ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Движение в инерциальной системе отсчета. Законы динамики Ньютона.

Масса – скаляр, мера инерции, т.е. сопротивления внешнему воздействию.

Сила – вектор, мера механического действия, причина изменения скорости.

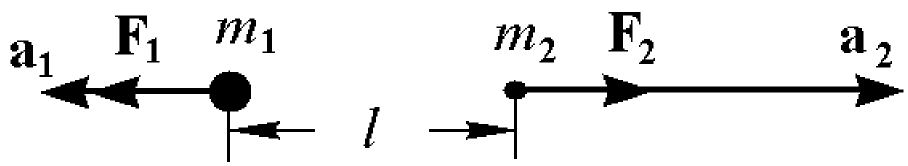
- **Первый закон Ньютона** – закон инерции, движение по инерции.
- **Второй закон Ньютона** – ускорение м.т. пропорционально приложенной силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе тела:

$$\boxed{\mathbf{a}=\frac{\mathbf{F}}{m}},\quad \boxed{\dot{\mathbf{v}}=\frac{\mathbf{F}}{m}}\ \text{или}\ \boxed{\ddot{\mathbf{r}}=\frac{\mathbf{F}}{m}},\quad \boxed{\frac{\mathrm{d}^2\mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathbf{F}}{m}};\qquad \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{1}{m}F_x(x,y,z,t),\ \ldots$$

$$a_x = F_x/m,\ a_y = F_y/m,\ a_z = F_z/m;$$

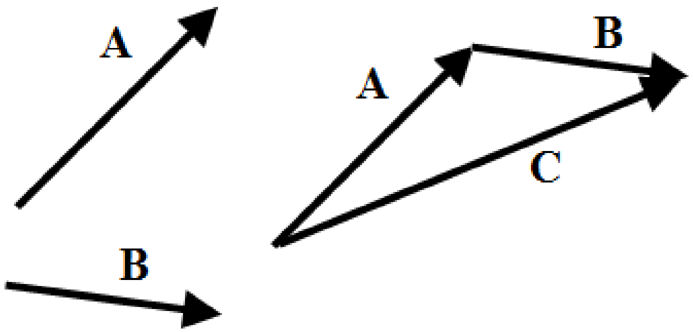
- **Третий закон Ньютона** – равенство действия и противодействия:

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad \text{и} \quad F_1 = F_2: \qquad m_1 > m_2 \rightarrow a_1 < a_2$$

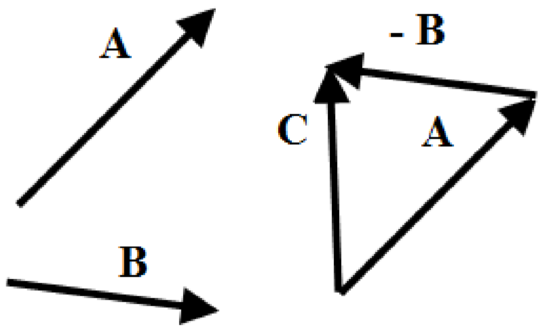


Действия над векторами

Сложение векторов **A** и **B**: **A + B = C**



Разность векторов **A** и **B**: **A - B = C**

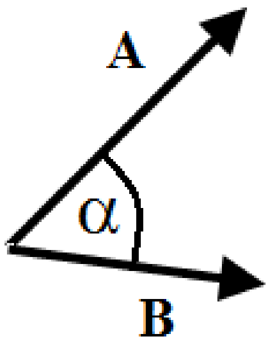


Произведение векторов **A** и **B**

Скалярное произведение:

$\mathbf{AB} = (\mathbf{AB}) = A\cdot B\cdot\cos\alpha = C$

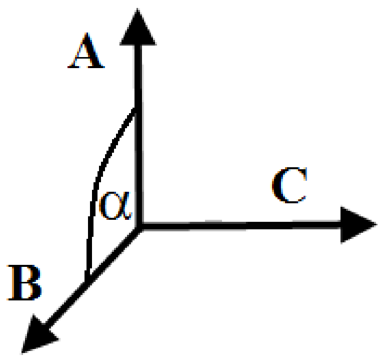
(C – скалярная величина).



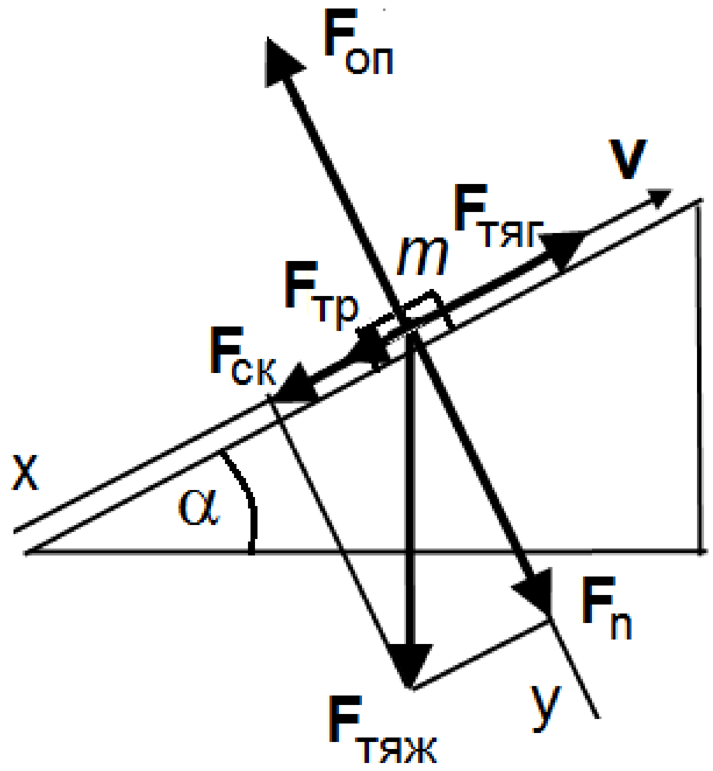
Векторное произведение:

$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = [\mathbf{AB}] = \mathbf{C}$, $\mathbf{C}\perp\mathbf{A}$, $\mathbf{C}\perp\mathbf{B}$,

$C = A\cdot B\cdot\sin\alpha$.



Силы на наклонной плоскости



Обозначения:

m – масса тела (материальной точки),

$\mathbf{F}_{тяж} = m\mathbf{g}$ – сила тяжести,

$\mathbf{F}_{n}$ – сила нормального давления,

$\mathbf{F}_{ск} = \mathbf{F}_{\tau}$ – скатывающая сила,

$\mathbf{F}_{тр}$ – сила трения скольжения,

$\mathbf{F}_{тяг}$ – сила тяги,

$\mathbf{F}_{оп} = \mathbf{N}$ – сила реакции опоры,

$\mathbf{v}$ – скорость.

Соотношения между векторами:

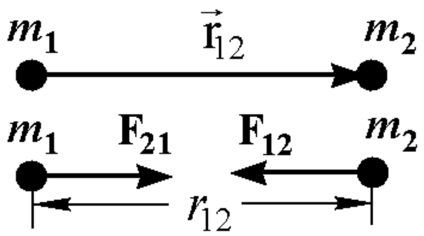
$\mathbf{v} = \mathrm{const}$,

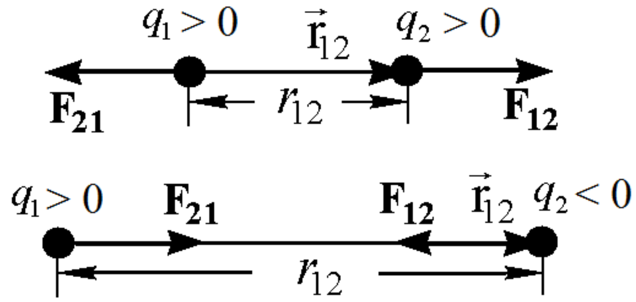
$\mathbf{F}_{тяж} = \mathbf{F}_{ск} + \mathbf{F}_{n}$,

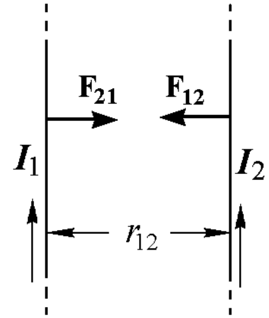
$\mathbf{F}_{тяг} = -(\mathbf{F}_{ск} + \mathbf{F}_{тр})$,

$\mathbf{F}_{оп} = -\mathbf{F}_{n}$.

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ВИДЫ СИЛ







Сила гравитационного притяжения (закон всемирного тяготения)

$$\mathbf{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\mathbf{r}_{12}, \quad \left(\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}\right), \quad F_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}, \text{ где } G = 6{,}672\cdot 10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Сила электростатического взаимодействия (закон Кулона):

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\mathbf{r}_{12}, \quad \left(\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}\right), \quad F_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\cdot 9\cdot 10^9}\,\frac{\text{Ф}}{\text{м}}$$

Сила Ампера, магнитная сила взаимодействия:

$$F_{\text{ед}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2 I_1 I_2}{r_{12}}, \quad \mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \text{Гн/м}$$

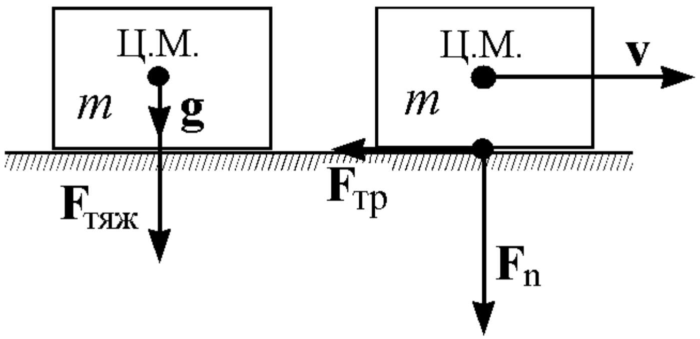
ПРИМЕРЫ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВИДОВ СИЛ

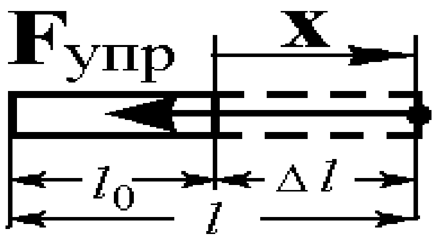
Однородная сила тяжести $\mathbf{F}_{тяж}$: $\mathbf{F}_{тяж} = m\,\mathbf{g}$ $(\vec{F}_{тяж} = m\,\vec{g})$, $F_{тяж} = m\,g$ $(g = 9{,}8$ м/с$^2)$

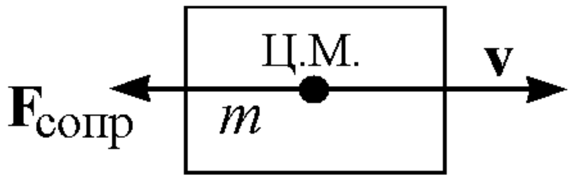
Сила трения скольжения $\mathbf{F}_{тр}$: $\vec{F}_{тр} = -k\,F_n \dfrac{\vec{v}}{v}$, $F_{тр} = k\,F_n$.

Сила упругости (упругая сила) $\mathbf{F}_{упр}$: $\mathbf{F}_{упр} = -\,k\,\mathbf{x}$,

Сила сопротивления среды: $\mathbf{F}_{сопр} = \mathbf{F}_{вяз} = -\,æ\,\mathbf{v}$.

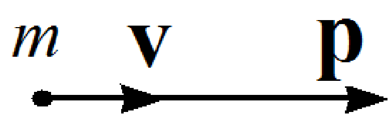






ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА.

$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m$, $\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m(\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t) = \mathrm{d}(m\mathbf{v})/\mathrm{d}t$, $\boxed{\mathbf{p} = m\mathbf{v}}$,



$\boxed{\mathrm{d}\mathbf{p}/\mathrm{d}t = \mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i \text{ - 2 закон Ньютона}}$,

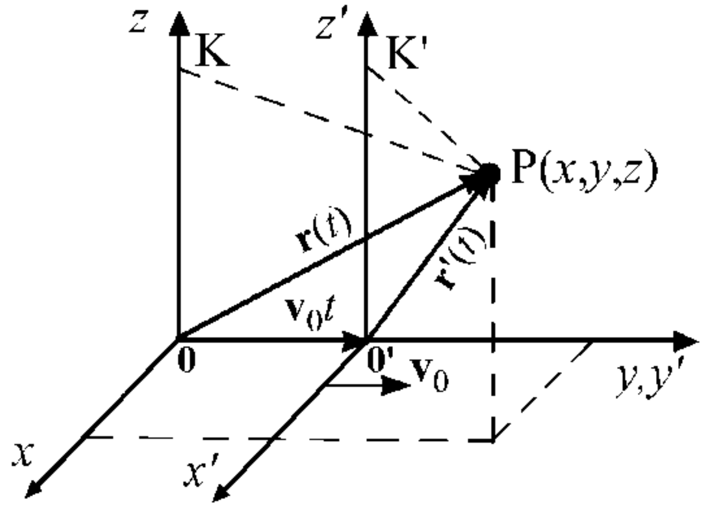
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ ГАЛИЛЕЯ.

В инерциальных системах отсчета

$$\mathbf{r}\,(t) = \mathbf{r}'\,(t) + \mathbf{v}_0\cdot t$$

$$x\,(t) = x'\,(t) + v_{0x}\cdot t,\;\; y\,(t) = y'\,(t) + v_{0y}\cdot t,\;\; z\,(t) = z'\,(t) + v_{0z}\cdot t.$$

Найдем связь между скоростями **v'** и **v**:



$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left(\mathbf{r}' + \mathbf{v}_0\cdot t\right)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}'}{\mathrm{d}t} + \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}' + \mathbf{v}_0\,.$$

Продифференцируем выражение **v** = **v'** + $\mathbf{v}_0$ по времени:

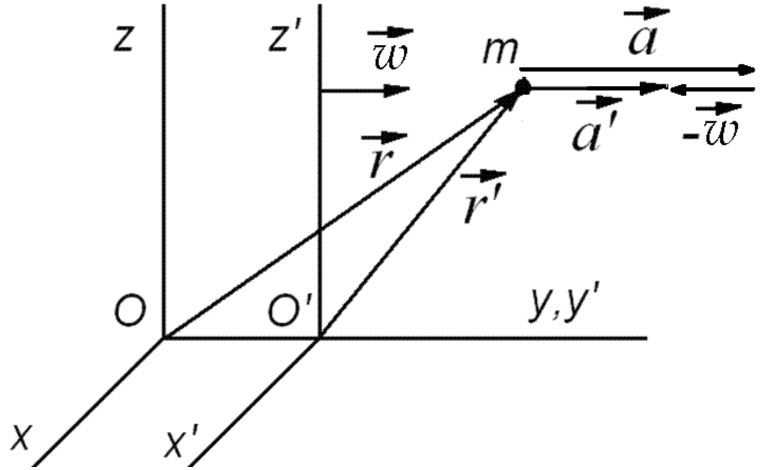
$$\boxed{\mathbf{a}' = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{a}},$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}, \qquad m\mathbf{a}' = m\mathbf{a}, \qquad \mathbf{F}' = \mathbf{F}$$

УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ В НЕИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Система OXYZ – инерциальная, $\vec{w}$ - ускорение НСО

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{w}.$$



Умножим на массу *m*:

$$m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{a}\,' + m \cdot \vec{w}.$$

Произведение $m \cdot \vec{a}$ равно силе $\vec{F}$ в ИСО. По формальному признаку слагаемое $m \cdot \vec{a}\,'$ играет роль силы в НСО. Сделаем замены: $m \cdot \vec{a} = \vec{F}$ и $m \cdot \vec{a}\,' = \vec{F}\,'$. Тогда вместо $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{a}\,' + m \cdot \vec{w}$ имеем: $\vec{F} = \vec{F}\,' + m \cdot \vec{w}$ или $\vec{F}\,' = \vec{F} - m \cdot \vec{w}$.

$$\boxed{\vec{a}\,' = \frac{1}{m}\vec{F}\,',}$$ где $\vec{F}\,' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}$ и $\vec{F}_{\text{ин}} = -m \cdot \vec{w}$.

ЦЕНТРОБЕЖНАЯ СИЛА ИНЕРЦИИ

$$\boxed{a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R} \quad \text{и} \quad \boxed{F_{\text{цс}} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R},$$

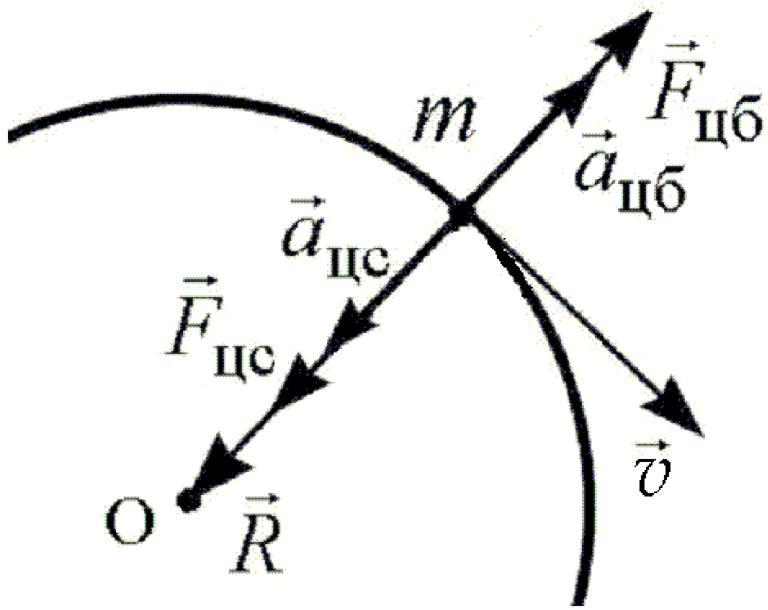
$$\vec{a}_{\text{цс}} = \omega^2 \vec{R} \quad \text{и} \quad \vec{F}_{\text{цс}} = m\omega^2 \vec{R}.$$

НСО м.т. покоится $\vec{a}\,' = 0$ и $\vec{F}\,' = 0$:

$$\vec{F}\,' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}} = \vec{F}_{\text{цс}} + \vec{F}_{\text{ин}} = 0.$$

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -\vec{F}_{\text{цс}}.$$

$$\vec{F}_{\text{цб}} = -\vec{F}_{\text{цс}} = -m\omega^2 \vec{R} = -\frac{mv^2}{R^2}\vec{R}.$$

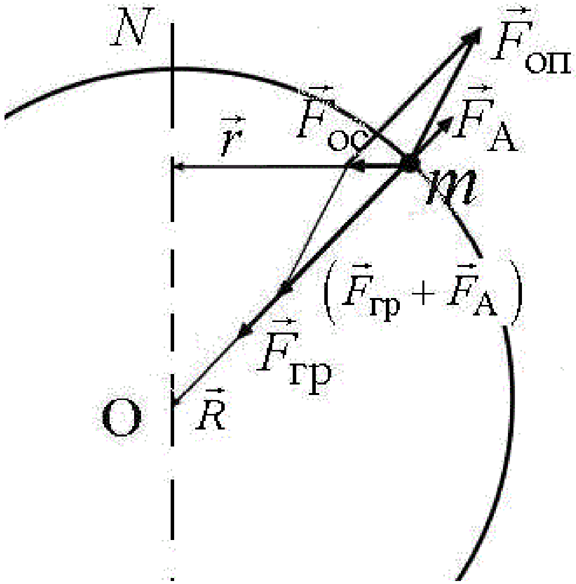


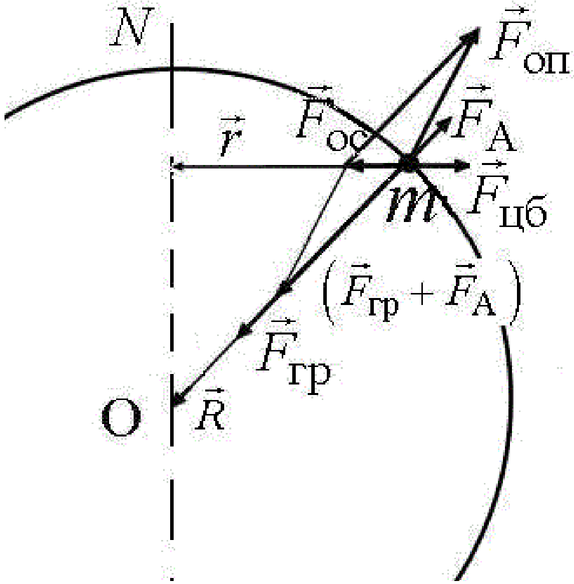
СИЛЫ ТЯГОТЕНИЯ, ТЯЖЕСТИ И ВЕСА НА ЗЕМЛЕ

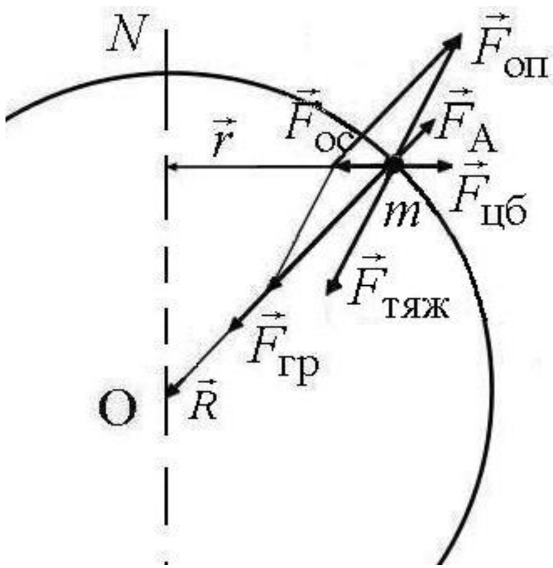
$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{гр}} + \vec{F}_{\text{А}} + \vec{F}_{\text{оп}} = \vec{F}_{\text{ос}}\,.$$

$$\vec{F}_{\text{ос}} = m\omega^2\vec{r}\,, \qquad \vec{F}_{\text{гр}} = G\frac{M\cdot m}{R^3}\vec{R} \qquad \text{и} \qquad \vec{F}_{\text{А}} = -G\frac{M\cdot m'}{R^3}\vec{R}\,,$$

$$\vec{F}_{\text{оп}} = \vec{F} - \left(\vec{F}_{\text{гр}} + \vec{F}_{\text{А}}\right) = \vec{F}_{\text{ос}} - \left(\vec{F}_{\text{гр}} + \vec{F}_{\text{А}}\right); \qquad \vec{a}\,' = \frac{1}{m}\vec{F}\,' = \frac{1}{m}\left(\vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}\right) = \frac{1}{m}\left(\vec{F}_{\text{ос}} + \vec{F}_{\text{ин}}\right)$$







,

$$a'=0,\; \vec{F}_{\text{ос}} + \vec{F}_{\text{ин}} = 0,\; \vec{F}_{\text{ин}} = \vec{F}_{\text{цб}} = -\vec{F}_{\text{ос}},\; \vec{F}_{\text{тяж}} = \vec{F}\,' - \vec{F}_{\text{оп}} = 0 - \vec{F}_{\text{оп}} = -\vec{F}_{\text{оп}},\; \vec{P} = \vec{F}_{\text{тяж}}.$$

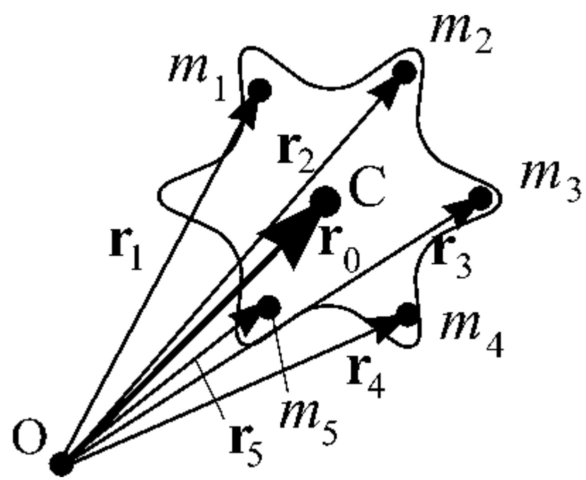
ЦЕНТР МАСС

$$\mathbf{r}_0 = (\textstyle\sum_i m_i\,\mathbf{r}_i) / \sum_i m_i = (\sum_i m_i\,\mathbf{r}_i) / m \quad \text{или}\ \mathbf{r}_0 = (\int_m \mathbf{r}\,\mathrm{d}m) / m.$$

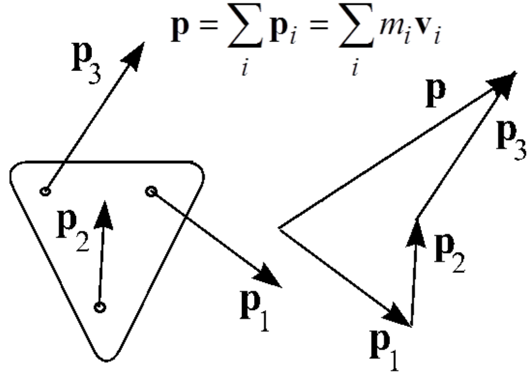
$$\ddot{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{a}_0 = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\Big(\frac{1}{m}\sum_i m_i\mathbf{r}_i\Big) = \frac{1}{m}\Big(\sum_i m_i\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\mathbf{r}_i\Big) = \frac{1}{m}\sum_i m_i\ddot{\mathbf{r}}_i = \frac{1}{m}\sum_i m_i\mathbf{a}_i$$

$$\mathbf{a}_0 = \frac{1}{m}\sum_i(\mathbf{F}_i + \mathbf{f}_i) = \frac{1}{m}\sum_i\mathbf{F}_i + \frac{1}{m}\sum_i\mathbf{f}_i = \frac{1}{m}\sum_i\mathbf{F}_i = \frac{1}{m}\mathbf{R}$$

<u>Вывод</u>: формулой $\mathbf{a}_0 = \mathbf{R}/m$ задается уравнение динамики центра масс, где $\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{R}$ – результирующая всех внешних сил и m – масса тела. В том случае, если $\mathbf{R}$ равно нулю, то центр масс движется прямолинейно и равномерно (без ускорения). При этом остальные точки тела могут двигаться (с ускорением) по окружности около оси, проходящей через центр масс, и тело в целом совершать вращательное движение около центра масс.



$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\sum_i(\mathbf{f}_i+\mathbf{F}_i)=\sum_i\mathbf{f}_i+\sum_i\mathbf{F}_i=0+\mathbf{R}=\mathbf{R}\text{, где }\sum_i\mathbf{f}_i=0,$$

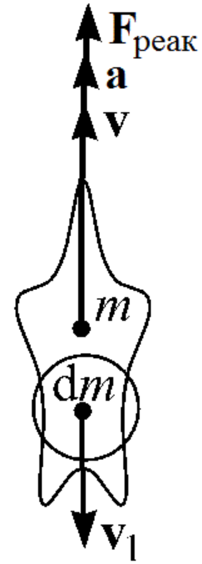


$\mathbf{R}=\sum_i\mathbf{F}_i$, $\mathbf{f}_i$ – внутренние силы и $\mathbf{F}_i$ – внешние силы

Если **R** = 0, то $\frac{d\mathbf{p}}{dt}=0$, $d\mathbf{p}=0$ и $\boxed{\mathbf{p}=\mathrm{Const}}$.

Вариация импульса d**p** равна импульсу силы **R**d*t*:

$\mathbf{R}\neq 0$, то $\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{R}$ и $\boxed{d\mathbf{p}=\mathbf{R}dt}$



РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ: $d\mathbf{p}=\mathbf{v}dm+md\mathbf{v}=\mathbf{R}dt+\mathbf{v}_1dm$,

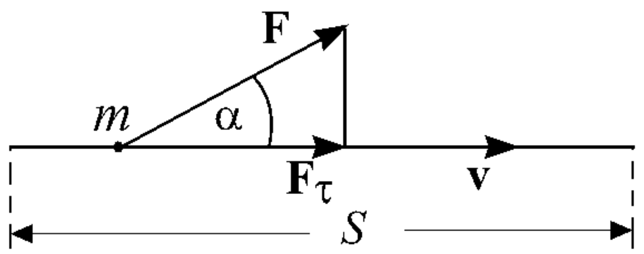
$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=m\cdot\mathbf{a}=\mathbf{R}+\mathbf{v}_1\frac{dm}{dt}-\mathbf{v}\frac{dm}{dt}=\mathbf{R}+(\mathbf{v}_1-\mathbf{v})\frac{dm}{dt}=\mathbf{R}+\mathbf{u}\frac{dm}{dt},$$

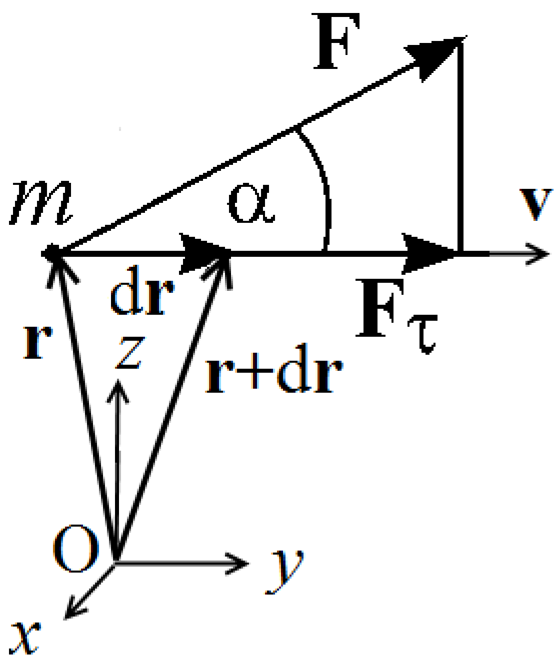
$$\mathbf{a}=\frac{1}{m}\left(\mathbf{R}+\mathbf{u}\frac{dm}{dt}\right)=\frac{\mathbf{F}}{m},\ \mathbf{u}\frac{dm}{dt}=\mathbf{F}_{\text{реакт}},\ \mathbf{F}=\mathbf{R}+\mathbf{F}_{\text{реакт}},$$

ФОРМУЛА ЦИОЛКОВСКОГО: $\boxed{v=v_0+u\ln\frac{m_0}{m}}$, если R = 0 и **u** = const.

РАБОТА, МОЩНОСТЬ, ЭНЕРГИЯ, ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

$A = F_\tau \cdot S = F \cdot S \cdot \cos\alpha$ при $\mathbf{F} = \mathrm{const}$

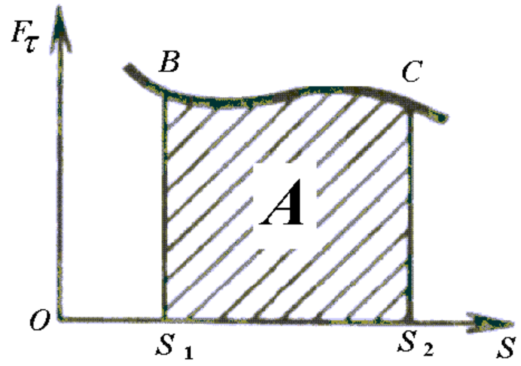




$$\delta A = \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = F_\tau \cdot \mathrm{d}r = F\cdot\cos\alpha\cdot \mathrm{d}r = F_\tau \cdot \mathrm{d}r$$

$$\delta A = \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = F_x \cdot \mathrm{d}x + F_y \cdot \mathrm{d}y + F_z \cdot \mathrm{dz}$$

$$A = \int_{S_1}^{S_2} \mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = \int_{S_1}^{S_2} F_\tau \cdot \mathrm{d}r = \int_{S_1}^{S_2} F_\tau \cdot \mathrm{d}S.$$



$$N = \frac{\delta A}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathbf{F}\cdot \mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}\,\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} = F\cdot\cos\alpha\cdot \upsilon = F_\tau \cdot \upsilon$$

$$\Delta A = \int_{t_1}^{t_2} N\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\,\mathbf{v}\,\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} F\cdot\cos\alpha\cdot \upsilon\cdot \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} F_\tau \cdot \upsilon \cdot \mathrm{d}t.$$

Энергией называется физическая величина, характеризующая **способность** тела или системы тел **совершить работу** при определенных условиях. **Механическая энергия** – энергия механического движения (**кинетическая** энергия) и механического взаимодействия тел (**потенциальная** энергия).

$\mathrm{d}\,W_\mathrm{К} = -\,\delta A = -F\cdot\mathrm{d}S = -F\cdot v\cdot\mathrm{d}t = -m\cdot(\mathrm{d}v/\mathrm{d}t)\cdot v\cdot\mathrm{d}t = -m\cdot v\cdot\mathrm{d}v = \mathrm{d}\,(-mv^2/2)$.

$$W_\mathrm{К} = \int_v^0 \mathrm{d}\left(-\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{mv^2}{2} \;\rightarrow\; W_\mathrm{К} = f(v),\text{ но } W_\Pi = f(\mathbf{r}).$$

Тело, предоставленное самому себе, может совершить работу над внешними телами за счет убыли его потенциальной энергии или увеличить свою кинетическую энергию, если в ближайшем окружении нет других тел:

$$-\,\mathrm{d}W_\Pi = \delta A \text{ или } -\,\mathrm{d}W_\Pi = \mathrm{d}W_\mathrm{К}.$$

$$\Delta W_\mathrm{К} = -\,\Delta W_\Pi \text{ или } W_\mathrm{К}(t) - W_\mathrm{К}(0) = W_\Pi(0) - W_\Pi(t),$$

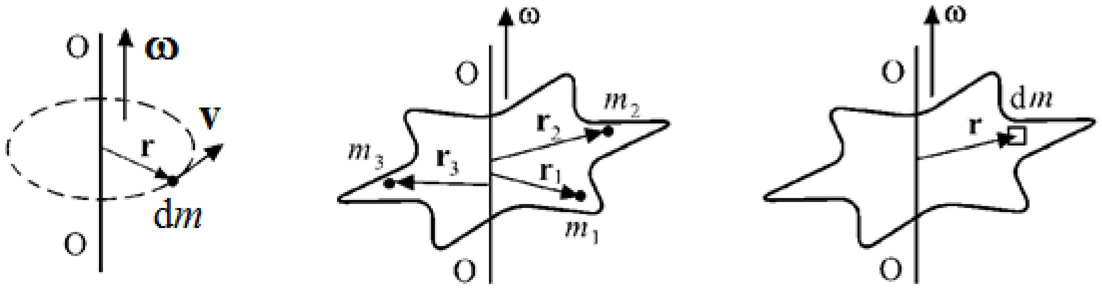
$$\boxed{W = W_\mathrm{К}(0) + W_\Pi(0) = W_\mathrm{К}(t) + W_\Pi(t) = \mathrm{Const}} \text{ и } \Delta W = 0.$$

УПРУГИЙ УДАР → $\mathbf{\Delta p = 0}$ и $\Delta W = 0$

НЕУПРУГИЙ УДАР → $\mathbf{\Delta p = 0}$ и $\Delta W \neq 0$

ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинетическая энергия вращающегося тела. Момент инерции



$$dW_K = dm \cdot v^2 / 2 = dm \cdot (\omega \cdot r)^2 / 2 = (r^2 \cdot dm) \cdot \omega^2 / 2 = dI \cdot \omega^2 / 2.$$

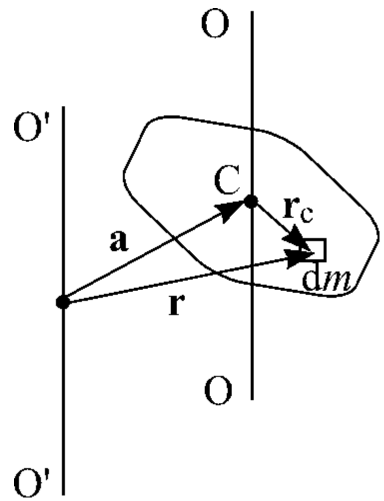
$$W_K = \int dW_K = (\int dI) \cdot \omega^2/2 = I \cdot \omega^2/2,$$

$$I = m\, r^2, \;\; I = \sum_i I_i = \sum_i m_i\, r_i^{\,2} \;\; \text{или} \;\; I = \int dI = \int_m r^2\, dm,$$

Теорема Гюйгенса-Штейнера

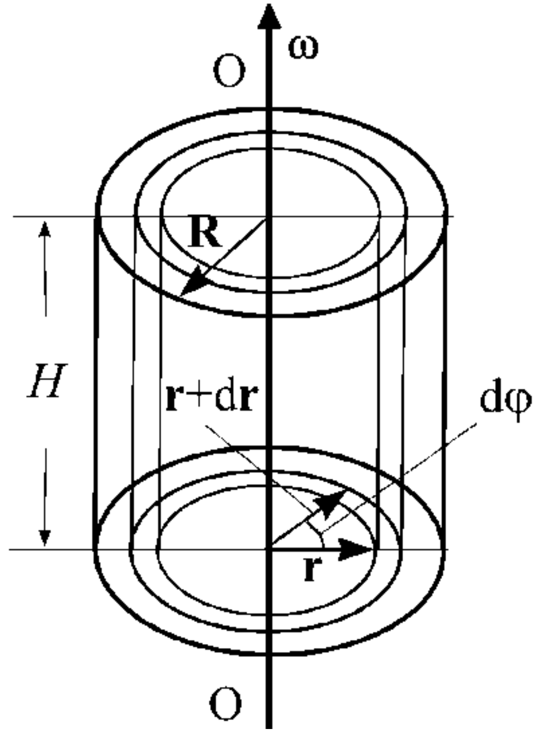
Момент инерции тела I относительно произвольной оси O'O' равен моменту инерции I_0 этого тела относительно оси OO, проходящей через центр масс C параллельно данной оси, плюс произведение массы тела m на квадрат расстояния a между осями:

$$I = I_0 + m\, a^2.$$



Пример вычисления момента инерции

Однородный цилиндр. Ось вращения совпадает с осью цилиндра. Радиус основания R, высота H, масса m и плотность вещества $\rho = \mathrm{d}m/\mathrm{d}V$.



$$I = \int_m r^2\, \mathrm{d}m = \int_V (r^2\, \rho)\, \mathrm{d}V = \int_r \int_\varphi \int_H r^2 \rho r\, \mathrm{d}r\, \mathrm{d}\varphi\, \mathrm{d}H =$$

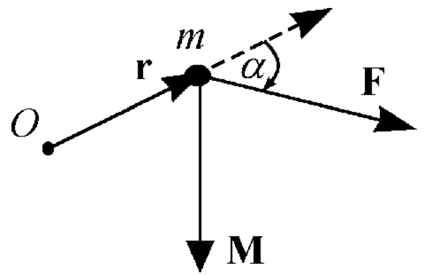
$$= \rho\int_0^R r^3 \mathrm{d}r \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^H \mathrm{d}H = \rho \cdot \frac{1}{4} R^4 \cdot 2\pi \cdot H = \frac{1}{2} R^2 \cdot \pi R^2 H \rho$$

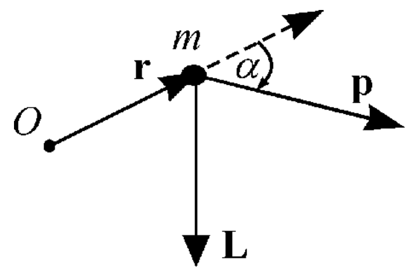
$$I = (½)\, m\, r^2$$

Момент силы – аксиальный вектор **M**, равный векторному произведению радиус-вектора точки приложения силы на вектор силы:

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}\times\mathbf{F} = [\mathbf{r}\ \mathbf{F}] = \mathbf{r}\wedge\mathbf{F}.$$

Направление момента силы определяется по правилу правого винта, и его модуль вычисляется по формуле: $M = rF\sin\alpha$, где α угол между продолжением вектора **r** и вектором **F**.

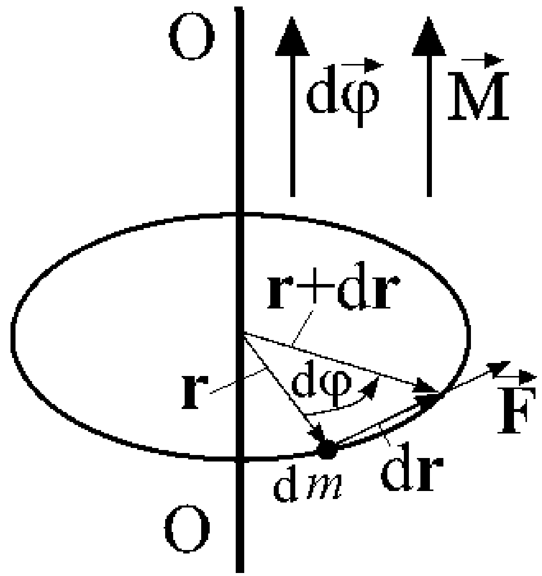




Момент импульса – аксиальный вектор **L**, равный векторному произведению радиус-вектора точки приложения импульса на вектор импульса:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\ \mathbf{p}]\ ,\ L = r\,p\sin\alpha.$$

Основной закон динамики вращательного движения.



Момент силы $\mathbf{M}_i = [\mathbf{r}_i\ \mathbf{F}_i]$ и угол поворота $d\boldsymbol{\varphi}_i$ – аксиальные векторы. Их модули соответственно равны:

$$M_i = r_i F_i \sin\alpha \qquad \text{и} \qquad d\varphi_i = dr_i / r_i.$$

$$\mathbf{a} = d^2\mathbf{r}/dt^2 = \mathbf{F}/m; \quad \boxed{\boldsymbol{\beta} = d^2\boldsymbol{\varphi} / dt^2 = \mathbf{M} / I\ ;}$$

Момент импульса твердого тела:

$$\mathbf{L}_i = [\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i] = [\mathbf{r}_i, m_i\mathbf{v}_i] = m_i\,[\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i] = m_i\,[\mathbf{r}_i, [\boldsymbol{\omega}_i\mathbf{r}_i]]$$

$$= m_i\,\boldsymbol{\omega}_i\,r_i^2 + m_i\,\mathbf{r}_i\,(\mathbf{r}_i\boldsymbol{\omega}_i) = m_i\,r_i^2\boldsymbol{\omega}_i + m_i\,\mathbf{r}_i\cdot 0 = m_i\,r_i^2\boldsymbol{\omega}_i = I_i\,\boldsymbol{\omega}_i.$$

$$\mathbf{L} = \sum_i \mathbf{L}_i = \sum_i I_i\,\boldsymbol{\omega}_i = \left(\sum_i I_i\right)\boldsymbol{\omega} = I\,\boldsymbol{\omega}; \qquad \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d(I\boldsymbol{\omega})}{dt} = I\,\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = I\boldsymbol{\beta} = \mathbf{M};$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M} \quad \rightarrow$$

уравнение моментов + обобщенный закон динамики вращательного движения твердого тела + закон сохранения момента импульса (M=0, **L**=Const**)**