

Системный Анализ / Лекция 1

Сэр Исаак Ньютон (1642-1727)

Известна история об одном ученом атеисте, друге Исаака Ньютона. Назовем его Друг. Однажды он постучал в дверь и вошел к Сэру Ньютону, как раз тогда, когда тот закончил работу над моделью Солнечной системы. Такие модели вы можете найти в любом Музее Естествознания.

«Надо же!» - воскликнул вошедший. Говоря это, он ощупывал модель и крутил рычажки. Вдруг, модель завертелась, изображая движение настоящих планет.

«Кто же смастерил такое чудо?» – поинтересовался Друг.

«Никто!» – бросил коротко сэр Исаак и вернулся к листу, на котором он что-то писал. Посетителя ответ не удовлетворил: «Вы, наверное, меня не расслышали, я спрашиваю про эту чудесную машину у Вас на столе». Вошедший начал раздражать великого ученого: «Я же сказал Вам – никто!». Гость прекратил вращать рычаг, и маленькая солнечная система остановилась. «Послушайте, Исаак» - сказал он, повернувшись к собеседнику: «эту чудесную машину должен был кто-то сделать! И прекратите говорить мне, что у нее нет создателя!» Сэр Ньютон отложил перо, посмотрел на своего друга и ответил: «Разве это не удивительно? Я говорю Вам, что никто не построил эту простую игрушку, и Вы мне не верите. Однако Вы всматриваетесь в Солнечную Систему – тончайшую чудесную машину нас окружающую - и смеете утверждать, что никто не построил Ее!

В истории утверждается, что уважаемый Друг покинул здание, уверовав в Творение.

Эта вероятно неправдивая история рассказывает о том, как *модель Солнечной системы* изменила мировоззрение человека. Ключевые слова: *система* и *модель*. Эти слова мы встретим еще не раз, изучая системный анализ.

Каков же предмет системного анализа?

Определение. *Системный анализ* обобщает методологию исследования систем. Системный анализ является прикладной наукой нацеленной на выяснение причин реальных сложностей, возникших перед «обладателем проблемы» и на выработку вариантов их устранения.

Мы с вами все, наверное, по-своему представляем себе, что такое «система» и «проблема». Но раз уж эти два понятия находятся в центре внимания дисциплины, которую мы с вами изучаем, нам необходимо понимать их одинаково!

Определение. *Система* – это средство достижения некоторой цели. Говорят, что *система* есть тень цели на *среде*.

Тогда

Определение. *Проблема* – это проявление недостаточной системности, а именно, несоответствие реальной ситуации *идеальной ситуации*.

В нашем определении речь идет только о назначении *системы*, устройство системы не упоминается.

Как сэр Исаак Ньютон изучал Солнечную Систему?

Он построил ее механическую *модель*, которая и послужила поводом для произошедшей истории!

Итак, что же такое модель?

Определение. *Моделью* называется некий объект-заместитель, который в определенных условиях может заменить объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества и удобства (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования с ним и пр.)

То, что для нас «удобно» и «интересно» зависит от наших целей. Более того, цель – это тоже модель некоторой ситуации! Таким образом, *моделирование* – неотъемлемый этап всякой целенаправленной деятельности.

Теперь мы можем сформулировать *проблему*, которая встала перед пришедшим к сэру Исааку Ньютону атеистом. Его *модель* действительности, идеальная ситуация, содержала противоречие, на которое ему указал великий ученый. Так как реальность не допускает противоречий – идеальная ситуация отличалась от реальной. Проблема была устранена путем корректировки модели. Так что не проблема может разрешаться, как путем изменения реальности, так и путем изменения модели.

Принципы системного анализа

1. Принцип органической целостности субъекта и объекта в системах. В системном анализе объект и субъект нередко совпадают, или изменяются в процессе исследования. В самом деле, рассмотрим пример.

Пример. В ходе исследования развития нескольких различных городов было обнаружено много общего. Тогда встал естественный вопрос: являются ли эти сходства

- а. следствием того, что люди решали сходные задачи в сходных условиях

- b. или же эти сходства объясняются некоторыми общими закономерностями коллективного поведения людей?

Очевидно, что если в первом случае человек выступает в роли активного *субъекта*, то во втором - в роли пассивного *объекта*!

Ответ на поставленный вопрос, мне кажется, имеет большое значение! Действительно, если верно первое, то можно задуматься о повышении эффективности принятия решения в процессе развития городов. Но если верно второе, то говорить о повышении эффективности не имеет смысла. Ведь человек в этом случае не выполняет активной роли. Тем не менее, важно изучить эти общие закономерности коллективного поведения людей, чтобы впредь учитывать их при проектировании городов.

- 2. Принцип структурности. Наиболее фундаментальной чертой систем является наличие в них структуры. Нередко эта структура носит иерархический характер. Элементы структуры упорядочены, могут объединяться в подструктуры. Более того, такая структура может меняться с течением времени.

Системы могут объединяться, образуя более сложные структуры. И, напротив, из систем можно выделять более мелкие подсистемы. Такое разделение систем на подсистемы не абсолютно. Оно зависит от решаемой задачи и может изменяться для одной и той же системы в разных задачах.

Напрашивается вопрос: а нельзя ли всю физическую реальность рассмотреть как систему, в которую все остальные системы входят как подсистемы? Не будет ли ошибкой считать какую-то подсистему физического мира считать изолированной системой?!

Обратите внимание, не все подсистемы физического мира взаимодействуют одинаково сильно! Как правило, большинство подсистем удается достаточно экономно описать, как *окружающую среду*, и изучать интересующую нас подсистему реальности как изолированную систему, которая некоторым образом взаимодействует с окружающей средой. Заметьте, насколько общим является принцип структурности, если ему подчиняется вся Вселенная, включая нас самих!

- 3. Принцип динамизма. В системном анализе конкретизируется диалектический *принцип развития*. В соответствии с этим принципом все свойства системы зависят от времени.

Динамизм систем проявляется в двух формах:

- a. Изменчивость систем самих по себе. Например, могут меняться отношения подсистем.

- в. Изменчивость отношения исследователя (субъекта) к системам. При изменении целей субъекта, система может рассматриваться как подсистема в более масштабной системе, может также меняться и то, какие подсистемы выделяются в исходной системе. Тем самым, при изменении целей субъекта может меняться структура исследуемой системы.

Важный аспект принципа динамизма выражается принципом *системного релятивизма*: человек вмонтирован в системы, развивается в них и вместе с ними. Если человек принимает решения в меняющейся обстановке, с течением времени может меняться и альтернатива, выбираемая в качестве оптимальной!

- 4. Принцип устойчивости. Этот принцип выражается в относительном безразличии системы к незначительным воздействиям. Порог, с которого начинается ответная реакция системы на внешние воздействия, называется *порогом чувствительности* системы.

Важность этого принципа вытекает из того, что мы не в состоянии учесть все даже самые незначительные воздействия окружающей среды на систему. Благодаря *устойчивости* систем к подпороговым воздействиям, мы можем ограничиться рассмотрением лишь наиболее существенных из всех воздействий окружающей среды на систему. Хотя на самом деле система может как-то незаметно реагировать даже на самые незначительные воздействия.

Такой подход заставляет нас считать *одинаковыми* системы, с «почти» одинаковыми наборами (одинаковыми с точностью до подпороговых воздействий) входных и выходных переменных системы, и «похожими» свойствами (на почти одинаковые воздействия системы реагируют «почти» одинаково, системы имеют «почти» одинаковый состав, «почти» одинаковую структуру и прочее).

Отсюда вытекает *принцип «грубости»* систем: выделение систем и описание их входов и выходов должно быть таким, малые отклонения на входах системы не сопровождались бы качественными изменениями в поведении систем.

Замечание. Принцип устойчивости дополняет принцип динамизма.

- 5. Принцип функционального подобия систем. Этот принцип в каком-то смысле расширяет принцип устойчивости. Системы с одинаковыми типами входов и выходов, которые преобразуют одинаковые входные воздействия в одинаковые выходные воздействия можно считать *одинаковыми* – или *функционально подобными*. При этом не берется в расчет возможно различное внутреннее устройство таких систем.

Принцип функционального подобия естественно возникает при проектировании систем с заданным поведением.

Однако даже две копии одной и той же системы могут быть функционально неподобными. Поведение системы может зависеть не только от текущих входных воздействий, но и от того, какие воздействия получала система в прошлом. Если же две совершенно одинаковые системы имели разную предысторию, они могут по-разному реагировать на одинаковые входные воздействия.

Минимальная информация о предыстории системы, достаточная для того, чтобы однозначно определять будущее системы характеризует *исходное состояние* системы. В соответствии с общенаучным принципом *наблюдаемости* все рассматриваемые системы должны быть *наблюдаемы*. То есть, по наблюдениям за входами и выходами системы, по ее теоретическому описанию всегда можно было определить, в каком состоянии находилась система в начальный момент времени (исходное состояние системы).

Только при соблюдении принципа наблюдаемости имеет смысл говорить о функциональном подобии систем.

Замечание. В описания систем ни в коем случае нельзя включать принципиально ненаблюдаемые факторы!

6. Принцип единства теории и практики. Системный анализ – не только наука, но и, пожалуй, в большей мере, - практическая деятельность. Все теоретические построения в системном анализе выполняются с некоторой конкретной практической целью. Как правило, требуется устранить некоторую проблему, возникшую в сложной системе.

В процессе развития человеческого общества потребность проектировать сложные системы постоянно возрастала. Первоначально сложные системы проектировались специалистами – инженерами, администраторами. Наконец, знаний одного узкого специалиста было уже недостаточно для проектирования, или даже для понимания таких систем. Есть ли человек, способный в одиночку спроектировать космическую станцию? Возникла потребность в создании общей методологии исследования и проектирования систем. Разрозненные методы успешно использовались различными науками, но оставались уделом теоретиков.

Научная методология исследования и проектирования систем была обобщена в *системном анализе*. Но настоящая ценность системного анализа заключается в том, что он предлагает способ внедрения научных результатов в профессиональную организационную деятельность!

На основании всего сказанного, системный анализ можно было бы описать как методологию исследования реально возникающих ситуаций лицами (или коллективами), подготавливающими принятие словного решения и основывающимися на целостном структурированном междисциплинарном описании этой ситуации, то есть в виде некоторой системы.

Заключение

Мы познакомились с предметом системного анализа – это *системы*. Мы дали определения основных понятий системного анализа: *системы, модели и проблемы*. Мы изучили шесть основных принципов системного анализа:

1. Органической целостности субъекта и объекта в системах;
2. Структурности;
3. Динамизма;
4. Устойчивости систем;
5. Функционального подобия систем;
6. Единства теории и практики.

В этой лекции мы дали два альтернативных определения системного анализа. Системный анализ обобщает методологию исследования систем.

Благодарности

Материал этой лекции подготовлен на основе статьи Д. М. Гвишиани «Диалектика и принципы системного анализа», опубликованной в 1978 году в тезисах к теоретической конференции «Системный анализ и управление научно-техническим прогрессом» (Москва-Обнинск), под редакцией Д. М. Гвишиани.

Системный Анализ / Лекция 2

Тема: МОДЕЛИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Повторение

Вспомним прошлую лекцию. Мы определили предмет *системного анализа*. Были определены понятия

- *Системы*
- *Проблемы*
- *Модели*

Нами были изучены пять принципов системного анализа:

- Принцип органической целостности объекта и субъекта в системах
- Принцип структурности
- Принцип динамизма
- Принцип устойчивости
- Принцип функционального подобия систем
- Принцип единства теории и практики.

Типы моделей

Напомним, как мы определяли *модель*.

Определение. (Модель) Моделью называется некий объект-заместитель, который в определенных условиях может заменить объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества и удобства (наглядность, обзримость, доступность испытаний, легкость оперирования с ним и пр.)

Мы отметили, что моделирование является частью любой целенаправленной деятельности. *Цель – это тоже модель, которая описывает состояние системы в некоторый момент времени в будущем!*

В соответствии с тем, *какую роль* играют модели в нашей деятельности, их можно подразделить на *прагматические* и *познавательные*.

- *Прагматические модели*, являются средством управления, средством организации практических действий, способом представления образцово-правильных действий или результата, то есть являются *рабочим представлением целей*.
- *Познавательные модели* являются формой организации и представления знаний, средством соединения новых знаний с имеющимися.

К какому типу моделей относится модель Солнечной системы?

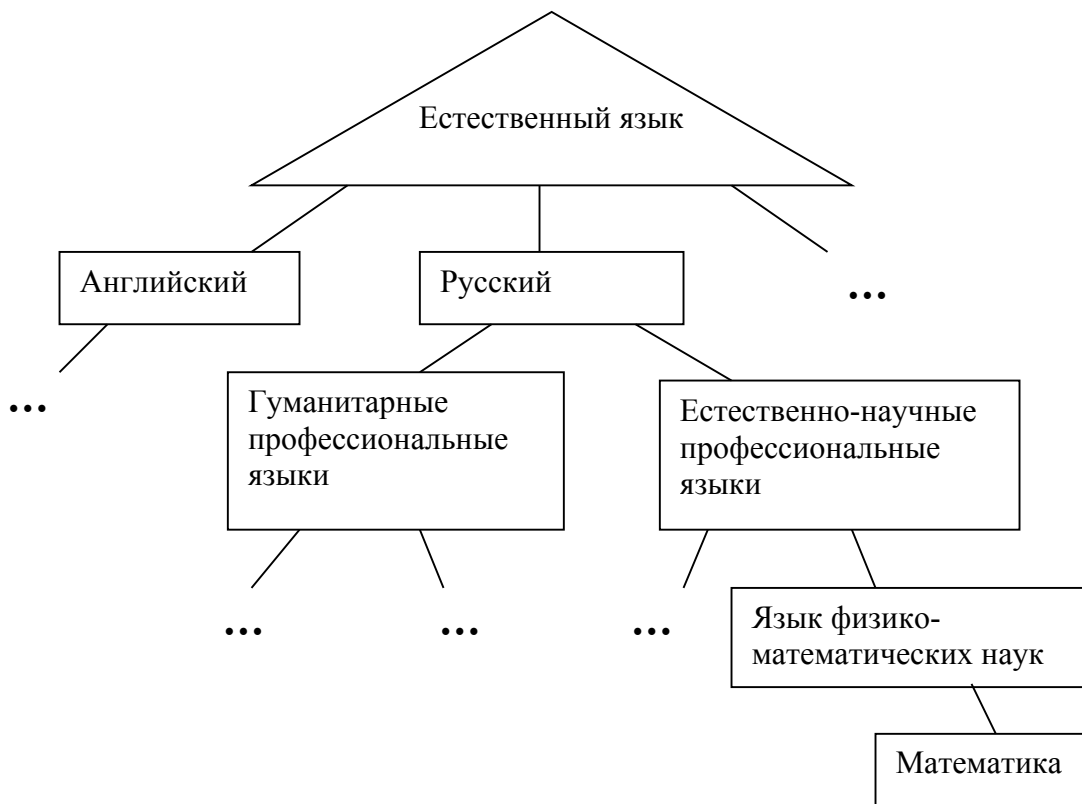
По отношению к изменениям во времени модели делятся на *статические* и *динамические*.

- *Статические* – это модели, отражающие состояние системы в некоторый *фиксированный* момент времени. Такие модели можно представлять себе, как «моментальные фотографии» систем.
- *Динамические* модели отражают процесс *изменения* состояния исследуемой системы.

Пожалуй, самой явной характеристикой модели является ее физическая реализация. По *способу воплощения* модели подразделяют на *абстрактные* и *материальные*.

- *Абстрактные модели* являются идеальными конструкциями, построенными средствами мышления, сознания.

Например: языковые мыслительные конструкции, неязыковые формы мышления (эмоции, бессознательное, интуиция, озарение, образное мышление, эвристика и т.п.).



Абстрактные модели являются *внутренними моделями нашего мозга*.

Мы упомянули языковые конструкции, как пример абстрактных моделей. Действительно, язык – универсальное средство построения абстрактных моделей. Практически любую систему можно описать словами. Однако, наряду с универсальностью естественным языкам свойственна *расплывчатость, приблизительность* описаний.

Например: «Несколько» - это сколько в точности? «Поздно» - это который час? «Много» - это сколько?

Такая неточность описаний не всегда допустима! В тех ситуациях, когда от языковых моделей требуется абсолютная точность и однозначность (или, по крайней мере, большая точность и однозначность), люди выработали *«профессиональные языки»*. Примерами таких языков являются языки точных наук. Наиболее точным из них является *математика*. Профессиональные языки образуют пирамиду, на вершине которой стоит естественный язык.

Чем ниже расположен язык в этой пирамиде, тем более точное и однозначное построение моделей он позволяет. Где-то внизу пирамиды мы расположим математику. Математические модели обладают абсолютной точностью. Видимо, неслучайно проникновение математики во все большее число научных дисциплин. Постепенно математика становится общепринятым языком науки.

- **Материальные модели.** Абстрактные модели, о которых мы говорили до сих пор, являются эфемерными сущностями. Они существуют только у нас в голове, в нашей речи, но не имеют постоянного материального воплощения. *Материальные модели*, напротив, - это реальные вещественные модели.

Для того чтобы материальная модель могла в каких-то условиях замещать оригинал, между ними должно быть установлено некоторое *отношение подобия*.

Рассмотрим существующие типы подобия, которые могут быть использованы при построении материальных моделей.

1. **Прямое подобие** устанавливается в результате некоторого физического взаимодействия (или цепочки взаимодействий) с оригиналом в процессе создания модели.

Примеры:

- фотография (взаимодействие света отраженного от предметов и светочувствительной поверхности фотопленки),
- масштабные модели самолетов (последовательность измерений деталей оригинала, масштабирование и перенос размеров деталей на модель),
- Макеты зданий,
- Куклы,
- Шаблоны.

2. Косвенное подобие между двумя объектами физического мира устанавливается не в результате прямого физического взаимодействия, но существует объективно в природе в виде совпадения или близости абстрактных моделей этих объектов и, поэтому используется на практике.

Примеры:

- Часы – аналог времени,
- Подопытные животные – аналог человеческого организма в исследованиях,
- Группы крыс – заменитель человеческих сообществ в исследованиях по групповой психологии.

Вообще говоря, *аналогии* – это модели косвенного подобия. Их роль в науке огромна. Однако помните: всякая аналогия всегда ограничена! Не следует забывать об этом.

1. Условное подобие. Условно подобные оригиналу модели не имеют ни прямого, ни косвенного подобия оригиналу. Такое «подобие» между моделью и оригиналом устанавливается в результате соглашения.

Примеры:

- Деньги – модель стоимости,
- Удостоверение личности – модель владельца,
- Рабочие чертежи – модель прибора.

У моделей условного подобия есть одна чрезвычайно важная функция. Они могут служить материальным воплощением абстрактных моделей, формой их передачи от одного человека к другому. Благодаря моделям условного подобия абстрактные модели могут отчуждаться от сознания, но сохранять возможность возвращения в абстрактную форму.

Модели условного подобия подробно изучаются в рамках некоторых конкретных наук. В соответствии с тем, с каких позиций рассматриваются модели условного подобия в этих науках, выделяют

два типа моделей. Знаковые модели и сигналы – это особый вид моделей условного подобия, предназначенный для конкретного использования

- Людьми, тогда мы говорим о *знаках*;
- Машинами, тогда такие модели называют *сигналами*.

Сигналы изучаются в таких дисциплинах как:

- Теория информации и кодирования,
- Радиотехника,
- Теория управления.

Знаковые системы изучаются *семиотикой*. В рамках этой дисциплины выделено три основных группы отношений:

- Синтаксис – отношения между различными знаками, позволяющие отличать их и строить более сложные знаковые конструкции.
- Семантика – отношения между знаками и смыслом, вложенным в эти знаки.
- Прагматика – отношения между знаками и теми, кто их использует в практической деятельности.

На этом классификацию моделей мы закончим. К какому бы классу не относилась наша модель, нужно помнить следующее. Для того чтобы модель отвечала назначению, нужно обязательно позаботиться о том, чтобы выполнялись *условия* функционирования этой модели. Иными словами, *модель – это условная копия оригинала*. Давайте, поговорим о различиях между действительностью и моделью.

Различия между моделью и действительностью

Перечислим те важные свойства моделей, которые характеризуют их неполное соответствие действительности.

- Конечность моделей. Моделируемая система может быть конечна или бесконечна. Но сама модель *конечна* всегда. Конечность абстрактных моделей следует из конечности человеческого сознания. В случае материальных моделей свойство конечности не так очевидно. Оно следует из того, что в силу конечности ресурсов, при моделировании мы не можем учесть подобие всех свойств оригинала в модели. Так что, лишь конечное множество всех свойств модели будет в какой-то степени подобна оригиналу.
- Упрощенность моделей. Уже конечность делает модели упрощенными по сравнению с оригиналом. С другой стороны упрощенность моделей вовсе не обязательно следует воспринимать как негативное качество.
 - Некоторые детали оригинала не влияют на изучаемый процесс или решение поставленной проблемы. Так, например, постоянное

испарение молекул с поверхности стола вовсе не является поводом перестать воспринимать его как нечто целое.

- Слишком точное моделирование больших систем может сделать оперирование такими моделями таким же сложным, как и исходными системами. Таким образом, исчезает всякий смысл построения подобных моделей.
- Приближенность моделей. Модель отображает не только качественные, но и *количественные* характеристики действительности лишь приблизительно. Качественная «приблизительность» моделей отражена в свойствах *конечности* и *упрощенности* моделей. А свойство *приближенности* отражает именно *количественные* различия между моделью и оригиналом.

Примеры:

- Приближенность модели может быть очень высокой. Даже эксперты порой затрудняются отличить поделку от оригинала. Но существует множество *количественных* характеристик, которые их все-таки отличают. Например, возраст материала, количество атомов и пр.
 - Единственной абсолютно точной картой некоторого государства является само государство. Во всех случаях модель – это другой объект. Различия неизбежны.
 - Часы прекрасно моделируют время. Но они всегда либо отстают, либо убегают вперед.
- Адекватность моделей. Модель, с помощью которой достигается поставленная цель, будем называть *адекватной* цели. Именно такие модели нас интересуют. Неадекватные модели не имеют практической ценности, так как не вносят вклад в успех какой-либо целенаправленной деятельности.

Сходство между моделью и действительностью

Мы только что завершили обсуждать, как модель отличается от действительности. Но основное достоинство моделей не в том, что они отличаются от оригинала, а как раз в том, что они на него похожи! Рассмотрим два важных понятия, связанных со сходством между моделью и действительностью.

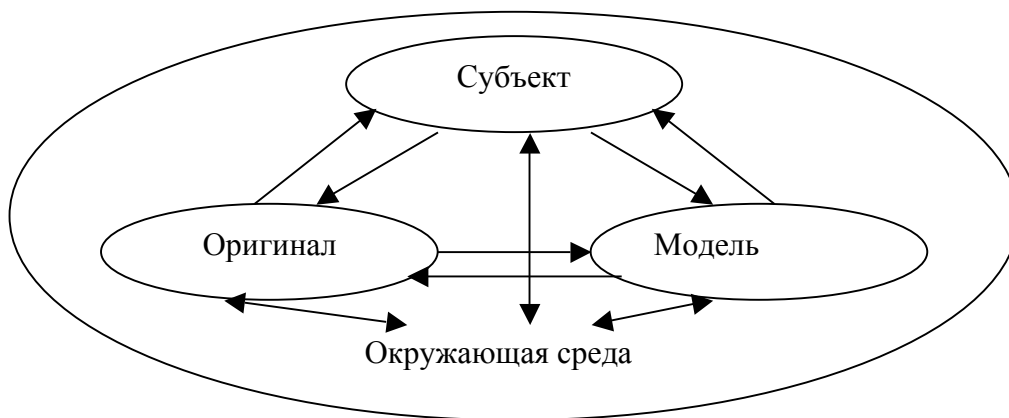
- Истинность моделей характеризуется сочетанием истинного и предполагаемого в моделях. Степень истинности модели проявляется только в практическом соотношении этой модели и отображаемой ей действительности. Тогда, становится понятно, что же в этой модели действительно истинно. Все, свойства модели, чья истинность не подтверждается, остаются *«предполагаемыми»*.

Например: Истинность научных теорий подтверждается длительным периодом достоверных предсказаний результатов экспериментов.

- Рефлексия уровня истинности. Модели повторяют не все свойства оригинала. Это неизбежно, и мы это уже знаем. Но мы можем определить
 - Какие свойства модели копируют свойства оригинала;
 - При каких условиях модель копирует свойства оригинала;
 - С какой точностью копируются свойства оригинала;
 - Если соответствие между свойствами модели и оригинала прямое, то какова связь между этими свойствами.

Иными словами, мы должны всегда задумываться о сочетании истинного и *ложного* в наших моделях. Следует возможно точно представлять область применимости модели.

Вообще говоря, моделирование относится к трудно формализуемым этапам системного анализа. Успех моделирования сильно связан с *искусством* исследователя. Процесс моделирования схематически можно изобразить следующим образом.



Модели систем

Вспомним еще раз определение *системы*.

Определение. Система – это средство достижения цели.

Примеры:

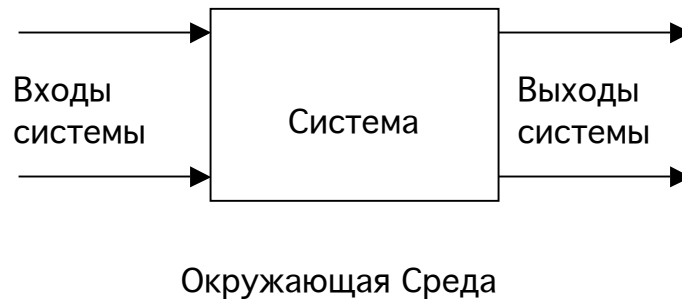
Цель	Система
В произвольный момент указать время	Часы
Обеспечить быстрое перемещение большого числа людей по их желанию в пределах города	Городской транспорт
По желанию вскипятить воду	Электрочайник
Обеспечить рынок труда специалистами необходимых квалификаций	Система образования

Замечание. Нередко, оказывается трудно определить цель системы. Так, например, все ли согласны с предложенной целью системы образования? Можно предложить и дополнительную цель: интеграция людей в общество, самореализация и прочее. Как правило, важно выполнение не только основной, но и второстепенных целей. Причем, не всегда удастся выделить основную цель среди прочих равных.

Модель «черного ящика»

Очень часто бывает нужно отобразить только взаимодействие системы с окружающим миром. Для этих целей используется модели типа «черного ящика».

Определение. Модель «черного ящика» состоит из двух множеств: *входов* системы и *выходов* системы. Она выражает обособленность системы от окружающей среды.



Пример:

Рассмотрим систему «компьютер». Основная цель этой системы – *обработка данных*. Исходя из определения системы как средства достижения цели, основным типом входов и выходов будут данные.

Для того чтобы построить модель «черного ящика» нужно определить множества входов и выходов системы.

Входы: данные, поступающие от периферийных устройств, электричество, переключатели, устройства чтения внешних носителей данных, слоты расширения, сетевые устройства, ударные воздействия, влажность, электромагнитные воздействия, воздух и пыль.

Выходы: Данные, выводимые на дисплей, устройства вывода звука, Active feedback устройства, устройства записи внешних носителей данных, слоты расширения, сетевые устройства, данные, поступающие к периферийным устройствам, индикаторы, шум, электромагнитное излучение, воздух и пыль.

Задание: Попробуйте самостоятельно описать модель «черного ящика» для системы «часы».

При построении моделей «черного ящика» следует обязательно учитывать не только полезные входы и выходы системы, но и нежелательные. Такие, например, как отходы. Подробность описания модели и выбор элементов во множества входов и выходов системы всегда зависит от поставленной цели. Так, если наша цель – построение математической модели устройства обработки данных, то вместо перечисленных в предыдущем примере входов и выходов можно ограничиться:

Входы: Рабочая лента с входными данными;
Выходы: Рабочая лента с выходными данными.

Рассмотрение чрезмерно подробной модели компьютера без надобности усложнило бы изучение свойств алгоритмов. Конечно, настолько сильное упрощение, к которому мы прибегли, тоже нуждается в аргументации. Однако именно такие модели рассматриваются при изучении алгоритмической сложности проблем.

Модель состава системы

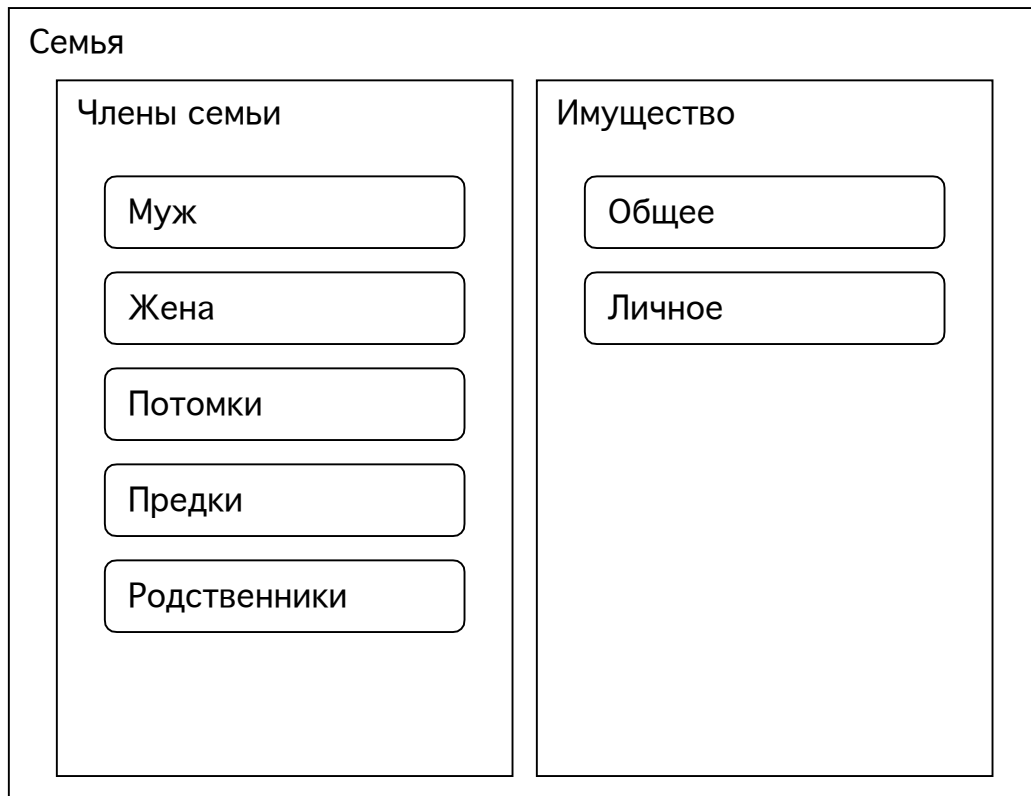
Определение. неделимые части системы будем называть ее *элементами*.

Определение. Части системы, состоящие из более чем одного элемента, назовем *подсистемами*.

Определение. *Модель состава системы* описывает из каких подсистем и элементов эта система состоит.

Пример:

- Семья (система):
 1. Члены семьи (подсистема):
 - a. Муж (элемент)
 - b. Жена (элемент)
 - c. Предки (элемент)
 - d. Потомки (элемент)
 - e. Другие родственники (элемент)
 2. Имущество (подсистема):
 - a. Общее жилье и хозяйство (элемент)
 - b. Личная собственность членов семьи (элемент)



Модели состава одной и той же системы могут у разных экспертов различаться:

1. То что с одной точки зрения является элементом, с другой точки зрения может быть подсистемой, и наоборот.
2. Для достижения разных целей одна и та же система может быть разбита на разные части. Для директора школы и строителя школа будет состоять из различных элементов и подсистем.
3. Разделение системы на подсистемы неоднозначно. Например, внешний жесткий диск можно отнести и к подсистеме периферийных устройств, и к подсистеме хранения информации.

Модель структуры системы

Определение. Совокупность необходимых и достаточных для достижения цели отношений называется *структурой системы*.

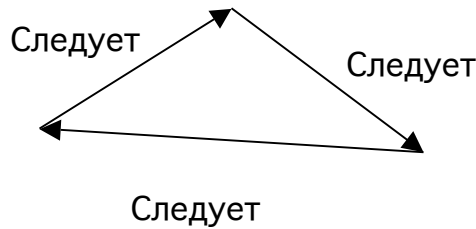
Структура системы является отвлеченной, абстрактной моделью системы. В этой модели установлены только отношения между элементами, но не сами элементы.

При построении модели структуры из всех (бесконечного множества) отношений существующих между элементами системы мы включаем только конечное множество отношений, существенных для достижения цели.

Примеры:

1. При расчете механизма не учитывается сила тяготения между его деталями, хотя закон всемирного тяготения никто не отменял! Зато вес деталей (сила притяжения деталей к земле) учитывается обязательно.
2. Пример модели структуры:

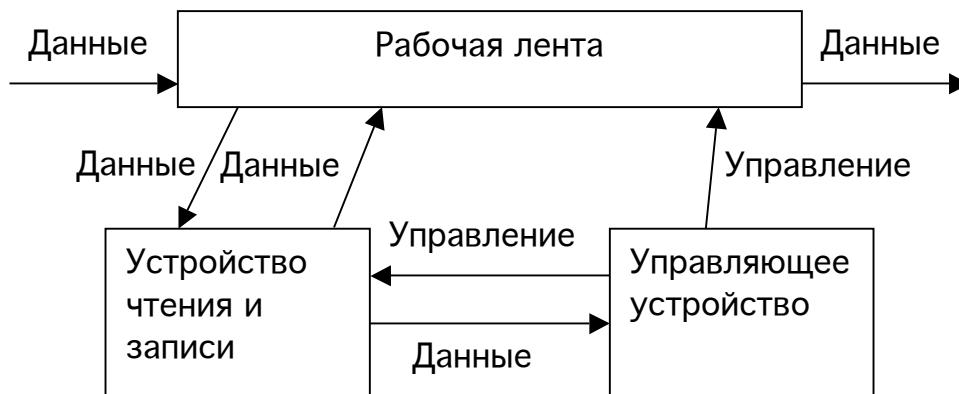
Эта модель отображает некоторый циклический процесс, состоящий из трех этапов (элементов). Не уточняется что за этапы (элементы) в этом процессе встречаются. На множестве элементов лишь задается отношение следования.



Структурная схема системы

На практике говорить об отношениях между элементами можно только тогда, когда заданы сами элементы. Обычно модели состава, структуры системы и «черного ящика» рассматриваются совместно. Все они вместе образуют *структурную схему системы*. Известную также как модель «белого ящика».

Пример: Структурная схема математической модели вычислительного устройства.



Структурная схема системы является наиболее полным возможным описанием системы. Мы можем дать еще одно определение системы.

Определение. (Второе определение системы) Система – это совокупность взаимосвязанных элементов, обособленная от среды и взаимодействующая с ней как единое целое.

Динамические модели систем

Определение. Системы, в которых происходят какие-то изменения со временем, называются *динамическими*. А модели, отображающие эти изменения, называются *динамическими моделями* систем.

Существует два типа динамики систем: *функционирование* и *развитие*.

Определение. *Функционированием* называются стабильные процессы, стабильно реализующие фиксированную цель системы.

Примеры: Функционируют такие системы как: часы, городской транспорт, радиоприемник, банкомат, компьютер.

Определение. *Развитием* называются процессы, происходящие при изменении целей системы.

Характерной чертой *развития* является то, что существующая структура перестает соответствовать новой цели. И для обеспечения новой функции приходится изменять структуру, а иногда и состав системы – перестраивать всю систему.

Развитие и функционирование не являются взаимоисключающими понятиями. Пока одни подсистемы функционируют, другие могут развиваться. Некоторые системы не могут функционировать, если они не развиваются. Примером такой системы является человек.

Примеры:

1. Модель «черного ящика» может отражать динамику системы, если на вход «черного ящика» подается состояние системы в некоторый начальный момент времени. А на выходе ожидается состояние той же системы в некоторый конечный момент времени.
2. Модель состава может отражать динамику системы через перечисление последовательных этапов некоторого процесса.
3. Модель «белого ящика» может отражать динамику некоторого процесса, устанавливая отношения следования между этапами этого процесса. Начальное состояние поступает на вход этой системы, на выходе получается конечное состояние. Элементы системы соответствуют этапам процесса.

Системный Анализ / Лекция 3

Тема: **Системы искусственные и естественные, большие и малые.**

Повторение

- Мы изучили модели. По типу воплощения они могут быть **абстрактными и материальными**.
- Материальные модели в каких-то условиях способны замещать оригинал ввиду наличия **подобия**.
- Подобие может быть **прямым, косвенным, условным**.
- Мы изучили знаковые модели как особый вид моделей косвенного подобия.
- Мы отметили важные свойства моделей: **конечность, упрощенность, приближенность, адекватность и истинность**.
- Мы классифицировали модели систем на: модели типа «**черного ящика**», **модели состава, модели структуры и структурные схемы** («белый ящик»).

Мы завершили прошлую лекцию рассмотрением *динамических моделей систем*.

Опр. Системы, в которых происходят какие-либо изменения со временем, назовем *динамическими*, а модели, отображающие такие изменения – *динамическими моделями систем*.

Мы говорили о том, что существует два типа динамики систем:

- **Функционирование** – процессы, стабильно реализующие *фиксированную цель*.
- **Развитие** – то, что происходит с системой при изменении ее целей.

Примечание: Некоторые системы нормально *функционируют* только тогда, когда их определенные подсистемы *развиваются*.

Приведите примеры таких систем! Здесь нет противоречия, так как цели системы в целом могут оставаться неизменными даже когда меняются цели их подсистем.

Математическое описание динамики систем

- *Описание на уровне «черного ящика».* Пусть $x(t) = \{u(t), v(t)\}$ – это оператор, задающий зависимость входов системы от времени. Зависимость для управляемых входов задается оператором $u(t)$, а для неуправляемых - $v(t)$. Пусть оператор $y(t)$ задает зависимость выходов системы от времени. Тогда модель “черного ящика” можно выразить как совокупность двух процессов $\{x(t)\}$ и $\{y(t)\}$.

Причем, если считать, что выходы системы – это результат некоторого преобразования входов: $y(t)=\Phi(x(t))$, то модель “черного ящика” предполагает, что это преобразование Φ *неизвестно!*

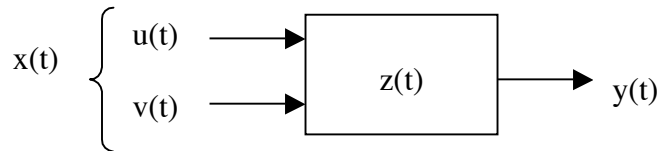
- *Описание на уровне “белого ящика”.* Теперь мы хотим отразить не только изменения на входах и выходах системы, но и изменения, которые происходят со временем в *самой системе*. Нам потребуется ввести еще один оператор $z(t)$, который мы назовем *состоянием системы*.

Тогда для описания динамики системы на уровне «белого ящика» нам потребуется описать *переходное отображение*:

$\{y(t), z(t)\}=\Pi(t, x(\cdot), z(t_0))$, где $t_0 < t$ – это некоторый момент времени, предшествующий t , а $x(\cdot)$ – это реализация входов на промежутке времени от t_0 до t . Очевидно, что такое описание допустимо, только если система удовлетворяет следующей аксиоме:

АКСИОМА (Однозначности переходного отображения)

Состояние системы $z(t)$ однозначно определяется ее состоянием $z(t_0)$ в момент времени t_0 и реализацией входов системы $x(\cdot)$ на промежутке времени от t_0 до t .



Классификация систем

Обратите внимание, мы уже приступили к классификации систем на прошлом занятии, когда рассматривали динамические и статические модели систем. Сегодня мы начнем классификацию систем с того, что еще раз взглянем на различия между искусственными и естественными системами.

Итак, в чем же их различие? И почему мы изучаем естественные системы?

- Искусственные системы – созданы человеком
- Естественные возникли в природе без участия человека.
- Изучение некоторых естественных объектов, таких сложных, как, например, организм, облегчается, если использовать *системный* подход.

Вспомним наше определение цели искусственной системы, и уточним его, назвав «субъективной целью».

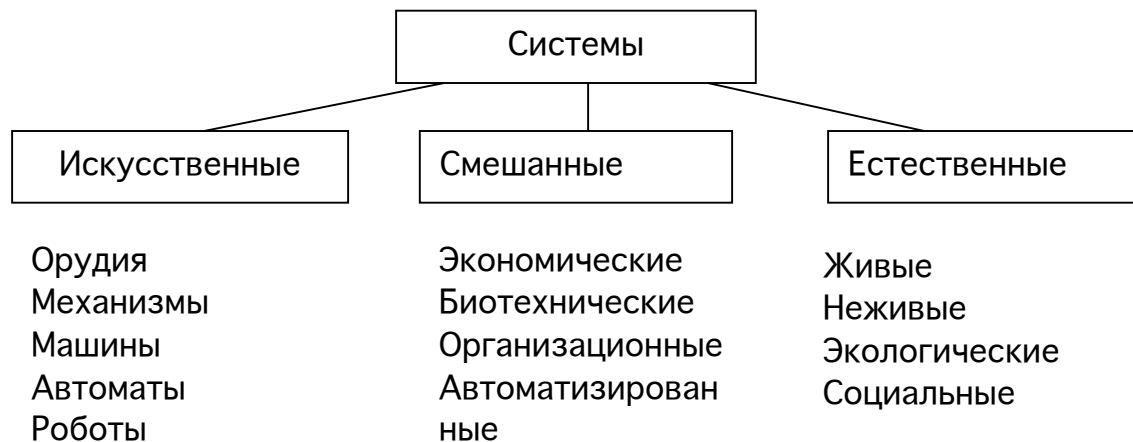
Опр. Идеальную (то есть не обязательно соответствующую реальному состоянию) модель будущего состояния системы и окружающей среды будем называть *субъективной целью* этой системы.

Однако нередко наши ожидания не оправдываются действительностью. Система и среда могут в реальности прийти в состояние, которое отличается от субъективной цели.

Опр. Такое состояние, в которое приходит система и среда в результате реализации объективных закономерностей по отношению к некоторому моменту в прошлом, будем называть *объективной целью* этой системы.

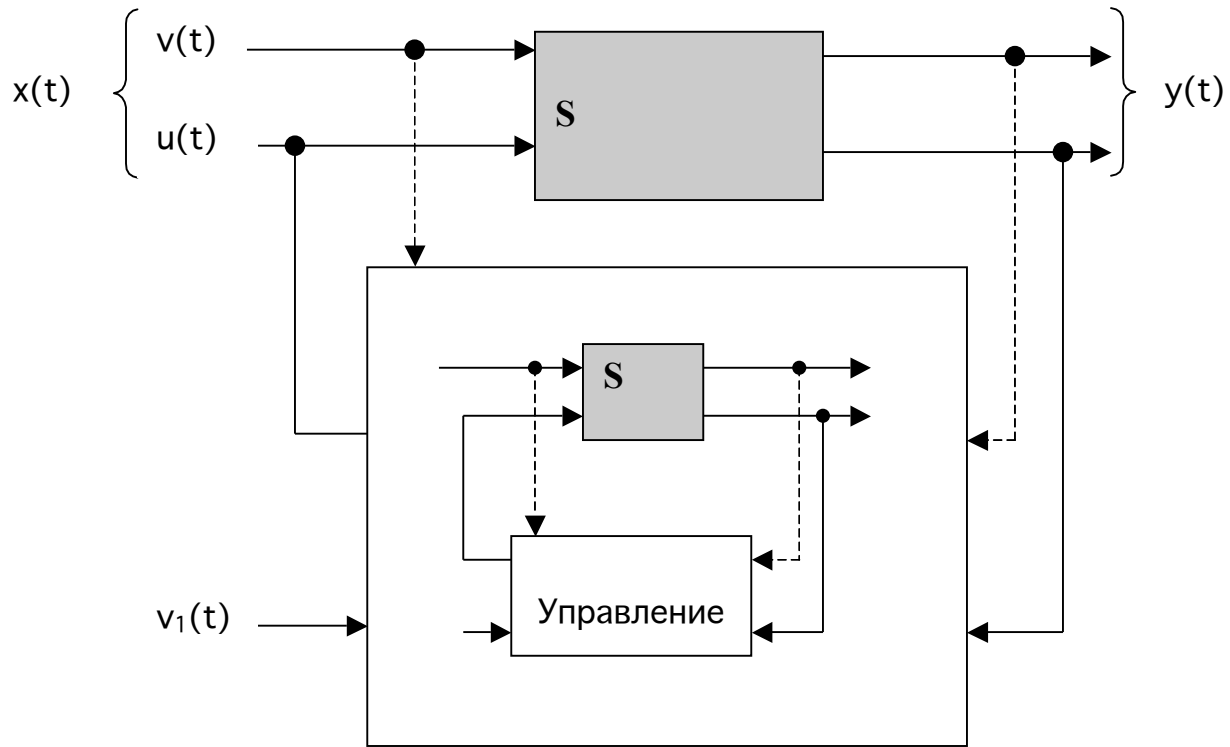
Итак, теперь очень просто различить естественные и искусственные системы. *У естественных систем нет субъективной цели!*

Мы не случайно снова вернулись к вопросу о происхождении систем. Наша первая классификация будет *по происхождению*:



Для того чтобы проиллюстрировать остальные подходы к классификации систем, приведем общую *схему функционирования управляемой системы*.

Система S получает вход V и подлежит управлению U . Управляющая система,



которая это управление вырабатывает, изображена как прямоугольник, содержащий модель всей ситуации. Кроме того, управляющая система может тоже получать вход $v_1(t)$.

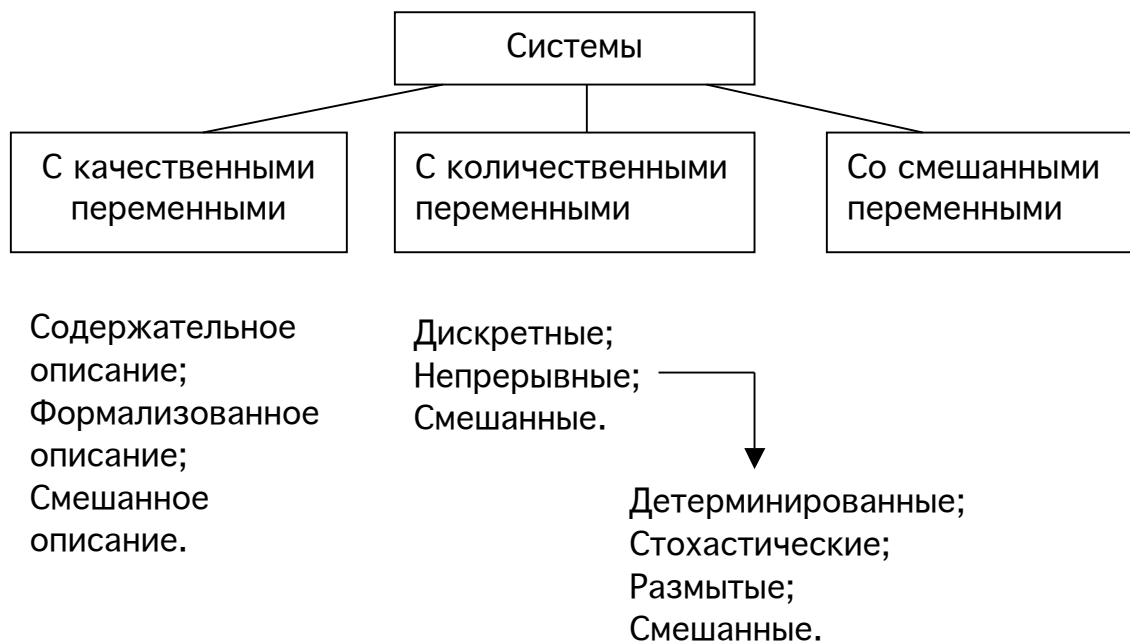
Нахождение и осуществление управления $u(t)$, также, как и его результат, зависят от того, что известно о системе. То есть, от модели этой системы, которая находится в распоряжении управляющей системы.

Мы рассмотрим классификации по:

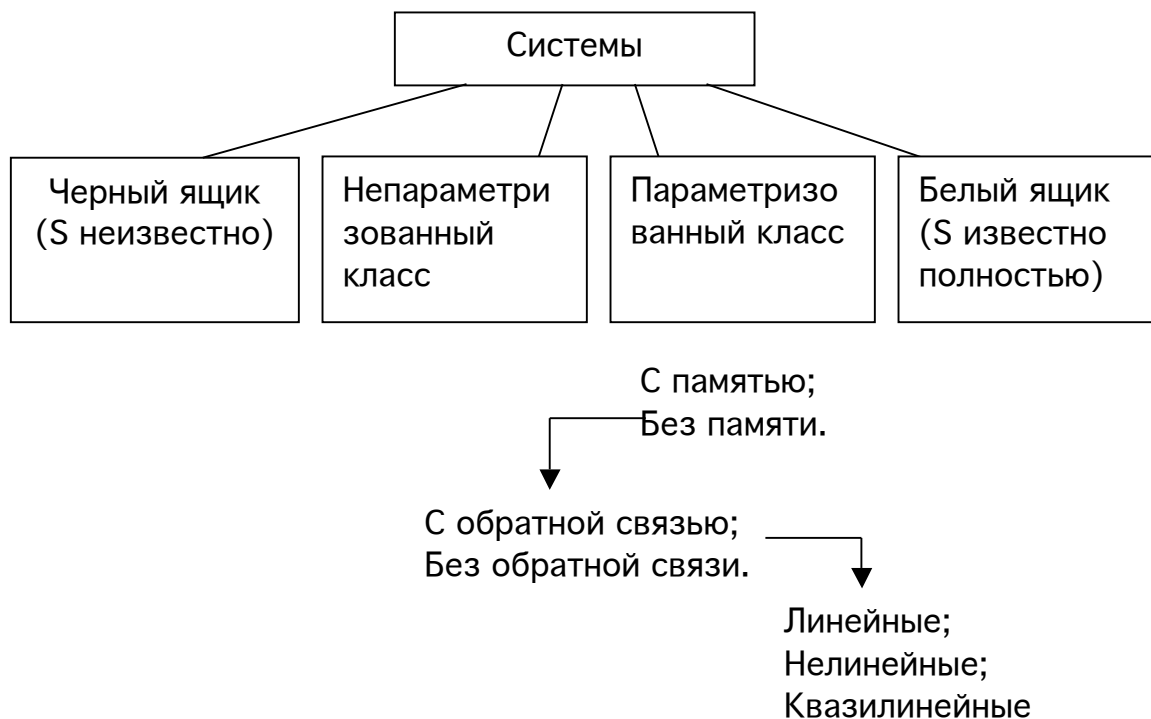
1. Описанию входных и выходных процессов
2. Описанию оператора S системы
3. Типу управления
4. Обеспеченности управления ресурсами

Классификация по переменным системы

Пусть $x(t)$, $y(t)$ – это соответственно входы и выходы системы. Пусть $z(t)$ – это внутренние переменные системы (если мы рассматриваем модель «белого ящика»). Тогда по типу значений $x(t)$, $y(t)$ и $z(t)$ возможна следующая классификация.



Классификация по типу операторов системы



Пусть S – это оператор системы, он задает связь между входами и выходами системы.

- *Черный ящик* – Преобразование S – вообще неизвестно.
- *Непараметризованный класс* – модель нельзя привести к функциональной форме. Известны только отдельные свойства S . Например, монотонность, дифференцируемость, симметричность и т.д.
- *Параметризованный класс* – зависимость $y(t)$ от $x(t)$ можно записать с точностью до конечного числа параметров:

$$y(t)=S(x(t), q_1, \dots, q_k), \text{ где } q_1, \dots, q_k \text{ – это параметры, требующие уточнения.}$$

- *Белый ящик* - Оператор S известен.

Классификация по типу управления

Независимо от того является ли система самоуправляемой, или управляемой извне выделяют четыре способа управления:

1. Простейший случай, когда целевая (приводящая к цели) траектория $\langle x_0(t), y_0(t) \rangle$ известна. А значит известно и правильное управление $u_0(t)$, так как $x_0(t) = \{ u_0(t), v_0(t) \}$. Обратите внимание: все, что будет происходить на входах системы, известно заранее. А значит, управление осуществляется однообразно, чтобы не происходило. Такое управление можно назвать **программным**.

Примеры: Стрельба, работа программы без ветвлений, рост зародыша.

2. Если процессы на неуправляемых входах $v_0(t)$ отличаются от заранее предполагаемых, или система оказывается чувствительной к неучтенным входам, тогда система сходит с предполагаемой целевой траектории.
 - Пусть системе “известна” целевая траектория $\langle x_0(t), y_0(t) \rangle$.
 - Пусть отклонения от целевой траектории гарантированы быть небольшими.

Такое управление, которое по небольшому отклонению от целевой траектории определяет дополнительное к *программному* управление, возвращающее систему в ближайшем будущем назад на целевую траекторию, называется **регулированием**.

Примеры: Автопилот; рефлекторные реакции; управление, которые осуществляют операторы станков.

3. Однако, регулирование не всегда возможно, потому что

- Целевая траектория не известна, или ее невозможно построить.
- Для некоторых значений на входах возвращение на целевую траекторию не возможно;
- Неизвестно, как вернуть систему на целевую траекторию по известному отклонению от целевой траектории.

Рассмотрим управление, при котором

- Прогнозируется (возможно, ошибочно) будущая динамика системы,
- Строится *целевое множество* траекторий $\{<x_i(t), y_i(t)>\}$, таких, что они охватывают все возможные (или только наиболее вероятные) варианты входных параметров $x_i(t)$, для которых траектория $<x_i(t), y_i(t)>$ может быть принята за целевую, то есть удовлетворяет целям системы.
- Управление состоит в подстройке параметров системы, так, чтобы спрогнозированная динамика системы в ближайшем будущем реализовывала траекторию из *целевого множества*.

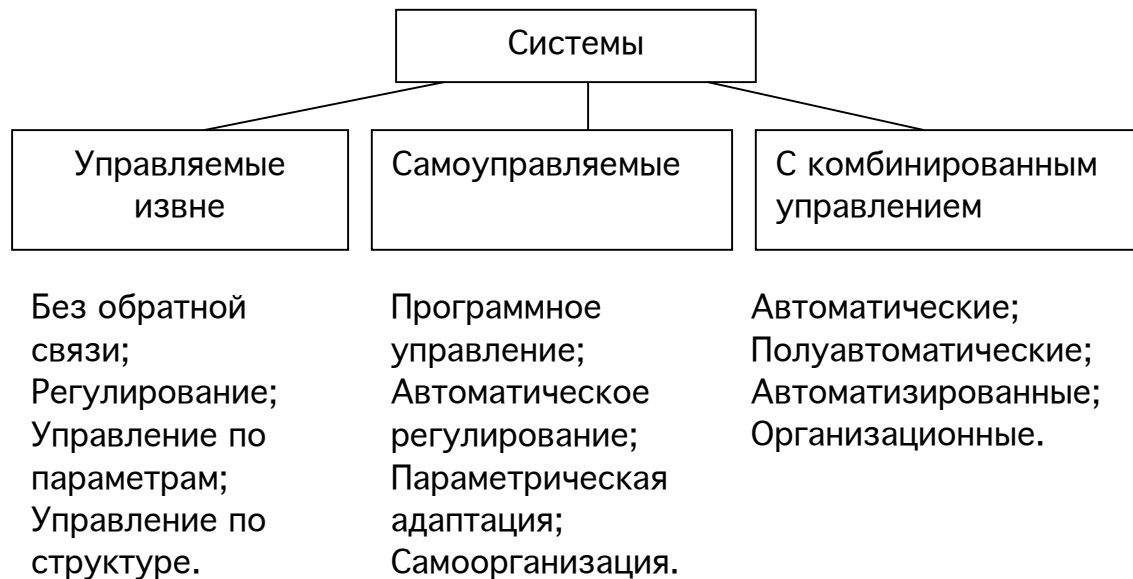
Такое управление мы будем называть **параметрической адаптацией** или **управлением по параметрам**.

4. Последний тип управления необходимо применять в том случае, когда при любых изменениях параметров системы (входов $u(t)$), *прогнозируемая траектория* не реализует в будущем ни одну из траекторий *целевого множества*.

В этом случае необходимо менять *структуру* системы, так чтобы новая система могла реализовать траекторию из целевого множества. То есть, речь идет о перестройке системы, об изменении оператора S системы (в случае динамической системы можно говорить об изменении переходного отображения).

Такой тип управления называется **структурной адаптацией**.

Примеры: Управление государством, управление вычислительными сетями, мутации живых организмов в процессе естественного отбора, и пр.

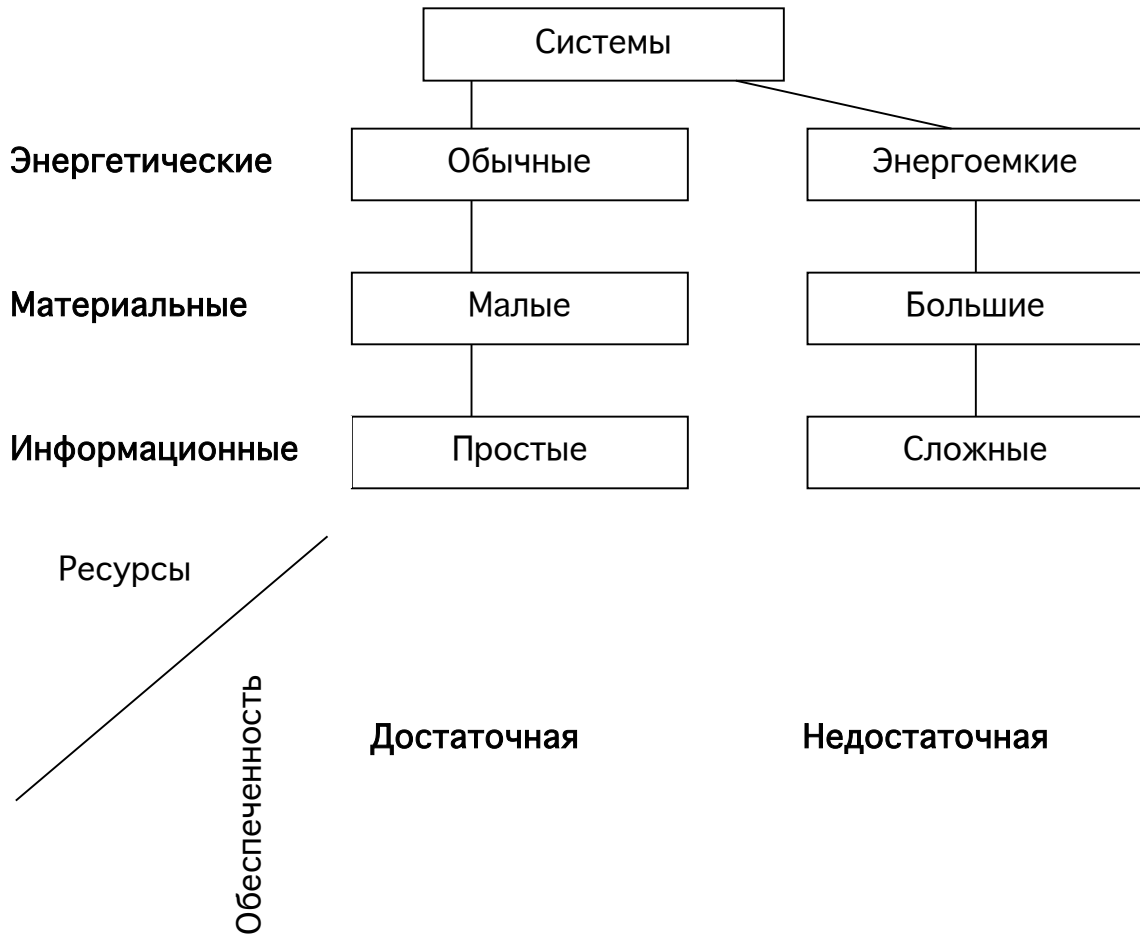


Классификация по обеспеченности ресурсами

В завершение, рассмотрим классификацию систем обеспеченности управления необходимыми ресурсами: *энергетическими, материальными и информационными*. Действительно, для того, чтобы модель заработала, иначе говоря, была *актуализирована*, необходимо затратить какие-то ресурсы: модель нужно *воплотить* в реальности, обеспечить воплощенную систему всеми ресурсами, необходимыми управлению для принятия решения **нужного качества и вовремя**.

Примеры:

- **Малые простые:** исправные бытовые приборы для пользователя, неисправные – для мастера, кодовый замок для хозяина сейфа;
- **Малые сложные:** неисправный бытовой прибор для пользователя;
- **Большие простые:** Кодовый замок для похитителя (система *простая* – требуется просто перебор кодов, но *большая*, так как для перебора требуется много временных ресурсов).
- **Большие сложные:** Мозг, экономика, живой организм – для управления, как правило, не достаточно ни материальных, ни информационных ресурсов.



Системный Анализ / Лекция 5

Тема: **Описание выбора на языке бинарных отношений и операторов.**

Повторение

На прошлом занятии мы познакомились с предметом задачи выбора. Альтернативы, среди которых осуществляется выбор, мы описали при помощи набора критериев. В такой постановке задачи принятие решения осуществляется выбором альтернативы максимизирующей значения критериев. В случае однокритериальной задачи выбора сложностей не возникает. Однако на практике качество той или иной альтернативы редко выражается значением единственного критерия. А принятие решений в многомерных задачах оказывается непростым.

Мы изучили основные методы принятия решений для многокритериальной задачи выбора:

1. **Сведение многокритериальной задачи к однокритериальной.** Введение *суперкритерия*, являющегося функционалом всех критериев задачи
2. **Условная максимизация** Нахождение условного экстремума основного критерия при заданных ограничениях на второстепенные критерии.
3. **Поиск альтернативы с заданными свойствами.** Значения для критериев задаются точно или в виде верхних и нижних границ – *уровней притязаний*. Точку пересечения уровней притязаний называют *целью* или *опорной точкой*. Принятие решения состоит в приближении к цели по некоторой траектории в пространстве. Понятие «близости» определяется введением на пространстве значений критериев некоторой *меры* расстояния.
4. **Нахождение паретовского множества альтернатив.** Из множества всех альтернатив исключаются те альтернативы, для которых существует альтернатива лучше хотя бы по одному из критериев. Оставшееся множество называют *паретовским множеством*. Этот метод не приводит к выбору единственной альтернативы, но обычно существенно сужает задачу выбора.

Бинарные отношения

Примерами бинарных отношений являются известные отношения порядка ($<$), равенства ($=$), неравенства. Давайте дадим строгое математическое определение понятия *бинарное отношение*.

Определение. Бинарное отношение R на множестве X определяется как некоторое подмножество упорядоченных пар (x, y) , таких, что x находится в отношении R с

y , записывается xRy . Если x и y не находятся в бинарном отношении R , то мы пишем $x\underline{R}y$.

Очевидно, что R – это подмножество $X \times X$.

Способы задания бинарных отношений:

1. **Непосредственное перечисление** пар элементов множества X , находящихся в бинарном отношении R , определенном на множестве X .
2. **Матричное задание** бинарного отношения. Если множество X конечно, все элементы этого множества нумеруются: $X = \{x_1 \dots x_n\}$. Затем, определяется матрица A размера $n \times n$, такая что $a_{ij} = \{1: x_i R x_j; 0: x_i \underline{R} x_j\}$ для всех индексов i и j .
3. **Графовое представление** бинарного отношения. Пусть множество X конечно. Для бинарного отношения R , заданного на множестве X , определим ориентированный граф $G(R)$ следующим образом. Все элементы множества X представлены вершинами графа G . Между двумя вершинами x и y существует ребро (x, y) тогда, и только тогда, когда xRy .
4. **Сечения**. Этот способ задания бинарных отношений используется тогда, когда множество X бесконечно. Пусть бинарное отношение R определено на множестве X . Определим два множества:
 - $R^+(X) = \{y \in X \mid (y, x) \in R\}$ - *верхнее сечение отношения R* ;
 - $R^-(X) = \{y \in X \mid (x, y) \in R\}$ - *нижнее сечение отношения R* ;

Бинарное отношение однозначно определяется одним из его сечений.

Свойства бинарных отношений

Пусть бинарное отношение R задано на множестве X . Бинарное отношение R называется:

- **рефлексивным**, если xRx для всех $x \in X$;
- **антирефлексивным**, если $x\underline{R}x$ для всех $x \in X$ (отношение может выполняться только для несовпадающих элементов);
- **симметричным**, если $xRy \iff yRx$ для всех $x, y \in X$;
- **асимметричным** если $xRy \iff y\underline{R}x$ для всех $x, y \in X$;
- **антисимметричным**, если для всех $x, y \in X$ ($xRy \& yRx$) $\iff x=y$;
- **транзитивным**, если для всех $x, y, z \in X$ ($xRy \& yRz$) $\iff xRz$;
- **отрицательно транзитивным**, если отношение \underline{R} является транзитивным;
- **сильно транзитивным**, если отношение R одновременно транзитивно и отрицательно транзитивно;

Мы будем определять типы бинарных отношений через наборы свойств, которые для этих бинарных отношений выполняются.

Отношения эквивалентности, порядка и доминирования.

Определение. Рефлексивное, симметричное и транзитивное бинарное отношение называется *отношением эквивалентности*. Отношение эквивалентности принято обозначать символом \sim .

Примеры:

1. Математическое отношение равенства, определенное на множестве комплексных чисел;
2. Отношение принадлежности к одной студенческой группе, определенное на множестве студентов университета;
3. Отношение «иметь одинаковый остаток от деления на 3», определенное на множестве целых чисел.
4. Отношение «быть ровесниками», определенное на множестве людей.
5. Отношение подобия, определенное на множестве треугольников.

Задание на некотором множестве отношения эквивалентности приводит к разбиению этого множества на непересекающиеся подмножества. В каждом из подмножеств содержатся только эквивалентные между собой элементы, а сами подмножества называются *классами эквивалентности*.

$$X = X_1 \sqcup X_2 \sqcup \dots \sqcup X_n, \quad X_i \cap X_j = \emptyset \quad i \neq j$$

Любые два элемента x, y множества X эквивалентны ($x \sim y$) тогда, и только тогда когда они принадлежат одному классу эквивалентности.

Отношение эквивалентности позволяет описать равнозначность двух и более альтернатив. Что же делать, если нам нужно описать предпочтение одной альтернативы перед другой? При описании задачи выбора на *критериальном языке*, мы всегда делали выбор в пользу альтернативы с максимальным значением критерия. В наших примерах все критерии принимали численные значения. На множестве действительных чисел определено бинарное отношение «меньше или равно» \leq . Мы делали выбор x , если $\exists y \in X \quad q(y) \leq q(x)$.

Является ли это бинарное отношение отношением эквивалентности? Нет! Не выполняется свойство симметричности.

Контрпример: $3 \leq 5$, но не верно, что $5 \leq 3$ – не выполняется свойство симметричности.

Определение. Рефлексивное, антисимметричное, транзитивное бинарное отношение называется отношением *нестроого порядка*. Отношение нестроого порядка принято обозначать символом \sqsupseteq , так же, как и отношение «меньше или равно».

Примеры:

1. Уже знакомое нам бинарное отношение «больше или равно», определенное на множестве действительных чисел;
2. Бинарное отношение «не позже чем» определенное на множестве моментов времени;
3. Бинарное отношение «меньше или равно», определенное на множестве действительных чисел;
4. Бинарное отношение «является несобственным подмножеством» некоторого множества, определенное на множестве всех подмножеств этого множества. Это бинарное отношение обозначают символом \sqsubset ;
5. Бинарное отношение порядка следования лекций определенное на множестве всех лекций, читаемых в некотором университете.

Отношение нестроого порядка допускает равнозначные элементы. Однако, бывают ситуации, когда нам требуется описать строгое предпочтение, исключить равнозначность, как в случае определения чемпиона. Примером такого бинарного отношения является «строго больше», определенное на множестве действительных чисел ($>$). Является ли это отношение отношением нестроого порядка? Нет!

Контрпример: Не верно, что $3 > 3$ – не выполняется свойство рефлексивности.

Определение. Антирефлексивное, асимметричное, транзитивное отношение называется отношением *строгого порядка*. Отношение строгого порядка принято обозначать символом $<$, так же, как и математическое отношение «строго меньше».

Примеры:

1. Уже знакомое нам бинарное отношение «строго больше», определенное на множестве действительных чисел;
2. Бинарное отношение «раньше», определенное на множестве моментов жизни одного конкретного дерева;
3. Бинарное отношение «строго меньше», определенное на множестве действительных чисел;
4. Бинарное отношение «является собственным подмножеством» некоторого множества, определенное на множестве всех подмножеств этого множества. Это бинарное отношение обозначают символом \sqsubset .
5. Бинарное отношение очередности, определенное на множестве людей, стоящих в очереди.

Бинарное отношение строгого порядка обобщается бинарным отношением *доминирования*.

Определение. Антирефлексивное, асимметричное бинарное отношение называется отношением *доминирования*.

Отношение доминирования не так привычно, как отношения эквивалентности и отношения порядка. Тем не менее, именно в таком отношении нередко находятся предметы окружающего нас мира.

Например: Ваша собака выполняет ваши команды, а вы выполняете команды своего начальника. Отсюда никак не следует, что ваша собака будет слушаться вашего начальника. Налицо пример нетранзитивного, антирефлексивного и асимметричного отношения доминирования.

Следует отметить, что отношения порядка и доминирования могут быть определены, как для всех пар элементов множества X , так и быть для некоторых пар элементов неопределенными.

Например: В приведенном выше примере отношение «выполняет команды» не определено для прохожего и незнакомой ему дворняги. Никто из них не будет выполнять команды другого.

Определение. Бинарное отношение порядка, определенное на множестве X , называется *отношением линейного порядка*, а множество X называют *линейно упорядоченным*.

Если это отношение определено для всех пар элементов $(x, y) \in X \times X$. В противном случае, это отношение называется *отношением частичного порядка*, а множество X называют *частично упорядоченным*.

В природе значительно больше частично-упорядоченных множеств, чем линейно-упорядоченных. Предложите примеры!

Графы предпочтений

В случае конечных множеств альтернатив, очень удобно находить решения, используя так называемые *графы предпочтений*.

Определение. Пусть X – это множество альтернатив, на котором задано некоторое бинарное отношение предпочтения R (отношение порядка или доминирования). Запись xRy означает, что x – это более предпочтительная альтернатива, чем y . Граф, описывающий это отношение R на множестве X , называется графом предпочтений.

Решение задачи выбора состоит в нахождении таких вершин графа предпочтения, которые не имеют более предпочтительной альтернативы, то есть не имеют входящих ребер.

Определение. Вершины графа предпочтений, не имеющие входящих ребер называются *недоминируемыми* альтернативами.

Пример:

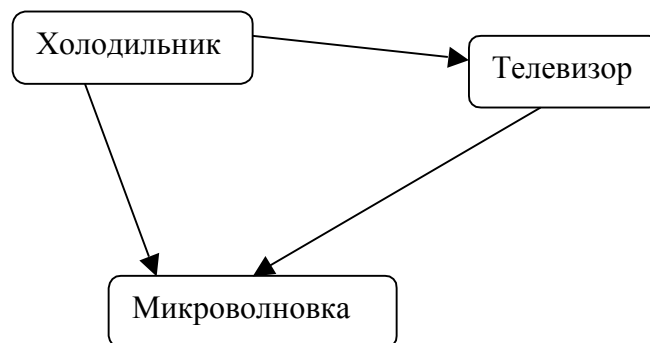
Пусть множество X состоит из

1. Холодильник
2. Микроволновка
3. Телевизор

Пусть нам требуется определить первоочередную покупку.

Пусть отношение предпочтения – это «приобрести раньше, чем». Для следующего набора предпочтений построим граф.

1. Холодильник приобрести раньше, чем Микроволновку
2. Холодильник приобрести раньше, чем Телевизор
3. Телевизор приобрести раньше, чем Микроволновку



Решение задачи выбора сводится к нахождению недоминируемых альтернатив. Таковой в нашем примере является Холодильник. Таким образом, именно холодильник и следует покупать в первую очередь.

Существует теорема, которая определяет, в каких случаях нахождение решения по недоминируемым вершинам графа предпочтений сводится к решению однокритериальной задачи выбора. А мы знаем, что такие задачи решаются тривиально.

Теорема. Если для некоторого множества альтернатив X , и бинарного отношения предпочтения R , определенного на множестве X , граф предпочтений сильно транзитивен и антирефлексивен, то задача принятия решения сводится к однокритериальной задаче выбора.

Эту теорему можно использовать при построении автоматизированных систем принятия решений.

Удобство описания задачи выбора на языке бинарных отношений состоит в том, что требуется задать предпочтения только попарно. Это оказывается часто намного проще, чем задать конкретные значения критериев для всех альтернатив. Кроме того, для разных пар альтернатив предпочтения могут задаваться на основании различных наборов критериев! Таким образом, язык бинарных отношений является более общим языком описания задач выбора, нежели критериальный язык.

Заключение

Мы изучили четыре типа бинарных отношений: эквивалентность, строгий порядок, нестрогий порядок и доминирование. Отношение доминирования является обобщением отношения строгого порядка.

Бинарные отношения мы определяли через их свойства: рефлексивность, антирефлексивность, симметричность, асимметричность, антисимметричность, транзитивность и отрицательная транзитивность.

Бинарные отношения позволяют записывать более общие формулировки задачи выбора, нежели критериальный язык. Кроме того, задача, сформулированная на языке бинарных отношений, может решаться очень простым и наглядным методом при помощи графа предпочтений.

Групповой выбор

Если решение принимается некоторой группой людей, мы говорим, что имеет место *групповой выбор*.

Постановка задачи. Пусть решение принимается группой, состоящей из n человек. Пусть на множестве альтернатив X задано n возможно различных индивидуальных предпочтений (бинарных отношений) R_1, R_2, \dots, R_n . Найти такое бинарное отношение $R=F(R_1, R_2, \dots, R_n)$, зависящее от R_1, R_2, \dots, R_n , которое согласует индивидуальные предпочтения и выражает групповой выбор данной группы.

Вообще говоря, функция F , связывающая индивидуальные предпочтения и групповой выбор, может быть произвольной. Более того, она может зависеть не только от индивидуальных предпочтений, но и от других факторов: $R=F(R_1, R_2, \dots, R_n, Q_1, \dots, Q_m)$. Например, не редко в групповом выборе учитывается исход случайных событий, таких как бросание жребия!

Наиболее распространенным методом принятия групповых решений является *голосование*. Рассмотрим различные правила голосования.

Правила голосования

- *Правило большинства.* Принятой считается альтернатива, получившая наибольшее число голосов.
- *Правило простого большинства.* Принятой считается альтернатива, получившая больше половины (хотя бы 51%) голосов.
- *Правило «Председатель имеет два голоса».* При голосовании альтернативе, получившей поддержку председателя, засчитывается два голоса.
- *Правило подавляющего большинства.* Принятой считается альтернатива, получившая примерно $3/4$ всех голосов. Если никакая альтернатива не получила необходимой поддержки, то выбор считается неопределенным.
- *Правило абсолютного большинства.* Принятой считается альтернатива, которую поддержало почти 100% голосовавших. Если не одна альтернатива не набрала нужного числа голосов, то выбор остается неопределенным.
- *Правило единогласия.* Принятой считается альтернатива, получившая все голоса. Это же правило можно назвать и *правом вето*. Действительно, даже голос одного участника голосования может привести к отклонению альтернативы! В этом случае ситуация неопределенного выбора после голосования также возможна.

Наиболее простой и демократичной процедурой кажется выбор по правилу большинства. Когда выбирается альтернатива, получившая наибольшее число голосов. Однако, за кажущейся простотой скрывается подвох.

Результат голосования по правилу большинства нельзя считать критерием истины. Любая форма голосования является только способом согласования выбора. Можно привести примеры, когда правило большинства не работает:

1. Голоса разделились поровну. В этом случае может прийти на помощь правило «председатель имеет два голоса»
2. В разнородной группе выборщиков имеется клика, преследующая общую цель. В том случае, когда голоса остальных выборщиков разделятся равномерно, эта клика сможет навязать большинству свою волю!

Правила простого и подавляющего большинства, например лишены перечисленных недостатков общего правила большинства. Однако, они, как и все оставшиеся правила голосования могут приводить к отказу от принятия решения. В реальности такие ситуации обычно не приемлемы – решение должно быть принято. Существуют различные методы гарантирующие принятие решения, или хотя бы уменьшающие долю ситуаций приводящих к отказу от принятия решения.

1. Первый такой метод состоит в принятии некоторого общего критерия для оценки альтернатив путем голосования по правилу абсолютного большинства или единогласия. Голосование повторяется для разных критериев до тех пор, пока решение по критерию оценки альтернатив не будет принято. Как только решение по критерию принято, выбор среди исходных альтернатив осуществляется полностью формализованным методом решения однокритериальной задачи выбора.
2. Когда голоса экспертов разделились поровну в пользу различных альтернатив, экспертам предлагается выстроить *ряды предпочтения* для элементов множества альтернатив. Так, например, если исходное множество альтернатив состояло из элементов a, b, c и мнение двух экспертов А и В разделилось. А выбрал a, В выбрал b. Множество альтернатив дополняется новыми альтернативами, например, d, e, f. И экспертов просят расположить все альтернативы в порядке убывания предпочтения:

A: a, d, e, c, f, b
B: b, a, c, d, e, f

Далее измеряется количество альтернатив, которое каждый из экспертов поместил между двумя альтернативами, выбранными в ходе голосования. Предпочтение отдается выбору того эксперта, который поместил наибольшее число альтернатив между своим выбором и выбором другого участника голосования. Такой выбор называется *выбором по силе предпочтения*.

3. Когда голосование не привело к принятию решения, а консенсус относительно критерия оценки альтернатив не был достигнут, выбор можно перепоручить ответственному лицу. То есть, решение принимается недемократически, по принципу «диктатуры».

Во многих случаях решение вполне приемлемо принимать по правилу диктатуры. Так, например, мы действовали, используя метод условной максимизации. Там мы выделяли один основной критерий, хотя критериев вообще говоря могло быть много. В других случаях диктаторский метод является единственно возможным. Например, единоначалие в армии, принятие решений в чрезвычайной ситуации.

Парадоксы голосования

Мы уже столкнулись с первым таким парадоксом: Возможность отказа от принятия решения из-за недостаточного числа голосов в пользу любой из альтернатив. Казалось бы, исключив такую возможность можно гарантировать адекватное принятие групповых решений!

Однако, тогда мы приходим к другому парадоксу голосования. Отношение предпочтения, которое описывается результатами голосования оказывается нетранзитивным!

Мы хотим избежать ситуации отказа от принятия решения, поэтому в наших примерах три избирателя будут в каждом туре голосования выбирать из двух альтернатив. Таким образом, принятие хоть какого-то решения в каждом туре голосования гарантировано.

Рассмотрим примеры:

1. Три молодых человека А, Б, В хотят определить чья подружка краше. У каждого из них есть свой набор предпочтений:

А: $1 > 2 > 3$

Б: $2 > 3 > 1$

В: $3 > 1 > 2$

Голосуют по правилу простого или подавляющего большинства, предъявляя альтернативы попарно, чтобы гарантировать принятие решения.

Для построения полного набора предпочтений (рейтинга красоты) потребуется провести три тура голосования по парам: (1,2) (2,3) (3,1). Так как нам известны индивидуальные предпочтения участников голосования, мы можем легко предсказать результаты каждого тура:

1) $1 > 2$

2) $2 > 3$

3) $3 > 1$

Таким образом, итоговый результат $1 > 2 > 3 > 1$ – любая девушка краше любой другой девушки, если отношение $>$ - транзитивно. А значит оно нетранзитивно!

2. Та же самая задача выбора решается теми же самыми участниками. Наученные горьким опытом, они используют новую процедуру голосования. Голосование осуществляется снова попарно по правилу простого или подавляющего

большинства. Но теперь предъявляются не просто все возможные пары, а на каждом туре выбывшая альтернатива заменяется новой. Предположим первой предъявляется пара (1, 2), зная индивидуальные предпочтения участников, мы можем предсказать результаты голосования:

- 1) (1, 2) $1 > 2$
- 2) (1, 3) $3 > 1$

В итоге девушка с номером 3 признается самой очаровательной и обаятельной. Предположим теперь, первой предъявляется пара (2, 3):

- 1) (2, 3) $2 > 3$
- 2) (2, 1) $1 > 2$

Тогда самой красивой “демократично” была выбрана девушка с номером 1! Если же первой парой на голосование была предъявлена пара (1, 3), то первой красавицей будет выбрана девушка с номером 2!

То есть результат голосования во втором примере полностью зависит не от участников голосования, а от его *организатора!!!*

Приведенные примеры являются частными случаями Теоремы, получившей название “Парадокс Эрроу” или “Теорема о невозможности”.

Суть этой теоремы состоит в том, что для некоторого естественного набора требований согласованности группового выбора, не существует правила выбора всем этим требованиям удовлетворяющего!

Теорема (Парадокс Эрроу) Пусть $F(R_1, R_2, \dots, R_n)$ – оператор определяющий групповой выбор n участников с предпочтениями R_1, R_2, \dots, R_n . Естественно потребовать, чтобы оператор F *согласованного* выбора удовлетворял следующим условиям:

- 1) $n \geq 2$, число альтернатив ≥ 3 , F определена для любых наборов индивидуальных предпочтений R_1, R_2, \dots, R_n .
- 2) *Условие монотонности.* Если в результате группового выбора предпочтение было отдано альтернативе x , то результат должен остаться прежним, если кто-то из отвергавших альтернативу x изменит свое решение в пользу x .
- 3) *Условие независимости несвязанных альтернатив.* Если изменение набора индивидуальных предпочтений R_1, R_2, \dots, R_n для каждого R_i сохранило порядок предпочтения не альтернатив из некоторого набора $Y \cap X$, то и упорядочение альтернатив, полученное в результате группового выбора, определенного оператором F , не должно изменить взаимного расположения альтернатив из набора Y .
- 4) *Условие суверенности.* Для любой пары альтернатив x и y существует такой набор индивидуальных предпочтений R_1, R_2, \dots, R_n , для которого $F(R_1, R_2, \dots, R_n) = (x > y)$. Смысл этого условия в том, что каждая альтернатива имеет шанс быть выбранной. То есть исключается возможность навязывания какого-то выбора независимо от

индивидуальных предпочтений участников группового процесса принятия решения.

- 5) *Условие отсутствия диктаторства.* Среди участников голосования не должно быть такого, что из его предпочтения $x > y$ (для любых x и y) следует $F(R_1, R_2, \dots, R_n) = (x > y)$.

Парадокс состоит в том, что такого оператора группового выбора не существует! Другим примером ограниченной применимости демократического голосования является *задача о перераспределении ресурсов.*

Задача о перераспределении ресурсов

Условия задачи. В голосовании участвуют n субъектов, каждый из которых владеет долей a_i некоторого общего ресурса $a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Вектор $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ характеризует распределение общего ресурса в некоторый момент времени. Голосование осуществляется по правилу *тотального абсолютного большинства*, когда решение принимается только если не менее $n-1$ голосов поддержало данную альтернативу. Будем считать, что каждый участник не заинтересован в потере обладания общим ресурсом (деньгами, например). Тогда система перейдет из распределения ресурса, описанного вектором A в другое распределение, описанное вектором B , только если ровно один участник подвергся «демократическому отъему» у него общего ресурса: $\exists i (A_i \geq B_i)$. Если никто не уменьшил свою долю обладания общим ресурсом, состояние системы, описанное распределением ресурса не изменится.

Вопрос. В каких случаях существует путь от исходного распределения, заданного вектором A , к некоторому произвольному распределению ресурса, заданному вектором B , такой что перераспределение общего ресурса на каждом шаге принимается голосованием, описанным в условиях задачи?

Парадокс: Оказывается, такой путь существует всегда.

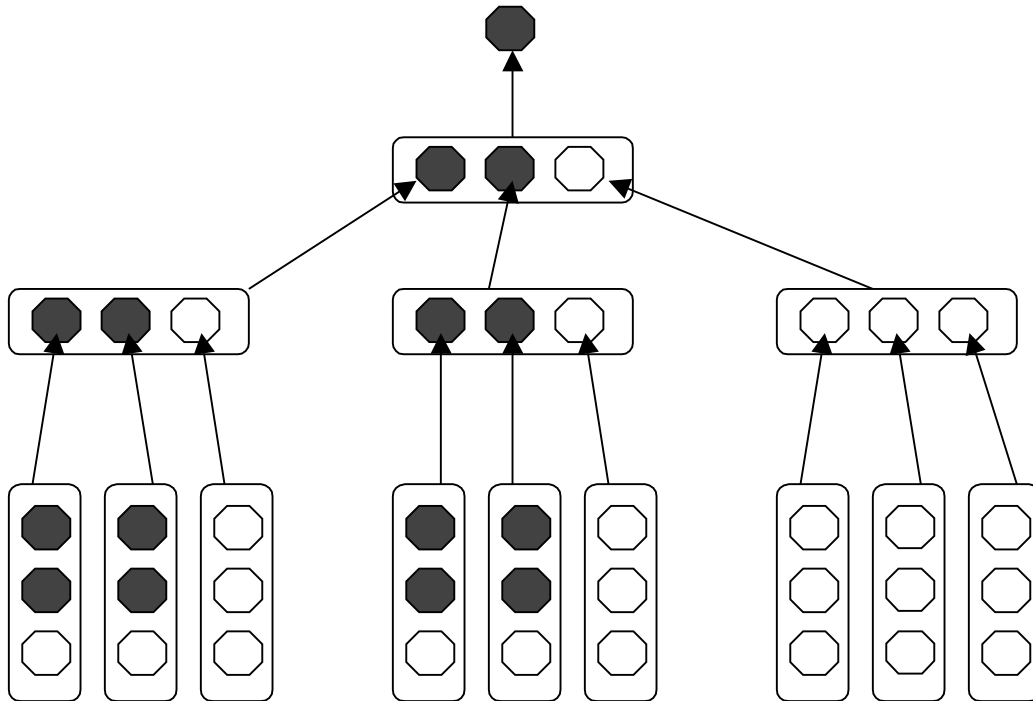
То есть в условиях абсолютной эгоцентричности голосующих, которые всегда голосуют за увеличение их доли обладания некоторым ресурсом и никогда не голосуют против отъема этого ресурса у других, всегда существует «очень демократический» способ прийти к любому заранее заданному распределению этого общего ресурса между голосующими!

Вмешательство коалиций

Мы уже упоминали, что вмешательство коалиций способно свести на нет демократичность процедуры голосования по правилу большинства. Однако, коалиции способны расстроить и более сложные и на первый взгляд надежные процедуры голосования. Рассмотрим пример многоступенчатой процедуры голосования. На каждом этапе решение принимается, только если $2/3$ голосов его поддержало.

Выборщики разделены на 9 групп по 3 человека. Каждый голосует либо «за», либо «против». Далее формируется решение каждой группы по правилу 2/3. На втором этапе эти решения снова группируются по три, и по правилу 2/3 формируется финальная тройка. Третий этап заключается в определении окончательного решения из финальной тройки снова по правилу 2/3.

Проиллюстрируем, как меньшинство может навязать свою волю большинству при голосовании в соответствии с этой процедурой.



Приведенный пример показывает, как коалиция из 8 человек «демократически» навязала свою волю группе из 27 человек!

Выводы

Рассмотрев парадоксы голосования, мы можем сделать вывод. Для принятия согласованного решения недостаточно просто проголосовать. Нужно помнить:

- 1) Отношение предпочтения, определяемое голосованием нетранзитивно. Голосование, вообще говоря, нельзя использовать для упорядочивания элементов в смысле транзитивных отношений порядка (Первый пример с определением рейтинга красоты).
- 2) Процедура голосования должна быть построена так, чтобы организатор голосования не мог навязать свою волю, зная предпочтения избирателей (как это было во втором примере с выбором самой красивой девушки).

- 3) Нужно строить процедуру голосования так, чтобы избежать возможности коалициям навязывать свою волю большинству
- 4) Нужно иметь в виду, что формально построение процедуры голосования, обеспечивающий принятие согласованного решения на любом множестве альтернатив и любых наборах индивидуальных предпочтений невозможно (парадокс Эрроу). Таким образом, для каждой ситуации следует разрабатывать наиболее подходящую процедуру голосования.
- 5) Каждый раз, когда вы участвуете в голосовании, анализируйте, действительно ли процедура приводит к *демократическому* принятию согласованного *решения*.

Заключение

На этой лекции мы изучили основные правила принятия групповых решений. Задача согласованного группового выбора оказалась непростой. Большую часть лекции мы посвятили наиболее распространенной процедуре группового выбора – голосованию. С одной стороны голосование может приводить к несогласованным решениям, как в случае с коалицией среди выборщиков. С другой стороны, голосование может привести к отказу от принятия решения. Мы перечислили несколько методов решения этих проблем. Однако, как оказалось, универсальной процедуры голосования не существует. Каждая ситуация требует индивидуального подхода. Мы перечислили несколько парадоксов, которые свойственны голосованию. А знать своего врага, значит победить его!

Системный Анализ / Лекция 7

Выбор в условиях неопределенности

До сих мы считали, что каждой альтернативе соответствует определенный набор значений критериев. В случае описания задачи выбора на языке бинарных отношений, мы полагали, что для всех пар альтернатив, для которых бинарное отношение определено, оно определено однозначно.

Однако, в действительности, мы редко можем предсказать последствия нашего выбора. Даже в том случае, когда мы согласуем наш выбор с некоторой *моделью* реальности, эта модель является лишь приблизительным образом оригинала. Возникает *задача выбора в условиях неопределенности*.

Определение. Мы говорим о принятии решения в *условиях неопределенности*, когда

- Задано множество альтернатив и множество возможных исходов.
- Для каждой альтернативы задана *функция платежей*, определенная на множестве возможных исходов.
- Распределение вероятностей на множестве возможных исходов неизвестно.

Заметьте, что выбор в условиях определенности, является частным случаем принятия решения в условиях неопределенности, где множество альтернатив состоит из одного элемента.

Обозначим через X множество альтернатив, а через Y - множество возможных исходов (состояний природы).

Если множества X и Y – конечны, функция платежей может быть определена через матрицу платежей Q .

$X \backslash Y$	y_1	y_2	...	y_j	...	y_m
x_1	q_{11}	q_{12}	...	q_{1j}	...	q_{1m}
\vdots	\vdots
x_i	q_{i1}	q_{i2}	...	q_{ij}	...	q_{im}
\vdots	\vdots
x_n	q_{n1}	q_{n2}	...	q_{nj}	...	q_{nm}

В этой матрице элемент q_{ij} характеризует оценку ситуации, когда была выбрана альтернатива x_i и реализовался исход y_j .

Когда множество X или множество Y – бесконечно, ситуация описывается при помощи функции $q(x,y)$, $x \in X$, $y \in Y$. Задача состоит в выборе «наилучшего» $x \in X$.

Когда все матрицы платежей равны, проблема выбора отсутствует. Но какую же альтернативу предпочесть, если строки матрицы платежей различны?

Недостаток информации относительно реальных последствий того или иного решения привел к развитию нескольких критериев выбора. Они отличаются по степени консерватизма, который проявляет индивидуум, принимающий решение. То есть, по степени вашего личного консерватизма! Вот список этих критериев:

1. Критерий Лапласа;
2. Минимаксный критерий;
3. Критерий Сэвиджа;
4. Критерий Гурвица.

Критерий Лапласа

Критерий Лапласа опирается на принцип *недостаточного основания*, сформулированный Я. Бернулли.

Этот принцип гласит: *если распределение вероятностей на множестве возможных исходов неизвестно, нет оснований считать вероятности этих исходов различными*

Основываясь на принципе недостаточного основания, делается оптимистичное предположение, что для каждой выбранной альтернативы, вероятности всех возможных исходов равны.

$$P(y_1) = P(y_2) = \dots = P(y_m)$$

Если при этом оценочная функция характеризует получаемую прибыль, то выбирается альтернатива

$$x_0 = \operatorname{argmax}_{x \in X} \{1/n(q(x, y_1) + q(x, y_2) + \dots + q(x, y_m))\}$$

Максиминный (минимаксный) критерий

Этот критерий основан на очень осторожном (консервативном) выборе. Суть его заключается в выборе той альтернативы, которой соответствует наибольшее значение функции платежей при наихудшем для этой альтернативы исходе.

Если функция платежей $q(x, y)$ характеризует прибыль, выигрыш и пр., то выбор по максиминному критерию можно записать:

$$x_0 = \operatorname{argmax}_{x \in X} \{ \min_{y \in Y} \{ q(x, y) \} \}$$

Если же функция платежей $q(x, y)$ характеризует убытки, то максиминный критерий превращается в *минимаксный*:

$$x_0 = \operatorname{argmin}_{x \in X} \{ \max_{y \in Y} \{ q(x, y) \} \}$$

Критерий Сэвиджа

Критерий Сэвиджа можно использовать для менее консервативного, нежели по максиминному критерию, выбора. Функция платежей заменяется на функцию *потерь*.

Например, когда оценочная функция характеризует прибыль, *функция потерь* для каждой альтернативы, характеризует отклонение от максимально возможной прибыли при данном исходе по всем альтернативам. Когда оценочная функция характеризует убытки, то функция потерь для каждой альтернативы характеризует отклонение от минимального для данного исхода по всем альтернативам убытка.

Пусть $r(x, y)$ – функция потерь, X – множество альтернатив, а Y – множество исходов (состояний природы). Все сказанное можно коротко выразить следующим образом:

- Если $q(x, y)$ – доход, $r(x, y) = \max_{z \in X} \{ q(z, y) \} - q(x, y)$;
- Если $q(x, y)$ – убытки, $r(x, y) = q(x, y) - \min_{z \in X} \{ q(z, y) \}$.

А затем принимается решение по *максиминному (минимаксному) критерию*, примененному к *матрице потерь*.

Пример:

Рассмотрим матрицу платежей, характеризующую убытки:

	Y	y ₁	y ₂
X			
x ₁		10 000	100

X_2	9 000	9 000
-------	-------	-------

Применение минимаксного критерия дает решение x_2 с гарантированными потерями 9 000 рублей. Однако, если бы мы выбрали альтернативу x_i , мы в худшем случае потеряли бы 10 000 (на 1 000 больше), но при удачном стечении обстоятельств могли бы ограничиться потерями в 100 рублей всего лишь (на 8 900 рублей меньше)!

Давайте, применим минимаксный критерий к матрице потерь, и сравним результаты, полученные двумя разными методами.

Матрица потерь для той же задачи:

	Y	y_1	y_2
X			
x_1		1 000	0
x_2		0	8 900

В соответствии с минимаксным критерием, следует выбрать альтернативу x_1 . То есть, критерий Сэвиджа рекомендует выбрать альтернативу x_1 . А какую альтернативу выбрали бы вы?

Критерий Гурвица (критерий «пессимизма - оптимизма»)

Этот критерий предлагает оценить для каждой альтернативы взвешенную комбинацию значения функции платежей в наилучших и наихудших условиях.

Пусть $0 \leq \alpha \leq 1$, и $q(x, y)$ – функция платежей, характеризующая доходы. Тогда решением, выбранным по критерию Гурвица является:

$$x_0 = \operatorname{argmax}_{x \in X} \{ (1-\alpha) \min_{y \in Y} \{q(x, y)\} + \alpha \max_{y \in Y} \{q(x, y)\} \}$$

Параметр α называется *показателем оптимизма*. Этот параметр показывает степень нашей уверенности в благоприятном для нас исходе.

Если $\alpha=0$, то есть мы максимально пессимистичны в оценки нашей удачи, критерий Гурвица превращается в обычный максиминный критерий. Если $\alpha=1$, то критерий Гурвица становится чрезмерно оптимистичным, так как рассчитывает на самое благоприятное стечение обстоятельств. Мы можем подбирать показатель оптимизма в соответствии с тем, как мы оцениваем

наше везение. В том случае, когда явной склонности к оптимизму или пессимизму мы не испытываем, самым разумным представляется положить $\alpha=0.5$.

Если функция платежей характеризует расходы, то критерий принимает вид:

$$x_0 = \operatorname{arg\,mшт}_{x \in X} \{ (1-\alpha) \max_{y \in Y} \{q(x, y)\} + \alpha \min_{y \in Y} \{q(x, y)\} \}$$

Теория игр

Прежде мы предполагали, что множество исходов Y соответствует неизвестным состояниям природы. А наша неспособность предсказать будущее с достоверностью приводит к возникновению неопределенности.

Однако, можно считать, что вместо природы против нас действует другой игрок, который принимает решения на множестве альтернатив Y . Мы не знаем, как отреагирует на выбор первого игрока второй игрок. С этим-то и связана неопределенность задачи выбора. Игроки преследуют различные, конфликтующие цели. Мы пришли к описанию ситуации, которая рассматривается в *теории игр*:

Определение.

- Пусть X – это множество альтернатив, на котором делает выбор первый игрок;
- Пусть Y – это множество альтернатив, на котором делает выбор второй игрок;
- Пусть $Q = \|q_{ij}\|$ - это матрица платежей первого игрока;
- Пусть $U = \|u_{ij}\|$ - это матрица платежей второго игрока.

Задание X, Y, Q, U называется *нормальной формой игры*.

Расхождение между матрицами Q и U определяет *степень антагонизма* игроков.

Определение. Соперничество в игре, заданной в нормальной форме X, Y, Q, U , называется *строгим*, если для любых i, j $q_{ij} - u_{ij} = \text{const}$. В случае, когда для любых i, j $q_{ij} - u_{ij} = 0$, мы имеем игру с *нулевой суммой*.

В играх с нулевой суммой выигрыш одного игрока равен проигрышу другого. В таких случаях достаточно задания матрицы платежей только для одного игрока $U = -Q$.

	Y	y ₁	y ₂	...	y _j	...	y _m
X							

x_1	q_{11}	q_{12}	...	q_{1j}	...	q_{1m}
\vdots	\vdots
x_n	q_{n1}	q_{n2}	...	q_{nj}	...	q_{nm}

Определившись с тем, что мы называем игрой, давайте дадим определение *решения* *игры!*

Определение. Решением игры называются такие выборы игроков, при которых каждый игрок добивается наилучшего результата из наихудших. То есть, решение игры – это точка (x^*, y^*) такая что

$$q(x^*, y^*) = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} q(x, y) = \min_{x \in X} \max_{y \in Y} q(x, y).$$

Если такая точка существует, говорят, что игра имеет решение в *чистых стратегиях*. А сама точка (x^*, y^*) называется *Седловой*. Отход от этой точки невыгоден обеим сторонам.

Определение. Значение функции платежей в Седловой точке называется *ценой* *игры* в чистых стратегиях.

Пример: Рассмотрим игру, в которой участвуют две компании продающие конкурирующие сорта мыла. Игра происходит на рекламных стратегиях этих компаний.

- Первая компания выбирает из множества трех альтернатив:
 1. x_1 : Интернет
 2. x_2 : Телевидение
 3. x_3 : Газеты
- Вторая компания рассматривает более широкий спектр возможностей:
 1. y_1 : Интернет
 2. y_2 : Телевидение
 3. y_3 : Газеты
 4. y_4 : Почтовая рассылка

Зададим матрицу платежей Q , характеризующую процент привлеченных или потерянных первой компанией клиентов.

	y_1	y_2	y_3	y_4	Минимумы строк
X_1 : Интернет	8	-2	9	-3	-3

x_2 : Телевидение	6	5	6	8	5 - максимум
x_3 : Газеты	2	4	-9	5	-9
Максимумы столбцов	8	5 минимум	9	8	

Цена игры = 5%.

Пример:

Рассмотрим разновидность игры в орлянку. Игроки независимо друг от друга кладут монету определенной стороной вверх. Если у обоих игроков выпадает одна сторона, Первый игрок получает рубль от Второго. Если стороны монет не совпадают, то Первый отдает рубль Второму.

Зададим матрицу платежей, характеризующую выигрыш Первого игрока.

	Герб	Решка	Минимумы строк
Герб	1	-1	-1
Решка	-1	1	-1
Максимумы столбцов	1	1	

В этой игре минимаксная и максиминная стратегии не совпадают! Действительно, зная выбор соперника игрок всегда будет предпринимать адекватный выбор, чтобы получить от соперника деньги.

Когда игра не имеет решения в чистых стратегиях, становится выгодным скрывать от противника свой выбор, и даже свой способ выбора. Это достигается введением *смешанной стратегии*.

Определение. Смешанной стратегией игрока называется распределение вероятностей на множестве чистых стратегий этого игрока.

При нахождении решения игры в смешанных стратегиях *цена игры* становится случайной величиной. А сравнение стратегий можно вести через сравнение математических ожиданий значения выигрыша.

Нетрудно увидеть, что

$$\text{Максиминная цена игры} \leq \text{цена игры} \leq \text{минимаксная цена}$$

В отличие от ситуации с возможным отсутствием решения игры в чистых стратегиях, для решения игры в смешанных стратегиях верна следующая теорема.

Теорема (Фон-Неймана) Любые матричные игры со строгим соперничеством имеют решение в смешанных стратегиях.

Решение игры в смешанных стратегиях можно найти методами линейного программирования или графически.

Графический метод применим, когда один из игроков имеет две чистые стратегии.

Рассмотрим игру $2 \times n$, в которой первый игрок имеет две чистые стратегии.

Вероятности		q_1	q_2	...	q_n
	Стратегии	y_1	y_2	...	y_n
p	x_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
$1-p$	x_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}

Игра предполагает, что первый игрок смешивает стратегии x_1 и x_2 с вероятностями p и $1-p$ соответственно. А второй игрок смешивает свои стратегии с вероятностями q_1, q_2, \dots, q_n , $q_1 + q_2 + \dots + q_n = 1$. Матрица A задает выигрыш первого игрока.

Ожидаемый выигрыш первого игрока, соответствующий j -й стратегии второго игрока записывается в виде

$$E(a_{ij}) = p a_{1j} + (1-p) a_{2j} = p(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j}$$

Первый игрок ищет величину p^* , такую что:

$$p^* = \operatorname{argmax}_p \min_j \{ p(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j} \}$$

В плоскости $p \in [0, 1]$ каждому значению j стратегии второго игрока будет соответствовать прямая $f_j(p) = p(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j}$. Ломанная $\min_j \{ p(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j} \}$ будет ограничивать все прямые $f_j(p)$ снизу. Точка $\operatorname{argmax}_p \min_j \{ p(a_{1j} - a_{2j}) + a_{2j} \}$ – точка максимума этой ломанной. Так как у первого игрока всего две чистые стратегии, нахождение p определяет решение игры в смешанных стратегиях.

Упражнение: Найдите решение игры в орлянку в смешанных стратегиях.

Благодарности

Материал и примеры этой лекции основаны на следующих источниках: «Введение в системный анализ» Ф.И. Перегудов и Ф. П. Тарасенко, «Введение в исследование операций» Х. Таха.

Системный Анализ / Лекция 8

Экспертные методы принятия решения

При исследовании сложных систем возникают проблемы, которые не удается сформулировать строго. В таких случаях прибегают к услугам *экспертов*.

Суть экспертных методов состоит в использовании интеллекта и интуиции людей, их способности находить решения слабоструктурированных задач.

Однако, эксперт, как и любой другой человек, подвержен влиянию множества факторов, негативно отражающихся на выполняемой работе. Следующие рекомендации могут оказаться полезны при работе с экспертами:

- Эксперты должны быть освобождены от ответственности за использование результатов экспертизы (ответственность накладывает ограничения на характер принятия решения);
- Нужно учитывать, что личные отношения в группе экспертов могут существенно искажать принимаемые ими решения;
- Личная заинтересованность эксперта может повлиять на принимаемое им решение.
- Метод “Делфи”: критика благотворно влияет на эксперта, если она психологически не связана с персональной конфронтацией. В соответствии с этим методом, обычно бывает достаточно следующих четырех этапов работы с экспертами:
 1. раздача анкет, сбор оценок, их обобщенное представление с указанием разброса мнений;
 2. сообщение итогов и запрос объяснений причин индивидуального отклонения от средней или медианной оценки первой итерации;
 3. сообщение всех объяснений и запрос контраргументов на них;
 4. сообщение возражений и запрос новых оценок альтернатив, если эксперт пожелает их изменить; нахождение окончательного итога.

Вся работа проводится под руководством отдельной управляющей группы, в которую входят системный аналитик и лицо, принимающее решения.

Анонимность экспертов сохраняется до принятия решения. По желанию экспертов их анонимность может быть сохранена и после окончания работы.

К сожалению, возможности даже экспертов, людей, ограничены. Мы уже упоминали влияние субъективных факторов на работу экспертов. Но есть и объективные физиологические факторы:

- В психологии известен закон “семь плюс-минус два”. Именно таким количеством понятий, идей, альтернатив, и т.д. может оперировать человек одновременно;
- Столкнувшись с многокритериальной задачей, человек стремится резко упростить задачу, проявляет неуверенность, нелогичность.
- В ряде случаев играет роль и низкое быстродействие нервной и мышечной систем человека.

Для того, чтобы исключить или уменьшить влияние вышеперечисленных факторов на работу экспертов и системных аналитиков, им в помощь предоставляют компьютеры.

Определение. Такие системы принятия решения в которых работают и люди, и машины называют *проблемно-ориентированными человеко-машинными* системами.

Существует много различных компьютерных систем *поддержки принятия решения, базы знаний, экспертные системы* – все эти разновидности аппаратно-программных комплексов могут быть использованы экспертами или аналитиками в процессе принятия решений.

Декомпозиция и агрегирование в системном анализе

Человек превосходит машину именно в решении слабоструктурированных задач. И существуют методы, способные облегчить задачу человека в решении таких задач.

В любом системном исследовании можно выделить две процедуры, которые могут повторяться неоднократно – это *декомпозиция* и *агрегирование*.

Определение. Процесс разложения целого на части называется *декомпозицией*. А процесс объединения частей в целое – *агрегацией*.

Декомпозиция

При декомпозиции системы возникают два противоречивых требования на результат:

1. Декомпозиция должна быть полной
2. Результат декомпозиции должен быть простым для понимания.

Для того чтобы аргументировать полноту декомпозиции некоторой системы, вводят понятие *основания декомпозиции*.

Определение. *Основание декомпозиции* некоторой системы – это модель рассматриваемой системы. *Операция декомпозиции* – это процесс сопоставления частей исходной системы элементам модели-основания декомпозиции.

Отсюда, легко видеть, что число частей, которые получатся в результате декомпозиции равно числу элементов модели, взятой за основание декомпозиции.

Таким образом, вопрос о полноте декомпозиции сводится к вопросу о завершенности модели-основания декомпозиции.

Остается ответить на три вопроса:

1. Модели *какой системы* надо брать за основание декомпозиции?
2. Какие *типы моделей* надо брать?
3. *Как* нужно строить модели основания декомпозиции?

В качестве основания декомпозиции можно брать как модель самой системы, так и ее надсистемы или модель ее подсистемы. Иногда целесообразно за основание декомпозиции взять модель другой системы, как-то связанной с исследуемой.

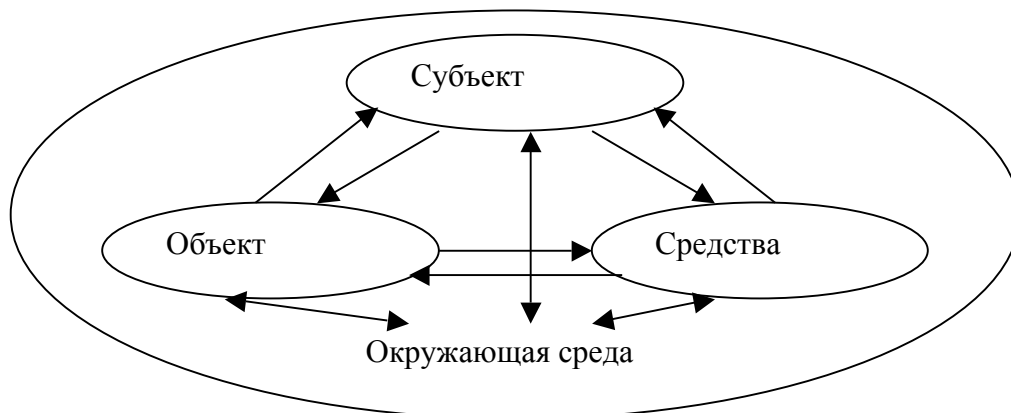
Типов моделей систем не так уж много: черный ящик, модель состава, модель структуры, белый ящик, каждая в статическом и динамическом варианте. Итого – восемь типов. Таким образом, можно перебрать все или часть типов моделей основания.

Ответ на третий вопрос состоит в использовании *полных формальных моделей* в качестве фундамента построения основания декомпозиции. Содержательная модель-основание конкретизирует формальную модель.

Определение. *Полной формальной моделью* мы будем называть абстрактную модель, описанную в строгой форме, в которой перечислены все возможные элементы системы-оригинала.

Благодаря абстрактности и формальности моделей часто удается добиться полноты таких моделей. Так что определение не пусто.

Пример. Примером полной формальной модели является *общая модель деятельности*.



Полнота формальной модели является необходимым, но не является достаточным условием полноты декомпозиции. Она лишь привлекает внимание эксперта к тому, что может являться элементами реальной системы. Один методический прием позволяет частично решить проблему полноты. В содержательную модель основания декомпозиции рекомендуется вводить элемент «все остальное». Он будет напоминать исследователю на более поздних этапах декомпозиции, что модель основания декомпозиции могла быть неполна.

Полнота и простота декомпозиции

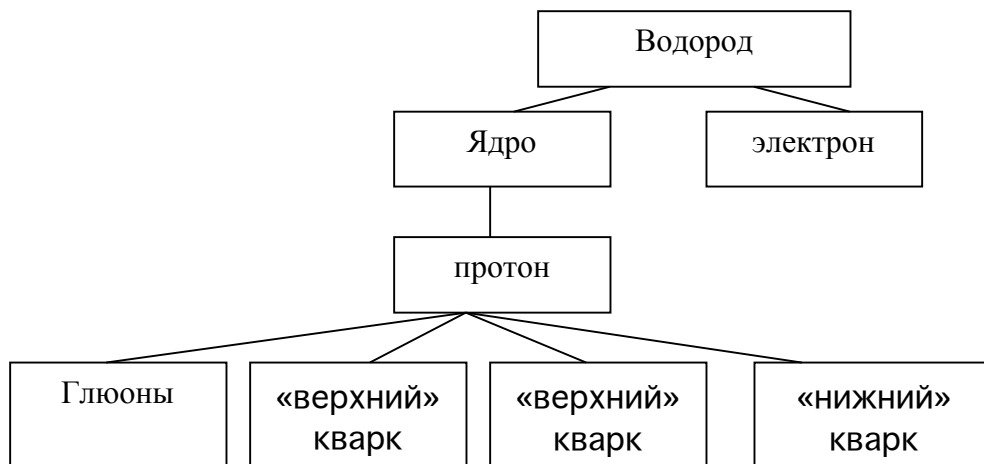
Эти два требования являются часто взаимоисключающими. Вспомним, что число элементов результата декомпозиции совпадает с числом элементов модели основания. Следовательно, полнота или простота декомпозиции системы зависит от полноты и простоты основания декомпозиции. Таким образом, эксперт вынужден искать компромисс между полнотой и простотой основания декомпозиции, чтобы достигнуть компромисса между полнотой и простотой результата декомпозиции! То есть, в модель основания декомпозиции следует включать только *существенные* элементы исходной системы. А какие элементы системы следует считать существенными должен определить эксперт.

Процесс декомпозиции обычно *итеративен*. То есть, после декомпозиции системы в соответствии с некоторой моделью-основанием, основание декомпозиции может быть подвергнуто детализации, если не все существенные элементы системы были получены. Затем снова повторяется этап декомпозиции в соответствии с уточненной моделью-основанием.

Такой итеративный процесс декомпозиции можно представить в виде дерева.

Пример: Рассмотрим четыре последовательных этапа уточнения модели основания атома водорода. Мы остановились на содержательной модели-основании состоящей из двух верхних кварков, одного нижнего кварка некоторого числа глюонов и одного электрона.

Однако, если декомпозиция проводилась химиком, он скорее всего



остановился бы уже на этапе протона. Тогда как физик мог бы еще раз уточнить модель-основание и продолжить декомпозицию дальше. Например, можно попытаться оспорить элементарность кварков!

Какова формальная модель нашей содержательной модели-основания? Что гарантирует полноту декомпозиции? Формальной моделью в данном случае можно считать физику элементарных частиц.

Сложность декомпозиции

Существует два основных типа сложности декомпозиции систем:

1. Сложность из-за *неинформированности*;
2. Сложность из-за *непонимания*.

Первый тип сложности возникает, когда в процессе декомпозиции знаний одного эксперта оказывается недостаточно. И требуется привлечения еще одного специалиста для завершения декомпозиции. Декомпозиция улучшает наше понимание сложных систем.

Однако, иногда дальнейшая декомпозиция невозможна независимо от того, сколько экспертов вы пригласите. Такая неустранимая сложность называется сложностью *непонимания*. В таких случаях декомпозиция не улучшает понимание исходной системы, но показывает, что именно нам о ней неизвестно.

Важное замечание: Если декомпозиция в действительности сложной системы оказалась слишком простой, нужно проверить ее правильность. Возможно вы что-то забыли. В процессе декомпозиции полезно учитывать не только полезные входы и выходы систем, но и вредные: такие, как «отходы»!

Алгоритмы решения проблем

Познакомимся с несколькими важными примерами декомпозиции. В системном анализе именно решение проблем занимает центральное место. А проблема – это тоже система! Существует несколько хорошо зарекомендовавших себя результатов декомпозиции жизненного цикла проблем. Эти результаты декомпозиции по сути являются *алгоритмами решения проблем*.

Декомпозиция по С. Л. Оптнеру:

1. Идентификация симптомов
2. Определение актуальности проблемы
3. Определение целей

4. Определение структуры системы и ее дефектов
5. Определение возможностей
6. Нахождение альтернатив
7. Оценка альтернатив
8. Выработка решения
9. Признание решения
10. Запуск процесса решения
11. Управление процессом реализации решения
12. Оценка реализации и ее последствий

Декомпозиция по С. Янгу:

1. Определение цели организации
2. Выявление проблемы
3. Диагностика системы (где именно возникла проблема)
4. Поиск решения
5. Оценка и выбор альтернативы
6. Согласование решения
7. Утверждение решения
8. Подготовка к вводу в действие
9. Управление применением решения
10. Проверка эффективности

Декомпозиция по Н. П. Федоренко:

1. Формулирование проблемы
2. Определение целей
3. Сбор информации
4. Разработка максимального количества альтернатив
5. Отбор альтернатив
6. Построение модели в виде уравнений, программ или сценария
7. Оценка затрат
8. Испытание чувствительности решения (параметрическое исследование)

Декомпозиция по С. П. Никанорову:

1. Обнаружение проблемы
2. Оценка актуальности проблемы
3. Анализ ограничений проблемы
4. Определение критериев
5. Анализ существующей системы
6. Поиск альтернатив
7. Выбор альтернативы

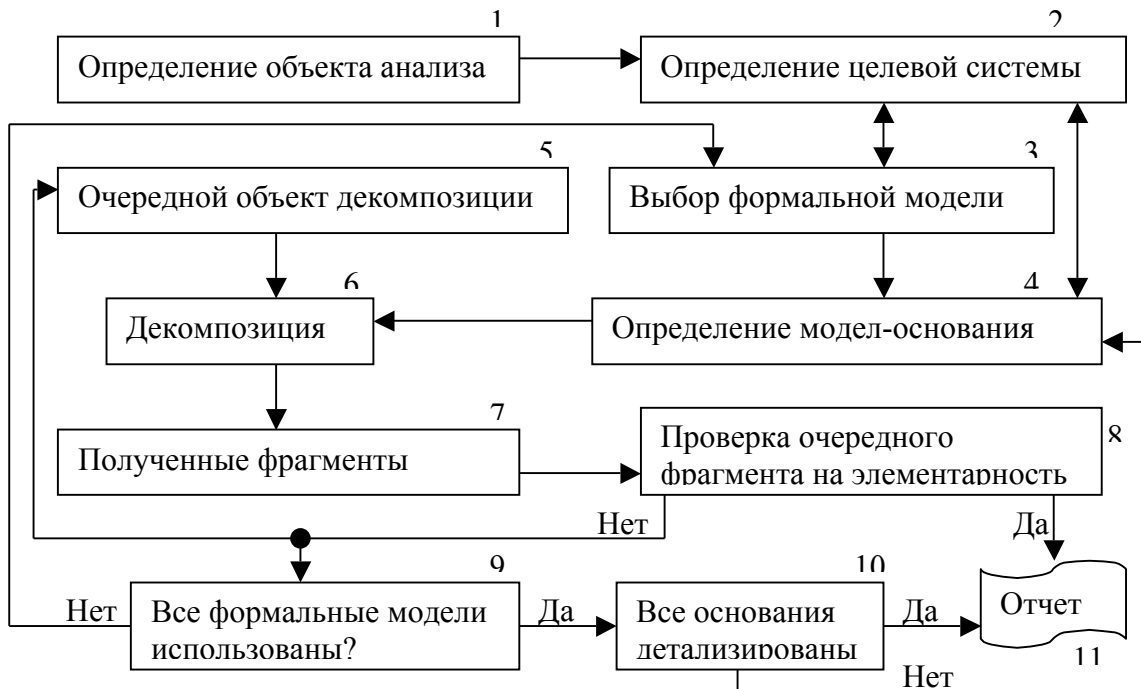
8. Обеспечение признания
9. Принятие формальной ответственности за решение
10. Реализация решения
11. Определение результатов решения

Декомпозиция по Ю. И. Черняку:

1. Анализ проблемы
2. Определение системы
3. Анализ структуры системы
4. Формулирование общей цели и набора критериев
5. Декомпозиция цели, выявление потребностей в ресурсах, композиция целей
6. Выявление ресурсов
7. Прогноз и анализ будущих условий
8. Оценка целей и средств
9. Отбор вариантов
10. Диагноз существующей системы
11. Построение комплексной программы развития
12. Проектирование организации для достижения целей

Алгоритм декомпозиции

Обобщим все сказанное выше в алгоритм декомпозиции и изобразим его в виде блок-схемы.



Поясним шаги алгоритма:

1. Объектом декомпозиции может стать любая система. Часто, когда анализ необходим для решения больших и сложных задач, даже систему – объект, декомпозиция которого помогла бы решить поставленную задачу системного анализа, определить непросто.
2. Целевая система – это система, в интересах которой мы осуществляем анализ. Прежде чем перейти собственно к декомпозиции необходимо четко определить «заинтересованную» систему.
3. Этот блок соответствует этапу выбора формальной модели, которая послужит базой определения содержательной модели-основания декомпозиции. Формальные модели можно либо брать из библиотеки известных полных формальных моделей, либо обращаться за ними к экспертам.
4. На основе формальной модели и целевой системы, определенных на предыдущих шагах алгоритма, строится содержательная модель-основание декомпозиции.
5. – 7. Эти блоки соответствуют одной итерации процесса декомпозиции.
8. После того, как были получены «фрагменты» - кандидаты на элементы системы, мы сверяемся с используемой моделью-основанием декомпозиции, действительно ли очередной фрагмент элементарен. Если все фрагменты элементарны, декомпозиция завершена. В противном случае, итерация декомпозиции повторяется.

9. – 10. Если в восьмом блоке возникла необходимость совершить новую итерацию декомпозиции, проверяется наличие новых формальных моделей, и соответствующих им новых содержательных моделей-оснований декомпозиции. Если таковые имеются, то новая итерация декомпозиции с использованием более детальной модели-основания декомпозиции возможна. Иначе мы вынуждены остановить процесс декомпозиции ввиду *сложности непонимания*. В таком случае результатом декомпозиции будет указание на то, что именно вызывает непонимание в исследуемой системе.
1. Этот блок соответствует формированию отчета. Если все элементы системы, в соответствии с моделью системы - основанием декомпозиции, были успешно выделены, эти элементы и составят отчет о декомпозиции системы. В противном случае, если процесс декомпозиции оборвался из-за *сложности непонимания*, в отчет войдет список фрагментов дальнейшая декомпозиция которых оказалась невозможна, несмотря на то, что они не соответствуют никаким *элементам* модели-основания декомпозиции.

Агрегирование

Операцией, противоположной декомпозиции является *агрегирование*. В результате агрегирования мы объединяем разрозненные элементы в целое. С этим процессом связано понятие *эмерджентности*.

Определение. Результат агрегирования будем называть *агрегатом*.

Определение. *Эмерджентность* – это свойство агрегирования, которое проявляется в возникновении у агрегата качественно новых свойств, которые не были, и не могли быть присущи исходным элементам до их объединения.

Например. Свойства автомобиля не являются простой суммой свойств его частей, так как, никакая его элементарная часть не обладает свойством «перевозить пассажира по заданному маршруту и с заданной скоростью».

Результат агрегирования - агрегат – определяется некоторой моделью исследуемой или проектируемой, взятой за основание процесса агрегирования. Модели состава определяют какие элементы должны войти в агрегат. А модели структуры описывают, как эти элементы будут между собой связаны.

Замечание. Обратите внимание, что в самом общем виде процесс агрегирования можно представить как установление отношений на заданном множестве элементов!

Мне кажется, что не имеет смысла пытаться описать все возможные типы агрегатов, которые возникают в процессе агрегирования. Однако есть небольшое число наиболее важных агрегатов, которые часто используются в системном анализе. Перечислим их.

- **Агрегат конфигурактор** – это агрегат, состоящий из качественно различных языков описания системы, и обладающий тем свойством, что число этих языков минимально, но необходимо для заданной цели.

Примеры:

- а. Конфигуратором для задания точки в n-мерном пространстве является совокупность ее координат. Каждая координата – это описание системы на языке той оси, которой эта координата соответствует. Однако, для однозначного задания точки в таком пространстве нам необходимо определить все n координат.
- б. Конфигуратором пространственной перспективы (различий в направлениях и удаленностях источников сигналов от наблюдателя) является запись сигнала (видео, или аудио), сделанная в двух различных точках пространства. Именно для того, чтобы человек мог определять направление звука и расстояние между предметами, у него два уха и два глаза.
- с. Конфигуратором для описания трехмерных поверхностей на языке плоскостей является совокупность трех ортогональных проекций.
- д. Конфигуратором радиотехнического устройства является совокупность трех схем: блок схема прибора, принципиальная схема прибора и монтажная схема. Блок схема прибора описывает его в терминах радиодеталей. Принципиальная схема – на языке функциональных единиц (усилитель, приемник, блок питания). Причем, эти функциональные единицы могут и не иметь определенной локализации в пространстве. И наконец, монтажная схема описывает размещение деталей прибора в некотором корпусе.

Отметим, что состав конфигурактора определяется целью исследования. Так, если преследовать цель сбыта радиоаппаратуры, то в последнем примере в конфигурактор придется включить и язык рекламы.

- **Агрегат-оператор** – это такой агрегат, который объединяет множества исходных элементов, чтобы получить неэлементарные фрагменты (подсистемы) исходной системы. Другими словами, агрегаты-операторы уменьшают размерность исходной задачи.

Простейшим видом агрегата-оператора является *классификация*.

Примеры:

- а. Разделение всех студентов на учебные группы.
- б. Объединение всех животных в виды, классы, семейства.

В качестве агрегата-оператора может выступать *функция нескольких переменных*. Если агрегируемые признаки фиксируются в числовых шкалах, то *отношение на множестве признаков, заданное числовой функцией нескольких переменных тоже является агрегатом-оператором*.

Пример:

Физический закон «сила обратно пропорциональна массе помноженной на ускорение» $F^{-1} m a = c$ - пример такого агрегата. Здесь физический закон – это функция, устанавливающее отношение между физическими величинами. Этот физический закон не имеет смысла для каждой физической величины, взятой отдельно. Налицо свойство *эмерджентности* агрегатов.

Другая важная разновидность агрегатов-операторов – это *статистики* – функции выборочных значений.

- **Агрегат-структуры** – это модель структуры, определена на множестве элементов.

Замечание. Проект любой системы должен включать столько агрегатов-структуры, сколько языков включено в его конфигуратор.

Такое требование естественным образом следует из того, что описанию системы на каждом языке соответствует некоторая модель структуры.

Заключение.

- Мы познакомились с основными принципами экспертных методов принятия решений.
- Мы изучили общие рекомендаций по организации работы с экспертами, такие, как метод «Делфи».
- Мы изучили два вида деятельности, которые применяются в системном анализе. *Декомпозиция* – разложение системы на составные части вплоть до выделения неделимых элементов системы. *Агрегирование* – объединение элементов в целое.
- Мы познакомились с понятием *Эмерджентности* – основным свойством агрегирования.
- В качестве полезных примеров результатов декомпозиции мы изучили несколько алгоритмов разрешения проблемных ситуаций.

Системный Анализ / Лекция 9

О неформализуемых этапах системного анализа

Системный анализ использует методы различных естественных и общественных наук. Но не утихают споры о том, чем является сам системный анализ: наукой, искусством или практическим видом деятельности. Видимо, истина лежит, как это нередко бывает, где-то посередине. Системный анализ – это несомненно, наука, обобщающая методологию исследования систем, выработанную различными дисциплинами. Кроме того, системный анализ – это искусство преодолевать сложности связанные со слабой структурированностью, неформализованностью задач. И, я считаю, системный анализ – это разновидность практической деятельности. Именно из потребности решать сложные большие проблемы в корпорациях, государственных системах, образовании и самой науке и возник системный анализ. В этом смысле системный анализ является как бы дополнением философии – его называют «прикладной диалектикой».

Современный системный анализ можно охарактеризовать тремя видами деятельности:

1. Научное исследование вопросов, связанных с системой;
2. Проектирование новых систем или изменений в исследованной системе;
3. Внедрение в практику полученных результатов.

Мы можем сформулировать определение современного системного анализа.

Определение.

Системный анализ – это теория и практика полного или частичного разрешения проблемных ситуаций, использующая диалектическую методологию на практике.

В отличие от большинства классических наук, системный анализ концентрируется не столько на решении задачи, сколько на ее постановке! Недаром говорят: «сформулировать проблему – значит наполовину решить ее».

Итак, системный анализ возник из практических потребностей исследования систем. Когда же бывает нужным исследовать реальные экономические, социальные, промышленные, административные и пр. системы? Как правило, когда эти системы функционируют не так, как хотелось бы заказчику исследования. Когда существует *проблема*, требующая решения!

Когда проблема сформулирована, нужно предложить пути ее решения, то есть сформулировать *цели*. Заметьте, сформулировать проблему проще, чем определить цели. Проблема – это описание идеальной и реальной ситуации, а также различий между ними. Цели же описывают, *что* нужно сделать с реальной ситуацией, чтобы устранить проблему. Когда определены цели нужно ввести, *критерии*, как методы

сравнения *альтернатив*. И наконец, следует задать *множество альтернатив* – способов решения проблемы. Альтернативы отвечают на вопрос *как* устранить проблему.

Мы описали неформализуемые этапы системного анализа:

1. Постановка проблемы;
2. Определение целей;
3. Выработка критериев;
4. Генерация альтернатив.

После того, как эти этапы выполнены, мы можем переходить к лучше формализованным процедурам моделирования, оптимизации, принятия решения, и пр.

Рассмотрим каждый из четырех неформализуемых этапов подробнее.

Постановка проблемы.

Проблема, сформулированная заказчиком, является лишь *моделью* проблемной ситуации. Со всеми вытекающими последствиями. Как правило, исходная формулировка проблемы является лишь нулевым приближением рабочей проблемы, которую мы и будем решать.

Например: Проблема: где именно построить районную поликлинику? На самом деле переформулируется: Как повысить качество медицинского обслуживания в районе? Причем при решении второй проблемы может оказаться, что новых зданий строить не придется!

Кроме того, что исходная формулировка проблемы приближительна, она и не полна! Любая реальная проблема не существует в отрыве от окружающей среды. Система, содержащая проблему, находится во взаимосвязи с другими системами (является надсистемой, подсистемой и пр.). Таким образом, нам приходится иметь дело не с проблемой, а целым клубком проблем – *проблематикой*.

Итак, этап формулирования проблемы связан именно с формулированием проблематики *проблемосодержащей* системы.

Методика построения проблематики.

Построение проблематики следует начинать с определения заинтересованных сторон:

1. Клиента - заказчика исследования;

2. Лиц, принимающих решение – тех, от кого зависит решение проблемы;
3. Активных участников – лиц, чьи действия потребуются для решения проблемы;
4. Пассивных участников – лиц, на ком скажутся последствия решения проблемы;
5. Самого системного аналитика и его сотруddников – их влияние должно быть минимальным на остальных заинтересованных лиц.

Далее, проблематика строится в соответствии с диалектическим методом.

Проблематика – это ответ на вопрос: «Какие текущие обстоятельства и прошлый опыт заставляют именно этих заинтересованных лиц, именно в данной культурной среде, включающей именно эти ценности, воспринимать данное состояние дел как проблему?»

Определение целей.

Следующий этап после построения проблематики – это выявление целей. Цели в каком/то смысле являются антиподами проблем. Когда мы формулируем проблему, мы говорим, что нам не нравится. А для того, чтобы сформулировать цель нужно понять чего же мы хотим. И это, как правило, труднее сделать, чем построить проблематику.

Основные трудности выявления целей:

1. **Опасность подмены целей средствами.** Формулировка говорит сама за себя.

Приведем пример.

Цель, сформулированная как создание нового университета, является средством достижения другой цели – увеличение количества вакантных мест для абитуриентов.

2. **Влияние ценностей на цели.** Для того, чтобы правильно сформулировать цели, следует принять во внимание систему ценностей заинтересованных сторон. Иначе, цели скорее всего будут сформулированы неправильно.

Пример.

Создание крупного парка может с равной вероятностью преследовать одну из двух целей: сохранение редких видов животных или создание охотничьих угодий. Правильный выбор цели будет продиктован системой ценностей заказчика и других заинтересованных сторон.

3. **Опасность смешения целей.** Часто очень трудно отличить те цели, достижение которых приводит к решению поставленных проблем

наилучшим образом от личных целей лиц, участвующих в решении проблемы. Также нередко цели, действительно приводящие к устранению поставленной проблемы, трудно отличить от ложных целей.

Пример.

Предположим, мы хотим уменьшить число нарушений правил дорожного движения и увеличить число пойманных нарушителей. Существует два способа достижения нашей цели: 1) устраивать полицейские засады в местах наиболее вероятного нарушения правил 2) почаще открыто патрулировать улицы. Первый способ скорее всего позволит нам отловить больше нарушителей. Второй способ – напротив, отобьет желание нарушать правила. Таким образом, «уменьшение числа нарушителей» и «поймка максимального числа нарушителей» - это две разные цели, которые часто смешивают. Нам следует определиться чего же мы хотим в действительности!

Главной проблемой, которая встанет в конце XX века Альберт Эйнштейн в свое время назвал «совершенство средств и смешение целей».

4. **Изменение целей со временем.** Изменение целей может происходить двумя путями. Первый – изменение *формулировки целей* вследствие лучшего понимания целей в процессе системного исследования. Второй – *изменение содержания* целей из-за изменений условий, влияющих на выбор целей.

Некоторые цели могут меняться очень быстро, в связи с изменчивостью окружающего мира. Такими являются цели, которые мы ставим себе на каждый день. Другие цели могут оставаться неизменными на протяжении жизни поколений. Такими целями могут быть национальные программы.

Выработка критериев

Определение. Под *критерием* мы понимаем некоторый способ сравнения альтернатив.

Критерии вводятся для того чтобы стало возможным применять математические методы принятия решений. Критерии отражают в какой степени для каждой альтернативы выражены наиболее важные для достижения поставленных целей свойства. Таким образом, набор критериев являются *количественной моделью качественных целей*. Такие модели ставят в соответствие *цели* некоторую систему ценностей (критериев). А каждой альтернативе – набор оценок (значений критериев), которые характеризуют в какой степени каждая альтернатива удовлетворяет данной системе ценностей.

Например.

Поставим цель: «хорошо и недорого отдохнуть». Система ценностей будет состоять из двух элементов «хорошие условия отдыха» и «недорогой курорт». Теперь нужно предложить способ количественной оценки степени проявления качества «хорошие условия отдыха» и качества «недорогой курорт». Это можно сделать, например, взяв за количественную оценку качества отдыха число «звездочек» предлагаемой гостиницы, а за количественную оценку «недорговизны» $1/(\text{цену путевки})$.

Даже из приведенного примера видно, что набор критериев лишь приблизительно моделирует цель. Чем более удачно мы определим набор и способ количественной оценки критериев, тем ближе мы сможем подобраться к достижению поставленной цели. Так, например, число звездочек гостиницы далеко не полностью характеризует качество отдыха.

Нетрудно видеть, что выработка критериев, как часто бывает при моделировании, - это скорее искусство, чем ремесло, для которого алгоритм известен.

При выработке критериев следует иметь в виду, что большинство задач в реальности не только имеют множественные цели, а для описания каждой цели обычно требуется выработка множественных критериев. Увеличение числа критериев является способом повышения *адекватности* моделирования исходной цели. **Реальные задачи обычно многокритериальны!**

Попробуйте описать цель «повышение эффективности работы городского транспорта» через один единственный критерий! Однако, следует иметь в виду, что *чем больше критериев вы вводите в задачу, тем сложнее будет ее решать*. Увеличивая число критериев, мы снижаем *простоту и обзримость* моделирования исходной цели.

Существуют исключительные случаи, когда один единственный критерий удачно характеризует цель. Так, качество лекций, оказывается, хорошо отражается числом студентов их посещающих!

При выработке критериев можно следовать следующим рекомендациям:

1. Критерии должны описывать все важные аспекты цели, при этом *критерии должны оставаться независимыми*. Это достигается, например, если различные критерии измеряются в различных, непереводаемых друг в друга единицах.

2. *Критерии должны полно описывать цель.* То есть, набор критериев и способ количественного измерения значений критериев должны составлять По-возможности полную модель цели.

Рассмотрим пример.

Любую проблемную ситуацию можно описать при помощи модели, состоящей из трех взаимодействующих систем:

1. *проблемосодержащей системы* – то есть, системы, в которой сложившаяся ситуация воспринимается как проблема;
2. *проблеморазрешающей системы* – то есть, системы, которая может повлиять на события так, чтобы проблема исчезла или ослабела;
3. *окружающей среды*, которая взаимодействует с обеими системами и накладывает естественные ограничения на доступные ресурсы.

В рассмотренной выше модели каждая система может иметь свои цели.

- Так, для *проблемосодержащей* системы характерны цели, достижение которых приводит к разрешению проблемы. Такие цели моделируются набором критериев, для каждой альтернативы характеризующих будет устранена проблема или нет. **Например**, для математической проблемы таким критерием может служить правильность решения.
- Для *проблеморазрешающей* системы – цели, наиболее экономного разрешения проблемы. Такие цели моделируются набором критериев, характеризующих для каждой альтернативы ресурсы, требуемые для решения проблемы. Обычно требуется минимизировать использование ресурсов. **Например**, в примере с решением математической проблемы таким критерием может быть время, затраченное на решение.
- А для *окружающей среды* – цели соблюдения законов природы при разрешении проблемы. Цели окружающей среды называют *ограничениями*, так как они ограничивают ресурсы доступные для решения проблемы. Эти ограничения накладываются как на те же ресурсы, что мы оптимизируем в целях проблеморазрешающей системы, так и на другие ресурсы, которые при моделировании целей проблеморазрешающей системы не рассматриваются. **Например**, при решении математической проблемы ограничением на доступные ресурсы может быть не только время, отведенное на контрольную работу, но и количество чистой бумаги, которая имеется в наличии для записи решения.

Замечание. Основным отличием ограничений от других критериев является следующее. Тогда как обычные критерии способствуют выдвиганию большего числа альтернатив, в поисках наилучшей, ограничения – напротив

– уменьшают число доступных альтернатив. Любите ограничения, они облегчают нашу работу! Заметьте также, что если некоторыми обычными критериями можно пожертвовать в пользу упрощения задачи, ограничениями жертвовать нельзя. Ваше решение проблемы должно быть физически исполнимым! Однако, иногда имеет смысл уточнить правильно ли определены ограничения, ведь при некоторых ограничениях проблема может вообще не иметь решения!

Генерация альтернатив

В теории выбора, с которой мы познакомились, множество альтернатив считается заданным. Однако именно генерация идей (альтернатив) является ключевым этапом решения проблем. Ведь, если нет идей, то не из чего и выбирать!

Генерация идей – по-настоящему творческий процесс. Формализовать его не удастся. Но существуют несколько принципов, способствующих успешной генерации альтернатив.

1. Важно сознательно сгенерировать как можно больше альтернатив. Этого можно достичь, если, например:
 - a. Использовать специальную литературу;
 - b. Привлекать экспертов из разных областей;
 - c. Комбинировать альтернативы;
 - d. Модифицировать уже имеющиеся альтернативы;
 - e. Рассматривать даже кажущиеся глупыми альтернативы.
2. Работу по генерации идей нужно организовать с учетом факторов способствующих и тормозящих творческую деятельность. Выделяют *внешние* и *внутренние* факторы. К внутренним факторам относятся:
 - a. Неправильное восприятие действительности;
 - b. Особенности мышления (инерционность, шаблонность, подсознательные самоограничения);
 - c. Эмоциональные преграды (агрессивность, боязнь критики, страх начальства, стеснительность и пр.)

К внешним факторам относят, например:

- a. Погода;
- b. Температура в помещении;
- c. Насыщенность помещения кислородом;
- d. Уровень шума в рабочем помещении;
- e. Организация рабочих мест.

3. Если было получено очень большое число альтернатив, следует произвести «грубое отсеивание» альтернатив. При этом альтернативы не сравниваются количественно, а просто проверяются на наличие определенных «хороших» качеств и отсутствие какого либо «плохого» качества. К «хорошим» качествам можно, например, отнести:
- a. Нечувствительность к небольшим изменениям внешних условий;
 - b. Надежность;
 - c. Многоцелевую пригодность;
 - d. Адаптивность, приспособляемость к изменениям внешних условий.

К «плохим» качествам можно, например, отнести несоответствие ограничениям;

Предварительный отсев не стоит производить слишком жестко.

Кроме общих принципов, полезных при генерации альтернатив, существуют целые методики, хорошо зарекомендовавшие себя на практике. Познакомимся с ними.

Метод мозгового штурма

Этот метод был специально разработан для получения максимально возможного числа альтернатив. Название «мозговой штурм» было предложено Алексом Осборном.

Техника мозгового штурма:

- Собирается группа из представителей различных профессий, с разным опытом и квалификацией. Этот принцип призван максимально расширить *фонд априорной информации*.
- Сообщается, что приветствуются любые идеи. В том числе и те, что возникли по ассоциации с уже предложенными идеями. Каждую идею рекомендуется записывать на отдельной карточке.
- *Категорически запрещается любая критика*. Это является важнейшим принципом метода мозгового штурма. Страх перед критикой тормозит воображение.
- Каждый по очереди записывает свою идею. Остальные слушают и записывают на карточки новые идеи, возникшие под влиянием услышанного.
- Затем, все карточки собираются и анализируются. Обычно это делает другая группа экспертов.

Синектика

Синектика была разработана Уильямом Гордоном в начале 60-х годов XX века. Этот метод предназначен для генерации альтернатив путем поиска аналогий поставленной задаче. В этом методе используется ассоциативное мышление. В противоположность методу мозгового штурма, синектика используется для генерации *небольшого* числа альтернатив, разрешающих сложную проблему.

Принципы синектики:

- Формируется небольшая группа, состоящая из 5-7 человек. В группу должны входить люди с гибким мышлением, большим практическим опытом, возможно, часто менявшие профессии. Кроме того все участники должны быть психологически совместимы, общительны и находится в хорошей физической форме!
- Выделяется время на выработку навыков совместной работы, прежде чем приступить собственно к решению проблемы.
- Проблема решается путем поиска аналогий с исходной проблемой. Рассматриваются не только прямое, косвенное и условное подобие, которые обсуждались нами при изучении моделирования, но и совершенно произвольные «индивидуальные» аналогии.
- Особое значение придается двигательным аналогиям. Участникам предлагается представить себя на место проектируемой системой, вообразить себя ей.
- Необходимо соблюдать определенные правила. Приведем несколько наиболее важных:
 - a. Запрещено обсуждать достоинства и недостатки членов группы.
 - b. Каждый имеет право прекратить работу в любой момент без объяснения причин.
 - c. Роль ведущего поочередно переходит от одного к другому члену группы.

Приведем алгоритм организации генерации альтернатив методом синектики:

1. Исследование и определение проблемы.
2. Предложение непосредственных вариантов решения.
3. Переформулировка проблемы.
4. Поиск «индивидуальных» («личных») аналогий с проблемой.
5. Поиск условных аналогий с проблемой.
6. Поиск прямых и косвенных аналогий с проблемой.
7. Анализ аналогий.
8. Поиск возможности переноса решений на изучаемую проблему с проблем «аналогичных» данной.
9. Разработка возможных решений (альтернатив).

Считается, что синектика требует достаточно длительной специальной подготовки (порядка трех месяцев). Кроме того, этот метод требует существенно больших

затрат времени и сил, нежели метод мозгового штурма. Но и результативность синектики очень высока.

Метод сценариев.

В тех случаях, когда принятое решение должно определить развитие событий в будущем можно использовать *метод сценариев*. Суть этого метода заключается в разработке возможных альтернатив изменения исследуемой системы в будущем. Все эти сценарии имеют общую точку начала отсчета, но расходятся в последствии соответственно принимаемым решениям. Результат работы – набор сценариев предъявляется ответственному лицу, принимающему решения.

Познакомимся с основными принципами разработки сценариев.

- Каждый сценарий должен быть правдоподобным описанием возможного будущего, который рассказывает «что случится, если...».
- В связи с неопределенностью будущего рекомендуется для каждого решения разрабатывать по два сценария. «Нижний» сценарий, который описывает наихудшее развитие событий. И «верхний» сценарий, который описывает наилучшее развития событий. Будущее, очевидно, реализуется где-то между этими двумя сценариями.
- Иногда в сценарий полезно включить *противника*, активно вам противодействующего. Такой прием позволяет смоделировать «нижний» сценарий.
- Следует обязательно составлять перечень факторов, влияющих на ход событий. При этом нужно выделить всех активных лиц, которые эти факторы прямо или косвенно контролируют.
- Нужно отразить влияние таких неустраимых факторов, как некомпетентность, халатность, недисциплинированность, бюрократизм и пр.
- Сценарии чувствительные к небольшим отклонениям начальных условий *детально* разрабатывать нецелесообразно.

Морфологический анализ

Этот простой метод был предложен Фрицем Цвикки во второй половине 60-х годов XX века. Морфологический анализ состоит в выделении всех независимых переменных системы и перечислении всех возможных сочетаний их значений. Далее из полученного множества наборов отсеиваются нереализуемые варианты.

Например:

Рассмотрим упрощенный пример разработки системы телевизионной связи.

<i>Независимая переменная</i>	<i>Список возможных значений</i>
Цвет изображения	Черно-белое, монохромное, двухцветное, полноцветное
Размерность изображения	Плоское, объемное
Тип сигнала	Аналоговый, цифровой
Звук	Без звука, моно, стерео, квадрофонический, псевдопространственный, Surround 5.1, 6.1, 7.1, с полным воссозданием звуковой волны (Ambisonic, WFS)
Передача запахов	Есть, нет
Передача тактильных ощущений	Есть, нет
Количество экранов	1, 2, 3, 4, 5, 6

В соответствии с нашей таблицей получаем $4 \times 2 \times 2 \times 10 \times 2 \times 2 \times 6 = 3840$ различных вариантов телевизионного вещания. Предположим, что телевидение разрабатывается для домашнего использования. Тогда неполноцветное изображение можно отвергнуть. Останется $3840/4=960$ варианта. Какая альтернатива соответствует современному телевидению? Достаточно ли рассмотреть максимум 6 экранов?

Количество альтернатив можно сократить наложив дополнительные ограничения, как мы поступили в примере с телевидением, потребовав полноцветное изображение. Или увеличить – добавив независимые переменные.

Деловые игры

Имитационное моделирование, при котором участники ведут себя так, как бы они вели себя в реальности, выполняя порученную им роль. При этом сама реальность заменяется некоторой ее моделью. Ходом деловых игр управляют контрольно-арбитражные группы. Они же регистрируют ход игры и обобщают ее результаты.

Примеры.

- Военные учения
- Тренировка летчиков на тренажерах

Обычно деловые игры используются для обучения, но их можно использовать и для генерации альтернатив.

Заключение

Мы познакомились с неформализуемыми этапами системного анализа:

1. Постановка проблемы;
2. Определение целей;
3. Выработка критериев;
4. Генерация альтернатив.

Эти этапы предшествуют достаточно хорошо формализованным методам выбора, с которыми мы познакомились раньше. Мы рассмотрели несколько хорошо зарекомендовавших себя методов организации группового творчества для генерации альтернатив. Метод *мозгового штурма* и *синектика* относятся к так называемым методам «рандомизации». От слова random – случайный (англ.). А метод морфологического анализа относится к техникам сосредоточения. Деловые игры определяют свой собственный класс методов организации группового творчества.