

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности КФУ

Проф. Д.К. Нурғалиев



23 сентября 2015 г.

Программа дисциплины

Б1.В.ДВ.2. Современные численные методы линейной алгебры

Направление подготовки: 02.06.01 Компьютерные и информационные науки

Направленность (профиль) подготовки: 05.13.01 Системный анализ, управление и обработка информации

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Казань
2015

Аннотация

1. Цели освоения дисциплины

В рамках курса «Современные численные методы линейной алгебры» предполагается рассмотреть такие разделы, как численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений прямыми и итерационными методами, решения частичной и полной проблемы на собственные значения.

2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры

Курс «Современные численные методы линейной алгебры» входит в разряд дисциплин по выбору и опирается на знания из общих курсов математического и функционального анализа, алгебры и геометрии.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля) в соответствии с ФГОС ВО программ подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Знать:

- основные понятия, приемы и методы численных методов линейной алгебры;

Уметь:

- решать на компьютеры большие системы линейных алгебраических уравнений, используя для этого современные численные методы решений;

Владеть:

- математическим аппаратом решения задач линейной алгебры с использованием современных пакетов прикладных программ;

Демонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции:

универсальные:

способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях (УК-1);

общепрофессиональные:

владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1);

профессиональные:

способность к организации и проведению научно-исследовательской деятельности в профессиональной области, в том числе руководству научно-исследовательской работой студентов (ПК-1);

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов (лекции 18 ч., практика 18 ч., самостоятельная работа 72 ч.).

№	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу аспирантов и трудоем-	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
----------	--------------------------	----------------	------------------------	--	--

				кость (в часах)			
				лекции	практика	самост. работа	
1	Метод исключения Гаусса. Трудоемкость. Условия осуществимости. Выбор ведущего элемента.	4	1-2	2	2	8	
2	LU-разложение матрицы. Разложение Холецкого для симметричных матриц. Схемы треугольной факторизации с выбором ведущего элемента.	4	3-4	2	2	8	
3	QR-разложение матрицы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Модифицированный алгоритм Грама-Шмидта. Матрицы отражения и их свойства.	4	5-7	2	2	8	
4	Прямые методы решения СЛАУ для разреженных, профильных, ленточных матриц. Ускорение солверов и оптимизация оперативной памяти с учетом разреженной структуры матрицы.	4	8	2	2	8	
5	Итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости. Методы Якоби, Зейделя, релаксации и их сходимость.	4	9	2	2	8	
6	Методы вариационного типа. Сведение СЛАУ к задаче минимизации. Градиентные методы. Методы минимальных невязок и поправок. Метод наискорейшего спуска. Предобусловленный метод сопряженных градиентов.	4	10	2	2	8	
7	Частичная проблема соб-	4	11-12	2	2	8	

	ственных значений. Степенной метод определения максимального по модулю собственного числа. Сходимость. Определение следующих по порядку собственных чисел. Обратные итерации с постоянным сдвигом.						
8	Полная проблема собственных значений. Метод Якоби. Сходимость.	4	13-14	2	2	8	
9	Решение систем нелинейных уравнений. Двухслойные итерационные методы. Метод Ньютона и его модификации. Приближенное вычисление матрицы производных: аналог метода секущих.	4	15	2	2	8	

5. Образовательные технологии

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов. Теоретический материал излагается на лекциях, причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции, не может заменить учебник. Его цель – формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике.

Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины «Современные численные методы линейной алгебры» на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ

Тема 1. Метод исключения Гаусса. Трудоемкость. Условия осуществимости. Выбор ведущего элемента.

Решение тестовых СЛАУ из библиотеки gallery разной размерности, измерение погрешности и времени решения, сравнение алгоритмов между собой и/или с MatLab решением ($x=A\backslash b$, $x=A\setminus b$). Итерационное уточнение решения, программная реализация.

Тема 2. LU-разложение матрицы. Разложение Холецкого для симметричных матриц. Схемы треугольной факторизации с выбором ведущего элемента.

Программирование в MatLab факторизации матрицы с выбором ведущего элемента по столбцу. Решение тестовых систем из библиотеки gallery разной размерности, измерение погрешности и времени решения, сравнение алгоритмов между собой и с MatLab решением ($x=L\backslash b$, $x=U\setminus b$).

Тема 3. QR-разложение матрицы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Модифицированный алгоритм Грама-Шмидта. Матрицы отражения и их свойства.

Программирование в Матлаб QR-разложения. Тестирование метода. Сравнение прямых методов решения СЛАУ для полных и разреженных матриц.

Тема 4. Прямые методы решения СЛАУ для разреженных, профильных, ленточных матриц. Ускорение солверов и оптимизация оперативной памяти с учетом разреженной структуры матрицы.

Использование в Матлаб формата sparse для разреженных матриц. Реализация прямых методов с учетом разреженной структуры матриц. Тестирование методов решения разреженных СЛАУ.

Тема 5. Итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости. Методы Якоби, Зейделя, релаксации и их сходимость.

Программная реализация базовых итерационных методов. Тестирование программ. Подбор итерационных параметров, влияние итерационных параметров на сходимость итераций.

Тема 6. Методы вариационного типа. Сведение СЛАУ к задаче минимизации. Градиентные методы. Методы минимальных невязок и поправок. Метод наискорейшего спуска. Предобусловленный метод сопряженных градиентов.

Понятие предобусловливателя. Реализация методов минимальных поправок и наискорейшего спуска с предобусловливателем. Реализация предобусловленного метода сопряженных градиентов.

Тема 7. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод определения максимального по модулю собственного числа. Сходимость. Определение следующих по порядку собственных чисел. Обратные итерации с постоянным сдвигом.

Реализация методов прямых и обратных итераций решения частичной проблемы собственных значений.

Тема 8. Полная проблема собственных значений. Метод Якоби. Сходимость.

Программная реализация метода Якоби. Решение тестовых задач. Понятие о QR-методе (для симметричных матриц).

Тема 9. Решение систем нелинейных уравнений. Двухслойные итерационные методы. Метод Ньютона и его модификации. Приближенное вычисление матрицы производных: аналог метода секущих.

Сведение нелинейной задачи к решению последовательности линейных задач. Реализация метода простой итерации. Реализация метода Ньютона. Реализации различных модификаций метода Ньютона.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА АСПИРАНТОВ (СРА) включает следующие виды работ:

Тема 1. Метод исключения Гаусса. Трудоемкость. Условия осуществимости. Выбор ведущего элемента.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Вывод формул метода исключения Гаусса. Подсчет трудоемкости метода. Написание программы метода.

Тема 2. LU-разложение матрицы. Разложение Холецкого для симметричных матриц. Схемы треугольной факторизации с выбором ведущего элемента.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Вывод формул треугольных разложений. Написание программ факторизации матрицы с выбором ведущего элемента по столбцу. Решение тестовых систем из библиотеки gallery разной размерности, измерение погрешности и времени решения, сравнение алгоритмов между собой и с MatLab решением ($x=L\backslash b$, $x=U\backslash b$).

Тема 3. QR-разложение матрицы. Метод ортогонализации Грама-Шмидта. Модифицированный алгоритм Грама-Шмидта. Матрицы отражения и их свойства.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Вывод формул QR-разложения. Написание программы в Матлаб QR-разложения. Тестирование метода. Сравнение прямых методов решения СЛАУ для полных и разреженных матриц.

Тема 4. Прямые методы решения СЛАУ для разреженных, профильных, ленточных матриц. Ускорение солверов и оптимизация оперативной памяти с учетом разреженной структуры матрицы.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Формат sparse для разреженных матриц. Написание программ в Матлаб прямых методов с учетом разреженной структуры матриц. Тестирование методов решения разреженных СЛАУ.

Тема 5. Итерационные методы решения СЛАУ. Условия сходимости. Методы Якоби, Зейделя, релаксации и их сходимость.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Написание программ базовых итерационных методов. Тестирование программ. Подбор итерационных параметров, влияние итерационных параметров на сходимость итераций.

Тема 6. Методы вариационного типа. Сведение СЛАУ к задаче минимизации. Градиентные методы. Методы минимальных невязок и поправок. Метод наискорейшего спуска. Предобусловленный метод сопряженных градиентов.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Изучение методов, основанных на минимизации функционала невязки. Понятие предобусловливателя. Написание программ методов минимальных поправок и наискорейшего спуска с предобусловливателем. Написание программы предобусловленного метода со-

пряженных градиентов.

Тема 7. Частичная проблема собственных значений. Степенной метод определения максимального по модулю собственного числа. Сходимость. Определение следующих по порядку собственных чисел. Обратные итерации с постоянным сдвигом.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Написание программ методов прямых и обратных итераций решения частичной проблемы собственных значений.

Тема 8. Полная проблема собственных значений. Метод Якоби. Сходимость.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Вывод формул метода Якоби. Программная реализация метода Якоби. Решение тестовых задач. Понятие о QR-методе (для симметричных матриц).

Тема 9. Решение систем нелинейных уравнений. Двухслойные итерационные методы. Метод Ньютона и его модификации. Приближенное вычисление матрицы производных: аналог метода секущих.

Домашнее задание, примерные вопросы:

Изучение литературы по итерационным методам решения нелинейных уравнений. Сведение нелинейной задачи к решению последовательности линейных задач. Реализация метода простой итерации. Реализация метода Ньютона. Реализации различных модификаций метода Ньютона.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство "Лань", 2010. - 208 с. ISBN 978-5-8114-1014-9 e.lanbook.com

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378

2. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз. www.znaniyum.com <http://znaniyum.com/go.php?id=364601>

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397

4. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т.?Казань: Казанский университет, 2012.?121 с.

5. Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. Численные методы линейной алгебры. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/1800/>

Дополнительная литература:

1. Формалеев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 400 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/48183/>

2. Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. Численные методы линейной алгебры. - СПб.: Лань, 2011. - 496 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/1800/>

3. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240 с. URL:

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4399

8. Программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов – <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов – <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам – <http://en.edu.ru/>

Сайт образовательных ресурсов по математике – <http://www.exponenta.ru/>

Справочник по компьютерной математике – <http://www.users.kaluga.ru/math/>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест аспирантов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО аспирантуры (Приказ Минобрнауки РФ от 30.07.2014 № 866).

Автор(ы): Тимербаев М.Р.

Рецензенты:

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института математики и механики КФУ от 29 августа 2015 года, протокол № 11.