidt D.S. 1980, The main problem of lunar theory solved by the method of Brown. *The Moon and the Planets*, v. 23, p. 135 – 164.

362. Smith D.E., 1995, The topography and gravity of the Moon from Clementine. *Annales Geophysicae EGS*, v. 13, part III, p. 763.

363. Soffel M.H., 1989, Relativity in astrometry, celestial mechanics and geodesy. Springer, Berlin, 234pp.

364. Souchay J. 2003, Effects of the triaxiality on the rotation of bodies: application to the Earth, Mars, and Eros, *Earth, Moon and Planet.*, p. 107 – 144.

365. Spohn T., 2001, The longevity of lunar volcanism: Implication of thermal evolution calculation with 2D and 3D models. *Icarus*, v. 149, p. 54 – 65.

366. Spohn T., 2001, Interior structure of Mercury. *Plan. Space Sci.*, v.49. p.1561 – 1570.

367. Stacey, F. D., Anderson, O. L., Aug. 2001. Electrical and thermal conductivities of Fe-Ni-Si alloy under core conditions. *Phys. Earth Planet. Inter.* V.124 (3-4), p. 153-162.

368. Standish, E. M., and J. G. Williams, 2012, Orbital ephemerides of the Sun, Moon, and planets, in *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, 3rd ed., edited by S. Urban and P. K. Seidelmann, pp. 305–345, Univ. Science Books, Mill Valley, Calif. [Available at <http://iau-comm4.jpl.nasa.gov/XSChap8.pdf>.]

369. Stegman D.R., 2003, An early lunar core dynamo driven by thermochemical mantle convection. *Nature*, v. 421, p. 143 – 146.

370. Stevenson D.J., 1983, Magnetism and thermal evolution of the terrestrial planets. *Icarus*, v. 54, p. 466 – 489.

371. Suavet, C., B. P. Weiss, W. S. Cassata, D. L. Shuster, J. Gattacceca, L. Chan, I. Garrick-Bethell, J. W. Head, T. L. Grove M. D. Fuller, 2013, Persistence and origin of the lunar core dynamo, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 110(21), 8453–8458.

372. Takahashi, F., Tsunakawa, H., 2009. Thermal core–mantle coupling in an early lunar dynamo: Implications for a global magnetic field and magnetosphere of the early Moon. *Geophys. Res. Lett.* 36, L24202.

373. Tarasevich S.V., 1997, A Package for General Relativity Symbolic Manipulations Based on ANALYTIC-74 Language for MIR-3 Computer. 8-th Intern. Conf. on General Relativity and Gravit., Abstracts. Univ. of Waterloo, Canada, p. 330.

374. Tajeddine R., N. Rambaux, V. Lainey, S. Charnoz, A. Richard, A. Rivoldini, B. Noyelles, 2014, Constraints on Mimas' interior from Cassini ISS libration measurements. *Science*, 346, 322-324

375. Taylor, S.R., 2014. The Moon re-examined. *Geochim. Cosmochim. Acta*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.gca.2014.06.031>.

376. *Tikoo S., Weiss B., Buz J., Lima E., Shea E., Melo G., Grove T.* 2012, Magnetic fidelity of lunar samples and implications for an ancient core dynamo Earth and Planetary Science Letters, v. 337–338, 93–103
377. *Toksöz M.N.* Thermal Evolution of the Terrestrial Planets / M.N.Toksöz, T.H.Albert, D.H.Jonston // *The Moon.* – 1978. – P. 281 – 320.
378. *Touma J., J.Wisdon,* 1983, The chaotic obliquity of Mars. *Science*, v. 259, p. 1294 – 1297.
379. *Touma J., J.Wisdon,* 1984, Evolution of the Earth-Moon system. *Astron.J.* v. 108, p. 1943 – 1961.
380. *Touma J., J.Wisdon,* 1998, Resonances in the early evolution of the Earth-Moon system. *Astron.J.* , v. 115, p. 1653 – 1663.
381. *Tsunakawa, H. et al.,* 2010. Lunar magnetic field observation and initial global mapping of lunar magnetic anomaly by MAP-LMAG on board SELENE (Kaguya). *Space Sci. Rev.* 154, 219–251.
382. *Tyler, R.H.,* 2009. Ocean tides heat Enceladus. *Geophys. Res. Lett.*, 36, L15205.
383. *Tyler, R.,* 2011. Tidal dynamical considerations constrain the state of an ocean on Enceladus. *Icarus*, 211, 770–779.
384. *Turyshchev S. G.,* 2009. *Usp. Fiz. Nauk*, v.179, p.3.
385. *Turyshchev S., Farr, W., Folkner, W., Girerd, A., Hemmati, H., Murphy, T., Williams, J., Degnan, J.,* 2010. Advancing tests of relativistic gravity via laser ranging to Phobos. *Experimental Astronomy*, 28(2), 209–249
386. *Van Hoolst T. et al.,* 2000, Chandler wobble and free core nutation for Mars. *Planetary and Space Sci.* , v. 48, p. 1145 – 1151.
387. *Van Hoolst, T.,* 2007, *Rotation of Terrestrial Planets: Treatise on Geophysics*, v.10, Planets & moon. Elsevier, 32pp.
388. *Van Hoolst, T., N. Rambaux, O.Karatekin, V. Dehant, A. Rivoldini,* 2008, The librations, shape and icy shell of Europa. *Icarus*, 195, 386-399
389. *Van Hoolst, T., Rambaux, N., Karatekin, O., Baland, R.-M.,* 2009. The effect of gravitational and pressure torques on Titan's length-of-day variations. *Icarus*, 200, 256–264.
390. *Van Hoolst, T.A., Rivoldini, R.M., Baland, M., Yseboodt,* 2012. The effect of tides and an inner core on the forced longitudinal librations of Mercury. *Earth Planet Sci. Lett.*, 83–90.
391. *Van Hoolst T., Baland R-M., Trinh A.,* 2013, On the librations and tides of large icy satellites. *Icarus*, 226, 299–315
392. *Varadi F.,* 2005, Normal modes of synchronous rotation. *Icarus*, p.235 – 249.
393. *Wahr J., Selva Z.A., Mullen M.E., Barr A.C., Collins G.C., Selva M.M., Pappalardo R.T.,* 2009. Modeling stresses on satellites due to nonsynchronous rotation and orbital eccentricity using gravitational potential theory. *Icarus* 200, 188–206.

394. Ward, W.R., 1975. Past orientation of the lunar spin axis. *Science*, v.189, p. 377–379
395. Ward W. R., 1997. *Icarus*, p. 261–269.
396. Watters, T.R., Johnson, C.L. *Lunar tectonics*, in: Watters, T.R., Schultz, R.A. (Eds.), 2010a. *Planetary Tectonics*, Cambridge University Press, pp.121–182
397. Watters, T.R., Robinson, M.S., Beyer, R.A., Banks, M.E., Bell, J.F., Pritchard, M.E., Hiesinger, H., Bogert, C.H.V., Thomas, P.C., Turtle, E.P., Williams, N.R., 2010b, Evidence of recent thrust faulting on the moon revealed by the lunar reconnaissance orbiter camera. *Science* 329, 936–940
398. Weber, R. C., P.-Y. Lin, E. J. Garnero, Q. Williams, and P. Lognonne (2011), Seismic detection of the lunar core, *Science*, 331, 309–312
399. Wenjing, J. and Jinling, L., 1996, Determinations of Some Physical Parameters of the Moon with Lunar Lazer Ranging Date, *Earth, Moon Planets*, v. 73, pp. 259–265.
400. Wieczoreck M., 2006, The constitution and structure of the lunar interior. *New Views of the Moon*, p. 221 – 364.
401. Wieczorek, M.A., Neumann, G.A., Nimmo, F., et al., 2013, The crust of the Moon as seen by GRAIL. *Science* 339, 671–675
402. Williams J.G. 1977, Results from lunar laser ranging (summary only), *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, p. 587.
403. Williams J.G. 1973, Lunar physical librations and laser ranging. *The Moon*. v. 8, p. 469 – 474.
404. Williams J.G., 2001, Lunar rotational dissipation in solid body and molten core. *J. Geoph. Res.*, v. 106, № E11, p. 933 – 968.
405. Williams J.G., 2003, Lunar geophysics, geodesy and dynamics. *Proc. of 13th Int. Workshop on Laser Ranging*, p. 1 – 13.
406. Williams J.G., 2006, Lunar laser ranging science: Gravitational physics and lunar interior and geodesy. *Advance of Space Res.*, v. 37, p. 67 – 71
407. Williams, J. G., D. H. Boggs, and W. M. Folkner, 2008, DE421 Lunar Orbit, Physical Librations, and Surface Coordinates, IOM 335-JW,DB,WF-20080314-001, Jet Propul. Lab., Pasadena, Calif., 14 March
408. Williams J.G., Boggs, D., H., 2009, Lunar core and mantle, What does LLR see? *Proc. of 16th Int. Workshop on Laser Ranging*, Oct. 13-17, 2008, Poznan, Poland, 18pp
409. Williams, J.G., Turyshev, S.G., Baran, R.T., Birnbaum, K.M., Currie, D., Folkner, W.M., Gutt, G.M., Hanada, H., Hemmati, H., Merkowitz, S.M., Nordtvedt, K.L., Murphy, T.W., Müller, J., Rambaux, N., Shelus, P.J., Somawardhana, R., Spero, R., 2010. *Lunar Science and Lunar Laser Ranging. A White Paper to the Planetary Science Decadal Survey*, p. 7.
410. Williams, J. G., D. H. Boggs, and J. T. Ratcliff . 2012, Lunar moment of inertia, Love number and core, *Lunar Planet. Sci. Conf.*, XXXXIII, Abstract 2230.

411. Williams J.M., D. H. Boggs, W. M. Folkner, 2013. DE430 Lunar Orbit, Physical Librations, and Surface Coordinates. *Interoffice Memorandum, IOM335-JW,DB, WF-2013, 0722-016*
412. Williams, J. G., D. H. Boggs, J. T. Ratcliff, 2014, Free libration modes of a structured Moon, Abstract 1579 presented at Lunar and Planetary Science Conference, XLV, The Woodlands, TX, 17–21 March.
413. Williams, J. G., A. S. Konopliv, D. H. Boggs, R. S. Park, D.-N. Yuan, F. G. Lemoine, S.Goossens, E., M. T. Zuber, 2014, Lunar interior properties from the GRAIL mission, *J. Geophys. Res.*, 119, 1546. doi: 10.1002/2013JE004559
414. Williams, J. G., D. H. Boggs, 2015, Tides on the Moon: Theory and determination of dissipation, *J. Geophys. Res. Planets*, 120, doi:10.1002/2014JE004755.
415. Wieczorek, M. A. *et al.*, 2013, The crust of the Moon as seen by GRAIL. *Science*, 339, 671–675
416. Wieczorek, M., Weiss, B., Stewart, S., 2012. An impactor origin for lunar magnetic anomalies. *Science* , 335, 1212–1215
417. Wijers R. A. M. J. *et al.*, 1992, *Nature*, p.. 593.
418. Wisdom J., 2006, Dynamics of the lunar spin axis. *AJ.*, v. 131, p. 1864 – 1871.
419. Wisdom, J., 2008. Tidal dissipation at arbitrary eccentricity and obliquity. *Icarus*, 193, 637–640.
420. Wolt M. K. *et al.*, 2012, Radio astronomy with the European Lunar Lander: Opening up the last unexplored frequency regime. *Planetary and Space Science*, 74, 167–178
421. Xu, S., Crossley, D., Szeto, 2000, Variations in length of day and inner core differential rotation from gravitational coupling. *Phys. Earth Planet. Int.*, 117, 95-110
422. Yamada R., Garcia R., Lognonné P, Kobayashi N., Takeuchi N., Nébut T., Shiraishi H., Calvet M., Ganepain-Beyneix J., 2013, On the possibility of lunar core phase detection using new seismometers for soft-landers in future lunar missions. *Planetary and Space Science*, v.81, p. 8–31
423. Yamamoto, S., Nakamura, R., Matsunaga, T., Ogawa, Y., Ishihara, Y., Morota, T., Hirata, N., Ohtake, M., Hiroi, T., Yokota, Y., Haruyama, J., 2010. Possible mantle origin of olivine around lunar impact basins detected by SELENE. *Nature Geoscience*, v.3, p.533–536.
424. Yamamoto, S., Nakamura, R., Matsunaga, T., Ogawa, Y., Ishihara, Y., Morota, T., Hirata, N., Ohtake, M., Hiroi, T., Yokota, Y., Haruyama, J., 2012. Massive layer of pure anorthosite on the Moon. *Geophys. Res. Lett.* 39. <http://dx.doi.org/10.1029/2012GL052098>.
425. Yan J., Baur O, Li F., Ping J., 2013, Long-wavelength lunar gravity field recovery from simulated orbit and inter-satellite tracking data. *Advances in Space Research*, 52, 1919–1928
426. Yan, J.G., Goossens, S., Matsumoto, K., *et al.*, 2012, CEGM02: an improved lunar gravity model using Chang'E-1 orbital tracking data. *Planet.Space Sci.*

427. *Yoder C.F.*, 1981, The free librations of a dissipative Moon. *Phil.Trans. R. Soc. Lond. Series A.*, p. 327 – 338.

428. *Yoder C.F.*, 2006. A global solution for the Mars static and seasonal gravity. Mars orientation, Phobos and Deimos masses and Mars ephemeris. *Icarus*, p. 23 – 50.

429. *Yseboodt M., J.-L. Margot*, 2006. Evolution of Mercury's obliquity. *Icarus*, p. 327 – 337.

430. *Zhang, J., Dauphas, N., Davis, A.M., Leya, I., Fedkin, A.*, 2012. The proto-Earth as a significant source of lunar material. *Nat. Geosci.*, v. 5, p.251–255.

431. *Zhang, N., Parmentier, E.M., Liang, Y.*, 2013. A 3-D numerical study of the thermal evolution of the Moon after cumulate mantle overturn: The importance of rheology and core solidification. *J. Geophys. Res., Planets*, v.118, p.1–16.

432. *Zhong, S., M. T. Zuber, L. Moresi, M. Gurnis*, 2000a, Role of temperature-dependent viscosity and surface plates in spherical shell models of mantle convection, *J. Geophys. Res.*, 105(B5), 11,063–11,082.

433. *Zhong, S., E. M. Parmentier, M. T. Zuber*, 2000b, A dynamic origin for the global asymmetry of lunar mare basalts, *Earth Planet. Sci. Lett.*, v.177, p.131–140.

434. *Zhong, S., C. Qin, G. A. J. Wahr*. 2012, Can tidal tomography be used to unravel the long-wavelength structure of the lunar interior?, *Geophys. Res. Lett.*, v.39, L15201, doi:10.1029/2012GL052362.

435. *Zhao D., Arai T., Liu L., Ohtani E.*. 2012, Seismic tomography and geochemical evidence for lunar mantle heterogeneity: Comparing with Earth. *Global and Planetary Change*, v.90–91, p. 29–36

436. *Zieth, R., K. Seifert, H. Hiesinger*, 2009, Duration and extent of lunar volcanism: Comparison of 3D convection models to mare basalt ages, *Planet. Space Sci.*, v.57, p.784–796

437. *Zuber, M.T., Head, J.W., Smith, D.E., Neumann, G.A., Mazarico, E., Torrence M.H., Aharonson, O., Tye, A.R., Fassett, C.I., Rosenburg, M.A., Melosh, H.J.*, 2012. Constraints on the volatile distribution within Shackleton crater at the lunar south pole. *Nature*, v. 486, p.378–381

438. *Zuber, M.T., Smith, D.E., Lehman, D.H., et al.*, 2013a. Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL): Mapping the lunar interior from crust to core. *Space Sci. Rev.*, p.174

439. *Zuber, M.T., Smith, D.E., Watkins, M.M., et al.*, 2013b. Gravity field of the moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) mission. *Science* v.339, p.668–671