

## **К ВОПРОСУ О ДИФРАКЦИИ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВОДЯЩИХ ОБЪЕКТАХ ЭЭС**

Представлен теоретический анализ и даны количественные оценки вклада поля дифракции электромагнитных волн на симметричных проводящих объектах в суммарное поле СНЧ-ОНЧ-диапазона вблизи источников, которыми могут служить отдельные элементы электроэнергетических систем. Полученные в виде достаточно простых и удобных для практического использования соотношений результаты представляют интерес при решении комплекса задач, связанных с различными аспектами проблем электромагнитной совместимости, помехозащищенности и безопасности жизнедеятельности в электроэнергетике.

**Введение.** Изучение низкочастотных (диапазон СНЧ-ОНЧ — 10—10 000 Гц) электромагнитных (ЭМ) полей, генерируемых элементами электроэнергетических систем (ЭЭС), и исследование воздействия ЭМ-полей естественного и искусственного происхождения на различные структуры ЭЭС представляет интерес при решении комплекса задач, связанных с различными аспектами проблем электромагнитной совместимости, помехозащищенности и безопасности жизнедеятельности в электроэнергетике. При этом изучение структуры и интенсивности ЭМ-поля вблизи объектов различной, подчас довольно сложной, конфигурации (строения, трубопроводы, открытые кабельные линии и т.п.) требует анализа суммарной картины, представляющей собой суперпозицию поля источника и поля, являющегося результатом дифракции на соответствующем объекте. Целью работы является теоретический анализ и получение количественных оценок вклада поля дифракции ЭМ-волн на проводящих объектах цилиндрической и сферической формы в суммарное поле вблизи источников, которыми могут служить отдельные элементы ЭЭС. При анализе ограничимся допущениями: 1) объекты, на которых изучается поле, — идеально проводящие, что допустимо в условиях низкой проводимости земли, часто имеющей место в реальных условиях; 2) волны СНЧ-ОНЧ-диапазона — плоские монохроматические, так как рассматривается малый участок волновой зоны.

**Дифракция на цилиндрическом объекте.** Будем предполагать, что в случае низкой проводимости земли в некотором приближении допустимо свести задачу к оценке вклада поля, вызванного дифракцией на идеально проводящем цилиндре бесконечной длины (последнее справедливо, поскольку результирующее поле исследуется на расстояниях от объекта, много меньших его линейных размеров).

Введем цилиндрическую систему координат так, что ось  $x$  совпадает с осью цилиндра (рис. 1). Пусть для падающей волны  $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{k} \perp \mathbf{x}$  (стоит задача оценки максимального вклада дифракционной составляющей) угол  $\alpha$  отсчитываем от направления  $\mathbf{k}$ . В этом случае поле имеет компоненты  $E_x, H_r, H_\alpha$ . С учетом геометрии задачи величину  $E_x$  определим из волнового уравнения для  $\mathbf{E}$ :  $\Delta \mathbf{E} - (1/v_{ph}^2)(\partial^2 \mathbf{E} / \partial t^2) = 0$ . Компонента  $E_{xc}$  вторичного поля, обусловленного дифракцией,  $\mathbf{E}_c = \mathbf{E} - \mathbf{E}_0$ , удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_c}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_c}{\partial \alpha^2} + k^2 E_c = 0. \quad (1)$$

Разделив переменные в (1), получим [1]

$$E_v''(r) + (1/r)E_v'(r) + (k^2 - v^2/r^2)E_v(r) = 0; \quad (2)$$

$$E_v''(\alpha) + v^2 E_v(\alpha) = 0, \quad (3)$$

где  $v^2 = C$  — постоянная разделения.

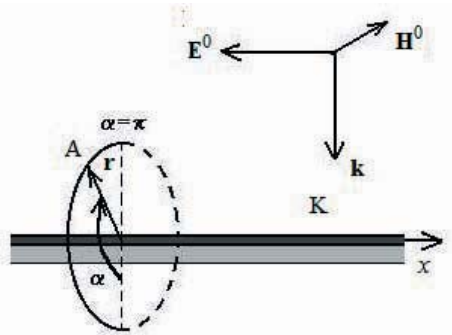


Рис. 1. Схема постановки задачи дифракции на цилиндрическом объекте: А — точка, в которой вычисляется поле; К — цилиндрический объект

Уравнение (2) — уравнение Бесселя, решение которого в общем случае можно записать в виде

$$E_c = C_1 H_v^{(1)}(kr) + C_2 H_v^{(2)}(kr),$$

причем второй член описывает сходящуюся волну, которой в реальных условиях, описываемых задачей, не существует.

В области малых значений  $r$  (вблизи объекта, где  $r \ll \lambda$ ), применяя граничное условие  $r \rightarrow 0$ , запишем функцию  $E_c$  в виде произведения

$$E_c = \varepsilon_0 f_1(r) f_2(\alpha), \quad (4)$$

где  $f_1(r)$  — степенная функция, описывающая затухание волны при увеличении  $r$ ;  $f_2(\alpha)$  — некоторая функция, определяющая осциллирующее распределение вектора  $\mathbf{E}_c$  «внутри» огибающей — степенной функции.

Поскольку в рассматриваемом диапазоне ( $f \approx 10^1 \div 10^4$  Гц)  $k \approx 10^{-4} \div 10^{-7}$  и, соответственно,  $(kr) \ll 1$ , то, чтобы удовлетворить условию (4), в качестве решения уравнения (2) следует выбрать функцию Ханкеля для малых значений аргумента [1, 2]:

$$E_\nu(r) = H_\nu^{(1)}(kr) = (1/i\pi) \Gamma(\nu)(kr/2)^{-\nu} \quad (\nu \neq -1, -2, \dots). \quad (5)$$

Уравнение (3) имеет решение  $E_\nu(\alpha) = A_\nu \exp(i\nu\alpha) + B_\nu(\alpha) \exp(-i\nu\alpha)$ . Параметр  $\nu$  — целый и, согласно (5), положителен. Учитывая, что общее решение уравнения (1)  $E_c(r, \alpha) = \sum_\nu E_\nu(r) E_\nu(\alpha)$ , имеем

$$E_c(r, \alpha) = \varepsilon_0 \sum_{\nu=0}^{\infty} \left( A_\nu e^{i\nu\alpha} + B_\nu e^{-i\nu\alpha} \right) H_\nu^{(1)}(kr).$$

Коэффициенты  $A_\nu, B_\nu$  нетрудно найти из граничного условия на поверхности идеально проводящего цилиндра  $\mathbf{E}_c + \mathbf{E}_0 = 0$  при  $r = a$  (где  $a$  — радиус цилиндра), используя свойство ортогональности  $\exp(im\alpha)$ :

$$A_\nu = i^\nu J_\nu(ka) / H_\nu^{(1)}(ka), \quad B_\nu = i^\nu J_\nu(ka) / H_\nu^{(1)}(ka).$$

Полное электрическое поле, таким образом, равно

$$E_x(r, \alpha) = \varepsilon_0 \left\{ \exp(ikr \cos \alpha) - \sum_\nu \frac{J_\nu(ka)}{H_\nu^{(1)}(ka)} H_\nu^{(1)}(kr) \left( i^\nu e^{i\nu\alpha} + i^{-\nu} e^{-i\nu\alpha} \right) \right\}. \quad (6)$$

Компонента  $H_\alpha$  находится из первого уравнения Максвелла:

$$H_\alpha = -(1/ik) \partial E_x / \partial r = -\varepsilon_0 \left\{ \cos \alpha \exp(ikr \cos \alpha) - \sum_\nu \frac{J_\nu(ka)}{H_\nu^{(1)}(ka)} \frac{dH_\nu^{(1)}(kr)}{d(kr)} \left( i^{\nu-1} e^{i\nu\alpha} + i^{-\nu-1} e^{-i\nu\alpha} \right) \right\}. \quad (7)$$

Составляющая  $H_r$  при  $0 \leq \alpha \leq \pi$  рассчитывается аналогично.

Полученные соотношения (6) и (7) позволяют оценить вклад дифракционной части в суммарное поле, принимаемое антенной:

$$\delta_{E_x}(r, k) = E_{xc} / (E_{x0} + E_{xc}), \quad \delta_{H_\alpha}(r, k) = H_{\alpha c} / (H_{\alpha 0} + H_{\alpha c}).$$

Произведенные оценки влияния дифракции на цилиндрическом объекте для волн с частотами 10—10 000 Гц при  $a = 1$  см,  $r = 1 \div 30$  м позволили получить следующие аналитические зависимости относительных оценок от пространственных координат и  $k$ :

$$\delta_{E_x}(r, k) |_{\alpha=\pi} = e^{ikr} (k/2r)^2, \quad \delta_{H_\alpha} |_{\alpha=\pi} = ie^{ikr} k/2r^3. \quad (8)$$

Формулы (8) позволяют легко рассчитать относительный вклад дифракционной составляющей в суммарное ЭМ-поле вблизи проводящего объекта цилиндрической формы.

**Дифракция на сферическом объекте.** Рассмотрим теперь вклад в суммарное ЭМ-поле поля дифракции на объекте сферической формы. Пусть однородная плоская волна, векторы которой имеют амплитуды

$$\dot{E}_m^0 = x_0 \dot{A} e^{-ik_0 z}, \quad \dot{H}_m^0 = y_0 (\dot{A} / \dot{W}_0) e^{-ik_0 z},$$

падает на сферическое тело с проницаемостями  $\dot{\epsilon}$ ,  $\dot{\mu}$ ; проницаемости среды —  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  (рис. 2).

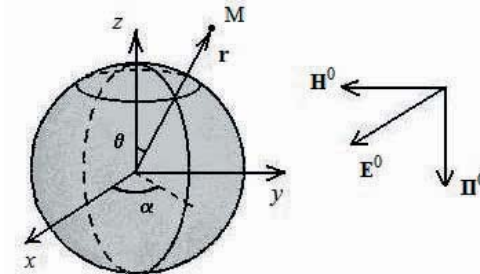


Рис. 2. Схема постановки задачи дифракции на сферическом объекте, М — точка, в которой вычисляется поле

Необходимо построить решения для внешнего поля дифракции (внутреннее поле дифракции в рассматриваемой постановке задачи нас не интересует), которые можно получить тем же способом, что и в предыдущем разделе — путем разложения падающей волны по подходящим функциям и составления аналогичных разложений с неопределенными коэффициентами для поля дифракции.

Последние будут находиться при наложении соответствующих граничных условий. Заметим, однако, что реализация такого подхода в случае сферической геометрии оказывается более сложной.

Будем использовать сферические гармоники  $\mathfrak{R}$ ,  $\Theta$ ,  $\mathfrak{Z}$ . Однородное уравнение Гельмгольца, описывающее поле, в сферических координатах будет иметь вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial u}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha^2} + k^2 u = 0. \quad (9)$$

Подстановка  $u(r, \vartheta, \alpha) = \mathfrak{R}(r)\Theta(\vartheta)\mathfrak{Z}(\alpha)$  с последующим умножением всех членов уравнения (9) на  $r^2 \sin^2 \vartheta / (\mathfrak{R}\Theta\mathfrak{Z})$  дает

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{\mathfrak{R}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\mathfrak{Z}} \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial \alpha^2} + k^2 r^2 \sin^2 \vartheta = 0.$$

Приравнявая третий член, зависящий только от  $\alpha$ ,  $-m^2$ , получаем два уравнения, одно из которых делится на  $\sin^2 \vartheta$  [3]. Далее члены, зависящие только от  $r$ , приравниваем  $p^2$ . В результате получаем три обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathfrak{R}} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\mathfrak{R}}{dr} \right) + k^2 r^2 &= 0, & \frac{\partial^2 \mathfrak{Z}}{\partial \alpha^2} + m^2 \mathfrak{Z} &= 0, \\ \frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{d\Theta}{d\vartheta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} &= -p^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Если  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ , то  $u(r, \vartheta, \alpha + 2\pi) = u(r, \vartheta, \alpha)$ , так что  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Производя во втором уравнении системы (10) замену  $t = \cos \vartheta$ , получим

$$\frac{d}{dt} \left[ (1-t^2) \frac{d\Theta}{dt} \right] + \left( p^2 - \frac{m^2}{1-t^2} \right) \Theta = 0 \quad (-1 < t < 1).$$

Ограниченными решениями последнего уравнения являются присоединенные функции Лежандра  $P_n^{(m)}(t)$  [при этом собственные значения, отвечающие этим собственным функциям,  $p^2 = n(n+1)$ ] [3]:

$$T(t) = P_n^{(m)}(t) = (1-t^2)^{m/2} \frac{d^m P_n(t)}{dt^m} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, m \leq n),$$

где  $P_n(t)$  — полиномы Лежандра [2]. Отсюда следует, что  $\Theta(\vartheta) = P_n^{(m)}(\cos \vartheta)$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

Первое из уравнений (10) после дифференцирования выражения в круглых скобках и выполнения замен  $p = n(n+1)$ ,  $\mathfrak{R}(r) = \rho(r)/\sqrt{kr}$  приводится к виду

$$\frac{d^2 \rho}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\rho}{dr} + \left[ k^2 - \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 / r^2 \right] \rho = 0,$$

а это не что иное, как уравнение Бесселя порядка  $n + 1/2$  относительно функции  $\rho(kr)$  [2]. Таким образом, решением первого уравнения системы (10) является функция

$$\mathfrak{R}(r) = \frac{1}{\sqrt{kr}} [AJ_{n+1/2}(kr) + BN_{n+1/2}(kr)] = \frac{1}{\sqrt{kr}} [PH_{n+1/2}^{(1)}(kr) + QH_{n+1/2}^{(2)}(kr)].$$

Окончательно решения уравнения (9) будут иметь вид

$$u(r, \vartheta, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{kr}} \left\{ AJ_{n+1/2}(kr) + BN_{n+1/2}(kr) \right\} \times P_n^{(m)}(\cos \vartheta) \left\{ C \cos m\alpha + D \sin m\alpha \right\} \\ \left\{ R e^{im\alpha} + S e^{-im\alpha} \right\}.$$

Пользуясь известными рекуррентными соотношениями для сферической и модифицированной сферической функций Бесселя I рода [2], можно теперь записать решение для внешнего поля дифракции [4]:

$$\dot{E}_m = \dot{A} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left( c_n^M M_{on} + i c_n^N N_{en} \right), \quad r > R; \quad (11)$$

$$\dot{H}_m = -\frac{\dot{A}}{\dot{W}} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left( b_n^N M_{en} - i b_n^M N_{on} \right), \quad r > R, \quad (12)$$

где

$$M_{en} = \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 r}} J_{n+1/2}(kr) \left[ \pm \vartheta_0 \frac{1}{\sin \vartheta} P_n^{(1)}(\cos \vartheta) \frac{\cos \alpha - \alpha_0}{\sin \alpha} - \alpha_0 \frac{d}{d\vartheta} P_n^{(1)}(\cos \vartheta) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right],$$

$$N_{en} = \frac{1}{k_0 r} \left\{ r_0 n(n+1) \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 r}} H_{n+1/2}^{(2)}(k_0 r) P_n^{(1)}(\cos \vartheta) \cos \alpha + \right. \\ \left. + \vartheta_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \sqrt{k_0 r} H_{n+1/2}^{(2)}(k_0 r) \right]' \frac{d}{d\vartheta} P_n^{(1)}(\cos \vartheta) \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \pm \right. \\ \left. \pm \alpha_0 \frac{1}{\sin \vartheta} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[ \sqrt{k_0 r} H_{n+1/2}^{(2)}(k_0 r) \right]' P_n^{(1)}(\cos \vartheta) \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right\}.$$

Индексы  $o$  и  $e$  в последних формулах соответствуют выбору соответственно верхнего и нижнего вариантов двойного знака и тригонометрической функции. Коэффициенты в круглых скобках формул (11), (12) определяются выражениями, приведенными в [4]. Формулы (11), (12) позволяют рассчитать поле вне сферы радиуса  $R$  для волн СНЧ-ОНЧ-диапазона.

**Количественные оценки.** Для получения количественных оценок вклада дифракционного поля в суммарную картину проводилось численное моделирование дифракции с помощью специально разработанной на основе алгоритмов, предложенных в [2], программы DIFFRACT [4]. На рис. 3 и 4 приведены примеры результатов моделирования дифракции на проводящем цилиндре для падающих ЭМ-волн с частотами 10—30 Гц и 1—3 кГц соответственно.

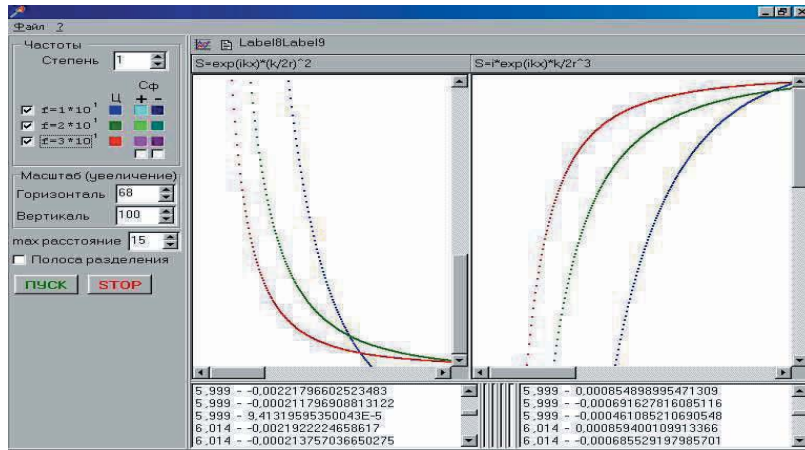


Рис. 3. Результаты моделирования вклада дифракционной составляющей в суммарное поле в частотном диапазоне  $f = 10\text{--}30$  Гц

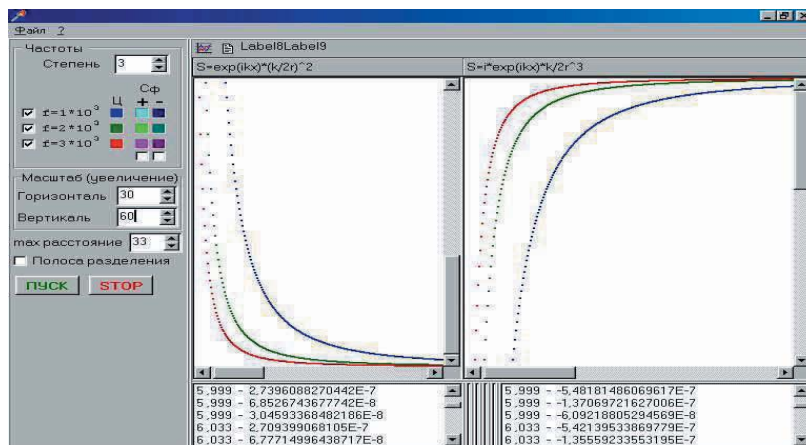


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, для частотного диапазона  $f = 1+3$  кГц

Дифракционное поле для сферического проводящего объекта имеет качественно такой же характер: модули его компонент вне сферы убывают экспоненциально с ростом  $r$ , причем, как и в случае дифракции на объекте цилиндрической формы, амплитуды составляющих вблизи объекта зависят обратно пропорционально от частоты падающей волны. Однако, в отличие от случая дифракции на цилиндре, вклад в суммарное поле дифракционного поля на сферическом объекте оказывается при тех же условиях практически на порядок большим. Полученные результаты, несмотря на некоторую идеализацию задачи, позволяют сделать заключение о некотором искажении низкочастотного поля в результате дифракции, увеличивающемся с уменьшением частоты по законам (8), (11), (12), однако эти искажения, ввиду их относительной малости, должны учитываться лишь при построении высокочувствительных к внешним воздействиям систем.

**Заключение.** В работе представлен теоретический анализ и даны количественные оценки вклада поля дифракции электромагнитных волн на симметричных проводящих объектах цилиндрической и сфероидальной формы в суммарное поле СНЧ-ОНЧ-диапазона вблизи источников, которыми могут являться отдельные элементы ЭЭС. Результаты, полученные для объектов, обладающих высокой степенью симметрии, могут служить основой при изучении структуры и интенсивности ЭМ-поля вблизи объектов более сложной конфигурации (строения, трубопроводы, открытые кабельные линии и т.п.), отдельные участки которых геометрически симметричны. Во всех случаях при этом необходим анализ суммарной картины, представляющей собой суперпозицию поля источника и поля, являющегося результатом дифракции на соответствующем объекте, или суперпозицию дифракционных полей его отдель-



ных элементов. Результаты представлены в виде простых и удобных для расчетов соотношений и представляют интерес при решении задач, связанных с различными аспектами проблем ЭМС, помехозащищенности и безопасности жизнедеятельности в электроэнергетике.

#### Литература

1. **Белашов В.Ю.** Оценка влияния дифракции на кабеле на характеристики естественного электромагнитного поля КНЧ-ОНЧ-диапазона, принимаемого антенной // Геомагнетизм и аэрономия. 1984. № 5. С. 851—853.
2. **Белашов В.Ю.** Специальные функции и алгоритмы их вычисления. Магадан: МПУ, 1997. 36 с.
3. **Никольский В.В.** Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973. 544 с.
4. **Белашов В.Ю., Александров И.А.** Задачи дифракции электромагнитных волн в курсе электродинамики: компьютерное моделирование // II Межд. науч.-метод. конф. «Новые технологии в преподавании физики: школа и вуз» 13—16 марта 2000 г.: Сб. докл. М.: МПГУ, 2000. С. 89.

*А.Ю. Старкова, StarkovaAY@mpei.ru*

*В.Н. Тульский, TulskyVN@mail.ru,*

*НИУ «МЭИ», Москва*

#### РАЗРАБОТКА АППАРАТНО-ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА «СИСТЕМА ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ»

С 2018 г. в России реализуется переход от системы планово-предупредительного вида организации ремонта на объектах электросетевого хозяйства к организации ремонта по фактическому техническому состоянию с учетом последствий отказа основного технологического оборудования (рисков) — к так называемому риск-ориентированному подходу.

Согласно распоряжению Правительства Российской Федерации от 29 ноября 2017 г. № 2664-р «О внесении изменений в Стратегию развития электросетевого комплекса России» [1], если оборудование работает без отклонения от номинальных параметров и если соблюдены все процедуры по продлению срока эксплуатации, то ограничения дальнейшей эксплуатации могут быть сняты. Отраслевые принципы технического воздействия на оборудование по планово-предупредительному виду организации ремонта устанавливают необходимость его ремонта или обслуживания независимо от технического состояния, что в условиях общего ограничения ресурсов приводит к недостаточному выполнению работ на оборудовании, имеющем наибольшие риски возникновения отказа.