

4. Aissen M. *A class of superadditive functions* // Proc. Amer. Math. Soc. – 1952. – V. 4. – P. 360-362.
5. Payne L.E. *Isoperimetric inequalities and their applications* // SIAM Review. – 1967. – V. 9, № 3. – P. 453-488.

## ON SUPERADDITIVITY BY ESSEN FOR TORSIONAL RIGIDITY

L.I. Gafiyatullina

*In 1951, Essen obtained a result for torsional rigidity, which is called the superadditivity. This paper shows that the statement of Essen is also true for the Euclidean moments of domains with respect to their boundary of order  $p$ .*

Keywords: torsional rigidity, Euclidean moment of domain with respect to its boundary, isoperimetric inequality, distance to the boundary of domain.

УДК 004.42

**МЕТОДЫ СЕМАНТИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОЛЛЕКЦИЙ ЦИФРОВОЙ БИБЛИОТЕКИ LOBACHEVSKII-DML**П.О. Гафурова<sup>1</sup>, Е.К. Липачев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *polina.mannshtern@mail.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

<sup>2</sup> *elipachev@gmail.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

*Описан алгоритм формирования метаданных цифровых коллекций электронной библиотеки Lobachevskii DML. Учтена специфика этой библиотеки, построенной на основе парадигмы управления объектами, и часть метаданных сгенерирована в виде связей с внешними ресурсами. Разработаны инструменты, с помощью которых в набор метаданных добавлены связи авторов документов с их профилями на MathNet.ru, Google Scholar и др. Предложена система XSL-преобразований, позволяющих сгенерировать фундаментальный или обязательный набор метаданных в соответствии со схемами Европейской цифровой математической библиотеки EuDML.*

**Ключевые слова:** цифровая коллекция, цифровая математическая библиотека, метаданные, семантический метод, Lobachevskii DML, Европейская цифровая математическая библиотека, Всемирная цифровая математическая библиотека.

Переход к распространению научных знаний через Интернет, происходящий в настоящее время, принято обозначать как новую научную революцию [2]. Одним из направлений формирования глобальной научной инфраструктуры является создание специализированных электронных библиотек. Математические электронные библиотеки являются основой формирования цифровой инфраструктуры математических знаний. Принципы построения такой инфраструктуры оформлены в документах проекта Всемирной цифровой математической библиотеки – World Digital Mathematics Library (WDML) [3]. Основной задачей этого проекта является объединение в распределенной системе электронных коллекций всего корпуса цифровых математических документов. Определяющая роль в этом объединении отведена национальным электронным математическим библиотекам [3]. На

интеграцию европейских математических ресурсов направлен проект The European Digital Mathematics Library (EuDML, <https://initiative.eudml.org/>) [4], [5]. Этот проект является одним из этапов построения Всемирной цифровой математической библиотеки.

В соответствии с основными принципами WDML в Казанском университете создается электронная библиотека Lobachevskii Digital Mathematics Library (Lobachevskii-DML, <https://lobachevskii-dml.ru/>). Построение этой библиотеки предполагает разработку инструментов управления математическим контентом, учитывающих не только специфику математических текстов, но и особенности обработки русскоязычных текстов. Еще одной задачей этой библиотеки является интеграция математических ресурсов Казанского университета и их включение в глобальную научную инфраструктуру [5].

В настоящей работе представлены методы семантического представления цифровых коллекций электронной библиотеки Lobachevskii-DML. Практическим применением этих методов стало формирование метаданных документов коллекций в форматах, соответствующих схемам Journal Archiving and Interchange Tag Suite (NISO JATS) [6], что обеспечило подготовку фундаментальных (для части документов – обязательных) наборов метаданных по требованиям EuDML [7].

Приведем краткое описание алгоритма формирования метаданных цифровых коллекций электронной библиотеки Lobachevskii-DML. В настоящее время цифровые коллекции этой электронной библиотеки представлены метаданными, включающими как описание документов, так и информацию о физическом размещении документов в сети. Оцифрованные архивы нескольких журналов и сборников, издаваемых в Казанском университете, размещены на портале MathNet.Ru (<http://www.mathnet.ru/>) и снабжены метаописаниями. Отметим, что цифровые коллекции имеют различный состав метаданных, в частности, в статьях архивных коллекций до 2008 года отсутствуют ключевые слова и аннотации, а также другие данные, необходимые для формирования фундаментального набора метаданных EuDML.

На первом шаге алгоритма производится проверка состава метаданных документов цифровой библиотеки. С помощью программы, разработанной на C# с использованием функций пакета HtmlAgilityPack, выполняется импорт метаданных с портала MathNet.ru и запись в xml-формат для внутреннего хранения в библиотеке Lobachevskii-DML. Если описание документа не сопровождается англоязычными названием и списком авторов, то автоматически выполняется их транслитерация.

С использованием шаблонов описания журналов и сборников, разработанных нами в соответствии со схемами EuDML, производится создание обязательных наборов метаданных. Схема фундаментального набора метаданных EuDML, в дополнение к обязательному набору метаданных, предполагает наличие списка ключевых слов и аннотации. В статьях научных журналов до 2008 года эта информация, как правило, отсутствует и для ее извлечения из документов потребовалось применение инструментов текстовой аналитики. Имеющиеся в настоящее время сервисы структурного и семантического анализа позволили получить удовлетворительные результаты для основной части документов цифровой библиотеки [8], [9].

Далее, в состав метаданных включены идентификаторы авторов в базах Scopus,

Web of Science, eLibrary, ORCID, а также ссылки на их профили на сайте Казанского университета, Google Scholar и Matnet.Ru. С помощью XSL-преобразований полученные метаданные преобразованы также в форматы RIS, BIBTEX, dblp.xml и RDF triple.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 1.2368.2017/ПЧ, и при частичной финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан в рамках научного проекта № 18-47-160012.

## Литература

1. Bartling S. and Friesike S. *Towards Another Scientific Revolution* // In: Bartling S., Friesike S. (Eds) *Opening Science. The Evolving Guide on How the Internet is Changing Research, Collaboration and Scholarly Publishing*. Springer International Publishing, 2014. – P. 3–15.
2. *Developing a 21st Century Global Library for Mathematics Research*. – Washington, The National Academies Press, 2014. – 131 p.
3. Elizarov A. M., Lipachev E. K., Zuev D. S. *Digital Mathematical Libraries: Overview of Implementations and Content Management Services* // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – V. 2022. – P. 317–325.
4. Sylwestrzak W., Borbinha J., Bouche T., Nowiński A., Sojka P. *EuDML – Towards the European Digital Mathematics Library* // In: Sojka P. (ed.): *Towards a Digital Mathematics Library*. Paris, France, July 7-8th, 2010. Masaryk University Press, Brno, Czech Republic, 2010. – P. 11–26. URL: <https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/702569>.
5. Bouche T., Rákosník J. *Report on the EuDML External Cooperation Model* // In: Kaiser K., Krantz S., Wegner B. (Eds.): *Topics and Issues in Electronic Publishing, JMM, Special Session, San Diego, January 2013*. – P. 99–108.
6. Elizarov A. M., Lipachev E. K. *Lobachevskii DML: Towards a Semantic Digital Mathematical Library of Kazan University* // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – V. 2022. – P. 326–333.
7. *Journal Article Tag Suite. NISO JATS V1.0*. URL: <https://jats.nlm.nih.gov/1.0/>.
8. Jost M., Bouche T., Goutorbe C., Jorda J.-P. *D3.2: The EuDML metadata schema*. URL: <http://www.mathdoc.fr/publis/d3.2-v1.6.pdf>.
9. Елизаров А. М., Липачёв Е. К. *Семантические методы и инструменты электронной математической библиотеки Lobachevskii-DML* // Научный сервис в сети Интернет: труды XIX Всероссийской научной конференции. – М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2017. – С. 130–136.
10. Елизаров А. М., Зайцева Н. В., Зуев Д. С., Липачев Е. К., Хайдаров Ш. М. *Сервисы формирования метаданных цифровых документов в форматах международных наукометрических баз данных* // Научный сервис в сети Интернет: труды XX Всероссийской научной конференции. – М.: ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018. – С. 175–185.

## METHODS FOR THE SEMANTIC REPRESENTATION OF MATHEMATICAL COLLECTIONS OF THE LOBACHEVSKII DIGITAL MATHEMATICS LIBRARY

P.O. Gafurova, E.K. Lipachev

*We have described the algorithm for generating metadata of digital collections of the Lobachevskii Digital Mathematics Library. The specifics of this library based on the paradigm of managing objects were taken into account and a part of metadata was generated in the form of links to external resources. We developed tools that added links to collection of metadata that bind document authors with their*

*profiles on MathNet.ru, Google Scholar, and others. We proposed a system of XSL transformations of metadata to a fundamental set of metadata in accordance with the schemes of the European Digital Mathematics Library Library (EuDML).*

Keywords: digital collection, Digital Mathematics Library, metadata, semantic method, Lobachevskii DML, The European Digital Mathematics Library, EuDML, World Digital Mathematics Library, WDML.

УДК 514.762; 514.82

## О ГЛОБАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧНОСТИ РАССЛОЕННЫХ ЛОРЕНЦЕВЫХ МНОГООБРАЗИЙ

Т.А. Гончар<sup>1</sup>, Е.И. Яковлев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *gonchar.t.a@yandex.ru*; Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Институт информационных технологий, математики и механики

<sup>2</sup> *eyakovlev@hse.ru*; НИУ Высшая школа экономики, Кафедра фундаментальной математики

*Исследуются причинные свойства лоренцевой метрики, заданной на пространстве главного расслоения и инвариантной относительно действия структурной группы.*

**Ключевые слова:** главное расслоение, лоренцево многообразие, глобальная гиперболичность.

Пусть  $\xi = (E, p, B, G)$  — гладкое главное расслоение с проекцией  $p : E \rightarrow B$  и структурной группой  $G$ ,  $\dim B = n$ ,  $\dim G = k$ ,  $\dim E = m = n + k$ . Предположим, что на многообразии  $E$  задана лоренцева метрика  $g$ , инвариантная относительно действия группы  $G$  на  $E$ . Предположим, что слои расслоения  $\xi$  пространственноподобны относительно  $g$ .

Обозначим символом  $V_v$  вертикальное подпространство касательного пространства  $T_v E$ , состоящее из векторов, касающихся слоя  $G_v = p^{-1}(b)$ ,  $b = p(v)$ . При этом ортогональное дополнение  $H_v$  к подпространству  $V_v$  в псевдоевклидовом пространстве  $(T_v E, g_v)$  имеет размерность  $k$ . Соответствие  $H : v \rightarrow H_v$  является  $G$ -связностью на  $E$ . Пусть  $\omega$  — форма связности  $H$ .

Рассмотрим точку  $b \in B$  и касательные векторы  $X, Y \in T_b B$ . Для произвольной точки  $v \in p^{-1}(b)$  и горизонтальных лифтов  $X_v^*, Y_v^*$  векторов  $X, Y$  в точку  $v$  относительно  $H$  положим

$$h(X, Y) = g(X_v^*, Y_v^*).$$

Этим определена лоренцева метрика  $h$  на многообразии  $B$ .

Рассмотрим алгебру Ли  $\mathfrak{g}$  группы  $G$ . Если  $P, Q \in \mathfrak{g}$ , то им соответствуют фундаментальные векторные поля  $P^*, Q^*$  на  $E$ . Для произвольной точки  $v \in E$  положим  $\gamma_v(P, Q) = g(P_v^*, Q_v^*)$ . Очевидно, что  $\gamma_v$  — евклидова метрика на алгебре  $\mathfrak{g}$ . При этом для всех  $a \in G$  имеет место равенство  $\gamma_{v \cdot a}(P, Q) = \gamma_v(ad(a)P, ad(a)Q)$ .

Для произвольных  $\bar{X}, \bar{Y} \in T_v E$

$$g(\bar{X}, \bar{Y}) = \gamma_v(\omega(\bar{X}), \omega(\bar{Y})) + p^* h(\bar{X}, \bar{Y}).$$

Евклидова метрика на алгебре  $\mathfrak{g}$  определяет левоинвариантную риманову метрику на группе  $G$ . Поскольку соответствие между ними взаимно однозначно, их