

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**

**НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ**

**Кафедра «Механика и конструирование»**

# **Теория механизмов и машин**

*Учебно-методическое пособие для выполнения контрольных работ  
по дисциплине*

**«Прикладная механика»**

**Набережные Челны  
2019**

## **УДК 631.8**

Печатается по решению учебно-методической комиссии автомобильного отделения Набережночелнинского института (филиала) Казанского (Приволжского) федерального университета. Протокол № 8 от 19.05.2019 г.

**Рецензент:** кандидат технических наук, доцент **Ахметов Н.Д.**

**Тазмеева Р.Н. Теория механизмов и машин:** Учебно-методическое пособие по дисциплине «Прикладная механика». – Набережные Челны: ИПЦ НЧИ К(П)ФУ, 2019. – 42 с.

Пособие содержит задания для выполнения контрольной и самостоятельной работы по теории механизмов и машин. Задания охватывают основные разделы курса: анализ рычажного механизма, структурное, кинематическое и силовое исследование плоских рычажных механизмов, приводятся примеры выполнения каждой задачи практической работы.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Анализ рычажного механизма	
Задача 1. Структурный анализ плоского рычажного механизма	4
Задача 2. Кинематический анализ механизмов	12
Задача 3. Силовой анализ механизмов	34
Рекомендуемая литература	41

## АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

### ЗАДАЧА 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

Для выполнения 1 задачи необходимо выполнить следующее:

1. Ознакомиться с заданной схемой механизма, выявить стойку, входное, выходное и промежуточные звенья. Изобразить структурную схему механизма без соблюдения масштаба, пронумеровать все звенья (стойку обозначить цифрой 0), обозначить все кинематические пары прописными буквами ( $O, A, B, C$ );

2. Установить виды движения звеньев относительно стойки (абсолютные) и виды движения относительно друг друга. Составить таблицу кинематических пар, в которой указать номера звеньев, образующих каждую пару, название каждой пары и число её степеней свободы;

3. Найти число степеней свободы механизма по формуле П.Л. Чебышева;

4. Выделить начальное звено  $I$  и стойку  $0$ , изобразив их отдельно;

5. Оставшуюся кинематическую цепь разложить на структурные группы (группы Ассура), изобразив их отдельно. Указать класс и вид каждой структурной группы.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАЧИ 1

Рассмотрим основные термины.

*Звено механизма* - твердое тело, входящее в состав механизма. Звено может содержать одну или несколько деталей, соединенных жестко между собой.

*Стойка* - неподвижное звено механизма.

*Входное звено* - звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

*Выходное звено-звено*, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

*Кинематическая пара* - соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение.

*Элемент кинематической пары* - совокупность

поверхностей, линий и отдельных точек звена, по которым оно соприкасается с другим звеном.

В *высших кинематических парах* элементом соприкосновения является линия или точка.

В *низших кинематических парах* элементом соприкосновения является поверхность.

*Числом степеней свободы* механической системы называется число независимых параметров, определяющих положение системы.

По числу степеней свободы в относительном движении звеньев кинематические пары делятся на одно -, двух -, трех -, четырех и пяти подвижные, которые налагают на относительное движение звеньев соответственно пять, четыре, три, две и одну связь.

Число степеней свободы пространственного механизма без избыточных связей определяют по формуле А.П. Малышева:

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5$$

где  $n$  - число подвижных звеньев;

$p_1$  - число одноподвижных кинематических пар;

$p_2$  - число двух подвижных кинематических пар;

$p_3$  - число трёх подвижных кинематических пар;

$p_4$  - число четырёх подвижных кинематических пар;

$p_5$  - число пятиподвижных кинематических пар.

Число степеней свободы плоского механизма определяют по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4.$$

*Рычажные механизмы* содержат только низшие кинематические пары.

В состав рычажных механизмов могут входить следующие звенья.

*Кривошип* - звено, которое может совершать полный оборот вокруг стойки.

*Коромысло* - звено, образующее вращательную пару со стойкой и не способное проворачиваться на полный оборот.

*Шатун* - звено, не входящее в кинематическую пару со

стойкой.

*Ползун* - звено, образующее поступательную пару со стойкой.

При изображении механизма на чертеже применяют *структурную схему* с использованием условных изображений звеньев без соблюдения их размеров и *кинематическую схему* с соблюдением размеров звеньев, необходимых для кинематического исследования. Для решения задач синтеза и анализа сложных рычажных механизмов профессором Петербургского университета Ассуром Л.В. была предложена оригинальная структурная классификация. По этой классификации механизмы, не имеющие избыточных связей и местных подвижностей, состоят из первичных механизмов и структурных групп Ассура.

### Структурный анализ плоских рычажных механизмов по Ассуру

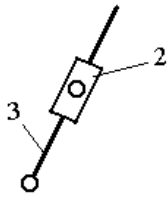
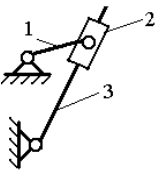
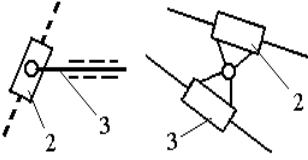
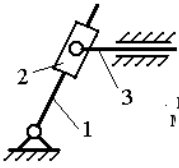
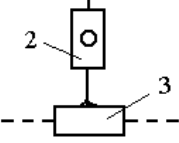
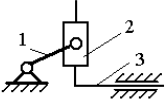
Условие существования любой структурной группы описывается формулой:

$$W = 3n - 2P_5 = 0.$$

Все структурные группы принято разделять на классы – со 2-го по 4-й.

Таблица 1.2- Классификация структурных групп 2 класса

Кинематическая схема структурной группы, вид	Механизм, содержащий такую структурную группу
<p style="text-align: center;">1 вид</p> 	 <p style="text-align: right;">Шарнирный четырёхзвенник</p>
<p style="text-align: center;">2 вид</p> 	 <p style="text-align: right;">Кривошипно-ползунный механизм</p>

Кинематическая схема структурной группы, вид	Механизм, содержащий такую структурную группу
 <p>3 вид</p>	 <p>Кулисный механизм</p>
 <p>4 вид</p>	 <p>Тангенсный механизм</p>
 <p>5 вид</p>	 <p>Синусный механизм</p>

*Примечание.* 1 – ведущее звено; 2 и 3 – звенья, образующие структурную группу.

Для определения класса механизма его расчлняют на структурные группы, начиная с конца механизма. За начало механизма принимают ведущее звено (начальный механизм).

От конца механизма отделяются поочерёдно простейшие структурные группы до тех пор, пока не останется лишь механизм 1-го класса (начальный механизм, их может быть несколько).

По классу структурных групп определяют класс механизма. Количество начального механизма равно величине степени подвижности самого механизма.

## Пример структурного анализа рычажного механизма

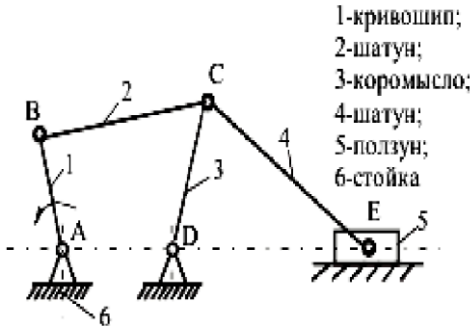


Рисунок 1.1. – схема механизма качающегося транспортера.

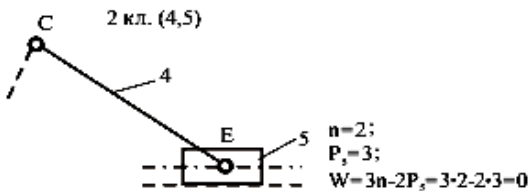
Начальным звеном является кривошип 1, выходным звеном – ползун 5.

Число подвижных звеньев в этом механизме  $n = 5$ , число кинематических пар пятого класса  $P_5 = 7$  (в точке С шарнирно соединены три звена, поэтому здесь две вращательные кинематические пары), пар четвертого класса (двух подвижных) нет ( $P_4=0$ ). Следовательно, степень подвижности механизма

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 = 3 \cdot 2 \cdot 7 = 1.$$

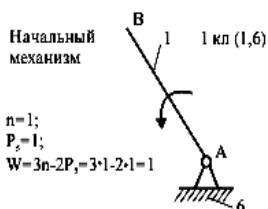
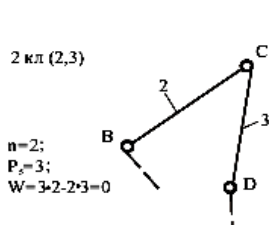
Начальный механизм состоит из начального звена 1 и стойки 6.

При разложении механизма на группы Ассур первой выделяем двух- поводковую группу, состоящую из звеньев 4 и 5.





Из оставшегося четырехзвенника ABCD выделяем двухповодковую группу Ассура, состоящую из звеньев 2 и 3 (CD и BC). Обе отсоединенные группы Ассура являются группами второго класса.

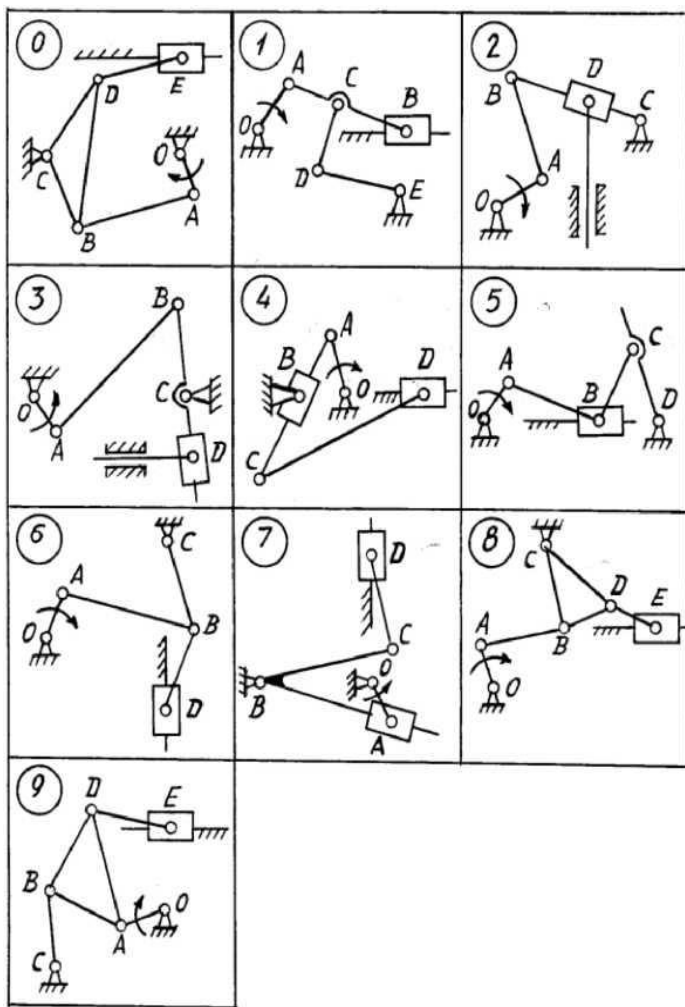


Записываем структурную формулу механизма:

$$1 \text{ кл. } (1,6) \rightarrow 2 \text{ кл. } (2,3) \rightarrow 2 \text{ кл. } (4,5)$$

Механизм относится к второму классу, так как обе группы Ассура являются группами второго класса, и групп более высокого класса в этом механизме нет.

### Варианты заданий к задаче 1.



## **ЗАДАЧА 2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ**

Для выполнения 2 задачи необходимо выполнить следующее:

1. Определить кинематические характеристики звеньев: перемещение; скорость; ускорение; траектория движения; функция положения при известных законах движения входных (ведущих) звеньев.

2. Оценить кинематические условия работы рабочего (выходного) звена.

3. Определить необходимые численные данные для проведения силового, динамического, энергетического и других расчётов механизма.

### ***Исходные данные:***

1. Кинематическая схема механизма.

2. Размеры и иные геометрические параметры звеньев (*но только такие, которые не изменяются при движении механизма*).

3. Законы движения входных звеньев (или параметры движения, например, угловая скорость и угловое ускорение входного звена в выбранном для анализа положении механизма).

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАЧИ 2**

***Кинематический анализ механизма*** – исследование его основных параметров с целью изучения законов изменения и на основе этого выбор из ряда известных наилучшего механизма. По сравнению с синтезом анализ механизма широко используется в практике.

Кинематический анализ механизма выполняется либо для заданного момента времени, либо для заданного положения входного звена; иногда для анализируемого положения механизма задают взаимное расположение каких-либо его звеньев.

Для механизмов, подчиняющихся классификации Л. В. Ассура, порядок кинематического анализа определяется формулой строения: вначале находят параметры движения

начальных механизмов и затем – структурных групп в порядке следования их в формуле строения.

### **Графоаналитический метод кинематического анализа**

Графоаналитический метод называют *методом планов скоростей и ускорений*.

*Задача о положениях* решается графическим методом, то есть построением нескольких совмещённых планов механизма в выбранном масштабе длин.

*Задачи о скоростях и ускорениях* решаются построением планов скоростей и ускорений звеньев механизма при определённых (заданных) положениях ведущего звена на основе заранее составленных векторных уравнений скоростей и ускорений звеньев механизма.

*Преимущество* этого метода по сравнению с графическим в том, что он менее трудоёмок, так как позволяет определять скорости и ускорения (их величину и направление) на одном плане скоростей или плане ускорений для множества точек механизма.

*Недостатком* метода является то, что требуется построить планы скоростей и ускорений для нескольких положений механизма (если необходимо определять скорость и ускорение при различных положениях механизма и его звеньев).

Следует помнить, что в основе построения планов скоростей и ускорений лежат законы плоскопараллельного движения. Согласно этим законам:

1. План скоростей (а также план ускорений) получается в результате графического решения векторных уравнений для определения скоростей (ускорений) точек в плоскопараллельном движении;

2. Векторы абсолютных скоростей точек (при рассмотрении их движения относительно неподвижного звена) изображаются исходящими из полюса плана, а направление совпадает с касательными к траектории движения. Векторы относительных скоростей точек (при их движении относительно подвижных точек) изображаются отрезками, соединяющими концы соответствующих векторов абсолютных скоростей;

3. Длина векторов относительных скоростей пропорциональна длине тех участков звеньев, которые являются

радиусами вращения точек в их относительном движении. Это положение, известное под названием теоремы подобия, облегчает определение скоростей многих точек, лежащих на звеньях плоскопараллельного и вращательного движения.

При построении планов механизма, а также планов скоростей и ускорений пользуются масштабными коэффициентами, показывающими, сколько единиц той или иной величины приходится на один миллиметр отрезка, изображающего эту величину. Масштабный коэффициент обозначается буквой  $K$  с соответствующим индексом:

$K_l$ -масштабный коэффициент длин, м/мм;

$K_v$ -масштабный коэффициент линейных скоростей точек, м/с · мм;

$K_a$ -масштабный коэффициент линейных ускорений точек, м/с<sup>2</sup> · мм.

Масштабные коэффициенты определяются следующим образом:

$$K_l = l_{AB}/AB \text{ м/мм}; K_v = V_B/\rho_B \text{ м/с} \cdot \text{мм};$$

$$K_a = a_B/\rho_B \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}.$$

где  $l_{AB}$  - действительная длина звена  $AB$ , м;

$AB$  - длина отрезка, изображающего данное звено на плане, мм;

$V_B$  - модуль скорости точки  $B$ , м/с;

$\rho_B$  - длина отрезка, изображающего скорость этой точки на плане скоростей, мм;

$a_B$  - модуль ускорения точки  $B$ , м/с<sup>2</sup>;

$\rho_B$  - длина отрезка, изображающего ускорение этой точки на плане ускорений, мм.

Иногда применяются вместо масштабных коэффициентов масштабы, под которыми понимают отношение отрезков на планах в миллиметрах к числовому значению изображаемых величин. Обозначаются масштабы буквой  $\mu$  с соответствующим индексом:  $\mu_l$  - масштаб длин, мм/м;

$\mu_v$  - масштаб линейных скоростей, мм/ (м с<sup>-1</sup>);

$\mu_a$  - масштаб линейных ускорений, мм/(м с<sup>-2</sup>).

## ПРИМЕР КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА КАЧАЮЩЕГОСЯ ТРАНСПОРТЕРА.

Заданы: схема механизма (рис.2.1), длины всех звеньев ( $l_{AB}, l_{BC}, l_{CD}, l_{CE}$ ) и расстояние между осями A и D ( $l_{AD}$ ), положение центров тяжести звеньев (точек  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ ). Начальным звеном является кривошип 1, который вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

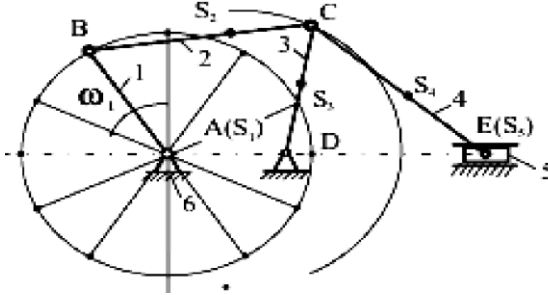


Рисунок 2.1. - план механизма

### Решение

1. Проводим структурный анализ механизма.

Структурный анализ этого механизма проведен выше:

степень подвижности механизма  $W=1$ ;

структурная формула  $1_{кл} (1,6) \rightarrow 2_{кл} (2,3) \rightarrow 2_{кл} (4,5)$ .

2. Определяем положения звеньев механизма с помощью построения плана механизма.

План начинаем строить с изображения начального звена, имеющего действительную длину  $l_{AB}$ , соответствующим отрезком AB. После этого определяем масштабный коэффициент длины  $K_l = l_{AB} / (AB)$ , м/мм.

Находим длины остальных отрезков в миллиметрах:

$$BC = l_{BC} / K_l, \quad CD = l_{CD} / K_l, \quad CE = l_{CE} / K_l, \quad AD = l_{AD} / K_l.$$

Изображаем неподвижные элементы в точках A и D осей вращения звеньев 1 и 3, проводим траекторию движения точки E ползуна - горизонтальную линию, проходящую через точки A и D. Далее радиусом AB проводим окружность, представляющую собой траекторию точки B. Делим эту окружность на двенадцать равных частей. Соединив все

двенадцать точек на окружности с центром вращения А, получим двенадцать положений кривошипа АВ. Положения точек С и Е, соответствующие положениям точки В, находим методом засечек.

При нумерации положений кривошипа (механизма) за нулевое принимаем положение, при котором ползун 5 будет находиться в одном из крайних положений (либо в правом, либо в левом). Далее нумерацию положений производим в направлении вращения кривошипа 1 (на схеме показано круговой стрелкой).

### 3. Строим план скоростей (рис. 2.2).

Для начального механизма 1 класса определяем скорость точки В:  $V_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$ , м/с.

Вектор этой скорости перпендикулярен звену АВ и направлен в сторону его вращения.

Скорость  $V_B$  изображаем на плане скоростей произвольным отрезком  $Pb$ . После этого определяем масштабный коэффициент скорости:

$$K_V = V_B / P_B, \text{ м/с} \cdot \text{мм}.$$

Затем определяем скорость точки С двухпроводковой группы Ассура (2,3). Рассматривая движение точки С по отношению к точкам В и D, записываем соответственно два векторных уравнения:

$$V_C = V_B + V_{BC}$$

$$V_C = V_D + V_{CD}$$

$$\text{где } V_D = 0; V_{CB} \perp CB; V_{CD} \perp CD.$$

Решаем эти уравнения графически. Согласно первому уравнению, через точку  $b$  плана скоростей проводим прямую перпендикулярно к звену СВ, а согласно второму уравнению, через точку  $P$  (так как  $V_D = 0$ , и точка  $d$  находится в полюсе) проводим прямую перпендикулярно CD. На пересечении этих перпендикуляров отмечаем точку  $c$ , которая является концом вектора  $Pc$ , изображающего абсолютную скорость точки С.

Рассматриваем группу Ассура (4,5). В этой группе определяем скорость точки Е. Рассматривая движение точки Е сначала по отношению к точке С, а затем по отношению к направляющей ползуна 5, запишем векторные уравнения:

$$V_E = V_C + V_{EC},$$

$$V_E = V_{E0} + V_{EE0},$$

где  $E_0$  - точка на оси движения ползуна 5;  
 $V_{E0} = 0$ , так как направляющая неподвижна;  
 $CE \perp V_{EC}$  и  $V_{EE0}$  оси движения ползуна.

Решаем эти уравнения графически. Через точку  $c$  плана скоростей проводим прямую, перпендикулярно к звену  $EC$ , а через полюс  $P$  (так как  $V_{E0} = 0$ , и точка  $e$  находится в полюсе) - прямую, параллельную траектории движения ползуна 5 (горизонтальная линия).

После определения положений точек,  $a, b, c, d, e$  наносим на соответствующих отрезках плана скоростей точки центров тяжести звеньев ( $S_1, S_2, S_3, S_4$ ) в соответствии с заданными координатами, используя теорему подобия. Если, например, точка  $S_2$  находится на середине звена  $BC$  на плане механизма, то и на плане скоростей эта точка будет находиться также на середине отрезка  $bc$ . Аналогично находятся на плане скоростей и остальные точки центров тяжести звеньев.

Используя построенный план, находим величины скоростей:

$$V_B = Pb \cdot K_V, \text{ м/с}; \quad V_C = Pc \cdot K_V, \text{ м/с}; \quad V_{CB} = cb \cdot K_V, \text{ м/с};$$

$$V_E = Pe \cdot K_V, \text{ м/с}; \quad V_{S_2} = P_{S_2} \cdot K_V, \text{ м/с}; \quad V_{S_3} = P_{S_3} \cdot K_V, \text{ м/с}.$$

Находим угловые скорости  $\omega_2, \omega_3, \omega_4$  звеньев 2, 3 и 4:

$$\omega_2 = V_{CB}/l_{CB}, \text{ рад/с}; \quad \omega_3 = V_{CD}/l_{CD}, \text{ рад/с}; \quad \omega_4 = V_{EC}/l_{EC}, \text{ рад/с}.$$

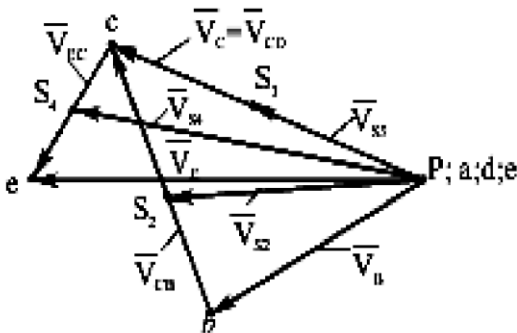


Рисунок 2.2. – план скоростей

Направления угловых скоростей определяем по направлениям относительных скоростей. Например, для определения направления вектор скорости  $V_{CB}$  плана скоростей



переносим в точку С плана механизма и рассматриваем движение точки С по отношению к точке В в направлении скорости  $V_{CB}$ . Направление будет совпадать с направлением движения точки С в данный момент. Аналогично определяем направления угловых скоростей  $\omega_3$  и  $\omega_4$ .

#### 4. Строим план ускорений (рис.2.3).

Определение ускорений, как и скоростей, ведем в порядке, определяемом структурной формулой механизма.

Для начального механизма первого класса определяем ускорение точки В, совершающей равномерное движение по окружности радиуса  $l_{AB}$ :  $a_B = \omega^2 \cdot l_{AB}$ , м/с<sup>2</sup>.

Так как ускорение точки В состоит только из нормального ( $\omega_1 = \text{const}$ ,

$\varepsilon_1 = 0$ ), то вектор  $b$  ускорения  $a_B$  проводим из полюса параллельно звену АВ в направлении от точки В к точке А.

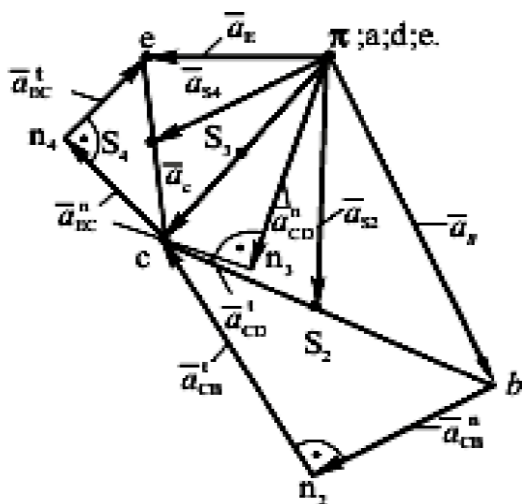


Рисунок 2.3. – план ускорений

После этого определяем масштабный коэффициент ускорения:  $K_a = a_B / pb$ , м/с<sup>2</sup>·мм.

Затем переходим к определению ускорения точки С в группе Ассура (2,3). Рассматриваем движение точки. Сначала по отношению к точке В (относительное движение звена 2-вращательное вокруг точки В), а затем по отношению к точке D

(относительное движение звена 3-вращательное вокруг точки D). Записываем соответственно два векторных уравнения:

$$a_C = a_B + a_{CB}^n + a_{CB}^{\tau}$$

$$a_C = a_D + a_{CD}^n + a_{CD}^{\tau}$$

Ускорения  $a_B$  и  $a_D$  точек B и D известны:  $a_D$  определено выше,  $a_D = 0$ .

Величины нормальных ускорений вычисляем по формулам:

$$a_{CB}^n = \frac{v_{CB}^2}{l_{CB}}; \quad a_{CD}^n = \frac{v_{CD}^2}{l_{CD}}$$

Вектор  $a_{CB}^n$  направляем параллельно СВ в направлении от точки С к точке В, а вектор  $a_{CD}^n$  - параллельно CD в направлении от точки С к точке D.

У векторов тангенциальных ускорений известны только направления, они направлены перпендикулярно нормальным составляющим ускорений. Вектор полного ускорения  $a_C$  и величины тангенциальных ускорений определяются построением плана ускорений. Теперь решаем записанные выше векторные уравнения графически. В соответствии с первым уравнением из точки  $b$  откладываем отрезок  $bn_2$ , изображающий нормальное ускорение. Длина отрезка определяется следующим образом: делим отрезок нормальной составляющей, измеренной с плана ускорений в миллиметрах на масштабный коэффициент плана ускорений. Отрезок  $bn_2$  проводим параллельно звену СВ в направлении от точки С к точке В. Далее через точку  $n_2$  проводим перпендикулярно к СВ направление (линию действия) вектора тангенциальной составляющей ускорения.

В соответствии со вторым векторным уравнением из полюса  $\pi$  (так как  $a_D = 0$ , и точка  $d$  находится в полюсе) параллельно CD в направлении от точки С к точке D отложим отрезок  $\pi n_3$ , изображающий ускорение нормальной составляющей. Длина отрезка определяется следующим образом: делим отрезок нормальной составляющей, измеренной с плана ускорений в миллиметрах на масштабный коэффициент плана ускорений. Через точку  $n_3$  перпендикулярно к CD проводим направление вектора тангенциальной составляющей до пересечения в точке  $c$ . Точку  $c$  соединим с полюсом. Отрезок

пс будет изображать вектор  $a_c$  полного ускорения точки С, а отрезки  $n2c$  и  $n3c$  - соответственно векторы тангенциальных ускорений. Соединив точки с и b, получим отрезок cb, изображающий вектор  $a_{cb}$  полного относительного ускорения точки С относительно точки В.

Теперь рассматриваем группу Ассура (4,5). В этой группе известны ускорения точки С звена 3 и неподвижной точки  $E_0$  на направляющей.

Нужно определить ускорение  $a_E$  точки Е ползуна 5. Рассматривая движения точки Е сначала по отношению к точке С, а затем по отношению к точке  $E_0$ , составляем два векторных уравнения:

$$\begin{aligned} a_E &= a_c + a_{EC}^n + a_{EC}^r \\ a_E &= a_{E0} + a_{EE0}^k + a_{EE0}^r \end{aligned}$$

где  $a_{EE0}^k$  - поворотное (кориолисово) ускорение;  $a_{EE0}^r$  - ускорение скольжения (релятивное) точки Е относительно точки  $E_0$ . В приведенных уравнениях вектор  $a_c$  известен,

$a_{E0} = a_{EE0}^k = 0$  так как направляющая ползуна неподвижна.

Величину нормального ускорения определим: разделив относительную скорость на длину звена ЕС. У векторов тангенциального ускорения и релятивного ускорения известны только направления: тангенциальное составляющее перпендикулярно ЕС, а кориолисово ускорение параллельно направляющей ползуна 5.

Решаем векторные уравнения графически. В соответствии с первым уравнением из точки с плана ускорений откладываем отрезок  $cn4$ , изображающий ускорение нормальной составляющей. Длина отрезка определяется следующим образом: делим отрезок нормальной составляющей, измеренной с плана ускорений в миллиметрах на масштабный коэффициент плана ускорений. Отрезок  $cn4$  проводим параллельно звену ЕС в направлении от точки Е к точке С. Через точку  $n4$  проводим перпендикулярно к ЕС направление вектора тангенциальной составляющей. В соответствии со вторым уравнением через точку  $\pi$  проводим параллельно направляющей ползуна 5 направление вектора. Линии действия тангенциальной составляющей и релятивного ускорения пересекутся в точке е.

Положения центров тяжести звеньев (точек S1, S2, S3, S4, S5) определяются по теореме подобия в соответствии с их расположением на плане механизма. Из построенного плана ускорений определяем величины ускорений:

$$a_C = \pi_C \cdot Ka, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S2} = \pi_{S2} \cdot Ka, \text{ м/с}^2;$$

$$a_E = \pi_E \cdot Ka, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S3} = \pi_{S3} \cdot Ka, \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S4} = \pi_{S4} \cdot Ka, \text{ м/с}^2.$$

Находим величины угловых ускорений  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ :

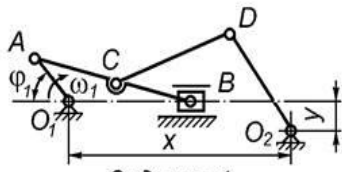
$$\varepsilon_2 = a_{CB}^t / l_{CB}, \text{ рад/с}^2;$$

$$\varepsilon_3 = a_{CD}^t / l_{CD}, \text{ рад/с}^2;$$

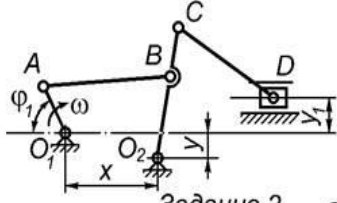
$$\varepsilon_4 = a_{EC}^t / l_{EC}, \text{ рад/с}^2.$$

Направления угловых ускорений  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  определяем по направлению соответствующих тангенциальных ускорений путем переноса векторов этих ускорений в точки C, D, и E соответственно.

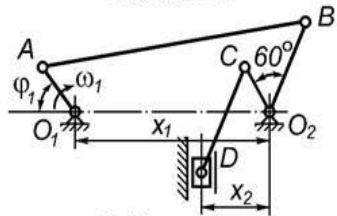
## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЗАДАЧЕ 2



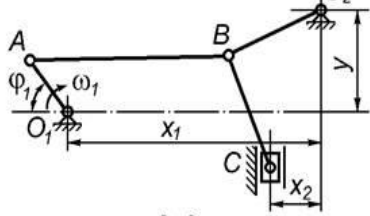
Задание 1



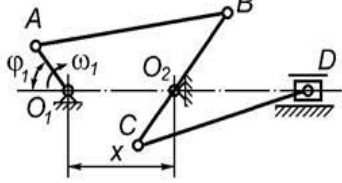
Задание 2



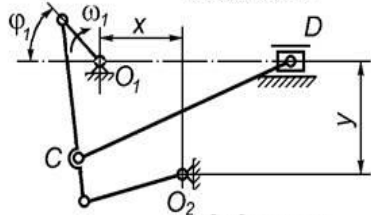
Задание 3



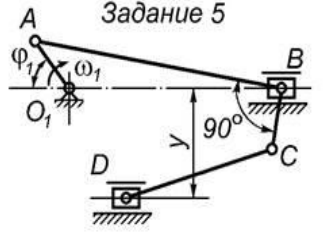
Задание 4



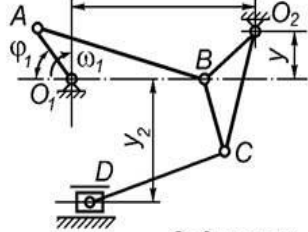
Задание 5



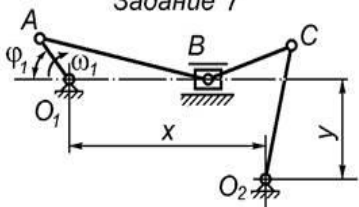
Задание 6



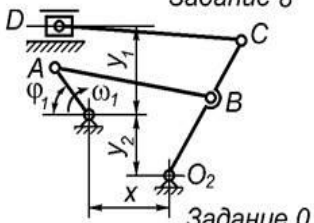
Задание 7



Задание 8



Задание 9



Задание 10

**Таблица 1. Данные к заданию 1**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Phi_1$ , Град	20	60	100	140	180	220	260	300	340	360
$AB$ , мм	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
$AC$ , мм	100	115	130	145	160	175	190	205	220	235
$OA$ , мм	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$CD$ , мм	250	275	300	325	350	375	400	425	450	475
$O_2D$ , мм	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525
$y$ , мм	30	40	60	60	70	80	90	100	110	120
$x$ , мм	325	350	376	400	425	450	475	500	525	550
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	1000	950	900	850	800	750	700	650	600	550

**Таблица 2. Данные к заданию 2**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\Phi_1$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270
$O_1A$ , мм	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
$AB$ , мм	210	240	270	300	330	360	390	420	450	480
$O_2B$ , мм	220	250	280	310	340	370	400	410	460	490
$O_2C$ , мм	270	300	330	360	390	420	450	480	510	540
$CD$ , мм	425	450	475	500	525	550	575	600	625	650
$x$ , мм	210	230	250	270	290	310	340	370	400	435
$y$ , мм	150	170	190	210	230	250	270	290	310	330
$y_1$ , мм	20	30	40	50	60	65	70	75	80	85
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	600	550	500	450	400	350	300	250	200	150

**Таблица 3. Данные к заданию 3**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	10	40	70	100	130	160	190	220	260	280
$O_1A$ , мм	70	80	90	100	110	120	130	140	160	160
$AB$ , мм	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480
$BO_2$ , мм	175	200	226	250	276	300	326	360	375	400
$CO_2$ , мм	86	106	115	126	135	150	160	170	180	190
$CD$ мм	250	300	350	400	450	600	560	600	650	700
$x$ , мм	325	350	375	400	425	460	476	500	525	550
$x_1$ , мм	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	360	330	300	270	240	210	160	160	130	120

**Таблица 4. Данные к заданию 4**

Обозначе ния данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	20	60	80	110	140	170	200	230	270	300
$x_1$ , мм	700	750	800	820	900	980	1070	1150	1200	1250
$O_1A$ , мм	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
$AB$ , мм	500	570	620	680	730	800	870	930	1000	1100
$BO_2$ , мм	400	460	500	540	600	650	700	770	850	900
$BC$ , мм	400	450	500	540	600	650	700	770	850	900
$y$ , мм	500	550	600	640	700	750	800	870	950	1000
$x$ , мм	0	10	20	30	40	50	60	70	80	100
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	200	190	180	170	160	150	140	130	120	110

**Таблица 5. Данные к заданию 5**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	0	40	80	120	160	200	240	230	320	330
$O_1A$ , мм	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275
$AB$ , мм	175	200	300	350	375	500	650	700	800	800
$BO_2$ , мм	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$BC$ , мм	200	300	450	600	700	800	900	1000	1100	1200
$CD$ , мм	200	300	400	500	600	700	600	900	1000	1100
$x$ , мм	200	200	240	250	270	350	500	510	600	560
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	400	380	360	340	320	300	280	260	240	220

**Таблица 6. Данные к заданию 6**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270
$O_1A$ , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	160	200
$AB$ , мм	350	375	400	425	450	4/5	500	525	550	575
$BO_2$ , мм	200	220	240	260	280	300	320	340	360	400
$AC$ , мм	200	215	230	245	260	275	290	305	320	335
$CD$ , мм	625	650	675	700	725	750	775	800	825	850
$x$ , мм	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350
$y$ , мм	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	200	180	160	140	120	100	100	90	80	70



**Таблица 7. Данные к заданию 7**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	0	40	60	120	160	200	240	280	320	360
$O_1A$ , мм	100	100	100	100	100	80	80	80	80	80
$AB$ , мм	300	325	350	375	400	425	450	475	500	525
$BC$ , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$CD$ , мм	275	300	325	350	375	400	425	450	475	500
$y$ , мм	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	1000	950	900	850	800	750	700	650	600	550

**Таблица 8. Данные к заданию 8**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
$O_1A$ , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$AB$ , мм	400	480	400	210	220	220	350	520	670	800
$BO_2$ , мм	200	240	280	260	240	220	200	180	160	160
$BC$ , мм	200	240	280	320	360	400	440	480	520	560
$O_2C$ , мм	350	400	450	500	550	600	700	750	800	850
$CD$ , мм	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$x$ , мм	460	470	480	490	500	510	520	530	540	550
$y$ , мм	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250
$y_1$ , мм	250	300	350	400	400	450	550	600	660	700
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	250	220	190	160	130	170	210	250	290	330

**Таблица 9. Данные к заданию 9**

Обозначения данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	20	60	100	140	180	220	260	300	330	360
$O_1A$ , мм	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
$AB$ , мм	350	380	410	440	470	500	530	560	590	620
$BC$ , мм	200	230	260	290	320	350	380	410	440	470
$CD$ , мм	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800
$x$ , мм	300	400	500	600	700	800	900	800	700	600
$y$ , мм	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	280	260	240	220	200	160	160	140	120	100

**Таблица 10. Данные к заданию 0**

Обозначение данных	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi_1$ , град	0	40	80	120	160	180	250	300	330	350
$O_1A$ , мм	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
$AB$ , мм	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$BO_2$ , мм	200	300	400	500	600	700	800	700	600	500
$BC$ , мм	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
$CD$ , мм	400	600	600	700	800	900	1000	900	800	700
$y_1$ , мм	100	150	200	260	300	350	400	450	500	550
$y_2$ , мм	250	400	500	600	700	800	900	1000	550	400
$x$ , мм	130	150	300	460	550	650	700	750	800	900
$n_1$ , мин <sup>-1</sup>	340	320	300	280	260	240	220	200	180	160

### ЗАДАЧА 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

При конструировании звеньев и кинематических пар механизмов машин необходимо решать задач обеспечения необходимой прочности, жесткости и долговечности. Для этого нужно знать силовую нагрузку звеньев и кинематических пар.

Кроме того, своим действием приложенные к механизму силы сообщают ему тот или иной закон движения.

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАЧИ 3

##### Силы, действующие на механизм

Силы и пары сил (моменты), приложенные к механизму машинного агрегата, разделены, на пять групп.

##### **1. Движущие силы ( $F_D$ ) и моменты ( $M_D$ ).**

Они приложены к ведущим звеньям механизма и совершают положительную работу за все время своего действия (или за один цикл, если изменяются периодически). Эти силы стремятся ускорить движение механизма.

**2. Силы ( $F_c$ ) и моменты ( $M_c$ ) сопротивления.** Они стремятся замедлить движение механизма и совершают отрицательную работу за время своего действия (или за один цикл). Эти силы и моменты сил еще называют силами и моментами сил технологического или полезного сопротивления ( $F_{п.с.}$ ) и ( $M_{п.с.}$ ). Полезные сопротивления - это усилия, для преодоления которых и построен данный механизм или машина. В металлорежущих станках- это сила резания, в компрессорах- сила сжатия воздуха или газа и так далее. В рабочих машинах это основные силы, на преодоление которых затрачивается работа, необходимая для осуществления заданного технологического процесса.

**3. Силы тяжести подвижных звеньев ( $G$ ) и силы упругости пружин.** На отдельных участках движения механизма эти силы могут совершать как положительную, так и отрицательную работу, но за полный цикл работа этих сил равна нулю, так как точки их приложения движутся циклически.

**4. Силы и моменты, приложенные к корпусу (стойке) машины извне.**

К ним относятся силы тяжести корпуса, реакции фундамента на корпус машины и другие. Эти силы работы не совершают, так как приложены к неподвижному корпусу.

### **5. Силы взаимодействия между звеньями механизма.**

Эти силы можно разложить на две составляющие: нормальные и касательные. Нормальные составляющие работы не совершают, а касательные составляющие (силы трения) совершают отрицательную работу.

Силы и моменты первых трех групп называются активными или внешними, так как они приложены извне.

К внешним относят также все силы и моменты четвертой группы, но не все из них являются активными. Силы пятой группы называются внутренними. Они представляют собой реакции на действие активных сил и согласно третьему закону Ньютона всегда взаимнообратимы.

На закон движения механизма наибольшее влияние оказывают движущие силы ( $F$ ) и моменты ( $M$ ), а также силы сопротивления ( $F_c$ ) и моменты сопротивления ( $M_c$ ). В большинстве случаев эти силы и моменты не являются постоянными, а изменяют свою величину при изменении положений звеньев механизма и их скорости. Эти функциональные зависимости обычно представляются графически, или массивом сил, или аналитически и называются механическими характеристиками.

### **Задачи силового исследования механизмов**

Силовой анализ механизмов основывается на решении прямой (или первой) задачи динамики - по заданному движению определить движущие силы. Поэтому законы движения начальных звеньев при силовом анализе считаются заданными. Внешние силы, приложенные к звеньям механизма, чаще всего тоже считаются заданными.

При силовом исследовании механизма силы трения в кинематических парах не учитываются, так как они, обычно, невелики по сравнению с другими силами.

Следовательно, подлежат определению только реакции в кинематических парах. Иногда внешние силы, приложенные к начальным звеньям, считаются неизвестными, тогда в силовой анализ входит задача определения таких величин этих сил, при

которых выполняются заданные законы движения начальных звеньев.

В работе механизма отдельные его звенья в общем случае совершают движение с ускорением, поэтому при силовом анализе используется принцип Даламбера, согласно которому звено механизма может рассматриваться как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам, действующим на него, добавить силы инерции. Этот прием упрощает решение задач силового анализа, так как позволяет использовать уравнения равновесия, называемые уравнениями кинестатики, чтобы отличить их от обычных уравнений статики - уравнений равновесия без учета сил инерции.

Силовое исследование механизма с применением сил инерции называется кинестатическим исследованием механизма.

### **Силы инерции звеньев плоских механизмов**

При движении звена различные его точки имеют в общем случае различные ускорения. По принципу Даламбера в каждой точке звена, обладающей элементарной массой  $dm$ , следует приложить элементарную силу инерции:

$$d\Phi = -a \cdot dm,$$

где  $a$  - ускорение массы  $dm$ .

Так как звено имеет бесчисленное множество точек, то и сил инерции получается бесчисленное множество. Практически при определении сил, действующих в кинематических парах, все силы инерции звена, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, сводят к одному главному вектору сил инерции (сокращенно - сила инерции). Соответственно этому вместо множества моментов от пар сил инерции к звену прикладывается один главный момент пары сил инерции звена  $M$  (сокращенно-момент пары сил инерции).

Силу инерции  $\Phi_i$  и момент пары сил инерции  $M_{\Phi}$  определяют по формулам:  $\Phi_i = -m_i \cdot a_i$ ;  $M_i = -J_{Si} \cdot \epsilon_i$ , где  $m_i$  - масса звена  $i$ ;  $a_{Si}$  - ускорение центра масс  $S_i$  звена  $i$ ;  $J_{Si}$  - момент инерции звена  $i$  относительно оси, проходящей через центр масс  $S_i$  и перпендикулярной к плоскости движения звена;  $\epsilon_i$  -угловое ускорение звена  $i$ . Сила инерции  $\Phi_i$

прикладывается в центре масс  $S_i$  звена  $i$ . Вектор этой силы направлен противоположно вектору ускорения  $a_{Si}$  центра масс  $S_i$  звена  $i$  (на это указывает знак "минус" в формуле).

Момент пары сил инерции  $M_{\Phi i}$  направлен противоположно угловому ускорению  $\varepsilon_i$  звена  $i$ , на что также указывает знак "минус" в формуле. Величины и направления  $a_{Si}$  и  $\varepsilon_i$  определяются при кинематическом анализе механизма с использованием графического, аналитического или численного методов исследования.

Момент инерции звена  $J_{Si}$  в общем случае определяется как произведение массы звена  $m_i$  на квадрат его радиуса инерции. Условие статической определимости плоских кинематических цепей

Кинематическая цепь называется статически определимой в том случае, если число уравнений равновесия, которое можно составить для данной цепи, равно числу неизвестных параметров, характеризующих реакции в кинематических парах.

Известно, что сила реакции в кинематической паре определяется тремя параметрами: величиной, направлением и точкой приложения. Во вращательной паре, если не учитывать силы трения, равнодействующая сила реакции проходит через центр шарнира, то есть точка приложения реакции известна. Величина и направление равнодействующей силы остаются неизвестными.

В поступательной паре, если не учитывать силы трения, известно направление реакции (перпендикулярна к направлению относительного перемещения звеньев). Неизвестными остаются точка приложения и величина реакции.

Таким образом, при определении реакций в каждой из низших кинематических пар имеют дело с двумя неизвестными параметрами из трех, характеризующих любую силу.

Возьмем плоскую кинематическую цепь, состоящую из  $n$  подвижных звеньев, соединенных низшими кинематическими парами  $P_5$ . Если к числу внешних сил, приложенных к звеньям этой цепи, добавить силы инерции, то цепь можно рассматривать как находящуюся в равновесии.

Для каждого звена можно составить три уравнения равновесия, а для всей кинематической цепи, имеющей  $n$  подвижных звеньев- $3n$  уравнений.

Силовой расчет следует производить, разбивая механизм на группы Ассур. Расчет ведется для каждой группы, начиная с последней в порядке присоединения к начальному механизму, то есть с наиболее удаленной от начального звена группы.

### Кинестатика начального звена

Всякий механизм с одной степенью подвижности, находящийся под действием внешних сил, считается находящимся в равновесии, если к начальному звену приложить уравнивающую силу  $F_{ур}$  или уравнивающую пару сил с моментом  $M_{ур}$  (сокращенно- уравнивающий момент). Уравнивающая сила  $F_{ур}$  неизвестна по величине, известна лишь линия действия этой силы - она перпендикулярна к начальному звену.

Если механизм имеет несколько степеней свободы, то для его равновесия необходимо столько уравнивающих сил или пар сил, сколько имеется степеней свободы. Таким образом, при силовом исследовании механизма определяются реакции в кинематических парах и уравнивающая сила (или уравнивающий момент).

### Пример силового расчета плоского механизма методом планов сил

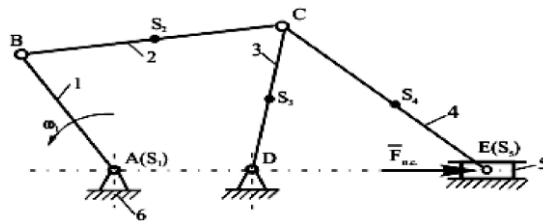


Рисунок 3.1 – план механизма

Перед силовым расчетом должно быть выполнено кинематическое исследование механизма, так как для определения сил инерции  $\Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  и  $\Phi_5$  и моментов инерции  $M_{\Phi 2}, M_{\Phi 3}, M_{\Phi 4}$  нужно знать величины и направления линейных

ускорений центров масс  $a_{S2}, a_{S3}, a_{S4}, a_E$  звеньев 2, 3, 4, 5, а также угловых ускорений  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  звеньев 2, 3, 4.

Если кинематическое исследование выполнено графоаналитическим способом (методом планов скоростей и ускорений), то необходимые для силового расчета ускорения находятся из плана ускорений.

Рассчитываем силы инерции  $\Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  и  $\Phi_5$  и моменты сил инерции  $M_2, M_3, M_4$ . Для звена 1 силами инерции можно пренебречь. Считаем, что кривошип 1 вращается равномерно ( $\varepsilon_1 = 0$  и его центр тяжести  $S_1$  совпадает с центром вращения А ( $a_{S1} = 0$ , поэтому  $\Phi_1 = 0$  и  $M_{\Phi_1} = 0$ ). Ползун 5 движется поступательно, поэтому  $M_{\Phi_5} = 0$ .

Силы инерции:

$$\Phi_2 = a_{S2} \frac{G_2}{g}; \quad \Phi_3 = a_{S3} \frac{G_3}{g}; \quad \Phi_4 = a_{S4} \frac{G_4}{g}; \quad \Phi_5 = a_{S5} \frac{G_5}{g},$$

где  $g$  - ускорение свободного падения;  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ;

$G_2, G_3, G_4, G_5$  - силы тяжести звеньев 2, 3, 4 и 5 соответственно;

$a_{S2}, a_{S3}, a_{S4}, a_{S5}$  - ускорения центров тяжести звеньев, величины, которых определяются при кинематическом анализе механизма.

Моменты сил инерции:

$$M_{\Phi_2} = J_{S2} \cdot \varepsilon_2; \quad M_{\Phi_3} = J_{S3} \cdot \varepsilon_3; \quad M_{\Phi_4} = J_{S4} \cdot \varepsilon_4,$$

где  $J_{S2}, J_{S3}, J_{S4}$  - моменты инерции звеньев 2, 3 и 4 относительно осей, проходящих через центры тяжести  $S_2, S_3, S_4$ ;  $\varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  - угловые ускорения звеньев 2, 3 и 4;

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^T}{l_{CB}}; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^T}{l_{CD}}; \quad \varepsilon_4 = \frac{a_{EC}^T}{l_{EC}}.$$

Величины и направления тангенциальных ускорений определяются при кинематическом анализе механизма.

Величины  $J_{S2}, J_{S3}, J_{S4}$  заданы. Расчленим механизм на группы Ассура (4,5), (2,3) и начальный механизм (1,6). Силовой анализ начинаем с последней группы (4,5). Вычерчиваем в масштабе эту группу (рис.3.2). К звеньям групп



прикладываем известные внешние силы  $G_4$ ,  $G_5$ ,  $F_{п.с.}$ , а также силы инерции  $\Phi_4$ ,  $\Phi_5$  и момент инерции  $M_{\Phi 4}$ .

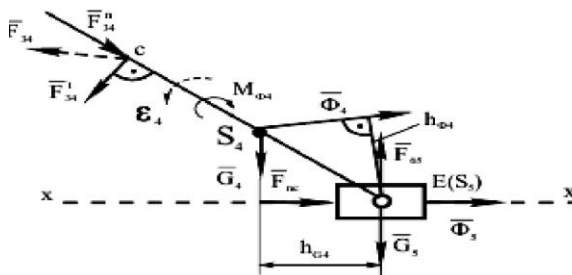


Рисунок 3.2 – группа Ассра 4,5

Вместо отброшенных звеньев 3 и 6 прикладываем силы реакции со стороны отброшенных звеньев - в шарнире С силу  $F_{34}$  и в поступательной паре (в точке Е) силу  $F_{56}$ . При этом силу  $F_{34}$  раскладываем на нормальную и тангенциальную составляющие:  $F_{34} = F_{34}^n + F_{34}^t$ . Направления составляющих выбираем произвольно.

Силы инерции  $\Phi_4$  и  $\Phi_5$  прикладываем в центрах тяжести  $S_4$  и  $S_5$  звеньев 4 и 5, направляя векторы этих сил противоположно векторам ускорений  $a_{s4}$  и  $a_{s5}$ .

Момент инерции  $M_{\Phi 4}$  направляем противоположно направлению углового ускорения  $\epsilon_4$  звена 4, а силу полезного сопротивления  $F_{п.с.}$  - противоположно направлению движения ползуна 5 (точка Е).

Составляем векторное уравнение равновесия сил группы

$$\sum F_{45} = 0;$$

$$F_{34} + G_4 + \Phi_4 + G_5 + \Phi_5 + F_{п.с.} + F_{65} = 0$$

$$F_{34}^n + F_{34}^t + G_4 + \Phi_4 + G_5 + \Phi_5 + F_{п.с.} + F_{65} = 0$$

где  $F_{34}^n \parallel CD$ ,  $F_{34}^t \perp CD$ ,  $F_{65} \perp xx$ .

В уравнении четыре неизвестных: величина и направление силы  $F_{34}$ , величина и точка приложения силы  $F_{65}$ .

Для упрощения расчета точку приложения силы  $F_{65}$  считают известной (точка Е), тогда остается три неизвестных: величина и

направление силы  $F_{43}$ , и величина силы  $F_{65}$ . При расчете сил пользуемся вторым уравнением.

Определяем тангенциальную составляющую из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 4, относительно точки E:

$$\begin{aligned} \sum M_E(F)_4 &= 0; \\ F_{34}^r \cdot l_{CE} + G_4 \cdot h_{G4} - \Phi_4 \cdot h_{\Phi 4} - M_{\Phi 4} &= 0; \\ F_{34}^r &= \frac{\Phi_4 h_{\Phi 4} + M_{\Phi 4} - G_4 h_{G4}}{l_{CE}}. \end{aligned}$$

Плечи  $h_{\Phi 4}$  и  $h_{G4}$  измеряются на чертеже группы (в мм) и умножаются на масштабный коэффициент  $K_1$ .

Если значение тангенциальной составляющей силы получится со знаком “плюс”, то это будет означать, что мы правильно выбрали направление этой составляющей, а если со знаком “минус”, то первоначально выбранное направление нужно сменить на противоположное.

После определения величины и направления тангенциальной составляющей силы остаются неизвестными величины сил  $F_{34}^n$  и  $F_{65}$ , которые находятся графическим решением уравнения -

$$\sum F_{45} = 0.$$

Сумма указанных в уравнении векторов образует замкнутый векторный контур, который называется планом сил. Для построения плана сил выбираем масштабный коэффициент сил  $K_F$ , после чего определяем отрезки (в мм), которыми будут изображаться известные силы на чертеже: □

$$\begin{aligned} (ab) &= F_{34}^r / K_F; \quad (bc) = G_4 / K_F; \quad \square(cd) = \Phi_4 / K_F; \\ (de) &= G_5 / K_F; \quad (ef) = \Phi_5 / K_F; \quad \square(fh) = F_{n.c.} / K_F. \end{aligned}$$

Строим план сил (рис. 3.3). Откладываем векторы известных сил (стрелки всех векторов должны соответствовать одному и тому же обходу контура), а затем из точки h проводим направление силы  $F_{65}$ , а из точки a - направление силы  $F_{34}^n$ . Силовой многоугольник замкнется в точке K, которая будет

концом вектора силы  $F_{65}$  и началом вектора силы  $F_{34}^n$ .

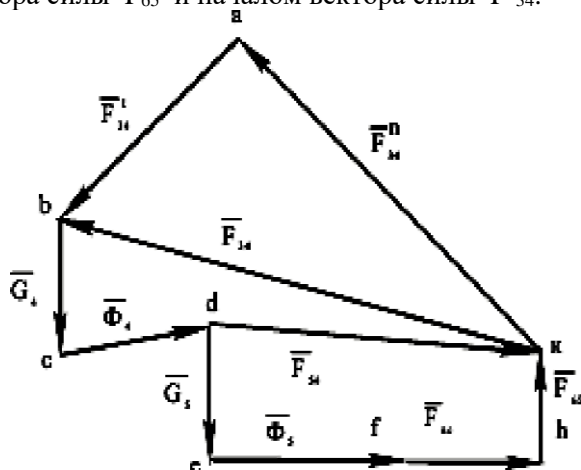


Рисунок 3.3 – план сил структурной группы 4,5

Вектор силы  $F_{34}^n$  равен отрезку  $ka$ . Просуммировав векторы сил  $F_{34}^n$  и  $F_{34}^t$ , получаем полную силу  $F_{34}$ , действующую на звено 4 со стороны звена 3. Определяем величины сил  $F_{34}$  и  $F_{65}$ :  $F_{34} = kb \cdot K_F$ ,  $F_{65} = hk \cdot K_F$ .

Теперь нужно определить реакцию в шарнире E внутренней пары (4,5):  $F_{54} = -F_4$ .

Эта реакция находится из уравнения суммы сил, действующих на звено 4 (или на звено 5):

$$F_4 = 0;$$

$$F_{34} + G_4 + \Phi_4 + F_{54} = 0.$$

В этом уравнении два неизвестных: величина и направление силы  $F_{54}$ .

Для решения векторного уравнения достаточно на уже построенном плане сил (рис.3.3) соединить точки  $d$  и  $k$ .

Величина силы  $F_{54}$  равна:

$$F_{54} = (dk) \cdot K_F.$$

Переходим к кинетостатическому анализу группы Ассур (2,3), изображенной на рис.3.4. Масштабный коэффициент  $K_1$  при вычерчивании группы можно принять таким же, как и для группы (4,5).

Приложим силы реакции  $F_{12}$  и  $F_{63}$  в шарнирах B и D, разложив их на нормальные и тангенциальные составляющие:

$F_{21}^n, F_{12}^r$  и  $F_{63}^n, F_{63}^r$ .

Тангенциальные составляющие найдем из уравнений моментов сил относительно точки С для звеньев 2 и 3:

$$\begin{aligned} \sum M_C(F)_2 &= 0 \\ \sum M_C(F) &= 0 \\ F_{12}^r \cdot l_{CB} + G_2 \cdot h_{G2} - M_{\Phi_2} &= 0; \\ F_{63}^r \cdot l_{CD} + G_3 \cdot h_{G3} + \Phi_3 \cdot h_{\Phi_3} - M_{\Phi_3} &= 0; \\ F_{12}^r &= \frac{M_{\Phi_2} + \Phi_2 \cdot h_{\Phi_2} - G_2 \cdot h_{G2}}{l_{BC}}; \\ F_{63}^r &= \frac{M_{\Phi_3} - G_3 \cdot h_{G3} - \Phi_3 \cdot h_{\Phi_3}}{l_{CD}}. \end{aligned}$$

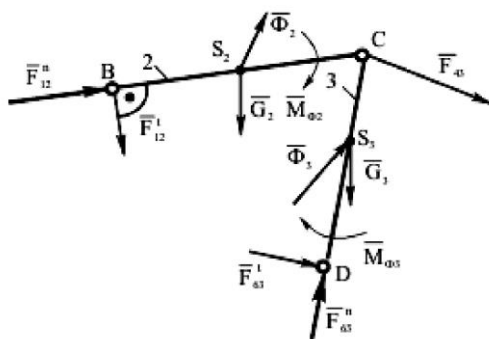


Рисунок 3.4 – структурная группа 2, 3

Если значения  $F_{12}^r$  или  $F_{63}^r$  получатся со знаком “минус”, то на чертеже нужно изменить направления векторов этих сил.

Для нахождения величин нормальных составляющих  $F_{12}^n$  и  $F_{63}^n$ , направления которых известны, составляем векторное уравнение всех сил, действующих на группу звеньев (2,3), при этом сила  $F_{12}^n$  должна стоять в начале, а  $F_{63}^n$  - в конце уравнения:

$$F_{12}^n + G_2 + \Phi_2 + \Phi_3 + G_3 + F_{63}^r + F_{63}^n = 0$$

Решаем это векторное уравнение графически с помощью построения плана сил (рис. 6.5), предварительно определив

отрезки (в мм), которыми будут изображаться все известные силы на плане:

$$\begin{aligned} (ab) &= F_{12}^1 / K_F; (bc) = G_2 / K_F; (cd) = \Phi_2 / K_F; \\ (de) &= \Phi_3 / K_F; (ef) = G_3 / K_F; (fh) = F_{63}^1 / K_F. \end{aligned}$$

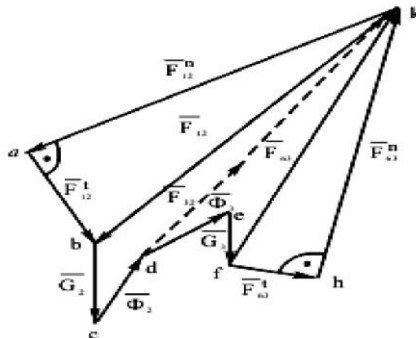


Рисунок 3.5 – план сил структурной группы 2, 3

Из плана сил находим величины сил  $F_{12}$  и  $F_{63}$  :

$$F_{12} = (bk) \cdot K_F; F_{63} = (fk) \cdot K_F.$$

Реакцию  $F_{32} = -F_{23}$  во внутренней кинематической паре, образованной звеньями 2 и 3, найдем из условия равновесия звена 2, которое записываем в виде векторного уравнения:

$$\sum F_2 = 0;$$

$$F_{12} + G_2 + \Phi_2 + F_{32} = 0.$$

Решаем это уравнение графически. Для нахождения величины и направления реакции  $F_{32}$  достаточно на плане сил (рис. 3.5) соединить точки d и k. Тогда  $F_{32} = (dk) \cdot K_F$ .

Рассматриваем начальный механизм (рис. 3.6) и определяем силы, действующие на кривошип 1.

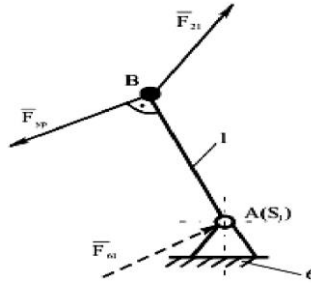


Рисунок 3.6 – начальный механизм.

На кривошип 1 со стороны звена 2 действует сила  $F_{21}$ . Величина и направление этой силы известны:  $F_{21} = -F_{12}$ , приложена она в точке В. В точке А действует сила  $F_{61}$  со стороны стойки 6, неизвестная по величине и направлению. В точке В также приложена уравнивающая сила. Линия действия этой силы перпендикулярна к кривошипу, а направление вектора выбирается произвольно.

Определяем  $F_{yp}$  из уравнения моментов сил, приложенных к звену 1, относительно точки А:

$$\sum M_A(F)_1 = 0;$$

$$-F_{21} \cdot h_{F_{21}} + F_{yp} \cdot l_{AB} = 0;$$

$$F_{yp} = \frac{F_{21} \cdot h_{F_{21}}}{l_{AB}}.$$

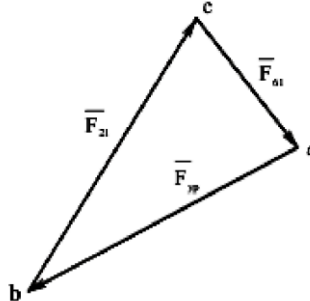


Рисунок 3.7 – план сил начального механизма.

Если значение  $F_{yp}$  получится со знаком “минус”, то нужно на чертеже изменить направление вектора уравнивающей силы.

Заканчиваем силовой расчет определением величины и направления реакции  $F_{61}$ , для чего составляем векторное уравнение равновесия звена 1:

$$F_{yp} + F_{21} + F_{61} = 0$$

$$(ab) = \frac{F_{yp}}{K_F};$$

В соответствии с этим уравнением строим план сил (рис.6.7), выбрав предварительно масштабный коэффициент сил  $K_F$  и определив отрезки (в мм), которыми будут изображаться силы на плане сил: Из силового треугольника (рис.3.7) находим реакцию  $F_{61}$ :

$$F_{61} = (ca) \cdot K_F.$$

Методика силового расчета групп Ассур второго класса всех пяти видов приведена в таблице 3.

Таблица 3.1 – методика силового расчета структурных групп 2 класса

Вид группы	Расчетная схема группы	Составить уравнение	Определить
1		$\sum M_A(F_i)=0$ для звена 2 $\sum M_B(F_i)=0$ для звена 3 $\sum \bar{F}_i=0$ для группы $\sum \bar{F}_i=0$ для звена 2	$F_{12}^*$ $F_{34}^*$ $F_{12}^*$ , $F_{34}^*$ $F_{12}$ (значение и направление)
2		$\sum M_A(F_i)=0$ для звена 2 $\sum \bar{F}_i=0$ для группы $\sum \bar{F}_i=0$ для звена 2 $\sum M_B(F_i)=0$ для звена 3	$F_{12}^*$ $F_{12}^*$ , $F_{34}^*$ $F_{12}$ (значение и направление) $h_{F41}$
3		$\sum M_C(F_i)=0$ для группы $\sum \bar{F}_i=0$ для звена 2 $\sum F_i=0$ для звена 3 $\sum M_C(F_i)=0$ для звена 3	$F_{12}^*$ $F_{12}^*$ , $F_{23}^*$ $F_{41}$ (значение и направление) $h_{F23}$
4		$\sum \bar{F}_i=0$ для группы $\sum \bar{F}_i=0$ для звена 2 $\sum M_A(F_i)=0$ для звена 2 $\sum M_B(F_i)=0$ для звена 3	$F_{12}$ , $F_{41}$ $F_{34}$ (значение и направление) $h_{F12}$ $h_{F41}$
5		$\sum F_i=0$ для звена 3 $\sum F_i=0$ для звена 2 $\sum M_A(F_i)=0$ для звена 2 $\sum M_B(F_i)=0$ для группы	$F_{41}$ , $F_{12}$ $F_{12}$ (значение и направление) $h_{F12}$ $h_{F41}$



### Рекомендуемая литература

1. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для студ. вузов по техн. спец.: для подгот. Бакалавр, спец-в / Г. А. Тимофеев; Моск. гос. технический ун-т им. Н.Э.Баумана. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2010. - 351 с. - (Основы наук). - Библиогр.: с. 12. - ISBN 978-5-9916-0544-1; ISBN 978-5-9692-0840-7.
2. Матвеев Ю. А. Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Матвеев, Л. В. Матвеева. - Москва: АльфаМ: ИНФРА-М, 2009. - 320 с. - ISBN 978-5-98281-150-9. - Режим доступа:  
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=151094>
3. Соболев А.Н. Теория механизмов и машин (проектирование и моделирование механизмов и их элементов) [Электронный ресурс]: учебник / А.Н. Соболев, А.Я. Некрасов, А.Г. Схиртладзе. - М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. - 256 с.: - (Бакалавриат) - Режим доступа:  
<http://znanium.com/catalog/product/949269>

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре  
Набережночелнинского института  
Казанского (Приволжского) федерального университета

Подписано в печать 12.07.2019 г.  
Формат 60x84x16. Печать ризографическая.  
Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman».  
Усл. -печ.л. 1,5. Уч.-изд.л. 1,5.  
Тираж 100 экз. Заказ № 1406. -  
Издательско-полиграфический центр  
Набережночелнинского института  
Казанского (Приволжского) федерального университета

---

423810, г. Набережные Челны, Новый город, проспект Мира, 68/19  
тел./факс (8552) 39-65-99 e-mail: ic-nchi-kpfu@mail.ru