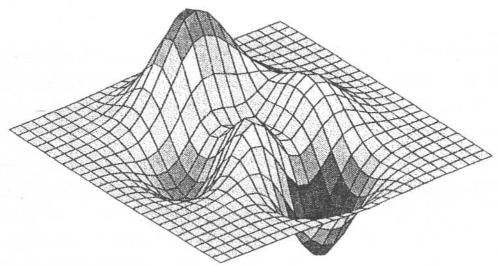
Институт вычислительной математики и информационных технологий

Казанского (Приволжского) федерального университета

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ

Выпуск 27



$$\langle Au, \eta - u\rangle + F(\eta) - F(u) \geqslant 0 \quad \forall\, \eta \in M$$

УДК 517.958; 519.21; 519.6; 519.8
ББК 22.18:32.81
И 88

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского Совета
Института вычислительной математики и информационных технологий
Казанского (Приволжского) федерального университета
Научный редактор –
доктор физико-математических наук, профессор **И.Б.Бадриев**
составитель – **В.В.Бандеров**

Рецензенты:
доктор физико-математических наук, профессор **А.В.Лапин**,
доктор технических наук, профессор **Р.Х.Латыпов**

И 88 Исследования по прикладной математике и информатике. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2011. – Вып. 27. – 184 с.

ISBN 978-5-905787-33-1

В сборник включены статьи, посвященные актуальным вопросам прикладной математики и информатики, таким, как численные методы решения задач математической физики, математическое моделирование, механических, физических и экономических процессов, методы оптимизации, математическая статистика.

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в области прикладной математики и информатики.

УДК 517.958; 519.21; 519.6; 519.8
ББК 22.18:32.81

ISBN 978-5-905787-33-1

УДК 519.8

Генератор исходных данных для задачи минимизации суммарного взвешенного запаздывания в конвейерных системах[1)]

И.К. Агапеевич, В.Р. Фазылов

Казанский (Приволжский) федеральный университет
E-mail Valery.Fazylov@ksu.ru

Введение

Конвейерные системы составляют важный раздел теории расписаний. Наиболее интересными для практики являются задачи с критериями, использующими директивные сроки окончания работ. Однако количество посвященных им публикаций невелико (см., например, [2]–[6], [8], [9]), и эти задачи остаются открытыми для исследования. Известно, что задачи построения расписаний для конвейерных систем в общем случае являются NP-трудными, и точные методы их решения слишком трудоемки даже для задач с относительно небольшим количеством работ и машин. Поэтому активно разрабатываются эвристические методы такие, как, например, метод отжига [5], метод муравьиных колоний [6], метод птичьих стай [8] и др.

Хорошо известно, что трудоемкость точных и эффективность эвристических методов NP-трудных задач сильно зависит от исходных данных. В статье предлагается классификация задач по двум легко вычисляемым по исходным данным параметрам и генератор псевдослучайных задач, обеспечивающий получение задач с заданными значениями параметров.

Простая конвейерная система (см. [1, с. 136]) описывается следующим образом.

Имеется m машин, на которых требуется выполнить n работ. Каждая работа представляет собой цепочку m операций, причем j-я операция любой работы может быть выполнена только на j-й машине. Каждая машина в любой момент времени может выполнять не более одной операции, а любая операция любой работы может начаться не ранее момента окончания предыдущей операции той же работы.

Все работы готовы к выполнению в нулевой момент времени, для каждой работы i заданы директивный срок окончания выполнения d_i и вес w_i, а для каждой операции j работы i задана длительность выполнения p_{ij}.

Предлагаемый генератор может быть использован для генерации задач построения расписаний, оптимальных по критериям, основанным на директивных сроках окончания работ. Примером такой задачи является задача минимизации суммарного взвешенного запаздывания: $\min \sum_{i=1}^{n} w_i T_i$, где T_i – запаздывание i-й работы ($T_i = \max\{0, C_i - d_i\}$, C_i – плановый момент завершения выполнения i-й работы).

1. Генератор задач

Предлагаемый ниже генератор использует идею генерации исходных данных задачи для одной машины [7]. В этой работе генерация данных основана на двух параметрах: TF

1) Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-01-00728).

3. Второй вариант одноосной анизотропии

Пусть теперь $\beta = \alpha$.

Теорема 2. *Распределения $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ являются решениями граничной задачи (1), (2) для верхнего полупространства в случае одноосной анизотропии второго типа и удовлетворяют условию излучения тогда и только тогда, когда для образов Фурье граничных функций выполнены условия*

$$\gamma_1(\eta \cdot e_x - \xi \cdot e_y) + \omega\mu(\xi \cdot h_x + \eta \cdot h_y) = 0, \qquad \alpha\omega\varepsilon(\xi \cdot e_x + \eta \cdot e_y) - \gamma_2(\eta \cdot h_x - \xi \cdot h_y) = 0, \quad (13)$$

здесь

$$\gamma_1^2 = k^2 - \xi^2 - \eta^2, \quad \gamma_2^2 = \alpha k^2 - \alpha\xi^2 - \eta^2.$$

При этом

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{i}{\zeta+\gamma_1}\frac{\eta}{\xi^2+\eta^2}(\eta e_x - \xi e_y) + \frac{i}{\zeta+\gamma_2}\frac{\xi}{\xi^2+\eta^2}(\xi e_x + \eta e_y),\\
E_y &= -\frac{i}{\zeta+\gamma_1}\frac{\xi}{\xi^2+\eta^2}(\eta e_x - \xi e_y) + \frac{i}{\zeta+\gamma_2}\frac{\eta}{\xi^2+\eta^2}(\xi e_x + \eta e_y),\\
H_x &= \frac{i}{\zeta+\gamma_1}\frac{\xi}{\xi^2+\eta^2}(\xi h_x + \eta h_y) + \frac{i}{\zeta+\gamma_2}\frac{\eta}{\xi^2+\eta^2}(\eta h_x - \xi h_y),\\
H_y &= \frac{i}{\zeta+\gamma_1}\frac{\eta}{\xi^2+\eta^2}(\xi h_x + \eta h_y) - \frac{i}{\zeta+\gamma_2}\frac{\xi}{\xi^2+\eta^2}(\eta h_x - \xi h_y),\\
E_z &= \frac{i}{\zeta+\gamma_2}\frac{1}{\gamma_2}(\xi e_x + \eta e_y), \qquad H_z = \frac{i}{\zeta+\gamma_1}\frac{1}{\gamma_1}(\xi h_x + \eta h_y).
\end{aligned} \quad (14)$$

Доказательство проводится по той же схеме, что и в случае теоремы 1. •

Литература

1. **Плещинская И.Е., Плещинский Н.Б.** Переопределенные граничные задачи для эллиптических уравнений с частными производными и их применение в теории дифракции волн // Ученые записки Казанского государственного университета. Серия физико-математические науки. – 2005. – Т. 147, Кн. 3. – С. 4–32.
2. **Курушин Е.П., Нефёдов Е.И.** Электродинамика анизотропных волноведущих структур. – М.: Наука, 1983. – 224 с.

УДК 517.984

О возмущении собственных значений и собственных векторов некоторых линейных операторов в гильбертовом пространстве

И.В. Вахотин, А.М. Сидоров

Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail Anatoly.Sidorov@ksu.ru

В работе рассмотрена задача о возмущении изолированного конечнократного собственного значения замкнутого оператора в гильбертовом пространстве и построены степенные ряды для возмущенных собственного значения и собственного вектора. Полученные результаты частично были анонсированы в [2].

1. Постановка задачи.

Пусть H – сепарабельное комплексное гильбертово пространство со скалярным произведением $\langle\cdot,\cdot\rangle$ и нормой $\|\cdot\|$, $B_0 : D(B_0) \to H$ – замкнутый линейный оператор, плотно заданный в H, причем $B : D(B) \to H$ – линейный оператор в H, причем $D(B_0) \subset D(B)$. Предположим, что все различные собственные значения $\mu_1, \mu_2, \ldots$ оператора B_0 имеют конечную кратность, для каждого $\nu \in \mathbf{N}$

$$\inf_{\tau\neq\nu} |\mu_\tau - \mu_\nu| > 0,$$

базисом Рисса в H является последовательность соответствующих собственных элементов $(y_{\nu,k})$ оператора B_0, где $\nu \in \mathbf{N}$, $k = n_{\nu-1}+1, \ldots, n_\nu$, $n_0 = 0$, $n_\nu - n_{\nu-1}$ – кратность собственного значения μ_ν.

Лемма 1. *Для каждого $\nu \in \mathbf{N}$ оператор $B_0 - \mu_\nu I$, где I – единичный оператор в H, является фредгольмовым.*

Доказательство. В силу условия $\inf\limits_{\tau\neq\nu} |\mu_\tau - \mu_\nu^{-1}| > 0$существует λ, не принадлежащее замыканию множества $\{\mu_\nu; \nu \in \mathbf{N}\}$. Покажем, что λ является регулярной точкой оператора B_0. Возьмем элемент $x \in H$ и разложим его по базису $(y_{\nu,k})$:

$$x = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=n_{\nu-1}+1}^{n_\nu} \alpha_{\nu,k} y_{\nu,k}, \quad (1)$$

где $\alpha_{\nu,k} = \langle x, y^*_{\nu,k}\rangle$, $(y^*_{\nu,k})$ – биортогональной к $(y_{\nu,k})$ базис Рисса в H.

Пусть

$$u = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=n_{\nu-1}+1}^{n_\nu} \alpha_{\nu,k}(\mu_\nu - \lambda)^{-1} y_{\nu,k}.$$

Поскольку оператор $B_0 - \lambda I$ является замкнутым, то

$$(B_0 - \lambda I) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=n_{\nu-1}+1}^{n_\nu} \alpha_{\nu,k}(\mu_\nu - \lambda)^{-1}(B_0 - \lambda I) y_{\nu,k} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{k=n_{\nu-1}+1}^{n_\nu} \alpha_{\nu,k} y_{\nu,k} = x$$