

*М. В. Фалилеева, А. Э. Дюпина*  
*Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского*  
*Казанского федерального университета*

## **ОБУЧЕНИЕ КУРСУ «ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA**

*Аннотация.* В статье представлено использование программы GeoGebra для развития уровня геометрического мышления студентов педагогического отделения Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ. Сложность изучаемого материала в курсе элементарной планиметрии требует привлечения дополнительных ресурсов, которые должны помочь решить проблемы: построения сложных геометрических чертежей для различных видов изучаемой геометрической фигуры; выдвижения гипотез о свойствах изучаемых геометрических фигур. Основой использования программы GeoGebra в обучении планиметрии стала теория уровней геометрического мышления Ван Хиле. В процессе обучения с программой студенты неоднократно проходят цикл 4 этапов, соответствующих уровням геометрического мышления: визуальному, аналитическому, неформальной и формальной дедукции.

*Ключевые слова:* подготовка будущих учителей, элементарная математика, планиметрия, программа GeoGebra.

*Falileeva M. V., Dyupina A. E.*  
*Kazan (Volga region) Federal University,*  
*N. I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics*

## **GEOGEBRA AS TOOLS OF TEACHING THE COURSE "ELEMENTARY MATHEMATICS"**

*Abstract.* The article presents the using GeoGebra program for developing geometric thinking of the students of N. I. Lobachevsky Institute of Mathematics and Mechanics KFU. Complexity of the studying material of elementary plane geometry requires the attraction of additional resources. They should help solve problems such as creating complex geometric drawings for different types of geometric shapes; to put forward hypotheses about the properties of the geometric figures. The Van Hiele's theory of geometrical thought became the basis for the application of GeoGebra in the teaching of planimetry. Working with GeoGebra students repeatedly go through a cycle of four stages corresponding to the levels of geometric thinking: visual, analytical, informal and formal deduction.

*Key words:* training future teacher, elementary math, plane geometry, GeoGebra

Становление современной системы подготовки будущего учителя математики – это один из ключевых вопросов повышения качества математического

образования в нашей стране. В педагогические университеты, на педагогические отделения «классических» университетов приходят учащиеся с различным уровнем подготовки, но, несомненно, (это отмечают многие преподаватели) уровень математической подготовки абитуриентов становится ниже. У современных абитуриентов есть ряд преимуществ: открытость, активность, умение работать с дополнительными ресурсами и др., но прочность и глубина понимания математических понятий, а также связей между ними, к сожалению, оставляют желать лучшего. Если при изучении алгебры учащиеся чувствуют себя более уверенно, поскольку осваивают решение большинства задач репродуктивного уровня школьного курса, то изучая геометрию, которая насыщена задачами, требующими продуктивной деятельности, большая часть учащихся не способна провести анализ задачи, построить хороший геометрический чертеж, выстроить последовательность геометрических фактов в логическую последовательность.

Последние 6 лет на педагогическом отделении Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского федерального университета курс «Элементарная математика» изучается студентами четыре семестра по 1 паре в неделю. В него включены 4 раздела: арифметика, решение уравнений и неравенств с параметром, планиметрия и стереометрия. Таким образом, перед преподавателями кафедры возникла непростая задача – улучшить качество подготовки студентов по планиметрии за одно лабораторное занятие в неделю в течение одного семестра. В рамках курса представлены основные разделы, необходимые учителю для более глубокого понимания элементарной планиметрии. Содержание курса элементарной планиметрии напрямую связано с содержанием курса профильных математических классов неполной средней школы. Желательно, чтобы до изучения курса студенты владели основными понятиями и способами деятельности проективной и аналитической геометрии. Отметим, что для повышения качества обучения планиметрии используется дистанционный курс [3], в котором студенты должны до занятий прочитать интерактивные лекции и пройти тест.

Выработка эффективных приемов использования ИКТ в обучении математике является актуальным вопросом методики математики. На основе анализа российской и зарубежной литературы мы пришли к выводу о том, что в мире широко используются компьютерные программы при обучении математике [1], [2], [5], [6], [7] и др. В частности, широкое использование в мире получила программа GeoGebra [4], которая имеет разнообразный набор инструментов, проста в применении, является бесплатным программным обеспечением, открывает большие возможности при обучении математике как в вузе, так и в школе. Перечисленные преимущества программы GeoGebra позволяют именно ее рекомендовать будущим учителям для использования в будущей профессиональной деятельности.

Использование программы на занятиях по элементарной математике часто ограничивается созданием и использованием преподавателями интерактивных чертежей для демонстрации на занятиях. Нас интересует повышение продуктивности занятий по элементарной планиметрии с помощью GeoGebra пу-

тем самостоятельного построения студентами динамических геометрических чертежей, исследование построенного чертежа (выяснения инвариантных и вариативных свойств фигур при помощи их визуализации), выдвижение гипотез о свойствах фигуры на основе проведенного анализа. Теоретической основой такого подхода в использовании GeoGebra стала теория уровней геометрического мышления голландских педагогов Дины Ван Хиле-Гелдоф и Пьера Ванн Хиле (1957г.) [5]. Данная теория была выдвинута на основе анализа трудностей, с которыми сталкивались их ученики при изучении геометрии. Ими выделены 5 уровней: визуальный, аналитический, неформальная дедукция, формальная дедукция, строгий.

- 1 уровень – учащиеся распознают фигуры только по внешнему виду, часто сопоставляя их с уже известными. Свойства фигур учащимися не воспринимаются. Школьники принимают решение на основе восприятия, а не рассуждения.

- 2 уровень – учащиеся рассматривают фигуры как объекты, обладающие определенным набором свойств, способны распознавать и называть свойства геометрических фигур, но они не выявляют связи между этими свойствами. При описании объектов учащиеся могут перечислять известные им все свойства, однако не осознают, какие свойства являются необходимыми и (или) достаточными для описания объекта.

- 3 уровень – учащиеся понимают отношения между фигурами и их свойствами, могут формулировать определения фигур, а также аргументировать свои рассуждения. Устанавливают логические связи и осознают принадлежность конкретной фигуры к какому-либо классу (квадрат – это тип прямоугольника). Однако они не понимают роль и значение формальной дедукции.

- 4 уровень – учащиеся могут проводить доказательство, понимают роль аксиом и определений, осознают важность необходимых и достаточных условий, способны проводить доказательства самостоятельно, подобно тем, что представлены в школьных учебниках геометрии.

- 5 уровень – учащиеся способны сравнивать различные системы аксиом, формулировать теоремы и проводить доказательства, мышление не привязано к реальным объектам и образам, оно абстрактно. Правильнее будет сказать, что данный уровень характерен скорее для студентов вузов, нежели для учащихся школ [5].

Использование программы GeoGebra с учетом развития уровней геометрического мышления, позволяет эффективно повысить понимание сложного геометрического материала. Так, например, в теме «Геометрия треугольника», в рамках которой должны быть изучены и использоваться при решении задач многочисленные сложные и красивые понятия (центр тяжести, ортоцентр, прямая Эйлера, окружность девяти точек, вневписанные окружности и др.), требуется построение сложных геометрических чертежей в различных видах треугольников (прямоугольном, остроугольном, тупоугольном) и выдвижение многочисленных гипотез на основе точных чертежей.

Занятия были организованы так, что позволили обратиться к развитию первых четырех уровней геометрического мышления. Занятие разбивается на ряд простых задач, «наслаивающихся» друг на друга. Например, на втором занятии по теме «Геометрия треугольника» с GeoGebra таких вопросов было около 15. Каждая задача включает в себя цикл из следующих этапов:

- на 1 этапе (*визуальный уровень*) проводится построение необходимого геометрического чертежа в программе GeoGebra (преподаватель помогает, если у студентов есть затруднения построения);

- на 2 этапе (*аналитический уровень*) перед учащимися ставится вопрос задачи, предлагается ввести метрические изменения углов или отрезков, чтобы заметить равные отрезки углы, пропорциональные отрезки и др.;

- на 3 этапе (*уровень неформальной дедукции*) студенты наблюдают и выдвигают гипотезы, совместно обсуждают их и проверяют их практически на чертежах;

- на 4 этапе (*уровень формальной дедукции*) проводится доказательство гипотезы, проводятся обобщения.

#### Список литературы

1. Безумова О. Л., Овчинникова Р. П., Троицкая О. Н. и др. Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra: учебно-методическое пособие / Федер. гос. автоном. образоват. учреждение высш. проф. образования «Север. (Аркт.) федер. ун-т им. М.В. Ломоносова»; [О.Л. Безумова, Р.П. Овчинникова, О.Н. Троицкая и др.; отв. Ред. О.Л. Безумова]. – Архангельск: КИРА, 2011. – 140 с. Режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=19466836> (Дата обращения: 25.01.2017)
2. Громова Е.В., Сафуанов И.С. Применение компьютерной математической программы GeoGebra в обучении понятию функции // Образование и наука. – 2014. - № 4. – С. 113-131. Режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=21560173> (Дата обращения: 25.01.2017)
3. Методика решения задач элементарной математики: Планиметрия (4 семестр). Дистанционное образование КФУ [Электронный ресурс] / Режим доступа: <http://edu.kpfu.ru/enrol/index.php?id=792> (дата обращения: 10.04.2017)
4. GeoGebra: [Электронный ресурс] / Официальный сайт программы GeoGebra. URL: <http://www.geogebra.org/cms> (дата обращения: 24.03.2017).
5. Pavlovičová G., Švecová V., Rumanová L. (2014) Support of Pupil's Creative Thinking in Mathematical Education. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 1715-1719, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042814004789> (Дата обращения 24.03.2017)
6. Nazihatulhasanah Arbain and Nurbiha A. Shukor. The effects of GeoGebra on students achievement. Procedia - Social and Behavioral Sciences 172 (2015) 208–214, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815003936> (Дата обращения 24.03.17)
7. Royati Abdul Saha, Ahmad Fauzi Mohd Ayub, Rohani Ahmad Tarmizi. The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning, Procedia - Social and Behavioral Sciences 8 (2010) 686-693, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810022007> (Дата обращения 24.03.17)