

Исследование показателей надежности систем анализа информации на  
основе модели поглощающей цепи Маркова  
Гильманшин Искандер Рафаилович  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
420008, Россия, Казань, ул. Кремлевская, 18  
Кирпичников Александр Петрович  
ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический  
университет»  
420015, Казань, ул. К.Маркса, 68

Аннотация:

В результате исследования алгоритма функционирования модуля раннего выявления сверхнормативных потерь доказана возможность его моделирования с помощью поглощающих сетей Маркова. Особый интерес представляет исследование вероятностных характеристик алгоритма функционирования модуля раннего выявления потерь на предмет выявления взаимосвязи показателей надежности отдельных элементов или вероятности наступления отдельных событий и вероятности передачи достоверной информации. Выявленные в ходе анализа зависимости позволяют установить пороговые значения надежности характеристик узлов системы.

Ключевые слова:

Энергосбережение, энергоэффективность, управление, моделирование процессов энергоснабжения.

Annotation:

In the result of study of the algorithm of the functioning of the early detection module of excessive losses, it is proven the ability to model it by using absorbing Markov chains. The particular interest is in the study of probability characteristics of early detection module functioning algorithm of losses in order to identify the relationship of indicators of reliability of individual elements, or the probability of occurrence of certain events and the likelihood of transmission of reliable information. The identified relations during the analysis allow to set thresholds reliability characteristics of the system components.

Keywords:

Energy conservation, energy efficiency, management of modeling of powersupply processes.

Неотъемлемой частью современных систем энергоснабжения являются системы учета потребления энергоносителей. В большинстве случаев их функционал расширяется за счет функций мониторинга и контроля работоспособности. Функционал мониторинга и контроля несёт в глубокий аналитический потенциал выявления внештатных ситуаций на объектах энергоснабжения и детектирование сверхнормативных потерь в сетях. Экономический эффект своевременного, раннего выявления аварийных ситуаций и локализации участков сверхнормативных потерь тяжело переоценить. Детализированный проблемно-ориентированный мониторинг и контроль энергоснабжения обеспечивает повышение показателей надежности энергоснабжения. С этой целью в системы коммерческого учета

расхода энергоносителей интегрируют аналитические модули раннего выявления потерь. В ходе изучения алгоритма функционирования модуля раннего выявления сверхнормативных потерь, а так же индивидуальных признаков внештатных ситуаций возникает вопрос оценки степени влияния последних на качество передаваемой информации. Необходимо выявить взаимосвязь вероятностей наступления внештатных ситуаций и вероятности передачи полноценных данных. Исследование признаков внештатных ситуаций позволяет утверждать о стохастическом характере последних.

Детальное исследование алгоритма функционирования модуля раннего обнаружения потерь позволяет отнести его к Марковским процессам [1, 2, 3]. Что, в свою очередь, создает предпосылки к применению существующих методик анализа алгоритма как Марковского процесса [6, 8].

Анализ алгоритма функционирования как Марковского процесса сводится к трем этапам. На первом этапе производится формализация процесса в терминах математического аппарата теории Марковских процессов, строится граф состояний и матрица вероятностей переходов [1]. На втором этапе, исходя из конкретной задачи, производятся необходимые математические операции, выводится взаимосвязь параметров процесса. На третьем этапе проводится окончательный расчет искомых параметров.

Представим этапы процесса анализа данных позициями, а вероятность перехода на следующий этап обозначим соответствующими переменными. Таким образом, вероятность перехода к следующему этапу будет однозначно определяться значением соответствующего индекса. Исследуемая цепь Маркова будет состоять из следующих позиций:

$S_6$  – характеризует поступление данных с прибора учета;

$S_5$  – исследование данных на предмет выявления утечки энергоносителя;

$S_4$  – этап комплексного анализа показаний приборов учета на предмет выявления некорректной работы;

$S_3$  – анализ показателей качества энергоносителя на соответствие нормативу;

$S_2$  – итоговое заключение о успешном прохождении всех этапов контроля;

$S_1$  – выявление отклонения исследуемых данных от заданного значения.

Причем состояния  $S_6, S_5, S_4, S_3$  – невозвратные состояния, формирующие собой невозвратное множество, а  $S_2$  и  $S_1$  – являются поглощающими и создают поглощающее множество. Следовательно, цепь Маркова, моделирующая алгоритм функционирования модуля раннего выявления сверхнормативных потерь, является поглощающей цепью Маркова.

По определению Г. И. Новикова поглощающая Марковская цепь содержит состояние, достигнув которого процесс уже никогда его не покинет. Графическим представлением цепи Маркова служит граф состояний, изображенный на рис 1.

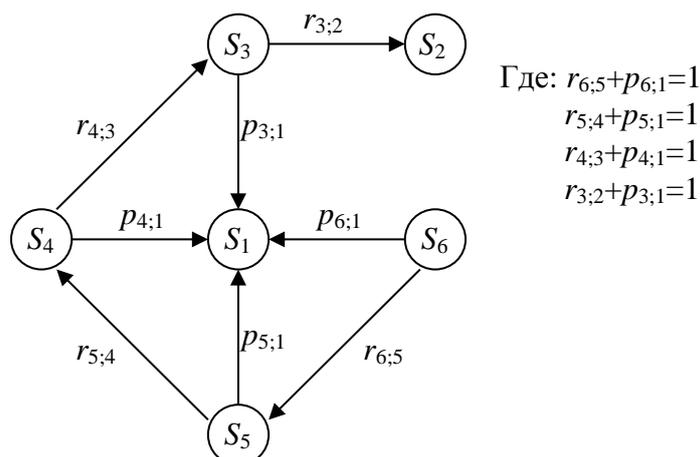


Рис. 1. Граф состояний алгоритма функционирования модуля раннего обнаружения сверхнормативных потерь

При рассмотрении матрицы переходов  $P$  удобно придать канонический вид, объединив все поглощающие состояния в одну группу, а все невозвратные состояния – в другую.

Допустим, имеется  $s$  невозвратных состояний и  $r-s$  поглощающих состояний, тогда каноническая форма матрицы  $P$  примет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} S & 0 \\ R & Q \end{pmatrix}$$

Здесь область «0» составлена целиком из нулей. Подматрица  $Q$  (размерности  $s \times s$ ) описывает поведение процесса до выхода из множества невозвратных состояний, подматрица  $R$  (размерности  $s \times (r-s)$ ) отвечает переходам из невозвратных в эргодические состояния, а матрица  $S$  (размерности  $(r-s) \times (r-s)$ ) относится к процессу после достижения им эргодического множества.

Существует строгая теорема [5], утверждающая, что степени  $Q$  стремятся к нулю. Следовательно, при возведении матрицы  $P$  во все более высокие степени, все элементы последних  $S$  столбцов будут стремиться к нулю. Это матричный вариант соответствующей теоремы.

Из определения поглощающей цепи Маркова следует, что  $S = I_{(r-s) \times (r-s)}$ , т.е.  $S$  представляет собой единичную матрицу размерности  $(r-s) \times (r-s)$ . Поэтому каноническая форма матрицы  $P$  имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} I & 0 \\ R & Q \end{pmatrix}$$

Матрица переходных вероятностей  $P$  принимает вид:

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$S_1$	1	0	0	0	0	0
$S_2$	0	1	0	0	0	0
$S_3$	$p_{3,1}$	$r_{3,2}$	0	0	0	0
$S_4$	$p_{4,1}$	0	$r_{4,3}$	0	0	0
$S_5$	$p_{5,1}$	0	0	$r_{5,4}$	0	0
$S_6$	$p_{6,1}$	0	0	0	$r_{6,5}$	0

Эта матрица уже имеет каноническую форму (эргодические и невозвратные состояния объединены в группы). Первые два ее состояния – поглощающие. Разобьем матрицу  $P$  на блоки  $S$ ,  $R$  и  $Q$ , размерностью  $2 \times 2$ ,  $4 \times 2$  и  $4 \times 4$ , соответственно.

Получим три подматрицы следующего вида:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; R = \begin{pmatrix} p_{3;1} & r_{3;2} \\ p_{4;1} & 0 \\ p_{5;1} & 0 \\ p_{6;1} & 0 \end{pmatrix}; Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{4;3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{5;4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{6;5} & 0 \end{pmatrix}.$$

Причем подматрица  $Q$  (размерности  $s \times s$ ) описывает поведение процесса до выхода из множества невозвратных состояний, подматрица  $R$  (размерности  $s \times (r-s)$ ) отвечает переходам из невозвратных состояний в поглощающие, а подматрица  $S$  (размерности  $(r-s) \times (r-s)$ ) описывает процесс после достижения им поглощающего множества.

Согласно [5], исследуя цепь Маркова можно дать количественную оценку среднему числу смен состояний процесса до поглощения. В моделируемом процессе это значение отразит среднее количество тактов пересчета алгоритма.

Для оценки вероятности окончания процесса при нахождении в текущем состоянии воспользуемся теоремой: Если  $b_{i;j}$  вероятность того, что процесс, выходящий из невозвратного состояния  $S_i$ , остановится в поглощающем состоянии  $S_j$ , то

$$\{b_{i;j}\} = B = N \cdot R, \quad S_i \in T, \quad S_j \in \hat{T}.$$

Доказательство: выходя из состояния  $S_i$ , процесс может поглотиться в  $S_j$  через один или более шагов. Вероятность захвата на первом шаге равна  $p_{i;j}$ . Если этого не произошло, то процесс может попасть либо в другое поглощающее состояние, либо в какое-то невозвратное состояние  $S_k$ . В последнем случае блуждающая частица может быть захвачена нужным состоянием с вероятностью  $b_{k;j}$ . Следовательно,

$$b_{i;j} = p_{i;j} + \sum_{\substack{k=1 \\ (S_k \in T)}}^n p_{i;k} \cdot b_{k;j},$$

что в матричной форме примет следующий вид:

$$B = R + Q \cdot B.$$

Матрица  $B$  показывает вероятности окончания процесса обработки данных в том или ином поглощающем состоянии. В данном примере первый столбец раскрывает значения вероятности перехода в состояние  $S_1$  (выявление отклонения исследуемых данных от заданного значения) при нахождении в текущем состоянии графа (строка матрицы), а второй – значения вероятности перехода в состояние  $S_2$  (итоговое заключение о успешном прохождении всех этапов контроля).

Итак, комплекс полученных данных устанавливает вероятностные характеристики математической модели алгоритма функционирования модуля раннего выявления сверхнормативных потерь. Практическое

применение предложенного алгоритма анализа информации возможно на основании статистических данных и экспертных оценок вероятности наступления соответствующих событий [4, 5, 7].

В результате исследования алгоритма функционирования модуля раннего выявления сверхнормативных потерь доказана возможность его моделирования с помощью поглощающих сетей Маркова. Особый интерес представляет исследование вероятностных характеристик алгоритма функционирования модуля раннего выявления потерь на предмет выявления взаимосвязи показателей надежности отдельных элементов или вероятности наступления отдельных событий и вероятности передачи достоверной информации.

Выявленные в ходе анализа зависимости позволяют установить пороговые значения надежностных характеристик узлов системы. Например, выбрав некоторое значение вероятности передачи достоверной информации, можно наложить ограничения на пороговые значения вероятностей наступления отдельных событий алгоритма, что, в свою очередь, накладывает ограничения на характеристики надежности аппаратной части системы. Кроме того, полученные результаты позволяют дать оценку влиянию характеристик надежности отдельных узлов системы на вероятность передачи достоверных данных. Помимо непосредственно значений получены формулы для вычисления дисперсии для всех групп данных. Разработанный алгоритмы имеют значительный практический потенциал как в проектировании, так и в оценке работы уже существующих систем.

#### Литература

1. Кирпичников А. П. Прикладная теория массового обслуживания: учеб. пособие / А. П. Кирпичников. – Казань: Казанское математическое общество, 2007. – 150 с.
2. Басыров И. Р. Расширение сетей Петри, проблемно - ориентированное на моделирование многоассортиментных производственных систем / И. Р. Басыров // Ученые записки КФЭИ: сб. науч. трудов. Вып. 16. – Казань: КФЭИ, 2001. – С.177 – 182.
3. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж. Снелл. – М.: Наука, 1970. – 272 с.
4. Гильманшин И.Р. Энергосбережение в жилищно-коммунальном хозяйстве: построение комплекса централизованной автоматизированной системы сбора, контроля и анализа бытового потребления энергоносителей Гильманшин И.Р., Ференец А.В. // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2009. № 9-10. С. 82-88.
5. Гильманшин И.Р. Автоматизированный учет потребления энергоресурсов как условие эффективного функционирования системы ЖКХ Гильманшин И.Р., Ференец А.В. // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2007. № 3. С. 18-20.
4. Майоров С. А. Основы теории вычислительных систем: учеб. пособие / С. А. Майоров. – М.: Высшая школа, 1978. – 408 с.

6. Ларионов А. М. Вычислительные комплексы, системы и сети: учеб. для вузов / А. М. Ларионов, С. А. Майоров, Г. И. Новиков. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.

7. Гильманшин И. Р. Математическая модель модуля раннего выявления потерь системы контроля потребления энергоносителей / И. Р. Гильманшин // IV Тинчуринские чтения: материалы междунар. науч. конф., Казань, 22 – 24 апреля 2009 г. – Казань: КГЭУ, 2009. – Т. 1. – С. 66 – 68.

8. Венцель Е. С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров. – М.: Наука, 1991. – 384 с.