

ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

научный журнал

Учредитель

ООО « ПРОФИЛЬ - 2С »

Издатель

ООО « ПРОФИЛЬ - 2С »

123060, Москва, 1-ый Волоколамский проезд, д. 15/16

тел/факс +7 (499) 196 18 49

e-mail: profill@profill.ru

сайт: www.profill.ru

Главный редактор

А. М. Баранов — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Красноярск

Шеф-редактор

Е. В. Савельев — кандидат физ.-мат. наук, РОССИЯ, Москва

Заместители главного редактора

Ю. Г. Игнатьев — профессор, доктор физико-математических наук, РОССИЯ, Казань

С. В. Сушков — доцент, доктор физико-математических наук, РОССИЯ, Казань

Редакционная коллегия

А. В. Аминова — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Казань

В. Г. Багров — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Томск

А. Б. Балакин — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Казань

Ю. С. Владимиров — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Москва

В. Д. Гладуш — профессор, доктор физ.-мат. наук, УКРАИНА, Днепрпетровск

А. К. Горбачевич — профессор, доктор физ.-мат. наук, БЕЛОРУСЬ, Минск

А. П. Ефремов — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Москва

М. П. Коркина — профессор, доктор физ.-мат. наук, УКРАИНА, Днепрпетровск

В. Н. Мельников — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Москва

А. В. Минкевич — профессор, доктор физ.-мат. наук, БЕЛОРУСЬ, Минск

Н. В. Мицкевич — профессор, доктор физ.-мат. наук, МЕКСИКА, Гвадалахара

С. В. Червон — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Ульяновск

Э. Шмутцер — профессор, ГЕРМАНИЯ, Йена

В. В. Шурыгин — профессор, доктор физ.-мат. наук, РОССИЯ, Казань

Адрес редакции:

123060, РОССИЯ, г. Москва, 1-ый Волоколамский проезд, д. 15/16

тел/факс +7 (499) 196 18 49

e-mail: info@stfi.ru

сайт: www.stfi.ru

Свидетельство о регистрации средства массовой информации

ПИ № ФС77 - 50013 от 24 мая 2012 года

Подписной индекс 90995 в Объединенном каталоге «Пресса России»

ISSN 2226-8812

SPACE, TIME AND FUNDAMENTAL INTERACTIONS

scientific journal

Founder

ООО «PROFILL - 2S»

Publisher

ООО «PROFILL - 2S»

123060, Moscow, 1 Volokolamsky passage, 15/16

phone/fax +7 (499) 196 18 49

e-mail: profill@profill.ru

www: www.profill.ru

Editor-in-chief

Alexander Baranov — Professor, RUSSIA, Krasnoyarsk

Managing editor

Eugene Savelyev — RUSSIA, Moscow

Deputy Editors-in-Chief

Yu. G. Ignatyev — Professor, RUSSIA, Kazan

S. V. Sushkov — PhD, RUSSIA, Kazan

Editorial Board

A. Aminova — Professor, RUSSIA, Kazan

V. Bagrov — Professor, RUSSIA, Tomsk

A. Balakin — Professor, RUSSIA, Kazan

Yu. Vladimirov — Professor, RUSSIA, Moscow

V. Gladush — Professor, UKRAINE, Dnepropetrovsk

A. Gorbatsievich — Professor, BELARUS, Minsk

A. Yefremov — Professor, RUSSIA, Moscow

M. Korkina — Professor, UKRAINE, Dnepropetrovsk

V. Melnikov — Professor, RUSSIA, Moscow

A. Minkevich — Professor, BELARUS, Minsk

N. Mitskievich — Professor, MEXICO, Guadalajara

S. Chervon — Professor, RUSSIA, Ulianovsk

E. Schmutzer — Professor, GERMANY, Jena

V. Shurygin — Professor, RUSSIA, Kazan

Address:

123060, RUSSIA, Moscow, 1 Volokolamsky passage, 15/16

phone/fax +7 (499) 196 18 49

e-mail: info@stfi.ru

www: www.stfi.ru

The certificate on registration of mass media

ПН № ФС77 - 50013 from 24 May 2012

Subscription index 90995 in the incorporated catalogue «Press of RUSSIA»

ISSN 2226-8812

СОДЕРЖАНИЕ

Ю. С. Владимиров ОТ КВАНТОВАНИЯ ГРАВИТАЦИИ К РЕЛЯЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ	5
Ю. Г. Игнатьев НЕРАВНОВЕСНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ II. МОДЕЛЬ ЭНЕРГОБАЛАНСА	20
А. М. Баранов КОНФОРМНО-ГАЛИЛЕЕВА 4-МЕТРИКА И КИНЕМЕТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА	37
В. В. Гладуш МЕТОД ЗОММЕРФЕЛЬДА-ЛЕНЦА В ОТО И ЕГО ОБОБЩЕНИЕ	44
И. С. Нургалиев ЗАВИХРЕННОСТЬ ИНДУЦИРУЕТ КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ ЧЛЕН НЕСИНГУЛЯРНОЙ ВСЕЛЕННОЙ И РАЗГОНЯЕТ ТЬМУ	58
Ю. С. Владимиров, М. Ю. Ромашка МОДИФИЦИРОВАННАЯ НЬЮТОНОВСКАЯ ДИНАМИКА (MOND) И ЕЕ ВОЗМОЖНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ	64
А. М. Баранов, И. В. Жабрун ОПИСАНИЕ ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ ФУНКЦИЯМИ БЕССЕЛЯ	78
А. В. Аминова КАЗАНСКАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ШКОЛА	84
МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ СЕМИНАР «НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОЛЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ» и РОССИЙСКАЯ ШКОЛА «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ И ЯВЛЕНИЙ»	96
ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ПРЕДСТАВЛЯЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ	98

CONTENTS

Yu. S. Vladimirov	
From Quantum Gravity to the Relational-Statistical Space-Time Theory	5
Yu. G. Ignat'ev	
Nonequilibrium Kinetics Universe Models. II. Energy-Ballance Model	20
A. M. Baranov	
Conformally Galilean 4-metric and Kinemetric Reference Frames	37
V. D. Gladush	
Sommerfeld-Lenz method in General Relativity and its generalization	44
I. S. Nurgaliev	
Vorticity Induces Cosmological Term of Nonsingular Universe and Removes Darkness	58
Yu. S. Vladimirov, M. Yu. Romashka	
Modified Newtonian dynamics (MOND) and its possible interpretations	64
A. M. Baranov, I. V. Zhabrun	
A description of the open Universe model by the Bessel functions	78
A. V. Aminova	
Kazan school of Relativity and Gravitation	84
International Scientific Seminar «Non-Linear Fields in Gravity and Cosmology» and Russian School «Mathematical and Computer Modelling of Fundamental Objects and Phenomena»	96
Rules of Arrangement of Applied Materials	98

УДК 530-12

*Ю. С. Владимиров*¹

ОТ КВАНТОВАНИЯ ГРАВИТАЦИИ К РЕЛЯЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Изложена цепочка принципиальных идей и следствий из них, инициированная анализом причин неудач в построении квантовой теории гравитации. Главными звеньями являются: классификация физических теорий по трем парадигмам, использование реляционной парадигмы, развитие теории систем отношений, представление классического пространства-времени как унарной системы вещественных отношений, описание физических взаимодействий через системы отношений, переход к новым бинарным геометриям, новый взгляд на спиноры, представление квантовой механики через бинарную геометрию, идея о реляционно-статистической природе классического пространства-времени².

Ключевые слова: квантование гравитации, реляционная теория, системы отношений, бинарная геометрия, спиноры, реляционно-статистическая природа пространства-времени.

PACS: 04.60.-M

Введение. Проблема квантования гравитации

В данной статье изложены соображения, инициированные многолетним поиском решения проблемы квантования гравитации. Автор начал заниматься этой проблемой более 50 лет тому назад, работая в группе профессора Д.Д. Иваненко. Все началось с подсчета стандартными методами квантовой электродинамики дифференциального эффективного сечения процесса аннигиляции пары электрон-позитрон в два гравитона [1]. Полученный результат был доложен в 1962 г. на 3-й Международной гравитационной конференции в Варшаве-Яблоннах. На этой конференции по проблеме квантования гравитации и смежным вопросам общей теории относительности выступали Р. Фейнман, П. Дирак, Б. ДеВитт и другие ее участники.

Лишь постепенно мировым сообществом было осознано, что данная проблема имеет значительно более глубокий характер, чем это представлялось на первых порах. Задачу квантования гравитации следует понимать как проблему совмещения принципов общей теории относительности и квантовой теории поля [2], которую так и не удалось решить в XX веке. Многие видели причины неудач в ряде математических трудностей типа нелинейности теории гравитации, ее ковариантности и т. д.

Однако есть все основания утверждать, что причины неудач имеют более фундаментальный характер. Это заставило нас заняться анализом оснований общей теории относительности, квантовой теории поля и вообще всей физики. Ниже кратко изложены идеи, найденные в ходе проведенного анализа, которые, как нам представляется, открывают путь к решению данной фундаментальной проблемы.

1. Парадигмы современной теоретической физики

1. В физических теориях определяющую роль играют **три** физические (метафизические) **категории: пространство-время, частицы** (на квантовом уровне – фермионы) и **поля переносчиков взаимодействий** (бозонов: фотонов, Z -бозонов, глюонов и т. д.). Принято полагать, что в физике изучаются тела (частицы), которые находятся не иначе, как в пространстве-времени, и взаимодействуют друг с другом через поля: гравитационное, электромагнитное и др.

2. Все физические теории можно распределить по некоторому набору парадигм в зависимости от трактовки в них названных категорий или их обобщений. Так, в ньютоновой *триалистической*

¹ E-mail: yusvlad@rambler.ru

² Содержание статьи соответствует докладу, сделанному на Международном гравитационном совещании в июне 2012 г. в Варшаве, посвященном 50-летию со дня проведения 3-й Международной гравитационной конференции в Варшаве в 1962 г. Организаторы совещания пригласили бывших участников конференции 1962 г., среди которых оказались Р. Пенроуз, Дж. Нарликар, Д. Брилл, Д. Финкельштейн, А. Траутман и ряд других известных физиков-гравитационистов. От России единственным участником прошлой конференции оказался автор данной статьи.

парадигме все три названные категории в значительной степени являются самостоятельными, что отражено вторым законом Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}$, в котором m соответствует категории частиц, $\vec{a}$ – категории пространства и времени, а $\vec{F}$ – категории полей.

3. Но в XX веке развивались теории, опирающиеся не на три, а на две так или иначе обобщенные физические категории. Имея три варианта объединения двух категорий из трех в новую обобщенную, получаем **три** типа физических теорий (дуалистических парадигм) или *три миропонимания* одной и той же физической реальности под разными углами зрения [3].

4. В *теоретико-полевой дуалистической парадигме*, к которой принадлежат квантовая теория поля и современные теории суперструн и бран, объединяются категории частиц и полей переносчиков взаимодействий в новую обобщенную категорию поля амплитуды вероятности, определенную на фоне пространства-времени.

5. В *геометрической дуалистической парадигме* [4], основу которой составляет общая теория относительности и теории Калуцы и Клейна, нет отдельно категорий поля и плоского пространства-времени, а вместо них используется обобщенная категория искривленного (закрученного и т. д.) пространства-времени, в которое вложена категория частиц (тел). В этом подходе физически значимыми (фундаментальными) являются уравнения Эйнштейна, в которых левая часть описывает категорию искривленного пространства-времени, а правая часть – категорию частиц. Как писал Дж. Уилер, в геометрическом подходе «Пространство-время не есть *арена* для физики, это *вся классическая физика*» [5].

6. Имеется *третья дуалистическая парадигма – реляционная* [6], в которой нет самостоятельного пространства-времени с помещенными в него частицами, а есть лишь отношения между событиями и частицами. В реляционном подходе физически значимым следует назвать принцип Фоккера [7], который характеризует взаимодействие частиц без посредников в виде промежуточных полей.

7. Поясним сказанное с помощью рисунка 1, где единое физическое мироздание представлено в виде куба, построенного на трех осях, соответствующих названным метафизическим категориям триалистической парадигмы.

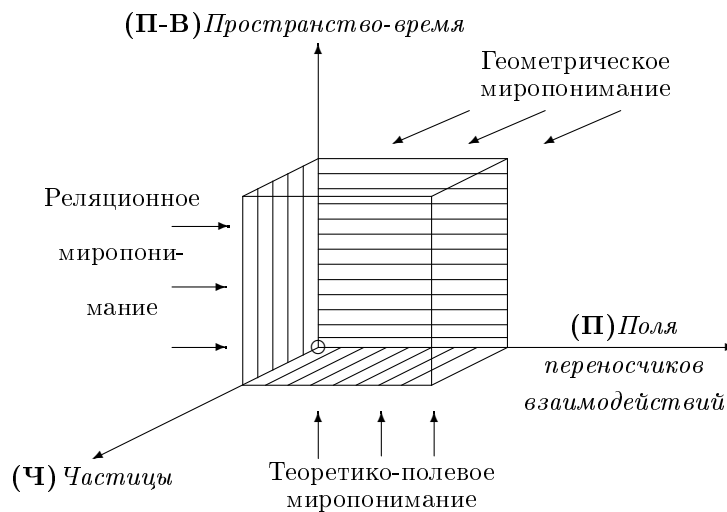


Рис. 1. Куб физического мироздания, построенный на трех метафизических категориях

Одна из вершин куба выбрана в качестве начала координатных осей, олицетворяющих три категории: по вертикали – категория пространства-времени, по горизонтали вправо – категория полей-переносчиков взаимодействий и вперед направлена ось, соответствующая категории частиц.

Физические теории триалистической парадигмы, можно сказать, описывают мироздание через проекции на три оси-ребра куба. Стрелками показаны три названные дуалистические парадигмы, представляющие собой три видения одной и той же физической реальности под тремя разными углами зрения.

8. Выводы:

1) Общая теория относительности и квантовая теория, представляющие собой два столпа фундаментальной теоретической физики XX века, оказались построенными в рамках принципиально

различных парадигм. Они обладают разными исходными понятиями, разными видениями проблем и разными математическими методами их разрешения. В этом состоит главная причина неудач в попытках решения проблемы квантования гравитации.

2) Исходя из проведенного анализа можно утверждать, что названные три дуалистические парадигмы, развивавшиеся в XX веке, являются промежуточными на пути от (триалистической) ньютоновой парадигмы к (монистической) единой физической теории физических взаимодействий и геометрических представлений. Только найдя основания более общей монистической теории, из которой можно было бы вывести категории и принципы названных дуалистических парадигм можно надеяться на решение проблемы квантования гравитации.

3) Названные три физические категории имеют различный статус в теориях трех парадигм. В первую очередь это относится к пониманию сути пространства-времени.

4) Естественно встает вопрос: исходя из какой из названных трех парадигм удастся выйти на основания монистической парадигмы? Особого внимания, на наш взгляд, заслуживает идея перехода к монистической парадигме со стороны реляционного миропонимания.

2. Реляционный подход

к природе пространства-времени и физических взаимодействий

Анализ причин неудач в попытках квантования гравитации позволил выйти на решение еще более грандиозной задачи, которая, на наш взгляд, является ключевой в фундаментальной теоретической физике XXI века, – это **вывод представлений классического пространства-времени из неких соображений физического характера**.

Доколе мы будем класть в фундамент всех физических теорий априорно заданное классическое пространство-время? Этот вопрос уже ставился рядом авторов, причем в последнее время он ставится все более настойчиво.

Следует напомнить, что издавна существуют два подхода к сущности пространства и времени: субстанциальный и реляционный. В субстанциальном подходе пространство-время является самостоятельной сущностью, тогда как в реляционном оно лишено этого статуса и вместо него выступают отношения между событиями и физическими объектами. Этот взгляд на природу пространства и времени отстаивался в работах Г. Лейбница и Э. Маха [8].

В физике также представлены две концепции описания взаимодействий: близкодействия и дальнодействия. Субстанциальному подходу к природе пространства-времени соответствует концепция близкодействия, тогда как реляционному – концепция дальнодействия. Теории теоретико-полевой и геометрической парадигм строятся в рамках субстанциального подхода к пространству-времени и соответствующей ей концепции близкодействия, тогда как теории в рамках реляционной парадигмы опираются на концепцию дальнодействия.

Наиболее известными теориями, примыкающими к реляционной парадигме, являются теории прямого межчастичного взаимодействия Фоккера [7], Фейнмана–Уилера [9], Хойла–Нарликара и ряда других авторов. Главным препятствием в их развитии, а также застоя фейнмановской теории квантования явился их эклектический характер: в них концепция дальнодействия развивалась на фоне субстанциального пространства-времени.

Легко понять, что для решения задачи вывода классического пространства-времени не годятся ни теоретико-полевой, ни геометрический подходы, поскольку они принципиально нуждаются в наличии исходного пространства-времени. Эту задачу можно решить лишь в рамках реляционного подхода!

В настоящее время открылись новые возможности для развития реляционного подхода к геометрии и физике. Они обусловлены появлением универсальной теории систем отношений: на одном множестве элементов (унарных) и на двух множествах элементов (бинарных систем). Начало этой теории было положено теорией физических структур Ю.И. Кулакова [10].

2.1. Пространство-время как унарная система вещественных отношений

1. Отношение в геометрии – это не что иное, как *расстояния (метрика)*. Однако в современном изложении геометрии, как правило, исходят из координатной системы в многообразии той или иной размерности, а затем через разности координат двух точек задаются расстояния (метрика). Но возможен и другой ход рассуждений: можно начинать с расстояний, – парных отношений между точками, – а затем уже из них получать координаты и все другие понятия.

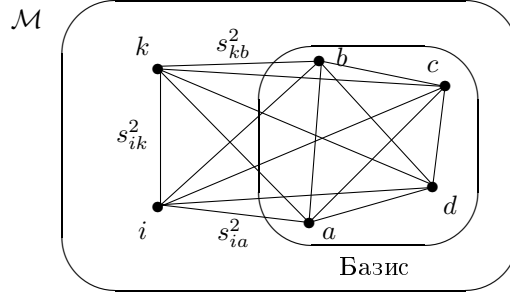


Рис. 2. Унарная система вещественных отношений ранга (6)

2. С некоторыми фрагментами переформулировки геометрии в терминах расстояний встречается каждый школьник. Известно определение площади треугольника через половину произведения основания на высоту. Но можно определить его площадь исключительно через расстояния (отношения) между его вершинами. Пусть его вершины обозначаются буквами i, j, k , а расстояния между ними (длины сторон) есть l_{ik}, l_{ij}, l_{jk} . Тогда квадрат площади треугольника S_{ijk}^2 находится по формуле Герона

$$S_{ijk}^2 = \frac{1}{16}(l_{ik} + l_{ij} + l_{kj})(l_{ik} + l_{ij} - l_{kj})(l_{ik} - l_{ij} + l_{kj})(-l_{ik} + l_{ij} + l_{kj}). \quad (2.1)$$

Полученное выражение можно переписать с помощью *определителя Кэли–Менгера* для трех точек (вершин треугольника),

$$16S_{ikj}^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & l_{ik}^2 & l_{ij}^2 \\ 1 & l_{ki}^2 & 0 & l_{kj}^2 \\ 1 & l_{ji}^2 & l_{jk}^2 & 0 \end{vmatrix}. \quad (2.2)$$

Очевидно, что обращение в нуль этого определителя означает, что три рассматриваемые точки лежат на одной прямой.

3. Для точек, лежащих в 2-мерном евклидовом пространстве, обращается в нуль определитель Кэли–Менгера, построенный из расстояний между четырьмя точками, а для точек, лежащих в 3-мерном евклидовом пространстве обращается в нуль аналогичный определитель на 5 точках.

Зная расстояния между точками можно выразить их *координаты*, а через обобщенные определители Кэли–Менгера записывается ряд других геометрических выражений, например, углы между двумя лучами, исходящими из одной точки, значения двугранных и телесных углов и т. д. Таким образом, всю евклидову (и псевдоевклидову) геометрию можно переписать через расстояния.

4. В специальной теории относительности в качестве отношений вместо расстояний выступают **интервалы** s_{ik} между парами событий i и k . Для них соотношение (2.2) обобщается на случай уже 6 точек-событий. Выберем произвольные точки-события i, k, a, b, c, d (см. рис. 2), тогда квадраты интервалов между ними удовлетворяют условию

$$\Phi_{(6)} \equiv D_{ikabcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s_{ik}^2 & s_{ia}^2 & s_{ib}^2 & s_{ic}^2 & s_{id}^2 \\ 1 & s_{ki}^2 & 0 & s_{ka}^2 & s_{kb}^2 & s_{kc}^2 & s_{kd}^2 \\ 1 & s_{ai}^2 & s_{ak}^2 & 0 & s_{ab}^2 & s_{ac}^2 & s_{ad}^2 \\ 1 & s_{bi}^2 & s_{bk}^2 & s_{ba}^2 & 0 & s_{bc}^2 & s_{bd}^2 \\ 1 & s_{ci}^2 & s_{ck}^2 & s_{ca}^2 & s_{cb}^2 & 0 & s_{cd}^2 \\ 1 & s_{di}^2 & s_{dk}^2 & s_{da}^2 & s_{db}^2 & s_{dc}^2 & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (2.3)$$

означающему, что 5-мерный объем образованного ими симплекса равен нулю.

Назовем это соотношение **законом классических пространственно-временных отношений** и будем его рассматривать в качестве первого ключевого постулата, характеризующего реляционный подход к теории относительности. На основе этого закона, т. е. из элементов и миноров определителя Кэли–Менгера строится вся теория пространственно-временных отношений.

5. **Рангом закона** назовем число точек-событий $r = 6$, для которых он записан. Очевидно, что ранг связан с общепринятым геометрическим понятием размерности n соотношением

$$n = r - 2 \rightarrow 4 = 6 - 2. \quad (2.4)$$

6. Фундаментальной симметрией пространственно-временных отношений назовем свойство любых 6 точек-событий удовлетворять закону (2.3). В реляционном подходе фундаментальная симметрия заменяет общепринятые симметрии пространства-времени Минковского, описываемые 10-параметрической группой Пуанкаре.

7. Базис пространственно-временных отношений задается 4 эталонными точками-событиями, относительно которых можно определить координаты всех точек-событий. Для избранного базиса из четырех элементов парные отношения полагаются раз навсегда заданными (на рис. 2 это элементы a, b, c, d). Базис системы отношений соответствует понятию тела отсчета в теории относительности.

8. Четверку координат точек-событий можно понимать как функцию парных отношений этого события относительно 4 точек-событий базиса. В этом легко убедиться, рассматривая закон (2.3) как уравнение для парного отношения s_{ik}^2 , полагая остальные 4 элемента a, b, c, d эталонными. Тогда выделенное парное отношение будет являться функцией 4 парных отношений элемента i относительно 4 базисных элементов, 4 парных отношений элемента k относительно базиса и раз навсегда заданных парных отношений между базисными элементами. Таким образом, понятия координат не вводятся, а определяются из закона системы отношений. Как и в случае 3-мерного евклидова пространства их можно выразить через миноры определителя Кэли–Менгера в законе (2.3).

9. Легко убедиться, что парные отношения в законе (2.3) можно представить через соответствующим образом вычисленные параметры (декартовы координаты) точек-событий следующим образом

$$s_{ik}^2 = (x_i^0 - x_k^0)^2 - \sum_{l=1}^3 (x_i^l - x_k^l)^2 \equiv \tau_{ik}^2 - l_{ik}^2. \quad (2.5)$$

Очевидно, закон (2.3) выполняется тождественно при подстановке в него этого выражения.

10. Выводы:

1) Реляционная теория пространственно-временных отношений не нуждается в понятии континуума точек. Она строится на дискретном множестве точек-событий.

2) Все геометрические понятия пространственно-временных отношений могут быть выражены через миноры определителя Кэли–Менгера в законе (2.3).

3) Изменения наборов базисных элементов соответствует общепринятым преобразованиям 10-параметрической группы Пуанкаре.

4) Имеет смысл постановка обратной задачи: выявления геометрического смысла ряда миноров определителя Кэли–Менгера.

5) Исходя из самых общих соображений в группе Ю.И. Кулакова [10] было показано, что существует 10 и только 10 видов унарных систем вещественных отношений ранга 5. Геометрия Евклида соответствует одному из них. Другие виды унарных систем вещественных отношений соответствуют геометрии Лобачевского, Римана (постоянной положительной кривизны), симплектическим и иным видам геометрий с симметриями.

2.2. Электромагнитное взаимодействие как проявление второй унарной системы вещественных отношений

1. Идеи дальнего действия, соответствующие реляционному подходу к природе пространства-времени, были возрождены в 20-х годах XX века в работах К. Шварцшильда, Г. Тетроде и А.Д. Фоккера, благодаря которым концепция прямого межчастичного взаимодействия получила четкую математическую формулировку. Было показано, что теория электромагнетизма, построенная на ее основе, согласуется с теорией Максвелла для статических и стационарных электромагнитных явлений. Затем эта теория развивалась в работах Я.И. Френкеля, Р. Фейнмана [9] и ряда других авторов.

2. Ключевым понятием теории прямого межчастичного *электромагнитного взаимодействия* Фоккера–Фейнмана является классическое действие парного взаимодействия частиц $S(i, k)$, записываемое в виде

$$S_{int}^{(e)}(i, k) = -\frac{1}{c} \int \int j_{(i)}^\mu j_{(k)\mu} \delta(s^2(i, k)) ds_i ds_k, \quad (2.6)$$

где $j_{(i)}^\mu = e_i dx_i^\mu / ds_i$ – вектор 4-тока частицы с номером i ; ds_i, ds_k – смещения вдоль мировых линий частиц; $\eta_{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства-времени Минковского. В это выражение входит дираковская дельта-функция

$$\delta(s^2(1, 2)) = \delta(c^2 t_{12}^2 - r_{12}^2) = \frac{1}{2|r_{12}|} [\delta(ct_{12} - r_{12}) + \delta(ct_{12} + r_{12})], \quad (2.7)$$

определяющая одинаковые вклады опережающих и запаздывающих взаимодействий. Интегрирование производится вдоль мировых линий выделенных частиц.

Из принципа Фоккера варированием действия выводятся уравнения движения. Характерно, что в действии отсутствует понятие поля, а электромагнитное взаимодействие описывается непосредственно через характеристики заряженных частиц (их токи и взаимное положение).

3. В реляционном миропонимании осуществляется переход к двум обобщенным категориям: к пространственно-временным отношениям, которые заменяют первичные категории пространства-времени и частиц, и к категории токовых отношений, которая заменяет категорию полей переносчиков взаимодействий. Это отображается тем, что под знаком интеграла в фоккеровском действии стоят два инвариантных парных отношения, соответствующие двум обобщенным категориям. Слагаемое $j_{(i)}^\mu j_{(k)\mu}$ – скалярное произведение токов двух взаимодействующих частиц – характеризует токовое парное отношение, а выражение $s^2(i, k)$ определяется пространственно-временным отношением.

4. Токовые отношения характеризуются своим законом [6], отличным от выписанного ранее закона пространственно-временных отношений. Чтобы его записать положим, что тела состоят из идеализированных микрочастиц с одинаковыми по модулю зарядами. Тогда второй закон записывается в виде

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} & \tilde{u}_{kl} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{js} & \tilde{u}_{jl} \\ \tilde{u}_{si} & \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{sl} \\ \tilde{u}_{li} & \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.8)$$

От этого выражения можно перейти к определителю с единицами на главной диагонали посредством конформного преобразования всех параметров элементов. В таком случае этот закон определяет 3-мерную геометрию Лобачевского, физически интерпретируемую как пространство скоростей.

5. Парные (токовые) отношения в этом законе представляются в виде скалярного произведения 4-мерных векторов, нормированных на универсальную константу: $\tilde{u}_{(i)}^\mu \tilde{u}_{(i)\mu} = \tilde{e}_{(i)}^2$. Данный закон можно трактовать как равенство нулю определителя Грама для 5 элементов, описываемых равными по длине 4-мерными векторами.

6. Конформные факторы разных элементов $\tilde{e}_{(i)}$ могут отличаться друг от друга лишь знаком. Предлагается их интерпретировать (с точностью до размерного множителя) как электрические заряды элементарных микрочастиц, тогда

$$\tilde{u}_{ik} = \tilde{e}_i \tilde{e}_k u_{(i)}^\mu u_{(k)\mu}. \quad (2.9)$$

Таким образом, теперь парное отношение $\tilde{u}_{ik}$ уже принимает не кинематический, а динамический характер.

7. Выводы:

1) Реляционная теория физических взаимодействий является дуалистической. Она строится на двух обобщенных категориях: пространственно-временных и токовых отношений.

2) В реляционной теории среди первичных понятий (категорий) отсутствуют поля переносчиков взаимодействий. При желании можно ввести понятие электромагнитного потенциала, однако оно имеет смысл лишь в тех местах, где имеются заряженные частицы.

3) В теориях фоккеровского типа отсутствуют уравнения полей. Соответствующие уравнению Максвелла соотношения выполняются тождественно.

4) В теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера долгое время существовала трудность, обусловленная равноправием запаздывающих и опережающих взаимодействий. Эта трудность была преодолена в работах Уилера и Фейнмана 1945 года [9], показавших, что необходимо кроме двух взаимодействующих частиц учитывать воздействие на них со стороны частиц всего окружающего мира в духе принципа Маха. Они показали, что их учет приводит к исчезновению опережающих воздействий и удвоению запаздывающих.

2.3. Прямое межчастичное гравитационное взаимодействие

1. Исходя из закона для токовых отношений, кроме электромагнитного, можно получить и гравитационное взаимодействие [11]. Для этого следует воспользоваться сформулированным выше

выводом, согласно которому физическим смыслом обладают миноры из определителя, через который сформулирован закон системы отношений. Исходя из этих соображений можно прийти к выводу, что линеаризованное гравитационное взаимодействие обусловлено учетом *диагональных* миноров второго порядка в определителе закона токовых отношений.

Так, для двух частиц, описываемых элементами i и k , можно определить парное отношение:

$$\begin{aligned} D_{ik}^{(2)} &= \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = \tilde{e}^4(1 - u_{ik}u_{ki}) = \\ &= -\frac{\tilde{e}^4}{2}u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta})u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta, \end{aligned} \quad (2.10)$$

где $\eta_{\mu\nu}$ – опять метрический тензор пространства Минковского.

2. Здесь по-прежнему рассматриваются парные отношения двух элементов, что означает, что в выражении для гравитационного взаимодействия следует использовать прежнее выражение для координатного парного отношения в виде дельта-функции (2.2). Принцип Фоккера для прямого межчастичного гравитационного взаимодействия представляется в следующем виде:

$$S^{(g)}(i, k) = \frac{G}{2c}m_i m_k \int \int u_{(i)}^\mu u_{(i)}^\nu (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta})u_{(k)}^\alpha u_{(k)}^\beta \delta(s^2(i, k))ds_i ds_k, \quad (2.11)$$

аналогичном принципу Фоккера (2.6) для электромагнитного взаимодействия. Отметим, что аналогичное выражение для действия прямого межчастичного гравитационного взаимодействия было записано в работе Я.И. Грановского и А.А. Пантюшина [12], исходя из совсем других соображений.

3. Поскольку теперь конформный фактор (электрический заряд) дает квадратичный вклад в множители перед скалярными произведениями скоростей, то эти множители могут принимать лишь положительные значения, в отличие от электрических зарядов в минорах первого порядка. Очевидно, они могут соответствовать лишь значениям масс идеализированных микрочастиц.

4. Выводы:

1) В реляционном подходе гравитационное взаимодействие может рассматриваться не как самостоятельное, а как производное от электромагнитного взаимодействия.

Напомним, что в теоретико-полевой парадигме гравитационное и электромагнитное взаимодействия выступают на равной ноге, отличаясь лишь рангом потенциалов. В геометрической парадигме в 5-мерной теории Клейна электромагнетизм можно понимать как своеобразное обобщение гравитации, – электромагнитный потенциал описывается дополнительными (смешанными) компонентами 5-мерного метрического тензора $A_\mu \sim G_{5\mu}$. В реляционной парадигме реализуется третья возможность, – гравитационное взаимодействие является следствием электромагнетизма, выступая в виде его своеобразного квадрата, т. е. имеет вторичный характер.

2) В реляционном подходе при рассмотрении идеализированных частиц одного сорта их массы оказываются пропорциональными квадрату электрического заряда. Перенормировка до одного из реалистических значений массы осуществляется коэффициентом, определяющим сложение вкладов в фоккеровское действие от линейных и квадратичных слагаемых.

3) Прямое обобщение фоккеровского действия на гравитационные взаимодействия соответствует линеаризованному варианту эйнштейновской теории гравитации. Для получения нелинейных слагаемых необходимо обобщить фоккеровский принцип на трех-, четырех- и т. д. частичные взаимодействия [13].

3. Бинарные системы комплексных отношений

В работах группы Кулакова было показано [10], что по правилам построения теории систем отношений на одном множестве элементов можно построить аналогичную теорию на двух множествах элементов, которую можно назвать бинарной геометрией. Эта теория оказалась значительно проще теории систем отношений на одном множестве элементов.

В наших работах было предложено применить бинарные системы отношений для описания физики микромира. Для этого оказалось необходимым перейти от вещественных парных отношений, которыми ограничились в группе Кулакова, к комплексным парным отношениям. В итоге была развита теория на базе бинарных систем комплексных отношений (БСКО), названная нами **бинарной геометрофизикой** [6, 14]. Бинарная геометрофизика строится на **двух множествах элементов** $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$, характеризующих соответственно начальное и конечное состояния системы.

Условимся обозначать элементы первого множества $\mathcal{M}$ латинскими буквами, а элементы второго множества $\mathcal{N}$ – греческими буквами.

Как и в случае унарного описания мира, бинарные системы комплексных отношений определяются законом, представляющим собой равенство нулю некоего определителя из парных отношений между элементами двух множеств. Количества элементов, входящих в закон, определяют ранг бинарной системы комплексных отношений. Это означает, что ранг характеризуется двумя числами. В бинарной геометрофизике оба множества являются эквивалентными, следовательно, целесообразно использовать лишь симметричные ранги (r, r) .

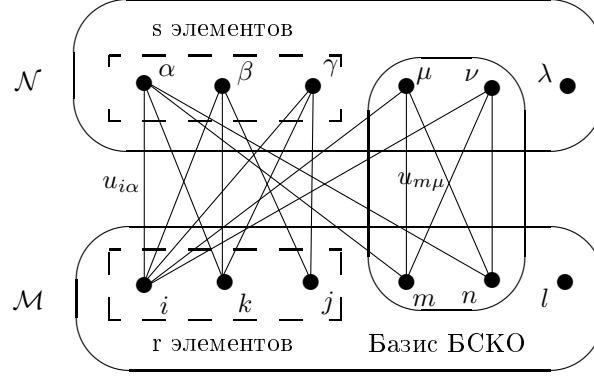


Рис. 3. Бинарная система отношений (структура) ранга (r, s)

3.1. Спиноры как проявление бинарных геометрий

Понятия БСКО низших рангов фактически уже давно используются в теоретической физике. В частности, *понятие спина элементарных частиц и теория 2-компонентных спиноров, описывается, возникает в рамках БСКО минимального невырожденного ранга (3,3)*. Поясним это утверждение.

1. Согласно общей теории бинарных систем отношений, закон БСКО ранга $(3,3)$ имеет вид

$$\Phi = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} \end{vmatrix} = 0, \quad (3.1)$$

где парные отношения

$$u_{i\alpha} = i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 \quad (3.2)$$

определяются двумя парами комплексных параметров i^1, i^2 (начальное состояние) и α^1, α^2 (конечное состояние).

2. Возьмем фундаментальное 2×2 -отношение (отличный от нуля минор максимального порядка), которое представляется в виде

$$\begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha^1 & \beta^1 \\ \alpha^2 & \beta^2 \end{vmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \alpha\beta \\ ik \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

3. Ограничимся рассмотрением лишь таких элементарных базисов, которые связаны линейными преобразованиями, оставляющими инвариантными (неизменными) каждый из определителей справа в выписанном выражении, т. е.

$$\begin{vmatrix} i^1 & k^1 \\ i^2 & k^2 \end{vmatrix} = i^1 k^2 - i^2 k^1 = Inv; \quad \alpha^1 \beta^2 - \alpha^2 \beta^1 = Inv. \quad (3.4)$$

Эти выражения можно понимать как антисимметричные метрики в каждом из двух множеств (пространств) БСКО ранга $(3,3)$. Но, если вспомнить определение 2-компонентных спиноров как 2-мерных комплексных векторов, для которых определена инвариантная антисимметричная квадратичная форма (метрика), то станет ясно, что элементы БСКО ранга $(3,3)$ с данным условием описываются 2-компонентными спинорами.

4. Коэффициенты линейных преобразований, оставляющих инвариантными антисимметричные формы, удовлетворяют условию $C_1^1 C_2^2 - C_2^1 C_1^2 = 1$. Следовательно, на четыре комплексных коэффициента C_r^s наложено два вещественных условия. Эти преобразования, связывающие выделенный класс базисных элементов, образуют 6-параметрическую группу $SL(2, C)$, соответствующую группе Лоренца.

Линейные преобразования, одновременно сохраняющие инвариантными как антисимметричные формы, так и парные отношения $u_{i\alpha}$, образуют 3-параметрическую группу $SU(2)$, соответствующую вращениям в 3-мерном пространстве.

3.2. Переход от бинарных к унарным геометриям

От БСКО ранга (3,3) можно перейти к унарным системам вещественных отношений, соответствующим общепринятым геометриям, несколькими способами. Переход к прообразу пространственно-временных отношений осуществляется склейкой пар элементов (по одному из каждого множества). Другой способ перехода к унарным системам вещественных отношений основан на сшивке двух пар элементов (по два элемента в каждом из множеств) так, как это изображено на рисунке 4.

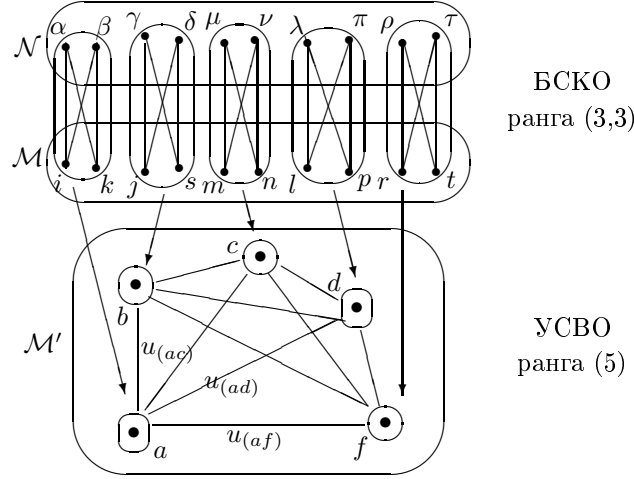


Рис. 4. Переход от БСКО ранга (3,3) к УСВО ранга (5)

В верхней части рисунка изображены четверки сопряженных элементов из двух множеств БСКО ранга (3,3), а в нижней части – сопоставленные с ними элементы одного нового множества M' .

Из параметров пар элементов – двух 2-компонентных спиноров – по обычным правилам строятся 4-мерные векторы, физически интерпретируемые как скорости (или импульсы) массивных частиц. Так, компоненты 4-скорости частицы, описываемой элементами i и k первого множества и комплексно сопряженными им элементами α и β во втором множестве, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} u^0 &= \frac{1}{2}(i^1 \alpha^1 + i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 + k^2 \beta^2); \\ u^1 &= \frac{1}{2}(i^1 \alpha^2 + i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 + k^2 \beta^1); \\ u^2 &= \frac{i}{2}(i^1 \alpha^2 - i^2 \alpha^1 + k^1 \beta^2 - k^2 \beta^1); \\ u^3 &= \frac{1}{2}(i^1 \alpha^1 - i^2 \alpha^2 + k^1 \beta^1 - k^2 \beta^2). \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.3. Выводы из открытия бинарных геометрий

1) Анализ показал, что существуют содержательные теории лишь унарных и бинарных систем отношений.

2) Бинарные системы отношений более элементарны, нежели унарные. От унарных систем отношений можно перейти к унарным геометриям специфической склейкой элементов двух множеств.

Следовательно, бинарные системы комплексных отношений можно трактовать как бинарные геометрии, представляющие собой «корни квадратные» из общепринятых геометрий.

3) В рамках бинарных систем комплексных отношений минимального невырожденного ранга (3,3) естественным образом возникают 2-компонентные спиноры и биспиноры.

Напомним, что в общепринятой теории к спинорам приходят, исходя из плоского 4-мерного пространства-времени с соответствующей ему группой Лоренца, а на основе алгебр Клиффорда над полем вещественных чисел можно определить спиноры в пространствах любой размерности и сигнатуры. Но можно рассуждать и в обратном направлении: если задан вид спиноров, то сразу же можно сказать о размерности и сигнатуре многообразия, в котором определены эти спиноры.

4) Исходя из изложенного, можно утверждать, что бинарные системы комплексных отношений ранга (3,3) обуславливают как размерность 4 классического пространства-времени, так и его сигнатуру $(+ - - -)$, т. е. решают вопрос, поставленный еще Э. Махом [8]: «Почему пространство трехмерно?»

5) В геометрической парадигме производится геометризация физических взаимодействий на основе общепринятой (унарной) геометрии. Однако, поскольку показано, что унарные геометрии имеют вторичный характер, следуют из более элементарных бинарных геометрий, то возникает задача описания физических взаимодействий на основе бинарных геометрий.

6) В наших работах показано, что в рамках простейшего бинарного многомерия ранга (4,4) (прямого аналога 5-мерной теории Калуцы) описывается электромагнитное взаимодействие [6]. Дальнейшее повышение ранга бинарных геометрий до (6,6) позволяет строить модели электрослабых и сильных взаимодействий.

7) Из бинарных геометрий рангов (4,4) и выше склейкой элементов двух множеств получают финслеровы геометрии с кубичным, четвертой степени и т. д. мероопределением [15]. Таким образом, можно утверждать, что общепринятое квадратичное мероопределение в классической геометрии (теорема Пифагора) обусловлено бинарной системой комплексных отношений ранга (3,3).

4. Бинарная геометрия и квантовая теория

Поскольку в теории бинарных систем комплексных отношений естественным образом возникает ряд понятий квантовой теории, то самым важным следствием открытия бинарных геометрий является возможность взглянуть с их позиций на закономерности квантовой теории. Для этого нужно дать следующую физическую интерпретацию элементам двух множеств: одно множество элементов описывает начальные состояния микросистем, а второе множество элементов – конечные состояния. Тогда бинарная геометрофизика оказывается подходящей для описания элементарного звена («мига») перехода системы из одного в другое состояние в духе S-матричной формулировки квантовой теории.

Эти соображения заставляют вспомнить высказывания некоторых видных физиков-теоретиков, сделанных на заре создания квантовой механики. Так Луи де Бройль в конце 20-х годов писал: «Понятия пространства и времени взяты из нашего повседневного опыта и справедливы лишь для явлений большого масштаба. Нужно было бы заменить их другими понятиями, играющими фундаментальную роль в микропроцессах, которые бы асимптотически переходили при переходе от элементарных процессов к наблюдаемым явлениям обычного масштаба в привычные понятия пространства и времени. Стоит ли говорить, что это очень трудная задача? Было бы удивительно, если бы оказалось возможным когда-нибудь исключить из физической теории понятия, представляющие собой самую основу нашей повседневной жизни. Правда, история науки показывает удивительную плодотворность человеческой мысли и не стоит терять надежды. Однако пока мы не добились успеха в распространении наших представлений в указанном направлении, мы должны с большими или меньшими трудностями втиснуть микроскопические явления в рамки понятий пространства и времени, хотя нас все время будет беспокоить чувство, что мы пытаемся втиснуть алмаз в оправу, которая ему не подходит» [16].

Аналогичные взгляды в начале 30-х годов высказывал и советский физик-теоретик М.П. Бронштейн: «Будущая физика не удержит того странного и неудовлетворительного деления, которое сделало квантовую теорию «микрофизикой» и подчинило ей атомные явления, а релятивистскую теорию тяготения «макрофизикой», управляющей не отдельными атомами, а лишь макроскопическими телами. Физика не будет делиться на микроскопическую и космическую; она должна и

станет единой и неделимой» [17]. Более того, Бронштейн считал, что построение новой теории будет тесно связано с пересмотром представлений о свойствах классического пространства-времени.

Но физика пошла иным путем, – квантовая теория была построена в рамках классического пространства-времени. А не затихающие до сих пор дискуссии об интерпретации квантовой теории убедительно свидетельствуют о наличии того беспокоящего чувства, которое предвидел Луи де Бройль.

На наш взгляд, открытие бинарных геометрий открывает новые возможности для построения более подходящей формулировки квантовой теории на базе измененных представлений об истоках классических пространственно-временных представлений.

5. Статистическая природа пространства-времени

Признание необходимости изменения классических пространственно-временных отношений в микромире и их вывода из более элементарных понятий при переходе к макроскопическим объектам сразу же ставит вопрос о том, как должен осуществляться этот вывод. В принципиальном плане ответ на этот вопрос предлагался рядом авторов: *понятия классического пространства-времени имеют статистическую природу*.

Так, отечественный геометр П.К. Рашевский в своей книге «Риманова геометрия и тензорный анализ» писал: «Возможно, что и сам четырехмерный пространственно-временной континуум с его геометрическими свойствами окажется в конечном счете образованием, имеющим статистический характер и возникающим на основе большого числа простейших физических взаимодействий элементарных частиц» [18].

Физик-теоретик Е. Циммерман в своей работе с характерным названием «Макроскопическая природа пространства-времени» утверждал: «Пространство и время не являются такими понятиями, которые имеют смысл для отдельных микросистем. (...) Наиболее фундаментальным следствием взаимодействия огромного числа таких микросистем является образование пространственно-временной решетки, которая приводит к справедливости классических понятий пространства и времени, но только в макроскопической области» [19].

В одной из статей Р. Пенроуза с сотрудниками писалось: «В предшествующих работах было показано, что можно ввести понятие евклидова пространства, исходя из предела вероятности взаимодействия большой сети частиц, квазистатически обменивающихся спинами» [20]. Как мы поняли, эта идея послужила одним из стимулов развития твисторной программы.

Еще более определенно высказывался Д. ван Данциг: «Можно быть склонным рассматривать метрику как описывающую некое "нормальное" состояние материи (включая излучение) и дать ей *статистическую* интерпретацию как некоторый вид среднего физических характеристик окружающих событий, вместо того чтобы класть ее в основу всей физики» [21].

Однако все это идеи качественного характера. Пока не были указаны конкретные факторы из физики микромира, которые подлежат суммированию. Это позволяет сделать бинарная геометрофизика.

6. Природа элементарных вкладов в пространственно-временные отношения

Ответ на поставленный вопрос можно усмотреть из дискуссий, происходивших в Ленинградском политехническом институте на рубеже 20-х и 30-х годов, в которых реляционный подход к физике отстаивал Я.И. Френкель. Там ему задавался вопрос: где находится испущенный источником, но еще не поглощенный фотон, если нет фонового пространства и частицы взаимодействуют непосредственно друг с другом?

Только сейчас можно достаточно определенно ответить на этот вопрос: испущенный фотон не летит (нет фона, по которому он мог бы распространяться), а факт его испускания соответствует созданию бинарной системы комплексных отношений ранга (3,3) (точнее, ранга (4,4)) между всеми возможными поглотителями. Испущенных фотонов много, – обычно говорят о «море» испущенных, но еще не поглощенных фотонов. Отсюда следует, что между частицами имеется огромное число комплексных отношений (фазовых вкладов). Можно утверждать, что **классические пространственно-временные отношения возникают из суммирования этих вкладов** аналогично тому как в фейнмановской формулировке квантовой механики амплитуда вероятности перехода частицы из одного положения в другое вычисляется суммированием комплексных вкладов (по модулю равных единице) от всех возможных траекторий. Только в данном случае понятие траектории не имеет смысла, а вклады берутся из разных систем комплексных отношений.

Приведем ряд доводов в пользу сделанного утверждения.

1. Любая информация, как правило, сопряжена с изменениями состояний атомов или молекул, т. е. на общепринятом языке с испусканием и поглощением фотонов.
2. Все основные понятия геометрии представляют собой абстракции, взятые из классических объектов (твердых тел) и света, обязанных электромагнитным взаимодействиям.
3. Как уже подчеркивалось, гравитационное взаимодействие можно рассматривать производным от электромагнитного взаимодействия.
4. Природа экономна, поэтому достаточно опереться на известные электромагнитные процессы и не постулировать мифические факторы, порождающие пространственно-временные отношения.

7. Структура искомой теории

В любой теории явно или неявно присутствуют три сорта объектов: 1) рассматриваемые объекты, 2) наблюдатель (базис или тело отсчета) и 3) объекты окружающего мира, которые мы обязаны учитывать вследствие принципа Маха, присущего реляционному подходу к мирозданию. Все физические теории (их будем обозначать символом R) можно разделить на два класса: теории $R(m)$, описывающие макрообъекты m , и теории $R(\mu)$, описывающие микрообъекты μ . Классическая и современная квантовая механика рассматривает объекты относительно макроприбора m . Отобразим этот факт соответствующим символом снизу. Тогда классическую физику следует обозначать символом $R_m(m)$, а квантовую механику (теорию) – символом $R_m(\mu)$. В этих обозначениях охарактеризованная выше бинарная геометрофизика должна обозначаться символом $R_\mu(\mu)$.

Однако во всех записанных обозначениях пока не учитывался весь окружающий мир (как тел и частиц, так и испущенных, но еще не поглощенных фотонов), который обозначим символом M справа сверху. Тогда классическую физику следует обозначать символом $R_m^M(m)$, а квантовую физику – символом $R_m^M(\mu)$.

Исходя из введенных обозначений и изложенных выше соображений о характере искомой реляционно-статистической теории пространства- времени и физических взаимодействий, ее структуру можно представить в виде блок-схемы [6], изображенной на рисунке 5.

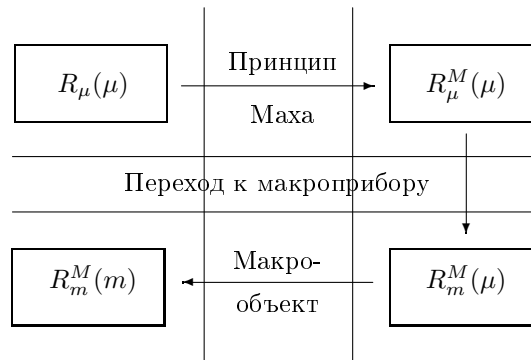


Рис. 5. Блок-схема бинарной геометрофизики

Левый верхний блок означает охарактеризованную выше элементарную бинарную геометрофизику $R_\mu(\mu)$, в которой имеют место парные отношения между микрообъектами, описываемые относительно элементарного базиса из микрообъектов.

Верхней горизонтальной стрелкой обозначен переход от элементарной бинарной геометрофизики $R_\mu(\mu)$ к более совершенной бинарной геометрофизике $R_\mu^M(\mu)$, учитывающей окружающий мир (принцип Маха). В наших работах показано, что в рамках получаемой теории описываются возможные состояния атомов еще до введения классического пространства-времени и записи уравнений Шредингера, Клейна-Фока-Гордона или Дирака. Это делается на основе работ Хиллерааса и В.А. Фока [22], открывших $O(4)$ -симметрию в задаче атома водорода.

Правой вертикальной стрелкой обозначен переход от теории $R_\mu^M(\mu)$ к теории $R_m^M(\mu)$ классических пространственно-временных отношений и квантовой теории на его фоне относительно макроприбора. Это чрезвычайно важный этап развития теории, в котором выводятся закон унарной системы вещественных отношений ранга (6,а), соответствующий геометрии Минковского из

наложения огромного числа бинарных систем комплексных отношений минимальных рангов (3,3) и (2,2).

Нижней горизонтальной стрелкой обозначен переход к классической физике $R_m^M(m)$, состоящий в замене отношений между микрообъектами μ к отношениям между макрообъектами m .

Заключение

В отличие от теорий теоретико-полевой и геометрической парадигм, активно развивавшихся в XX веке, реляционный подход оказался менее всего изученным. Наши исследования реляционного подхода к геометрии и физике на базе бинарных систем комплексных отношений показывают, что он открывает широкие возможности для решения ряда проблем современной фундаментальной теоретической физики.

В частности, в рамках этой программы удастся построить модель прообраза известных теорий физических взаимодействий (электромагнитных, электрослабых и сильных) без использования представлений классического пространства-времени. Показано, что известные виды взаимодействий можно описать в рамках своеобразного бинарного многомерия, развиваемого на основе бинарных систем комплексных отношений ранга (6,6). В самом общем случае получается прообраз теории сильных взаимодействий, в которой имеют место группа внутренних симметрий $SU(3)$ и группа внешних симметрий $SL(2C)$.

Прообраз электрослабых взаимодействий получается своеобразным вырождением модели сильных взаимодействий [23], приводящим к замене группы внутренних симметрий на группу $SU(2)$. Теория электромагнитных взаимодействий получается еще большим вырождением группы внутренних симметрий до группы $U(1)$.

Таким образом в бинарной геометрофизике известные виды физических взаимодействий оказываются разными частными случаями вырождения общей теории бинарных систем комплексных отношений ранга (6,6), а не сложением теорий отдельных физических взаимодействий, как это принято делать сейчас в общепринятой калибровочной теории поля.

В бинарной геометрофизике отсутствует необходимость в использовании механизма Хиггса для описания масс элементарных частиц.

В заключение еще раз подчеркнем: **главная задача современной фундаментальной теоретической физики состоит в выводе классических пространственно-временных отношений из наложения огромного числа отношений, обусловленных процессами в окружающем мире**, вместо того, чтобы строить физические теории на фоне так или иначе заданного пространственно-временного фона. Как нам представляется, практические следствия от решения этой фундаментальнейшей проблемы трудно переоценить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров Ю.С. Аннигиляция пары электрон-позитрон в два гравитона // ЖЭТФ, 1962, т. 43, вып. 1(7), с. 89–91.
2. Владимиров Ю.С. Квантовая теория гравитации // «Эйнштейновский сборник 1972». – М.: Наука, 1974, с. 280–340.
3. Владимиров Ю.С. Метафизика. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2002 (2-е издание, переработанное, 2009).
4. Владимиров Ю.С. Геометрофизика. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005 (2-е издание, переработанное, 2010).
5. Уилер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962.
6. Владимиров Ю.С. Основания физики. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
7. Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen // Z.Phys., 1929, Bd. 58, S. 386–393.
8. Мах Э. Познание и заблуждение. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.
9. Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // Rev. Mod. Phys., 1945, vol.17, p.157–181.
10. Кулаков Ю.И. Теория физических структур. – М.: 2004.
11. Vladimirov Yu.S. Gravitation interaction in the relational approach // Gravitation and Cosmology. Vol. 14, N1 (53), 2008, p. 41–52.

12. Грановский Я.И., Пантюшин А.А. К релятивистской теории тяготения // Изв. АН Каз. ССР, сер. физ.-мат., 1965, №2, с. 65–69.
13. Владимиров Ю.С., Турыгин А.Ю. Теория прямого межчастичного взаимодействия. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
14. Vladimirov Yu.S. Principles of a Unified Theory of Spacetime and Physical Interactions. hep-th/0111021.
15. Solov'yov A.V., Vladimirov Yu.S. Finslerian N-Spinors: Algebra // International Journal of Theoretical Physics, Vol. 40 (8), 2001, p.p. 1511–1523.
16. де Бройль Л. Революция в физике. – М.: Госатомиздат, 1963, с. 187.
17. Горелик Г.Е., Френкель В.Я. Матвей Петрович Бронштейн. – М.: Наука, 1990, с. 13.
18. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. – М.: Наука, 1967, с. 658.
19. Zimmerman E.J. The macroscopic nature of space-time // Amer. Journ. of Phys., 1962, v. 30, p. 97–105.
20. Пенроуз Р. Структура пространства-времени. – М.: Мир, 1982, с. 132.
21. van Dantzig D. On the relation between geometry and physics and concept of space-time // Fünfzig Jahre Relativitätstheorie. Konferenz Bern, Basel. 1955. Bd. 1, S. 569.
22. Фок В.А. Атом водорода и неевклидова геометрия // Известия АН СССР, 1935. Т.2, с. 169–184.
23. Bolokhov S.V., Vladimirov Yu.S. An algebraic approach to the discription of electroweak and strong interactions // Gravitation and Cosmology, 2003, vol.9, p. 114– 119.

Поступила в редакцию 24.02.2013

Владимиров Юрий Сергеевич – доктор физ.-мат. наук, профессор; Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

E-mail: yusvlad@rambler.ru

Yu. S. Vladimirov

From Quantum Gravity to the Relational-Statistical Space-Time Theory

Keywords: quantum gravity, relational theory, relation systems, binary geometry, spinors, relation-statistical nature of space-time.

PACS: 04.60.-M

A chain of the fundamental ideas induced by an analysis of failures in constructing quantum gravity theory has been presented. Main points are: classification of physical theories in three paradigms, use of the relational paradigm, development of the the theory of relation systems, representation of classical space-time as a unary system of real relations, description of physical interactions via relation systems, transition to new binary geometries, a new view on spinors, representation of quantum mechanics via binary geometries, an idea of the relational-statistical nature of classical space-time.

REFERENCES

1. Vladimirov Yu.S., Annihilation of an electron-positron pair into two gravitons *JETP*, 1962, v. 43, № 1(7), p. 89–91.
2. Vladimirov Yu.S., Quantum gravity theory «*Einstein Collection 1972*». – Moscow.: Nauka, 1974, p. 280–340.
3. Vladimirov Yu.S., *Metaphysics*. – Moscow: BINOM, 2002 (2nd edition, 2009).

4. Vladimirov Yu.S., *Geometrophysics*. – Moscow: BINOM, 2005 (2nd edition, 2010).
5. Wheeler J., *Neutrinos, gravitation and geometry*, Bologna 1960.
6. Vladimirov Yu.S., *Foundations of physics*. – Moscow: BINOM, 2008.
7. Fokker A.D., Ein invarianter Variationssatz für die Bewegung mehrerer elektrischer Massenteilchen *Z.Phys.* 1929, Bd. 58, S. 386–393.
8. Mach E., *Erkenntnis und Irrtum*, 1905.
9. Wheeler J.A., Feynman R.P., Interaction with the absorber as the mechanism of radiation *Rev. Mod. Phys.*, 1945, vol.17, p.157–181.
10. Kulakov Yu.I., *Theory of physical structures* – Moscow, 2004.
11. Vladimirov Yu.S., Gravitation interaction in the relational approach *Gravitation and Cosmology*. Vol. 14, N1 (53), 2008, p. 41–52.
12. Granovsky Ya.I., Pantyushin A.A., On relativistic gravity theory *Proc. Kazakh Acad. Sci. ser. Phys.*, 1965, №2, p. 65–69.
13. Vladimirov Yu.S., Turygin A.Yu., *Theory of direct interparticle interactions*. – Moscow: Energoatomizdat, 1986.
14. Vladimirov Yu.S., *Principles of a Unified Theory of Spacetime and Physical Interactions*. hep-th/0111021.
15. Solov'yov A.V., Vladimirov Yu.S., Finslerian N-Spinors: Algebra *International Journal of Theoretical Physics*, Vol.40 (8), 2001, p.p. 1511–1523.
16. de Broglie L., *La physique nouvelle et les quanta*, Flammarion, 1937.
17. Gorelik G.E., Frenkel V.Ya., *Matvey Petrovich Bronstein*. – Moscow: Nauka, 1990, p. 13.
18. Rashevsky P.K., *Riemannian geometry and tensor analysis*. – Moscow: Nauka, 1967, p. 658.
19. Zimmerman E.J., The macroscopic nature of space-time *Amer. Journ. of Phys.*, 1962, v. 30, p. 97–105.
20. Penrose R., MacCallum M.A.H., *Phys. Repts.*, **6C**, 241, (1972).
21. van Dantzig D., On the relation between geometry and physics and concept of space-time *Fünfzig Jahre Relativitätstheorie. Konferenz Bern, Basel*. 1955. Bd. 1, S. 569.
22. Fock V.A., Hydrogen atom and non-Euclidean geometry *Proc. Acad. Sci. USSR*, 1935. v.2, p. 169–184.
23. Bolokhov S.V., Vladimirov Yu.S., An algebraic approach to the description of electroweak and strong interactions *Gravitation and Cosmology*, 2003, vol.9, p. 114–119.

Received 24.02.2013

Vladimirov Yury Sergeevich, Professor, Department of Physics, Lomonosov State University, Moscow, Russia.
E-mail: yusvlad@rambler.ru

УДК 5530.12+531.51+517.944+519.713+514.774

*Ю. Г. Игнатьев*¹**НЕРАВНОВЕСНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ
II. МОДЕЛЬ ЭНЕРГОБАЛАНСА**

Рассмотрены неравновесные космологические сценарии в предположении восстановления скейлинга взаимодействий частиц в области сверхвысоких энергий. Строится модель энергобаланса и обсуждаются условия ее применимости. Рассматривается влияние инфляционных стадий расширения Вселенной на процесс установления термодинамического равновесия.

Ключевые слова: ранняя Вселенная, локальное термодинамическое равновесие, релятивистская кинетика, скейлинг, космические лучи, позднее ускорение.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

1. Кинетические уравнения для сверхтепловых частиц**1.1. Упрощение релятивистского интеграла столкновений**

Рассмотрим однородные изотропные распределения частиц в метрике Фридмана (1.1)²:

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - dl^2) = dt^2 - a^2(t)dl^2, \quad (1.1)$$

$$f_a(x^i, p^k) = f_a(t, p), \quad (1.2)$$

где:

$$p^2 = -g_{\alpha\beta}p^\alpha p^\beta, \quad (\alpha, \beta = \overline{1..3}) \quad (1.3)$$

– квадрат физического импульса. Релятивистские кинетические уравнения [1](3.9) относительно однородных изотропных распределений (1.2) принимают вид (подробности см. в [2], [3], [4]):

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a}p \frac{\partial f_a}{\partial p} = \frac{1}{\sqrt{m_a^2 + p^2}} \sum_{b,c,d} J_{ab \rightleftharpoons cd}(t, p), \quad (1.4)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор метрики Фридмана (1.1), $J_{ab \rightleftharpoons cd}(t, p)$ – интеграл четырехчастичных реакций [5], [6]:

$$\begin{aligned} J_{ab}(t, p) &= (2\pi)^4 \int d\pi_b d\pi_c d\pi_d \delta^{(4)}(P_a + P_b - P_c - P_d) \\ &\times [(1 \pm f_a)(1 \pm f_b)|f_c f_d \overline{M_{cd \rightarrow ab}}|^2 - (1 \pm f_c)(1 \pm f_d)f_a f_b \overline{M_{ab \rightarrow cd}}|^2], \end{aligned} \quad (1.5)$$

знаки $\pm$ соответствуют бозонам (+) и фермионам (–), $M_{i \rightarrow f}$ – инвариантные амплитуды рассеяния (черта означает усреднение по состояниям поляризации частиц), $d\pi_a$ – нормированный элемент объема импульсного пространства a -той частицы:

$$d\pi_a = \sqrt{-g} \frac{\rho_a dp^1 dp^2 dp^3}{(2\pi)^3 p_4}, \quad (1.6)$$

ρ_a – фактор вырождения.

¹E-mail: ignatjev_yu@rambler.ru

²Подробности см. в предыдущей статье Автора [1]. Автор приносит извинения Читателю за ряд неточностей, допущенных при подготовке предыдущей статьи и связанных с отсутствием ссылок на некоторые источники. На стр. 91 3-я строка в подразделе 3.2. опущенную ссылку следует читать: Игнатьев Ю.Г. Релятивистские кинетические уравнения для неупруго взаимодействующих частиц в гравитационном поле // Известия ВУЗов, Физика. 1983. Т. 26. № 8. с. 19–23; на стр. 92, 8 строка сверху ссылку следует читать: Игнатьев Ю. Г. Релятивистский канонический формализм и инвариантная одночастичная функция распределения // Известия ВУЗов, Физика. 1983. Т. 26. № 8. с. 15–19; на стр. 94, 12 строка снизу ссылку следует читать: Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. М: Наука. 1981. – 304 с.

Упростим интеграл четырехчастичных взаимодействий (1.6), используя свойства изотропии распределений $f_a(t, p)$. Для выполнения двух внутренних интегрирований по импульсным переменным перейдем в локальную систему центра масс, в которой интегрирование проводится элементарно. После обратного преобразования Лоренца и перехода к сферической системе координат в импульсном пространстве найдем ([7]):

$$J_{ab}(p) - \frac{2S_b + 1}{(2\pi)^3 p} \int_0^\infty \frac{qdq}{\sqrt{m_b^2 + q^2}} \int_{s_-}^{s_+} \frac{ds}{1 + \left(\frac{m_a^2 - m_b^2}{s}\right)^2} \cdot \frac{1}{16\pi\lambda} \int_{-\lambda^2/s}^0 dt |\overline{M}(s, t)|^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \times \\ \{f_a(p_4)f_b(q_4)[1 \pm f_c(p_4 - \Delta)][1 \pm f_d(q_4 + \Delta)] - f_c(p_4 - \Delta)f_d(q_4 + \Delta)[1 \pm f_a(p_4)][1 \pm f_b(q_4)]\},$$

где

$$\Delta = -\frac{ts}{\lambda^2} \left[p_4 - q_4 - (p_4 + q_4) \frac{m_a^2 - m_b^2}{s} \right] - \cos \varphi \sqrt{-\frac{ts}{\lambda^2} \left(1 + \frac{ts}{\lambda^2} \right)} \\ \times \left[4p_4q_4 \left(1 - \frac{m_a^2 + m_b^2}{s} \right) - \frac{\lambda^2 + 4m_b^2p_4^2 + 4m_a^2q_4^2}{s} \right]^{1/2},$$

$\lambda(x, y, z)$ – функция треугольника (2.16); s, t – кинематические инварианты [1] (2.12), (2.13); p_4, q_4 – реперные компоненты 4-импульса;

$$s_{\pm} = m_a^2 + m_b^2 + 2(p_4q_4 \pm pq).$$

При этом необходимо иметь ввиду определение полного сечения взаимодействия [1] (2.15).

В ультрарелятивистском пределе:

$$\frac{p_i}{m_i} \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{s}{m_i^2} \rightarrow \infty; \quad \lambda \rightarrow s^2, \quad (1.7)$$

вышеприведенные выражения значительно упрощаются, и интеграл столкновений принимает вид:

$$J_{ab}(p) = -\frac{2S_b + 1}{(2\pi)^3 p} \int_0^\infty dq \int_0^{4pq} \frac{ds}{16\pi} \int_0^1 dx |F(x, s)|^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \times \quad (1.8)$$

$$\{f_a(p)f_b(q)[1 \pm f_c(p - \Delta)][1 \pm f_d(q + \Delta)] - f_c(p - \Delta)f_d(q + \Delta)[1 \pm f_a(p)][1 \pm f_b(q)]\}, \quad (1.9)$$

где $x = -t/s$ безразмерная переменная [1] (2.22),

$$|F(t, s)|^2 = |\overline{M}(t, s)|^2 \quad (1.10)$$

и

$$\Delta = x(p - q) - \cos \varphi \sqrt{x(1 - x)(4pq - s)}. \quad (1.11)$$

1.2. Релятивистские кинетические уравнения в терминах конформно соответствующего пространства

Учитывая тот факт, что переменная:

$$\tilde{p} = a(t)p, \quad (1.12)$$

является интегралом движения в метрике Фридмана (см. [2]) и при этом для любой функции $\Psi(t, p)$ имеет место соотношение:

$$\frac{\partial \Psi(t, p)}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p \frac{\partial \Psi(t, p)}{\partial p} = \frac{\partial \Psi(t, \tilde{p})}{\partial t}, \quad (1.13)$$

преобразуем кинетические уравнения для однородных изотропных распределений к виду:

$$\frac{\partial f_a}{\partial \eta} = \frac{a}{\sqrt{m_a^2 + p^2}} \sum_{b,c,d} J_{ab \leftrightarrow cd}(\eta, p), \quad (1.14)$$

куда необходимо подставить $p = \tilde{p}/a$.

Заметим, что с другой стороны переход к переменной (1.12), $\tilde{p}$, фактически является конформным преобразованием (см. [4])

$$\bar{P}_i = P_i - \partial_i \varphi; \quad \bar{A}_i = A_i + \partial_i \varphi. \quad (1.15)$$

к однородному статическому пространству

$$ds^2 = d\eta^2 - dl^2$$

(см. (1.1), (1.2)), при котором физическая компонента импульса, p , (1.3) преобразуется по закону:

$$p = \frac{\tilde{p}}{a}. \quad (1.16)$$

Таким образом, импульсная переменная (1.12), $\tilde{p}$, есть абсолютная величина физического импульса в конформно соответствующем статическом пространстве постоянной кривизны, а η – временная переменная в этом пространстве.

Плотности частиц, $n(\eta)$, и их энергии, $\varepsilon(\eta)$, относительно изотропного распределения частиц, $f(\eta, p)$ определяются формулами (см. формулы [1] (3.11) и [1] (3.12)):

$$n(\eta) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty p^2 f(\eta, p) dp = \frac{\rho}{2\pi^2 a^3} \int_0^\infty \tilde{p}^2 f(\eta, \tilde{p}) d\tilde{p}; \quad (1.17)$$

$$\varepsilon(\eta) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \sqrt{m^2 + p^2} p^2 f(\eta, p) dp = \frac{\rho}{2\pi^2 a^3} \int_0^\infty \tilde{p}^2 \sqrt{m^2 + \tilde{p}^2/a^2} f(\eta, \tilde{p}) d\tilde{p}. \quad (1.18)$$

В связи с этим удобно ввести конформные плотности числа частиц, $\tilde{n}(\eta)$, а для ультрарелятивистских частиц – и плотности их энергии, $\tilde{\varepsilon}(\eta)$:

$$\tilde{n}(\eta) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \tilde{p}^2 f(\eta, \tilde{p}) d\tilde{p}; \quad (1.19)$$

$$\tilde{\varepsilon}(\eta) = \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \sqrt{m^2 + p^2} p^2 f(\eta, p) dp \approx \frac{\rho}{2\pi^2} \int_0^\infty \tilde{p}^3 f(\eta, \tilde{p}) d\tilde{p}. \quad (1.20)$$

Тогда имеют место два соотношения:

$$\tilde{n}(\eta) = n(\eta) a^3(\eta); \quad (1.21)$$

$$\tilde{\varepsilon}(\eta) \approx \varepsilon(\eta) a^4(\eta); \quad (p/m \rightarrow \infty), \quad (1.22)$$

из которых первое выполняется строго, а второе, – асимптотически, в ультрарелятивистском пределе.

1.3. Интеграл столкновений для слабого отклонения распределений от равновесия

Исследуем сначала слабое нарушение термодинамического равновесия в горячей модели, когда основная часть частиц, $n_0(t)$, находится в состоянии теплового равновесия, и лишь для небольшой доли частиц, $n_1(t)$ тепловое равновесие нарушено:

$$n_1(t) \ll n_0(t). \quad (1.23)$$

В дальнейшем будем полагать, что функции распределения мало отличаются от равновесных в области малых значений энергии, меньших некоторого унитарного предела³, $p = p_0$ (или $T = T_0$), ниже которого отсутствует скейлинг, и может сильно нарушаться при энергиях, выше унитарного предела:

$$f_a(p) \approx \begin{cases} f_a^0 = \frac{1}{\exp(\frac{-\mu_a + E_a(p)}{T}) \pm 1}, & p < p_0; \\ \Delta f_a(p); \quad f_a^0(p) \ll \Delta f_a(p) \ll 1, & p > p_0. \end{cases} \quad (1.24)$$

³см. предыдущую статью [1].

где $\mu_a(t)$ – химические потенциалы, $T(t)$ – температура равновесной компоненты плазмы. Таким образом, в области $p > p_0$ может наблюдаться аномально большое число частиц по сравнению с равновесным значением, но при этом малое (см. (1.23)) по сравнению с полным числом равновесных частиц.

Исследуем процесс релаксации распределения $f_a(p)$ к равновесному $f_a^0(p)$. Задача в такой постановке для частного случая первоначального распределения $f(t=0, p)$ решалась ранее в [8], [9]. В работах [10, 11] дано общее решение этой задачи. Как показано в этих работах, космологическую плазму формально можно рассматривать как двухкомпонентную систему: 1). равновесную компоненту с распределением $f_a^0(t, p)$, и 2). неравновесную, *сверхтепловую*, компоненту с распределением $\Delta f_a(t, p)$, причем число частиц в неравновесной компоненте мало, но плотность ее энергии, вообще говоря, произвольна. Следует отметить, что в неравновесной компоненте импульсы всех частиц лежат выше унитарного предела, – как только импульс частиц становится ниже унитарного предела, эта частица вследствие сильно возросшего сечения взаимодействия должна немедленно термализоваться и, таким образом, перейти в равновесную компоненту, передавая ей свою энергию. Заметим, что физический процесс установления равновесия в космологической плазме более адекватно описывают конформные плотности числа частиц, $\tilde{n}$, и энергии $\tilde{\varepsilon}$, (1.19), (1.20), чем соответствующие им обычные скалярные плотности, так как *конформные плотности пропорциональны полному числу частиц и полной энергии*⁴ сопутствующего элемента объема.

Исследуем интеграл столкновений (1.9) в области

$$p \geq p_0 \gg T. \quad (1.25)$$

Вследствие неравенства (1.24) в этой области можно пренебречь столкновениями сверхтепловых частиц между собой, ограничиваясь учетом рассеяния сверхтепловых частиц на равновесных. Поэтому в интеграле столкновений значение одного из импульсов, $P' = p - \Delta$, либо $q' = q + \Delta$ должно лежать в тепловой области, второго – в сверхтепловой, за унитарным пределом. Вне этой области подинтегральное значение интеграла столкновений чрезвычайно мало. Вследствие этого обстоятельства вторым членом в фигурных скобках (1.9) можно пренебречь, так как он может конкурировать с первым в асимптотически малых областях изменения переменных x и φ : $x(1-x) \lesssim T/p \rightarrow 0$. Статистические факторы вида $[1 \pm f_a(p')]$ в первом члене интеграла (1.9) могут заметно отличаться от единицы опять-таки лишь в области тепловых значений импульсов. В результате в исследуемой нами области значений импульсов интеграл столкновений (1.9) можно записать в виде:

$$J_{ab \leftrightarrow cd}(p)|_{p \geq p_0} = \frac{(2S_b + 1)\Delta f_a(p)}{(2\pi)^3 p} \int_0^\infty \frac{q f_b^0(q) dq}{\sqrt{m_b^2 + q^2}} \int_{2p(q^4 - q)}^{2p(q^4 + q)} \frac{ds}{16\pi} \int_0^1 dx |F(x, s)|^2. \quad (1.26)$$

Используя здесь определение полного сечения рассеяния [1] (2.23), получим из (1.26):

$$J_{ab \leftrightarrow cd}(p)|_{p \geq p_0} = \frac{(2S_b + 1)\Delta f_a(p)}{(2\pi)^3 p} \int_0^\infty \frac{q f_b^0(q) dq}{\sqrt{m_b^2 + q^2}} \int_{2p(q^4 - q)}^{2p(q^4 + q)} \sigma_{tot} s(s) ds. \quad (1.27)$$

Подставляя, наконец, во внутренний интеграл выражение для σ_{tot} в форме UACS, [1] (3.27) – (3.28), проводя интегрирование с логарифмической точностью и суммируя полученное выражение по всем каналам реакций, найдем окончательно:

$$J_a(p)|_{p \geq p_0} = -\frac{4}{\pi} \Delta f_a(p) \sum_b (2S_b + 1) \nu_{ab} \int_0^\infty \frac{q^2 f_b^0(q)}{\sqrt{m_b^2 + q^2}} \frac{dq}{\Lambda(\bar{s})}, \quad (1.28)$$

где

$$\bar{s} = \frac{1}{2} p q,$$

ν_{ab} – число каналов реакций, в которых может участвовать частица сорта a .

Вычислим значения интеграла (1.28) в предельных случаях.

⁴ для ультрарелятивистской плазмы

1.4. Рассеяние на нерелятивистских частицах

Если равновесные частицы сорта b нерелятивистские, т.е., $q \ll m_b$, то интеграл (1.28) сводится к выражению:

$$J_a(p)|_{p \geq p_0} = -32\pi^2 \Delta f_a(p) \sum_b \frac{n_b^0(t)}{m_b} \frac{\nu_{ab}}{1 + \ln^2 pm_b/2}, \quad (m_b > T). \quad (1.29)$$

1.5. Рассеяние на ультрарелятивистских частицах

Если равновесные частицы сорта b являются ультрарелятивистскими, т.е., $m_b \ll T$, причем их химический потенциал мал, $-\mu_b \ll T$, то вычисляя интеграл (1.28) относительно равновесного распределения (1.24), найдем:

$$J_a(p)|_{p \geq p_0} = -\frac{4\pi}{3} \frac{\tilde{N} T^2(t)}{1 + \ln^2 Tp/2} \Delta f_a(p), \quad (m_b \ll T, \mu_b \ll T), \quad (1.30)$$

где

$$\tilde{N} = \frac{1}{2} \left[\sum_B (2S+1) + \frac{1}{2} \sum_F (2S+1) \right] = N_B + \frac{1}{2} N_F;$$

N_B – число сортов равновесных бозонов, F – фермионов.

Чтобы оценить вклады в интеграл столкновений нерелятивистских и ультрарелятивистских частиц в равновесной компоненте, вычислим сначала их концентрации. Концентрация ультрарелятивистских частиц в горячей модели получается из выражения (1.24) для функции распределения равновесной компоненты подстановкой

$$E(p) = p; \quad \mu_a = 0 \quad (1.31)$$

в формулу для определения плотности числа частиц (см. [4]):

$$n_a(t) = \frac{2S_a + 1}{2\pi^2} \int_0^\infty f_a(t, p) p^2 dp. \quad (1.32)$$

Таким образом найдем (см. [1] (1.34)):

$$n_a(t) = \frac{(2S_a + 1)T^3}{\pi^2} g_n \zeta(3), \quad (1.33)$$

где g_n определяется соотношениями (1.37). Концентрация нерелятивистских равновесных частиц *при условии сохранения их числа* изменяется пропорционально $a^{-3}(t)$. Поэтому в условиях слабого нарушения равновесия отношение плотности нерелятивистских частиц к плотности реликтовых фотонов примерно постоянно (так как $T \sim a(t)^{-1}$):

$$\frac{n_0(t)}{n_\gamma(t)} \approx \text{Const} = \delta \sim 10^{-10} \div 10^{-9}. \quad (1.34)$$

Вычисляя отношение вкладов в интеграл столкновений нерелятивистских и ультрарелятивистских равновесных частиц, получим:

$$J_{\text{non}}/J_{\text{ultra}} \sim \frac{24\pi n_b^0}{m_b T^2} = \zeta(3) \delta \frac{64T(t)}{\pi m_b} \sim 10^{-9} \frac{T}{m_b}, \quad (1.35)$$

– отношение вкладов мало при $T \ll 10^9 m_b$ и уменьшается со временем. Поэтому в дальнейшем вкладом нерелятивистских частиц в интеграл столкновений будем пренебрегать.

2. Релаксация сверхтепловой компоненты на равновесных частицах

2.1. Релаксация сверхтепловых частиц на ультрарелятивистской стадии Вселенной

Подставляя полученное выражение (1.30) для интеграла столкновений в кинетические уравнения (1.14), получим кинетическое уравнение, описывающее эволюцию ультрарелятивистской сверхтепловой компоненты в равновесной космологической плазме:

$$\frac{\tilde{p}}{a} \frac{\partial \Delta f_a}{\partial t} = -\frac{4\pi \tilde{N}}{3} \frac{T^2(t)}{\Lambda(\tilde{p}T/2a)} \Delta f_a. \quad (2.1)$$

Кинетическое уравнение (2.1) легко интегрируется в квадратурах. Для удобства в дальнейшем несколько уточним нормировку переменной $\tilde{p}$. При этом возникает необходимость соотнесения величин, используемых в неравновесной модели, с соответствующими величинами стандартного космологического сценария, поскольку все наблюдаемые космологические параметры интерпретированы уже в терминах SCS. При этом мы должны иметь перед глазами две *синхронные* модели Вселенной: реальную – неравновесную модель $\mathcal{M}$ с макроскопическими параметрами $P(t)$ и идеальную – равновесную модель $\mathcal{M}_0$, имеющую на данный момент времени t некоторые макроскопические параметры $P_0(t)$.

Рассмотрим Вселенную с ультрарелятивистским уравнением состояния (показатель баротропы $\rho = 1/3$)⁵:

$$\varepsilon = 3p. \quad (2.2)$$

Тогда согласно уравнениям Эйнштейна плотность энергии Вселенной на ультрарелятивистской стадии расширения изменяется по закону:

$$\varepsilon a^4 = \text{Const}; \quad \varepsilon = \frac{1}{32\pi t^2}, \quad (2.3)$$

а масштабный фактор изменяется по закону:

$$a(t) \sim t^{1/2}. \quad (2.4)$$

С другой стороны, плотность энергии равновесной плазмы определяется через ее температуру соотношением [1] (1.38):

$$\varepsilon_0 = N \frac{\pi^2 T^4}{15}. \quad (2.5)$$

Поэтому, если бы Вселенная была заполнена *только* равновесной плазмой, ее температура $T_0(t)$ изменялась бы по закону (см. [4]):

$$N^{1/4} T_0(t) = \left(\frac{45}{32\pi^3} \right)^{1/4} t^{-1/2} \quad (\sim a^{-1}), \quad (2.6)$$

– здесь мы учитываем возможную слабую зависимость эффективного числа равновесных типов частиц от времени, $N(t)$. Итак, уточним формулу (1.12) следующим образом:

$$p = \tilde{p} N^{1/4} T_0(t). \quad (2.7)$$

Согласно этой формуле смысл импульсной переменной $\tilde{p}$ таков: *с точностью до числового множителя порядка единицы $\tilde{p}$ есть отношение энергии частиц к их средней энергии на этот же момент времени в локально-равновесной ультрарелятивистской Вселенной.*

Таким образом, решая кинетическое уравнение (2.1) с учетом соотношений (1.13) и (2.7), найдем его решение:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a^0(\tilde{p}) \exp \left[-\frac{\xi(t, \tilde{p})}{\tilde{p}} \int_0^t \frac{y^2(t') dt'}{\sqrt{t'}} \right], \quad (2.8)$$

⁵Заметим, что давление и импульс имеют одинаковые обозначения.

где:

$$\Delta f_a^0(\tilde{p}) = \Delta f_a(0, \tilde{p}),$$

– начальное отклонение от равновесия, введена безразмерная функция:

$$y(t) = \frac{T(t)}{T_0(t)} \quad (2.9)$$

и параметр, слабо зависящий от переменных $t, \tilde{p}$:

$$\xi(t, \tilde{p}) = \frac{4\pi\tilde{N}}{3\sqrt{N}} \left(\frac{45}{32\pi^3} \right)^{1/4} \frac{1}{\Lambda(\tilde{p}T_0/2)}. \quad (2.10)$$

Приближению $p \gg p_T \approx T(t)$ соответствуют значения $\tilde{p} \gg 1$.

Поскольку $T(t)$ – температура равновесной компоненты плазмы, а $T_0(t)$ – температура на данный момент времени полностью равновесной Вселенной, всегда выполняется условие:

$$y(t) \leq 1. \quad (2.11)$$

Для того, чтобы быть правильным решением кинетических уравнений, функция $\Delta f_a(t, \tilde{p})$ во все времена должна удовлетворять интегральному условию (1.23). Поскольку согласно решению (2.7) отклонение от равновесия функции распределения $\Delta f_a(t, \tilde{p})$ строго убывает со временем, для справедливости решения (2.7) достаточно, чтобы функция $\Delta f_a(t, \tilde{p})$ удовлетворяла условию (1.23) в начальный момент времени. Это дает:

$$\int_0^\infty \Delta f_a^0(\tilde{p}) \tilde{p}^2 d\tilde{p} \gg \frac{2}{N^{3/4}} y_0^3, \quad (2.12)$$

где $y_0 = y(0) \leq 1$.

2.2. Релаксация сверхтепловых частиц на нерелятивистской стадии Вселенной

Рассмотрим теперь Вселенную на нерелятивистском этапе расширения. В этом случае уравнение состояния есть

$$p = 0 \quad (2.13)$$

и масштабный фактор изменяется по закону:

$$a(t) \sim t^{2/3}. \quad (2.14)$$

При этом будем рассматривать рассеяние сверхтепловых частиц на равновесных безмассовых реликтовых частицах, которых в SCS примерно в 10^9 больше нерелятивистских частиц. Пусть t_0 – момент смены ультрарелятивистского уравнения состояния нерелятивистским в неравновесной Вселенной и $T_\gamma^0(t)$ – температура реликтовых фотонов в равновесной Вселенной. Тогда:

$$T_\gamma^0(t) = \left(\frac{45}{32\pi^3 N} \right)^{1/4} \frac{t_0^{1/6}}{t^{2/3}}. \quad (2.15)$$

Интегрируя кинетическое уравнение (2.1), найдем в этом случае:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a(t_0, \tilde{p}) \exp \left[-\frac{\chi(t, \tilde{p})}{\tilde{p}} \int_{t_0}^t \frac{y^2(t') dt'}{t'^{2/3}} \right], \quad (2.16)$$

где $\Delta f_a(t_0, \tilde{p})$ определяется решением (2.8), а

$$\chi(t, \tilde{p}) = \frac{4\pi\tilde{N}T_\gamma^0(t_0)t_0^{2/3}}{\Lambda(\frac{1}{2}\tilde{p}T_\gamma^0(t))} \quad (2.17)$$

– медленно меняющийся параметр, $\tilde{N}$ определяется для безмассовых реликтовых частиц.

2.3. Релаксация сверхтепловых частиц в ультрарелятивистской плазме на инфляционной стадии Вселенной

Рассмотрим теперь инфляционную стадию расширения Вселенной, полагая плотность энергии плазмы малой по сравнению с плотностью энергии скалярного поля. Таким образом, масштабный фактор Вселенной изменяется по закону [1] (1.17)⁶:

$$a = a_1 e^{\Xi t}; \quad \varepsilon_S = \frac{3\Xi^2}{8\pi} = \text{Const}, \quad (2.18)$$

а температура равновесной компоненты изменяется по закону изменения физического импульса частиц $T \sim a^{-1}$. Предположим, что инфляционной стадии предшествовала ультрарелятивистская стадия, причем смена режима расширения произошла в момент времени t_1 . Тогда на инфляционной стадии $T = T_1 \exp(-\Xi(t - t_1))$. Интегрируя кинетическое уравнение (2.1) на инфляционной стадии, получим:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a(t_1, \tilde{p}) \exp \left[-\frac{4\pi \tilde{N}}{3\tilde{p}} \frac{T_1^2 a_1}{\Xi \Lambda} \left(1 - e^{-\Xi(t-t_1)} \right) \right] \quad (2.19)$$

При больших временах инфляции $\Xi t \gg 1$ экспоненциально затухающим членом в (2.19) можно пренебречь, и мы получим:

$$\frac{\Delta f_a(t, \tilde{p})}{\Delta f_a(t_1, \tilde{p})} \approx \exp \left[-\frac{4\pi \tilde{N}}{3\tilde{p}} \frac{T_1^2 a_1}{\Xi \Lambda} \right] = \exp \left[-\frac{4\pi \tilde{N} T_1^2}{3p_1 \Xi \Lambda} \right], \quad (2.20)$$

где p_1 – физический импульс на момент времени t_1 . Таким образом, на инфляционной стадии отклонение функции распределения от равновесия практически не зависит от времени, совпадая при больших импульсах с распределением на момент смены режима расширения.

2.4. Границы применимости квазиклассического приближения

Исследуем границы применимости рассматриваемой кинетической модели (см. [12]). Напомним, что космологическое время t вычисляется в планковских единицах. Поэтому возникает естественный вопрос, а можно ли пользоваться методами классической (неквантовой) механики на временах порядка планковских? Условием применимости квазиклассического описания частиц в космологической ситуации является соотношение, вытекающее из соотношения неопределенности Гейзенберга:

$$Et \gg 1. \quad (2.21)$$

В расширяющейся Вселенной кинетическая энергия частиц изменяется обратно пропорционально масштабному фактору. Таким образом, параметр квазиклассичности, $\phi = Et$, равен:

$$Et = \gamma \frac{a_1 t}{a(t) t_1} = \gamma \left(\frac{t}{t_1} \right)^{\frac{1+3\varrho}{3(1+\varrho)}}, \quad (2.22)$$

где $\gamma = E_1 t_1$. Отсюда следует, что при показателе баротропии $\varrho > -1$ величина параметра квазиклассичности растет со временем, т.е., частицы становятся все более классическими, а на малых временах квазиклассичность может быть нарушена. В частности, для ультрарелятивистской Вселенной согласно (2.6) и (2.7):

$$E = p = \tilde{p} \left(\frac{45}{32\pi^3} \right)^{1/4} t^{-1/2}. \quad (2.23)$$

Поэтому условие применимости квазиклассического описания частиц (2.21) в случае ультрарелятивистской Вселенной принимает вид:

$$t \tilde{p}^2 \gg \sqrt{\frac{32\pi^3}{45}} \approx 4.70. \quad (2.24)$$

⁶ Мы заменили в этой части статьи значение космологической постоянной Λ на Ξ , поскольку символ Λ у нас уже занят под обозначение логарифмического фактора сечения.

При $t \sim 1$ (планковское время) такое рассмотрение оправдано для достаточно больших значений конформного импульса $\tilde{p} \gg 1$, которые как раз и соответствуют сверхтепловым частицам. Таким образом, *квазиклассическое описание частиц применимо на планковских временах эволюции Вселенной с тем большей достоверностью, чем больше энергия частиц тепловой энергии*. Таким образом, описание эволюции сверхтепловой (неравновесной) компоненты не требует квантового рассмотрения на временах порядка планковских и даже меньших их.

2.5. Применимость статистического описания систем частиц в ранней Вселенной

Возникает и второй вопрос, насколько применимы методы статистического описания ансамбля частиц в ранней Вселенной? Строго говоря, для того, чтобы пользоваться понятиями функции распределения в классическом смысле, необходимо, чтобы внутри светового горизонта содержалось достаточно большое число частиц (см. [13]):

$$N_a(t) = \frac{4\pi}{3} n_a(t) * t^3 \gg 1. \quad (2.25)$$

Для тепловых частиц получим отсюда (см. [13]):

$$\frac{0,3\sqrt{t}}{N} > 1. \quad (2.26)$$

Т.е., строгое применение статистического подхода к системе частиц, находящихся в тепловом равновесии с нулевым химическим потенциалом, возможно при временах, больших планковских. Для сверхтепловых частиц $n \sim n_a^0(t)/\mathcal{P}_0^3$. Поэтому в этом случае условие (2.25) принимает вид:

$$\frac{0,3\sqrt{t}}{N\mathcal{P}_0} > 1 \quad (2.27)$$

и, очевидно, вследствие условия $\mathcal{P}_0 \gg 1$ может выполняться лишь во времена, гораздо больших планковских: $t \gg 1$. Однако, это формально правильное в общем случае рассуждение нуждается в существенном уточнении при рассмотрении космологических задач. Из квантовой теории поля следует, что условием применимости понятия матрицы плотности, сечения взаимодействия, вероятности взаимодействия является малость комптоновских размеров взаимодействующих частиц $\lambda_k = 1/E$ по сравнению с характерным масштабом неоднородности системы. Применительно к космологической ситуации это опять-таки приводит к условию (2.21). Поскольку кинетическая энергия частиц изменяется со временем обратно пропорционально масштабному фактору, условие Таким образом, внутри светового горизонта даже при временах гораздо меньших планковских сверхтепловые взаимодействующие частицы локализованы в гораздо меньших, чем световые, объемах, поэтому для них внутри светового горизонта сохраняются понятия начального и конечного состояний, следовательно, и их вероятности находиться в этих состояниях можно вычислять обычным образом⁷. Вопрос, следовательно, заключается в том, насколько эти вероятности, реализованные в шарах, с радиусами порядка планковских, отличаются между собой, т.е., насколько достоверно на них можно сконструировать вероятность для макрообъемов, вмещающих большое число планковских шаров? Ясно, что понятие макроскопического наблюдателя в космологической ситуации корректно лишь при временах, гораздо больших планковских, причем объем прибора такого наблюдателя должен быть, во-первых, гораздо больше планковского, во-вторых, не больше объема светового горизонта и, в-третьих, - вмещать себя достаточно большое число частиц. Таким образом, время макроскопического наблюдения, когда удастся провести статистические измерения с достаточной достоверностью, должно удовлетворять условию (2.27). Тем не менее, полученное на этот момент времени статистическое распределение пригодно и для более ранних времен, если у нас есть гарантии того, что это распределение сохраняется в среднем достаточно однородным, т.е., если характерный размер неоднородности системы, $\lambda_1 = \lambda(t_1)$, на момент измерения t_1 гораздо больше светового горизонта:

$$\lambda_1 \gg t_1 \Leftrightarrow h_1 = \frac{\lambda_1}{t_1} \gg 1. \quad (2.28)$$

⁷Если только энергии в этих состояниях оказываются не меньше тепловых.

Но все масштабы расширяющейся Вселенной изменяются пропорционально масштабному фактору $a(t)$, поэтому текущее значение параметра однородности, $h(t) = \lambda(t)/t$, равно:

$$h(t) = h_1 \left(\frac{t_1}{t} \right)^{\frac{1+3\rho}{3(1+\rho)}}. \quad (2.29)$$

Поэтому при значении коэффициента баротропы $\rho > -1$ в уравнении состояния на более ранних временах $t < t_1$ сохраняется отношение $h(t) > h_1 \gg 1$, – т.е., сфера внутри светового горизонта на ранних временах является более однородной чем на более поздних временах – результат, хорошо известный из теории возмущений изотропного мира Лифшица-Халатникова (см., например, [14]). Но это означает, что макроскопическое значение плотности вероятности, полученное усреднением локальных вероятностей внутри световых шаров в более ранние, чем t_1 , моменты времени правильно описывает макроскопическую функцию распределения. Этот важный для статистики результат обеспечивается однородностью мира Фридмана и локальной однородностью распределения частиц. Заметим, что при достижении параметра неоднородности значения h_1 мы имеем полное право рассматривать неоднородности системы в рамках макроскопической статистической модели, поэтому соотношение (2.29) на временах, больших t_1 , теряет смысл. Заметим также, что параметры квазиклассичности и однородности меняются со временем обратно пропорционально друг другу.

2.6. Достаточность учета четырехчастичных столкновений для описания взаимодействий сверхтепловых частиц

Может также возникнуть вопрос, насколько обоснованной является модель четырехчастичных взаимодействий для сверхтепловых частиц в условиях $\tilde{p} \gg 1$ и малого числа сверхтепловых частиц по сравнению с тепловыми. Помимо четырехчастичных реакций вида [1] (2.11) можно рассмотреть n -частичные реакции типа:

$$a \rightleftharpoons b + c, \quad (n = 3); \quad (2.30)$$

$$a + b + c \rightleftharpoons d + e, \quad (n = 5); \quad (2.31)$$

$$\dots \quad \dots \quad (\dots).$$

Рассмотрим сначала 3-х частичные реакции. Такие реакции возможны либо для нестабильных частиц «а», например, промежуточных W -бозонов в электрослабых взаимодействиях $SU(2) \times U(1)$, хиггсовых бозонов в $SU(5)$ -моделях, либо для стабильных частиц в сильных внешних полях. Примером последнего случая является реакция образования фотоном электронно-позитронной пары в поле ядра. Заметим, что в этом случае, строго говоря, реакция также является четырехчастичной, в которой участвует еще один виртуальный фотон. В этом, последнем, случае сечение реакции оказывается пропорциональной кубу константы взаимодействия и обратно пропорциональна кубу энергии частиц, что делает такие реакции маловероятными по сравнению с четырехчастичными. В случае же нестабильных частиц реакция распада происходит по часам внешнего наблюдателя во время:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-v^2}} = \tau_0 \frac{E}{m}, \quad (2.32)$$

где τ_0 – время полураспада в собственной системе отсчета. Для ультрарелятивистских частиц, интегрируя соотношение:

$$\tau = \int_0^{\tau_0} \frac{p}{m} dt$$

с учетом зависимости импульса частиц от космологического времени, получим:

$$\tau = 2\tau_0 \frac{p(\tau_0)}{m}. \quad (2.33)$$

Положим $p(t_{pl}) = Km_{pl}$, где для сверхтепловых частиц $K \gg 1$. Очевидно, что для обычных элементарных частиц $\tau_0/t_{pl} = K1 \gg 1$ и $m/m_{pl} = 1/K2 \ll 1$. Таким образом:

$$\tau = KK_1K_2\tau_0 \gg \tau_0. \quad (2.34)$$

Так, например, для SU(5)-модели $m_{pl}/m \sim 10^5$, $\tau_0/t_{pl} \sim 10^5$. Поэтому, например, при $p(\tau_0)/m \sim 10^{10}$ получим из (2.34) $\tau \sim 10^{20}\tau_0$, что дает космологическое время порядка 10^{-23} sec, тогда как все реакции кварково-глюонного цикла прекращаются во времена порядка 10^{-38} sec. Таким образом, трехчастичные реакции не вносят сколь-нибудь заметного вклада в процесс установления термодинамического равновесия. Заметим, однако, что при этом такие реакции могут оказаться важными для формирования конечного состава сверхтепловой компоненты, так как именно они могут приводить к ливневым процессам, в результате которых увеличивается число реликтовых частиц.

3. Разогрев равновесной компоненты сверхтепловыми частицами

3.1. Уравнение энергобаланса на ультрарелятивистской стадии расширения

Несмотря на малое по сравнению с равновесным число неравновесных частиц, энергия, заключенная в неравновесном хвосте, может оказаться значительно большей энергии равновесной компоненты, если существенные искажения распределения имеются в сверхтепловой области, которым отвечают большие значения импульсной переменной $\tilde{p} \gg 1$. Сверхтепловые частицы, сталкиваясь с равновесными, передают им свою энергию и тем самым разогревают равновесную компоненту плазмы. *Для ультрарелятивистской Вселенной можно дать изящное и полное решение задачи о разогреве равновесной плазмы сверхтепловыми частицами* [10,11]. Для нахождения истинной температуры, $T(t)$, ультрарелятивистской плазмы с учетом подогрева ее сверхтепловыми частицами воспользуемся уравнением (2.3), являющегося следствием закона сохранения энергии и определяющего зависимость плотности энергии, ε , ультрарелятивистской Вселенной от космологического времени. Эта плотность энергии складывается из плотности энергии равновесной плазмы, ε_0 (2.4), и плотности энергии сверхтепловой компоненты, ε_1 :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (3.1)$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{NT_0^4}{\pi^2} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \Delta f_a(t, \tilde{p}) \tilde{p}^3 d\tilde{p}. \quad (3.2)$$

Для дальнейшего удобно ввести безразмерную переменную $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_1} \leq 1. \quad (3.3)$$

Поскольку полная плотность энергии $\varepsilon(t)$ с другой стороны определяется четвертой степенью температуры, $T_0(t)$, полностью равновесной Вселенной, а плотность энергии равновесной компоненты $\varepsilon_0(t)$ – четвертой степенью температуры $T(t)$, введенная нами безразмерная переменная связана простым соотношением с безразмерной переменной $y(t) = T(t)/T_0(t)$, введенной нами ранее (2.9):

$$\sigma(t) = y^4(t), \quad (3.4)$$

откуда сразу следует неравенство (2.11).

Таким образом из (3.1) с учетом решения (2.8) для неравновесной функции распределения получим интегральное уравнение относительно функции $y(t)$:

$$y^4 + \frac{15}{\pi^4} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \tilde{p}^3 \Delta f_a^0(\tilde{p}) \exp \left[-\frac{\xi(t, \tilde{p})}{\tilde{p}} \int_0^t \frac{y^2(t') dt'}{\sqrt{t'}} \right] d\tilde{p} = 1. \quad (3.5)$$

Из этого уравнения в нулевой момент времени получим соотношение:

$$\frac{15}{\pi^4} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \tilde{p}^3 \Delta f_a^0(\tilde{p}) d\tilde{p} = 1 - \sigma_0. \quad (3.6)$$

3.2. Решение уравнения энергобаланса

При заданных функциях $\Delta f_a^0(\tilde{p})$ уравнение (3.5) всегда интегрируется с логарифмической точностью в квадратурах. Действительно, вместо переменной t и функции $y(t)$ введем новую безразмерную переменную τ :

$$\tau = \frac{\langle \xi \rangle}{\langle \tilde{p} \rangle_0} \sqrt{t} \quad (3.7)$$

и безразмерную функцию $Z(\tau)$:

$$Z(\tau) = 2 \int_0^\tau y^2(\tau') d\tau', \quad (3.8)$$

где $\langle \xi \rangle = \xi(\langle \tilde{p} \rangle_0)$, а

$$\langle \tilde{p} \rangle_0 = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\tilde{p} \tilde{p}^3 \Delta f_a^0(\tilde{p})}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\tilde{p} \tilde{p}^2 \Delta f_a^0(\tilde{p})} \quad (3.9)$$

– среднее значение импульсной переменной $\tilde{p}$ в момент времени $t = 0$. На Рис.1 показана связь космологического времени t с безразмерной временной переменной τ . Из (3.8), дифференцируя, получим:

$$y = \sqrt{\frac{1}{2} Z'_\tau}; \quad Z(0) = 0; \quad Z'_\tau(0) = 2\sqrt{\sigma_0}, \quad (3.10)$$

где $\sigma_0 = \sigma(0) = y^2(0)$. Тогда после вычисления с логарифмической точностью интеграла в уравнении (3.5) с учетом соотношения (3.6) последнее приводится к виду [9]:

$$Z'_\tau = 2\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)\Phi(Z)}, \quad (3.11)$$

где введена функция $\Phi(Z)$:

$$\Phi(Z) = \frac{\langle \tilde{p} \rangle(t)}{\langle \tilde{p} \rangle(0)} = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\tilde{p} \tilde{p}^3 \Delta f_a^0(\tilde{p}) e^{-Z\tilde{p}_0/\tilde{p}}}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\tilde{p} \tilde{p}^3 \Delta f_a^0(\tilde{p})}. \quad (3.12)$$

В дальнейшем удобно перейти к новой безразмерной импульсной переменной:

$$\rho = \frac{\tilde{p}}{\langle \tilde{p} \rangle_0}, \quad (3.13)$$

так что:

$$1 = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho)}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^2 \Delta f_a^0(\rho)} \Rightarrow \langle \rho \rangle_0 \equiv 1. \quad (3.14)$$

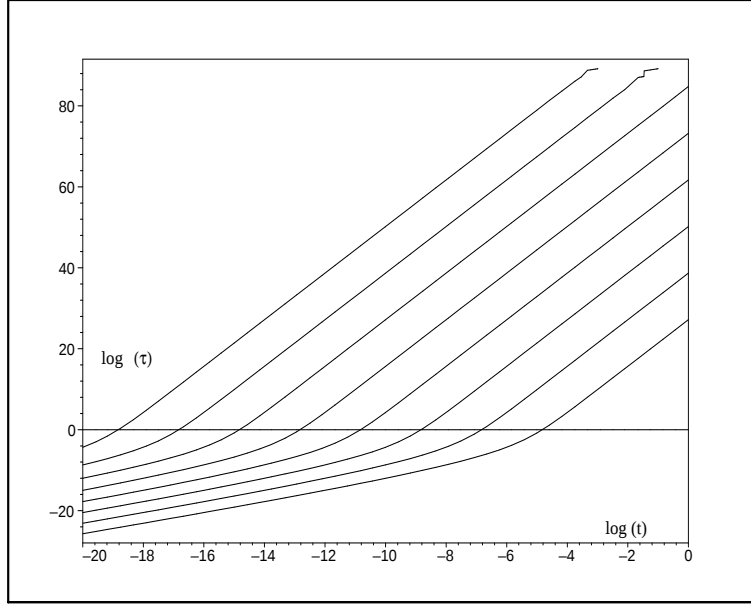


Рис. 1. Связь логарифма безразмерной временной переменной τ с логарифмом космологического времени t в зависимости от параметра $\langle \bar{p} \rangle_0$ – слева-направо: $\langle \bar{p} \rangle_0 = 10^{13}; 10^{14}; 10^{15}; 10^{16}; 10^{17}; 10^{18}; 10^{19}; 10^{20}$. Космологическое время t исчисляется в секундах. Всюду принято $\mathcal{N} = 100$.

Тогда:

$$\Phi(Z) = \frac{\langle \rho \rangle(\tau)}{\langle \rho \rangle(0)} = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho) e^{-Z/\rho}}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho)}. \quad (3.15)$$

Очевидно, что $\Phi(Z)$ является монотонно убывающей функцией Z , так как всегда

$$\Phi'_Z < 0, \quad Z \in (0, \infty), \quad (3.16)$$

причем $\Phi(0) = 1$ и $\Phi(\infty) = 0$. Отсюда следует:

$$0 \leq \Phi(Z) \leq 1. \quad (3.17)$$

Из определения (3.15) также следует, что всегда

$$\Phi''_{ZZ} > 0, \quad (Z \in (0, \infty)), \quad (3.18)$$

поэтому график функции $\Phi(Z)$ вогнутый. Вследствие строгой монотонности и непрерывной дифференцируемости функции $\Phi(Z)$ согласно уравнению (3.14) функция $Z(\tau)$ вместе со своей первой производной являются монотонно возрастающими функциями переменной x . Интегрируя уравнение (3.14), получим:

$$\frac{1}{2} \int_0^Z \frac{dU}{\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)\Phi(U)}} = \tau. \quad (3.19)$$

Указанные свойства монотонности функций $\Phi(Z)$ и $Z(\tau)$ гарантируют нам то, что уравнение (3.19) при каждом заданном значении τ имеет единственное решение $Z(\tau)$. При найденном значении функции $Z(\tau)$ значение температуры $T(t)$ (или $y(t)$) равновесной компоненты можно получить согласно (3.5) и (3.6) по формуле:

$$y = [1 - (1 - \sigma_0)\Phi(Z)]^{1/4}. \quad (3.20)$$

Таким образом, задача о подогреве равновесной компоненты плазмы формально решена – ее решение будет представляться в параметрическом виде:

$$\begin{cases} \tau = \tau(Z); & \text{из (3.19),} \\ y = y(Z); & \text{из (3.20),} \end{cases} \quad (3.21)$$

где $Z \in [0, +\infty)$ – параметр.

Заметим, что условие применимости приближения слабого нарушения ЛТР (2.12) в терминах введенных здесь величин $\bar{p}_0$ и σ_0 принимает вид:

$$\mathcal{N}^{1/4} \sigma_0^{3/4} \bar{p}_0 \gg 1 - \sigma_0. \quad (3.22)$$

3.3. Общие свойства процесса установления теплового равновесия

Перейдем теперь к исследованию полученного решения.

3.3.1. Асимптотическое поведение при малых временах

Рассмотрим сначала асимптотическое поведение решений при малых космологических временах:

$$t \rightarrow 0 \Rightarrow \tau \ll 1. \quad (3.23)$$

Разлагая подинтегральное выражение в правой части (3.15) в ряд Тейлора по степеням малости Z , получим с учетом определения (3.12) асимптотическое разложение функции $\Phi(Z)$:

$$\Phi(Z) = 1 - Z + O^2(Z). \quad (3.24)$$

Подставляя (3.24) в уравнение (3.11) и интегрируя полученное уравнение с учетом начальных условий (3.10), найдем асимптотическое при малых временах решение:

$$Z = \tau \sqrt{\sigma_0} + \tau^2 (1 - \sigma_0), \quad (3.25)$$

откуда с учетом (3.10) получим:

$$y(t) = \sqrt{\sqrt{\sigma_0} + \tau(1 - \sigma_0)}. \quad (3.26)$$

Случай $\sigma_0 \ll 1$ соответствует малой плотности энергии равновесной компоненты по сравнению с плотностью энергии неравновесной компоненты плазмы в момент времени $t = 0$. Согласно (3.22) рассмотрение этого случая оправдано для достаточно больших значений $\bar{p}_0$:

$$\langle \bar{p} \rangle_0 \gg \sigma_0^{-3/4}. \quad (3.27)$$

В этом случае получим из (3.26) асимптотический закон изменения температуры в ранней Вселенной:

$$T(t) = T_\gamma^0(t) \left(\frac{\langle \xi \rangle}{\langle \bar{p} \rangle_0} \right)^{1/2} t^{1/4} \sim t^{-1/4} \quad (3.28)$$

– температура плазмы падает медленнее, чем в SCS, но на каждый данный момент времени реальная температура ниже, чем соответствующая температура SCS:

$$y(t) \leq 1 \Rightarrow T(t) \leq T_0(t), \quad (3.29)$$

и сравнивается с последней в некоторый момент времени $\bar{t}$. Найдем это время. Подставляя (3.28) в решение (2.8), найдем закон эволюции распределения сверхтепловых частиц на ранней стадии Вселенной:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a^0(\tilde{p}) \exp \left(- \frac{\langle \xi \rangle}{\langle \bar{p} \rangle_0} \frac{2t}{\tilde{p}} \right). \quad (3.30)$$

Согласно (3.28) и (3.30) ЛТР в целом восстанавливается во времена

$$t > \bar{t} = \left(\frac{\langle \bar{p} \rangle_0}{\langle \xi \rangle} \right)^2, \quad (3.31)$$

– это и есть время установления равновесия. Температура плазмы при этом достигает своего равновесного значения $T_0(t)$ (при этом все время падая со временем). Однако, для частиц с энергиями, большими средней $\langle \bar{p} \rangle_0$, равновесие еще не достигнуто и в это время.

3.3.2. Асимптотическое поведение при больших временах в ультрарелятивистской Вселенной

Полагая $t > \bar{t}$ и, следовательно, $y(t) \approx 1$, получим асимптотику (2.8) на больших временах:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a^0(\tilde{p}) \exp \left(-2 \frac{\xi(\tilde{p}) \sqrt{t}}{\tilde{p}} \right); \quad (3.32)$$

таким образом, время установления теплового равновесия для частиц с импульсом $\tilde{p}$ есть:

$$t_{\tilde{p}} = \left[\frac{\tilde{p}}{\xi(t, \tilde{p})} \right]^2 \approx \left(\frac{\tilde{p}}{\langle \tilde{p} \rangle_0} \right)^2 t. \quad (3.33)$$

Предположим, что в области больших значений $\tilde{p}$ начальное распределение сверхтепловых частиц экстраполируется степенным законом:

$$\Delta f_a^0(\tilde{p}) \sim \tilde{p}^{-\lambda}; \quad (\tilde{p} \gg 1; \lambda > 4). \quad (3.34)$$

Тогда средняя энергия сверхтепловых частиц, $\bar{E}_1(t)$, для которых тепловое равновесие к моменту времени t еще не достигнуто, равна:

$$\bar{E}_1(t) = \xi(t, \tilde{p}) T_0(t) \sqrt{t} \approx \frac{1}{\Lambda(T_0^2(t) \langle \tilde{p} \rangle_0)} \sim \text{Const} \quad (3.35)$$

– практически не зависит от времени. Выше [1] (3.31) (см. также [4]) мы отмечали, что на современной стадии $1/\Lambda \sim \alpha^2$, где α – постоянная тонкой структуры. Таким образом, получаем из (3.35) оценку:

$$\bar{E}_1(t) \sim 10^{-4} \quad (3.36)$$

– в обычных единицах $\bar{E}_1(t) \sim 10^{15}$ Gev – т.е., реликтовые частицы, имеющие в современную эпоху энергии порядка и выше характерной энергии Великого объединения, всегда остаются неравновесными. Этот вывод является принципиально важным для космологических сценариев.

3.3.3. Асимптотическое поведение при больших временах в нерелятивистской Вселенной

Рассмотрим теперь эволюцию сверхтепловых ультрарелятивистских частиц в нерелятивистской Вселенной, в которой тепловое равновесие в среднем уже восстановлено. Полагая в этом случае $y = 1$ в выражении (2.16) для функции распределения сверхтепловых частиц, получим:

$$\Delta f_a(t, \tilde{p}) = \Delta f_a(t_0, \tilde{p}) \exp \left\{ - \frac{3(\pi N)^{1/4} \chi(\tilde{p})}{\tilde{p}} \sqrt{t_0} \left[\left(\frac{t}{t_0} \right)^{1/3} - 1 \right] \right\}, \quad (3.37)$$

– распределение сверхтепловых частиц эволюционирует медленнее, чем (3.32). Время установление теплового равновесия для частиц с импульсом $\tilde{p}$ в этом случае равно:

$$t_{\tilde{p}} \simeq \frac{1}{\sqrt{t_0}} \left[\frac{\tilde{p}}{\xi(t, \tilde{p})} \right]^3, \quad (3.38)$$

а средняя энергия сверхтепловых частиц медленно падает с течением времени:

$$\bar{E}_1(t) \simeq \frac{\bar{N}}{\sqrt{N} \Lambda(T_0^2(t) \tilde{p}/2)} \left(\frac{t_0}{t} \right)^{1/3} \sim 10^{15} \left(\frac{t_0}{t} \right)^{1/3} \text{ Gev}. \quad (3.39)$$

В современную эпоху эта величина порядка $10^{12} \div 10^{13}$ Gev при вариации t_0 в пределах $10^9 \div 10^{12}$ sec.

В следующей статье мы рассмотрим процесс разогрева равновесной плазмы сверхтепловыми частицами на инфляционной стадии расширения Вселенной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатъев Ю.Г. Неравновесные кинетические модели Вселенной. I. Условия локального термодинамического равновесия. // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2012. Т. 1. № 1. С. 79-98.
2. Игнатъев Ю.Г. Релятивистская кинетика и космология. I. // Известия ВУЗов, Физика. 1980. Т. 25. № 8. – С. 42–47.
3. Игнатъев Ю.Г. Релятивистская кинетика и космология. II. // Известия ВУЗов, Физика. 1980. Т. 25. № 9. – С. 27–32.
4. Yu.G.Ignatyev. Kinetics of the nonequilibrium Universe. I. Local thermodynamic equilibrium condition. // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol. 13. No. 1(49). – pp. 1–14; arXiv:1101.0364 [gr-qc] 1 Jan. 2011
5. Игнатъев Ю.Г. Законы сохранения и термодинамическое равновесие в общерелятивистской кинетической теории неупруго взаимодействующих частиц, Известия Вузов, Физика. 1983. Т. 26. № 12. С. 9–14.
6. Игнатъев Ю.Г. Релятивистские кинетические уравнения и космология // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. 1980. М: Атомиздат. Выпуск 11. – С. 113–125.
7. Игнатъев Ю.Г. Космологические последствия скейлинга // В сб. Проблемы теории гравитации, релятивистской кинетики и эволюции Вселенной. 1988. Казань: Изд-во КГПИ. С. 62–84.
8. Игнатъев Ю.Г. Нарушение термодинамического равновесия в ранней Вселенной // Тезисы докл. Всесоюз. конф. «Соврем. теорет. и экспер. проблемы теории относительности и гравитации». 1984. Москва: Изд-во МГПУ. с. 19–21.
9. Игнатъев Ю.Г. Возможность нарушения термодинамического равновесия в ранней Вселенной // Известия ВУЗов, Физика. 1986. Т. 29. No 2. С. 27–32.
10. Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev. A Kinetics Of The Non-Equilibrium Universe. II. A Kinetics Of The Local Thermodynamical Equilibrium's Recovery. // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol. 13. No 2. – p. 101–113; arXiv:1101.0366 [gr-qc], 1 Jan. 2011
11. Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev. Kinetics of non-equilibrium Universe. III. Stability of non-equilibrium scenario. // Gravitation & Cosmology. 2008. Vol. 14, No 4, pp. 309–313; arXiv:1101.0368 [gr-qc] 1 Jan. 2011
12. Игнатъев Ю.Г. Релятивистская кинетика неравновесных процессов в гравитационных полях. Казань: Фолиантъ, 2010. 508 с.
13. Yu.G. Ignatyev. Statistical dynamics of a classical particle ensemble in the gravitational field // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol.13. No. 2 (49). – pp. 59–79.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

Поступила в редакцию 10.12.2012

Игнатъев Юрий Геннадьевич, д. ф.-м. н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Казанский федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 35А.
E-mail: ignatev_yu@rambler.ru

Yu. G. Ignat'ev

Nonequilibrium Kinetics Universe Models. II. Energy-Balance Model.

Keywords: Early Universe, Local Thermodynamic Equilibrium, Relativistic Kinetics, Scaling, Cosmic Rays, Backward Acceleration.

PACS: 04.20.Cv, 98.80.Cq, 96.50.S 52.27.Ny

Nonequilibrium cosmological scenarios in the restoration assumption scaling interactions of particles in the field of ultrahigh energies are considered. The model energy-balance is under construction and conditions of its applicability are discussed. Influence of inflationary stages of expansion of the Universe on process of an establishment of thermodynamic balance is considered.

REFERENCES

1. Ignat'ev Yu.G. Nonequilibrium Kinetics Universe Models. I. Local Thermodynamics Conditions. // Space, Time and Fundamental Interactions, 2012. Vol. 1. No 1. pp. 79-98.
2. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetics and Cosmology. I. // Izvestia Vuzov, Fizika. 1980. Vol. 23. No 8. – pp. 42–47.
3. Ignat'ev Yu.G. Relativistic kinetics and Cosmology. II. // Izvestia Vuzov, Fizika. 1980. Vol. 23. No 9. – pp. 27–32.
4. Yu.G.Ignatyev. Kinetics of the nonequilibrium Universe. I. Local thermodynamic equilibrium condition. // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol. 13. No. 1(49). – pp. 1–14; arXiv:1101.0364 [gr-qc] 1 Jan. 2011
5. Ignat'ev Yu.G. The Conservation Laws and Thermodynamic Equilibrium in the General Relativistic Kinetic Theory of Inelastic Interacting Particles // Izvestia Vuzov, Fizika. 1983. Vol. 26. No 12. – pp. 9–14.
6. Ignat'ev Yu.G. Relativistic Kinetics Equations and Cosmology // Problemi Teorii Gravitacii i elementarnikh chastic. 1980. Moskow: Atomizdat. No 11. – pp. 113–125.
7. Ignat'ev Yu.G. The Cosmological Consequences of Scalling // Problemi Teorii Gravitacii, Relativistskoi Kinetiki i Evolyucii Vselennoi. 1988. Kazan: Publ. KGPI. pp. 62–84.
8. Ignat'ev Yu.G. The Broken of Thermodynamic Equilibrium in Early Universe // Report Sov. Conf. «Actual Theor. and Experim. Theory Relativity and Gravitation». 1984. Moskow: Publ. MGPU. pp. 19–21.
9. Ignat'ev Yu.G. The Capability Broken of Thermodynamic Equilibrium in Early Universe // Izvestia Vuzov, Fizika. 1986. Vol. 29. No 2. – pp. 27–32.
10. Ignatyev Yu.G. , Ignatyev D.Yu. A Kinetics Of The Non-Equilibrium Universe. II. A Kinetics Of The Local Thermodynamical Equilibrium's Recovery. // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol. 13. No 2. – p. 101–113; arXiv:1101.0366 [gr-qc], 1 Jan. 2011
11. Ignatyev Yu.G. , Ignatyev D.Yu. Kinetics of non-equilibrium Universe. III. Stability of non-equilibrium scenario. // Gravitation & Cosmology. 2008. Vol. 14, No 4, pp. 309–313; arXiv:1101.0368 [gr-qc] 1 Jan. 2011
12. Ignat'ev Yu.G. Relativistic Kinetics of Non-equilibrium Processes in a Gravitation Fields. 2010. Kazan: Foliant.
13. Ignatyev Yu.G. Statistical dynamics of a classical particle ensemble in the gravitational field // Gravitation & Cosmology. 2007. Vol.13. No. 2 (49). – pp. 59–79.
14. Landau L.D., Lifshits E.M. Theory of Field. Nauka:Moskow, 1973.

Received 10.12.2012

Ignat'ev Yuri Gennadievich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Lobachevsky Institut of Mathematics and Mechanics, Kazan Phederal University, ul. Kremlyovskaya, 35, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: ignat'ev_yu@rambler.ru

УДК 530.12; 530.51

*А. М. Баранов*¹

КОНФОРМНО-ГАЛИЛЕЕВА 4-МЕТРИКА И КИНЕМАТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Показано, что переход из системы отчета, в которой открытые космологические модели описываются конформно-галилеевой 4-метрикой пространства-времени, в кинематрическую систему отчета, эквивалентен переходу в синхронную систему отчета.

Ключевые слова: конформно-галилеева метрика, космологические модели, монадный формализм, кинематрические системы отчета, синхронные системы отчета.

PACS: 04.20.-q; 04.20.Cv

Введение

В физике принято использовать различные системы координат, но, с другой стороны, именно в физике появились понятия тела отсчета и системы отсчета, связанные с конкретными или воображаемыми физическими телами. В общей теории относительности как раз стало существенным различие между системами координат и системами отсчета. Это в первую очередь связано с ковариантностью уравнений Эйнштейна относительно произвольных преобразований координат, не имеющих особого физического смысла без привязки к конкретной системе отсчета. Поэтому при описании физических эффектов на первый план выходит описание их в различных системах отсчета, в каждой из которых может быть выбрана удобная для исследователя система координат, позволяющая провести вычисления. Существует много методов задания систем отсчета (см., например, [1]–[3]), но здесь целесообразно кратко остановиться на монадном подходе, обобщающем хронометрические инварианты Зельманова² ([4]–[5]).

1. Хронометрические и кинематрические системы отсчета

Тело отсчета рассматривается как система материальных точек, идеализированным изображением которых в пространстве-времени служит конгруэнция временноподобных мировых линий. Этой конгруэнции сопоставляется поле единичных временноподобных векторов (монад) τ^μ , касательных к линиям конгруэнции ([1], [7]) в 4-пространстве-времени (греческие индексы пробегуют значения 0, 1, 2, 3). Физически этот вектор интерпретируется как 4-скорость соответствующего наблюдателя (прибора) системы отсчета: $\tau^\mu \equiv u^\mu = dx^\mu/ds$; $\tau^\mu \tau_\mu = 1$ (ds – пространственно-временной интервал в четырехмерном пространстве-времени). Тем самым временная компонента некоторого тензора, например, $T_{\mu\nu}$, определяется как проекция этого тензора по всем индексам на векторное поле τ^μ : $T_{\mu\nu} \tau^\mu \tau^\nu$. Пространственные же компоненты тензора в заданной системе отсчета находятся путем проектирования с помощью 3-проектора, построенного из метрического тензора и монады, $b_{\mu\nu} = \tau_\mu \tau_\nu - g_{\mu\nu}$, следующим образом: $T_{\mu\nu} b^\mu_\alpha b^\nu_\beta$, при этом $b_{\mu\nu} \tau^\nu = 0$, $b_{\mu\nu} b^\mu_\lambda = -b_{\mu\lambda}$. Тензор $b_{\mu\nu}$ следует рассматривать как 3-метрику 3-площадки, ортогональной τ^μ , при локальном (1+3)-расщеплении. Такое расщепление отвечает асимметрии пространства и времени.

Пользуясь этими замечаниями, нетрудно трансформировать общую запись 4-интервала как

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (\tau_\mu \tau_\nu - b_{\mu\nu}) dx^\mu dx^\nu = d\tau^2 - dl^2, \quad (1.1)$$

где $d\tau = \tau_\mu dx^\mu$ – временная составляющая смещения dx^μ (физическое время); $dl^2 = b_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ – квадрат элемента длины 3-площадки.

Эффективность монадного метода проявляется в специальных системах координат (см., например, [1])

¹ E-mail: alex_m_bar@mail.ru; Baranov@stfi.ru

©Баранов А.М.

² Термины монада и монадный формализм предложены А.Л.Зельмановым [6].

$$\tilde{x}^0 = \tilde{x}^0(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad \tilde{x}^i = \tilde{x}^i(x^1, x^2, x^3), \quad (1.2)$$

где переменные (x^0, x^i) с тильдой и без нее принадлежат разным системам координат (латинские индексы пробегает значения 1, 2, 3).

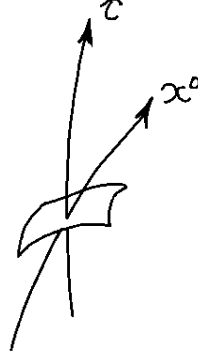


Рис. 1. Конгруэнции мировых линий системы отсчета τ и линий времени x^0 в общем случае не совпадают

В общем случае конгруэнция мировых линий системы отсчета τ и линий координатного времени x^0 ($x^i = \text{const}$) не совпадают (рис.1). Однако, если смешанные компоненты g_{0i} ковариантного метрического тензора равны нулю, то конгруэнция координатных линий x^0 совпадает с конгруэнцией временноподобных мировых линий систем отсчета τ . Такие системы координат называют физическими, сопутствующими системе отсчета или хронометрическими ([1], [7]). В этом случае обе конгруэнции (координатная и мировых линий) совмещены определенным образом и можно говорить о хронометрической системе отсчета. В хронометрических системах координат монада калибруется следующим образом (в сопутствующей системе отсчета):

$$\tau^\mu = g_0^\mu / \sqrt{g_{00}}. \quad (1.3)$$

Однако существует еще класс систем отсчета, называемый нормальными системами отсчета, то есть системами без вращения. В этом случае возможно введение однопараметрической совокупности 3-мерных пространственноподобных гиперповерхностей $f_{(\alpha)}(x^\beta) = 0$, так что монада τ^μ может быть взята пропорциональной нормалью к этим гиперповерхностям $\varphi(x^\gamma) \tau_\mu = \partial f_{(\alpha)}(x^\beta) / \partial x^\mu$ ([1]). Таким образом вводится глобальное (1+3)-расщепление пространства-времени.

С конгруэнцией нормалей можно связать такую систему координат, что уравнение гиперповерхностей $x^0 = \text{const}$ будет определять семейство гиперповерхностей, нумеруемых временноподобной координатой. Такая система координат называется кинеметрической³ и в ней монада калибруется как (см, например, [1])

$$\tau_\mu = g_\mu^0 / \sqrt{g^{00}}. \quad (1.4)$$

При таком совмещении координатных линий и нормальной конгруэнции говорят о кинеметрической системе отсчета.

Кинеметрическая система координат определена неоднозначно, поэтому существует система кинеметрических преобразований таких координат в рамках одной системы отсчета:

$$\tilde{x}^0 = \tilde{x}^0(x^0), \quad \tilde{x}^i = \tilde{x}^i(x^0, x^1, x^2, x^3). \quad (1.5)$$

2. Конформно-галилеева метрика, открытые космологические модели и кинеметрические системы отсчета

В монографии [2] и работе [10] для описания открытой космологической модели Фридмана и ее обобщения на случай наличия излучения используется конформно-галилеева метрика пространства-времени, введенная в монографии [9] (подход В.А.Фока).

³Метод кинеметрических инвариантов (монадный подход в кинеметрических системах координат) и его название предложены А.Л.Зельмановым в [8].

$$ds^2 = \exp(2\sigma) \delta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = \exp(2\sigma) (dx^{0^2} - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2}), \quad (2.1)$$

где $\delta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, \delta_{ij}) = \text{diag}(1, -\delta_j^i) = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ – метрический тензор пространства Минковского; функция $\sigma = \sigma(S)$; $S^2 = x^{0^2} - r^2$; $r^2 = \delta_j^i x^i x^j = (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2$; $x^0 = ct$ – временноподобная координата, а x^j – пространственноподобные переменные; при $S \rightarrow \infty$ $\exp(2\sigma) \rightarrow 1$. Скорость света c далее выбирается равной единице.

В упомянутых выше источниках [2], [9], [10] ковариантные компоненты 4-скорости u_μ выбраны в виде

$$u_\mu = (\exp(\sigma)) S, {}_\mu = (\exp(\sigma)) b_\mu, \quad (2.2)$$

что как раз и является примером введения нормальной системы отсчета.

Векторы $b_\mu = S, {}_\mu$ суть нормали к поверхностям $S(x^\alpha) = (\delta_{\alpha\beta} x^\alpha x^\beta)^{1/2} = \text{const}$, которые представляют собой поверхности «сфер» в пространстве-времени (гиперboloиды вращения). Исследуем теперь условия, при которых эта система отсчета превратится в кинеметрическую систему отсчета.

Ясно, что необходимо развернуть в пространстве-времени координатные реперы так, чтобы координатная сетка удовлетворяла условиям кинеметричности, а монада $\tau_\mu \equiv u_\mu$ была бы пропорциональна δ_μ^0 . Этого результата можно достигнуть, разворачивая монаду в направлениях, противоположных повороту координатного базиса, так как эти операции эквивалентны.

Перейдем в касательное пространство-время с тетрадной метрикой $g_{(\alpha)(\beta)} \equiv \delta_{\alpha\beta}$ путем проектирования всех тензорных величин с помощью тетрад:

$$g_{(\alpha)}{}^\mu = \delta_\alpha^\mu \exp(-\sigma). \quad (2.3)$$

Тогда в касательном 4-пространстве-времени имеем запись тетрадных компонент монады в виде

$$\tau^{(\alpha)} = g^{(\alpha)\mu} \tau_\mu = \delta^{\alpha\beta} b_\beta = x^\alpha / S. \quad (2.4)$$

Теперь мы можем применить к $\tau^{(\alpha)}$ обычные операции поворота как чисто пространственные, так и пространственно-временные.

Применим сначала к монаде (2.4) операцию поворота на 3-мерной гиперповерхности в 2-мерном сечении переменных x^2 и x^3 на угол φ :

$$\tilde{\tau}^{(\gamma)} = \left(L_1^{(\gamma)}{}_{(\delta)} \right) \tau^{(\delta)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0/S \\ x^1/S \\ x^2/S \\ x^3/S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}^{(0)} \\ \tilde{\tau}^{(1)} \\ \tilde{\tau}^{(2)} \\ \tilde{\tau}^{(3)} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

где теперь потребуем для компоненты $\tilde{\tau}^{(3)}$ равенства $\tilde{\tau}^{(3)} = 0$.

Это приводит к следующему соотношению для угла поворота φ :

$$\text{tg } \varphi = x^3/x^2, \quad (2.6)$$

а для компоненты $\tilde{\tau}^{(2)}$ к выражению

$$\tilde{\tau}^{(2)} = \left((x^2)^2 + (x^3)^2 \right)^{1/2} / S \equiv \tilde{x}^2 / S, \quad (2.7)$$

где $\tilde{x}^2$ – новая переменная, полученная с учетом соотношений $1/\cos^2 \varphi = 1 + \text{tg}^2 \varphi$ и (2.6).

Далее на той же гиперповерхности в 2-мерной плоскости переменных x^1 и $\tilde{x}^2$ произведем поворот монады $\tilde{\tau}^{(\gamma)}$ на угол θ :

$$\tilde{\tau}^{(\beta)} = \left(L_2^{(\beta)}{}_{(\gamma)} \right) \tilde{\tau}^{(\gamma)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0/S \\ x^1/S \\ \tilde{x}^2/S \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}^{(0)} \\ \tilde{\tau}^{(1)} \\ \tilde{\tau}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Наложим условие $\tilde{\tau}^{(2)} = 0$, приводящее к следующему соотношению для угла поворота θ :

$$\operatorname{tg} \theta = \tilde{x}^2/x^1, \quad (2.9)$$

при этом компоненты нового вектора $\hat{\tau}^{(\beta)}$ суть

$$\hat{\tau}^{(2)} = \hat{\tau}^{(3)} = 0; \quad \hat{\tau}^{(1)} = r/S, \quad (2.10)$$

где расстояние r есть инвариант относительно пространственных поворотов.

Осталось развернуть вектор $\hat{\tau}^{(\alpha)}$ в 2-мерной пространственно-временной плоскости переменных $x^0 = t$ и $\hat{x}^1 = r$ (гиперболический поворот). Для этого запишем

$$\check{\tau}^{(\alpha)} = \left(L_3^{(\alpha)} \right)_{(\beta)} \hat{\tau}^{(\beta)} \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \psi & \operatorname{sh} \psi & 0 & 0 \\ \operatorname{sh} \psi & \operatorname{ch} \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0/S \\ \hat{x}^1/S \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \check{\tau}^{(0)} \\ \check{\tau}^{(1)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Приравнявая $\check{\tau}^{(1)}$ нулю, находим соответствующий угол поворота, определяемый выражением

$$\operatorname{th} \psi = -r/t, \quad (2.12)$$

при этом $\check{\tau}^{(0)} = 1$ с учетом (2.12) и соотношения $1/\operatorname{ch}^2 \psi = 1 - \operatorname{th}^2 \psi$.

Результирующий поворот исходной монады $\tau^{(\delta)}$ в итоге может быть записан в виде

$$\check{\tau}^{(\gamma)} = L_3^{(\gamma)}{}_{(\beta)} L_2^{(\beta)}{}_{(\alpha)} L_1^{(\alpha)}{}_{(\delta)} \tau^{(\delta)} = \delta_0^\gamma, \quad (2.13)$$

где $L_i^{(\mu)}{}_{(\nu)}$ – матрицы поворотов, описанные выше и расставленные в порядке выполнения операций.

Возвращаясь к тензорным обозначениям, приходим к требуемому результату, совпадающему с (1.4),

$$\check{\tau}_\mu = g_{(\gamma)\mu} \check{\tau}^{(\gamma)} = g_{(\gamma)}^\nu g_{\nu\mu} \delta_0^\gamma = \delta_{0\mu} \exp(\sigma) = g_{0\mu} \exp(-\sigma) = g_\mu^0 \exp(\sigma) = g_\mu^0 / \sqrt{g^{00}}, \quad (2.14)$$

то есть получаем кинеметрическую калибровку монады.

Физическое время, являясь скаляром, может быть представлено в следующей записи при учете инвариантности сверток относительно проведенных поворотов в пространстве-времени:

$$\begin{aligned} d\tau &= \tau_\mu dx^\mu = \exp(\sigma) dS = \tau_{(\alpha)} dx^{(\alpha)} = \check{\tau}_{(\alpha)} \check{dx}^{(\alpha)} = \\ \delta_{\alpha\beta} \check{\tau}^{(\alpha)} \check{dx}^{(\beta)} &= g_{(0)\mu} \check{dx}^\mu = \exp(\sigma) g_\mu^0 \check{dx}^\mu = \exp(\sigma) \check{dx}^0. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Таким образом, как и следовало ожидать, $\check{x}^0 \equiv S$ становится временноподобной координатой, а $\check{x}^0 = \text{const}$ задает семейство гиперповерхностей с нормальными, коллинеарными монаде τ_μ . При этом собственное (физическое) время вводится вдоль временноподобной переменной S .

Так как взятый метрический тензор пространства-времени (2.1) в силу его диагональности не меняется при проведении операций поворота, то 3-метрика (3-проектор) записывается как

$$\check{b}_{\mu\nu} = \check{\tau}_\mu \check{\tau}_\nu - g_{\mu\nu} = \check{\tau}^{(\gamma)} = (\delta_{0\mu} \delta_{0\nu} - \delta_{\mu\nu}) \exp(2\sigma) \quad (2.16)$$

или явно

$$\check{b}_{\mu\nu} = \operatorname{diag} \left(0, \check{b}_{ij} \right), \quad (2.17)$$

где $\check{b}_{ij} = -\delta_{ij} \exp(2\sigma) = \delta_j^i \exp(2\sigma)$.

В силу инвариантности скаляров ds и $d\tau$ для физической 3-метрики dl^2 из (1.1) в случае локального (1+3)-расщепления запишем следующие равенства:

$$dl^2 = b_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \overset{\vee}{b}_{\mu\nu} \overset{\vee}{dx}^\mu \overset{\vee}{dx}^\nu = \overset{\vee}{b}_{ij} \overset{\vee}{dx}^i \overset{\vee}{dx}^j = \exp(2\sigma) \delta_j^i \overset{\vee}{dx}^i \overset{\vee}{dx}^j. \quad (2.18)$$

Тогда 4-интервал (1.1) переписывается в виде, совпадающим с определением элемента 4-интервала для синхронной системы отсчета (см., например, [1], формула (97.2))

$$ds^2 = (d\tau)^2 - (dl)^2 = (d\tau)^2 - \overset{\vee}{b}_{ij} \overset{\vee}{dx}^i \overset{\vee}{dx}^j = (d\tau)^2 - \exp(2\sigma) \delta_j^i \overset{\vee}{dx}^i \overset{\vee}{dx}^j = (d\tau)^2 - \exp(2\sigma) dL^2. \quad (2.19)$$

С другой стороны, для открытой космологической модели квадрат элемента пространственного расстояния dL^2 в трехмерном изотропном пространстве с отрицательной кривизной, как известно, может быть записан в координатах r, θ, φ в виде

$$dL^2 = \delta_j^i \overset{\vee}{dx}^i \overset{\vee}{dx}^j = \frac{dr^2}{1 + r^2/a_0^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (2.20)$$

где $a_0 = \text{const}$ – фиксированный радиус четырехмерной пространственноподобной гиперсферы.

Далее, выбирая $a_0 \equiv S = \text{const}$, $r = S \operatorname{sh} R$ и подставляя в (2.19), получим

$$ds^2 = \exp(2\sigma) (dS^2 - S^2 (dR^2 + \operatorname{sh}^2 R (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2))) \quad (2.21)$$

или вводя собственное (физическое) время согласно соотношению (2.15) из (2.21) получим запись конформно-галилеевой 4-метрики в синхронной системе отсчета (см., например, [1], формула (113.2))

$$ds^2 = d\tau^2 - a^2(\tau) dl_0^2, \quad (2.22)$$

где $a(\tau) = S \exp(\sigma(\tau)) = S (d\tau/dS)$ – радиус открытой космологической модели, $dl_0^2 = dR^2 + \operatorname{sh}^2 R (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$ – элемент квадрата длины гиперболического 3-пространства со скалярной кривизной $R_0^{(3)} = -1$ (геометрическое 3-пространство).

Если же исходный метрический интервал (2.1) записать как

$$ds^2 = \exp(2\sigma) \delta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = \exp(2\sigma) (dt^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)) \quad (2.23)$$

и затем использовать преобразование

$$t = S \operatorname{ch} R; \quad r = S \operatorname{sh} R, \quad (2.24)$$

то выражение (2.23) сразу трансформируется в 4-интервал вида (2.21)

Скалярная кривизна 3-пространства с физической метрикой dl^2 записывается через $a(\tau)$ в виде соотношения, указывающего на незамкнутость 3-пространства, $R^{(3)} = -1/a^2(\tau)$, и при $S \rightarrow \infty$ получаем $R^{(3)} \rightarrow 0$.

3. Заключение

В космологии для описания различных космологических моделей зачастую используют синхронную систему отсчета. Однако существует подход Фока, связанный с введением конформно-галилеевой метрики, которая может быть использована для описания открытых космологических моделей, таких как открытая вселенная Фридмана. Эта метрика имеет ряд преимуществ по сравнению с выбором метрики в синхронных координатах, в которых решение записывается в параметрическом виде.

Конформно-галилеевы метрики связаны с нормальными системами отсчета, то есть системами без вращения. В таких системах отсчета можно ввести 4-скорость (монаду Зельманова) пропорциональную нормали к 3-гиперповерхности.

С конгруэнцией нормалей можно связать систему координат такую, чтобы семейство 3-гиперповерхностей (ортогональных монаде) нумеровалось временноподобной координатой. Такая система координат называется кинеметрической. Если еще совместить координатные линии времени и нормальной конгруэнции, то получим кинеметрическую систему отсчета.

Чтобы совместить направление выбранной монады с линией времени, необходимо в касательном 4-пространстве-времени произвести соответствующие повороты монады. После такой процедуры система отчета оказывается кинеметрической. Введение собственного (физического) времени вдоль временноподобного направления приводит к записи метрики в синхронной системе отсчета. При этом конформно-галилеева метрика в этой системе отсчета принимает явный вид для открытой изотропной космологической модели.

Следовательно, переход в кинеметрическую систему отсчета и введение собственного времени эквивалентно переходу в синхронную систему отсчета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. 256 с.
2. Мицкевич Н.В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969. 326 с.
3. Mitskievich N.V. Relativistic Physics in Arbitrary Reference Frames. New York: Nova Science Publishers, Inc., 2006.
4. Зельманов А.Л. Хронометрические инварианты и сопутствующие координаты в общей теории относительности // ДАН СССР. 1956. Т.107. № 6. С. 815-818.
5. Зельманов А.Л. Хронометрические инварианты. Rehoboth, New Mexico: Amer. Research Press, 2006. 227 с.
6. Зельманов А.Л. Ортометрическая форма монадного формализма и ее отношение к хронометрическим и кинеметрическим инвариантам // ДАН СССР. 1976. Т.227. С.78-81.
7. Мицкевич Н.В. Системы отсчета и конструктивный подход к наблюдаемым в общей теории относительности // Эйнштейновский сборник, 1971. М.: Наука, 1972. С.67-87.
8. Зельманов А.Л. Кинеметрические инварианты и их отношение к хронометрическим инвариантам в теории тяготения Эйнштейна // ДАН СССР. 1973. Т.209. № 4. С. 822-825.
9. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1961. 563 с.
10. Баранов А.М., Савельев Е.В. Сферически-симметричное светоподобное излучение и конформно-плоские пространства-времена // Изв. вузов. Физика. 1984. №7. С.32-35.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.

Поступила в редакцию 01.02.2012

Баранов Александр Михайлович, д.ф.-м.н., профессор,
Красноярский государственный педагогический университет, 660049, Россия, г.Красноярск, ул. Ады Лебедевой, 89 E-mail: alex_m_bar@mail.ru; Baranov@stfi.ru

A. M. Baranov

Conformally Galilean 4-metric and Kinematic Reference Frames

Keywords: conformally Galilean metric, cosmological models, monad formalism, kinematic reference frames, synchronous reference frames.

PACS: 04.20.-q; 04.20.Cv

In cosmology the synchronous reference frames are used for description of the different cosmological models. But there is the Fock approach which is connected with the conformally Galilean metric. This metric can describe the open cosmological models such as the open Universe of Friedman. Such metric has a number of advantages compared to the metric in the synchronous coordinates. For example, solutions in these coordinates are written down in a parametric form.

The conformally Galilean metrics are connected to the normal reference frames, i.e. with reference frames without a rotation. In such frames of reference it is possible to introduce 4-velocity (the Zelmanov monad) which is proportionate to a normal vector to 3-hypersurface.

It is possible to relate a system of coordinates with a direction of a normal vector (of the monad) which is orthogonal to 3-hypersurface. Then the set of 3-hypersurfaces can be numbered by the timelike coordinate. Such system of coordinates is termed a kinematic system of coordinates. If to combine the coordinate line of time with the direction of normal vector (of the monad) to 3-hypersurface, we will get the kinematic frame of reference.

To unite a direction of the chosen monad with a line of time, it is necessary to effect corresponding rotational displacements of the monad in the tangent 4-space-time. After such procedure the reference frame will be the kinematic frame of reference. Introduction of the proper (physical) time lengthways of a timelike direction leads to a metric in the synchronous frame of reference. Thus in this frame of reference the conformally Galilean metric can be written down in an explicit form for the open isotropic cosmological model.

Hence, a transition into the kinematic frame of reference and an introduction of the proper time it is equivalent to transition into the synchronous frame of reference.

REFERENCES

1. Vladimirov Yu.S. *Reference Frames in the Gravitation Theory*, Moscow: Energoizdat, 1982, 256 p.(in Russian)
2. Mitskievich N.V. *Physical Fields in General Relativity*, Moscow: Nauka, 1969, 326 p. (in Russian)
3. Mitskievich N.V. *Relativistic Physics in Arbitrary Reference Frames*, New York: Nova Science Publishers, Inc., 2006.
4. Zelmanov A.L. Chronometric Invariants and co-moving coordinates in general relativity, *DAN USSR*, 1956, vol.107, no.6, pp. 815-818.
5. Zelmanov A. *Chronometric Invariants. Dissertation, 1944*. Rehoboth, New Mexico: Amer.Research Press, 2006. 233 p.
6. Zelmanov A.L. Orthometric Form Of Monadic Formalism And Its Relation To Chronometric And Kinematic Invariants, *DAN USSR*, 1976, vol.227, no.1, pp.78-81.
7. Mitskievich N.V. Reference frames and the constructional approach to observed magnitudes in general relativity, *Einstein collected book, 1971*, Moscow: Nauka, 1972. pp.67-87.
8. Zelmanov A.L. Kinematic Invariants And Their Relation To Chronometric Invariants Of Einstein Theory Of Gravity, *DAN USSR*, 1973, vol.209, no.4, pp. 822-825.
9. Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation*, New York: Pergamon, U.S.A., 1964 (2nd edition).
10. Baranov A.M., Saveljev E.V. Spherically symmetric lightlike radiation and conformally flat space-times, *Russ. Phys. J.*, 1984, vol.27, no.7, pp. 569-572.
11. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The classical Theory of Fields*, (Nauka, 1988)(in Russian).

Received 01.02.2012

Baranov Alexandre Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Krasnoyarsk State Pedagogical University, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk, 60049, Russia
E-mail: alex_m_bar@mail.ru; Baranov@stfi.ru

©Baranov A.M.

УДК 530.12; 531.51

*В. В. Гладуш*¹**МЕТОД ЗОММЕРФЕЛЬДА-ЛЕНЦА В ОТО И ЕГО ОБОБЩЕНИЕ**

В данной работе рассматриваются вопросы обоснования, применимости и приложения метода нахождения точных вакуумных решений уравнений Эйнштейна – метода Зоммерфельда-Ленца (метод падающего ящика). С помощью модификации этого метода построены метрики Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера. На основе множества свободных пробных частиц СТО построена неинерциальная СО с дифференциальным вращением, в которой записана метрика Минковского. С помощью предложенного обобщения метода Зоммерфельда-Ленца на аксиальные вращающиеся СО предложен «физико-геометрический» вывод метрики Керра, что даёт более широкую и наглядную трактовку этой метрики.

Ключевые слова: Системы отсчета, локальное преобразование Лоренца, метод Зоммерфельда-Ленца, метрика Керра.

PACS: 04.20.-q, 04.20.Jb

Введение

Одной из актуальных проблем общей теории относительности (ОТО) является задача получения точных решений уравнений Эйнштейна для источников гравитационного поля заданной структуры. Эта задача представляется одной из сложнейших и важнейших проблем теории гравитации. Иногда различные физико-геометрические рассуждения и соображения симметрии позволяют упростить задачу, выявить структуру решения и даже построить само решение. Способы полного или частичного нахождения метрик для данной конфигурации, основанные на дифференциально-геометрических построениях, использующие физические соображения и учитывающих свойства симметрии, будем называть прямыми физико-геометрическими методами. В качестве примера упомянем геометрический метод построения метрики для заряженной пыли, приведённый в работе [1]. Другой пример — это метрика де-Ситтера, которая может быть построена, только из соображений изотропии и однородности пространства [2, 3]). В работе [4] для сферически-симметричных метрик ОТО вводится понятие унимодулярной симметрии, с помощью которой строятся массовая функция и общее представление метрики в координатах, которые можно понимать, как аналоги «разделяющихся» переменных. Последующий выбор модели и решение соответствующих уравнений Эйнштейна конкретизирует эту метрику.

Здесь мы ограничимся рассмотрением способа построения метрик, известного как метод Зоммерфельда-Ленца (ЗЛ) или метод «падающего ящика» (ПЯ). Впервые этот метод обсуждал Зоммерфельд в книге [5], ссылаясь на неопубликованные результаты Ленца. Попытка обосновать метод ПЯ на основе неинтегрируемых преобразований была предпринята в работах [6, 7]. Усовершенствование этого метода и ряд его приложений были рассмотрены в [8]. В работах [11, 12] приводятся некоторые обобщения этого метода. В настоящее время этот метод можно рассматривать как эвристический способ построения физически приемлемых анзацев, с помощью которых следует искать решения уравнений ОТО для некоторых полевых конфигураций. В данной работе предложена модификация метода ЗЛ и его обобщения. В рассматриваемых ниже случаях метод ЗЛ сразу даёт точное решение уравнений Эйнштейна.

Исходная идея метода связана с принципом эквивалентности и состоит в следующем. Пусть из бесконечности на неподвижный источник сферически-симметричного гравитационного поля массы M радиально падает падающий ящик K_∞ . Поскольку K_∞ падает свободно, то он никак не чувствует гравитационного поля и поэтому все время несет с собой справедливую на бесконечности псевдоевклидову метрику. Пусть измеряемые в нём координаты будут x_∞ (продольная) y_∞, z_∞ (поперечные) и t_∞ . Пусть ящик K_∞ достигает некоторой точки r со скоростью v . Будем считать, что v и r измеряются в неподвижной системе K , связанной с рассматриваемым источником поля. В качестве координат в этой системе будем использовать сферические координат r, θ, α, t . Тогда

¹E-mail: vgladush@gmail.com

K_∞ и K будут связаны преобразованием Лоренца, в котором K_∞ будет играть роль системы «движущейся» со скоростью v , а K «покоящейся». При этом будут выполняться соотношения

$$dx_\infty = \frac{dr}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad dt_\infty = dt\sqrt{1-v^2/c^2}, \quad dy_\infty = r d\theta, \quad dz_\infty = r \sin\theta d\alpha. \quad (0.1)$$

Поэтому псевдоевклидов элемент длины

$$ds^2 = c^2 dt_\infty^2 - dx_\infty^2 - dy_\infty^2 - dz_\infty^2 \quad (0.2)$$

переходит в следующий интервал ОТО:

$$ds^2 = c^2(1-v^2/c^2)dt^2 - \frac{dr^2}{1-v^2/c^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\alpha^2). \quad (0.3)$$

Пусть ящик K_∞ падает из состояния покоя на бесконечности. Тогда для полной энергии, равной сумме кинетической и потенциальной энергии, имеем

$$mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1 \right) - \frac{GmM}{r} = 0. \quad (0.4)$$

Отсюда, для скоростей частиц движущихся по параболическим радиальным траекториям приближённо находим $v^2 = GM/r$. Подставляя полученное выражение в (0.2), получаем метрику Шварцшильда.

Заметим, что на самом деле в приведённом выводе используется ньютоновский закон сохранения кинетической и потенциальной энергии, который приводит к точному результату. В связи с этим, метод ЗЛ может быть модифицирован. Суть метода ЗЛ в этой новой трактовке состоит в следующем. Рассмотрим в исходном ньютоновском пространстве неинерциальную параболическую СО, которая реализована стационарным потоком пробных частиц, свободно падающих на источник гравитационного поля из состояния покоя на бесконечности. Поле скоростей частиц этой СО отождествляется с полем физических скоростей пробных частиц, реализующих свободно падающую параболическую СО в соответствующем стационарном пространстве-времени ОТО. Таким образом, гравитационные поля в обоих случаях имеют одинаковое асимптотическое поведение. Ключевое утверждение состоит в том, что метрика искомого пространства-времени ОТО может быть получена путём «локальной деформации Галилея (или Лоренца)» метрики Минковского. Для деформаций Лоренца это сводится к лоренцевому «сжатию» временного и «растяжению» соответствующего пространственного масштабов. Причём, в качестве параметра Лоренца v выступает физическая скорость частиц. Обоснование нового подхода будет дано ниже.

Очевидно, что не все гравитационные поля, например, гравиволновые, могут быть получены таким образом. Здесь идет речь о построении некоторого класса стационарных гравитационных полей с довольно высокой степенью симметрии.

1. Деформации Галилея и Лоренца

1. К идее метода ЗЛ можно прийти, сравнивая понятие свободно падающей параболической СО в ньютоновской и эйнштейновской теориях тяготения. Пусть в ньютоновской теории параболическая СО реализована множеством свободно падающих со скоростью $\vec{V}_n = d\vec{r}/dt$ частиц массы m в гравитационном поле $\Phi_n = \Phi_n(\vec{r})$. Закон сохранения полной энергии пробной частицы

$$E_n = \frac{1}{2}m\vec{V}_n^2 + m\Phi_n = \text{const}, \quad (1.1)$$

условия параболичности $\vec{V}_{n\infty} = 0$ и асимптотического поведения $\Phi_{n\infty} = 0$ дают $E_n = 0$. Поэтому поле скоростей параболической СО подчиняется условию

$$\vec{V}_n^2 = -2\Phi_n. \quad (1.2)$$

Получим теперь аналог этого условия для свободно падающей параболической СО в стационарном пространстве ОТО с интервалом $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$. Согласно методу хронометрических инвариантов (ХИ) [9], для локальной энергии

$$E_l = mc^2 u_0 (g_{00})^{-1/2} \quad (1.3)$$

частиц, движущихся относительно «неподвижной» СО с хронометрически-инвариантной скоростью $v^i = dx^i/d\tau$ ($\mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, 3$; $i, k, \dots = 1, 2, 3$) имеет место соотношение

$$E_l = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (1.4)$$

Отметим некоторые формулы XII метода

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 d\tau^2 - dl^2, \quad d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{g_{00}} \theta^0, \quad dl^2 = h_{ik} dx^i dx^k, \\ \theta^0 &= dx^0 + A_i dx^i, \quad A_i = g_{0i}/g_{00}, \quad h_{ik} = -g_{ik} + \frac{g_{0i}g_{0k}}{g_{00}}, \\ v^2 &= (\vec{v})^2 = h_{ik} v^i v^k, \quad u_0 = g_{0\mu} u^\mu, \quad u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь $d\tau$ — локальное собственное время в «неподвижной» СО, θ^0 — 1-форма координатного «времени», h_{ik} — трёхмерный хронометрически-инвариантный метрический тензор на локальных сечениях, ортогональных линиям времени.

Из этих формул вытекает

$$g_{00} = u_0^2 (1 - v^2/c^2). \quad (1.6)$$

В стационарном пространстве, для свободно падающих частиц, компонента u_0 сохраняется и оказывается пропорциональной полной энергии частицы: $E_{tot} = mc^2 u_0$ [10]. Асимптотическое условие и условие параболичности

$$g_{00|_\infty} = 1, \quad v_\infty^2 = 0 \quad (1.7)$$

дают: $u_0 = 1$ и $E_{tot} = mc^2$. Отсюда вытекает соотношение

$$g_{00} = 1 - \frac{v^2}{c^2}. \quad (1.8)$$

Подчёркнём, что эта формула для поля XII скоростей параболической СО, является общерелятивистским аналогом ньютоновского поля скоростей (1.2) параболической СО и является точной. Отсюда также вытекает формула для ускорения частиц, которые реализуют релятивистскую параболическую СО:

$$\frac{v}{c^2} \frac{dv}{d\tau} = -\frac{v^i}{2} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i}, \quad (1.9)$$

где $v = (h_{ik} v^i v^k)^{1/2}$. Вид формул (1.8) и (1.9) подсказывает нам, что можно ввести замену

$$g_{00} = 1 + 2\Phi/c^2, \quad (1.10)$$

Тогда релятивистские формулы (1.8), (1.9) принимают ньютонов вид

$$v^2 = -2\Phi, \quad \frac{dv}{d\tau} = -\frac{v^i}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial x^i}, \quad (1.11)$$

где функция Φ принимает смысл гравитационного потенциала. Отсюда следует, что при переходе от ньютоновской картины к релятивистской, поле скоростей $\vec{V}_n$ ньютоновской СО нужно заменить на поле скоростей $\vec{v}$ релятивистской параболической СО. При этом, формула (1.10) принимает смысл основной формулой метода ЗЛ.

Из приведённых выше соотношений вытекает также формула

$$d\tau = \frac{1}{c} \sqrt{g_{00}} \theta^0 = \frac{1}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \theta^0. \quad (1.12)$$

Таким образом, если известно поле хронометрически-инвариантных скоростей частиц параболической СО, то компонента g_{00} метрики $g_{\mu\nu}$ для стационарных пространств находится путём локального «лоренцевого сокращения» временного базисного ковектора: $\theta^0 \rightarrow \sqrt{1 - v^2/c^2} \theta^0$. Очевидно,

что существуют локальные пространственные направления (направления свободного падения), для которых метрический коэффициент получается путём «локального лоренцевого растяжения» соответствующего пространственного ковектора. Это означает, что в общем случае, мы имеем дело с метрикой, которая допускает представление

$$ds^2 = (1 - v^2/c^2)(\theta^0)^2 - (1 - v^2/c^2)^{-1}(\theta^1)^2 - (\theta^2)^2 - (\theta^3)^2, \quad (1.13)$$

где $\theta^i = \theta_k^i dx^k$ ($i, k = 1, 2, 3$) — некоторые пространственные ковекторы.

Будем говорить, что метрика типа (1.13) получена из метрики

$$ds_0^2 = (\theta^0)^2 - (\theta^1)^2 - (\theta^2)^2 - (\theta^3)^2 \quad (1.14)$$

путём «лоренцевой деформации» [12]

$$\theta^0 \rightarrow \theta^0 \sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad \theta^1 \rightarrow \theta^1 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (1.15)$$

с лоренцевым фактором $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ в «направлении» ковектора θ^1 .

В общем случае $\theta^i = \theta_\mu^i dx^\mu$ и базис 1-форм θ^μ может описывать вращающуюся СО [8,13], тогда под скоростью v понимается результат релятивистского сложения скорости падения и переносной скорости движения СО.

Отметим, что для асимптотически не плоских стационарных пространств, используется расширенная трактовка метода ЗЛ. В ней, вместо требований асимптотического поведения на бесконечности и условия параболичности (1.7), предполагается, что существует некоторая точка $p \in M$ (точка остановки), в которой выполняются условия:

$$g_{00}|_p = 1, \quad v_p^2 = 0. \quad (1.16)$$

В этом случае $E = E_p = mc^2$ и условия (1.16), попрежнему, приводят к соотношениям (1.8), (1.12).

2. С методом ЗЛ связан другой вид деформации [12] метрики Минковского

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \delta_{ik} dx^i dx^k, \quad (1.17)$$

при которой совершается «локальное преобразование Галилея»:

$$dx^i \rightarrow dx^i - v^i d\tau. \quad (1.18)$$

В результате этой деформации, которую будем называть «галилеевой деформацией», получаем метрику

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \delta_{ik} (dx^i - v^i d\tau)(dx^k - v^k d\tau). \quad (1.19)$$

Связь «лоренцевой деформации» (1.15) с «галилеевой» (1.18) устанавливается путём ортогонализацией полученной метрики [12].

Для реализации метода ЗЛ при «галилеевых деформациях» построим поле скоростей частиц ньютоновской параболической СО, которое отвечает данному гравитационному потенциалу Φ_n , удовлетворяющему уравнению Лапласа

$$\Delta \Phi_n \equiv \Phi_{n,ii} = 0. \quad (1.20)$$

Решение нерелятивистского уравнения Гамильтона-Якоби (ГЯ) для частицы массы m в гравитационном поле Φ_n

$$\frac{\partial S_n}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S_n)^2 + m\Phi_n = 0 \quad (1.21)$$

ищем в виде $S_n = -E_n t + m\sigma(x^i)$. В случае параболических траекторий $E_n = 0$ и $S_n = m\sigma(x^i)$, поэтому

$$(\nabla \sigma)^2 = -2\Phi_n. \quad (1.22)$$

Отсюда скорость $V_{(n)i}$ частиц ньютоновской СО определяется по формуле

$$V_{(n)i} = S_{n,i}/m = \sigma_{,i} \rightarrow v_i, \quad (1.23)$$

которая после подстановки в (1.19) задаёт деформацию метрики Минковского (1.17).

Класс пространств с интервалом типа (1.19) рассмотрен в работе [14]. Они содержат семейства плоских сечений $t = \text{const}$ с трёхмерной метрикой $h_{ik} = \delta_{ik}$. Конгруэнция мировых линий с полем касательных векторов (4-скоростей) $u^\mu = \{1, \sigma_\mu\}$ ($u_\mu = \{1, 0, 0, 0\}$) является нормальной и геодезической. Уравнение гравитационного поля $R_{\mu\nu} = 0$ для метрики (1.19) можно представить в виде

$$S_k^i S_i^k - S^2 = 0, \quad (S_k^i - S \delta_k^i)_{,i} = 0, \quad (1.24)$$

$$(S_k^i v^l)_{,l} - S_k^l v^i_{,l} + S_l^i v^l_{,k} = 0, \quad (1.25)$$

где $S_{ik} = -(v_{i,k} + v_{k,i})/2$ — тензор скоростей деформации, $S = S_i^i$. В случае (1.23) поле скоростей потенциально, поэтому $S_{ik} = -\sigma_{,ik}$ и $S = -\Delta\sigma$. Тогда второе уравнение в (1.24) выполняется тождественно, а остальные дают: $\sigma_{,ik} \sigma_{,ik} - (\Delta\sigma)^2 = 0$, $(\sigma_{,ik} \sigma_{,l})_{,l} = 0$, что эквивалентно системе

$$(\sigma_{,ik} \sigma_{,l})_{,l} = 0, \quad (1.26)$$

$$\Delta(\nabla\sigma)^2 = (\sigma_{,k} \sigma_{,k})_{,ii} = 2(\sigma_{,ik} \sigma_{,k})_{,i} = 0. \quad (1.27)$$

Семь уравнений (1.26) - (1.27) на потенциал скоростей $\sigma = \sigma(x^i)$ — это следствие вакуумных уравнений Эйнштейна для метрики (1.19). Для исходной, ньютоновской конгруэнции, на потенциал скоростей σ накладывается одно ограничение (1.27), которое вытекает из уравнений (1.20) и (1.22). Отсюда следует, что все решения вакуумных уравнений Эйнштейна вида (1.19) имеют ньютоновские аналоги. Действительно, вводя для решения (1.19), (1.23) обозначение $(\nabla\sigma)^2 = -2\Phi$, из (1.27) получаем $\Delta\Phi = 0$. Далее, дифференцируя введённое соотношение по x^i и учитывая соотношение $v_i = \sigma_{,i}$, аналогичное (1.23), приходим к аналогу ньютоновских уравнений движений $dv_i/dt = -\Phi_{,i}$. Однако не каждое ньютоновское решение имеет релятивистский аналог (1.19), (1.23) (в смысле метода ЗЛ), поскольку, кроме (1.27), потенциал скоростей σ должен удовлетворять ещё шести дополнительным уравнением (1.26). Таким образом, множество общерелятивистских решений вида (1.19), (1.23) уже соответствующего множества нерелятивистских решений. То, что область пересечения этих множеств не пуста, вытекает из существования решений системы (1.26)–(1.27) в случае сферической симметрии:

$$\Phi = -\kappa M/r, \quad \sigma = 2\sqrt{2\kappa M r}, \quad \left(r = \sqrt{x_i^2}\right), \quad (1.28)$$

откуда следует решение Шварцшильда в СК Пенлеве [14].

Реализация метода ЗЛ в обоих вариантах связана с возможностью разделения переменных как в ньютоновском (1.21), так и в общерелятивистском уравнениях ГЯ. При этом можно ввести аналог «радиальных» однокомпонентных движений, которые упрощают релятивистские уравнения (1.11) и делает их тождественным ньютоновским уравнениям. Это указывает на то, что применимость метода ЗЛ, кроме всего прочего, связана с соответствующей степенью симметрии рассматриваемых полей. Вместе с асимптотическими условиями она настолько жёстко задаёт поведение полей, что общерелятивистские и ньютоновские уравнения, если и выполняются, то приводят к одному и тому же потенциалу скоростей σ .

2. Обобщение метода Зоммерфельда-Ленца

Метод ЗЛ может использоваться не только для получения общерелятивистских решений из ньютоновских, но и позволяет иногда получать новые из общерелятивистских решений. При лоренцевой или галилеевой деформации метрики тензор энергии-импульса (ТЭИ) преобразуется неоднородно. Это позволяет методом ЗЛ генерировать не только вакуумные решения, но и решения с определённым видом материи. Действительно, рассмотрим метрику

$$ds^2 = e^\nu c^2 dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2 d\sigma^2, \quad (2.1)$$

где $d\sigma^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$. При лоренцевой деформации имеем

$$e^\nu \rightarrow e^{\tilde{\nu}} = (1 + 2\Phi/c^2)e^\nu, \quad e^\lambda \rightarrow e^{\tilde{\lambda}} = (1 + 2\Phi/c^2)^{-1}e^\lambda. \quad (2.2)$$

Уравнения Эйнштейна для метрики (2.1) имеют вид [17]:

$$\chi T_0^0 = -e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{\lambda'}{r} \right) + \frac{1}{r^2}, \quad (2.3)$$

$$\chi T_1^1 = -e^{-\lambda} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r} \right) + \frac{1}{r^2}, \quad (2.4)$$

$$\chi T_2^2 = \chi T_3^3 = -e^{-\lambda} \left(\nu'' + \frac{\nu'^2}{2} + \frac{\nu' - \lambda'}{r} - \frac{\nu'\lambda'}{2} \right), \quad (2.5)$$

где штрих – производная по r . Аналогичные соотношения выполняются и для деформированной метрики $\tilde{g}_{\mu\nu}$ и нового $\tilde{T}_\nu^\mu$. Отсюда, с учётом (2.2), вытекает

$$\chi \tilde{T}_a^a = (1 + 2\Phi/c^2)\chi T_a^a - G/c^2, \quad \chi \tilde{T}_k^k = (1 + 2\Phi/c^2)\chi T_k^k - S/c^2, \quad (2.6)$$

где $a = 0, 1$, $k = 2, 3$ (без суммирования по a и k !) и

$$G = \frac{2}{r^2} (\Phi + r\Phi'e^{-\lambda}), \quad S = e^{-\lambda} \left\{ \Phi'' + \left(\frac{2}{r} + \frac{3\nu' - \lambda'}{2} \right) \Phi' \right\}. \quad (2.7)$$

Пусть исходное пространство плоское. Тогда $T_\nu^\mu = 0$, $\lambda = \nu = 0$ и для нового ТЭИ (опуская знак тильды) получаем

$$\chi T_a^a = -\frac{G}{c^2} \equiv -\frac{2}{c^2 r^2} (r\Phi)', \quad \chi T_k^k = -\frac{S}{c^2} \equiv -\frac{1}{c^2 r^2} (r^2 \Phi')'. \quad (2.8)$$

Совместность этих соотношений выполняется в силу $T_{\nu;\mu}^\mu = 0$, откуда следует уравнение $(r^2 T_0^0)' = 2r T_2^2$, которое выполняется тождественно. Из (2.8) вытекает, что гравитационное поле порождается веществом с ТЭИ, имеющим структуру

$$T_0^0 = T_1^1, \quad T_2^2 = T_3^3. \quad (2.9)$$

Для вакуума, если $T_\nu^\mu = 0$, имеем $G = S = 0$, и соотношения (2.8) приводят к решению Шварцшильда. В случае пространств с космологической постоянной Λ имеем $\chi T_\nu^\mu = \Lambda \delta_\nu^\mu$. Тогда $G = S = -\Lambda c^2$, что вместе с (2.8) приводит к решению Шварцшильда-де Ситтера. В случае электровакуума $T_0^0 = T_1^1 = -T_2^2 = -T_3^3$, при этом $G = -S$, и из (2.8) вытекает решение Рейсснера-Нордстрема. Отметим, что, в силу линейности (2.8) по Φ , допустима суперпозиция этих решений, которая сохраняет структуру T_ν^μ . Так, решение Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера можно получить из уравнения $G + S = -2\Lambda c^2$, что соответствует условию $\chi T_\mu^\mu = 4\Lambda$. С другой стороны, с требованием (2.9) не совместна структура ТЭИ пыли ($T_0^0 = \varepsilon$, $T_k^i = 0$), идеальной жидкости ($T_0^0 = \varepsilon$, $T_k^i = -p\delta_i^k$) и скалярного поля ($T_0^0 = T_2^2 = T_3^3 \neq T_1^1$).

Таким образом, если для данного ТЭИ выполняются условия (2.9), то, в соответствии с методом ЗЛ, его гравитационное поле находится по формулам $e^\nu = e^{-\lambda} = 1 + 2\Phi$, причём потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Delta_r \Phi = 4\pi\kappa\rho_{tot}, \quad (2.10)$$

где $\Delta_r = r^{-2}\partial_r r^2 \partial_r$ – радиальная часть оператора Лапласа, $\rho_{tot} = \varepsilon_{tot}/c^2$ – эффективная плотность вещества, создаваемая всей совокупностью негравитационной материи (плотность Толмена [17]). Полная плотность энергии определяется соотношением

$$\varepsilon_{tot} = \rho_{tot}c^2 = -2T_2^2 = T_0^0 - T_1^1 - T_2^2 - T_3^3 = \varepsilon + 3P. \quad (2.11)$$

В неё вносит вклад эффективное давление (натяжение) $P = -(T_1^1 + T_2^2 + T_3^3)/3$, как результат усреднения по всем направлениям пространственной части ТЭИ.

Обобщение метода лоренцевой деформаций (1.15) достигается при учёте того, что эти деформации принадлежат к унимодулярным локальным преобразованиям, которые сохраняют элемент

объёма, построенного на 1-формах θ^μ . Поэтому общая форма деформаций может быть представлена в виде $ds^2 = g_{\mu\nu}\theta^\mu\theta^\nu \rightarrow d\tilde{s}^2 = g_{\mu\nu}\tilde{\theta}^\mu\tilde{\theta}^\nu$, где $\tilde{\theta}^\mu = S_\nu^\mu\theta^\nu$, $\det||S_\nu^\mu|| = 1$. Такая деформация имеет независимый интерес, как возможный способ генерации новых метрик. Она реализуется последовательным применением элементарных унимодулярных деформаций. Рассмотрим, например, семейство метрик Картера [15]

$$ds^2 = \Delta_\lambda(\theta^0)^2 - \Delta_\lambda^{-1}(\theta^1)^2 - \Delta_\mu^{-1}(\theta^2)^2 - \Delta_\mu(\theta^3)^2, \quad (2.12)$$

$$\theta^0 = G^{-1/2}(P_\mu d\psi - Q_\mu d\chi), \quad \theta^1 = G^{1/2}d\lambda, \quad (2.13)$$

$$\theta^2 = G^{1/2}d\mu, \quad \theta^3 = G^{-1/2}(P_\lambda d\psi - Q_\lambda d\chi), \quad (2.14)$$

где $G = P_\lambda Q_\mu - P_\mu Q_\lambda$, а $\{P_\mu, Q_\mu, \Delta_\mu, P_\lambda, Q_\lambda, \Delta_\lambda\}$ — функции координат μ, λ соответственно. Метрики вида (2.12) можно трактовать как класс метрик, полученный путём двух элементарных унимодулярных деформаций: $\{\theta^0 \rightarrow \Delta_\lambda^{1/2}\theta^0, \theta^1 \rightarrow \Delta_\lambda^{-1/2}\theta^1\}$ и $\{\theta^2 \rightarrow \Delta_\mu^{-1/2}\theta^2, \theta^3 \rightarrow \Delta_\mu^{1/2}\theta^3\}$. Эти деформации совместны с (2.9), поэтому с их помощью можно получить, например, метрику Керра-Ньюмена-де Ситтера [16].

3. Метрика Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера и метод Зоммерфельда-Ленца

В качестве примера приведем построение метрики Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера модифицированным методом ЗЛ. Исходная метрика $ds^2 = c^2 d\tau^2 - dr^2 - r^2 d\sigma^2$ в результате галилеевой радиальной деформации $dr \rightarrow dr - v d\tau$ принимает вид

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - (dr - v d\tau)^2 - r^2 d\sigma^2, \quad (3.1)$$

где $v = v(r)$ — скорость радиально падающих пробных частиц параболической СО. Согласно методу ЗЛ $v^2(r) = V_n^2(r) = -2\Phi(r)$, где $\Phi(r)$ удовлетворяет уравнению (2.10). Пусть гравитационное поле порождается точечной частицей с массой m , электрическим полем заряда q и лоренц-инвариантной вакуумной средой с плотностью энергии $\varepsilon = c^4 \Lambda / 8\pi\kappa = -P$, где P — давление, Λ — космологическая постоянная. Тогда полная эффективная плотность материи равна

$$\rho_{tot} = m\delta(r) + \rho_e(r) + \rho_{vac}(r), \quad (3.2)$$

где $\delta(r)$ — дельта-функция Дирака, $\rho_e(r)$ и $\rho_{vac}(r)$ — эквивалентные плотности «массы» электростатического поля и вакуума. В соответствии с (2.11), находим

$$\rho_e c^2 = \varepsilon_e + 3P_e = 2\varepsilon_e, \quad \rho_{vac} c^2 = \varepsilon + 3P = -2\varepsilon. \quad (3.3)$$

Здесь $\varepsilon_e = 3P_e = T_0^0 = E^2/8\pi = q^2/8\pi r^4$ — плотность энергии электрического поля, P_e — эффективное давление, которое является результатом усреднения по всем направлениям максвелловского тензора натяжений $\sigma_k^i = -T_k^i$. В результате, полная эффективная плотность материи принимает вид

$$\rho_{tot} = m\delta(r) + 2\varepsilon_e/c^2 - 2\varepsilon/c^2 = m\delta(r) + q^2/4\pi c^2 r^4 - c^2 \Lambda / 4\pi\kappa. \quad (3.4)$$

Отсюда видно, что гравитацию порождает удвоенная плотность энергии электрического поля [8], тогда как «вакуум» вносит в общую эффективную плотность также удвоенный, но отрицательный вклад.

Решение уравнения (2.10) для эффективной плотности (3.4) даёт

$$2\Phi/c^2 = -r_g/r + r_e^2/r^2 - r^2/r_{vac}^2, \quad (3.5)$$

где

$$r_g = 2\kappa M/c^2, \quad r_e^2 = \kappa q^2/c^4, \quad r_{vac}^2 = 3/\Lambda. \quad (3.6)$$

Из уравнений (1.1), (1.2) и (3.5) видно, что существует точка остановки p в которой $\Phi = 0$, $V_n = 0$ так, что $E_n = 0$. Поэтому выполняются условия (1.16), необходимые для использования метода ЗЛ.

Отметим, что согласно (2.8), возникающий вследствие деформации плоской метрики, ТЭИ имеет вид

$$\chi T_0^0 = \chi T_1^1 = \Lambda + r_e^2/r^4, \quad \chi T_2^2 = \chi T_3^3 = \Lambda - r_e^2/r^4 \quad (3.7)$$

и отвечает физической постановке задачи. Подстановка $v = (-2\Phi)^{1/2}$ в (3.1), с учётом (3.5)-(3.6), приводит к метрике Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера в координатах Пенлеве

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \left(dr - \sqrt{2\kappa M/c^2 r - \kappa q^2/c^4 r^2 + \Lambda r^2/3} c d\tau \right)^2 - r^2 d\sigma^2. \quad (3.8)$$

Преобразование

$$c\tau = ct - \int (-2\Phi)^{1/2} (1 + 2\Phi/c^2)^{-1/2} dr \quad (3.9)$$

приводит полученное решение к интервалу (2.1) с метрическими функциями $e^\nu = e^{-\lambda} = 1 + 2\Phi/c^2$, что совпадает со стандартной формой метрики Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера. Интересно отметить, что полученная метрика описывает стационарное пространство с плоскими трёхмерными сечениями. При этом, на больших расстояниях поле скоростей $v = (-2\Phi)^{1/2}$ описывает нормальную экспоненциально расширяющуюся СО (инфляция). Уравнение $v = c$, кроме внутренних горизонтов, определяет и внешний горизонт метрики (3.8).

4. Физико-геометрическое построение метрики Керра

«В литературе нет конструктивного аналитического вывода метрики (Керра), адекватного её физическому смыслу, и даже прямая проверка этого решения уравнений Эйнштейна связана с громоздкими вычислениями». Эту цитату из второго тома известного курса теоретической физики [17] (с.415) приводит Чандрасекар в своей монографии [18] (с.5) в связи с проблемой вывода метрики Керра. Далее он утверждает, что в его работе «вывод метрики Керра осуществляется довольно просто на основе разумных математических и физических предположений». Тем не менее, вид промежуточных выражений и способ их получение показывает, что не удаётся избежать громоздких вычислений, и вывод метрики остаётся формальным. Физическое же содержание найденной метрики обнаруживается лишь при дополнительном анализе.

Предложенный здесь «физико-геометрический» вывод метрики Керра состоит из двух этапов. Первый – это построение на основе свободно движущихся частиц СО с дифференциальным вращением, которая является кинематической моделью конфигурации со спином. Второй – включение гравитационного взаимодействия методом ЗЛ. В этом подразделе мы полагаем $c = 1$.

Искомая СО должна быть асимптотически невращающейся. Это исключает из рассмотрения вращение с постоянной угловой скоростью. Более того, СО должна быть реализована множеством свободных пробных частиц. Поэтому рассмотрим в ньютоновском пространстве стационарный поток свободных частиц, которые движутся с единичной скоростью из бесконечности, послойно достигая области локализации D . Траектория каждой частицы полностью определяется направляющим вектором $\vec{n}$ ($\vec{n}^2 = 1$) и «прицельным вектором» $\vec{r}_0$. Последний ортогонален $\vec{n}$, а его величина задаёт минимальное расстояние, на котором частица пролетает мимо центра $\vec{r} = 0$. Пусть это расстояние для частиц слоя достигается в момент $t = T$, где T параметризует слои. Тогда траектории частиц можно представить в виде трехпараметрического семейства прямых

$$\vec{r} = \vec{r}(t, T, \theta, \alpha) = (T - t)\vec{n} + \vec{r}_0, \quad (4.1)$$

где

$$\vec{n} = \vec{n}(\alpha, \theta) = \vec{e}(\alpha) \sin \theta + \vec{k} \cos \theta, \quad \vec{e}(\alpha) = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha. \quad (4.2)$$

Здесь $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ – орты декартовой СК, $\{\theta, \alpha\}$ – параметры, $\vec{r}_0 = \vec{r}_0(\theta, \alpha)$. Если $\vec{r}_0 = 0$, то частицы послойно фокусируются в центре $\vec{r} = 0$ в моменты $t = T$ и область локализации D вырождается в точку. В этом случае каждый пучок потока частиц является гомоцентрическим, а параметры θ и α – угловые координаты сферической СК.

Если $\vec{r}_0 \neq 0$, то фокусировка потока нарушается, также как и сферическая симметрия системы. Пусть частицы потока достигают минимального расстояния от центра $\vec{r} = 0$ в плоскости $z = 0$. Тогда $\vec{r}_0$ лежит в плоскости $z = 0$ и ортогонален орту $\vec{k}$. Следовательно, $\vec{r}_0$ пропорционален $[\vec{k}, \vec{n}]$ так, что $\vec{r}_0 = a(\theta, \alpha)[\vec{k}, \vec{n}]$, где $a(\theta, \alpha)$ – некоторая функция. В случае аксиально-симметричной системы можно положить $\vec{r}_0 = a[\vec{k}, \vec{n}]$, где a – некоторая постоянная. Таким образом, «расфокусированный» аксиально-симметричный поток частиц описывается семейством прямых

$$\vec{r} = (T - t)\vec{n}(\alpha, \theta) + a[\vec{k}, \vec{e}(\alpha)] \sin \theta, \quad (4.3)$$

где параметры θ, α нельзя интерпретировать как угловые координаты сферической СК. Траектории частиц проходят мимо центра $\vec{r} = 0$ на расстоянии $r_0 = |\vec{r}|_{|t=T} = a \sin \theta$ с областью локализации в виде диска $D : \{z = 0, 0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2\}$.

Рассмотрим кинематические и динамические характеристики системы. Для этого введем обозначения

$$r = T - t, \quad R^2 = r^2 + a^2, \quad (4.4)$$

и запишем уравнения траекторий частиц потока в координатном виде

$$x = (r \cos \alpha - a \sin \alpha) \sin \theta, \quad y = (r \sin \alpha + a \cos \alpha) \sin \theta, \quad z = r \cos \theta.$$

В комплексное форме они запишутся так:

$$x + iy = (r + ia)e^{i\alpha} \sin \theta, \quad z = r \cos \theta. \quad (4.5)$$

Исключая параметры θ и α , получаем уравнение поверхности

$$\frac{x^2 + y^2}{R^2} + \frac{z^2}{r^2} = 1 \quad (4.6)$$

постоянного r (или t). Таким образом, фронты распространения слоев частиц образуют семейство софокусных сплюснутых эллипсоидов вращения. При $t = T$ имеем $r = 0$ и эллипсоиды вырождаются в диск $D : \{z = 0, 0 \leq x^2 + y^2 \leq a^2\}$.

Исключая параметры r и α , получаем поверхности постоянного θ :

$$\frac{x^2 + y^2}{\sin^2 \theta} - \frac{z^2}{\cos^2 \theta} = a^2 \quad (4.7)$$

которые образуют семейство софокусных однополостных гиперboloидов вращения, а траектории (4.5) являются их прямолинейными образующими. Поверхности $r = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$ изображены на рис. 1.

Перейдем к координатам $\{r, \theta, \varphi\}$ по формулам:

$$x = R \sin \theta \cos \varphi, \quad y = R \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta. \quad (4.8)$$

В этой СК уравнения (4.6) и (4.7) задают координатные поверхности $r = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$. Здесь φ — угловая координата, связанная с переменной α соотношением

$$\varphi = \alpha + \arctan(a/r), \quad (4.9)$$

которое вместе с (4.4) определяет траектории движения частиц в координатах (4.8). Поле скоростей $\vec{V} = d\vec{r}/dt = -\vec{n}(\alpha, \theta)$ этих частиц в координатах $\{r, \theta, \varphi\}$ имеет компоненты

$$V^1 = \dot{r} = -1, \quad V^2 = \dot{\theta} = 0, \quad V^3 = \dot{\varphi} \equiv \omega = a/R^2, \quad (4.10)$$

где точка — производная по t . Мы видим, что семейство эллипсоидов (4.6) образует поверхности постоянной угловой скорости $\omega(\vec{r}) = \text{const}$, причём $0 \leq |\omega| \leq 1/a$.

В координатах (4.8) евклидова метрика $^{(3)}ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ принимает вид

$$^{(3)}ds^2 = R^{-2} \rho^2 dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (4.11)$$

где $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$. Отсюда для линейной скорости V вращения эллипсоидов получаем

$$V = \sqrt{g_{33}} V^3 = \omega(r) R \sin \theta = (a/R) \sin \theta. \quad (4.12)$$

Если m — масса частиц, то для их импульса $\vec{P}$ и момента импульса $\vec{L}$ находим

$$\vec{P} = -m\vec{n}(\alpha, \theta), \quad \vec{L} = [\vec{r}, \vec{P}] = ma(\vec{k} \sin \theta - \vec{e}(\alpha) \cos \theta) \sin \theta. \quad (4.13)$$

Отметим, что $|\vec{P}| = m, L = |\vec{L}| = ma \sin \theta$ и $L_z = ma \sin^2 \theta = m\omega R^2 \sin \theta$, поэтому $0 \leq |L_z| \leq ma, 0 \leq |\vec{L}| \leq ma$. Минимальный момент импульса $L = 0$ имеют частицы, движущиеся вдоль оси z .

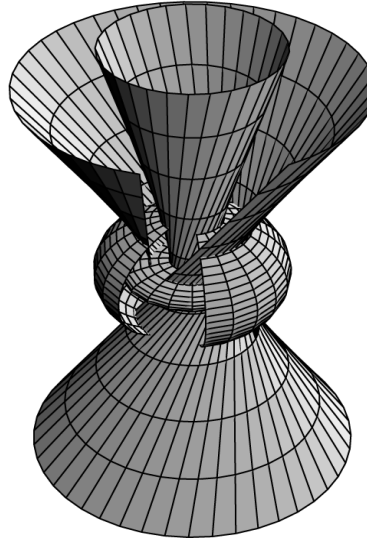


Рис. 1. Графическая иллюстрация СО с дифференциальным вращением, которая реализована свободными пробными частицами, движущимся по прямолинейным образующим семейства гиперboloидов вращения $\theta = \text{const}$.

Максимальный момент импульса $L = ta$ оказывается у частиц, которые движутся в экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$ ($z = 0$), причём их траектории имеют максимальное прицельное расстояние $r_0 = a$ от оси z .

В модели непрерывно распределённой пыли с полем скоростей (4.10) и плотностью масс $\mu = \mu(r, \theta, t)$ имеем следующий закон сохранения массы:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial r} (\mu \rho^2) = 0. \quad (4.14)$$

Решение уравнения непрерывности $\mu = \mu(r, \theta, t)$, которое в пределе $a = 0$ переходит в сферически-симметричное решение $\mu = \mu(r, t)$, можно взять в виде

$$\mu = \frac{1}{4\pi\rho^2} \frac{\partial}{\partial r} M(r+t), \quad (4.15)$$

где $M(r+t)$ — масса пыли, которая находится внутри эллипсоида с $r = \text{const} - t$ в момент времени t . Введем вектор плотности орбитального момента импульса пыли $\vec{l} = \mu [\vec{r}, \vec{v}]$. Тогда собственный момент импульса $\vec{L}$ конфигурации равен

$$\vec{L} = \int_0^\infty dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \rho^2 \sin \theta \vec{l} = \frac{2}{3} a M \vec{k}, \quad (4.16)$$

где $M = \lim_{r \rightarrow \infty} M(r+t)$ — полная масса конфигурации.

Таким образом, построенная конфигурация состоит из непрерывного семейства «радиально» падающих с единичной скоростью эллипсоидальных пылевых слоев, которые, в свою очередь, вращаются относительно оси z с угловой скоростью $\omega = a/R^2$. Собственный момент импульса $\vec{L}$ конфигурации — это результат усреднения по всем частицам, т.е. коллективный эффект. СО, связанная с указанным множеством частиц, является моделью падающей СО с дифференциальным вращением.

«Включим» теперь гравитационное взаимодействие в исходном ньютоновском пространстве. Эту процедуру необходимо выполнить таким образом, чтобы искомое поле скоростей частиц параболической СО не нарушало симметрии конфигурации, т.е. было бы «радиальным». Это означает, что требуется найти ньютоновский потенциал Φ , согласованный с указанным движением. Для его нахождения рассмотрим нерелятивистское уравнение ГЯ для частицы массы m в гравитационном поле Φ , записанное в координатах $\{r, \theta, \varphi\}$. С помощью метрики (4.11) находим:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left\{ \frac{R^2}{\rho^2} \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 \right\} + m\Phi = 0. \quad (4.17)$$

Потенциал Φ подчиняется условиям: а) удовлетворяет уравнению (1.20) для метрики (4.11), б) при $a = 0$ совпадает с ньютоновским потенциалом (1.28) частицы массы M , с) уравнение (4.17) с этим Φ допускает «радиальные» траектории, или, другими словами, разделение переменных. Этим условиям удовлетворяет потенциал

$$\Phi = -\kappa M r / \rho^2, \quad (4.18)$$

который получается комплексным преобразованием $z \rightarrow z - ia$ потенциала (1.28) [13]. При этом $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \rightarrow r - ia \cos \theta$ и действительная часть величины $\kappa M / (r - ia \cos \theta)$ даёт (4.18). Ищем решение уравнения (4.17) в виде $S = -E_n t + m\sigma(r)$. Для частиц с $E_n = 0$ находим $\partial\sigma/\partial r = \sqrt{r_g r}/R$ и

$$V_{nr}^2 = (\partial\sigma/\partial r)^2 g^{rr} = r_g r / \rho^2, \quad (4.19)$$

где $r_g = 2\kappa M$, $g_{rr} = (g^{rr})^{-1} = \rho^2/R^2$.

Перейдем теперь в пространстве Минковского к СО, связанной с семейством эллипсоидов (4.6), которые вращаются с угловой скоростью $\omega = a/R^2$. Для этого в интервале Минковского $ds^2 = dt^2 - {}^{(3)}ds^2$ (где ${}^{(3)}ds^2$ — метрика (4.11)), с помощью локального преобразования Лоренца с параметром $V = (a/R) \sin \theta$, перейдем от координатного базиса $\{dt, dr, d\theta, d\varphi\}$ к неголономному базису 1-форм, задающего СО с дифференциальным вращением:

$$\begin{aligned} \theta^0 &= \frac{dt - V dl}{\sqrt{1 - V^2}} = \frac{R}{\rho} (dt - a \sin^2 \theta d\varphi), & \theta^1 &= \frac{\rho}{R} dr, \\ \theta^2 &= \rho d\theta, & \theta^3 &= \frac{dl - V dt}{\sqrt{1 - V^2}} = \frac{\sin \theta}{\rho} (R^2 d\varphi - a dt), \end{aligned} \quad (4.20)$$

где $dl = R \sin \theta d\varphi$ — элемент физического расстояния, соответствующий углу $d\varphi$. В новом базисе метрика Минковского имеет форму (1.14), где базис ковекторов $\{\theta^a\}$ ($a = 0, 1, 2, 3$) определен в (4.20). Для «обратной метрики» получаем:

$$(\partial_{S_0})^2 = (\vec{e}_0)^2 - (\vec{e}_1)^2 - (\vec{e}_2)^2 - (\vec{e}_3)^2, \quad (4.21)$$

где $\{\vec{e}_a\}$ — векторный базис, взаимный базису 1-форм (4.20) ($\theta^a(\vec{e}_b) = \delta_b^a$), имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{e}_0 &= \frac{1}{\rho} \left(R \partial_t + \frac{a}{R} \partial_\varphi \right), & \vec{e}_1 &= \frac{R}{\rho} \partial_r, \\ \vec{e}_2 &= \frac{1}{\rho} \partial_\theta, & \vec{e}_3 &= \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{\sin \theta} \partial_\varphi + a \sin \theta \partial_t \right). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Легко видеть, что в соответствующем релятивистском уравнении ГЯ

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho^2} \left\{ \left(R \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{a}{R} \frac{\partial S}{\partial \varphi} \right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 - \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial S}{\partial \varphi} + a \sin \theta \frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 \right\} = m^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

переменные разделяются.

Перейдем к процедуре лоренцевой деформации (1.15) метрики (1.14). Скорость v в формулах (1.15) является результатом релятивистского сложения двух скоростей: скорости «радиального»

движения (4.19), свободно падающих частиц в ньютоновском гравитационном поле (4.18), и линейной скорости переноса V (4.12), обусловленной вращением СО. Поэтому, используя формулы релятивистского сложения скоростей [17], для результирующей радиальной скорости находим

$$v = V_{nr} \sqrt{1 - V^2} = \sqrt{r_g r} / R. \quad (4.24)$$

Подстановка 1-форм (4.20) и скорости (4.24) в метрику (1.13) даёт

$$ds^2 = \frac{\Delta}{\rho^2} (dt - a \sin^2 \theta d\varphi)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \rho^2 d\theta^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2} (R^2 d\varphi - a dt)^2, \quad (4.25)$$

где $\Delta = R^2 - r_g r$. Найденная метрика, после перехода к координатному базису $\{dt, dr, d\theta, d\varphi\}$, принимает стандартный вид метрики Керра в координатах Бойера-Линдквиста [17].

Таким образом, конструирование метрики Керра начинается с построения в пространстве Минковского СО с дифференциальным вращением, которая является кинематической моделью пробной конфигурации со спином, и завершается включением гравитационного взаимодействия, собственно методом ЗЛ.

В связи с рассмотренной здесь конфигурацией со спином, уместно отметить, что в работах [19–21] также, но с других позиций, рассматривались частице-подобные модели со спином на основе метрик Керра и Керра-Ньюмена.

Заключение

В данной работе рассмотрены вопросы обоснования и применимости эвристического геометрического метода нахождения точных вакуумных решений уравнений Эйнштейна – метода Зоммерфельда-Ленца (ЗЛ). Предложен ряд модификаций и обобщений метода ЗЛ и рассматриваются его приложения.

Здесь введены методы «галилеевой» и «лоренцевой деформаций» пространства Минковского и найден закон преобразования ТЭИ при «лоренцевой деформации». Показано, что метрики Шварцшильда, Рейсснера-Нордстрема, де-Ситтера, а также их композиции, могут быть полученные методом ЗЛ. С другой стороны, решения Толмена, Фишера, внутреннее решение Шварцшильда и прочие решения, не совместные с требованием (2.9), не могут быть получены этим методом. С помощью модифицированного метода ЗЛ построены метрики Рейсснера-Нордстрема-де Ситтера.

На основе множества свободных пробных частиц СТО построена неинерциальная СО с дифференциальным вращением, которая может быть моделью конфигурации со спином. С помощью обобщения метода ЗЛ на вращающиеся СО предложен «физико-геометрический» вывод метрики Керра. В работе дано естественное кинематическое истолкование эллипсоидальной формы поверхностей постоянного вращения, СО с дифференциальным вращением, связь параметра «сплюснутости» эллипсоидов a с моментом пробных частиц СО (или их прицельным расстоянием). Метод даёт возможность уточнить смысл СК и СО, используемых при получении метрики Керра (4.25) и её плоских аналогов (1.14), (4.11). Он позволяет выяснить смысл локального дифференциального базиса в метрике (4.25), как следствия локального преобразования Лоренца (4.20) к вращающейся СО, и прояснить трактовку самой метрики Керра в форме (4.25).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ori A. The general solution for spherical charged dust // *Class. Quantum Grav.* 1990. Vol. 7. P. 985–998.
2. Эйзенхарт Л.П. Риманова геометрия. М.: ГИИЛ, 1948. 316 с.
3. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975. 696 с.
4. Гладуш В.Д. Дополнительная симметрия сферически-симметричных конфигураций, законы сохранения и их применение // *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2012. Вып. 1. с. 48–59.
5. Зоммерфельд А. Электродинамика. М.: ИЛ, 1958. 429 с.
6. Мирианашвили М.М., Гобеджишвили М.С. // *Известия АН ГССР.* 1964. Т. 33. С. 3.
7. Мирианашвили М.М., Кирия В.С., Гобеджишвили М.С., Кереселидзе А.Б. О неинтегрируемых преобразованиях в общей теории относительности // *Современные проблемы гравитации.* Тбилиси: Тбилисский ун-т, 1967. С. 135–155.
8. Мицкевич Н.В. О получении точных решений уравнений Эйнштейна по методу «падающего ящика» // *Исследования по классической и квантовой теории гравитации.* Днепропетровск: Днепропетровский ун-т, 1985. С. 48–56.

9. Зельманов А.Л., Агаков В.Г. Элементы общей теории относительности. М.: Наука, 1989. 240 с.
10. Коркина М.П., Гладуш В.Д. Энергия релятивистской частицы в общей теории относительности // Укр. Физ. Журн. 1974. Т. 19. № 1. С. 81–84.
11. Гладуш В.Д. Метод «падающего ящика» и его обобщение // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Фізика. Радіоелектроніка. 1998. Вип.2. С. 90–107.
12. Гладуш В.Д. Метод «падающего ящика» у загальній теорії відносності // Український фізический журнал. 1998. Т. 43. № 8. С. 881–889.
13. Мицкевич Н.В. Вращение в общей теории относительности // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. 1976. Вып.7. М.: Атомиздат, С. 15–34.
14. Painlevé P. La mécanique classique et la théorie de la relativité // Comptes Rendus Acad. Sci. 1921. Vol. 173. P. 677–680.
15. Carter B. Hamilton-Jacobi and Schrodinger separable solutions of Einstein's gathens // Commun. Math. Phys. 1968. Vol. 10. P. 280–310.
16. Carter B. The commutation property of a stationary axisymmetric system // Commun. Math. Phys. 1970. Vol. 17. №3 P. 233–238.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
18. Чандрасекар С. Математическая теория черных дыр. Т.1. М.: Мир, 1986. 280 с.
19. Буринский А.Я. Микрогеон со спином // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1974. т. 66. С. 406.
20. Буринский А.Я. Источник геометрии Керра // Известия вузов. Физика. 1988. № 5. с. 82.
21. Burinskii A.Ya. The problem of the source of the Kerr-Newman metric: The volume Casimir effect and superdense pseudovacuum state // Physics Letters B. 1989. Vol. 216. № 1–2. P. 123–126.

Поступила в редакцию 25.02.2013

Гладуш Валентин Данилович, д.ф.-м.н., профессор, кафедра теоретической физики, Днепропетровский Национальный университет, 49010, Украина, г. Днепропетровск, пр. Гагарина, 72.
E-mail: vgladush@gmail.com

V. D. Gladush

Sommerfeld-Lenz method in General Relativity and its generalization

Keywords: reference frame, local Lorentz transformation, Sommerfeld-Lenz method, Kerr metric.

PACS: 04.20.-q, 04.20.Jb

We consider the applicability and justification of the Sommerfeld-Lenz method of obtaining exact solutions of Einstein equations as well as some of its applications. The method consists in introducing a parabolic reference frame specified by the set of freely falling particles in the given Newtonian space. Further on, using the equivalence principle, we construct the corresponding analog of such reference frame in a stationary space-time of General Relativity. The procedure for finding a metric is reduced to the construction of the corresponding «local Galileo deformation» or «Lorentz deformation» of the Minkowski metric.

We suggest a number of modifications and generalizations of the Sommerfeld-Lenz method and consider its applications. Generalizing this method to spherically symmetric configurations of General Relativity with matter, we find the law of transformation of energy-momentum tensor owing to «Lorentz deformation». It is shown that the metrics of Schwarzschild, Reissner-Nordström, de Sitter, and their compositions can be obtained by the Sommerfeld-Lenz method. On the other hand, Tolman, Fisher solutions, and internal Schwarzschild solution can not be obtained by this method. In this way the metric of Reissner-Nordström-de Sitter is built with using a modified Sommerfeld-Lenz method.

Then on the basis of set of free test particles of the Special Relativity the non-inertial reference frame with differential rotation is built. This reference frame can be interpreted as a model of configuration with spin. The «physical-geometric» derivation of Kerr metric is proposed through generalizing the Sommerfeld-Lenz method to rotating reference frame. We give a natural kinematic interpretation for the ellipsoidal shape of the surfaces of constant rotation and for the reference frame with the differential rotation is obtained. Also the connection of the «flattening» parameter of ellipsoids with a momentum of test particles (or impact parameter). Thus, the Sommerfeld-Lenz method allows to make a simple and clear procedure of obtaining the Kerr metric.

REFERENCES

1. Ori A. The general solution for spherical charged dust, *Class. Quantum Grav.*, 1990, vol. 7, pp. 985–998.
2. Eisenhart L.P. *Riemannian Geometry*, Princeton University Press, 1948, 158 p.
3. Weinberg S. *Gravitation and Cosmology*, New York: J.Wiley and Sons, 1972, 696 p.
4. Gladush V.D. *Dopolnitel'naya simmetriya sfericheskii-simmetrichnykh konfiguratsiy, zakony sokhraneniya i ikh primeneniye* [Additional symmetry of spherically symmetric configurations, conservation laws and their application], *Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodeystviya*. [Space, time and fundamental interactions.] 2012. N 1. pp. 48–59. (in Russian)
5. Sommerfeld A. *Elektrodynamik – Vorlesungen uber theoretische Physik*, Band 3, Klemm Verlag, Erscheinungsort, 1948.)
6. Mirianashvili M.M., Gobedzhishvili M.S. *Izvestiya AN GSSR*. 1964. vol. 33. p. 3.
7. Mirianashvili M.M., Kiriya V.S., Gobedzhishvili M.S., Kereselidze A.B. O neintegriruemyykh preobrazovaniyakh v obshchey teorii otnositel'nosti [About nonintegrable transformations in general relativity] // *Sovremennye problemy gravitatsii* [Modern Problems of Gravitation]. Tbilisi: Tbilisskiy universitet, 1967. pp. 135–155.
8. Mitskevich N.V. About obtaining exact solutions of Einstein's equations by the method of «falling box», *Issledovaniya po klassicheskoy i kvantovoy teorii gravitatsii* Dnepropetrovsk: Dnepropetrovskiy universitet, 1985. pp. 48–56.
9. Zel'manov A.L., Agakov V.G. *Elementy obshchey teorii otnositel'nosti*. (Elements of the general relativity), Moscow: Nauka, 1989, 240 p.
10. Korkina M.P., Gladush V.D. Energiya relyativistskoy chastitsy v obshchey teorii otnositel'nosti // *Ukrainskiy fizicheskiy zhurnal*. 1974. vol. 19. № 1. pp. 81–84.
11. Gladush V.D. The method of «falling box» and its generalization, *Visnik Dnipropetrovs'kogo universitetu. Fizika. Radioelektronika*, 1998, no. 2, pp. 90–107.
12. Gladush V.D. Metod «padayuchogo yashchika» u zagal'niy teorii vidnosnosti // *Ukrainskiy fizicheskiy zhurnal*. 1998. vol. 43. № 8. pp. 881–889.
13. Mitskevich N.V. Rotation in general relativity6, *Problemy teorii gravitatsii i elementarnykh chastits*, no.7, Moscow: Atomizdat, 1976, pp. 15–34.
14. Painlevé P. La mécanique classique et la théorie de la relativité, *Comptes Rendus Acad. Sci.*, 1921, vol. 173, pp. 677–680.
15. Carter B. Hamilton-Jacobi and Schrodinger separable solutions of Einstein's gathers. *Commun. Math. Phys.*, 1968, vol. 10. pp. 280–310.
16. Carter B. The commutation property of a stationary axisymmetric system. *Commun. Math. Phys.*, 1970, vol. 17, №3, pp. 233–238.
17. Landau L.D., Lifshitz E.M., *Classical Field Theory*. Pergamon Press, London, 1961.
18. Chandrasekhar S. *The mathematical theory of black holes*, New York: Oxford university Press, 1983.
19. Burinskii A.Ya. Microgeons with spin. // *Sov. Phys. JETP*. 1974. Vol. 39. P. 193.
20. Burinskii A.Ya. The source of the Kerr geometry // *Sov. Phys. J. (USA)* 1988. Vol. 31. № 5. P. 410-415.
21. Burinskii A.Ya. The problem of the source of the Kerr-Newman metric: The volume Casimir effect and superdense pseudovacuum state // *Physics Letters B*. 1989. Vol. 216. № 1–2. P. 123-126.

Received 25.02.2013

Gladush Valentin Danilovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Theoretical Physics, Dnepropetrovsk National University, Gagarin Ave, 72, Dnepropetrovsk, 49010, Ukraine.
E-mail: vgladush@gmail.com

УДК 524.83

*И. С. Нургалиев¹***ЗАВИХРЕННОСТЬ ИНДУЦИРУЕТ КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ ЧЛЕН
НЕСИНГУЛЯРНОЙ ВСЕЛЕННОЙ И РАЗГОНЯЕТ ТЬМУ²**

Утверждается, что завихренность и сдвиг, кинематические гидродинамические понятия, могли бы служить первыми простыми кандидатами на замену соответственно темной энергии и темной материи. Космологическая сингулярность оказывается следствием необоснованно высокой симметрии закона Хаббла. Выдвинута более реалистическая тензорная замена этого закона. Тем самым космологический принцип применяется не к распределению материи, а к распределению ее неоднородностей и их движения. Получается вывод, что «Большой Взрыв» несингулярен и он представляет собой локальный Мета-галактический отскок с ядерными реакциями, рядовой среди myriad других. Представлены динамические стационарные/статические космологические решения. Указано, что завихренностью, носителем темной энергии, генерируется эффективное уравнение состояния «негативного излучения» $p = \epsilon/3$ с $p \leq 0$, $\epsilon \leq 0$, играющего космологического члена. Эти выводы делают ненужными пересмотра классических теорий гравитации и притяжения экзотических моделей материи. Возникает новая модель материальной точки второго рода, которая вращается и деформируется, позиционируясь по отношению к остальной части вселенной по Маху. Возникающая вращательная компонента скорости оказывается псевдовектором и перебрасывает мост к квантовой физике через концепцию классического спина и новых нелинейностей, позволяющих реализацию новых статических и стационарных состояний (частиц и структур) в первоначально бесспиновой динамике (пра)материи.

Ключевые слова: космология, Вселенная, сингулярность, завихренность, отскок, несингулярная эволюция, гравитация, материальная точка.

PACS: 98.80.-k

Academician Isaak Khalatnikov mentioned at the 13th Marcel Grossman Conference (<http://www.icra.it/mg/mg13/>) Lev Landau suggesting that something is too symmetric in the models yielding singularities, and that this problem is one of the three most important problems of modern physics. The aim of this report is to show that singularities are, indeed, consequences of such an overly «symmetrical approach» in building non-robust (i.e. without structural stability) toy models with singularities. Such models typically apply a synchronous system of reference and «Hubble's law», neglecting not-to-be-averaged-out quadratic terms of perturbations (specifically, differentially rotational velocities, vortexes).

Only by accounting the overlooked factors instead of Einstein's ad hoc introduction of a new entity, which was later declared by him as his «biggest blunder», can we correctly interpret accelerated cosmological expansion, as well as provide possibility of static solution. Current common perception of the observed accelerated expansion is that there is need either in modifying the General Relativity or discover new particles with unusual properties. Interestingly enough, both ways are possible depending on what kind of system of reference and corresponding interpretation are chosen, a decision which is usually made depending on the level of «geometrization». We limit ourselves to the smallest modifications: those easiest to accept for observations with existing methods and data processing techniques. For example, with leaf-like diagrams in the frame of the standard model neither will we change general relativity nor hypothesize new mystical particles predominating in the Universe. On the contrary, we bring a missed part of the motion into old theory. All we are doing is getting rid of a long-lived sophism: «let us call a small portion of matter a material point; a point does not spin, therefore nether does the material point.» Sorry. Any portion of matter may rotate and may spin.

Therefore, to avoid the need for a long discussion of metaphysics (as well as the «imaginary» character of 'vortical' motion) in this short paper, let us introduce a material point of the second type. It is characterized by mass density, rather than by mass as the point of the first type (particle); and it rotates around, generally speaking, its own axes i.e. it spins. These axes constitute a continuum. Anything material (including the material point) has an orientation towards other parts of the Universe. Machs principle is back. Getting rid of local rotation in building General Relativity brought the theory to a

¹E-mail: ildus58@mail.ru

²This research was partly funded from the Russian Government Grant # 1.G34.31.0079.

spin-free material world. The overlooked important level of freedom of the material point has to be restored and accounted for. We are trying to do so here. For mainstream direction of modifying basic gravity equations as $f(R)$ -theory see [1] and many others. This direction also hits the target and results in averting the singularities. New developments in cosmological distance measurement techniques [2] will provide an observational test of the theoretical constructs offered.

Results. Radius vectors of particles (ie, galaxies in a cosmological context) and their velocities are objects of the different vector spaces. Therefore projecting one into another takes affiner $H_{\alpha\beta}$:

$$V_\alpha = H_{\alpha\beta} R^\beta. \quad (1)$$

Let the Greek indexes be three-dimensional, and let us limit ourselves for now to a Newtonian description because it is essential to emphasize the fact that apparent cosmological singularities, kept cosmological thought tense, are not phantoms of special or general relativity but of the irrelevantly high level of symmetry of models of motion. We will escape Newtonian description when it is imperative and when we need to implant the result into observations based in General Relativity. The relationship (1) displaces the «Hubble law». The intuition of the great astronomer, who discovered a world of galaxies and who championed calculating measurements where there was a shortage of data, almost all his life kept him from fully accepting the too simplistic expression bearing his name. In 1931 Hubble wrote a letter to Willem De Sitter, one of the pioneers of new cosmology who predicted a new dynamic general relativistic effect that Hubble intended to measure, expressing his opinion on the theoretical interpretation of the redshift-distance relation: «... we use the term «apparent velocities» in order to emphasize the empirical feature of the correlation. The interpretation, we feel, should be left to you and the very few others who are competent to discuss the matter with authority.» (See in more details [3]).

His intuition did not fail. Transversal components (relative to the direction of observation, otherwise randomly oriented) of the cosmological motion ignored in the inventing Hubble law do contribute to cosmological redshift consistently with a Universe that is static-on-average-in-time globally and pulsating-waving locally, with an accelerated expansion phase in this pulsating-waving process (which is tremendously common in nature). Furthermore, as Robert P. Kirshner in [3] mentions – with such epithets as «quaint and puzzling», «oddly, perhaps falsely, prescient» – Hubble even made «allusion to acceleration» when everybody was expecting to see deceleration. His appeal to the theoreticians sounds like he feels that there could be a richer, more complex field to model turbulent motion; that there could be something else – perhaps a transversal redshift effect as we see here – to explain the redshift-distance correlation he endorsed.

The contributions of transversal peculiar motions to redshift are essentially nonlinear (quadratic for nearer galaxies, no linear approximation), while the longitude components contribute starting with linear term which, however, has the opposite sign of the famous Hubble constant contribution if its amount is seen as not averaged up to intergalactic cosmological scales: Andromeda is approaching the Solar system. These conclusions are clearly drawn from the expansion written in a special relativistic approximation. (The effect is necessarily relativistic, as the non-Doppler component does not have a Newtonian approximation) [4–7]:

$$\frac{\nu}{\nu_0} = 1 - RH/c + \frac{1}{2}(3H^2 - \omega^2)(RH/c)^2 - \frac{1}{2}H(11H^2 - \omega^2)(R\omega/c)^3 \quad (2)$$

of the nonlinear exact expression

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{[1 - \frac{R^2(\omega^2 + H^2)}{c^2}]^{1/2}}{1 + \frac{RH}{c}}. \quad (3)$$

Here vorticity ω and the Hubble parameter H are components of the new homogenous and isotropic tensor

$$H_{ij} = \begin{pmatrix} H & \pm\omega + \sigma & \pm\omega + \sigma \\ \mp\omega + \sigma & H & \pm\omega + \sigma \\ \mp\omega + \sigma & \mp\omega + \sigma & H \end{pmatrix}. \quad (4)$$

R is the distance from the detector to an emitter (i.e., an atom of a star in a galaxy), σ is shear. Note that even if we have $\langle\omega\rangle = 0$, nevertheless $\langle\omega^2\rangle \neq 0$ in (2) and (3). So Hubble might draw a parabola with «his» very few data starting from zero into the negative quadrant (blueshift), then, behind Andromeda, crossing the x-axis; then, after fitting for a while approximately to the linear «Hubble law»,

as any curve would, the demonstration acceleration would become clearer and clearer, again, and for a while quadratic; then it would show cubic correction as in (2) and so on fitting better and better to (3). The quadratic terms and thereafter, cubic terms, etc, easily derived from (3) (which, in general relativity, takes more careful consideration) are good landmarks to verify (or falsify as Popper put it) theories by observations. Plank's observations can provide this.

Differentiating the definition of the fundamental affinor (1) and using it one more time, we have the fundamental framework for differential laws of the mechanics encompassing the rotational part of the material point's motion of the multi-component media as well (the material point of the second type).

$$\dot{H}_{ij}^b + H_{ik}^b H_{kj}^b = \sum_a F_{ij}^{ba}(G, c, \hbar, e...). \quad (5)$$

WHS of (5) represents fields (tensions), gradients of forces numerated by a , acting on the matter component b , traditionally considered as causes of non-inertial accelerated motion. The second term in LHS includes kinematic factors sometimes associated with the so called 'vicious' forces (centrifugal, Coriolis). Note that $\omega = \text{const}(t) \neq 0$ and $\sigma = \text{const}(t) \neq 0$ are components of inertial motion. This is correct mechanics for continuous media. Spinning of material point is inertial motion. It has classic (non-quantized) origin. Velocity of the material point of the second type is presented by two vectors and one pseudo-vector (corresponding to diagonal, non-diagonal symmetric, and anti-symmetric parts of the affinor respectively). The generalization to arbitrary dimensional space is straightforward. The sum of the diagonal elements of the arbitrary tensor (which is not necessarily symmetric), separated from anti-symmetric and trace free elements is called expansion (meaning related speed of expansion) and in the presence of only Newtonian gravity (5) becomes for single component of matter

$$\dot{H} + H^2 = \omega^2 - \sigma^2 - \frac{4\pi G}{3}\rho, \quad (6)$$

where $3H = H_{11} + H_{22} + H_{33}$. Including vorticity and shear on the whs of nonsingular cosmologic equation (6) derived in Newtonian approximation is a tribute to Newtonian tradition and his second law, which includes here «new» cosmologic forces (inertial) additional to the «old» gravity, even though they are missing elements of the kinematics of old mechanics. Is the Coriolis factor an acceleration or a force? A pupil's answer before looking at (6) might depend on the books he/she has read. In geometry there is no such question though. Both the physical interpretations and precise terminology exist. In General Relativity we have settled on the interpretation of these missed elements of kinematics in cosmology not as «forces» but so-called «dark energy» and «dark matter». Earlier it took Einstein to invent the cosmological term to account for them in a phenomenological manner. To be specific, the concept of the cosmological term was in fact the introduction of vorticity as a counteragent to gravity, without specifying that and without stating that explicitly. Homogenous and isotropic vorticity is connected with the idea of the vorticity domain. If the standard Big Bang is correct back to the radiation-dominated period as the author believes for the most part, then we understand a lot of the «hot Universe» and can now even construct the static Universe, using Einstein's model, but without the cosmological term.

By taking $H = 0$ in (6) for static universe, we have the cosmological solution $\omega^2 - \sigma^2 - \frac{4\pi G}{3}\rho = 0$. In the general relativistic description, we have the solution $\omega^2 - \sigma^2 - \frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) = 0$, which Einstein intended to derive [6]. As far as $\langle \omega^2 \rangle \neq 0$ necessarily, the model is probably better called quasi-static or steady state. But the latter name is taken and if re-used could cause confusion with the terminology. It can easily be shown that this static universe is stable against homogeneous and isotropic perturbations in contrast to the static Universe of Einstein, as shown by Tolman [8, 9]. Therefore, the model based on the static solution can oscillate before getting destroyed by additional factors. One of the pulses is our bounce which we can see due to the redshift of galaxies. Discovery of cosmological background radiation shows that bounce was accompanied by nuclear reactions and close analogy between the Big Bang and zero-dimensional bomb explosion model exists. So, Meta-galaxy, as the local region of the Universe available for scientific exploration, is not static, even though the Universe, as we have seen, can be static on average, satisfying us esthetically and some of us (though not all of us) religiously twinkling with myriads of other meta- and mega-galaxies.

In deriving exact dynamic cosmological solutions, a good surprise was waiting for us. It is the same type of power-functional dependence of ω^2 and σ^2 on R as of the energy density and pressure of ultra-relativistic matter (electromagnetic radiation, «photon gas»). All of them, say, while isotropic, are proportional to $1/R^4$ and remain the same as the qualitative dynamic character of the cosmological

equation (6) unchanged, causing only the re-defining of the constant $K^2 = \Omega^2 - \Gamma^2 - \Sigma^2$ as $(K')^2$ in the following equation (7). (The following redefinition of K is assumed: constants Ω, Γ, Σ stand for vortex, radiation (energy density and pressure) and shear constants in the corresponding conservation laws).

In Newtonian cosmology we derive in traditional notations:

$$\dot{H} + H^2 = K^2 \rho^{4/3} - (4\pi G/3)\rho. \quad (7)$$

Or, as an equation of the oscillator type with variable frequency

$$\ddot{R} = (K^2 \rho^{4/3} - (4\pi G/3)\rho R)R. \quad (7a)$$

The first integral of (7) holds $H^2/2 = -K^2/2R^4 + GM/R^3 + A/R^2$, where A is a constant of integration. A final integral of the cosmological equation follows:

$$t+t_0 = -(2A)^{-1}(2AR^2K+2GMR-K^2)^{1/2} - GM(2A)^{3/2} \ln(2^{3/2}A^{1/2}(2AR^2+2MGR-K^2)+4AR+2GM);$$

for $A \leq 0$ we have:

$$t+t_0 = (2A)^{-1}(2AR^2K+2GMR-K^2)^{1/2} - GM(-2A)^{3/2} \arcsin[(2AR+GM)/(2A^2K^2+GM^2)^{1/2}].$$

We see that the Bing Bang was the Big Bounce Bang (BBB), the phase diagram of which is drawn in [5]. What is the exact value of ω^2 in the radiation-dominated Einstein static Universe? We have $\omega^2 = \frac{4\pi G}{3}\rho_{\text{radiation}} = \frac{4\pi G}{3c^2}aT^4$, where $a = \frac{\pi^2 k^4}{15h^3 c^3} = 7.56 \times 10^{-16} J/m^3 K^4$. Therefore, $\omega^2 = \frac{4\pi^3 G k^4}{45h^3 c^5} T^4$. Or, compactly, $\omega^2 = a\chi T^4$ and $\omega^2 = \aleph T^4$, where $\chi = \frac{4\pi G}{3c^2} = 3.1 \times 10^{-27} m/kg$, $\aleph = \frac{4\pi^3 G k^4}{45h^3 c^5} = 2.11 \times 10^{-41} c^{-2} K^{-4}$ is a new universal constant combination. For $T = 2.7K$ we get that even such a small value as $\omega^2 \approx 1.12 \times 10^{-40} rad^2/c^2$ could be enough to compensate the radiation contribution to the cosmological contraction which preceded the observed expansion, i.e. less than, supposedly, existing value. If, according to WMAP data, the density of «dark energy» is $9.9 \times 10^{-30} g/cm^3$, then $\omega \approx 9.15 \times 10^{-20} sec^{-1}$.

We conclude from dynamic equations that vorticity related dark energy is equivalent to «negative radiation» $p = \epsilon/3$ with $p \leq 0$, $\epsilon \leq 0$. This is a convenient way of presenting it for observational astrophysicists to see it first on their diagrams. Contribution of the shear (probably, dark matter) has the same effective equation of state but $p \geq 0$, $\epsilon \geq 0$ if it comes from the same mechanism. There are arguments, though, holding that dark matter is composed of pressure-free heavy particles. At the same time, the argument for the author's hypothesis is the fact that this is the same effective equation of state that gravitational waves have. So, again it is not that important. The hypothesis leads re-defining another constant in the cosmologic equation, corresponding to non-relativistic matter. In addition, in contrast to vorticity ω , shear σ can be removed by choosing the proper reference system.

Discussion. We can compare this result with Einstein's approach. In the Newtonian framework he assumed first

$$\Delta\varphi + \lambda\varphi = 4\pi G\rho.$$

We see why Einstein's attempts [8] failed. The correct ansatz is

$$\Delta\varphi + \omega^2 - \sigma^2 = 4\pi G\rho.$$

Going further, Einstein might arrive using a general relativistic description to the conclusion

$$G_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \Rightarrow \lambda = -2\omega^2 + 2\sigma^2.$$

But instead of the traditional product of the cosmological term and the metric tensor, our approach brings us to an additional hydrodynamic energy-momentum tensor for cosmology which has a very familiar looking but in fact «exotic» effective equation of state of «negative radiation» standing for dark energy: $p = \epsilon/3$ with $p \leq 0$, $\epsilon \leq 0$. It may have another possible term with positive energy of «dark matter» standing for energy of shear motion $p = \epsilon/3$ with $p \geq 0$, $\epsilon \geq 0$. Whether the product in fact has this could be tested by observation. Therefore, the name «cosmological term» in this paper does not mean constant scalar lambda multiplied by the metric tensor but rather a fragment of the complex

energy-momentum tensor generated by factors σ and ω missed earlier and brought into cosmology now. Neither the cosmological term nor dark energy is needed. «Hypotheses non fingo» de facto.

The Copernican principle develops into a perfect cosmological principle through the presented solutions, which, again, are locally dynamic, Meta-galactic, and cosmologically-globally average-in-time static (meaning averaged over cosmological periods, circles, bounces): neither our location in space nor the period of humankind's flourishing is special. We live during one of the pulses. The pulses are not singular; on the contrary, bounces are common phenomena in the Universe. The «bang» is «big» in comparison with non-cosmological «bangs», but just ordinary compared to other cosmological ones, except the fact that, yes, we live in this one. The current phase of the pulse has acceleration. Every cyclical process has an acceleration period after its bounce. Our pulse was deep; it included nucleosynthesis during the bounce, and cosmological soup [11] was cooked, its expansion phase started from the bounce on the effective potential of the Meta-galactic vorticity.

As to the famous Penrose-Hawking theorems [12, 13], they, in fact, can be read in the given context as statements that we do not know other factors in the framework of standard General Relativity and the usual classic models of matter that are able to resist forming trap surfaces except vorticity. Look at the sky or at photos of the galaxies taken with the Hubble telescope. Is not the cosmos full of vortexes, spinning? Some do not see even the Sun revolving around the Earth, many call it apparent. Religious tradition teaches trust in authorities, not to your eyes. In fact, everything revolves around everything else and spins. So does the material point of the second type. So does the Meta-galaxy as part of the Universe. «E pur si muove!»

It should be noted that solutions with vorticity are robust (in contrast to singular ones) as it should be for models of reality. This enables us to try to build on the realistic model other aspects of the evolution scenario including nonlinear factors such as clustering, nuclear reactions. «Initial» conditions of cosmological perturbations along with the «birth of the Universe» are left for metaphysical inquiry.

The rates of cosmological and meta-galactic processes are very slow during the long period of their lifespan in comparison to the lifespan of the objects (e.g., stars, galaxies). This peaceful cosmological scenario is studded with sudden, catastrophic events involving the explosion of the cosmic objects. This fact is typical for the nonlinear dynamics of at least the quadratic (and higher) type. The Big Bounce Bang of the Meta-galaxy is the biggest one we are witnessing directly inside in this eternal Universe.

Methods. The method used in this article is nonlinear mathematical modeling. The concept of the nonlinear reaction-advection-diffusion equation along with the second type material point harmoniously provides a bridge between classical and quantum physics and explains why matter is organized discretely with different levels of organization (from clusters of galaxies to atoms and elementary particles). We may expect that system of evolutionary equations

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t_i} = -\frac{1}{3}H_i \rho_i + f(\{\rho_i\}) + \nabla[D_i(\{\rho_i\}) \nabla \rho_i].$$

describes arbitrary amount of material components with densities, Hubble parameters and coefficients of the effective diffusion, generalized and adopted when needed. It may also provide nonlinear evolution scenarios for evolution of the cosmological perturbations in the multi-component cosmologic reacting media. The nonlinear term stands for mutation of the components (i.e., nuclear and chemical reactions, gravitational clustering, and cosmologic morphogenesis). A linear consideration of the cosmological perturbations within demonstrated method for the arbitrary amount of components done in [14] in the form of exact analytical solutions in terms of higher transcendental G-functions of Maijer. This method in the frame of the Einstein-Cartan theory gave static cosmological solution [15]. The last remark is: so, sometimes, more complicated theories help understand simpler ones.

REFERENCES

1. Appleby S.A., Battye R.A., Starobinsky A.A. Curing singularities in cosmological evolution of F(R) gravity. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, vol. 06, 005 (2010); arXiv:0909.1737.
2. Blinnikov S., Potashov M., Baklanov P., Dolgov A. Direct determination of Hubble parameter using type II supernovae. *Pis'ma v ZETF*, 96, iss.3, pp.167-171.
3. Kirshner R.P. Hubble's diagram and cosmic expansion. *PNAS*, vol. 101, no. 1, (January 6, 2004). p.8-12.
4. Nurgaliev I.S. Singularities are averted by vortex. 13th Gravitational Conference – *International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics*. June 23-28, 2008. Peoples Friendship University of Russia (PFUR), Moscow, Russia. Abstracts. Published by PFUR, ISBN 978-5-209-03274-8, pp. 117–118.

5. Nurgaliev I.S. Singularities are averted by vortices. *Gravitation and Cosmology*, 2010, Vol. 16, No. 4, pp. 313–315.
6. Nurgaliev I.S. Nonlinearities in the Universe. *Proceedings of the 12th Marcel Grossmann Meeting on General Relativity On Recent Developments in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theories*. 12-18 July 2009. World Scientific, part C, pp. 1748-1752.
7. Nurgaliev I.S. Confirmation of cosmological bounces predicted by Alexander Friedmann. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*. Vol. 3 (2011) pp. 281–285. Proceedings of 8th Alexander Friedmann International Seminar on Gravitation and Cosmology . May 30 - June 3, 2011 at the Institute of Cosmology, Relativity and Astrophysics, Rio de Janeiro, Brazil.
8. Einstein A. *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. phys.-math. Klasse VI* (1917), 142–152; translated in *The Principle of Relativity* (Dover, New York, 1952), pp. 177–188.
9. Tolman R.C. *Phys. Rev.* 38, 1758 (1931).
10. Tolman R.C. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*. Oxford University Press (1934).
11. Weinberg S. *The First Three Minutes – A modern view of the origin of the universe*. FLAMINGO Published by Fontana Paperbacks. 1979.
12. Hawking S.W. & Ellis G. F. R. (1994). *The Large Scale Structure of Space Time*. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0-521-09906-4.
13. Hawking S.W., Penrose R. (1996). *The Nature of Space and Time*. Princeton: Princeton University Press. ISBN 0-691-03791-4.
14. Nurgaliev I.S. Dynamics of small perturbations in a multicomponent cosmological medium. *Soviet Astron. Letters*, vol.12(2), 1986, pp.73–76.
15. Nurgaliev I.S., Ponomarev V.N. The evolutionary stages of the universe and space-time. *Physics letters*, 1983, v. B, No 6, pp.358–359.

Поступила в редакцию 17.02.2013

Нурғалиев Ильдус Саетғалиевич. Доцент кафедры физики РГАУ-МСХА имени К.А.Тимирязева. Кандидат физ.-мат. наук. Москва, 127550, Тимирязевская улица, дом 49.
E-mail: ildus58@mail.ru

I. S. Nurgaliev

Vorticity Induces Cosmological Term of Nonsingular Universe and Removes Darkness

Keywords: cosmology, Universe, singularity, vorticity, bounce, nonsingular evolution, gravity, material point.

PACS: 98.80.-k

The averaged term of squared vorticity is attributed to accelerated expansion. Cosmological singularity has been a consequence of excessive symmetry of flow, such as «Hubble's law». More realistic one is suggested. The new cosmological principle is applied to irregularities – they are homogeneous and isotropic in average to some extent within the corresponding Mega-galactic scales. The «Big Bang» is in fact the local bounce of Meta-galaxy which is typical among myriads of other bounces. Exact dynamic and steady/static solutions are presented. A «negative radiation» equation of state $p = \epsilon/3$ with $p \leq 0$, $\epsilon \leq 0$ is generated by vorticity which is the dynamic carrier of the dark energy. This fact dismisses the need in cosmological term, in any modifications of the gravity theory or in an exotic matter. A new concept of a material point is established. The paper comments as well on social and educational aspects of the findings.

Received 17.02.2013

Nurgaliev Ildus Saetgalievich, Department of Physics, Moscow State Timiryazev University, Timiryazevskaya Str., 49. Moscow, 127550, Russia
E-mail: ildus58@mail.ru

Acknowledgments

The author is grateful to Academicians A.A. Starobinsky, R.A. Synyayev, I.M. Khalatnikov as well as to G.S. Islamov for simulative discussions.

УДК 530.1

*Ю. С. Владимиров,¹ М. Ю. Ромашка²***МОДИФИЦИРОВАННАЯ НЬЮТОНОВСКАЯ ДИНАМИКА (MOND) И ЕЕ ВОЗМОЖНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ**

Модифицированная ньютоновская динамика (MOND) призвана описать кривые вращения галактик и ряд других астрофизических явлений без привлечения гипотезы «темной материи», которая испытывает на сегодняшний день серьезные трудности. Будучи весьма простой и содержательной по своим следствиям, она оставляет ряд вопросов относительно того, какая физика лежит в ее основе. В частности, остается пока неясной природа «фундаментального ускорения» и его связь с постоянной Хаббла. В данной работе после краткого обзора двух вариантов MOND предлагается третий путь обоснования отклонений от ньютоновской теории, основанный на изменении классических пространственно-временных представлений на больших расстояниях. В рамках предложенного подхода рассмотрен эффект отклонения лучей света массивным телом.

Ключевые слова: кривые вращения галактик, модифицированная ньютоновская динамика, реляционный подход, модифицированное расстояние, отклонение света массивным телом.

PACS: 04.50.Kd

1. Введение. Проблема кривых вращения галактик

Одной из главных проблем современной астрофизики является объяснение кривых вращения галактик. Согласно большому количеству накопленных наблюдательных данных, почти во всех известных спиральных и дисковых галактиках скорости звезд и газовых облаков, определяемые с помощью эффекта Доплера, не превышают 300–350 км/с. Центростремительные ускорения этих объектов, траектории которых в хорошем приближении можно считать плоскими и круговыми, также достаточно малы (по крайней мере, за пределами плотного ядра). Все это говорит о том, что движение этих объектов должно описываться в рамках механики Ньютона с лишь малыми релятивистскими поправками. Однако, это не имеет места. Механика Ньютона предсказывает, что скорости галактических объектов должны убывать с ростом расстояния до центра галактики (так называемого галактоцентрического расстояния r). Наблюдения демонстрируют другую закономерность: начиная с некоторого характерного расстояния r_0 , индивидуального для каждой галактики, скорости объектов выходят на постоянную величину, т.е. практически перестают зависеть от r . То есть, в области $r > r_0$ наблюдаемые скорости существенно больше предсказываемых механикой Ньютона.

Поясним это на упрощенной модели. Пусть имеется сферически симметричное однородное тело массой M (грубая модель ядра галактики), вокруг которого движется по окружности пробное тело массой m (рис. 1).

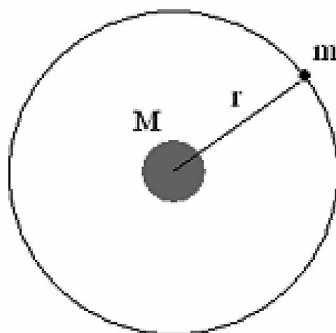


Рис. 1

¹E-mail: yusvlad@rambler.ru

²E-mail: michaelromashka@gmail.com

Применяя второй закон Ньютона, закон всемирного тяготения и формулу для центростремительного ускорения

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (1.1)$$

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (1.2)$$

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (1.3)$$

получаем, что вне массивного ядра скорость пробного тела на круговой орбите убывает с расстоянием в соответствии с формулой

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (1.4)$$

Это показано пунктирной кривой на рис. 2. В то же время, реальные кривые вращения при больших r , как правило, выходят на плато, что схематически показано сплошной кривой на рис. 2 (реальные кривые вращения галактик можно найти во многих обзорах, включая [1-3] и ссылки внутри). Учет полного распределения масс в галактиках не решает проблему. То же самое относится к эллиптическим и сфероидальным галактикам: скорости достаточно удаленных от центра объектов значительно превышают теоретически предсказанные.

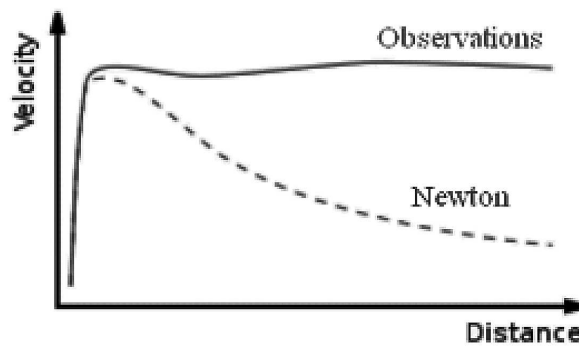


Рис. 2

Имеются два пути решения данных проблем. Первый путь основан на введении так называемой «темной материи», способной обосновать экспериментально наблюдаемые закономерности. Большинство исследователей пошло по этому пути. Однако это означает переключивание трудности из космологии в физику элементарных частиц, поскольку темная материя другими способами себя никак не проявляет и непонятно, что именно может претендовать на роль материи с такими свойствами. На сегодняшний день можно сказать, что если бы темная материя излучала или поглощала электромагнитное излучение или нейтрино (с достаточной интенсивностью), то она уже была бы обнаружена. Также имеется ряд вопросов, связанных с динамикой темной материи и с ее распределением в галактиках, и вопросы, связанные с устойчивостью галактик [1, 2]. Из всех предложенных кандидатов на роль темной материи на сегодняшний день остаются лишь суперпартнеры некоторых частиц стандартной модели, тяжелые нейтрино и некоторые экзотические гипотетические частицы. Гипотеза о барионной темной материи сталкивается с проблемами применительно к наблюдениям в рамках нашей Галактики, а также к космологии. Более того, недавнее исследование [4] движения более 400 звезд, расположенных на расстояниях до 13000 световых лет от Солнца, не нашло свидетельств присутствия какой-либо темной материи в этом объеме пространства. Таким образом, гипотеза о существовании темной материи сталкивается с серьезными трудностями. Это заставляет задуматься о том, что возможно, сама теория гравитации (как ОТО³, так и нерелятивистская, ньютоновская) нуждается в модификации. Одной из наиболее разработанных таких теорий является модифицированная ньютоновская динамика (MOND).

³ Фактически существует множество модификаций и обобщений ОТО, но лишь немногие могут претендовать на корректное описание кривых вращения галактик.

2. Основные принципы модифицированной ньютоновской динамики (MOND)

Одним из оснований MOND (М. Милгром, 1983 [5-7], обзоры [1-3, 8]) явилась новая обнаруженная в наблюдениях закономерность. Помимо того, что кривые вращения выходят на плато, было обнаружено, что во всех рассматриваемых галактиках отклонения от предсказаний механики Ньютона начинают быть заметными *при одном и том же ускорении* $a_0 \approx 10^{-10} \text{ м/с}^2$. То есть, для объектов, движущихся с ускорением, большим a_0 , механика Ньютона достаточно хорошо работает, а при движении с малым ускорением (меньшим a_0) наблюдаются отклонения. В связи с этим возникла идея модифицировать ньютоновскую динамику, введя в рассмотрение новую константу a_0 с размерностью ускорения (иногда называемую «фундаментальным ускорением»). Было предложено два пути модификации. Первый путь заключался в том, чтобы модифицировать второй закон Ньютона (1.1), оставляя неизменным закон всемирного тяготения (1.2), а второй путь – наоборот.

Для начала рассмотрим первый путь. Второй закон Ньютона можно модифицировать, введя в него дополнительный множитель, зависящий от отношения ускорения тела a к константе a_0 :

$$\vec{F} = m\mu(x)\vec{a}, \quad x = \frac{a}{a_0} \quad (2.1)$$

Этот множитель (называемый интерполяционной функцией или просто мю-функцией) обладает следующими асимптотическими свойствами:

$$\begin{aligned} \mu(x) &\approx 1 & \text{при } x \gg 1 \\ \mu(x) &\approx x & \text{при } x \ll 1 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Определенная таким образом мю-функция, или точнее, множество функций с асимптотиками (2.2), приводит модифицированную теорию в согласие с наблюдениями (по крайней мере, в пределах больших и малых ускорений). Для простейшей модели на рис. 1 имеем уравнение:

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)a = \frac{GM}{r^2} \quad (2.3)$$

В пределе больших ускорений, $a \gg a_0$, выполняется обычная механика Ньютона. В пределе малых ускорений, $a \ll a_0$, возникает «глубокий MOND-режим», для которого характерно следующее:

$$a = \frac{\sqrt{GMa_0}}{r} \quad (2.4)$$

$$v = \sqrt[4]{GMa_0} = \text{const} \quad (2.5)$$

То есть, при малых ускорениях скорости объектов перестают зависеть от радиусов их орбит, и кривая вращения выходит на плато.

Более того, формула (2.5) находится в согласии с эмпирически установленным законом Талли-Фишера, который связывает светимость L спиральной галактики с «амплитудой» скорости вращения ее объектов (т.е. со скоростью на плато кривой вращения): $L \sim v_a^4$. С другой стороны, светимость пропорциональна полной массе галактики: $L \sim M$. Это согласуется с формулой (2.5), из которой следует, масса галактики (если ее приблизительно считать равной массе центрального тела M) пропорциональна четвертой степени скорости на плато. Таким образом, закон Талли-Фишера можно считать одним из обоснований MOND.

Существует множество примеров интерполяционной функции $\mu(x)$, удовлетворяющей условиям (2.2). Наиболее обсуждаемыми в литературе являются т.н. стандартная функция

$$\mu(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \quad (2.6)$$

простая функция

$$\mu(x) = \frac{x}{1+x}, \quad (2.7)$$

а также содержащее их семейство вида

$$\mu(x) = \frac{x}{(1+x^n)^{1/n}}, \quad (2.8)$$

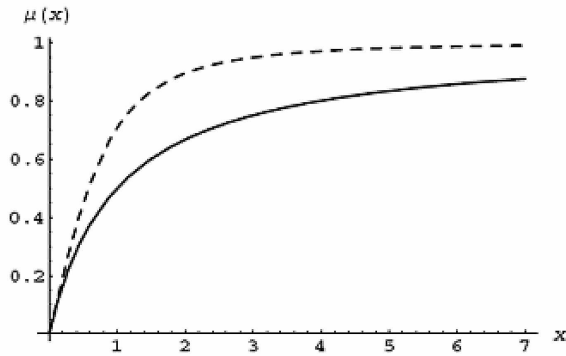


Рис. 3

где n — целое отличное от нуля число. Графики функций (2.6) и (2.7) показаны на рис. 3.

Сплошная линия — график простой функции (2.7). Эта функция, как считается на сегодняшний день [1, 2] позволяет хорошо описывать движение объектов в галактиках на всех масштабах ускорений. Однако, это не очень хорошо согласуется с наблюдаемым движением планет Солнечной системы. Причина в том, что простая функция недостаточно быстро стремится к единице при больших аргументах (т.е. недостаточно быстро выходит на ньютоновский предел). Пунктирная линия — график стандартной функции, которая стремится к единице заметно быстрее, но описывает вращение галактик с меньшей точностью. Можно предположить, что график «оптимальной» функции, находится где-то между этими линиями. Существует ряд попыток найти такую функцию; их обзор, а также ряд примеров, можно найти в обзоре [1].

Что можно сказать о «фундаментальном ускорении» a_0 ? Из наблюдений следует лишь то, что *во всех галактиках* отклонения от ньютоновской механики начинаются на одном и том же масштабе ускорений $a_0 \approx 10^{-10} \text{ м/с}^2$. Иногда дается оценка $a_0 = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м/с}^2$, основанная на фитинге MOND реальными данными [2]. Причина такого «совпадения» остается пока неясной. Но важным является уже то, что a_0 универсально для всех галактик, что позволяет говорить о новой универсальной константе.

Более того, оказалось, что величина a_0 каким-то образом связана со свойствами вселенной в целом. По словам Милгрота [9], «... Это приблизительно то ускорение, которое нужно объекту, чтобы разогнаться от состояния покоя до скорости света за время существования вселенной.⁴ Также оно близко к недавно обнаруженному ускорению вселенной». Из численных соотношений с хорошей точностью следует отметить связь a_0 с постоянной Хаббла $2\pi a_0 \approx H_0 c$, а также с космологической постоянной [3] в моделях, где темная энергия моделируется лямбда-членом. Отсюда вытекает, что космологическое красное смещение может быть эффективно представлено как гравитационное красное смещение в однородном поле с напряженностью $2\pi a_0$. Одна из возможных трактовок этого факта основана на теориях с переменной скоростью света (см. классическую работу Р. Дикке [10] или вариации на тему в [11] и ссылки внутри). На наш взгляд, связь a_0 с космологией может говорить о том, что для создания более глубокой теории, воспроизводящей результаты MOND, следует привлечь принцип Маха (см. напр. [12]). Похоже, что применительно к MOND эта гипотеза еще не достаточно исследована и представляет интерес для дальнейшего изучения.

Рассмотрим теперь второй путь построения MOND: модифицировать закон всемирного тяготения, оставляя неизменным второй закон Ньютона. Искомую модификацию можно получить, поделив на мю-функцию равенство⁵

$$m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)a = \frac{GMm}{r^2} \quad (2.9)$$

⁴Если быть более точным, то для достижения скорости света при классическом равноускоренном движении с таким ускорением требуется 79,2 млрд. лет, что в 5,8 раз больше современного возраста вселенной.

⁵К тем же результатам можно прийти, если вместо мю-функции ввести другую интерполяционную функцию (ню-функцию) в закон всемирного тяготения, см. [1].

Тогда слева будет произведение массы на ускорение, а справа будет новое выражение для силы:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \frac{1}{\mu(a/a_0)} = \frac{GMm}{r^2} \frac{1}{\mu(F/ma_0)} \quad (2.10)$$

Явное выражение для силы будет зависеть от конкретного вида мю-функции. Например, для функции (2.7) формула для силы имеет вид:

$$F = \frac{GMm}{2r^2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \frac{r^2}{r_0^2}} \right) \quad (2.11)$$

где введена величина

$$r_0 = \sqrt{\frac{GM}{a_0}}, \quad (2.12)$$

задающая характерный масштаб расстояний в данной конкретной галактике.⁶ Очевидно, что такая формулировка MOND эквивалентна обсужденной выше в случае задачи двух тел. Однако, в случае задачи многих тел, или при наличии других взаимодействий помимо гравитации, эти формулировки будут давать различные результаты. В пределах одной галактики эти формулировки практически неразличимы [8].

«Эффект внешнего поля». Возникает вопрос: можно ли проверить MOND в земных экспериментах, изучая движение тел с малыми ускорениями в земной лаборатории? Ответ зависит от того, будет ли выполняться соотношение вида (2.9) в неинерциальных системах отсчета, если в него добавить силы инерции. В принципе возможен как положительный, так и отрицательный ответ на этот вопрос [1, 2]. Если да, то выполняется сильный принцип эквивалентности. Если нет, то он не выполняется, и имеет место так называемый «эффект внешнего поля». В этом случае MOND нельзя проверить в земных экспериментах в силу того, что Земля движется по орбите вокруг Солнца (во «внешнем поле» Солнца) с центростремительным ускорением около $5,5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$, что много больше a_0 . То есть, равенство типа (2.9), в общем случае векторное, выполняется лишь в особой космологической системе отсчета, в среднем сопутствующей материи. Милгром и ряд последователей склоняются к такой трактовке теории [1, 2]. Некоторые авторы утверждают, что трактовка, в которой «эффекта внешнего поля» нет, уже опровергнута земными экспериментами.

Одной из трудностей первых вариантов MOND, рассмотренных выше, явилось то, что в них не выполняются законы сохранения (энергии, импульса, момента импульса). Поэтому вскоре Милгром и последователи пришли к выводу [2], что основное соотношение MOND не является точным, а служит приближением какой-то более точной формулы. Попытки найти эту более точную формулу были предприняты на основе лагранжева формализма. Таким образом, одновременно делалась попытка найти более глубокую теоретическую основу для MOND.

3. Лагранжев формализм MOND.

Модифицированная инерция и модифицированная гравитация

Рассмотрим возможные пути к лагранжевой формулировке MOND. Обобщим уравнение (2.3), переписав его в виде

$$\mu(a/a_0) \vec{a} = -\vec{\nabla} \Phi_N \quad (3.1)$$

где в правой части стоит градиент ньютоновского гравитационного потенциала, удовлетворяющего уравнению Пуассона:

$$\Delta \Phi_N = 4\pi G \rho \quad (3.2)$$

Напомним, что если мю-функцию в (3.1) заменить единицей, то имеем соотношения ньютоновской теории гравитации, которые в лагранжевом формализме следуют из лагранжиана вида

$$L = - \int \left[\frac{1}{8\pi G} \left(\vec{\nabla} \Phi_N \right)^2 + \rho \Phi_N - \frac{\rho v^2}{2} \right] d^3x \quad (3.3)$$

где ρ – плотность материи (для системы точечных частиц она является обобщенной функцией), v – поле скоростей.

Возможны два способа модификации этого лагранжиана:

⁶Отметим, что для тела массой $M = 1 \text{ кг}$ эта величина равна $0,8 \text{ м}$.

1. Модифицировать члены, содержащие характеристики материи. Это привело бы к модификации второго закона Ньютона, что получило название «modified inertia».
2. Модифицировать члены с потенциалом. Это приведет к модификации уравнения для гравитационного потенциала, что стало называться «modified gravity».

Именно второй способ оказался проще и был реализован первым. В работе Бекенштейна и Милгрона [13] была предложена теория, основанная на лагранжиане вида

$$L = - \int \left[\frac{a_0^2}{8\pi G} F \left(\frac{(\vec{\nabla}\Phi)^2}{a_0^2} \right) + \rho\Phi - \frac{\rho v^2}{2} \right] d^3x \quad (3.4)$$

где F – некоторая положительно определенная функция. Ньютоновский предел получается при $F(X) = X$. Варьирование действия с лагранжианом (3.4) приводит к уравнениям:

$$\vec{\nabla} \left[\mu \left(\frac{|\vec{\nabla}\Phi|}{a_0} \right) \vec{\nabla}\Phi \right] = 4\pi G\rho \quad (3.5)$$

$$\vec{a} = -\vec{\nabla}\Phi \quad (3.6)$$

Уравнение (3.5) представляет собой обобщение уравнения (3.2) для гравитационного потенциала. Существенным его отличием от (3.2) является то, что оно нелинейно. Мю-функция введена в него посредством следующей замены:

$$F'(X) \equiv \mu(\sqrt{X}) \quad (3.7)$$

Второй закон Ньютона остается без изменений и в случае чисто гравитационного взаимодействия выражается уравнением (3.6).

Легко показать (это видно непосредственно из лагранжиана (20)), что в этой теории выполняются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. Фактически, эта теория (названная в [13] AQUAL, Аквadraticный Лагранжиан) является наиболее последовательным и обсуждаемым сегодня вариантом MOND. Отметим, что она не может быть опровергнута в земных экспериментах, поскольку гравитационное поле на Земле на много порядков больше a_0 , и оно не может быть скомпенсировано силами инерции (сильный принцип эквивалентности не выполняется, см. [2]).

Сопоставляя новое уравнение для потенциала (3.5) с уравнением Пуассона (3.2), замечаем, что справедливо следующее соотношение:

$$\mu \left(\frac{|\vec{\nabla}\Phi|}{a_0} \right) \vec{\nabla}\Phi = \vec{\nabla}\Phi_N + \vec{\nabla} \times \vec{h} \quad (3.8)$$

где $\vec{h}$ – некоторое векторное поле. Из теоремы Гаусса и (3.5) следует, что если вся рассматриваемая система обладает сферической, цилиндрической или плоской симметрией, роторный член равен нулю, и мы имеем прежнее соотношение (3.1). В работах Милгрона и Брады (см. [2] и ссылки внутри) было показано, что для большинства галактик поправка, вносимая роторным членом, не превышает 5–10%. Таким образом установлено соответствие между этой теорией и первыми вариантами MOND.

Другой путь модификации лагранжиана (3.3), «modified inertia», был реализован в работах Милгрона [14, 15], где был модифицирован третий (кинетический) член в квадратных скобках в (3.3). Для каждой частицы этот член был заменен функционалом от всей траектории этой частицы, зависящим также от a_0 как от параметра. Гравитационный потенциал в этой теории определяется обычным уравнением Пуассона (3.2), в то время как уравнение движения пробной частицы приобретает нелокальный характер и имеет вид:

$$\vec{A}[\{\vec{r}'(t)\}, \vec{r}, a_0] = -\vec{\nabla}\Phi_N(\vec{r}) \quad (3.9)$$

где $\vec{A}$ – некоторый функционал траектории частицы $\{\vec{r}'(t)\}$ с размерностью ускорения. При больших ускорениях этот функционал совпадает с ускорением частицы, $\vec{A}(\vec{r}) \approx \vec{a}(\vec{r})$, а при малых ускорениях он представляется в виде

$$\vec{A}[\{\vec{r}'(t)\}, \vec{r}, a_0] = \frac{1}{a_0} \vec{Q}[\{\vec{r}'(t)\}, \vec{r}] \quad (3.10)$$

где $\vec{Q}$ – некоторый новый функционал с размерностью квадрата ускорения. Милгром показал, что теории такого типа в общем случае обязательно должны быть нелокальными по времени⁷, чтобы быть галилеевски инвариантными. С другой стороны, он показал, что в случае равномерного движения по окружности (наиболее важный для описания галактик случай) уравнение (3.9) переходит в

$$\mu(a/a_0) a = -\frac{d\Phi_N}{dr} \quad (3.11)$$

Таким образом, этот вариант теории также соответствует первоначальным идеям MOND.

На сегодняшний день установлено, что MOND достаточно хорошо описывает движение объектов в галактиках всех типов [1]. Однако, MOND имеет также и ряд недостатков:

1. В пределах галактик MOND не описывает гравитационное линзирование света. Это – одно из оснований критики MOND в пользу темной материи.
2. MOND недостаточно хорошо описывает динамику на сверхгалактических масштабах (в скоплениях, сверхскоплениях, вселенной в целом). По-прежнему требуется темная материя, однако, плюсом MOND можно считать то, что темной материи требуется меньше (примерно столько же, сколько наблюдаемой).
3. На сегодняшний день отсутствует последовательная релятивистская версия MOND. Имеется ряд попыток построить такую теорию (их обзор можно найти в [1]), но ни одна из них не является общепризнанной. Нерелятивистские версии не претендуют на описание вселенной в целом, не описывают космологическое красное смещение и т.д.
4. MOND остается в некоторой степени феноменологической теорией, и пока не найдено, из каких первичных, более фундаментальных принципов могли бы следовать ее соотношения. Иными словами, не найдена теоретическая основа для MOND.

Попытки найти теоретическую основу для MOND предпринимались различными авторами, начиная с самого Милгрма [8]. К таким попыткам относятся механистические модели [8], мембранные модели [8], «диэлектрическая аналогия» [1], гравитация как энтропийный эффект (ссылки в [3]) и другие. Ни один из этих подходов пока не дал вполне последовательную физическую картину, так что исследования продолжаются. В следующем разделе представлена наша попытка найти теоретическую основу для MOND.

4. Реляционный подход к MOND

Итак, известные на сегодняшний день варианты MOND можно условно разделить на два направления: модифицированная инерция и модифицированная гравитация (хотя граница между этими понятиями является весьма тонкой, как отмечено в [8]). Ниже будет представлен принципиально новый подход к интерпретации MOND на основе *реляционных* представлений о пространстве и времени [16, 17, 18].

Главная идея реляционного подхода состоит в том, что пространство и время – это существенно макроскопические понятия. Понятия пространства и времени проистекают из опыта чувственного восприятия и справедливы лишь при описании макроскопических явлений, в то время как в микромире эти понятия теряют смысл. Микромир состоит из некоторых более элементарных объектов, а пространство-время формируется статистически в результате усреднения множества *отношений* между этими объектами. Непрерывное пространство-время – это лишь приближение, тогда как микромир состоит из объектов с принципиально иными свойствами. Яснее всех, вероятно, эту мысль выразил Луи де Бройль [19]:

⁷То есть, например, ускорение частицы в данный момент времени зависит не только от гравитационного поля в данный момент в данной точке траектории, но и от поля в предыдущие и в последующие моменты в некоторой окрестности этой точки.

«Понятия пространства и времени взяты из нашего повседневного опыта и справедливы лишь для явлений большого масштаба. Нужно было бы заменить их другими понятиями, играющими фундаментальную роль в микропроцессах (...). Однако пока мы не добились успеха в распространении наших представлений в указанном направлении, мы должны стараться с большими или меньшими трудностями втиснуть микроскопические явления в рамки понятий пространства и времени, хотя нас все время будет беспокоить чувство, что мы пытаемся втиснуть алмаз в оправу, которая ему не подходит».

Одна из главных задач реляционного подхода заключается в том, чтобы вывести пространственно-временные понятия из некоторой реляционной теории микромира при помощи некоторой статистической процедуры, подобно тому, как понятия температуры или давления определяются на основе представлений о движении и взаимодействии частиц в молекулярно-кинетической теории. Более того, свойства пространства-времени (размерность, сигнатура, метрические свойства и др.) могут и должны быть *выведены* на основе этой пока предполагаемой реляционной теории. Здесь в игру вступает принцип Маха. Реляционный подход неразрывно связан с принципом Маха, поскольку сами понятия расстояний и промежутков времени определяются через множество отношений между объектами рассматриваемой системы и всей остальной вселенной. Подобную точку зрения можно встретить, например, в известной монографии П. К. Рашевского «Риманова геометрия и тензорный анализ» [20]:

«Возможно, что и сам четырехмерный пространственно-временной континуум с его геометрическими свойствами окажется в конечном счете образованием, имеющим статистический характер и возникающим на основе большого числа простейших физических взаимодействий элементарных частиц. Но, конечно, подходы к этому вопросу должны носить совсем иной характер, поскольку они должны базироваться на квантовой механике – теории совершенно иного стиля, чем теория относительности».

Поскольку пространство имеет вторичный характер по отношению к некоторым объектам микромира, может оказаться так, что расстояния между астрофизическими объектами (те, что входят в закон всемирного тяготения и формулу центростремительного ускорения) отличаются от значений, получаемых нами в наблюдениях с Земли. На этом основана предлагаемая в этой работе интерпретация MOND, которую можно условно назвать «модифицированным расстоянием» («modified distance»).

Более конкретно, наше предположение состоит в том, что второй закон Ньютона и закон всемирного тяготения сохраняют свой вид в модифицированных координатах, которые отличаются от классических. Пусть $\vec{r}_*$ – модифицированный радиус-вектор некоторого объекта (звезды или газового облака) в галактоцентрической системе отсчета, а $\vec{r}$ – классический (наблюдаемый с Земли). Тогда можно записать:

$$ma_* = F = \frac{GMm}{r_*^2} \quad (4.1)$$

где M – масса ядра галактики (рассматриваем упрощенную модель на рис. 1), m – масса рассматриваемого объекта; все величины со звездочками – модифицированные. Модифицированные скорость и ускорение определяются как⁸

$$\vec{v}_* = \frac{d\vec{r}_*}{dt}, \quad \vec{a}_* = \frac{d^2\vec{r}_*}{dt^2} \quad (4.2)$$

Если орбиту считать окружностью, то для ускорения имеем

$$a_* = \frac{v_*^2}{r_*} \quad (4.3)$$

Будем полагать, что модифицированное расстояние r_* является некоторой функцией от классического расстояния r :

$$r_* = f(r) \quad (4.4)$$

Возникает вопрос: как связана модифицированная скорость v_* с классической скоростью v ? Напомним, что классическая скорость измеряется по доплеровскому сдвигу спектральных линий, а расстояние измеряется по углам. Рассмотрим две гипотезы о связи модифицированной и классической скорости.

⁸Считаем, что время не преобразуется (модифицированное совпадает с классическим с учетом запаздывания).

Гипотеза 1. Модифицированная и классическая скорости совпадают: $v_* = v$.

Гипотеза 2. Модифицированная и классическая *угловые* скорости совпадают: $\omega = \omega_* = \frac{2\pi}{T}$, где T – период обращения данного объекта вокруг центра галактики⁹. Тогда можно записать: $v_* = r_*\omega_*$, $v = r\omega$, откуда

$$v_* = \frac{r_*}{r} v = \frac{f(r)}{r} v \quad (4.5)$$

Выясним, какой может быть функция $f(r)$ в рамках первой и второй гипотез. Будем исходить из того, что известно из MOND (и из наблюдений). При больших ускорениях (или при малых расстояниях) должна реализовываться механика Ньютона, поэтому $f(r) \approx r$. При малых ускорениях (больших расстояниях) классическая скорость должна выходить на константу в соответствии с (2.5). Конкретный вид асимптотики $f(r)$ при больших r зависит от того, какую гипотезу о связи v и v_* мы примем.

Рассмотрим гипотезу 1: $v_* = v$. В этом случае имеем:

$$\frac{v^2}{r_*} = \frac{GM}{r_*^2}, v^2 = \frac{GM}{r_*} = \frac{GM}{f(r)}.$$

При больших расстояниях $v^2 = \sqrt{GMa_0} = \text{const}$, откуда получаем $f(r) = \sqrt{\frac{GM}{a_0}} = \text{const}$.

Получается необычный результат: все объекты, скорости которых находятся на плато кривой вращения, находятся на одном и том же (или почти одном и том же) модифицированном расстоянии от центра галактики. Если, тем не менее, принять эту гипотезу, то легко найти следующие примеры функции $r_* = f(r)$:

$$r_* = r \left(1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n \right)^{-\frac{1}{n}} \quad (4.6)$$

где n – отличное от нуля вещественное (не обязательно целое) число, а характерное расстояние r_0 определено формулой (2.12).

Рассмотрим гипотезу 2. Выражая модифицированную скорость через классическую, имеем:

$$\frac{v_*^2}{r_*} = \frac{v^2 r_*}{r^2} = \frac{GM}{r_*^2}, \text{ откуда } v^2 = GM \frac{r_*^2}{r^3} = GM \frac{r^2}{f^3(r)}.$$

При больших r :

$$v^2 = \sqrt{GMa_0} = \text{const},$$

$$\frac{f^3(r)}{r^2} = \sqrt{\frac{GM}{a_0}} \equiv r_0,$$

$$f(r) = \sqrt[3]{r_0 r^2}.$$

Таким образом, в рамках гипотезы 2, $r_* = \begin{cases} r, & r \ll r_0 \\ \sqrt[3]{r_0 r^2}, & r \gg r_0 \end{cases}$.

Примеры таких функций:

$$r_* = r \left(1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^k \right)^{-\frac{1}{3k}} \quad (4.7)$$

где k – отличное от нуля вещественное число. Заметим, что между формулами (4.6) и (4.7) имеется взаимно однозначное соответствие: при $n = k$ они приводят к одинаковой зависимости классической скорости от классического расстояния, а именно

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \left(1 + \left(\frac{r}{r_0} \right)^n \right)^{\frac{1}{2n}} \quad (4.8)$$

В силу этого обстоятельства во всех вопросах, связанных с наблюдаемыми кривыми вращения галактик, достаточно рассматривать лишь одну из гипотез (1 или 2). Будем в дальнейшем рассматривать гипотезу 1. Отметим, что в рамках гипотезы 1 модифицированное расстояние имеет максимальное значение $r_{*\max} = r_0$, индивидуальное для каждой галактики, и не может принимать больших значений. Возможный физический смысл этого еще предстоит проанализировать.

⁹Это справедливо, если отношение длины окружности к радиусу как в модифицированных, так и в классических координатах равно 2π . Это предположение, вообще говоря, нуждается в дополнительном анализе.

Возникает вопрос: при каком значении n формула (4.8) наилучшим образом соответствует наблюдениям? Простейшим критерием является сопоставление с MOND: нужно найти такое n , при котором график функции (4.8) лежит между аналогичными графиками MOND, получаемыми с помощью интерполяционных функций (2.6) и (2.7).

Рассмотрим соотношение (4.8) при различных целых значениях n и выясним, какое из этих значений дает наилучшее согласие с классическим милгромовским вариантом MOND. В разделе 2 говорилось о том, что MOND описывает реальные галактики с различной степенью точности при различном выборе интерполяционной функции μ . Наиболее обсуждаемыми являются стандартная функция (2.6) и простая функция (2.7), и считается, что оптимальная функция лежит между ними. Соответственно, задача заключается в том, чтобы найти такое n (если оно существует), при котором модельная кривая вращения (4.8) лежит между аналогичными кривыми, получаемыми в MOND с помощью формул (2.6) и (2.7). Для этого рассмотрим упрощенную модель, показанную на рис. 1. Пусть ядро галактики моделируется однородным шаром радиуса $0,5r_0$. Для начала построим кривые вращения MOND, соответствующие стандартной и простой мю-функциям, и сравним их с ньютоновской кривой вращения (рис. 4). На рис. 4 показаны графики зависимости безразмерной скорости (v_0 – скорость на плато) от безразмерного расстояния. Верхняя черная линия соответствует простой функции (2.7), средняя черная линия – стандартной функции (2.6), а нижняя серая линия – механике Ньютона. График искомой оптимальной функции должен лежать в коридоре между черными линиями. При рассмотрении области внутри ядра в качестве массы M берется масса вещества, заключенного внутри шара радиуса r , т.е. $M = M(r)$.

На рис. 5 показаны те же две кривые вращения MOND, что и на рис. 4, а также три кривые, получаемые с помощью формулы (4.8) при $n = 1, 2$ и 3 . Участок, представляющий наибольший интерес, показан в укрупненном масштабе по сравнению с рис. 4; ньютоновская кривая не показана. Верхняя пунктирная линия соответствует $n = 1$, точка-пунктир – $n = 2$, а мелкий пунктир – $n = 3$. Видим, что в коридоре между черными линиями лежит график функции, соответствующий $n = 2$. При $n = 1$ график лежит заметно выше обеих черных линий, а при $n = 3$ график почти совпадает с соответствующим стандартной функции, но при достаточно больших r лежит чуть ниже него (что не очень хорошо соответствует реальным кривым вращения, как отмечалось в [1, 2]). Таким образом, приходим к выводу, что наилучшее соответствие наблюдениям дают формулы (4.6) и (4.8) при $n = 2$.

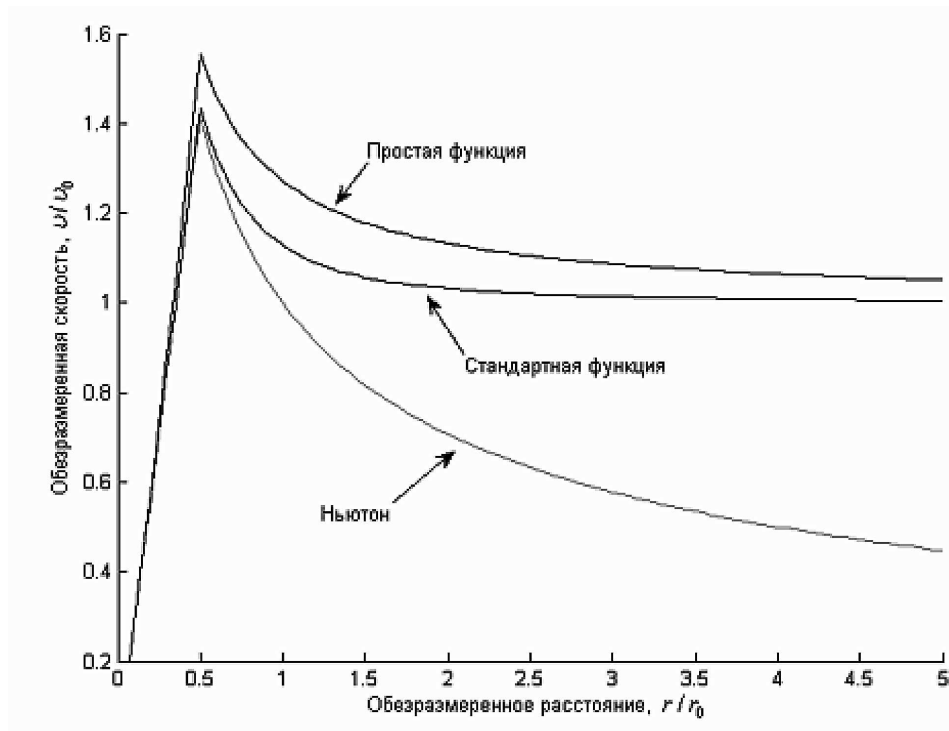


Рис. 4. Сопоставление кривых вращения MOND и ньютоновской кривой вращения.

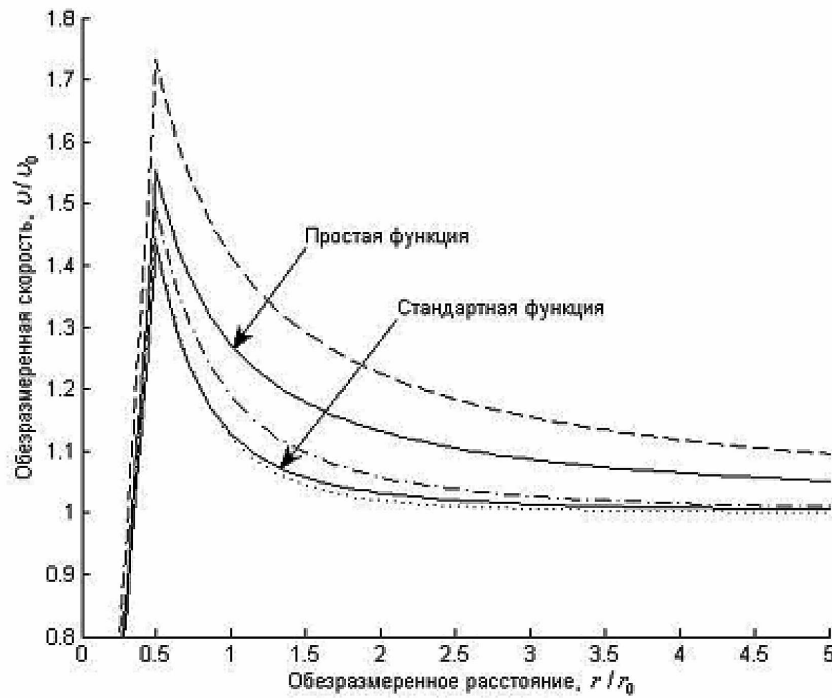


Рис. 5. Сопоставление кривых вращения классического и реляционного варианта MOND. Длинный пунктир – формула (4.8) при $n = 1$; точка-пунктир – $n = 2$; короткий пунктир (точки) – $n = 3$.

5. Отклонение лучей света массивным телом в реляционном варианте MOND

Одной из проблем всех известных до сегодняшнего дня нерелятивистских вариантов MOND является невозможность корректного описания отклонения лучей света массивным телом. Как известно, этот эффект имеет корректное количественное описание в рамках ОТО. В метрике Шварцшильда угол отклонения луча света, если он достаточно малый, рассчитывается по формуле (см. напр. [21, 22]):

$$\theta = \frac{4GM}{c^2 R} \quad (5.1)$$

где M – масса центрального тела, а R – расстояние от центрального тела до точки пересечения луча с его осью симметрии. Этот результат хорошо подтвержден наблюдениями. В то же время в рамках нерелятивистской ньютоновской механики, считая фотон классическим пробным телом, можно также получить эффект отклонения лучей света, но этот эффект ровно в два раза меньше:

$$\theta_N = \frac{2GM}{c^2 R} \quad (5.2)$$

Оказывается, однако, что вычисление подобного эффекта в рамках развиваемого нами реляционного варианта MOND приводит к нетривиальному результату. Если расстояние R порядка или больше величины r_0 для данного гравитирующего центра, то наблюдается существенное отклонение от формулы (5.2) в большую сторону, и при некоторых значениях R воспроизводится правильная формула (5.1).

Чтобы прийти к этому результату, нужно учесть, что формула (5.2) записывается в модифицированных координатах (обозначенных в разделе 4 переменными со звездочкой), которые, по нашей гипотезе, отличаются от классических. То есть, что в формулу вида (5.2) входит модифицированное расстояние R_* :

$$\theta = \frac{2GM}{c^2 R_*} \quad (5.3)$$

Перейдем от модифицированных координат к классическим по формуле (4.6) при найденном нами оптимальном значении $n = 2$:

$$R_* = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{r_0^2}}} \quad (5.4)$$

Имеем:

$$\theta = \frac{2GM}{c^2 R} \sqrt{1 + \frac{R^2}{r_0^2}} \quad (5.5)$$

Видим, что угол отклонения, вычисленный по формуле (5.5), больше вычисленного по формуле (5.2) в $k = \sqrt{1 + R^2/r_0^2}$ раз. При $R = r_0$ имеем различие в $\sqrt{2}$ раз, а при $R = \sqrt{3}r_0$ имеем различие в два раза, т.е. при таком R воспроизводится формула (5.1). При больших R (напомним, что характерный радиус галактического диска в несколько раз больше r_0) различие существенно. Более того, при $R \gg r_0$ имеем предел

$$\theta = \frac{2GM}{c^2 r_0} = \frac{2\sqrt{GMa_0}}{c^2} \quad (5.6)$$

т.е. угол отклонения практически перестает убывать с ростом R и выходит на константу.

Отметим, что формулу (5.5) можно переписать в виде

$$\theta = \frac{2GM_{eff}}{c^2 R}, \quad M_{eff} = M \sqrt{1 + \frac{R^2}{r_0^2}} \quad (5.7)$$

где для сходства с формулой (5.2) введена «эффективная масса» M_{eff} , которая больше наблюдаемой. Это следует учитывать при интерпретации наблюдений гравитационного линзирования света галактиками. Для того, чтобы линзирование имело правильное количественное описание в рамках ОТО, приходится вводить в рассмотрение темную материю. Более того, наблюдение линзирования является сегодня одним из важных методов, позволяющих, как считается, определить распределение темной материи. Однако в развиваемом здесь реляционном варианте MOND «эффективная масса», введенная для сопоставления с ньютоновской теорией и ОТО, может быть в 5-10 раз больше наблюдаемой. Поэтому при описании линзирования света галактиками нет необходимости во введении темной материи.

Заметим, что если проводить все те же рассуждения для соотношения (4.6) при $n = 1$, то мы получим, очевидно,

$$k = \frac{R}{r_0}, \quad M_{eff} = M \frac{R}{r_0}. \quad (5.8)$$

Разумеется, предложенная модель является упрощенной и применимой лишь для сферически симметричного распределения масс. Однако мы предполагаем, что она может быть обобщена. Идея о том, что классическое расстояние в галактиках не равно модифицированному, может быть формально реализована, если допустить, что пространство вблизи гравитирующих источников обладает эффективным показателем преломления, подобно тому, как это рассмотрено в работе Дикке [10] (см. также вариации на эту тему в [11]). Мы надеемся, что в будущем удастся построить релятивистскую теорию, основанную на реляционных представлениях о пространстве и времени, воспроизводящую результаты MOND, а также все классические эффекты общей теории относительности.

Благодарности

В заключение мы хотели бы выразить благодарность А.В. Соловьеву и С.В. Болохову, а также В.В. Аристову за плодотворное обсуждение затронутых в данной работе вопросов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Famaey B., McGaugh S. Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions // ArXiv: 1112.3960v2.
2. Bekenstein J.D. The modified Newtonian dynamics – MOND and its implications for new physics // ArXiv: 0701848v2.
3. Milgrom M. MD or DM? Modified dynamics at low accelerations vs dark matter // ArXiv: 1101.5122v1. 2011.
4. Moni Bidin C. et al. Kinematical and chemical vertical structure of the Galactic thick disk. II. A lack of dark matter in the solar neighborhood // Astrophys. J. 2012. 751:30.

5. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis // *Astrophys. J.* 1983. 270. p. 365-370.
6. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxies // *Astrophys. J.* 1983. 270. p. 371-383.
7. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxy systems // *Astrophys. J.* 1983. 270. p. 384-389.
8. Milgrom M. MOND – theoretical aspects // *ArXiv: 0207231v2*. 2002.
9. Dark-matter heretic. Interview of Physicist Mordehai Milgrom // *American Scientist*. January–February 2003. Volume 91. Number 1. Page 1.
10. Dicke R.H. Gravitation without a principle of equivalence // *Rev. Mod. Phys.* 1957. 29(1.3): 363-376.
11. Unzicker A. A look at the abandoned contributions to cosmology of Dirac, Sciama and Dicke // *ArXiv: 0708.3518v5*.
12. Brans C.H., Dicke R.H. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation // *Phys. Rev.* 1961. 124(1.3): 925-935.
13. Bekenstein J.D., Milgrom M. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? // *Astrophys. J.* 1984. 286. p. 7.
14. Milgrom M. Dynamics with a nonstandard inertia-acceleration relation: an alternative to dark matter in galactic systems // *Annals of Physics*. 1994. 229. p. 384-415. *ArXiv:astro-ph/9303012*
15. Milgrom M. MOND – particularly as modified inertia // *Acta Physica Polonica B*. 2011. 42. p. 2175-2184. *ArXiv:1111.1611*
16. Zimmerman E.J. The macroscopic nature of space-time // *Amer. Journ. of Phys.* 1962. v. 30. p. 97-105.
17. Chew G.F. The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics // *Science Progress*. 1963. vol. LI. No. 204. p. 529-539.
18. Владимиров Ю.С. Основания физики. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
19. де Бройль Л. Революция в физике. М.: Госатомиздат, 1963.
20. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Издательство «НАУКА», 1967.
21. Владимиров Ю.С. Геометрофизика. М.: Изд-во БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.
22. Владимиров Ю.С. Классическая теория гравитации. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.

Поступила в редакцию ????.2013

Владимиров Юрий Сергеевич – доктор физ.-мат. наук, профессор; Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра теоретической физики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
E-mail: yusvlad@rambler.ru

Ромашка Михаил Юрьевич – выпускник физического факультета МГУ, аспирант (2010–2013).
E-mail: michaelromashka@gmail.com

Yu. S. Vladimirov, M. Yu. Romashka

Modified Newtonian dynamics (MOND) and its possible interpretations

Keywords: galaxy rotation curves, modified newtonian dynamics, relational approach, modified distance, gravitational deflection of light.

PACS: 04.50.Kd

Modified Newtonian dynamics (MOND) is intended for description of galaxy rotation curves and some other astrophysical phenomena without introduction of the dark matter hypothesis, which seems to encounter serious difficulties. Being rather simple and rich of its consequences, it leaves several questions concerning what physics underlies it. In particular, physical nature of the «fundamental acceleration» and its relation to Hubble constant still remain unclear. In present work, after brief discussion of the well-known versions of MOND, a new, relational version is proposed, which is based on a modification of classical conception of space-time at large scale of distances. In the framework of the proposed approach the effect of gravitational deflection of light is considered.

REFERENCES

1. Famaey B., McGaugh S. *Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions*. ArXiv: 1112.3960v2.
2. Bekenstein J.D. *The modified Newtonian dynamics—MOND and its implications for new physics*. ArXiv: 0701848v2.
3. Milgrom M.. *MD or DM? Modified dynamics at low accelerations vs dark matter*. ArXiv: 1101.5122v1. 2011.
4. Moni Bidin C. et al. Kinematical and chemical vertical structure of the Galactic thick disk. II. A lack of dark matter in the solar neighborhood. *Astrophys. J.* 751:30, 2012.
5. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *Astrophys. J.* 270, 365-370, 1983.
6. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxies. *Astrophys. J.* 270, 371-383, 1983.
7. Milgrom M. A modification of the Newtonian dynamics: Implications for galaxy systems. *Astrophys. J.* 270, 384-389, 1983.
8. Milgrom M. *MOND—theoretical aspects*. ArXiv: 0207231v2. 2002.
9. Dark-matter heretic. Interview of Physicist Mordehai Milgrom. *American Scientist*, January–February 2003, Volume 91, Number 1, Page: 1.
10. Dicke R.H. Gravitation without a principle of equivalence. *Rev. Mod. Phys.*, 29(1.3): 363-376, 1957.
11. Unzicker A. *A look at the abandoned contributions to cosmology of Dirac, Sciama and Dicke*. ArXiv: 0708.3518v5.
12. Brans C.H. , Dicke R.H. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation. *Phys. Rev.*, 124(1.3): 925-935, 1961.
13. Bekenstein J.D , Milgrom M. Does the missing mass problem signal the breakdown of Newtonian gravity? *Astrophys. J.* 286, 7, 1984.
14. Milgrom M. Dynamics with a nonstandard inertia-acceleration relation: an alternative to dark matter in galactic systems. *Annals of Physics*. 229. 384-415. 1994. ArXiv:astro-ph/9303012
15. Milgrom M. MOND – particularly as modified inertia. *Acta Physica Polonica B.* 42. 2175-2184, 2011. ArXiv:1111.1611
16. Zimmerman E.J. The macroscopic nature of space-time. *Amer. Journ. of Phys.*, 1962, v. 30, p. 97-105.
17. Chew G.F. The dubious role of the space-time continuum in microscopic physics. *Science Progress*. 1963. vol. LI, No. 204, p. 529-539.
18. Vladimirov Yu.S., *Foundations of physics*. – Moscow: BINOM, 2008.
19. de Broglie L., *La physique nouvelle et les quanta*, Flammarion, 1937.
20. Rashevsky P.K., *Riemannian geometry and tensor analysis*. – Moscow: Nauka, 1967, p. 658.
21. Vladimirov Yu.S., *Geometrophysics*. – Moscow: BINOM, 2005 (2nd edition, 2010).
22. Vladimirov Yu.S., *Classical gravity theory*. – Moscow: LIBROKOM, 2009.

Received ???.2013

Vladimirov Yury Sergeevich, Professor, Department of Physics, Lomonosov State University, Moscow, Russia.
E-mail: yusvlad@rambler.ru

Romashka Mikhail Yurievich, Graduate at Department of Physics of Lomonosov State University, Moscow, Russia, Post-Graduate (2010–2013).
E-mail: michaelromashka@gmail.com

УДК 530.12: 531.51

*А. М. Баранов,¹ И. В. Жабрун²***ОПИСАНИЕ ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ ФУНКЦИЯМИ БЕССЕЛЯ**

Рассматривается открытая космологическая модель, заполненная веществом и излучением, на что указывает галилеева асимптотика. Метрика модели взята в форме Фока как метрика, конформная метрике Минковского. Описание Вселенной найдено в классе Бесселевых функций. Исследование показывает, что такая модель открытой Вселенной не может существовать без вещества.

Ключевые слова: космология, открытая модель вселенной, точные решения, теория катастроф

PACS: 04.20.Cv; 98.80.Jk; 05.45.-a

Введение

Для модели открытой Вселенной в [1] в параметрическом виде приводятся как решение для некогерентной пыли, так и для равновесного излучения в синхронной системе отсчета. Прежде всего, параметрическое описание неудобно для исследования, так как затрудняет исследование. Во-вторых, каждое из упомянутых решений космологических уравнений тяготения справедливо для определенной области изменения временного параметра и не переходит одно в другое, так как эти решения отвечают разным уравнениям состояния. Другими словами, каждое решение описывает конкретную материальную среду.

Поэтому желательно было бы найти решение, которое исключало бы оба выше упомянутые замечания и опиралось бы не на конкретное уравнение состояния, а на некоторую функцию состояния, которая в различных областях изменения переменной и параметров переходила бы в соответствующие уравнения состояний.

Примером такого решения может служить точное решение уравнений Эйнштейна для открытой модели Вселенной с излучением [2]. Это решение описывает для больших времен асимптотическое поведение пылевой материи (с давлением пыли $p_{dust} = 0$) и равновесного излучения с уравнения состояния $p_{rad} = \varepsilon_{rad}/3$. Здесь p_{rad} - давление и ε_{rad} - энергетическая плотность равновесного излучения.

Подход [2] связан с работами [3]- [5], в котором метрика, конформная метрике Минковского (конформно-галилеева метрика), взята для описания открытой космологической модели (с отрицательной скалярной кривизной)

$$ds^2 = \exp(2\sigma) \delta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (0.1)$$

где $\sigma = \sigma(S)$; $S^2 = \delta_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = t^2 - r^2$; $\delta_{\mu\nu} = \text{diag}(1; -1; -1; -1)$; $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$; скорость света и гравитационная постоянная Ньютона равны единице.

В частности, решение [2] имеет вид

$$\exp(2\sigma) = [(1/\cos\alpha_0) \cdot \cos(B/S + \alpha_0)]^4 = \left[\sqrt{1 + (A/B)^2} \cdot \cos(B/S + \alpha_0) \right]^4, \quad (0.2)$$

где $\tan\alpha_0 = A/B$; B - параметр, связанный с равновесным излучением; A - постоянная, связанная с наблюдаемой плотностью вещества (некогерентная пыль) и входящая в решение Фридмана для открытой модели Вселенной (см., [4]), которое может быть получено из (0.2) при $B \rightarrow 0$,

$$\exp(2\sigma) \rightarrow \exp(2\sigma_F) = \left(1 - \frac{A}{S}\right)^4. \quad (0.3)$$

¹E-mail: alex_m_bar@mail.ru

©Баранов А.М.

²E-mail: jivkr@mail.ru

©Жабрун И.В.

Необходимо отметить, что метрика (0.1) в форме Фока может быть сведена к записи метрики в синхронной системе отсчета из [1]

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(d\chi^2 + sh\chi^2(d\theta^2 + \sin\theta^2 d\varphi^2)) \quad (0.4)$$

путем перехода в кинеметрическую систему отсчета³ [6]. Здесь t – временная переменная; a, χ, θ, φ суть четырехмерные сферические координаты, где $a(t)$ есть радиус кривизны Вселенной.

Кроме того, решение [2] в записи (0.2) можно связать с функцией Бесселя полуцелого порядка. Это наводит на мысль использовать функции Бесселя для более общего описания Вселенной и попытаться связать порядок функции Бесселя с различными состояниями материи [8].

1. Уравнения тяготения и функции Бесселя

Далее возьмем тензор энергии-импульса (ТЭИ) в приближении идеальной жидкости как источник гравитационного поля

$$T_{\mu\nu} = \varepsilon u_\mu u_\nu + p b_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

где ε – плотность энергии; p – давление; $u_\mu = \exp(\sigma) b_\mu$ – 4-скорость с $u_\mu u^\mu = 1$; $b_\mu = S_{,\mu}$; $b_{\mu\nu} = u_\mu u_\nu - g_{\mu\nu}$ – 3-проектор на 3-пространство, а $b_{\mu\nu} u^\mu = 0$. Все физические величины (плотность энергии, давление и т.д.) суть функции переменной S .

Теперь запишем уравнения Эйнштейна в виде

$$\begin{aligned} & 2 \left(\sigma'' - \frac{\sigma'}{S} - (\sigma')^2 \right) b_\mu b_\nu - \\ & - 2\delta_{\mu\nu} \left(\sigma'' + \frac{2\sigma'}{S} + \frac{(\sigma')^2}{2} \right) = -\kappa T_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где штрих обозначает производную по переменной S , $\kappa = 8\pi$ – эйнштейновская гравитационная постоянная.

После расщепления гравитационных уравнений (1.2) путем проектирования на временноподобную мировую линию и пространственноподобную поверхность, ортогональную временноподобному направлению с помощью монадного формализма (см., например, [7]), придем к двум уравнениям

$$3 \left(2 \frac{\sigma'}{S} + (\sigma')^2 \right) = \kappa \varepsilon \cdot \exp(2\sigma), \quad (1.3)$$

$$-2 \left(\sigma'' + \frac{2\sigma'}{S} + \frac{(\sigma')^2}{2} \right) = \kappa p \cdot \exp(2\sigma) \equiv 4h(S). \quad (1.4)$$

В дальнейшем уравнение (1.3) будет определением плотности энергии, а уравнение (1.4) – некоторой функцией $4h(S)$.

Уравнение (1.4) преобразуется в уравнение типа Штурма-Лиувилля заменой $\sigma = 2 \ln y$,

$$y'' + \frac{2}{S} y' + h(S)y = 0. \quad (1.5)$$

Введем безразмерную переменную $x = \alpha S^b$ и функцию $y(x) = x^a z(x)$, где α, a, b суть постоянные. Тогда уравнение (1.5) переписывается в этом случае как

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} (1 + 2a + 1/b) \frac{dz}{dx} + \\ & + \left(\frac{h(x)}{\alpha^{2/b} b^2 x^{2(1-1/b)}} + \frac{a(a+1/b)}{x^2} \right) z = 0. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Если наложить ограничения на коэффициенты этого уравнения, то тогда (1.6) может быть преобразовано к уравнению Бесселя произвольного порядка.

Итак, потребуем

³ Понятия кинеметрической системы отсчета и кинеметрических координат см., например, [7].

$$(1 + 1/b + 2a) = 1, \quad a(a + 1/b) = -\nu^2; \quad (1.7)$$

$$h(x) = \alpha^{2/b} b^2 x^{2(1-1/b)}. \quad (1.8)$$

Из этих условий находим следующие соотношения:

$$\nu^2 = 1/4b^2 = a^2, \quad x = (\alpha S)^b = \xi^b; \quad (1.9)$$

$$\kappa p = \frac{\alpha^{\pm 4\nu}}{\nu^2} x^{2(1 \mp 2\nu)} \exp(-2\sigma), \quad (1.10)$$

а уравнение (1.6) редуцируется в уравнение Бесселя произвольного порядка ν

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dz}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right) z = 0. \quad (1.11)$$

Асимптотически любое решение для открытой космологической модели должно проходить через решение Фридмана (0.3) для открытой Вселенной, а асимптотическое условие галилеевости, когда $S \rightarrow \infty$, $x \rightarrow 0$, требует выполнения условия $\exp(2\sigma) \rightarrow 1$.

При соблюдении этих требований находим $\nu = -1/2b$, и общее решение уравнений Эйнштейна может быть записано для каждого значения ν как

$$\begin{aligned} \exp(2\sigma_{(\nu)}) &= \left(\xi^{-\frac{1}{2}} z_{(\nu)}\right)^4 = \\ &= x^{4\nu} \left(C_1^{(\nu)} J_\nu(x) + C_2^{(\nu)} N_\nu(x)\right)^4, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где $C_1^{(\nu)}, C_2^{(\nu)}$ суть постоянные; $J_\nu(x)$ и $N_\nu(x)$ – функции Бесселя и Неймана соответственно; знак параметра b связан с выбором области изменения переменной x .

Кроме того, если мы примем во внимание граничные условия, тогда решение [2] реализуется здесь с $\nu = 1/2$.

Однако асимптотическая форма решения (1.12), которое проходит через решение Фридмана для открытой космологической модели, будет реализовываться для любого параметра ν со следующим выбором постоянных интегрирования:

$$C_1^{(\nu)} = -A \alpha 2^\nu \Gamma(\nu + 1) - C_2^{(\nu)} \operatorname{ctg}(\nu\pi); \quad (1.13)$$

$$C_2^{(\nu)} = -\frac{\pi}{2^\nu \Gamma(\nu)}, \quad (1.14)$$

где A – положительная постоянная из (0.3); $\Gamma(\nu)$ – Гамма-функция.

Когда $A = 0$, асимптотика решения отличается от фридмановской (0.3) и соответствующий конформный множитель может быть записан как

$$y_{(\nu)}^4 = \exp(2\sigma_{(\nu)}) \rightarrow \left(1 - \frac{A_{(\nu)}}{S^{(1/\nu)}}\right)^4, \quad (1.15)$$

где $\nu \neq +1$; $A_{(\nu)}$ – ряд коэффициентов, которые зависят от параметра ν и отличаются от A .

Другими словами, если постоянная A отвечает за наличие вещества, то ее «выключение» из рассмотрения ($A = 0$) должно приводить к появлению новых состояния материи, отличных от пыли и связанных с решением уравнения (1.11) для определенных значений параметра ν .

2. Функция состояния и теория катастроф

Введем функцию состояния как отношение давления p к плотности энергии ε ,

$$\beta = p/\varepsilon. \quad (2.1)$$

В каждый момент S (или x), эта функция задает уравнение состояния. Таким образом функция β тесно связана с уравнением состояния.

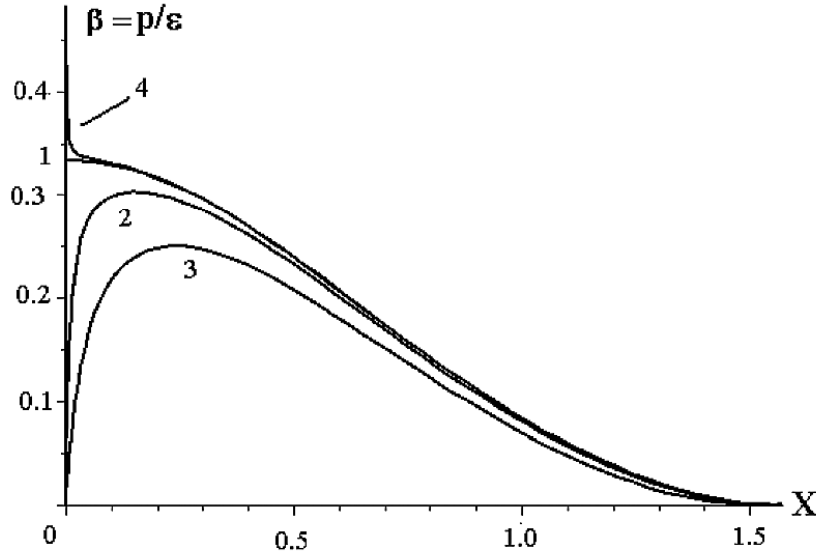


Рис. 1. Поведение функции состояния β как нестабильной катастрофы сборки.

В асимптотическом пределе, когда $S \rightarrow \infty$ (или $x \rightarrow 0$) и $A = 0$, функция β может быть записана как

$$\frac{p}{\epsilon} = \beta \rightarrow \frac{1}{3} \frac{(1-\nu)}{\nu}. \quad (2.2)$$

Условие энергодоминантности $|\beta| \leq 1$ накладывает ограничения на параметр ν ($\nu \neq +1$):

$$-\infty < \nu \leq -1/2; \quad 1/4 \leq \nu < \infty. \quad (2.3)$$

Физическая интерпретация может быть понята в асимптотической области, где мы можем сравнить физические состояния и порядки Бесселевых функций.

Так, например, для $\nu = -1/2 \Leftrightarrow \beta = -1$ (физический вакуум); $\nu = -1 \Leftrightarrow \beta = -2/3$ (доменная стенка); $\nu = \pm\infty \Leftrightarrow \beta = -1/3$ (релятивистская струна); $\nu = +1 \Leftrightarrow \beta = 0$ (некогерентная пыль); $\nu = +1/2 \Leftrightarrow \beta = +1/3$ (релятивистский газ); $\nu = +1/3 \Leftrightarrow \beta = +2/3$ (нерелятивистский вырожденный газ); $\nu = +1/4 \Leftrightarrow \beta = +1$ (сверхжесткое состояние материи). Следует подчеркнуть, что указанное соответствие понимается в предельном смысле.

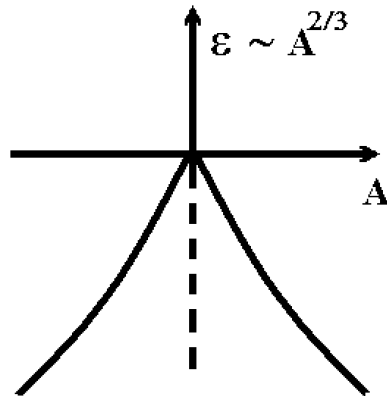


Рис. 2. Проекция катастрофы сборки на плоскость управляющих параметров ϵ и A .

В качестве примера на Рис.1 изображено семейство кривых функции состояния β для различных значений параметра A ($\nu = 1/2$). С точки зрения теории катастроф [9] рис.1 – типичная

диаграмма неустойчивой симметричной бифуркационной точки с параметром «дефекта» A . Если разложить функцию ε в степенной ряд по x вблизи каждого значения A и ограничиться полиномами четвертой степени, то получим катастрофу сборки [9]. Проекция этой катастрофы расположена на плоскости управляющих параметров ε и A (см. Рис.2).

В частности, рассмотрение случая поведения функции состояния β для открытой Вселенной, которая заполнена только релятивистским газом (электромагнитным равновесным излучением) приводит к выводу о неустойчивости такой космологической модели при изменении фридмановского параметра A (см. Рис.1), который связан с пылевидной материей. Например, кривая 1 соответствует $A = 0$ или $\beta = 1/3$. Кривые 2 и 3 с $A = 0.05$ и $A = 0.01$ описывают устойчивый вариант модели Вселенной. Кривая 4 соответствует нефизической модели Вселенной с отрицательным значением $A = -0.0005$, но учет этой кривой делает описание модели математически более полным.

Другими словами, чисто электромагнитное состояние космологической модели Вселенной (то есть заполнение модели только равновесным релятивистским газом) не является устойчивым состоянием, так как малейшая добавка вещества в такую модель катастрофическим образом меняет поведение функции состояния.

Следовательно, стабильная открытая Вселенная, заполненная только электромагнитным равновесным излучением, не может существовать.

3. Заключение

В работе рассматривается открытая космологическая модель с отрицательной скалярной кривизной. Метрика взята в форме Фока как метрика, конформная метрике Минковского. Такой выбор метрики позволяет нам написать гравитационные уравнения в более простой форме. Точное решение гравитационных космологических уравнений может быть найдено в классе Бесселевых функций.

Исследование решения приводит к утверждению, что «чисто электромагнитная» модель Вселенной (когда $A = 0$) является нестабильной моделью. Эта модель переходит в устойчивую космологическую модель при наличии небольших порций вещества. Таким образом, физически это означает, что Вселенная не может существовать без вещества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Классическая теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
2. Баранов А.М., Савельев Е.В. Сферически-симметричное светоподобное излучение и конформно-плоские пространства-времени // Изв. вузов. Физика. 1984. №7. С.32-35.
3. Infeld L., Schild A. A New Approach to Kinematic Cosmology // Phys. Rev. - 1945. V.68. №.11-12. P.250-272.
4. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Гос. Изд-во Физ.-Мат. Лит, 1961. 563 с.
5. Tauber G.E. Expanding Universe in Conformally Flat Coordinates // J. Math. Phys., 1967. V.8. №.1. - P.118-123.
6. Баранов А.М. Конформно-галилеева метрика и кинематические системы отсчета // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2013. №1. С. 37.
7. Владимиров Ю.С. Системы отсчета в теории гравитации. М.: Энергоиздат, 1982. 256 с.
8. Baranov A.M., Zhabrun I.V. The description of conformally-flat open cosmological models by the Bessel functions // 14-я Российская гравитационная конференция (RUSGRAV-14): тез. докл. Междунар. конф. по гравитации, космологии и астрофизике. УлГПУ, Ульяновск, 2011. С.36-38.
9. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 607 с.

Поступила в редакцию 01.06.2012

Баранов Александр Михайлович, д. ф.-м. н., профессор,
Красноярский государственный педагогический университет, 660049, Россия, г.Красноярск, ул. Ады Лебедевой, 89;

Сибирский государственный технологический университет, 660049, Россия, г.Красноярск, пр.Мира, 82.
E-mail: alex_m_bar@mail.ru

Жабрун Игорь Валентинович, старший преподаватель,
Сибирский федеральный университет, 660041, Россия, г. Красноярск, пр. Свободный, 79.
E-mail: jivkr@mail.ru

A. M. Baranov, I. V. Zhabrun

A description of the open Universe model by the Bessel functions

Keywords: cosmology, open model of universe, exact solutions, catastrophe theory

PACS: 04.20.Cv; 98.80.Jk; 05.45.-a

For the open models of Universe there are solutions both for a noncoherent dust and for an equilibrium radiation which are written in a parametric form in a comoving synchronous reference frame. In the first place the parametric description makes many difficulties for an investigation. Secondly, the each from mentioned cosmological solutions of the gravitational equations is correctly only for the concrete interval of the time parameter change. And one from two solutions can not be converted to another solution because these solutions belong to different equations of state. In other words the each solution describes the concrete substance.

Therefore it is desirable to find solution which must exclude both above said remarks. By such an example can be the exact solution of the Einstein equations for the open cosmological model with radiation. This solution describes an asymptotical behaviour for the large times of the coherent dust (with a zero pressure) and the equilibrium radiation with an equation of state for ultrarelativistic gas. Such solution belongs to the Bessel functions class.

In the paper the open cosmological model with a negative scalar curvature is considered. A metric is taken in Fock's form as the conformal metric to the Minkowski metric (the conformally Galilean metric). Such choice of metric let us to write the gravitational equations in more simple form. The exact solution of the gravitational cosmological equations can be found in the Bessel functions' class.

The investigation of the open cosmological model with dust and radiation leads to a statement that the "purely electromagnetic" model of Universe (without a substance) is an unstable model. This cosmological model is reduced into stable cosmological model by small portions of the substance. So this physically means that the open Universe can not exist without the substance.

REFERENCES

1. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The classical Theory of Fields*, (Nauka, 1988)(in Russian).
2. Baranov A.M., Saveljev E.V. Spherically symmetric lightlike radiation and conformally flat space-times, *Russ. Phys. J.*, 1984, vol.27, no.7, pp. 569-572.
3. Infeld L., Schild A. A New Approach to Kinematic Cosmology *Phys. Rev.*, 1945, vol.68, no.11-12, pp.250-272.
4. Fock V.A. *The Theory of Space, Time and Gravitation*, New York: Pergamon, U.S.A., 1964, 2nd edition.
5. Tauber G.E. Expanding Universe in Conformally Flat Coordinates *J. Math. Phys.*, 1967, vol.8, no.1 pp. 118-123.
6. Baranov A.M. Conformally Galilean 4-metric and Kinematic Reference Frames, *STFI*, 2013, no.1, pp. 37.
7. Vladimirov Yu.S. *Reference Frames in the Gravitation Theory*, Moscow: Energoizdat, 1982, 256 p.(in Russian)
8. Baranov A.M., Zhabrun I.V. The description of conformally-flat open cosmological models by the Bessel functions *14-th Russian Gravitational Conference (RUSGRAV-14): Abstracts of Int. Conf. on Gravitation, Cosmology and Astrophysics*, Ulyanovsk State Pedagogical University, Ulyanovsk, Russia, 2012, p.36-38.
9. Poston T., Stewart I. *Catastrophes theory and Its Applications*, London-San Francisco-Melbourne: Pitman, 1978, 580 p.

Received 01.06.2012

Baranov Alexandre Mikhailovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor,
Krasnoyarsk State Pedagogical University, 89 Ada Lebedeva St., Krasnoyarsk, 60049, Russia;
Siberian State Technological University, 82 Mira Av., Krasnoyarsk, 60049, Russia.
E-mail: alex_m_bar@mail.ru
©Baranov A.M.

Zhabrun Igor Valentinovich, Siberian Federal University, 79 Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russia.
E-mail: jivkr@mail.ru
©Zhabrun I.V.

От редакции.

Дорогие друзья! Наш журнал ставит одной из своих целей популяризацию фундаментальной науки, пропаганду достижений российских научных школ и повышение интереса к передовой науке в целом. Поэтому мы предполагаем публиковать на страницах нашего журнала научно-популярные и методические материалы, персоналии и исторические материалы о событиях, оказавших значительное влияние на развитие науки о пространстве, времени и фундаментальных взаимодействиях. В этом номере мы представляем статью А. В. Аминовой «Казанская релятивистская гравитационная школа», материал которой, на наш взгляд, будет интересен широкому кругу студентов и специалистов.

УДК 530.12, 531.51

А. В. Аминова¹**КАЗАНСКАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ШКОЛА**

В статье рассказывается о более чем 50-летней истории создания, становления и развития первой и единственной в Советском Союзе кафедры теории относительности и гравитации, образованной в апреле 1960 года по инициативе профессора А. З. Петрова на физическом факультете Казанского государственного университета (ныне Институт физики Казанского (Приволжского) Федерального университета).

Ключевые слова: А. З. Петров, Казанский университет, теория относительности, гравитация, теория поля, космология.

PACS: 04.20, 01.65

«Дано многообразие и в нем группа преобразований; нужно исследовать те свойства форм, принадлежащих многообразию, которые не изменяются от преобразований группы», – так Ф. Клейн сформулировал в 1872 г. основное положение своей знаменитой «Эрлангенской программы». Формирование естественнонаучной мысли в двадцатом столетии было в большой степени определено этой программой, далеко перешагнувшей геометрические рамки, в которых она была сформулирована, и оказавшей существенное влияние на развитие естественных наук, в первую очередь, физики и механики, где она, прежде всего, реализовалась в форме теоремы Нетер. Две главные физические теории XX века – квантовая теория и общая теория относительности – развивались под знаком этой программы.

По мнению крупнейшего современного математика Ю.И. Манина, «математика за последние сто лет не произвела ничего, что могло бы сравниться с квантовой теорией или общей теорией относительности в отношении вызванного их появлением изменения нашего общего мировоззрения». «Но я твердо убеждён, – продолжает Манин, – что без математического языка физики не смогли бы даже сказать, что они имеют в виду». Разработке такого языка, а именно, метода алгебраических и дифференциальных инвариантов и метода теории групп Ли в общей теории относительности была посвящена научная деятельность основателя казанской релятивистской гравитационной школы Алексея Зиновьевича Петрова (1910–1972, с 1970 г. – академик АН УССР), внесшего значительный вклад в развитие мировых исследований по гравитации.

Официально казанская школа теории относительности и гравитации ведет свое начало с апреля 1960 года, когда по инициативе профессора А. З. Петрова на физическом факультете Казанского государственного университета (КГУ) была образована кафедра теории относительности и гравитации (далее «кафедра»). В 1961 г. была открыта специализация студентов физического факультета по теоретическим основам теории тяготения Эйнштейна, включая вопросы современной космологии и релятивистской астрофизики.

Первоначальный состав кафедры, первой и единственной в Советском Союзе, помимо А. З. Петрова, включал выпускников кафедры геометрии 1959 г. В. Р. Кайгородова, А. М. Анчикова, выпускника кафедры геометрии 1960 г. В. И. Голикова, выпускника кафедры алгебры 1960 г. Р. Ф. Билялова и работавшего до этого доцентом кафедры геометрии В. И. Шуликовского (1922–1973), доктора физико-математических наук (с 1965 г.), профессора, декана физического факультета (1968), затем, до конца жизни, декана механико-математического факультета. В 1964 г. состав кафедры расширился, – в коллектив влились молодые сотрудники А. В. Аминова и К. А. Пирагас, выпускники кафедры теории относительности и гравитации.

¹ E-mail: avaminova@gmail.com

Возглавляемый А. З. Петровым кафедральный семинар по гравитации и теории относительности получил широкую известность; с докладами на нем выступали ученые из разных городов и республик Советского Союза и зарубежных стран — Англии, Франции, США, Польши, ФРГ, Румынии, ГДР и др. Из небольшого коллектива в пять человек кафедра в короткий срок превратилась в головную научную организацию по проблеме «Гравитация» в СССР.

В 1970 году, после переезда А. З. Петрова в Киев, кафедру возглавил профессор А. П. Широков (1926–1998). В 1975–2000 годы заведующим кафедрой был профессор В. Р. Кайгородов, затем, до 2003 года, — доцент А. Б. Балакин. В 2003–2012 годы заведующим кафедрой была профессор А. В. Аминова; в настоящее время кафедрой возглавляет доцент С. В. Сушков.

В 1960 году А. З. Петрова утвердили председателем секции гравитации Научно-технического совета МВ и ССО СССР (ученый секретарь с 1964 г. — А. В. Гусева—Аминова) и председателем Советской комиссии в Международном комитете по гравитации и теории относительности. Петров занимал эти посты до конца своей жизни, сыграв большую роль в организации и развитии исследований по гравитации в Советском Союзе и мире. Много ездил по стране, бывал за рубежом, входил в оргкомитеты всех советских гравитационных конференций, выступал с докладами на международных конференциях и симпозиумах (1959 год — Париж, 1962 — Варшава, 1965 — Лондон, 1967 — снова Париж, 1969 — Рим, Флоренция, 1970, 1971 — Швейцария, Копенгаген). Был редактором многих книг по теории относительности и гравитации, как отечественных, так и переводных. Вел огромную деловую и научную переписку с советскими и зарубежными учеными.

Появление школы теории относительности и гравитации в Казанском университете было закономерным. А. З. Петров был ярким представителем казанской геометрической школы, ведущей свое начало от создателя неевклидовой геометрии Н. И. Лобачевского, фактически предсказавшего общую теорию относительности задолго до ее появления. Профессор Казанского университета А. В. Васильев в своей речи по случаю 100-летия создания неевклидовой геометрии (1926) подчеркивал, что «вопрос о структуре Вселенной, поставленный Лобачевским, является важнейшим вопросом космологии». Ученик А. В. Васильева профессор А. П. Котельников, заложивший основы векторного исчисления и механики в неевклидовых пространствах, установил связи между геометрией Лобачевского и пространством скоростей специальной теории относительности, указав на возможные приложения в теории электромагнитного поля (1923–1927). Основываясь на идеях Котельникова, ученик академика В. А. Фока профессор Н. А. Черников (1928–2007) показал, что знание тригонометрии Лобачевского позволяет «без большого труда выполнять кинематический расчет любой ядерной реакции».

Первые научные исследования А. З. Петрова были посвящены решению классической геометрической задачи о геодезическом отображении трехмерных римановых пространств неопределенных метрик², поставленной перед ним его учителем, замечательным казанским геометром профессором П. А. Алексеевичем Широковым (1895–1944). Работа под руководством проф. П. А. Широкова во многом определила научную судьбу А. З. Петрова.

Изучая и пропагандируя наследие Н. И. Лобачевского, участвуя в проведении международных конкурсов на премию им. Н. И. Лобачевского и издании материалов этих конкурсов, отражавших новейшие достижения в области неевклидовой геометрии³, П. А. Широков был хорошо знаком с идеями великого геометра о влиянии материи на свойства пространства, предвосхищавшими теорию гравитации Эйнштейна, а также с приложениями, которые находила геометрия Лобачевского и ее обобщения в теоретической физике. Стремление П. А. Широкова к применению новейших геометрических методов в механике, гидродинамике и теории поля ощущается во многих его статьях.

В годы, когда теория Эйнштейна делала свои первые шаги и многие физики считали ее малопонятной из-за сложности математического аппарата и слабо связанной с действительностью, П. А. Широков предвидел то громадное значение, которое будет иметь эта теория несколько десятилетий спустя, и ориентировал учеников на приложение геометрии к теории гравитации. Предложенная им. А. З. Петрову тема дипломной работы станет впоследствии темой его докторской диссертации, а ее название послужит заголовком классической монографии А. З. Петрова «Пространства Эйнштейна».

²Решение подобной задачи для двумерных пространств было дано П. А. Широковым в работе, опубликованной лишь в 1966 г., спустя много лет после его смерти. Общее решение проблемы геодезических отображений, охватывающее бесконечное множество типов римановых пространств произвольной сигнатуры и любой размерности (ранее известные решения исчерпывались тремя типами) дано в 1987 г. А. В. Аминовой.

³Список лауреатов этих конкурсов — созвездие блестящих имен: С. Ли, Д. Гильберт, Г. Вейль, Э. Картан, В. Киллинг, В. А. Фок. Отзывы на представленные работы писали В. Клейн, А. Пуанкаре и др., в том числе П. А. Широков.

В 1952–1954 годах А. З. Петров доказал теорему, принесшую ему впоследствии мировую известность. В соответствии с этой теоремой существуют три и только три типа пространств Эйнштейна, определяемых алгебраической структурой тензора кривизны (в дальнейшем они получили в мировой литературе название «типов Петрова»). Петров показал, что определенные им классы пространств не являются пустыми, и для каждого из них определил функциональный произвол в решении уравнений Эйнштейна. Позже пространства Эйнштейна трех типов Петрова получили исключительно важную интерпретацию в общей теории относительности; в работах английских физиков Пирани, Бонди и др. выяснилось, что принадлежность ко второму и третьему типам указывает на присутствие в пространстве гравитационного излучения. Тем самым удалось пролить свет на один из самых сложных и запутанных вопросов общей теории относительности.

Классификация Петрова получила широкую известность у нас в стране и за рубежом. На ее основе написаны десятки диссертаций. Ей посвящен специальный раздел «Физической энциклопедии» (*Handbuch der Physik*, т. 6), и большинство выходящих в мире работ по теории тяготения в той или иной мере основываются на ней. В США, ГДР и у нас в Новосибирске были разработаны специальные программы для вычисления «типов Петрова» на ЭВМ, сейчас такие программы входят в стандартные пакеты компьютерных программ.

Классификация пространств Эйнштейна по трем типам легла в основу докторской диссертации А. З. Петрова, для завершения которой он был направлен в сентябре 1954 года в докторантуру при кафедре дифференциальной геометрии Московского университета (МГУ). Его консультантами были известные советские ученые П. К. Рашевский и С. П. Фиников. В докторской диссертации А. З. Петрова, защищенной с большим успехом в 1957 году в МГУ, были разработаны инвариантно-групповые методы исследования полей тяготения.

Специалистам хорошо известно, какую трудность в общей теории относительности представляет нахождение точных решений уравнений поля для пространств Эйнштейна. Предложенная А. З. Петровым классификация пространств Эйнштейна по группам движений явилась значительным шагом к построению общей схемы получения точных решений. Замечательно, что эта классификация, содержащая большое число новых решений, включает также все известные решения, полученные ранее с помощью различных физических соображений.

Развивая инвариантно-групповые методы в общей теории относительности, А. З. Петров решает в 60-е годы вместе со своими учениками – сотрудниками кафедры (А. В. Аминова, А. М. Анчиков, В. И. Башков, Р. Ф. Билялов, В. И. Голиков, В. Р. Кайгородов, К. А. Пирагас, М. Ш. Якупов и др.) целый ряд задач, связанных с определением пространств, допускающих автоморфизмы в форме конечных или бесконечно малых преобразований, отражающих реальные симметрии пространства-времени.

Теоремы Петрова о трех типах полей тяготения и разработанные им и его учениками классификации полей тяготения по группам симметрий в форме изометрических (А. З. Петров, В. Р. Кайгородов), геодезических (В. И. Голиков), конформных (Р. Ф. Билялов), проективных и аффинных (А. В. Аминова) преобразований стали основой программы поиска точных решений уравнений Эйнштейна в общей теории относительности и положили начало множеству работ, в которых физические свойства материальных систем, а также гравитационного, электромагнитного и других физических полей, переносящих взаимодействия, определяются группами автоморфизмов различных объектов геометрической или физической природы. За короткий срок А. З. Петров создал научную школу, известную у нас в стране и за рубежом. Цикл работ, выполненных сотрудниками кафедры в 1962–1965 годах и опубликованных в сборнике «Гравитация и теория относительности» (выпуски 1–3), был удостоен первой университетской премии.

Проявляя постоянный интерес к вопросам экспериментального обоснования и подтверждения общей теории относительности, А. З. Петров организовал в 1962 г. экспериментальную лабораторию при кафедре, а впоследствии, во время своей деятельности в Институте теоретической физики АН УССР, руководил совместно с профессором МГУ В. Б. Брагинским экспериментами по обнаружению гравитационного излучения.

В 60-е годы вышли из печати монографии А. З. Петрова «Пространства Эйнштейна» и «Новые методы в общей теории относительности»⁴, которые быстро получили всеобщее признание и были переведены на немецкий и английский языки. За цикл работ «Инвариантно-групповые методы исследования в теории гравитации», выполненных А. З. Петровым в Казанском университете, ему была присуждена Ленинская премия (1972) – высшая награда в СССР.

⁴Отдельные главы этой книги написаны А. М. Анчиковым, Р. Ф. Биляловым, В. И. Голиковым и В. Р. Кайгородовым, в издании книги принимала участие А. В. Гусева (Аминова).

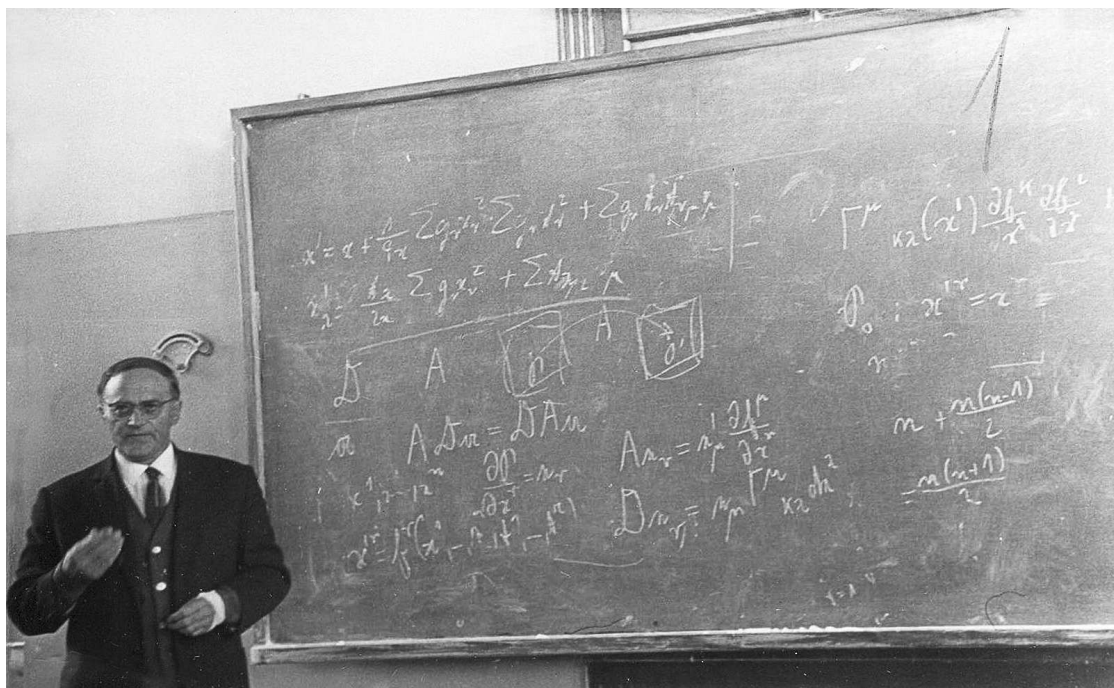


Рис. 1. А. З. Петров на семинаре кафедры (1965).

А. З. Петров был активным популяризатором теории относительности. Написанная им в 1961 году брошюра «Пространство, время и материя» отличается необычайной ясностью и доступностью изложения, она выдержала два издания и была переведена на японский язык.

Казанская гравитационная школа, созданная в 60-е годы А. З. Петровым, сохраняла свой стиль и традиции и в последующие годы.

Профессор Александр Петрович Широков (1926–1998), доктор физико-математических наук (с 1965 г.), заслуженный деятель науки Российской Федерации, сменивший в 1970 г. А. З. Петрова на посту заведующего кафедрой, был учеником видного советского геометра профессора А. П. Нордена (1904–1993, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой геометрии Казанского университета с 1945 по 1980 г.). Работы А. П. Широкова, в которых заложены основы дифференциальной геометрии многообразий над алгебрами, содержат ряд блестящих результатов, существенно развивающих идеи его отца, П. А. Широкова. В них было сформировано новое научное направление, ставшее позднее основным научным направлением кафедры геометрии Казанского университета, которой П. А. Широков заведовал с 1980 по 1993 г.

Неохотно, под давлением А. З. Петрова и А. П. Нордена, согласившись занять пост заведующего кафедрой теории относительности и гравитации, А. П. Широков сделал очень много для того, чтобы поддержать и развить наметившиеся на кафедре научные тенденции. Будучи человеком высоких нравственных принципов и исключительных душевных качеств, обладая ясным умом и энциклопедическими познаниями в области геометрии и ее приложений в механике и физике, А. П. Широков содействовал расцвету кафедры. «Трудно переоценить ту незримую поддержку, которую оказывал мне А. П. Широков при написании докторской диссертации, будучи заведующим нашей кафедрой после отъезда А. З. Петрова в Киев. Я многому научился и перенял у А. П. Широкова за эти годы, что помогло мне в дальнейшем в работе в качестве руководителя кафедры. Я благодарен судьбе, которая свела меня с А. П. Широковым, замечательным человеком и ученым, ставшим моим первым наставником и учителем в Казанском университете», — вспоминал впоследствии профессор В. Р. Кайгородов.

Тесная связь кафедры теории относительности и гравитации с кафедрой геометрии Казанского университета никогда не прерывалась. Профессор А. П. Норден и выдающийся казанский геометр профессор Б. Л. Лаптев (1905–1989, доктор физико-математических наук, директор Научно-исследовательского института математики и механики Казанского университета им. Н. Г. Чеботарева с 1961 по 1980 г.), часто посещавшие семинар кафедры теории относительности и гравитации, внесли свой вклад в становление казанской гравитационной школы. Почти все сотрудники кафедр

ры посещали геометрический семинар А. П. Нордена и выступали на нем с докладами, – это была прекрасная школа.

Основные направления научных исследований кафедры в 70–90-е годы связаны с разработкой геометрических методов математической физики, применением инвариантно-групповых методов к исследованию нелинейных уравнений физических полей и решению задач в области космологии и релятивистской астрофизики. К этому направлению относятся работы А. М. Анчикова, В. И. Башкова, С. П. Гаврилова, Р. А. Даишева, А. И. Егорова, Г. Г. Иванова, Ю. Г. Игнатьева, В. Ю. Шуликовского, М. Ш. Якупова и др.

Научные интересы профессора Владимира Романовича Кайгородова (1936 г. р.), выпускника физмата КГУ 1959 г., доктора физико-математических наук (с 1979 г.), заслуженного деятеля науки Республики Татарстан, связаны с применением инвариантно-групповых методов к исследованию римановых и псевдоримановых пространств произвольной сигнатуры с рекуррентной структурой тензора кривизны и их приложениями в теории тяготения. Используя метод адаптированного репера и инвариантно-групповой подход, профессор В. Р. Кайгородов и его ученики решили проблему выделения точных решений уравнений Эйнштейна с космологической постоянной и электродинамической правой частью для алгебраически специальных полей тяготения. Эти исследования были поддержаны двумя грантами программы «Университеты России» (1992–1994) и грантом фонда НИОКР РТ (совместно с доцентом С. П. Гавриловым (1946–2003), 1996 г.).

В 1995 г. доцент Ранат Фаизович Билялов начал исследования в области теории производной Ли спинорных полей на римановых многообразиях и ее применения к доказательству теоремы Нетер, к 2000 г. поставленная задача была успешно решена.

В монографии «Макроскопическая гравитация» саратовского профессора Алексея Васильевича Захарова, доктора физико-математических наук (с 1991 г., профессора, гранты фондов «Университеты России», ISF (USA), ISSEP (USA), РФФИ), решена задача макроскопического подхода к гравитации в рамках общей теории относительности. В работах А. В. Захарова и его ученика доцента Р. К. Мухарлямова (1978 г. р., выпускник кафедры 2001 г., кандидат физико-математических наук с 2006 г.) выведены макроскопические уравнения Максвелла и Эйнштейна для системы частиц с разными массами с точностью до членов второго порядка малости по взаимодействию, проведены оценки дополнительных слагаемых в макроскопических уравнениях Эйнштейна-Максвелла; рассмотрены приложения в космологии, в частности, проблема построения несингулярных космологических моделей, исследованы магнитные модели Вселенной и несингулярные анизотропные космологические модели.

Научная деятельность Александра Борисовича Балакина (1957 г. р.), выпускника кафедры 1979 г., доктора физико-математических наук (с 2000 г.), профессора, заведующего кафедрой (2000–2003), посвящена решению комплекса задач о взаимодействии физических систем с полем гравитационного излучения. Возглавляемое им научное направление «Эволюция релятивистских иерархических систем в нестационарных гравитационных полях» включает исследования нестационарных процессов в газовых, плазменных, гидродинамических, электродинамических, эластодинамических системах и системах частиц с внутренними степенями свободы, которые могут быть порождены полем гравитационного излучения, космологическим фоном и нестационарностью гравитационного поля Земли.

Основной результат сводится к заключению, что при всем многообразии моделей взаимодействия гравитационного излучения с перечисленными физическими системами явно прослеживаются три ключевых свойства, характерных для гравитационно-индуцированного фазового перехода второго рода: во-первых, снятие вырождения по скрытым параметрам иерархических систем, во-вторых, появление аномалий в отклике системы, в-третьих, образование продольных структур различной физической природы. Научная деятельность профессора А. Б. Балакина поддержана грантами Германии, Франции, Португалии и Испании.

В работах ученика А. Б. Балакина ассистента кафедры А. Е. Зайца (1979 г. р., выпускник кафедры 2002 г., кандидат физико-математических наук (с 2008 г.), лауреат городского конкурса на соискание Казанской премии имени Е. К. Завойского среди молодых ученых за 2011 г. – первая премия), исследуется влияние неминимального взаимодействия гравитационного и калибровочного полей на структуру пространства-времени и динамику частиц. Получены точные (квази)регулярные решения, имеющие так называемую слабую или коническую сингулярность в центре, а также решения, описывающие проходимые кротовые норы, связывающие две различные Вселенные.

Круг научных интересов Сергея Владимировича Сушкова (1961 г. р.), выпускника кафедры 1983 г., доктора физико-математических наук (с 2006 г.), доцента, заведующего кафедрой с 2012 г.,

включает современные проблемы космологии, а также проблемы физики черных дыр и кротовых нор. В рамках научного направления «Классические и квантовые эффекты в пространствах с нетривиальной топологической структурой» Сушков получил ряд принципиальных результатов, связанных с условиями существования и устойчивости кротовых нор, доказал существование кротовых нор в полуклассической теории гравитации с квантованными физическими полями, исследовал кротовые норы с фантомной материей и построил модели динамических кротовых нор.

Еще одно направление научной деятельности С. В. Сушкова связано с исследованиями космологических моделей в модифицированных теориях гравитации, включая теории с неминимальной кинетической связью. Сушков предложил принципиально новый механизм инфляции и доказал, что учет неминимальной кинетической связи позволяет естественным образом описать как основные этапы эволюции Вселенной, так и их последовательную смену. Научная деятельность С. В. Сушкова поддержана грантами РФФИ и научными фондами Китая, Кореи, Канады, США и Германии.

В диссертационной работе ассистента кафедры П. Е. Кашаргина (1985 г. р., выпускник кафедры 2008 г., кандидат физико-математических наук с 2011 г.), написанной под руководством профессора С. В. Сушкова, построено общее решение, описывающее вращающуюся кротовую нору в теории гравитации со скалярным полем. Другим направлением исследований Кашаргина является построение решений, описывающих несколько кротовых нор в общей теории относительности.

Профессор кафедры Наиль Рустамович Хуснутдинов (1962 г. р., выпускник кафедры 1985 г., доктор физико-математических наук (с 2004 г.), доцент, с 2004 по 2006 г. – декан физического факультета Татарского государственного гуманитарного педагогического университета (ТГГПУ), с 2005 по 2009 г. – заведующий кафедрой «Информационные технологии в образовании» ТГГПУ, с 2003 г. сначала доцент, затем профессор кафедры), проводит исследования в области теории классических и квантовых полей в пространствах с топологическими дефектами и кротовыми норами. Его работы посвящены изучению эффектов Казимира и Казимира–Полдера (часть работ выполнена совместно с М. Бордагом, Германия). Н. Р. Хуснутдинов исследовал плазменную модель фуллерена, а также силы самодействия для заряженной частицы в пространствах-времени космических струн и кротовых нор (совместно с А. А. Поповым и Е. Безерра, В. Безерра, Бразилия); построил самосогласованную модель кротовой норы при наличии источников в форме энергии поляризации вакуума квантованных полей (в соавторстве с С. В. Сушковым).

Ранние работы Хуснутдинова (1984–1993) посвящены общерелятивистской кинетике, изучению наблюдаемых эффектов в плазме, помещенной в гравитационное поле. Ему принадлежит вывод кинетического уравнения на основе микрораспределения частиц с учетом пространственно-временного изменения гравитационного поля в области столкновения. В 1993–1995 годах Н. Р. Хуснутдинов вместе с профессором Р. М. Юльметьевым изучал цепочки Цванцига–Мори для временных корреляционных функций и эффектами памяти в статистических системах.

Исследования Аси Васильевны Аминовой (1942 г. р.), выпускника кафедры 1964 г., профессора, доктора физико-математических наук (с 1991 г.), заслуженного деятеля науки Республики Татарстан, стипендиата Фонда Президента Российской Федерации «Выдающиеся ученые России», соросовского профессора, и ее учеников, кандидатов физико-математических наук А. Ю. Даньшина, З. Х. Закировой, С. В. Зуева, Д. А. Калинина, С. В. Мочалова и др., посвящены разработке инвариантно-групповых методов, а также методов финслеровой и комплексной дифференциальной геометрии в теории проективных отображений пространственно-временных и фазовых многообразий с келеровой, кватернионной и суперримановой структурами, развитию концепции суперсимметрии как автоморфизма супергеометрической структуры и их приложениям в квантовой теории поля, космологии и теории гравитации.

В трудах профессора А. В. Аминовой решены проблема Ли и классическая геометрическая задача определения псевдоримановых метрик с соответствующими геодезическими, более 100 лет стоявшая на повестке дня, дана классификация многомерных лоренцевых многообразий (пространств-времен) по алгебрам Ли инфинитезимальных проективных преобразований, развит инвариантно-групповой подход к построению геометрической теории дифференциальных уравнений, установлена тесная связь между проективными преобразованиями и группами симметрий гамильтоновых систем и преобразованиями Ли–Беклунда уравнений Гамильтона–Якоби с квадратичными гамильтонианами. Основная идея заключается в последовательном рассмотрении симметрий дифференциальных уравнений и определяемых этими уравнениями физических моделей как автоморфизмов геометрических структур. Такой подход делает вклад в геометрию дифференциальных уравнений и инвариантно-групповые методы в физике, объединяя и возрождая на новом

уровне идеи Э. Картана и С. Ли и продолжая фундаментальные исследования Т. Леви-Чивита, Н. Фубини, П.А. Широкова и А.З. Петрова.

Классификации келеровых и кватернионных многообразий по алгебрам Ли голоморфно- и кватернионно-проективных преобразований посвящены труды А.В. Аминовой, С.В. Зуева и Д.А. Калинина; структура указанных многообразий связывается с суперсимметричными теориями, описывающими новый тип взаимодействий в природе. Другой существенный пробел, частично восполненный в работах А.В. Аминовой, С.В. Мочалова и М.Ю. Люлинского, касается развития инвариантно-групповых методов в теории супергравитации – распространения клейновского подхода на супердифференциальную геометрию и его реализации в физически значимых случаях.

Среди множества различных подходов к решению проблемы объединения четырех известных фундаментальных взаимодействий важное место занимают исследования по многомерным единым теориям типа Калуцы–Клейна. Проблеме изучения симметрий многомерных пространств в форме проективных движений и построению соответствующих законов сохранения посвящены работы З.Х. Закировой, А.Н. Карузина, Р.А. Хайрутдинова, В.Н. Чеканова, П.Е. Чумарова и др. В трудах А.Ю. Даньшина изучаются группы автоморфизмов финслеровых пространств и их касательных расслоений, обсуждаются приложения к задачам управления движением оптимальных систем. В работах А.В. Аминовой и Д.А. Калинина, посвященных квантованию систем в искривленном пространстве, предложена конструкция однопараметрического семейства гамильтоновых механических систем с фазовыми пространствами, наделенными структурой келерова многообразия постоянной голоморфной секционной кривизны, и проведено их квантование.

Исследования А.В. Аминовой в области геометрии, анализа на многообразиях, гравитации и теории поля, ее научно-организационная деятельность поддержаны десятками грантов отечественных и зарубежных фондов, федеральных целевых программ. Работы А.В. Аминовой включены в Почетный список работ Американского Гравитационного Фонда (1988), а ее монография «Проективные преобразования псевдоримановых многообразий» отмечена университетской премией (2003). Она является руководителем (совместно с профессором Н.А. Сахибуллиним) основного научного направления К(П)ФУ «Сложные астрофизические системы и фундаментальные поля во Вселенной: теория, космические и наземные технологии наблюдений».

Научные работы В.А. Попова (1970 г. р., выпускник кафедры 1993 г., кандидат физико-математических наук с 1999 г., доцент), посвящены кинетике и гидродинамике релятивистской сверхтекучей жидкости. Попов вывел релятивистские кинетические уравнения для сверхтекучей жидкости и на их основе построил модель современного ускоренного расширения Вселенной со сверхтекучим газом Чаплыгина. Ему принадлежат также исследования в релятивистской космологии и в области физики черных дыр и кротовых нор.

Ассистент кафедры А.Ю. Кузнецова (1970 г. р., выпускник кафедры 1993 г., кандидат физико-математических наук с 2010 г.) изучает C^* -алгебры, ассоциированные с заданным на счетном множестве отображением с ограниченным прообразом. В ее работах исследована структура названных алгебр и показано, что они порождаются набором операторов частичной изометрии. Эти результаты могут найти приложения, в частности, в квантовой оптике, при формализации задач которой возникают деформированные алгебры Гейзенберга, порожденные с помощью некоторого положительного оператора и оператора частичной изометрии.

Приложениям фрактальной геометрии и теории a -адических соленидов в теории динамических систем, разработке техники d -мерного интегрирования по хаусдорфовым мерам замкнутых подмножеств в $\mathbb{R}^n$ и ее приложению к проблеме размерной регуляризации в квантовой теории поля были посвящены работы ассистента кафедры, кандидата физико-математических наук Д.В. Чистякова. Он исследовал нетеровские инварианты в решеточных моделях квантовой теории поля и статистической механики, а также гиббсовские состояния в симметричных решеточных моделях. Чистяков предложил обобщить даниелевский подход к стохастическим ядрам на фермионные модели, исследовал состояния на грассмановых алгебрах и суперрешетках.

Долгие годы тесного и плодотворного научного сотрудничества связывали кафедру с Казанским физико-техническим институтом им. Е.К. Завойского (теоретический отдел института, которым руководил профессор У.Х. Копвиллем, в свое время почти целиком состоял из выпускников кафедры теории относительности и гравитации), с кафедрой теоретической физики МГУ, кафедрой квантовой теории поля Томского университета, Институтом космических исследований РАН и Лабораторией теоретической физики Объединенного института ядерных исследований (Дубна), прежде всего, в лице профессора Н.А. Черникова, внесшего наряду с профессором У.Х. Копвиллем существенный вклад в становление и развитие казанской гравитационной школы.

В значительной степени благодаря Н. А. Черникову и У. Х. Копвиллему в Казани возникли и успешно развиваются научные направления, связанные с экспериментальными работами и исследованиями в области релятивистской кинетической теории и релятивистской статистической физики. Последние были начаты доцентом В. И. Башковым (1938–2002), организовавшим в 70-е годы семинар «Сплошные среды в общей теории относительности и гравитационные волны», и продолжены посещавшими семинар Ю. Г. Игнатьевым и Г. Г. Ивановым, позднее к ним присоединились А. В. Захаров и А. Б. Балакин.

Организованный в конце 70-х годов ассистентами кафедры Ю. Г. Игнатьевым и Г. Г. Ивановым семинар по проблемам общерелятивистской статистики, гравитации и космологии проходил в обстановке острых дискуссий. Среди постоянных членов семинара были студенты, теперь доктора физико-математических наук, профессора А. Б. Балакин, М. Б. Волков (Франция), А. В. Захаров, С. В. Сушков, Н. Р. Хуснутдинов, кандидаты физико-математических наук, доценты А. А. Попов (недавно представил к защите докторскую диссертацию «Квантовые и классические эффекты неминимально связанного с кривизной скалярного поля»), О. А. Фонарев (Канада), В. Ю. Шуликовский, ставшие предпринимателями и руководителями кандидаты физико-математических наук Р. Р. Кузеев и Е. М. Пермяков. В 1979 году цикл работ Г. Г. Иванова, Ю. Г. Игнатьева и А. В. Захарова по релятивистской статистике и кинетике газов в общей теории относительности был удостоен первой премии на юбилейном конкурсе научных работ Казанского университета, посвященном его 175-летию.

Образованная в 1985 г. кафедра геометрии Казанского государственного педагогического института (позднее ТГГПУ), возникшая в результате разделения одной из кафедр вуза, стала частью казанской гравитационной школы. Вновь созданную кафедру геометрии возглавил доцент кафедры теории относительности и гравитации Юрий Геннадьевич Игнатьев (1947 г. р.), доктор физико-математических наук (с 1988 г.), заслуженный деятель науки Республики Татарстан, с 2011 г. — после вхождения ТГГПУ в состав Казанского (Приволжского) федерального университета (К(П)ФУ) — заведующий кафедрой высшей математики и математического моделирования Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского К(П)ФУ. При кафедре геометрии была открыта аспирантура по специальности «Математическая физика» и разработана научная программа, посвященная приложениям современной геометрии к теории поля, гравитации, космологии, статистике и квантовой теории поля. Основу кафедры геометрии составили выпускники кафедры теории относительности и гравитации: Ф. Ш. Зарипов, А. А. Попов, С. В. Сушков и ученик А. Б. Балакина Д. Н. Горохов.

Начиная с конца 80-х годов, по инициативе профессора В. Р. Кайгородова и заслуженного изобретателя Казахской ССР З. Г. Мурзаханова на кафедре проводились исследования, связанные с разработкой способов детектирования гравитационного излучения и постановкой экспериментов по обоснованию теории Эйнштейна, получены десятки патентов на изобретения. В феврале 1990 года по представлению кафедры теории относительности и гравитации в КГУ был создан научно-исследовательский сектор гравитационно-волновой астрономии, которым в течение двух лет руководил профессор В. Р. Кайгородов. В 1992 году после распада СССР и прекращения целевого финансирования научно-исследовательский сектор был преобразован в научно-исследовательскую лабораторию гравитационно-волновой астрономии при кафедре теории относительности и гравитации, ее научным руководителем являлся профессор А. Б. Балакин, З. Г. Мурзаханов исполнял обязанности заведующего лабораторией (до 2004 г.), сейчас лабораторией руководит А. В. Аминова. На базе лаборатории был создан Научный центр гравитационно-волновых исследований «Дулкын» на правах института Академии наук Республики Татарстан (директор З. Г. Мурзаханов). В отделе теоретических исследований центра ключевые позиции занимают выпускники и сотрудники кафедры теории относительности и гравитации (доцент Р. А. Даишев, С. М. Козырев, ученица А. Б. Балакина кандидат физико-математических наук В. Р. Курбанова и др.).

В настоящее время на кафедре теории относительности и гравитации работает 21 человек: 20 преподавателей (в том числе 4 доктора и 11 кандидатов наук, 16 сотрудников являются выпускниками кафедры) — профессора: А. В. Аминова, А. Б. Балакин, С. В. Сушков, Н. Р. Хуснутдинов, доценты, кандидаты физико-математических наук: А. М. Анчиков, Р. А. Даишев, А. Ю. Даншин, А. И. Егоров, Р. К. Мухарлямов, В. А. Попов, старшие преподаватели, кандидаты физико-математических наук: выпускники кафедры геометрии КГУ П. Н. Иваньшин и В. Г. Подольский, ассистенты, кандидаты физико-математических наук: А. Е. Заяц, П. Е. Кашаргин, А. Ю. Кузнецова, ассистенты: Т. Ю. Альпин, Н. Ф. Дмитриева, Т. В. Кропотова, Е. В. Патрин, Г. А. Серякин, и инженер Н. П. Гоник.

В течение долгого времени на кафедре преподавали профессор А. В. Захаров, доценты В. И. Башков, Р. Ф. Билялов, С. П. Гаврилов, В. И. Голиков, В. А. Сочнева, ассистент Р. Л. Валиуллин.

В 60–70-е годы прошлого века на кафедре работали доценты Б. Т. Вавилов, А. В. Мицкевич, Р. Ш. Хуснутдинов, В. И. Шуликовский, М. Ш. Якупов, ассистенты Л. Л. Дюкова, В. А. Пирагас, К. А. Пирагас, Р. А. Сингатуллин, М. Е. Соркин, Н. С. Шавохина, инженеры А. Л. Бильдюкевич, Л. Н. Медведев, Л. Б. Пец, Д. А. Агафонов, лаборант Р. Г. Файзуллина, в 70–80-е годы — доценты В. А. Добровольский, Ю. Г. Игнатьев, Г. Г. Иванов, В. Ю. Шуликовский, лаборанты Л. Б. Бродниковская, А. Л. Трондин, Н. П. Романенко, в начале этого века — ассистенты Д. А. Калинин, Д. В. Чистяков, лаборанты А. Н. Карузин, А. Р. Мадьярова, Н. Р. Шурыгина.

Профессора кафедры ведут большую научно-организационную и экспертную работу в составе диссертационных советов по защите диссертаций по специальностям: теоретическая физика и физика конденсированного состояния (А. В. Аминова, С. В. Сушков), оптика (А. Б. Балакин), геометрия и топология, вещественный, комплексный и функциональный анализ, дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (А. В. Аминова, А. Б. Балакин, С. В. Сушков), являются членами редколлегий научных журналов («Известия вузов. Математика» — А. В. Аминова, «Гравитация и космология» — А. Б. Балакин, «Пространство, время и фундаментальные взаимодействия» — А. В. Аминова, А. Б. Балакин, С. В. Сушков), входят в состав организационных комитетов российских и международных научных мероприятий и обществ.

Начиная с 1987 года, на базе кафедры при участии Государственного научного центра Российской Федерации «Институт теоретической и экспериментальной физики» (ИТЭФ, Москва) и Казанского физико-технического института Казанского научного центра РАН организуются ежегодные Международные летние школы-семинары по современным проблемам теоретической и математической физики (I–XXI Петровские чтения, председатель оргкомитета — профессор А. В. Аминова). С момента своего возникновения школа ориентирована на интеграцию науки и высшего образования, в ее работе принимают участие видные представители вузовской и академической науки из ведущих научных и учебных центров страны, таких, как Московский, С. Петербургский, Казанский, Томский и Нижегородский университеты, ВГПУ, МИЭМ, БГУ, РУДН, ИЯИ РАН, ГУП ГНЦ РФ ИТЭФ, ФИРАН, ИФП РАН, ИК РАН, ИСЭ РАН, ОИЯИ (Дубна), ВНИИМС, ИМ УНЦ РАН, ИМСС УрО РАН, ИММ КНЦ РАН, КФТИ КНЦ РАН, ИТФ (Киев), ФТИНТ (Харьков) и др., а также ученые и специалисты научных центров стран Америки, Европы и Азии (США, Франция, Англия, Алжир, Бельгия, Голландия, Германия, Италия, Иран, Мексика, Польша, Румыния, Чехия, Южная Корея, Япония (университеты Токио, Цукубы, Осаки, Чибы, Ямагаты, Иватэ) и др.). Подтверждением высокого уровня Петровских чтений служит большое количество проектов РФФИ, более 25 проектов ИНТАС, а также проекты других известных международных фондов, в которых участвуют лекторы и слушатели школы, среди них — десятки соросовских профессоров, доцентов, учителей, аспирантов и студентов. Школа имеет статус филиала Международного центра теоретической физики (ICTP, Триест, Италия).

По материалам Петровских чтений опубликовано более 30 изданий. Труды школы издаются в сериях «Лекционные заметки по теоретической и математической физике» (под ред. А. В. Аминовой, тт. 1–7) и «Новейшие проблемы теории поля» (ред. А. В. Аминова, тт. 1–5). Вышли в свет пять сборников трудов проводимых на базе кафедры международных конференций «Геометризация физики», оргкомитет которых возглавлял доцент В. И. Башков.

С начала 60-х годов издается сборник «Гравитация и теория относительности», выпущено 30 томов сборника. Научным редактором сборника был А. З. Петров (до 1972 г.), затем А. П. Широков, а с 1977 г. — В. Р. Кайгородов.

С 2004 г. в рамках Петровских чтений на базе отдыха университета (Кордон) работал студенческий семинар, возглавляемый ассистентом Е. В. Патриным. Выпускники кафедры И. В. Бахматов (Бразилия, PhD (Queen Mary University of London), магистр (2008, КГУ), научный руководитель профессор Н. Р. Хуснутдинов), А. В. Силантьев (Англия, Япония, PhD (University of Angers, Франция), магистр (2004, КГУ), научный руководитель профессор А. В. Аминова), Э. Мусаев (Queen Mary University of London) с большой теплотой и благодарностью вспоминают занятия в семинаре Е. В. Патрина.

С 1998 года под руководством А. В. Аминовой успешно развивалось международное сотрудничество с тремя университетами Японии, Абердинским университетом (Великобритания), Мэрилендским университетом (США), институтами Анри Пуанкаре (Франция) и ИТФ НАН Украины. А. Б. Балакин успешно сотрудничает с университетом г. Констанц (Германия). Н. Р. Хуснутдинов

участвует с российской стороны в договоре о сотрудничестве между Казанским и Лейпцигским университетами, в течение ряда лет сотрудничает с Федеральным университетом Штата Параибо (Бразилия).

Развившееся в рамках Петровских чтений сотрудничество между Казанским университетом и ИТЭФ, ФИРАН и другими академическими институтами вылилось в постоянные научные контакты сотрудников и студентов кафедры в форме командировок и стажировок в ИТЭФ, участия в совместных семинарах и научных проектах, чтении лекций сотрудниками ИТЭФ для студентов физфака КГУ и талантливых школьников Казани.

Сотрудники кафедры принимали активное участие в организации малого физфака, лица при КГУ и Зеленодольского филиала КГУ, где они преподают математические и физические дисциплины.

Организатором и бессменным руководителем Зональной летней физико-математической школы «Квант» является доцент В. А. Сочнева, долгие годы проработавшая на кафедре; занятия в этой школе ведут сотрудники кафедры Т. Ю. Альпин, А. Е. Заяц, П. Е. Кашаргин, выпускники кафедры С. В. Синцова, С. Э. Утяганов и др.

Как отмечалось, кафедра теории относительности и гравитации была единственной кафедрой такого профиля в Советском Союзе. Это исключительное положение кафедры сохраняется и теперь. Первоначальная учебная программа специализации была создана основателем кафедры проф. А. З. Петровым, который разработал и прочел целый ряд специальных курсов. Количество этих спецкурсов и простое перечисление их названий впечатляют глубиной и универсальностью постановки образования на кафедре. До сих пор кафедра остается уникальной по числу и разнообразию читаемых спецкурсов, число которых существенно увеличилось в связи с созданием в 1997 году магистратуры. Кроме того, с самого основания кафедра несет на своих плечах все математическое образование физического факультета.

Аспирантура при кафедре существует со времени основания кафедры. Среди аспирантов — стипендиаты престижных отечественных и зарубежных фондов. Ученики А. В. Аминовой А. Ю. Даньшин, Д. А. Калинин и А. Н. Карузин были стипендиатами американских научных фондов, С. В. Зуев был удостоен стипендии Фонда Томалла (Швейцария), а С. В. Мочалов — стипендии президента РФ, ученик В. И. Башкова Д. А. Зенкин также был стипендиатом американского научного фонда и получал стипендию Президента РФ.

За четыре десятилетия на кафедре была создана уникальная система высококачественной подготовки специалистов в области теории гравитационного поля и релятивистской астрофизики, отвечающей запросам времени. С 1963 года, когда состоялся первый выпуск, по 2006 год было подготовлено 259 специалистов, из них 26 выпускников стали докторами наук и 89 — кандидатами наук, 38 человек подготовили кандидатские диссертации на кафедре под руководством А. З. Петрова, В. Р. Кайгородова, А. В. Аминовой, А. Б. Балакина и А. В. Захарова.

Выпускники кафедры успешно трудятся в разных областях науки, техники и социальной сферы России, ближнего и дальнего зарубежья (Англия, Бразилия, Германия, Канада, Литва, США, Франция, Япония), руководят кафедрами и факультетами вузов Поволжья и Сибири. Среди них — заслуженный деятель науки РФ, действительный член АЭН РФ, профессор КГТУ А. В. Митин и с. н. с. ОИЯИ (Дубна) Э. А. Тагиров (первый выпуск), заслуженный деятель науки РФ и РФ, член-корреспондент РАЕН, заведующий лабораторией нелинейной оптики КФТИ, профессор кафедры оптики и спектроскопии КГУ В. В. Самарцев, профессор кафедры высшей математики КГАСА В. П. Деревенский, проректор по научной работе, заведующий кафедрой теоретической физики Вильнюсского педагогического института профессор К. А. Пирагас (Литва), профессор Р. С. Сингатуллин (заведовал кафедрой теоретической физики Башкирского государственного педагогического института), профессор С. В. Червон (заведовал кафедрой теоретической и математической физики Ульяновского университета, избирался деканом), профессор В. Е. Степанов (заведующий кафедрой геометрии и алгебры Якутского университета), заведующий кафедрой информатики и информационно-управляющих систем КГЭУ профессор Р. Г. Тахавутдинов, профессор кафедры общей физики Волгоградского архитектурно-строительного университета М. Б. Белоненко, доцент Е. В. Савельев, издатель журнала «Пространство, время и фундаментальные взаимодействия», депутат Госдумы первого созыва РФ В. В. Михайлов и др.

За последние десять лет кафедра заметно помолодела; ее состав пополнился талантливыми молодыми людьми, полными надежд и энтузиазма. Пожелаем кафедре теории относительности и гравитации Казанского федерального университета научного долголетия и, в продолжение славной 50-летней истории, — новых замечательных свершений.



Рис. 2. Международная конференция «Petrov 2010 Anniversary Symposium on General Relativity and gravitation», Казань 2010 г.

Первый ряд: доц. Ю. А. Гусев, Prof. Erico Tanaka, Prof. Piret Kuusk, Prof. Irina Dymnikova, проф. Г. С. Бисноватый-Коган, Prof. Raj Bali, Anirudh Pradhan, проф. Н. П. Коноплева, проф. А. В. Аминова, Prof. Dieter R. Brill, Prof. J. P. S. Lemos, Prof. Richard Kerner, Prof. Ashan Zafar, доц. Л. И. Петрова; Второй, третий и четвертый ряды: Р. В. Королев, М. Х. Люлинский, Р. Н. Кашапов, П. О. Казинский, проф. У. Н. Закиров, Н. Сонин, Prof. Kim Sung-Won, проф. Р. Г. Зарипов, проф. А. Б. Балакин, Prof. V. D. Andreev, Prof. A. S. Galaev, доц. В. М. Корюкин, Х, проф. Г. А. Толстихина, Prof. V. Khots, проф. М. В. Сажин, К. В. Полякова, проф. А. Н. Голубятников, А. В. Кулешов, проф. С. В. Сушков, доц. Ю. И. Шевченко, проф. В. Н. Лукаш, Prof. V. L. Kauts, Х, Prof. Kim Young Suh, проф. М. О. Катанаев, Prof. Guillen Alfonso Leon, Ю. И. Пономаренко, доц. В. А. Попов, проф. В. Н. Берестовский, В. В. Войтик, Prof. A. A. Salimov, С. В. Филипенко, проф. Р. Ф. Полищук, с.н.с. Э. А. Тагиров, У, проф. А. А. Гриб, Prof. M. Bordag, И. А. Гордеева, проф. В. В. Шурыгин, Е. В. Патрин, Г. А. Серякин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аминова А.В. Алексей Зиновьевич Петров. В кн.: «Рассказы о казанских ученых». Ред. В.В. Кузьмин. Казань: Тат. книжн. изд-во, 1983.
2. Аминова А.В. А.З. Петров (к 100-летию со дня рождения) // Уч. Зап. Казан. Ун-та. 2011. Т. 153. Кн. 3. С. 6–21.

Поступила в редакцию 02.03.2013

Аминова Ася Васильевна, д. ф.-м. н., профессор, кафедра теории относительности и гравитации, Институт физики, Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008, Россия, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.
E-mail: avaminova@gmail.com

A. V. Aminova

Kazan school of Relativity and Gravitation

Keywords: A. Z. Petrov, Kazan University, relativity, gravity, field theory, cosmology.

PACS: 04.20, 01.65

The article is devoted to the more than 50-year history of creation, formation and development of the first and the only in the Soviet Union Chair of Relativity theory and Gravitation, formed in April 1960 at the initiative of Professor A. Z. Petrov at the Physics Department of the Kazan State University (now Kazan (Volga Region) Federal University).

REFERENCES

1. Aminova A. V. Alexei Zinovievich Petrov – V kn.: *Rasskazy o kazanskikh uchenykh* (In book: Stories about Kazan scientists), Ed. V. V. Kuzmin, Kazan: Tat. knijn. izd-vo, 1983.
2. Aminova A. V. A. Z. Petrov (k 100-letiyu so dnya rojdeniya), *Uch. Zap. Kazan. Un-ta*, 2011, vol. 153. book 3, pp. 6–21.

Received 02.03.2013

Aminova Asya Vasiljevna, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Relativity Theory and Gravity, Kazan (Volga Region) Federal University, ul. Kremlevskaja, 18, Kazan, 420008, Russia.
E-mail: avaminova@gmail.com

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНЫЙ СЕМИНАР
«НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОЛЯ
В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ»
и РОССИЙСКАЯ ШКОЛА
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ И ЯВЛЕНИЙ»
КАЗАНЬ, КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
21–26 ОКТЯБРЯ 2013

С 21 по 26 октября 2013 в г. Казани на базе Казанского (Приволжского) федерального университета (КФУ) предполагается провести Международный научный семинар «Нелинейные поля и релятивистские статистические системы в теории гравитации и космологии» и Российскую школу «Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений». Семинар и школа продолжают традиции семинара-школы GRACOS, а также – одноименного семинара-школы в Яльчике в 2010 г. и будут функционировать в Казанском федеральном университете. Число участников семинара порядка 70, школы – 120. Проживание в санатории-профилактории университета. Предполагаются спортивные и культурные мероприятия. К началу работы семинара будут опубликованы материалы и тезисы докладов семинара. Для участия в работе семинара приглашаются молодые ученые, аспиранты и студенты старших курсов физико-математических отделений вузов, специализирующихся в области теоретической физики, астрофизики, астрономии и математического моделирования. Программа семинара включает пленарные и секционные доклады, а также неформальные дискуссии.

Цель семинара состоит в обсуждении путей построения адекватных моделей вещества в гравитационных полях, обсуждении нелинейных эффектов, возникающих в многокомпонентных релятивистских системах, построении новых моделей вселенной, обладающих свойствами вторичного ускорения. Рабочие языки семинара – русский и английский.

Программа школы включает лекции ведущих специалистов, а также секционные доклады молодых участников школы. Цель школы состоит в обсуждении новейших достижений в теории гравитации, космологии, астрофизики, квантовой теории поля и математического моделирования в этих областях с применением технологий систем компьютерной математики. Цель школы состоит также в приближении молодых талантливых математиков к задачам фундаментальной науки и их решению методами компьютерной математики. В работе школы примут участие, как известные ученые, так и молодые специалисты.

К началу работы школы будут опубликованы материалы и тезисы докладов школы, а также лекции ведущих специалистов. Для участия в работе школы приглашаются молодые ученые, аспиранты и студенты старших курсов физико-математических отделений вузов, специализирующихся в области теоретической физики, астрофизики, астрономии и математического моделирования. Рабочий язык школы – русский.

Организационный комитет Международного семинара:

Председатель: проф. В.Н. Мельников (ЦГФМ ВНИИМС и РУДН, РГО, Москва)

Зам. председателя: действительный член РАН. А.А. Старобинский (ИТФ РАН им. Л.Д. Ландау, Москва), проф. Ю.Г. Игнатьев (КФУ, Казань), проф. К.А. Бронников (РУДН, Москва)

Учёный секретарь: проф. С.В. Сушков (КФУ, Казань)

Международный организационный комитет:

В.Г. Багров (ТГУ, Томск), А.Б. Балакин (КФУ, Казань), К.А. Бронников (ЦГФМВНИИМС и РУДН, Москва), Ю.С. Владимиров (МГУ, Москва), Гладуш В.Д. (ДНУ, Днепропетровск, Украина), Горбачевич А.К. (БГУ, Минск, Беларусь), А.П. Ефремов (РУДН, Москва), А.И. Жук (ОГУ, Украина), А. Минкевич (Минск, Беларусь), D. Singleton (CSU, Fresno, USA), С.В. Червон (УлГПУ, Ульяновск).

Местный организационный комитет Международного семинара:

Председатель: проф. Игнатьев Юрий Геннадиевич (КФУ) (ignatev_yu@rambler.ru)

Учёный секретарь: проф. Сушков Сергей Владимирович (КФУ) (sergey_sushkov@mail.ru), доц. Попов Аркадий Александрович (КФУ), Самигуллина Алсу Ринатовна (КФУ) (alsu_sam@rambler.ru).

Направления работы семинара:

1. **Классические нелинейные и калибровочные поля в теории гравитации** (Руководители: Ю.С. Владимиров, А. Минкевич).
2. **Модели космологической материи в ранней и поздней Вселенной** (Руководители: А.А. Старобинский, Ю.Г. Игнатьев).
3. **Квантованные поля и вакуумное рождение частиц в теории гравитации и космологии** (Руководители: Д.В. Гальцов, А.Б. Балакин).
4. **Топологические эффекты в теории гравитации и космологии** (Руководители: К.А. Бронников, С.В. Сушков).

Организационный Комитет Школы

Ю.Г. Игнатьев, д.ф.-м.н., профессор (председатель, КФУ, Казань), ignatev@rambler.ru,
В.П. Дьяконов, д.т.н., профессор (зам. председателя, СмолГУ, Смоленск),
Д.П. Голоскоков, д.ф.-м.н., профессор (зам. председателя, С-ПУВК, Санкт-Петербург),
М.М. Карчевский, д.ф.-м.н., профессор (КФУ, Казань),
М.Н. Кирсанов, д.ф.-м.н., профессор (МЭИ, Москва),
Н.Б. Плещинский, д.ф.-м.н., профессор (КФУ, Казань),
В.С. Сушков, д.ф.-м.н., профессор (учёный секретарь оргкомитета, КФУ, Казань),
sergey_sushkov@mail.ru

Местный организационный комитет Школы

Проф. Игнатьев Юрий Геннадиевич (председатель, КФУ), проф. Сушков Сергей Владимирович (зам. председателя, КФУ), доц. Попов Аркадий Александрович (ученый секретарь, КФУ), А.Р. Самигуллина (ответственный секретарь, КФУ).

Направления работы школы:**Направления работы школы (лекции):**

1. Математические модели фундаментальных объектов и явлений. (Руководители: Ю.С. Владимиров, Н.Б. Плещинский, М.Д. Миссаров).
2. Математическая физика в системах компьютерной математики. (Руководители: Д.П. Голоскоков, Ю.Г. Игнатьев).
3. Системы компьютерной математики. (Руководители: В.П. Дьяконов, Н.М. Кирсанов).
4. Механика и теория поля в системах компьютерной математики. (Руководители: Ю.Г. Игнатьев, Н.М. Кирсанов).

Направления работы школы (секции):

1. Компьютерное моделирование в системах компьютерной математики фундаментальных объектов и явлений. (Руководители: Ю.С. Владимиров, Н.Б. Плещинский, М.Д. Миссаров).
2. Компьютерное моделирование объектов теории поля в системах компьютерной математики. (Руководители: Д.П. Голоскоков, Ю.Г. Игнатьев).
3. Программирование в системах компьютерной математики. (Руководители: В.П. Дьяконов, Н.М. Кирсанов).
4. Компьютерное моделирование механических объектов в системах компьютерной математики. (Руководители: Ю.Г. Игнатьев, Н.М. Кирсанов, С.В. Сушков).

Регистрация и срок подачи заявок:

Желающие принять участие в работе школы и семинара должны заполнить регистрационную форму и прислать её ученому секретарю оргкомитета С.В. Сушкову по адресу: sergey_sushkov@mail.ru. Крайний срок подачи заявок – 30 июня 2013 г.

Тезисы и материалы для публикации:

Тезисы (до одной страницы) и статьи (8-10 страниц) должны быть подготовлены в LaTeX2_ε. Класс документа – article; параметры страницы – A4; отступы для текста: слева – 3 см, справа – 1,5 см, сверху и снизу – 2 см; размер шрифта – 12pt; рисунки – в формате eps (postscript).

Все дополнительно возникающие вопросы по конференции можно направлять Председателю местного оргкомитета профессору Игнатьеву Юрию Геннадьевичу по электронному адресу: ignatev_yu@rambler.ru, а также ученому секретарю оргкомитета Сергею Владимировичу Сушкову по электронному адресу: sergey_sushkov@mail.ru

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ПРЕДСТАВЛЯЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ

к полнотекстовой статье для журнала

«Пространство, время и фундаментальные взаимодействия»

(предварительный укороченный вариант)

Материал, предлагаемый для публикации, должен содержать результаты оригинальных научных исследований, не публиковавшихся ранее в других печатных изданиях и написан в контексте современной научной ситуации, с использованием свежей литературы.

Рукописи статей должны быть подготовлены в редакторском пакете LaTeX2_ε по прилагаемому шаблону для двух колоночной печати. Подробные правила структурирования и оформления статьи см. ниже. В исключительных случаях принимаются работы в «Word'e», но при этом формулы должны быть набраны в Equation 3, т.к. этот редактор формул входит в состав Office и не требует лицензии.

- 1.1. Направляя рукопись статьи в редакцию журнала «Пространство, время и фундаментальные взаимодействия» авторы передают редколлегии, учредителям и издателю журнала безвозмездное неисключительное право опубликовать ее на русском языке в качестве статьи в печатной версии журнала и в электронной версии журнала в сети Интернет, а также перевести на английский язык и опубликовать статью в англоязычном варианте журнала. При этом за авторами сохраняются их интеллектуальные права на рукопись статьи (в т.ч. «авторское право»). В связи с этим и с учетом Четвертой части (Раздел VII) Гражданского Кодекса РФ авторами должно быть представлено в редакцию письмо форме, приведенной в Приложении 1.
- 1.2. Любая представленная рукопись статьи должна сопровождаться экспертным заключением о возможности публикации в открытой печати, оформленным в установленном порядке. Место экспертного заключения может быть представлено соответствующее заявление на имя главного редактора журнала от имени руководства организации, где работают авторы, или непосредственно от имени самостоятельных авторов. В экспертном заключении или заявлении в обязательном порядке должна быть отражена возможность открытой публикации и передачи публикуемых материалов за границу. Статья, являющаяся результатом работы, проведенной в организации (учреждении) по ее заданию, должна обязательно иметь направление этой организации (или головной организации при участии нескольких организаций в этой работе).
- 1.3. В редакцию предоставляется текст в электронном виде (наряду с электронным, возможен идентичный печатный вариант статьи), тщательно вычитанный (проверенный на наличие орфографических, стилистических, фактических и смысловых ошибок и неточностей).
- 1.4. Файл со статьей может быть представлен как на сменном носителе, так и в виде вложения в электронное письмо, отправленное по адресу **info@stfi.ru, Moscow@stfi.ru**.
- 1.5. Печатный вариант направляется по адресу издателя:
123060, г. Москва, 1-ый Волоколамский проезд, д. 15/16, ООО «ПРОФИЛЬ – 2С».
- 1.6. Статья регистрируется ответственным секретарем в журнале регистрации статей с указанием ФИО автора (-ов), названия статьи, даты поступления.
- 1.7. Ответственность за точность фамилий, цитат, цифровых данных, информации научного и фактического характера несёт автор (авторы) статьи.
- 1.8. Поступившие в редакцию материалы возврату не подлежат.
- 1.9. Редакция вправе редактировать и сокращать статьи.

- 1.10.** Объем статьи (без рисунков и списка литературы на латинице) не должен превышать **10–12 страниц** формата А4 при 1,5 межстрочных интервалах и 12 шрифте, а объем статьи обзорного характера – не более 25 страниц. Количество рисунков – не более 5. Список литературы для оригинальной статьи не более 15 источников. Для обзора – не более 50 источников.
- 1.11.** Настоящие **Требования** подготовлены на основании требований, предъявляемых ВАК России к журналам, в которых могут быть опубликованы материалы диссертаций, представляемых на соискание ученой степени и рекомендаций О.В. Кирилловой, члена Экспертного совета (CSAB) БД SCOPUS, заведующей отделением ВИНИТИ.

2. Комплект авторских материалов

2.1. Комплект представляемых материалов должен содержать:

- сопроводительное письмо на имя Главного редактора экспертное заключение (или иное) согласно п. 1.2.;
- лицензионный договор (Приложение 1);
- рукопись статьи, оформленную надлежащим образом (см. далее);
- идентичный вариант для рецензирования (формат .pdf) ;
- сведения обо всех авторах:
 - ✓ Фамилия, имя, отчество автора (полностью). Буква «ё» не должна заменяться на «е».
 - ✓ Место работы (полное название организации и место её нахождения (регион, город)).
 - ✓ Занимаемая должность (с указанием полного названия кафедры, лаборатории, структурного подразделения, отдела и т.п. без аббревиатур).
 - ✓ Ученая степень, ученое звание (при наличии; полностью).
 - ✓ Наличие государственных почетных званий, относящихся к профессии (например, «Заслуженный работник высшего профессионального образования РФ»).
 - ✓ Информация о месте учебы аспиранта (полное название ВУЗа, кафедры, город).
 - ✓ Адрес (с указанием почтового индекса; обязательно).
 - ✓ Контактные сведения: телефоны и e-mail (обязательно), Skype и пр., при желании.
- В случае нескольких авторов, для оперативного решения вопросов, связанных с публикацией, необходимо указать соавтора, ответственного за публикацию. Также желательно указать контактную информацию, которую возможно опубликовать в журнале.

3. Правила оформления рукописей

3.1. Общие требования к структуре рукописей статей (обязательно к соблюдению)

- УДК.
- **НАЗВАНИЕ СТАТЬИ** (на русском), шрифт – полужирный, 14 пт. *Ни в названии статьи, ни в аннотации не должно быть формул или других математических знаков.*
- ФИО автора (-ов), **Иванов И.И., Петров П.П., Сидоров С.С.**, шрифт – полужирный, 12 пт.

- с отступлением в 2 строки представляется **Аннотация статьи** (не более 10 строк), шрифт – полужирный, 10 пт (**на русском языке**).
- ниже аннотации перед основным текстом указываются коды классификации PACS (Physics and Astronomy Classification Scheme), по меньшей мере, до третьего уровня глубины включительно, соответствующие содержанию статьи (подробности классификации PACS в Интернет на сайте AmericanInstituteofPhysics – www.aip.org/pacs).
- Ключевые слова (не более 10) (**на русском**).
- Текст статьи (объем, шрифт – см. п. 1.11).

✓ **Ссылки на рисунки** приводятся в круглых скобках в формате: (рис. 1) или (рис. 1, 2) или (рис. 1–3).

✓ **Ссылки на таблицы** приводятся в круглых скобках в формате: (табл. 1) или (табл. 1, 2) или (табл. 1–3).

✓ **Ссылки на формулы** приводятся в круглых скобках в формате: (1) или (1,2) или (1–3).

✓ **Литературные ссылки** приводятся в квадратных скобках в формате: [1]. Если ссылку приводят на конкретный фрагмент текста документа, в отсылке указываются порядковый номер и страницы. Сведения разделяются запятой. Например, в тексте: [10, с. 81].

Количество ссылок в тексте должно строго соответствовать количеству работ, включенных в список литературы.

- Рисунки (Формат рисунка должен обеспечивать ясность передачи всех деталей (600 dpi). Максимальный размер рисунка определяется шириной колонки статьи. (минимальный размер рисунка 90–120 мм, максимальный – 130–200 мм), иллюстрации нумеруются) (если их количество больше одной, но в TeX'e нумерация рис. идет автоматически и требуется вводить sgw/ команды по отмене). Для статьи, подготовленной LaTeX2e, формат рисунков – eps, в Word – в jpg. Рисунки для контрастности должны быть черно-белые.
- Таблицы (допускаются только вертикальные таблицы).
- Список литературы (название «Список литературы») *в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 (русскоязычный вариант вместе с зарубежными источниками) по мере цитирования.*

После списка литературы на русском языке:

- **НАЗВАНИЕ СТАТЬИ** (на английском).
- ФИО авторов (на английском).
- Место работы каждого автора (на английском): предприятие, его почтовый адрес, город, страна.
- Резюме статьи (на английском, название «**Abstract**», 200 – 400 слов, объем «**Abstract**» **на английском должен в 2–2,5 раза превышать русский аналог**), шрифт – полужирный, 10 пт.
- PACS.
- Ключевые слова (на английском, название «**Keywords**»).
- Список литературы (на английском, название «**REFERENCES**»), *вариант на латинице, повторяет список литературы к русскоязычной части, независимо от того, имеются или нет в нем иностранные источники, но оформляется иначе, чем к русскому варианту статьи (см. ниже).*

3.2. Рекомендации к оформлению списка литературы

Библиографические ссылки в русскоязычных статьях должны выполняться в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 (русскоязычный вариант вместе с зарубежными источниками).

Список приводится в порядке цитирования после текста статьи. Ссылки в русскоязычной версии статьи даются на языке оригинала. Правила описания одинаковы для всех источников, отечественных и иностранных.

Тире между частями описания в библиографических ссылках отсутствует (это допускается ГОСТ Р 7.0.5-2008). Все ссылки должны быть оформлены единообразно: только с точкой, без тире между частями описания. Двойной косой чертой отделяется описание более крупного документа, на фрагмент которого ссылаются. Перед двойной косой чертой // точка не ставится. Пробелы до и после // обязательны.

Примеры оформления ссылок и приставных списков литературы в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления».

Статья – 1–3 автора

Иванюшкин А.Я. В защиту модели коллективных электронов в твердом теле // Проблемы теории проводимости в твердых телах. 2004. № 4. С. 52–56.

Статья – 4 и более авторов

Модели звезд главной последовательности / Иванова А.Е., Семенова В.Г., Гаврилова Н.С., Евдокушкина Г.Н., Гаврилов Л.А., Девиченская М.Н. // Астрофизика звезд. 2003. № 1. С. 17–26.

Книга 1–3 авторов

Шевченко Ю.Л., Шихвердиев Н.Н., Оточкин А.В. Прогнозирование в астрофизике. СПб.: Питер, 1998. 200 с.

Книга, имеющая более трёх авторов

Современная астрофизика / Михеев А.А., Ключев В.М., Ардашев В.Н., Шихвердиев Н.Н., Оточкин А.В. Казань: КФУ, 1999. 113 с. Современные тенденции в подготовке астрономов в России 1965–1994 / Милле Ф., Школьников В.М., Эртриш В., Вален Ж. М.: 1996. 140 с.

Диссертация

Кудрявцев Ю.Н. Некоторые исторические аспекты развития физики: Дис. ... д-ра ист. наук. М., 2003. 345 с.

Автореферат

Белопухов В.М. Механизмы эволюции звезд с современной точки зрения: Автореф. дис. ... д-ра физ.- мат. наук. Казань, 1991. 29 с.

Тезисы доклада 1–3 автора

Бокерия Л.А. Гравитационный коллапс и его особенности // Тезисы докладов IV Всероссийской астрофизической конференции. М., 1998. С. 5.

Тезисы доклада – 4 и более авторов

Особенности эволюции черных дыр / Шевченко Ю.Л., Виллер А.Г., Белевитин А.Б., Шихвердиев Н.Н., Оточкин А.В. // Тезисы докладов IV Всероссийской астрофизической конференции. М., 1998. С. 71.

Переводное издание – 1–3 автора

Кэмпбелл В.Ф. Международные исследования в области астрофизики. [Пер. с англ.] М.: Наука, 1997. 87 с.

Раздел книги – 4 и более авторов

Использование теории относительности на Марсе / В.И. Стародубов, А.Е. Иванова, В.Г. Семенова, Г.Н. Евдокушкина // Теория относительности на Марсе [Под ред. В.И. Стародубова, Ю.В. Михайловой, А.Е. Ивановой]. М.: Наука, 2003. С. 26–84.

Раздел отдельного тома многотомного издания, написанный одним, двумя или тремя авторами

Аверин Р.С. Особенности поведения плазмы в Солнце // Поведение плазмы в звездах: Руководство для студентов: В 4 т. [Под ред. Е.И. Сидорова]. М.: Наука, 1992. Т. 2. С. 119–136.

Издание, не имеющее индивидуального автора

Каталог звезд. М.: Госкомстат России, 1996. 557 с.

Ссылки на электронные ресурсы

Для обозначения электронного адреса используют аббревиатуру «URL» (Uniform ResourceLocator – унифицированный указатель ресурса). Затем идет собственно электронный адрес представлен-

ный таким образом, чтобы пройдя по нему можно было сразу попасть на цитируемый источник, а не только на сайт, на котором он размещён.

Обязательно указывается и дата обращения к ресурсу.

Например.

[1] Доклад о состоянии образования в мире, 2007 г. URL: http://www.who.int/whr/2007/whr07_ru.pdf (дата обращения: 15.05.2008).

[2] Иванова А.Е. Проблемы гравитационных аномалий в регионах Центрального федерального округа // Аспекты аномалий: электронный журнал, 2008. №2. URL: <http://vestnik.mednet.ru/content/view/54/30/> (дата обращения: 19.09.2008).

[3] D'Addato A.V. Secular trends in twinning rates // Journal of biosocial science. 2007. vol. 39. P. 147–151. doi:10.1017/s0021932006001337

Англоязычная часть материалов (рекомендации по транслитерации)

Произвольный выбор транслитерации неизбежно приводит к многообразию вариантов представления фамилии одного автора и в результате затрудняет его идентификацию и объединение данных о его публикациях и цитировании под одним профилем (идентификатором – ID автора).

Представление русскоязычного текста (кириллицы) по различным правилам транслитерации (или вообще без правил) ведет к потере необходимой информации в аналитической системе SCOPUS и др. БД.

Более подробные рекомендации см. в материале О.В. Кирилловой, который мы настоятельно рекомендуем прочитать всем авторам.

3.2.1. Название статьи (на английском)

В переводе заглавий статей на английский язык не должно быть никаких транслитераций с русского языка, кроме непереводаемых названий собственных имен, приборов и др. объектов, имеющих собственные названия; также не используется непереводаемый сленг, известный только русскоговорящим специалистам.

Это также касается авторских резюме (аннотаций) и ключевых слов.

3.2.2. ФИО автора (-ов) (на английском)

Фамилии авторов статей представляются на русском языке и в романском алфавите (латиница). На сайте www.translit.ru можно бесплатно воспользоваться программой транслитерации русского текста в латиницу.

Последовательность: на сайте выбираем стандарт BGN. Окошко переключения между стандартами размещается справа над строкой с буквами алфавита. До помещения текста в рабочее поле и до начала транслитерации убедитесь, что выбрали именно стандарт BGN. Помещаем фамилии авторов в рабочее поле и нажимаем кнопку «в транслит».

3.2.3. Список литературы (на английском)

Правильное описание используемых источников в списках литературы является залогом того, что цитируемая публикация будет учтена при оценке научной деятельности ее авторов, следовательно (по цепочке) – организации, региона, страны. По цитированию журнала определяется его научный уровень, авторитетность, эффективность деятельности его редакционного совета и т.д. Из чего следует, что наиболее значимыми составляющими в библиографических ссылках являются фамилии авторов и названия журналов. **Причем для того, чтобы все авторы публикации были учтены в системе, необходимо в описание статьи вносить всех авторов, не сокращая их тремя, четырьмя и т.п.** Заглавия статей в этом случае дают дополнительную информацию об их содержании и в аналитической системе не используются, поэтому они могут опускаться.

Для русскоязычных статей из журналов, сборников, конференций необходимо использовать следующую структуру библиографической ссылки (рекомендуем использовать библиографический стандарт Chicago: <http://www.bibme.org/citationguide/Chicago/book>):

Авторы (транслитерация), название источника (транслитерация), выходные данные на английском языке, либо только цифровые.

Описание книг:

Last Name, First Name. Title of Book. Publisher City: Publisher Name, Year Published. PageNumbers.
Автор1, Автор2. Название книги. Город издания: Издательство, Год издания. Страницы.

Описание журналов, сборников:

Last Name, First Name. Journal Name Volume Number, Issue Number (Year Published): Page Numbers.

Автор1, Автор2. Название журнала Номер тома, Номер выпуска (Год издания): Страницы.

Ссылки на публикации в журналах, сборниках, материалах конференций необходимо указывать без их заглавий.

Название источника (в транслитерации), независимо от того, журнал это, монография, сборник статей или название конференции, выделяется курсивом. Дополнительная информация – перевод на английский язык названия источника приводится в [квадратных] скобках шрифтом, используемым для всех остальных составляющих описания.

Для описания книг (монографий, учебников и т.п.) указывается, сколько всего страниц (235 р.), статей – диапазон страниц или одна страница (pp. 220–222).

Необходимо в описание статьи вносить всех авторов, не сокращая их тремя, четырьмя и т.п.

Например.

Zagurenko A.G., Korotovskikh V.A., Kolesnikov A.A., Timonov A.V., Kardymon D.V. *Neftyanoe khozyaistvo – OilIndustry*, no.11 (2008): 54–57.

Dyachenko V.D., Krivokolysko S.G., Nesterov V.N., Litvinov V.P. *Khim. Geterotsikl. Soedin.*, no. 9 (1996): 1243.

Такая ссылка позволяет проводить анализ по авторам и названию журнала, что и является ее главной целью.

Ни в одном из зарубежных стандартов на библиографические записи не используются разделительные знаки, применяемые в российском ГОСТе («//» и «-»).

При составлении списков литературы для зарубежных БД важно понимать, что чем больше будут ссылки на российские источники соответствовать требованиям, предъявляемым к иностранным источникам, тем легче они будут восприниматься системой. И чем лучше в ссылках будут представлены авторы и названия журналов (и других источников), тем точнее будут статистические и аналитические данные о них в системе SCOPUS.

Статьи из электронных журналов описываются аналогично печатным изданиям с дополнением данных об адресе доступа.

Пример описания статьи из электронного журнала:

Swaminathan V., Lepkoswka-White E., Rao B.P., *Journal of Computer-Mediated Communication*, 1999, Vol. 5, No. 2, available at: www.ascusc.org/jcmc/vol5/issue2/

Материалы конференций:

Usmanov T.S., Gusmanov A.A., Mullagalin I.Z., Muhametshina R.Ju., Chervyakova A.N., Sveshnikov A.V. *Trudy 6 Mezhdunarodnogo Simpoziuma «Novye resursosberegayushchie tekhnologii nedropol'zovaniya I povysheniya neftegazootdachi»* (Proc. 6th Int. Technol. Symp. «New energy saving subsoil technologies and the increasing of the oil and gas impact»). Moscow, 2007, pp. 267–272.

Главное в описаниях конференций – название конференции на языке оригинала (в транслитерации, если нет ее английского названия), выделенное курсивом. В скобках дается перевод названия на английский язык. Выходные данные (место проведения конференции, место издания, страницы) должны быть представлены на английском языке.

Книги (монографии, сборники, материалы конференций в целом):

Belaya kniga po nanotekhnologiyam: issledovaniya v oblasti nanochastits, nanostruktur i nanokompozitov v Rossiiskoi Federatsii (po materialam Pervogo Vserossiiskogo soveshchaniya uchenykh, inzhenerov i proizvoditelei v oblasti nanotekhnologii) [White Book in Nanotechnologies: Studies in the Field of Nanoparticles, Nanostructures and Nanocomposites in the Russian Federation: Proceedings of the First All-Russian Conference of Scientists, Engineers and Manufacturers in the Field of Nanotechnology]. Moscow, LKI, 2007.

Nenashev M.F. *Poslednee pravitel'tvo SSSR* [Last government of the USSR]. Moscow, Krom Publ., 1993. 221 p.

From disaster to rebirth: the causes and consequences of the destruction of the Soviet Union [Ot katastrofy k vrozozhdeniju: prichiny i posledstviya razrusheniya SSSR]. Moscow, HSE Publ., 1999. 381 p.

Kanevskaya R.D. *Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskikh protsessov razrabotki mestorozhdenii uglevodorodov* (Mathematical modeling of hydrodynamic processes of hydrocarbon deposit development). Izhevsk, 2002. 140 p.

Ссылка на Интернет-ресурс:

Apa Style (2011), Available at: <http://www.apastyle.org/apa-style-help.aspx> (accessed 5 February 2011).

Pravila Tsitirovaniya Istochnikov (Rules for the Citing of Sources) Available at: <http://www.scribd.com/doc/1034528/> (accessed 7 February 2011)

Как видно из приведенных примеров, чаще всего, **название источника, независимо от того, журнал это, монография, сборник статей или название конференции, выделяется курсивом**. Дополнительная информация – перевод на английский язык названия источника приводится в квадратных или круглых скобках шрифтом, используемым для всех остальных составляющих описания.

Из всего выше сказанного можно сформулировать следующее краткое резюме в качестве рекомендаций по составлению ссылок в романском алфавите в англоязычной части статьи и приставной библиографии, предназначенной для зарубежных БД:

1. Отказаться от использования ГОСТ 5.0.7. Библиографическая ссылка;
2. Следовать правилам, позволяющим легко идентифицировать 2 основных элемента описаний: авторов и источник.
3. Не перегружать ссылки транслитерацией заглавий статей, либо давать их совместно с переводом.
4. Придерживаться одной из распространенных систем транслитерации фамилий авторов, заглавий статей (если их включать) и названий источников.
5. При ссылке на статьи из российских журналов, имеющих переводную версию, лучше давать ссылку на переводную версию статьи.

3.2.4. Шаблон статьи (структура в LaTeX2e)

Рекомендуемый шаблон структуры статьи в LaTeX2e прикладывается к данным правилам как Shablon.tex

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1.

Лицензионный договор о передаче права на публикацию (издательский лицензионный договор)

Мы, нижеподписавшиеся, авторы рукописи _____, предоставляем редколлегии, учредителям и издателю журнала «Пространство, время и фундаментальные взаимодействия» безвозмездную простую (неисключительную) лицензию на публикацию этой рукописи статьи как в печатной, так и в электронной версиях журнала, в т.ч. в его англоязычном варианте.

Мы подтверждаем, что данная публикация не нарушает интеллектуальных прав других лиц или организаций.

Подписи авторов: _____
(ф. и. о., ученая степень, дата)

Письмо должна быть подписана всеми авторами. В случае нескольких авторов указывается фамилия автора, ответственного за переписку с редакцией.

Примечание.

Подписи авторов должны быть отсканированы и вставлены в договор. Подписи должны быть синего цвета. Черный цвет не допускается.