

УДК 550.831.016+550.831.017

**ТЕХНОЛОГИЯ ОБРАБОТКИ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ  
ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ  
«ЕСТЕСТВЕННОГО» ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ**

*Э.В. Утёмов, Д.К. Нургалиев, Г.С. Хамидуллина*

**Аннотация**

Рассмотрены свойства одного семейства базисных вейвлетов, названного авторами «естественным». Показано, что вейвлет-преобразование гравитационных аномалий с любым базисом из данного семейства обеспечивает соответствующее формальное решение обратной задачи и формирует свой класс единственности. Предложены к рассмотрению некоторые методики применения этого преобразования: определение распределения источников аномалий, вычисление поправок за аномальный градиент, расчет высших производных на неровном рельефе. Изложены результаты применения техник для решения некоторых прикладных проблем.

**Ключевые слова:** гравиметрия, вейвлет-преобразование, аномалия, обратная задача, класс единственности, гармоническое решение.

**Введение**

Вейвлет-преобразование не без успеха применяется при решении многих геофизических проблем, включая задачи интерпретации аномалий гравитационного поля [1–6], однако возможности этого инструмента в геофизике до сих пор до конца не раскрыты.

Современный математический аппарат, используемый в задачах гравиметрии, имеет устойчивое деление на две группы:

– основанный на различного рода манипуляциях с частотными характеристиками изучаемого поля: пересчет на другой уровень, вычисление производных, выделение локальных, региональных составляющих и пр. Основная цель этой группы инструментария – улучшить восприятие данных, выделить интересующую интерпретатора физико-геологическую информацию;

– нацеленный на реконструкцию физико-геологической модели среды в соответствии с геофизическим полем (полями) и априорными данными (решение обратной задачи).

Математический аппарат первой группы привлекателен своей простотой и оперативностью, а его недостатки состоят в отсутствии количественных характеристик, субъективности получаемых результатов.

Вторая группа инструментария теоретически основательна, логична, а поставленные цели фундаментальны и наиболее желанны для геологической интерпретации. Тем не менее недостатки этой группы – некорректность обратных задач, зависимость от априорных данных и человеческого фактора, сложность

теоретической базы и алгоритмов, принципиальная ограниченность аппроксимационных конструкций – могут перевесить достоинства.

Очевидно, что такое параллельное существование и даже противопоставление двух подходов неконструктивно. В настоящей работе рассматривается ряд методик, основанных на «естественном» вейвлет-преобразовании, которые, с одной стороны, объединяют некоторые положительные черты из обеих групп, а с другой – предлагают новые возможности.

### 1. Формальные решения обратной задачи гравirazведки

*Формальными решениями* обратной задачи гравirazведки (ОЗГ) назовем решения, получаемые в результате действия линейного по горизонтальной переменной оператора на наблюдаемое поле:

$$\begin{cases} \rho = A[\Delta g], \\ \Delta g = \Phi[\rho]. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  – вектор избыточной плотности,  $\Delta g$  – вектор наблюдаемого поля,  $A$  – линейный оператор,  $\Phi$  – оператор прямой задачи. Термин «формальные решения» подчеркивает отсутствие у таких решений геологической содержательности. Очевидно, что процедура построения решений в этом случае может иметь лишь вспомогательную, промежуточную роль. Результаты построения формальных решений могут быть использованы для пересчета аномального поля на заданную поверхность, расчета высших производных, учета аномального градиента и решения других задач.

Для нас формальные решения представляют интерес в первую очередь с точки зрения возможности их использования для создания новых вычислительных схем поиска содержательных решений ОЗГ.

**1.1. «Естественные» формальные вейвлет-решения ОЗГ.** Воспользуемся прямоугольной системой координат. Горизонтальную, касательную к геоиду ось обозначим как  $OX$ , а вертикальную, направленную по нормали к центру Земли, – как  $OH$ . Пусть плотностные неоднородности  $\rho \in L_2$  распределены во всем нижнем полупространстве. Перепишем систему (1) в скалярном виде:

$$\begin{cases} \rho(x, h) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x - x') \psi(x', h) dx', \\ \Delta g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho(x - x', h) V_{(1)}(x', h) dh dx', \end{cases} \quad (2)$$

где  $V_{(n)}$  – в общем случае вертикальные производные  $n$ -го порядка гравитационного потенциала двумерной точечной массы. Функцию  $\psi \in L_2$  требуется определить.

Возможный вид  $\psi(x, h)$  определим, подставив правую часть первого уравнения (2) во второе и перейдя в спектральную область:

$$2\pi f \int_0^{\infty} \tilde{\psi}(h, \omega) e^{-h\omega} dh = 1. \quad (3)$$

Данное уравнение порождает широкий спектр эквивалентных решений  $\{\rho \in P: \Phi_{(1)}\rho = \Delta g\}$ . Из этого множества выберем подмножество решений, в построении которых участвуют вертикальные производные гравитационного потенциала двумерной точечной массы:

$$\psi_{(n)}(h, x) = c_n h^{n-2} V_{(n)}(h, x), \quad c_n = \frac{2^{n-3}}{(n-2)! \pi^2 f}, \quad n > 1. \quad (4)$$

Несложно показать, что распределения плотности

$$\rho_{(n)}(x, h) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x') \psi_{(n)}(x - x', h) dx' \quad (5)$$

обеспечивают решение ОЗГ. В этом семействе функция  $\psi_{(2)}$  дает гармоническое решение ОГЗ. Как известно, гармонические функции удовлетворяют уравнению Лапласа и представляют собой один из простейших классов единственности [7]. Свойства гармонических решений ОЗГ неудачны с точки зрения интерпретации, поскольку у этих решений не может быть экстремальных значений внутри заданной области. Тем не менее такие решения достаточно просто найти и они играют роль своего рода «стандарта», «эталона» в вопросах, связанных с построением классов единственности [8].

Перепишем соотношение (5) в следующем виде:

$$\rho(x, h)_{(n)} = c_n h^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta g(x') V_{(n)}\left(\frac{x - x'}{h}\right) dx'. \quad (6)$$

Поскольку функции семейства (4) удовлетворяют всем условиям, предъявляемым к вейвлетам, то преобразование (6) является *прямым непрерывным вейвлет-преобразованием*.

Отметим также, что существование связи между вейвлетами и формальными вейвлет-решениями для последних открывает доступ ко всей библиотеке глубоко проработанного математического аппарата теории вейвлетов.

Указанные достоинства семейства базисных функций (4), а также другие полезные свойства, рассматриваемые ниже, дали основание выделить это семейство вейвлетов в отдельный класс, названный нами «естественный» [9]. Термин «естественные» (родные, нативные) вейвлеты выбран в связи с тем, что при их построении используются функции производных гравитационного потенциала точечной массы.

## 2. Экспресс-метод поиска распределения источников аномалий силы тяжести по «естественным» вейвлет-спектрам

**2.1. Вейвлет-спектр двумерного точечного источника.** При использовании в качестве анализирующего вейвлета функции из семейства (4) вейвлет-спектр поля силы тяжести двумерного точечного источника с координатами залегания  $\{x_0, h_0\}$  и единичной линейной плотностью будет иметь вид:

$$W_{\psi_{(n)}} [V_{(1)}](h, h_0, x, x_0) = \frac{2^{n-2}}{(n-2)! \pi f} h^{n-2} V_{(n)}(h + h_0, x - x_0). \quad (7)$$

Максимум данной функции достигается в точке с координатами

$$x = x_0, \quad h = \left(\frac{n}{2} - 1\right) h_0. \quad (8)$$

В частности, при  $n = 4$  имеем  $h = h_0$ , то есть положение и значение максимума вейвлет-спектра точно и однозначно определяют положение и массу источника (рис. 1).

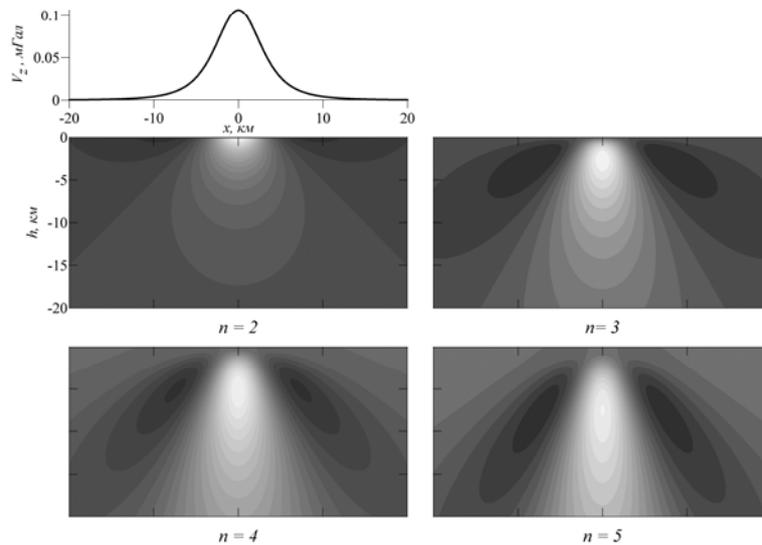


Рис. 1. Поле силы тяжести двумерного точечного источника, залегающего на глубине 5 км и его «естественные» вейвлет-спектры с различными значениями параметра  $n$

Отметим, что выбор вейвлета  $\psi_{(4)}$  предпочтителен в силу простоты определения параметров точечных источников.

**2.2. Вейвлет-спектр точечного источника в трехмерном случае.** Большинство результатов, полученных для двумерного случая, без существенных изменений могут быть перенесены на трехмерный случай. Условие (3) в трехмерном варианте приобретет вид

$$f \int_0^{\infty} \widehat{\psi}(h, \omega_x, \omega_y) e^{-h\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}} dh = 1. \quad (9)$$

А аналогом семейства «естественных» функций из (4), обеспечивающих формальное решение ОЗГ, будут функции вида

$$\psi_{(n)}(h, x, y) = c_n h^{n-2} V_{(n)}^{3D}(h, x, y), \quad c_n = \frac{2^{n-1}}{(n-2)! f}, \quad n > 1, \quad (10)$$

где верхний индекс «3D» подчеркивает трехмерность источников.

Вейвлет-спектр поля силы тяжести трехмерного точечного источника (шара) будет иметь вид

$$W_{\psi(n)} \left[ V_{(1)} \right] (h, h_0, x, x_0, y, y_0) = \frac{2^{n-1}}{(n-2)! f} h^{n-2} V_{(n)}^{3D} (h + h_0, x - x_0, y - y_0). \quad (11)$$

С максимумом по  $h$  в точке

$$h = \left( \frac{n-2}{3} \right) h_0. \quad (12)$$

Отметим, что при  $n = 5$  получим  $h = h_0$ .

**2.3. «Семафорный» алгоритм поиска источников.** Для поля одиночного произвольно расположенного источника алгоритм определения его параметров достаточно прост: для этого на вейвлет-спектре гравитационной аномалии нужно найти центральный экстремум и по его положению и значению определить положение и массу источника (см. формулы (7), (8)).

В случае двух и более произвольно расположенных источников задача становится сложной в силу аддитивности гравитационных аномалий и соответствующих вейвлет-спектров: гравитационные вейвлет-спектры отдельных источников перекрываются, накладываются друг на друга, создавая значительные взаимные искажения. В этом случае параметры источников можно определить лишь приближенно; однако мы можем поэтапно уточнять их положение и массу, «выключая» по очереди каждый найденный источник (вычитать вейвлет-эффект данного источника из общего гравитационного вейвлет-спектра) и снова его «включая» с уже уточненным положением и значением вейвлет-экстремума (см. рис. 2).

На рис. 2–4 представлены некоторые примеры использования «семафорного» алгоритма при решении синтетических задач.

Отметим, что данный алгоритм во многих случаях позволяет вполне уверенно восстанавливать параметры источников даже при значительных погрешностях заданного поля (рис. 3).

Тем не менее нужно признать, что далеко не во всех случаях данный способ позволяет достаточно точно восстановить положение источников. Это в первую очередь относится к «тесным» распределениям, когда расстояние между источниками значительно меньше глубин их залегания. Примером тому может служить результаты моделирования, представленные на рис. 4. Как видно из рисунка, положение источников восстановить точно не удалось, однако даже в этом случае результат можно считать удовлетворительным.

**2.4. Процедура эквивалентного перераспределения масс системы точечных источников.** При построении модельного класса всегда приходится иметь дело с явной или скрытой подменой реальных распределений масс формальными, синтетическими источниками. Таковыми, например, являются гравитирующие прямоугольные призмы в случае сеточной призматической аппроксимации среды.

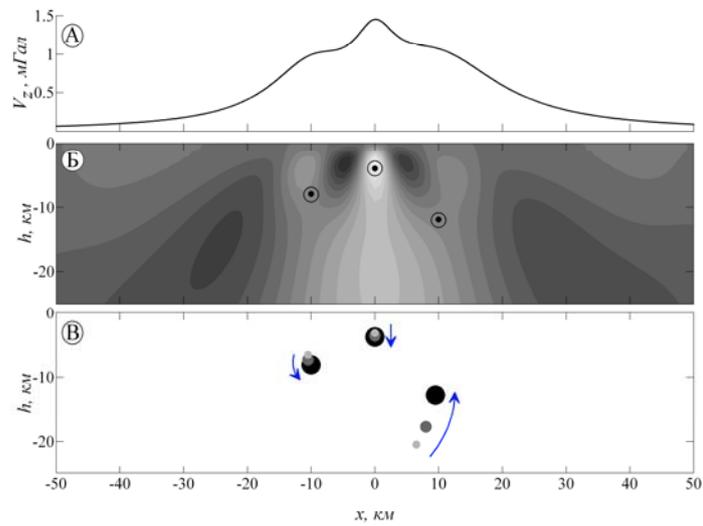


Рис. 2. Результат восстановления параметров 3 двумерных точечных источников по вейвлет-спектру (Б) их поля силы тяжести (А). На Б окружности – заданное положение источников, черные кружки – найденное положение источников. На В схематично показана траектория уточнения решения (от светлого к темному)

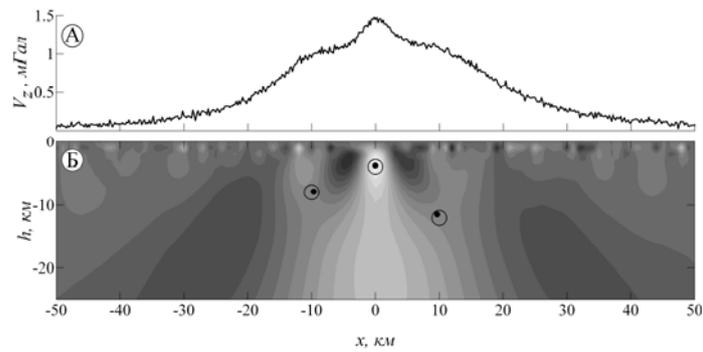


Рис. 3. Результат восстановления параметров 3 двумерных точечных источников по вейвлет-спектру (Б) их поля силы тяжести с 7%-ным шумом (А)

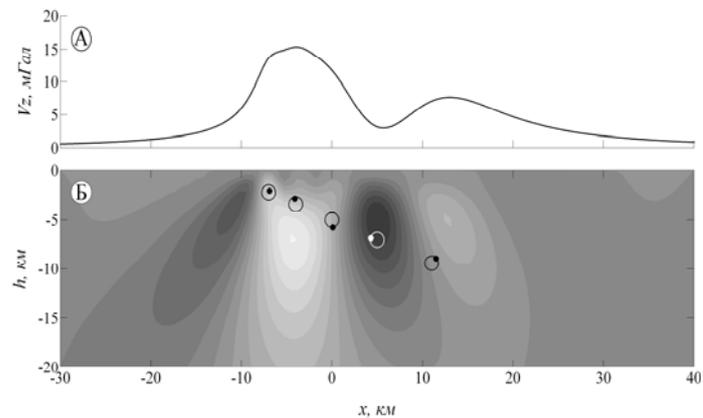


Рис. 4. Результат восстановления параметров 5 двумерных точечных источников разных знаков (белый – отрицательный) по вейвлет-спектру (Б) их поля силы тяжести (А)

В случае модельного класса – счетной системы гравитирующих точечных источников – различие между природным непрерывным распределением плотностей неоднородностей и дискретным модельным становится наиболее явным. Тем не менее данный модельный класс имеет право на существование.

Во-первых, при глубинах залегания аномалиеобразующего тела, значительно превышающих его линейные размеры, любое тело можно считать точечным источником. Поэтому получаемые характеристики распределения точечных масс имеют самостоятельный интерес, поскольку несут в себе полезную с точки зрения геологической интерпретации информацию.

Во-вторых, существует принципиальная возможность перехода от дискретной модели к непрерывной путем эквивалентного перераспределения масс [10, 11]. Нужно отметить, что реализация этой процедуры может быть крайне сложна, а содержательность результата во многом зависит от того, насколько успешно была проведена формализация и учет априорной физико-геологической информации.

### 3. Экспресс-метод получения формальных вейвлет-решений ОЗГ на неровном рельефе

С позиции вычислений непрерывное вейвлет-преобразование крайне избыточно и расточительно. Для разработки экспресс-методик значительно полезнее иметь дело с дискретным вейвлет-преобразованием. Поэтому зададимся целью получить формальное вейвлет-решение ОЗГ для конечного или счетного множества вейвлет-коэффициентов.

Пусть система двумерных точечных масс расположена по правилу решетки дискретного (диадного) вейвлет-преобразования:

$$h_m := \Delta h^m, \quad x_{m,n} := x_0 + n\Delta h^m \Delta x, \quad m, n \in Z. \quad (13)$$

Выберем в качестве базисного вейвлет  $\psi_{(4)}(x)$  из семейства (4) и в качестве двойственной – функцию  $V_{(1)}(x)$ . В этом случае вейвлет-коэффициенты  $c_{m,n}$  можно рассматривать как линейные плотности системы двумерных точечных источников:

$$\Delta g(x) = \sum_{m,n=0}^{\infty} c_{m,n} V_{(1)}(h_m, x - x_{m,n}), \quad (14)$$

$$c_{m,n} = \langle \Delta g | \psi_{(4)m,n} \rangle.$$

Поскольку пара  $\psi_{(4)}(x)$ ,  $V_{(1)}(x)$  не является биортогональной, то и восстановление исходного сигнала (аномалий силы тяжести) в этом случае является приближенным. Повысить точность восстановления исходного сигнала можно, многократно запуская на расчет вейвлет-коэффициентов величину

$$\delta g_k(x) = \delta g_{k-1}(x) - \alpha \sum_{m,n=0}^{\infty} \langle \delta g_{k-1} | \psi_{(4)m,n} \rangle V_{(1)}(h_m, x - x_{m,n}) \quad (15)$$

с затравочной функцией

$$\delta g_0(x) = \Delta g(x) - \langle \Delta g | \psi_{(4)m,n} \rangle, \quad (16)$$

где  $k$  – номер итерации,  $\alpha > 1$ . Тогда окончательно значения вейвлет-коэффициентов в узлах сети будут равны

$$c_{m,n} = \sum_{k=0}^{\infty} c_{m,n}^k = \sum_{k=0}^{\infty} \langle \delta g_{k-1} | \psi_{(4)m,n} \rangle. \quad (17)$$

Данный алгоритм можно рассматривать как способ приближенного решения СЛАУ относительно линейных плотностей множества двумерных источников, расположенных в виде диадной решетки дискретного вейвлет-преобразования.

«Подправим» формулу (15) с тем, чтобы использовать ее для решения ОЗГ на неровном рельефе. Для этого на  $k$ -м этапе итерации мы определяем вейвлет-коэффициенты  $c_{m,n}^k$  так, как если бы рельеф был ровным, однако прямую задачу решаем для неровного рельефа:

$$\delta g_k(x) = \delta g_{k-1}(x) - \alpha \sum_{m,n=0}^{\infty} c_{m,n}^k V_{(1)}(h_m + \delta h(x_{m,n}), x - x_{m,n}), \quad (18)$$

где функция  $\delta h(x)$  определяет форму дневной поверхности.

#### 4. Результаты решения некоторых прикладных задач

**4.1. Вычисление поправок за аномальный градиент и расчет высших производных.** Редукции гравитационных аномалий и поправки за рельеф не избавляют нас от необходимости учитывать аномальный вертикальный градиент. Получение формального решения ОЗГ на неровном рельефе с последующим пересчетом на горизонтальную поверхность позволяют справиться с этой проблемой.

На рис. 5 представлен пример вычисления поправок за аномальный градиент по данным аномалий Буге (А) и высотных отметок (Б). Как видно из рис. 5, В, значения поправок за аномальный градиент варьируются в пределах  $\pm 0.2$  мГал, что, вообще говоря, существенно для высокоточных гравиметрических наблюдений.

Получение формальных решений на неровном рельефе дает возможность решать целый спектр задач, таких, как вычисление высших производных, пересчет поля на заданную поверхность и др. В качестве примера на рис. 6 представлены результаты вычисления вертикального градиента силы тяжести с помощью формального «естественного» вейвлет-решения с учетом неровного рельефа (рис. 6, А) и с помощью преобразования Фурье (рис. 6, Б).

Как видно из рис. 6, Б, в случае преобразования Фурье значительны краевые эффекты. Кроме того, в математическом аппарате преобразования Фурье нет возможности производить расчеты на неровном рельефе.

**4.2. Определение небольших выступов кровли кристаллического фундамента.** Возможности гравиразведки при определении субгоризонтальных границ в значительной степени ограничены свойствами оператора прямой задачи. Кроме того, данная проблема осложнена существованием латеральной петрофизической изменчивости пород, слагающих чехол и верхнюю часть кристаллического фундамента.

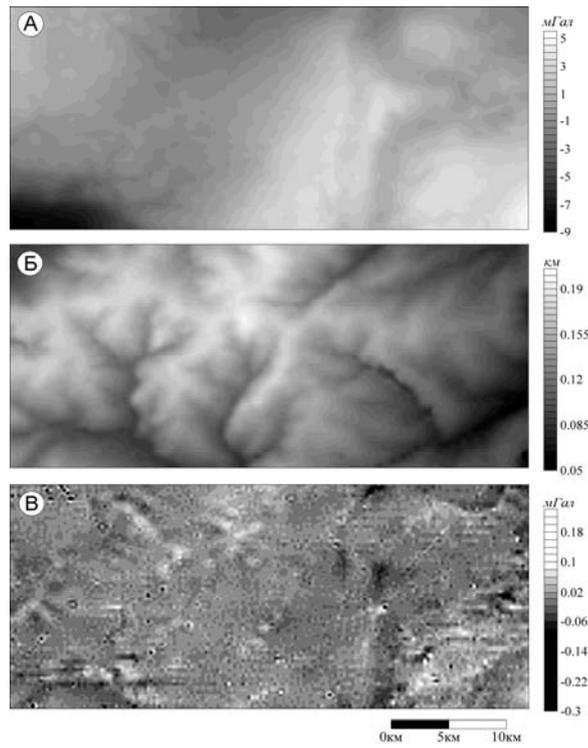


Рис. 5. Результат вычисления аномального градиента: А – аномалия силы тяжести в редукции Буге, Б – рельеф, В – поправки за аномальный вертикальный градиент

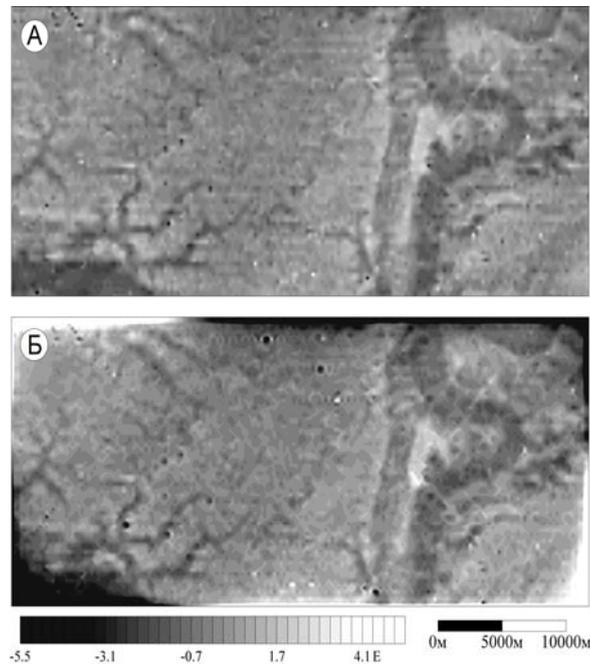


Рис. 6. Результаты вычисления вертикального градиента силы тяжести с помощью формального вейвлет-решения с учетом неровного рельефа (А) и с помощью преобразования Фурье (Б)

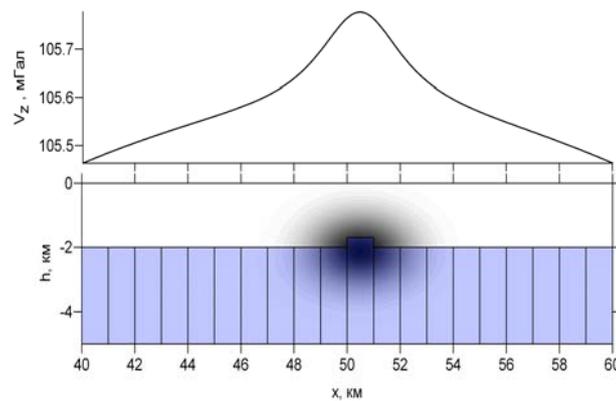


Рис. 7. Результаты решения обратной задачи методом «естественного» вейвлет-преобразования для модели выступа на поверхности горизонтальной плотностной границы

Существуют сложности и при изучении этой границы средствами сейсмо-разведки. На временных разрезах во многих случаях эту границу практически невозможно проследить. Вероятно, причина в том, что данная поверхность раздела не является четко выраженной и представляет собой, скорее, не границу, а мощный слой выветрелых и трещиноватых пород.

Проблемой изучения структуры кристаллического фундамента, определением поверхности, его расчленения и картирования, а также вопросами, связанными с его возможной нефтегазоносностью, занимались многие исследователи [12–14].

В качестве модельного примера рассмотрим результаты, представленные на рис. 7. Плотностная модель представляет собой горизонтальный пласт с плотностью  $0.1 \text{ г/см}^3$ , мощностью 30 км и верхней кромкой, залегающей на глубине 2 км. В центральной части модели пласта расположен выступ, высотой 300 м и шириной 1 км. Гравитационный эффект от модели составил величину порядка 0.3 мГал.

С помощью «естественного» вейвлет-преобразования производился поиск источников с последующим эквивалентным перераспределением. Как видно из рисунка, полученный результат позволяет определить положение и геометрию модельного выступа.

На рис. 8 представлены плотностной разрез, построенный методом «естественного» вейвлет-преобразования (средний рисунок), сейсмический временной разрез. На плотностной разрез нанесена линия кровли фундамента, полученная по сейсмическим данным. Профиль пересекает Алан-Полянское поднятие, расположенное в пределах северного купола Татарского свода.

Данное поднятие является сквозной структурой, имеющей отражение как в рельефе поверхности кристаллического фундамента, так и на структурных этапах осадочного чехла, а также в локальных формах физической поверхности. Отметим, что структура вскрыта глубокой скважиной, данные которой свидетельствуют о наличии биогермной постройки в фаменско-турнейских отложениях. Как видно из рисунка, основные особенности данной структуры наблюдаются как на сейсмическом разрезе (резкое изменение волнового рисунка отражений от внутри слоистой толщи осадков) так и на плотностной модели.

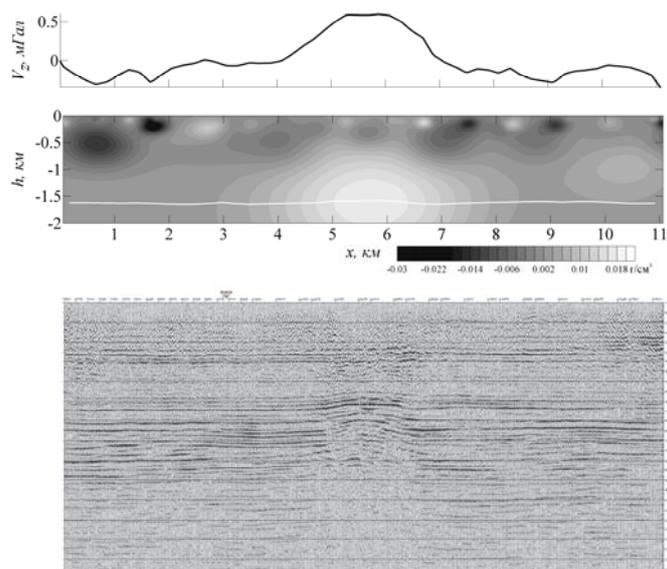


Рис. 8. Аномалия силы тяжести, плотностная модель и сейсмический временной разрез вдоль профиля, пересекающего Алан-Полянское поднятие

**4.3. Глубинное строение коры и верхней мантии вдоль геотраверса «Татсейс 2003».** На рис. 9, 10 представлены результаты плотностного моделирования по 5 профилям, параллельным фрагменту геотраверса «Татсейс 2003» (территория Республики Татарстан).

По рельефу кристаллического фундамента профили пересекают Татарский свод – тектоническую структуру I порядка Волго-Уральской антиклизы. Основные источники аномалий расположены на глубинах до 30 км, в пределах консолидированной коры. Пониженными значениями избыточной плотности (до  $-0.03$  г/см<sup>3</sup>) в пределах глубин 5–7 км на плотностных разрезах выделяются системы глубинных разломов (Прикамский, Кокаско-Мешинский, Белогорско-Дигтлинско-Можгинский [15]), разделяющих Татарский свод на два макроблока: Северный и Южный купола.

В пределах профилей А и Б в их юго-восточной части положительные значения избыточной плотности (до  $0.04$  г/см<sup>3</sup>) на глубинах до 10–15 км отражают строение Альметьевского блока Средневолжского мегаблока докембрийского фундамента.

В северо-западной части профилей в пределах глубин до 40 км отрицательными значениями избыточной плотности (до  $-0.04$  г/см<sup>3</sup>) отражены элементы Камско-Вятской линейной зоны.

На рис. 11 представлена зависимость суммы абсолютных масс источников, заключенных в заданный интервал (2 км), от его положения по глубине. Этот параметр можно интерпретировать как гравитационную активность источников, залегающих на заданной глубине. Как видно из рисунка, наибольшая активность источников наблюдается в интервалах глубин 0–5 км, 14–28 км и от 80 км и более, при этом интервалу глубин 40–70 км соответствует наиболее низкая гравитационная активность источников избыточных масс, что, вообще говоря, можно связать со строением скоростного твердого слоя верхней мантии [16].

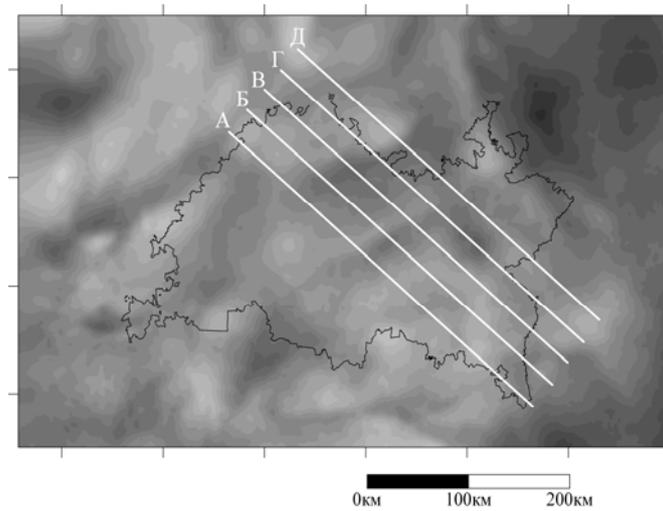


Рис. 9. Расположение модельных профилей и граница Республики Татарстан

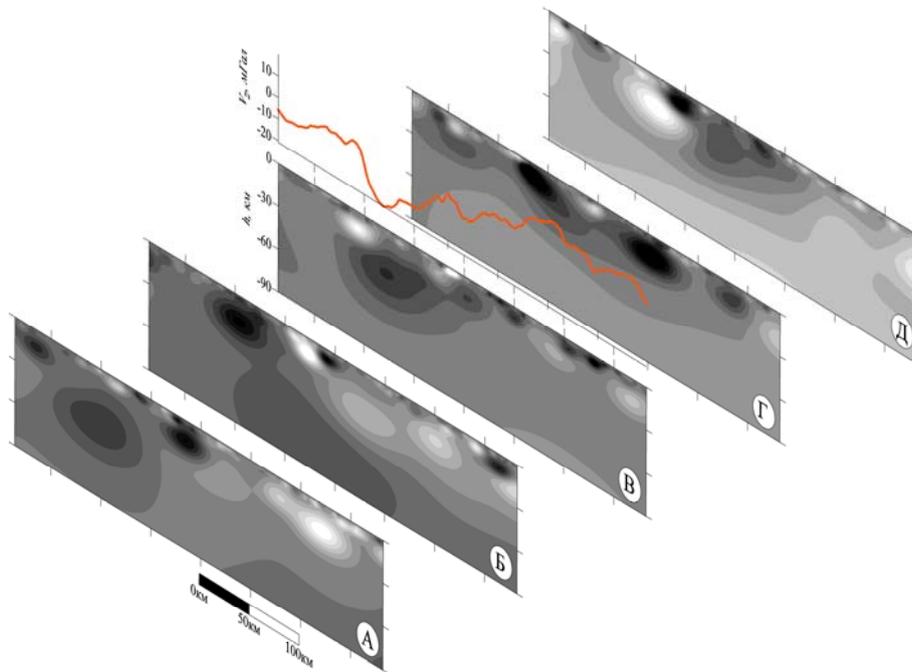


Рис. 10. Изометрическое изображение плотностных вейвлет-разрезов вдоль модельных профилей

Первый максимум (0–5 км), по-видимому, связан с границей осадочный чехол – кристаллический фундамент, но в силу крупного шага сети наблюдений (2 км), максимум смещен в сторону больших глубин.

Интервал максимума 14–28 км приблизительно соответствует положению нижнекоровой границы  $K_2$ , или границы Конрада. Граница Мохо (35–48 км в пределах Республики Татарстан, [1]) отражена пониженным значением активности источников.

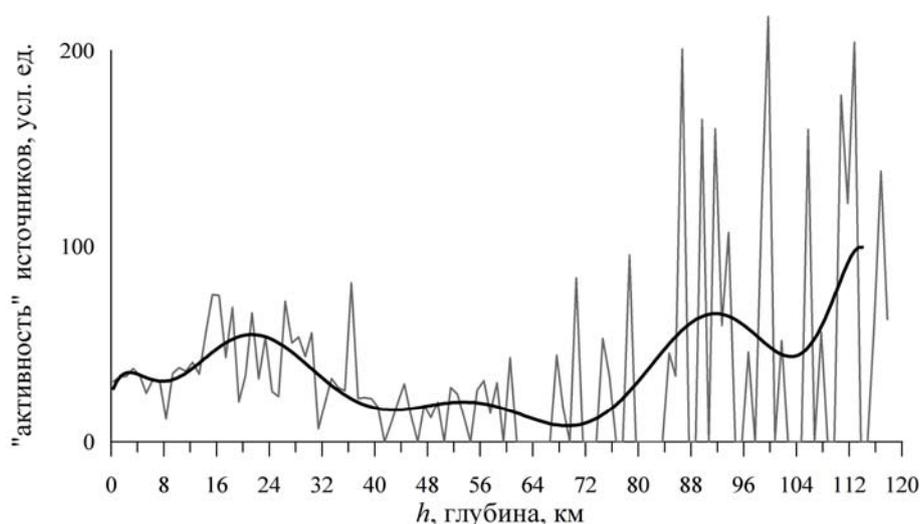


Рис. 11. Зависимость суммы модулей масс источников, заключенных в заданный интервал, от положения по глубине

Граница перехода литосферы к астеносфере (80–100 км) характеризуется резким увеличением значения параметра. Можно предположить, что значительная активность источников на этих глубинах обуславливает изостатическое равновесие коры.

### Заключение и перспективы

Преимущество «естественного» вейвлет-базиса состоит в том, что получаемые вейвлет-коэффициенты способны восстанавливать исходный сигнал с помощью оператора прямой задачи гравиразведки; распределение вейвлет-коэффициентов в этом случае можно рассматривать в терминах плотности (линейной плотности в двумерном случае).

Это свойство «естественного» вейвлет-преобразования и ряд других его весьма полезных качеств, рассмотренных в настоящей работе, делают данный математический аппарат чрезвычайно удобным и гибким инструментом для решения широкого круга задач, связанных с интерпретацией гравитационных аномалий.

Возможности «естественного» вейвлет-преобразования в геофизике весьма широки и на сегодняшний день раскрыты лишь в малой степени; здесь видится большое поле деятельности для исследователей, как математиков, так и геофизиков. Среди наиболее перспективных направлений можно назвать использование «естественного» вейвлет-преобразования для решения трехмерных задач, включая задачи на сферической поверхности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект № 2010-218-01-192).

### Summary

*E.V. Utemov, D.K. Nourgaliev, G.S. Khamidullina.* Technology for Processing and Interpreting Gravimetric Data Based on the “Native” Wavelet Transform.

The properties of a family of base wavelets, called by authors as “native”, have been considered. It is shown that the wavelet transform of gravity anomalies with each base for this family provides an appropriate formal solution of the inverse problem and creates a class of uniqueness. We propose to consider some techniques of application of this transformation, such as determination of the distribution of sources of anomalies, calculation of corrections of the anomalous gradient of gravity, and calculation of higher derivatives on Earth surface. Results of solution of some applied problems are expounded.

**Key words:** gravimetry, wavelet transform, anomaly, inverse problem, class of uniqueness, harmonic solution.

### Литература

1. *Moreau F., Gibert D., Holschneider M., Saracco. G.* Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Basic theory // *J. Geophys. Res.* – 1999. – V. 104, No B3. – P. 5003–5013.
2. *Sailhac P., Galdeano A.* Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Complex wavelets and application to aeromagnetic profiles in French Guiana // *J. Geophys. Res.* – 2000. – V. 105, No B8. – P. 19455–19475.
3. *Boukerbout H., Gibert D.* Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Two-dimensional ridgelet analysis // *J. Geophys. Res.* – 2006. – V. 111. – P. B071104-1–B071104-11.
4. *Pascal A., Jean-Claude M.* Wavelet analysis of the coherence between Bouguer gravity and topography: application to the elastic thickness anisotropy in the Canadian Shield // *Geophys. J. Int.* – 2007. – V. 168. – P. 287–298.
5. *Coopera G.R.J., Cowan D.R.* Comparing time series using wavelet-based semblance analysis // *Computers & Geosciences.* – 2008. – V. 34, No 2. – P. 95–102.
6. *Shih-Yu P., Bieng-Zih H., Ming-Tar L., Zsay-Shing L.* Identification of stratigraphic formation interfaces using wavelet and Fourier transforms // *Computers & Geosciences.* – 2008. – V. 34. – P. 77–92.
7. *Новиков П.С.* Об единственности решения обратной задачи потенциала // *Докл. АН СССР.* – 1938. – Т. 18, № 3 – С. 165–168.
8. *Кобрунов А.И.* Математические основы теории интерпретации геофизических данных. – М.: ЦентрЛитНефтеГаз, 2008. – 288 с.
9. *Утемов Э.В., Нургалиев Д.К.* «Естественные» вейвлет-преобразования гравиметрических данных: теория и приложения // *Физика Земли.* – 2005. – № 4. – С. 88–96.
10. *Страхов В.Н.* О подходе к решению обратных задач гравиразведки, основанном на теории эквивалентных перераспределений масс // *Докл. АН СССР.* – 1977. – Т. 236, № 3. – С. 571–574.
11. *Цирульский А.В., Никонова Ф.И., Федорова Н.В.* Метод интерпретации гравитационных и магнитных аномалий с построением эквивалентных семейств решений. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1980. – 136 с.
12. *Степанов В.П.* Моногарифмические палетки для интерпретации аномалий высших производных магнитного потенциала // *Развед. геофиз.* – 1981. – Вып. 93. – С. 64–100.
13. *Боронин В.П., Степанов В.П., Гольштейн Б.Л.* Геофизическое изучение кристаллического фундамента Татарии. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1982. – 200 с.

14. *Муслимов Р.Х., Галдин Н.Е., Гвоздь С.М., Готтих Р.П. и др.* Кристаллический фундамент Татарстана и проблемы его нефтегазоносности. – Казань: Дента, 1996. – 224 с.
15. Геология Татарстана. Стратиграфия и тектоника / Под ред. Б.В. Бурова. – Казань; М.: ГЕОС, 2003. – 403 с.
16. *Хаин В.Е., Короновский Н.В.* Планета Земля. От ядра до ионосферы. – М.: КДУ, 2007. – 244 с.

Поступила в редакцию  
05.07.10

---

**Утёмов Эдуард Валерьевич** – кандидат геолого-минералогических наук, доцент кафедры геофизики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *utemov@mail.ru*

**Нургалиев Данис Карлович** – доктор геолого-минералогических наук, профессор, проректор по научной деятельности Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *danis.nourgaliev@ksu.ru*

**Хамидуллина Галина Сулеймановна** – старший преподаватель кафедры геофизики Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: *Galina-khamidullina@yandex.ru*