

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

УДК 699.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЯХ ЗДАНИЙ И ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЯХ

Садыков Р.А., Абдуллазянов Э.Ю., Сабитов Л.С., Мухаметзянова А.К.

Казанский государственный энергетический университет, г. Казань, Россия
aidamukham@gmail.com

Резюме: для разных видов канонических форм определяется обобщенная математическая модель (ММ) молекулярного теплопереноса через ограждающие конструкции (ОК), учитывая инфильтрацию или эксфильтрацию смеси пара и воздуха и наличие различных положительных или отрицательных поверхностных или внутренних источников теплоты (ИТ). Определяется и решается ММ поставленной краевой задачи (КЗ) переноса, на базе которого при самых различных условиях однозначности (предварительно заданных) происходит формализация и анализ решения конкретных физических процессов с переменными или постоянными теплофизическими характеристиками и ИТ. Записываются критериальном виде формализация и решение КЗ для масштабных переходов при различных граничных условиях (ГУ) как зависимости температуры $T(\bar{R}, Pe, Po)$ от термического сопротивления (\bar{R}) критериев Пекле (Pe) и Померанцева (Po).

Ключевые слова: тепловые сети; инженерные сети; теплоперенос; массоперенос; ограждающая конструкция; фильтрация; конденсация; влажность; воздухопроницание.

Для цитирования: Садыков Р.А., Абдуллазянов Э.Ю., Сабитов Л.С., Мухаметзянова А.К. Математическое моделирование процессов переноса в ограждающих конструкциях зданий и инженерных сетях // Вестник Казанского государственного энергетического университета. 2024. Т. 16. № 2 (62). С. 3-13.

MATHEMATICAL MODELING OF TRANSFER PROCESSES IN BUILDING ENCLOSING STRUCTURES AND ENGINEERING NETWORKS

Sadykov R.A., Abdullazyanov E.Y., Sabitov L.S., Mukhametzianova A.K.

Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia
aidamukham@gmail.com

Abstract: For different types of canonical forms, a generalized mathematical model (MM) of the molecular heat transfer through enclosing structures (ES) is determined, taking into account the infiltration or exfiltration of a mixture of steam and air and the presence of various positive or negative surface or internal heat sources (HS). The MM of the set boundary value problem (BVP) of transfer is determined and solved, on the basis of which, under a variety of unambiguity conditions (preset), the formalization and analysis of the solution of specific physical processes with variable or constant thermophysical characteristics and IT takes place. The formalization and solution of the short circuit for large-scale transitions under various boundary conditions (BC) are written in a criterion form as dependences of the temperature $T(\bar{R}, Pe, Po)$ on the thermal resistance (\bar{R}) of the Pecle (Pe) and Pomerantsev (Po) criteria.

Keywords: thermal networks; engineering networks; heat transfer; mass transfer; enclosing structure; filtration; condensation; humidity; air permeability.

For citation: Sadykov R.A., Abdullazyanov E.Y., Sabitov L.S., Mukhametzianova A.K. Mathematical modeling of transfer processes in building enclosing structures and engineering networks. *KAZAN STATE POWER ENGINEERING UNIVERSITY BULLETIN*. 2024. Т. 16. No. 2 (62). P. 3-13.

Введение (Introduction)

Процессы тепло- и массопереноса, фильтрации парогазовых смесей и жидкостей через капилляры твердых ОК являются сложными и тесно взаимосвязанными. В разные времена года эти процессы сопровождаются различными физическими явлениями, такими как испарительное охлаждение или конденсационный нагрев. Не всегда возможно создание плотного наружного слоя ОК, так как это может привести к ухудшению влажностного состояния ОК из-за ограниченной воздухопроницаемости и затруднениями просушки в летний период года [1-5].

Современные энергосберегающие материалы (включая капиллярно-пористые твердые материалы) находят широкое применение не только в строительстве, но и в различных отраслях промышленности (теплообменники, инженерные сети, обшивка летательных аппаратов, системы охлаждения ядерных реакторов и т. д.), где элементы оборудования подвергаются высоким термическим напряжениям из-за больших градиентов потенциалов переноса [6-9].

Материалы и методы (Materials and methods)

Передача тепловой энергии в ОК происходит через твердую структуру материала, жидкую и парообразную влагу, находящиеся в пористых телах. Уравнение стационарного нелинейного теплопереноса с учетом фильтрации и внутренних объемных стоков при общепринятых предположениях [1-5] в одномерном случае для канонических форм в соответствующих системах координат может быть представлено в виде обыкновенного неоднородного дифференциального уравнения (НДУ) второго порядка:

$$[\lambda(t)t']' + \frac{r}{r}[\lambda(t)t']' + \operatorname{sgn}[G]G(t)c_p(t)t' + \operatorname{sgn}[I]I(t) = 0, \quad (1)$$

где $t(r)$ – температура; r – текущая координата $r \in [0, h]$, h – толщина ОК; λ – коэффициент теплопроводности ОК; G – постоянная формы; c_p – изобарная теплоемкость паровоздушной смеси; G – плотность потока паровоздушной смеси; $I(t)$ – мощность внутреннего ИТ; «'» – дифференцирование по r ; $\operatorname{sgn}[\cdot]$ – функция «знак».

При постоянном значении $I = \operatorname{const}$, в области тепловых сопротивлений действует непрерывно равномерно распределенный положительный или отрицательный ИТ. В случае, если $I(t) \neq \operatorname{const}$, то в данной области проявляются локальные, сосредоточенные или распределенные положительные или отрицательные ИТ.

При обобщенном физическом описании процессов теплообмена ОК, таких как охлаждение (например, испарение) или нагревание (конденсация), можно составить тепловые балансы как для области $r \in [-\infty, 0]$, так и для области $r \in [h, +\infty]$, что приводит к новым дифференциальным уравнениям (ДУ) о потоках газа (или жидкости) к и от теплообменной поверхности с соответствующими граничными условиями. В результате НДУ (1) дополняются одним или двумя ДУ конвективного переноса и соответственно двумя или более ГУ. Таким образом, обобщенная ММ для стационарного теплообмена включает в себя три ДУ 2-го порядка и четыре или более ГУ (в зависимости от числа слоев ОК), необходимых для нахождения интегральных констант [6]. В случае многослойной ОК количество ГУ дополняется ГУ 4 рода (равенство t и тепловых потоков $q(t)$) на поверхностях контакта слоёв ОК, а их количество дополнительно определяются числом слоев ОК. При такой постановке задачи температурное распределение $t(r)$ в ОК выражается через температуру окружающей среды по обе стороны от него. [7-10, 16, 17].

В свою очередь, уравнение (1) с ГУ третьего рода может быть заменено более простыми ГУ первого рода при условии ввода постоянных фиктивных (эквивалентных) пограничных слоев. Тогда при интегрировании уравнения (1) и наличии в ГУ двух изопотенциальных поверхностей можно использовать преобразование Кирхгофа [8, 10, 17], которое через новую вспомогательную переменную θ и средний коэффициент теплопроводности λ_c приводит НДУ (1) к КЗ:

$$\begin{cases} \theta'' + \frac{r}{r} \theta' + \operatorname{sgn}[G] \frac{G(\theta)c_p(\theta)}{\lambda_c} \theta' + \operatorname{sgn}[I] \frac{I(\theta)}{\lambda_c} = 0, & (2) \\ \theta(0) = \theta_1 = t_1, & (3) \\ \theta(h) = \theta_2 = t_2, & (4) \\ \lambda_c \theta' = \lambda(t)t', & (5) \end{cases}$$

где $\lambda_c = (1/\Delta t) \int_{t_1}^{t_2} \lambda(\xi) d\xi$, $\Delta t = t_2 - t_1$, $t_2 > t_1$, t_1 и t_2 – температуры противоположных поверхностей ОК. Направление потока тепла относительно $r \geq 0$ определяется ГУ КЗ.

КЗ (2)–(4) можно переписать через критерии Пекле (Pe) и Померанцева (Po) и безразмерных масштабах температуры (T) и термического сопротивления (\bar{R}), что позволяет перевести ОК в однослойную.

В данном случае КЗ (2)–(4) запишется в виде:

$$\begin{cases} T''' + \frac{\Gamma}{\bar{R}} T' + \text{sgn}[Pe]Pe(T)T' + \text{sgn}[Po]Po(T) = 0, & (6) \\ T(0) = 0, & (7) \\ T(1) = 1, & (8) \end{cases}$$

где $T = (\theta - \theta_1)/(\theta_2 - \theta_1) \in [0,1]$ – безразмерная температура, $\bar{R} = R/R_0 \in [0,1]$ – безразмерное термическое сопротивление, здесь $R = r/\lambda$ – текущее термическое сопротивление, R_0 – общее термическое сопротивление (суммарное, приведенное, требуемое) многослойной стенки, которое выбирается в зависимости от принятых ГУ; $Pe = G(T)c_p(T)R_0$.

Если известны пределы изменения Pe и Po, то критерии Пекле и Померанцева можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \bar{Pe} &= [Pe - \inf(Pe)]/[\sup(Pe) - \inf(Pe)], \\ \bar{Po} &= [Po - \inf(Po)]/[\sup(Po) - \inf(Po)] \in [0,1]. \end{aligned}$$

Тогда КЗ (6)–(8) переписывается в виде:

$$\begin{cases} T''' + \frac{\Gamma}{\bar{R}} T' + \bar{Pe}(T)T' + \bar{Po}(T) = 0, & (9) \\ T(0) = 0, & (10) \\ T(1) = 1. & (11) \end{cases}$$

Следовательно, приведенные преобразования значительно упрощают КЗ, устраняют физические размерности и знаки, решают вопросы масштабного перехода [11].

Исходное же НДУ (1) при переменных параметрах переноса $[\lambda(t), Pe(t), Po(t)]$ и ГУ различного рода, которые учитывают ИТ, в наиболее общем случае решается численными или приближенными методами решения НДУ, или может быть сведено к решению линейного НДУ n-го порядка с переменными коэффициентами вида [6]

$$\sum_{i=0}^n a_{n-i}(r) t^{(i)}(r) = f(r), \quad (12)$$

где $a_i(r)$ – функции от r; (i) – верхний индекс при t означает номер производной, $t^{(0)} = t$; $a_0 = 1$.

Решение ДУ (12) запишется в виде:

$$t(r) = t_{oo}(r) + t_{ch}(r), \quad (13)$$

где $t_{oo}(r)$, $t_{ch}(r)$ – соответственно общее решение однородного ДУ (ОДУ) ($f(r) = 0$) и какое-либо частное решение НДУ.

Если на некотором отрезке $r \in [a, b]$ известна линейно независимая фундаментальная система решений t_i ($i = \overline{1, n}$) соответствующего ОДУ (12), то общее решение (r) может быть найдено методом Лагранжа. В этом случае решение НДУ (12) ищем в виде [12]:

$$t(r) = \sum_{i=1}^n c_i(r)t_i(r), \quad (14)$$

где $c_i(r)$ – пока неизвестные функции, которые находятся из системы n уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n c_i'(r)t_i(r) = 0, \\ \sum_{i=1}^n c_i'(r)t_i'(r) = 0, \\ \sum_{i=1}^n c_i'(r)t_i^{(n-1)}(r) = f(r). \end{cases} \quad (15)$$

Разрешая (15) относительно $c_i'(r)$, получаем

$$c_i' = Y_i(r), \quad (16)$$

где

$$c_i(r) = \int Y_i(r) dr + \bar{c}_i, \quad (17)$$

где \bar{c}_i – произвольные постоянные интегрирования, определяемые из ГУ КЗ [10].

После, подставляя полученные значения $c_i(r)$ в (14), получим общее решение НДУ (12). Например, для уравнения второго порядка система (15) примет вид:

$$\begin{cases} c_1' t_1 + c_2' t_2 = 0, \\ c_1' t_1' + c_2' t_2' = f(r), \end{cases} \quad (18)$$

решая ее относительно c_1' и c_2' , найдем:

$$\begin{cases} c_1(r) = - \int \frac{t_2 f(r)}{W[t_1, t_2]} dr + \bar{c}_1, \\ c_2(r) = \int \frac{t_1 f(r)}{W[t_1, t_2]} dr + \bar{c}_2, \end{cases} \quad (19)$$

где $W(r) = W[t_1, t_2] = \begin{vmatrix} t_1(r) & t_2(r) \\ t_1'(r) & t_2'(r) \end{vmatrix}$ – Вронскиан для функций $t_i(r)$.

На рисунке 1 показаны профили распределения $t(R)$ в ОК в зависимости от $[\lambda(t), Pe(t), Po(t)]$ [13].

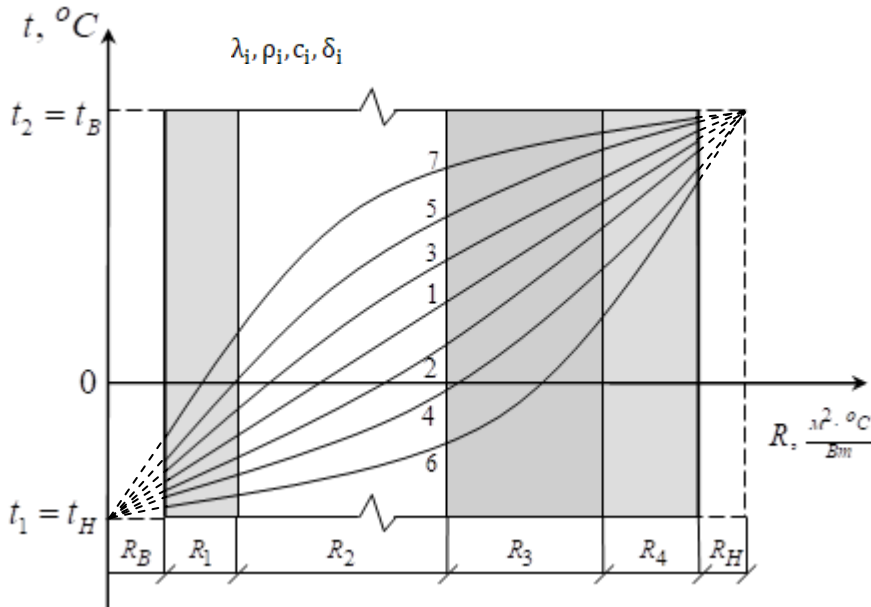


Рис. 1. Зависимости распределения (графические) $t(R)$ в четырехслойной ОК в зимний период года (рис.1 будет расположен зеркально противоположно в летний период года): (1) – без взятия в учет фильтрацию воздуха, ИТ и $\lambda = \text{const}$; (2) – с взятием в учет инфильтрацию; (3) – с учетом эксфильтрации воздуха; (4) – с учетом инфильтрации воздуха и стока теплоты (наличия влаги в ОК); (5) – с учетом эксфильтрации воздуха и ИТ; (6) – кривая (4), но с учетом δ_i зависимости $\lambda(t)$ при $\beta < 0$; (7) – кривая (5), но с учетом линейной зависимости $\lambda(t)$ при $\beta > 0$; $R_i = \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ – термическое сопротивление слоёв стенки ($i = 1,4$); $R_B = \alpha_B^{-1}, R_H = \alpha_H^{-1}$ – соответственно термические сопротивления пограничных (эквивалентных) слоёв стенок ОК; α_B, α_H – коэффициенты теплоотдачи внутренней и наружной стенок ОК соответственно (обычно $\alpha_H > \alpha_B$); δ_i, c_i – толщины и теплоёмкости слоёв стенки соответственно; t_B, t_H – температуры внутреннего и наружного воздуха [13].

Fig.1. Distribution dependences (graphical) $t(R)$ in a four-layer ES in the winter period of the year (fig. 1 will be located mirror-opposite in the summer period of the year): (1) – without taking into account air infiltration, HS and $\lambda = \text{const}$; (2) – with taking into account infiltration; (3) – with taking into account air exfiltration; (4) – with taking into account air infiltration and heat runoff (presence of moisture in the ES); (5) – with taking into account air exfiltration and HS; (6) – curve (4), but with taking into account δ_i the dependence $\lambda(t)$ at $\beta < 0$; (7) – curve (5), but with taking into account the linear dependence $\lambda(t)$ at $\beta > 0$; $R_i = \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ – thermal resistance of the wall layers ($i = 1,4$); $R_B = \alpha_B^{-1}, R_H = \alpha_H^{-1}$ – respectively thermal resistances of boundary (equivalent) layers of ES walls; α_B, α_H – heat transfer coefficients of internal and external ES walls respectively (usually $\alpha_H > \alpha_B$); δ_i, c_i – thicknesses and heat capacities of the wall layers respectively; t_B, t_H – temperatures of internal and external air [13].

Для НДУ (линейных), где коэффициенты постоянны, и правая часть имеет вид:

$$f(r) = e^{\alpha R} [P_n(r) \cos \beta r + Q_m(r) \sin \beta r], \quad (20)$$

где $P_n(r)$ и $Q_m(r)$ – это полиномы степени n и m соответственно.

Следовательно, частное решение НДУ (12) будет находится намного проще, а именно-методом подбора. В данном случае:

$$t_{\text{чп}}(r) = r^s e^{\alpha R} [\bar{P}_k(r) \cos \beta r + \bar{Q}_k(r) \sin \beta r], \quad (21)$$

где $k = \max(m, n)$; $\tilde{P}_k(r)$ и $\tilde{Q}_k(r)$ – это многочлены, где коэффициенты являются неопределенными; s – это кратность корня $\gamma = \alpha \pm i\beta$ характеристического однородного уравнения.

Из этого следует, что в зависимости от теплофизических характеристик ОК, структуры и влагосодержания капиллярно-пористых материалов, и др. факторов, функция ИТ $f(r)$ подбирается как частный случай выражения (20). Отыскание частных решений уравнения (12) второго порядка с $a_i = \text{const}, i = \overline{1, n}$ и правой частью вида (20) можно найти в [10 и др.].

Результаты (Results)

Рассмотрим в качестве примеров несколько упрощенных частных случаев решения поставленной КЗ, часть из которых сводится к известным решениям, изложенным, в частности, в [1-10].

I. При $\Gamma=1, \lambda(t), Pe = \text{const}, Po = \text{const}$ и искусственно опущенного знака сигнатуры (т. к. Pe и $Po \notin [0, 1]$), КЗ (6)–(8) можно записать в форме [6]:

$$\begin{cases} T'' + Pe T' + Po = 0, & (22) \\ T(0) = 0, & (23) \\ T(1) = 1, & (24) \end{cases}$$

Аналитическое решение КЗ (22)–(24) получено в виде:

$$T(\bar{R}) = \frac{\exp(-Pe \bar{R}) - 1}{\exp(-Pe) - 1} \left(1 + \frac{Po}{Pe}\right) - \frac{Po}{Pe} \bar{R}, \quad (25)$$

которое уже охватывает все комбинации вышеперечисленных частных случаев параметров переноса (Pe, Po) при заданных условиях однозначности.

II. При $\Gamma = 2, \lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta t)$ (λ_0 – известный коэффициент теплопроводности при контрольной температуре t_0 , β – температурный коэффициент теплопроводности), $Pe = 0$ и $Po = 0$ получим промежуточное известное решение КЗ (2)–(4) в виде:

$$\theta(r) = t_1 + (t_2 - t_1) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}. \quad (26)$$

Исходная же зависимая переменная $t(r)$ находится при помощи полуопределенного интегрирования (5) и для случая линейной зависимости $\lambda(t)$ получим квадратное уравнение вида

$$\beta t^2/2 + t = t_1 + \beta t_1^2/2 - \lambda_c(t_1 - \theta)/\lambda_0, \quad (27)$$

где

$$\lambda_c = \lambda_0[1 + \beta(t_1 + t_2)/2], \quad (28)$$

решая которое относительно t (корень из физических соображений берется с положительным знаком радикала) с учетом (26) и (28), получим

$$t = \frac{1}{\beta} \left\{ (1 + \beta t_1) \sqrt{1 - \left[1 - \frac{(1 + \beta t_2)^2}{(1 + \beta t_1)^2} \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} - 1\right]} \right\}. \quad (29)$$

Сравнение случаев постоянного и переменного коэффициентов теплопроводности показывает, что непостоянство коэффициента теплопроводности при $\beta > 0$ повышает, а при $\beta < 0$ понижает теплообмен. Тогда формула для расчета прироста относительного изменения потока тепла из-за непостоянства коэффициента теплопроводности будет

$$\Delta q = [q(\beta) - q]/q \text{ (для } \beta > 0) \text{ или } \Delta q = [q - q(\beta)]/q(\beta) \text{ (для } \beta < 0). \quad (30)$$

III. При $\Gamma = 2$, линейной зависимости $\lambda(t)$, $Pe = 0$ и $Po = \text{const}$ общее решение ДУ (2) путем промежуточной замены переменной $U = \theta + Ir^2/4\lambda_c$ можно свести к решению ДУ для ранее рассмотренного случая II (когда $Po = 0$). Тогда общее решение уравнения (2) при $Po = \text{const}$ с учетом указанной замены запишется в виде [6]

$$\theta(r) = c_1 \ln r - Ir^2/4\lambda_c + c_2, \quad (31)$$

а после определения c_1 и c_2 из краевых условий (3), (4), решение $\theta(r)$ будет

$$\theta(r) = [t_2 - t_1 + I(r_2^2 - r_1^2)/4\lambda_c] \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} - I(r_2^2 - r_1^2)/4\lambda_c + t_1, \quad (32)$$

Для более упрощенного изложения алгоритма перехода к исходным переменным поставленной КЗ примем $t_1 = t_2 = 0$. Тогда уравнение (32) примет вид [13]

$$\theta(r) = [I(r_2^2 - r_1^2)/4\lambda_c] \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} - I(r_2^2 - r_1^2)/4\lambda_c, \quad (33)$$

а квадратное уравнение относительно t будет

$$\beta \lambda_0 t^2/2 + \lambda_0 t - \lambda_c \theta = 0, \quad (34)$$

из решения которого следует

$$t = 1/\beta (\sqrt{1 + 2\beta\gamma} - 1), \quad (35)$$

где

$$\gamma = 1/4\lambda_0 \left[(r_2^2 - r_1^2) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)} - (r^2 - r_1^2) \right]. \quad (36)$$

При $\beta = 0$ следует, что $t = \gamma$, а при $\beta > 0$ следует $\beta \leq 1/2 \max \gamma$.

Из анализа полученных решений КЗ аналогично примеру II выводится оценка температурного профиля в зависимости от $\lambda(t)$ как при $\beta > 0$, так и при $\beta < 0$.

IV. При $\Gamma=1, \lambda = \text{const}, Po = \text{const}$ и $Pe = 0$ решением КЗ (6)–(8) будет [6]

$$T = \bar{R}[1 + Po(1 - \bar{R})/2], \quad (37)$$

а при совпадении потока тепла с положительным направлением оси r получим квадратичную функцию вида

$$T = (1 - \bar{R})(1 + Po\bar{R}/2). \quad (38)$$

V. Если $\Gamma=1, \lambda = \text{const}, Po = 0$ и $Pe = \text{const}$, то решение КЗ (6)–(8), учитывая только воздухопроницаемость [1-4, и др.], будет с вертикальной осью симметрии и вершиной в точке $(T; \bar{R}) = (\frac{1}{4}Po + \frac{1}{Po}; \frac{1}{2} - \frac{1}{Po})$.

$$\frac{a^2 T}{aR^2} = b - 2a = 0, b = 2a$$

На рисунке 2 показаны зависимости $T(\bar{R})$ при различных значениях Po .

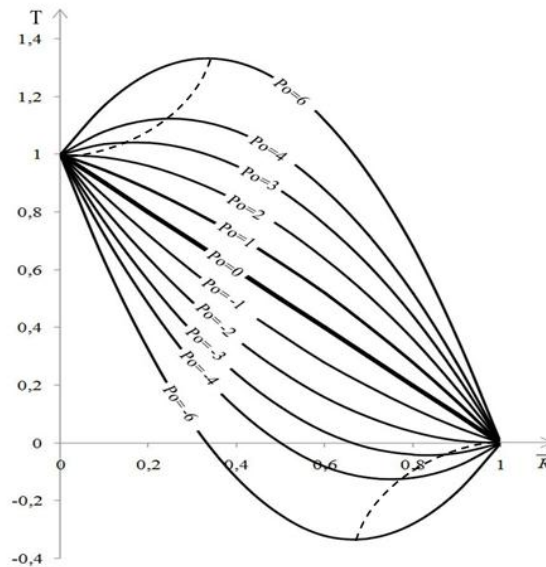


Рис.2. Графическая зависимость при $-6 \leq Po \leq 6$.

Fig.2. Graphical dependence at $-6 \leq Po \leq 6$.

Если $Po > 0$ «+» ИТ, если $Po < 0$ «-» ИТ, $Po=0$ – то это стационарная теплопроводность (нет ИТ)

If $Po > 0$ “+” HS, if $Po < 0$ “-” HS, $Po=0$ - it is stationary thermal conductivity (no HS)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Численные расчеты относительной температуры $T(\bar{R})$ для различных значений Po показали, что в зависимости от значения Po температура стенки может быть заметно больше максимальной безразмерной температуры поверхности стенки $T > 1$ при $Po \geq 3$ и меньше её минимальной ($T < 0$) при $Po \leq -3$.

Таким образом, чем выше влагосодержание ОК (сток тепла ОК), тем глубже сдвигается фронт конденсации влаги внутрь ОК (зимний период года) и тем шире зона конденсации.

Если есть фильтрация воздуха в ОК, то аналитическое решение КЗ будет определяться с помощью уравнения (25).

В данном случае температура (безразмерная) будет зависеть от \bar{R} и критериев переноса Пекле и Померанцева (Pe и Po). Зависимости $T(\bar{R})$ при различных Pe и Po графически показаны на рисунке 3.

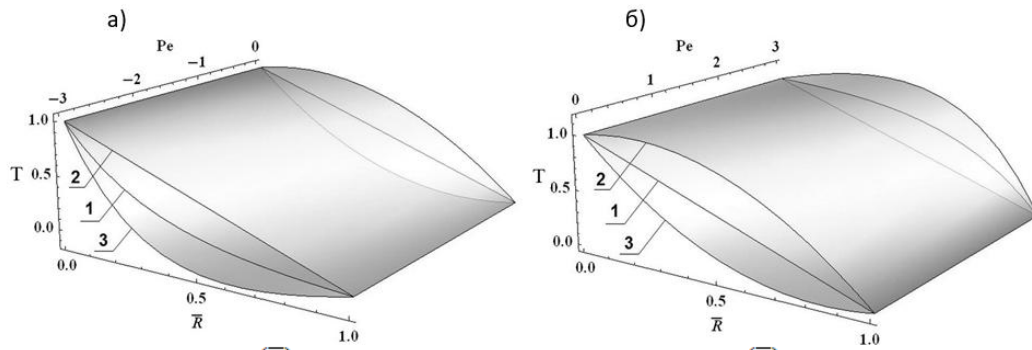


Рис.3. Изменение $T(\bar{R})$ при различных физических процессах в ОК: а) 1 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$; $Ro=0$); 2 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) и источник теплоты ($Ro=3$); 3 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) и сток теплоты ($Ro = -3$). б) 1 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$; $Ro=0$); 2 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$) и источник теплоты ($Ro=3$); 3 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$) и сток теплоты ($Ro = -3$)

Fig.3. Variation $T(\bar{R})$ under different physical processes in ES: a) 1 – infiltration ($-3 \leq Pe \leq 0,01$; $Ro=0$); 2 – infiltration ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) and heat source ($Ro=3$); 3 – infiltration ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) and heat sink ($Ro = -3$). b) 1 – exfiltration ($0,01 \leq Pe \leq 3$; $Ro=0$); 2 – exfiltration ($0,01 \leq Pe \leq 3$) and heat source ($Ro=3$); 3 – exfiltration ($0,01 \leq Pe \leq 3$) and heat sink ($Ro = -3$)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Далее рассмотрим конкретные решения. Как пример показан случай, при котором в ОК действует «+» положительный или «-» отрицательный ИТ [11, 13]. Полученные результаты сравниваются с работой [4], в которой учитывается только действие поперечной фильтрации воздуха в начальном уравнении, и представляются в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение полей температур						
Классический вариант		$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{R}{R_0}$				
[4]		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Инфильтрация</th> <th>Эксфильтрация</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{X - 1}{X_0 - 1}$</td> <td>$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{(X - 1) X_0}{(X_0 - 1) X}$</td> </tr> </tbody> </table>	Инфильтрация	Эксфильтрация	$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{X - 1}{X_0 - 1}$	$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{(X - 1) X_0}{(X_0 - 1) X}$
Инфильтрация	Эксфильтрация					
$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{X - 1}{X_0 - 1}$	$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{(X - 1) X_0}{(X_0 - 1) X}$					
Предлагаемый вариант	Сток теплоты	$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{X - 1}{X_0 - 1} - \frac{R}{c_p G} \lambda_3 I$				
	Источник теплоты	$t = t_n + (t_b - t_n) \frac{X - 1}{X_0 - 1} + \frac{R}{c_p G} \lambda_3 I$				
Сравнение плотностей тепловых потоков						
Классический вариант		$q^B = \frac{(t_b - t_n)}{R_0}$				
[4]		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Инфильтрация</th> <th>Эксфильтрация</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$q_{инф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1}$</td> <td>$q_{эксф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G}{X_0 - 1}$</td> </tr> </tbody> </table>	Инфильтрация	Эксфильтрация	$q_{инф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1}$	$q_{эксф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G}{X_0 - 1}$
Инфильтрация	Эксфильтрация					
$q_{инф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1}$	$q_{эксф}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G}{X_0 - 1}$					
Предлагаемый вариант	Сток теплоты	$q_{инф, W}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1} - \frac{\lambda_3 I}{c_p G}$				
		$q_{эксф, W}^B = (t_b - t_n) \frac{c_p G}{X_0 - 1} - \frac{\lambda_3 I}{c_p G}$				

	Источник теплоты	$q_{инф,W}^в = (t_в - t_н) \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1} +$	$q_{эксф,W}^в = (t_в - t_н) \frac{c_p G}{X_0 - 1} + \frac{\lambda_3 I}{c_p G}$
Сравнение коэффициентов теплопередачи			
Классический вариант		$K = \frac{q^n}{(t_н - t_в)} \quad R_0 = \frac{1}{K}$	
[4]		Инфильтрация	Эксфильтрация
		$k_{инф} = \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1}$	$k_{эксф} = \frac{c_p G}{X_0 - 1} - \frac{1}{(t_в - t_н) c_p G} \lambda_3 I$
Предлагаемый вариант	Сток теплоты	$k_{инф,W} = \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1} - \frac{1}{(t_в - t_н) c_p G} \lambda_3 I$	$k_{эксф,W} = \frac{c_p G}{X_0 - 1} - \frac{1}{(t_в - t_н) c_p G} \lambda_3 I$
	Источник теплоты	$k_{инф,W} = \frac{c_p G X_0}{X_0 - 1} + \frac{1}{(t_в - t_н) c_p G} \lambda_3 I$	$k_{эксф,W} = \frac{c_p G}{X_0 - 1} + \frac{1}{(t_в - t_н) c_p G} \lambda_3 I$

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

где $\beta_0 = Pe_0$ $\beta = Pe$ -критерий Пекле, $e^{c_p G R_0} = e^{\beta_0}$ или $X_0 = e^{Pe_0} = \exp Pe_0$, $e^{c_p G R} = e^{\beta}$ или $X = e^{Pe} = \exp Pe$, $x = c_p G R_0$ относительный коэффициент фильтрационного теплообмена (критерий Пекле).

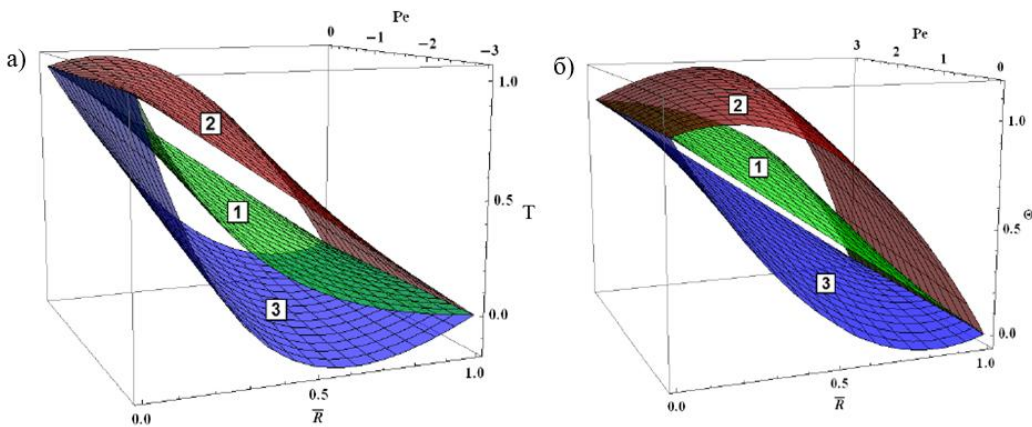


Рис.4. Интегральные поверхности $T(\bar{R})$ в безразмерном трехмерном пространстве (T, \bar{R}, Pe) : а) 1 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$; $Pe_0=0$); 2 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) и источник теплоты ($Pe_0=3$); 3 – инфильтрация ($-3 \leq Pe \leq 0,01$) и сток теплоты ($Pe_0=-3$); б) 1 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$; $Pe_0=0$); 2 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$) и источник теплоты ($Pe_0=3$); 3 – эксфильтрация ($0,01 \leq Pe \leq 3$) и сток теплоты ($Pe_0=-3$)

*Источник: Составлено авторами Source: compiled by the author.

Далее по построенным полям температур, с учетом инфильтрации (или эксфильтрации) воздуха и отрицательных (или положительных) источников теплоты, можно провести расчет влажностного режима ОК. Для этого определяются максимальные упругости водяных паров $E[t(x)]$ для каждого слоя ОК. Далее строятся графики $E(x)$ или $E(R_n)$, (где R_n – сопротивление паропроонианию паров воды в ОК) и с учетом относительной влажности воздуха внутри помещения и снаружи определяется зона конденсации (ЗК) влаги в ОК [2,18-25]. При наличии ЗК определяется количество влаги,

конденсирующей в ОК при стационарных условиях диффузии водяного пара. Затем находятся плотности массовых потоков влаги воздуха, поступающего к ЗК из помещения (\bar{J}_{m1}) и уходящего из ЗК наружу (\bar{J}_{m2}). Тогда удельная плотность конденсирующей влаги в ОК (\bar{J}_k) будет:

$$\bar{J}_k = |\bar{J}_{m1} - \bar{J}_{m2}|. \quad (45)$$

Рассмотренный метод расчета влажностного режима ОК позволяет рассчитать также скорость просыхания или сушки ОК после прекращения в нем конденсации влаги в период с положительными температурами наружного воздуха.

Выводы (Conclusions)

Предложенная обобщенная ММ (9)–(11) процессов нелинейного переноса в ОК позволяет:

- рассчитывать температурные поля, значения тепловых потоков, а также различные коэффициенты переноса и др. производные характеристики ОК с учетом содержания влаги, для различных видов физических явлений или процессов (в том числе в инженерных, тепловых и электрических сетях).
- учитывать при расчете поля передачи (тепло, влага, парогазовая смесь) изменение теплофизических характеристик от толщины или значения термического сопротивления ОК [6];
- использовать полученные результаты для расчета на практике при проектировании ОК зданий и сооружений, создании или обновлении строительных норм и сводов правил по тепловой защите зданий [14, 15] и т. д.;
- выполнять расчеты по тепло- и массопереносу для разных типов ОК для канонических систем. Поэтому с точностью до переобозначения символов можно успешно использовать полученные закономерности и для других процессов переноса.

Литература

1. Pyinsky V.M. Building thermal physics (enclosing structures and microclimate of buildings); "High School": Moscow, Russia, 1974.
2. Fokin K.F. Thermal Engineering enclosing parts of the buildings; "AVOK-PRESS": Moscow, Russia, 2006.
3. Bogoslovsky V.N. Building thermal physics (thermophysical foundations of heating, ventilation and air conditioning): Textbook for universities / Ed. 3rd, rev. and add; "AVOK North-West": St. Petersburg, Russia 2006.
4. Ushkov F.V. Heat transfer of enclosing structures during air filtration; "Stroyizdat": Moscow, Russia, 1996.
5. Hugo H. Building Physics – Heat, Air and Moisture; "John Willey & Sons Limited": Leuven, Belgium, 2007.
6. Садыков, Р. А. Теория процессов стационарного нелинейного переноса с учетом фильтрации воздуха, конденсации или испарения парообразной влаги / Р. А. Садыков // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2011. – № 3(17). – С. 268-276.
7. Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. Heat transfer; "Energoizdat": Moscow, Russia, 1981.
8. Kozdoba L.I. Methods for solving nonlinear problems of heat conduction; "Science": Moscow, Russia, 1975.
9. Eckert E.R., Drake R.M. Theory of heat and mass transfer; "Gosenergoizdat": Moscow, Russia, 1961.
10. Isaev S.I. et al. Theory of heat and mass transfer (edited by A.I. Leontiev); "High school": Moscow, Russia, 1979.
11. Садыков, Р. А. Моделирование процессов переноса в многослойных ограждающих конструкциях / Р. А. Садыков // Современные задачи инженерных наук : Сборник научных трудов VI-ого Международного научно-технического Симпозиума, Международного научно-технического Форума, Москва, 11–12 октября 2017 года. Том 2. – Москва: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Московский государственный университет дизайна и технологии", 2017. – С. 43-46.
12. Matveev N.M. Methods of integration of ordinary differential equations; "High school": Moscow, Russia, 1967.
13. Садыков, Р. А. Обобщенная матмодель стационарного нелинейного переноса / Р. А. Садыков // Сантехника, Отопление, Кондиционирование. – 2013. – № 1(133). – С. 126-129.
14. Set of rules (SP) 50.13330.2012. Thermal protection of buildings. Updated edition of SNiP 23-02-2003 (with Amendment No. 1). Ministry of Regional Development of Russia: Moscow, 2012, 95p.
15. Set of rules (SP) 23-101-2004. Design of thermal protection of buildings. Ministry of Regional Development of Russia: Moscow, 2004, 167p.
16. Lukanin V. N., Shatrov M. G., Kamfer G. M. et al. Heat; "High School": Moscow, Russia,

2000.

17.Vatin N.I., Glumov A.V., Gorshkov A.S. Influence of physical, technical and geometrical characteristics of plaster coatings on the moisture regime of plaster walls made of aerated concrete blocks. *Inzhenerno-stroitelnyj zhurnal*, 2011, 1(19), 28-33.

18.Gagarin V.G., Kozlov V.V. Method of engineering calculation of the moisture state of enclosing structures, taking into account the transfer of vaporous and liquid moisture. reports Materials of the International Scientific and Technical Conference "Theoretical Foundations of Heat and Gas Supply and Ventilation", MGSU, Moscow, 2005, 49-53.

19.Gagarin V.G., Kozlov V.V., Mekhnetsov I.A. Longitudinal air filtration in modern enclosing structures. *AVOK*. 2005, №8, 60-69.

20.Ezerskiy V.A., Kuznetsova N.V. Providing vapor protection for the outer walls of workshops with a saline industrial environment. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo*, 2005, №12, 25-27.

21.Guidelines for calculating the moisture regime of building envelopes; "Stroyizdat": Moscow, Russia, 1984.

22.Rakhimov R.Z., Shelikhov N.S., Smirnova T.V. Thermal insulation of their stone wool; "ASV": Moscow, Russia, 2010.

23.Rakhimova G.M., Lantsov A.E. Selection and calculation of thermal insulation of pipelines of heating networks. Study guide; "KGASU": Kazan, Russia, 2010.

24.Stroy A.F., Skalsky V.A. Calculation and design of heating networks; "Budivelnik": Kiev, Ukraine, 1981.

25.Sadykov R.A., Krainov D.V., Medvedeva G.A. Thermal physics of buildings. Study guide; "KGASU": Kazan, Russia, 2020.

Авторы публикации

Садыков Ренат Ахатович – д-р техн. наук, профессор, ФГБОУ ВО Казанский государственный энергетический университет, sadykov_r_a@mail.ru, г. Казань, РФ, ORCID 0000-0002-9575-6470.

Абдуллазянов Эдвард Юнусович – канд. техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО Казанский государственный энергетический университет, kgeu@kgeu.ru, г. Казань, РФ, ORCID 0000-0002-3041-8964.

Сабитов Линар Салихзанович – д-р техн. наук, доцент, ФГБОУ ВО Казанский государственный энергетический университет, sabitov-kgasu@mail.ru, г. Казань, РФ, ORCID 0000-0001-7381-97-52.

Мухаметзянова Аида Камилевна – аспирант, ФГБОУ ВО Казанский государственный энергетический университет, aidamukham@gmail.com, г. Казань, РФ, ORCID 0000-0002-1286-8160.

References

1.Ilyinsky V.M. Building thermal physics (enclosing structures and microclimate of buildings); "High School": Moscow, Russia, 1974.

2.Fokin K.F. Thermal Engineering enclosing parts of the buildings; "AVOK-PRESS": Moscow, Russia, 2006.

3.Bogoslovsky V.N. Building thermal physics (thermophysical foundations of heating, ventilation and air conditioning): Textbook for universities / Ed. 3rd, rev. and add; "AVOK North-West": St. Petersburg, Russia 2006.

4.Ushkov F.V. Heat transfer of enclosing structures during air filtration; "Stroyizdat": Moscow, Russia, 1696.

5.Hugo H. Building Physics – Heat, Air and Moisture; "John Willey & Sons Limited": Leuven, Belgium, 2007.

6.Sadykov, R. A. Theory of stationary nonlinear transport processes taking into account air filtration, condensation or evaporation of vaporous moisture / R. A. Sadykov // *Izvestiya Kazan State University of Architecture and Civil Engineering*. – 2011. – № 3(17). – Pp. 268-276.

7.Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. Heat transfer; "Energoizdat": Moscow, Russia, 1981.

8.Kozdoba L.I. Methods for solving nonlinear problems of heat conduction; "Science": Moscow, Russia, 1975.

9.Eckert E.R., Drake R.M. Theory of heat and mass transfer; "Gosenergoizdat": Moscow, Russia, 1961.

10.Isaev S.I. et al. Theory of heat and mass transfer (edited by A.I. Leontiev); "High school": Moscow, Russia, 1979.

11.Sadykov, R. A. Modeling of transfer processes in multilayer enclosing structures / R. A. Sadykov // *Modern tasks of engineering sciences: Collection of scientific papers of the VI-th International Scientific and Technical Symposium, International Scientific and Technical Forum, Moscow, October 11-12, 2017. Volume 2*. – Moscow: Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education "Moscow State University of Design and Technology", 2017. – pp. 43-46.

12.Matveev N.M. Methods of integration of ordinary differential equations; "High school":

Moscow, Russia, 1967.

13.Sadykov, R. A. Generalized mathematical model of stationary nonlinear transfer / R. A. Sadykov // Plumbing, Heating, Air conditioning. – 2013. – № 1(133). – Pp. 126-129.

14. Set of rules (SP) 50.13330.2012. Thermal protection of buildings. Updated edition of SNiP 23-02-2003 (with Amendment No. 1). Ministry of Regional Development of Russia: Moscow, 2012, 95p.

15.Set of rules (SP) 23-101-2004. Design of thermal protection of buildings. Ministry of Regional Development of Russia: Moscow, 2004, 167p.

16.Lukanin V. N., Shatrov M. G., Kamfer G. M. et al. Heat; "High School": Moscow, Russia, 2000.

17.Vatin N.I., Glumov A.V., Gorshkov A.S. Influence of physical, technical and geometrical characteristics of plaster coatings on the moisture regime of plaster walls made of aerated concrete blocks. Inzhenerno-stroitelnyj zhurnal, 2011, 1(19), 28-33.

18. Gagarin V.G., Kozlov V.V. Method of engineering calculation of the moisture state of enclosing structures, taking into account the transfer of vaporous and liquid moisture. reports Materials of the International Scientific and Technical Conference "Theoretical Foundations of Heat and Gas Supply and Ventilation", MGSU, Moscow, 2005, 49-53.

19.Gagarin V.G., Kozlov V.V., Mekhnetsov I.A. Longitudinal air filtration in modern enclosing structures. AVOK. 2005, №8, 60-69.

20.Ezerskiy V.A., Kuznetsova N.V. Providing vapor protection for the outer walls of workshops with a saline industrial environment. Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo, 2005, №12, 25-27.

21.Guidelines for calculating the moisture regime of building envelopes; "Stroyizdat": Moscow, Russia, 1984.

22.Rakhimov R.Z., Shelikhov N.S., Smirnova T.V. Thermal insulation of their stone wool; "ASV": Moscow, Russia, 2010.

23.Rakhimova G.M., Lantsov A.E. Selection and calculation of thermal insulation of pipelines of heating networks. Study guide; "KGASU": Kazan, Russia, 2010.

24.Stroy A.F., Skalsky V.A. Calculation and design of heating networks; "Budivel'nik": Kiev, Ukraine, 1981.

25.Sadykov R.A., Krainov D.V., Medvedeva G.A. Thermal physics of buildings. Study guide; "KGASU": Kazan, Russia, 2020.

Authors of the publication

Renat A. Sadykov – Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia, ORCID 0000-0002-9575-6470.

Edward Y. Abdullazyanov – Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia, ORCID 0000-0002-3041-8964.

Linar S. Sabitov – Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia, Kazan, Russian Federation, ORCID 0000-0001-7381 -97-52.

Aida K. Mukhametzyanova – Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russia, ORCID 0000-0002-1286-8160.

Шифр научной специальности: 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения

Получено

28.05.2024 г.

Отредактировано

07.07.2024 г.

Принято

15.06.2024 г.