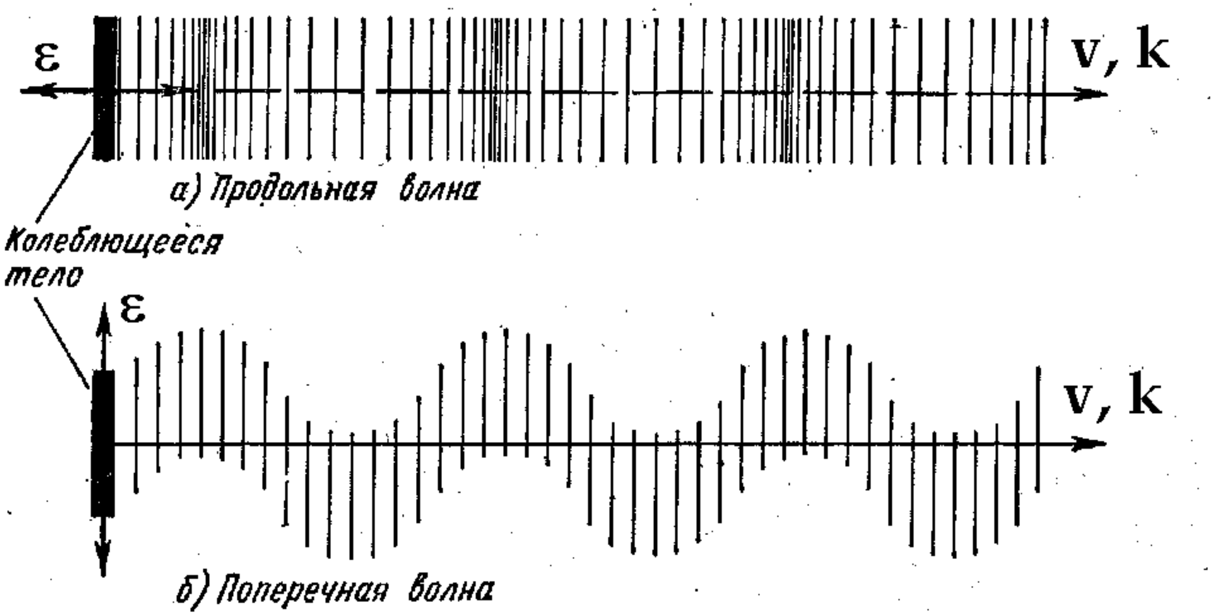
ВОЛНЫ В УПРУГОЙ СРЕДЕ

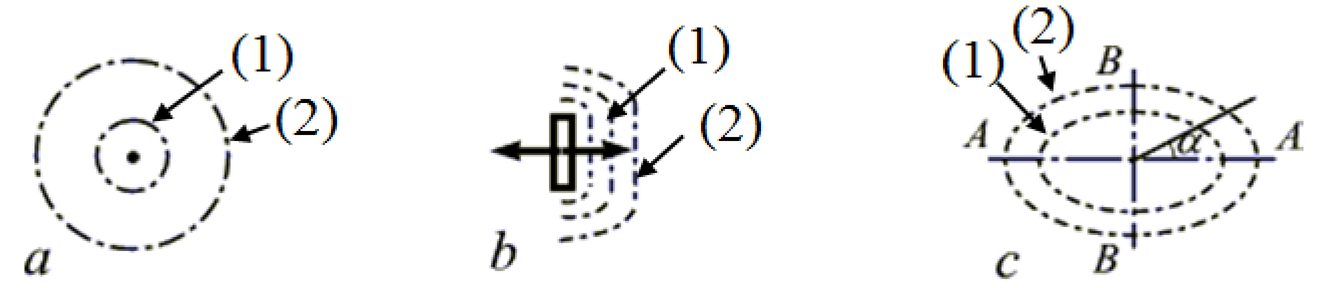
Процесс распространения возмущения (колебаний) в среде называется **волной**.
В **продольных** волнах частицы среды колеблются **вдоль направления** распространения волны.
В **поперечных** волнах – **перпендикулярно направлению** распространения волны.

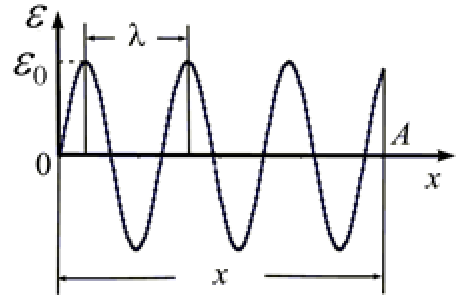
В твердых телах могут быть вызваны и продольные, и поперечные волны. Жидкие и газообразные среды не обладают свойством упругого сдвига, и поэтому в них возбуждаются только продольные волны

Поверхности одинаковой фазы называются **волновыми поверхностями**. Поверхность, до которой доходят колебания в некоторый момент времени, называется **фронтом волны**. В зависимости от формы фронта, волны могут быть сферическими, плоскими и т.д.



Профили волновой поверхности (1) и волнового фронта (2) для а) сферической волны, б) плоской волны и с) эллиптической волны





Вывод формулы (уравнения) плоской волны из формулы колебаний: $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \alpha_0)$,

$\omega = 2\pi/T$ – частота; T – период; ε_0 – амплитуда колебаний;
$(\omega t + \alpha_0)$ – фаза колебаний в точке 0 в начальный момент времени ($t = 0$);
$[\omega(t - x/v) + \alpha_0]$ – фаза колебаний в точке x в момент времени t.

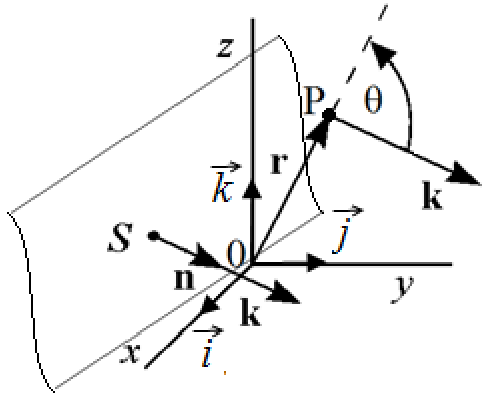
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\left[\omega\left(t - x/v\right) + \alpha_0\right]$$ – формула прямой волны

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos\left[\omega\left(t + x/v\right) + \alpha_0\right]$$ – формула обратной волны

Расстояние λ, пройденное волной (т.е. определенной фазой колебаний) за один период колебаний, называется **длиной волны**. Величины λ, ν, ω, T и v связаны между собой соотношениями:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu, \quad \lambda = vT = v\frac{2\pi}{\omega} = \frac{v}{\nu} \quad \text{и} \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\lambda\nu} = \frac{\omega}{v}.$$

Уравнение волны, симметричное относительно переменных t и x:



$\boxed{\varepsilon(x,t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t \mp k x + \alpha_0)}$, где $k = 2\pi/\lambda \equiv \omega/v$ – волновое число.

Уравнение плоской волны в самом общем виде:

$$\boxed{\varepsilon(\mathbf{r},t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t \mp \mathbf{k}\,\mathbf{r} + \alpha_0)}$$

kr – скалярное произведение векторов **k** и **r**, $\mathbf{k}\,\mathbf{r} = k\,r\cos\theta$ или $\mathbf{k}\,\mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$,

$\mathbf{k} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j} + k_z\vec{k}$, $\mathbf{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, θ – угол между векторами **k** и **r**, k_x, k_y, k_z – проекции **k** , и $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат. **k** = k **n**, где **n** – единичный вектор нормали.

Уравнение волновой поверхности: $k_x x + k_y y + k_z z = \mathrm{const}$ или $\mathbf{kr} = \mathrm{const}$

Формула сферической гармонической волны:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{1}{r}\varepsilon_0 \cos\ \omega t \mp \mathbf{k}\,\mathbf{r} + \alpha_0}$$

Волновое уравнение – это дифференциальное уравнение, определяющее пространственно-временную связь колеблющейся величины.

Формула плоской волны, распространяющейся вдоль выделенной оси *x*:

$$\varepsilon(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\cos(\omega t-\mathbf{k}\,\mathbf{r}+\alpha_0),\ \text{где}\ \mathbf{k}=\mathbf{k}(k,0,0)\ \text{или}\ \varepsilon(x,t)=\varepsilon_0\cos(\omega t-kx+\alpha_0)$$

Найдем вторую производную от ε по t, полагая x постоянной,

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}=-\varepsilon_0\omega^2\cos\left[\ \omega t-kx\ +\alpha_0\right]=-\omega^2\varepsilon$$

и затем вторую производную от ε по x, полагая t постоянной,

$$\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2}=-\varepsilon_0 k^2\cos\left[\ \omega t-kx\ +\alpha_0\right]=-\frac{\omega^2}{v^2}\varepsilon.$$

Поделив друг на друга левые и правые части, получим искомое волновое уравнение:

$$\boxed{\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}}.$$

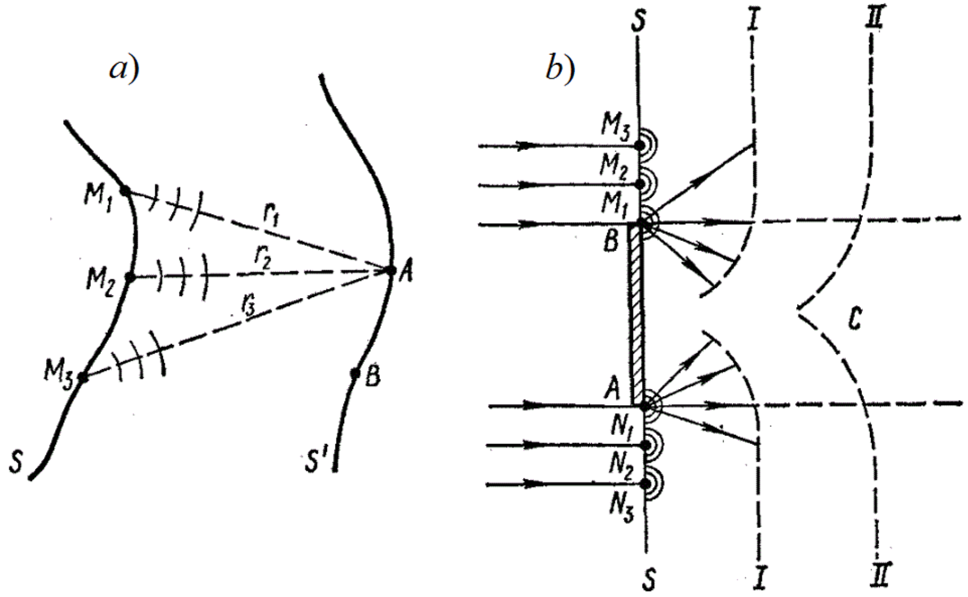
Обобщением данного уравнения на случай произвольного направления распространения плоской волны $\mathbf{k}=\mathbf{k}\ \ k_x,k_y,k_z$ являются формулы:

$$\boxed{\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}}\quad\text{или}\quad\boxed{\Delta\varepsilon=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}},$$

где $\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial z^2}=\Delta$ – дифференциальный оператор Лапласа.

Законы распространения волн в однородной, изотропной и пассивной среде.

1. Прямолинейность лучей
2. Независимость
3. Принцип Гюйгенса
4. Принцип суперпозиции
5. Закон преломления
6. Закон отражения
7. Интерференция
8. Дифракция
9. Дисперсия
10. Эффект Доплера



Принцип Гюйгенса: *Все точки волнового фронта, заданного в некоторый момент времени, являются источниками вторичных сферических волн, и огибающая фронтов всех вторичных волн служит фронтом волны в последующий момент времени.*

Принцип суперпозиции: суммарное отклонение от положения равновесия в выбранном направлении ε равно алгебраической сумме отклонений $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ...$, вызванных каждой волной в отдельности.

ПРЕЛОМЛЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ

Нормаль *AB* к фронту *S* падающей волны и нормаль *BC* к фронту *S'* отраженной волны лежат в одной плоскости с нормалью **n** к границе раздела двух сред в точке падения плоской волны, и угол отражения равен углу падения:

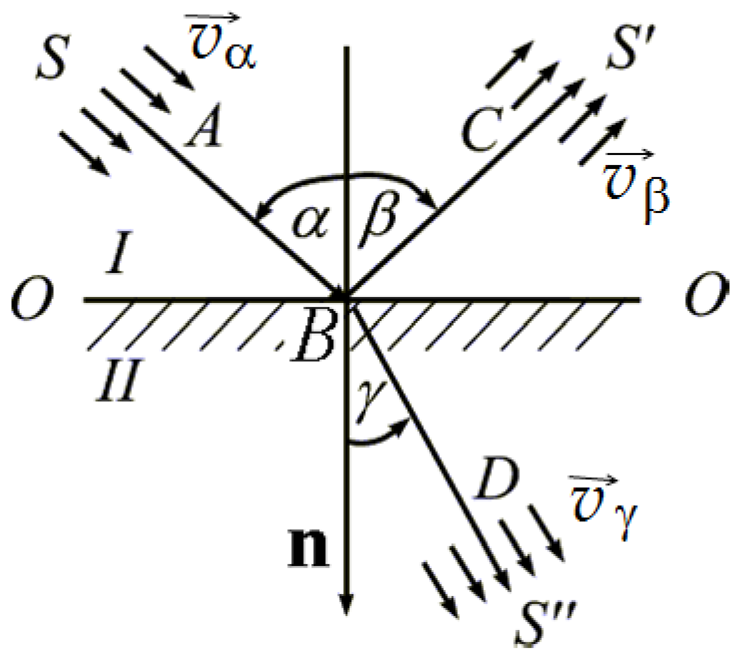
$$\angle\beta = \angle\alpha .$$

При переходе волны из одной среды в другую частота колебаний ν сохраняется, а длина волны λ зависит от скорости распространения волны:

$$\nu_1 = \nu_2; \quad \lambda_1 = \frac{\upsilon_1}{\nu}; \quad \lambda_2 = \frac{\upsilon_2}{\nu}; \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}.$$

Нормаль *BD* к фронту *S''* преломленной волны составляет с нормалью **n** в точке падения плоской волны угол $\angle\gamma$, удовлетворяющий условию:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

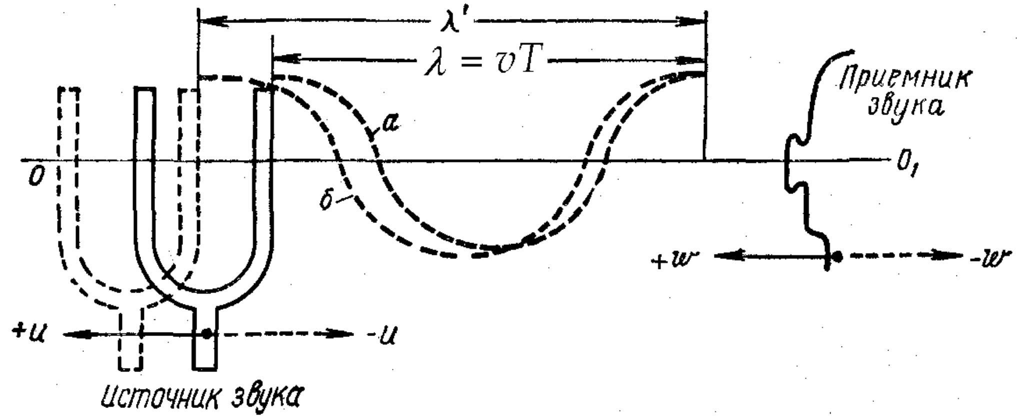


ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА

Если источник или приемник звука движется относительно среды, в которой происходит распространение звука, то частота звука ν, испускаемая источником, и частота ν′ этого же звука, воспринимаемая приемником, будут отличаться друг от друга (эффект Доплера).

1) Источник звука движется относительно среды со скоростью ± u; приемник звука покоится:

$$\nu' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{\nu}{1 \pm u / v}.$$



2) Источник звука покоится, приемник движется относительно среды со скоростью ± w.

$$\nu' = \nu \ (1 \ \pm \ w / v).$$

3) Источник и приемник звука движутся относительно среды:

$$\boxed{\nu' = \nu \ \frac{1 \pm w / v}{1 \pm u / v}}.$$

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН. КОГЕРЕНТНОСТЬ.

Стоячие волны – это результат интерференции двух гармонических плоских волн одинаковой амплитуды и частоты, распространяющихся в противоположных направлениях:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \cos\omega\ t - x/v \quad \text{и} \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_0 \cos\omega\ t + x/v\ ,$$

В точке *А с* координатой *x* суммарное значение колеблющейся величины

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_0[\cos\omega\ t - x/v\ + \cos\omega\ t + x/v\ ] = 2\varepsilon_0 \cdot \cos\omega\frac{x}{v} \cdot \cos\omega t\,. \qquad (*)$$

В каждой точке среды (с фиксированной координатой *x*) происходят колебания с той же частотой ω, но с амплитудой

$$A_0 = 2\varepsilon_0 \cos\omega\frac{x}{v} = 2\varepsilon_0 \cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\,. \qquad (**)$$

$A_0 = 0$ - **узлы колебаний**.

$A_0 = 2\varepsilon_0$ - **пучности колебаний**.