МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

__________ Д.А.Таурский

«15» марта 2017г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

для поступающих на программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Направление 01.06.01 – Математика и механика

Направленность (профиль): 01.01.02 – Дифферециальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Казань 2017

1. Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по **специальности** 01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Раздел 1

Теоремы о существовании неявной функции. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Теорема о существовании интеграла Римана. Несобственные интегралы, признаки равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. Интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

Метрические пространства. Теорема о пополнении. Топологические пространства. Сравнение топологий. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфные отображения. Способы задания топологий. Индуцированная топология и фактор-топология. Сходимость в топологических пространствах. Компактные топологические пространства и их свойства. Теорема Гейне – Бореля о структуре компактных множеств в R^n.

Раздел 2

Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.

Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля – Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Задача Штурма – Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

Раздел 3

Функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Интеграл по контуру. Теорема Коши. Формула Коши. Интеграл типа Коши и его свойства. Формулы Сохоцкого. Принцип максимума, теорема Лиувилля. Ряды аналитических функций, теоремы Вейерштрасса. Степенные ряды, теорема единственности. Ряд Тейлора и ряд Лорана. Поведение функции в окрестности особой точки, теорема Сохоцкого. Вычеты и их свойства.

Геометрический смысл дифференцируемости функции комплексного переменного. Понятие конформного отображения. Свойства дробно-линейной функции (единственность, однолистность, круговое сохранение симметричных точек). Геометрические свойства элементарных функций. Лемма Шварца и теорема Римана. Принцип соответствия границ. Аналитическое продолжение по непрерывности. Принцип симметрии. Ветви и точки ветвления. Общее понятия о римановых поверхностях.

Раздел 4

Связь ядер Коши и Шварца. Формула Гильберта. Регуляризующий множитель для задачи Гильберта. Задача Гильберта с разрывными коэффициентами в полуплоскости. Смешанная краевая задача. Задача Дирихле и ее видоизменения для плоскости со щелями. Задача Римана в односвязной и многосвязной областях.

Раздел 5. Уравнения в частных производных

Постановка задач: на примерах малых поперечных колебаний струны и распространения тепла в изотропном твердом теле.

Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка.

Задача Коши для уравнения колебаний на плоскости: формулы Даламбера, единственность, устойчивость и физический смысл решения.

Задача Коши для уравнения колебания в пространстве (t, x, y, z): метод усреднения, формула Пуассона, физическая интерпретация, метод спуска.

Метод Фурье для случаев: а) смешанная задача для уравнения колебания струны , прямоугольной и круглой мембраны, для уравнения теплопроводности. Общая схема метода Фурье.

Метод последовательных приближений для линейного гиперболического уравнения в случае двух независимых переменных.

Эллиптические уравнения: на примере уравнения Лапласа для двух и трех независимых переменных (формула Грина, фундаментальное решение, интегральное представление, задачи Дирихле и Неймана, метод функции Грина, теория потенциала).

Линейные уравнения Вольтера и Фредгольма: решение в резольвентах, применение к задачам математической физики.

2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Раздел 1

1. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т. 1, 2. – М.: Наука, 1983. – 464 с., 448 с.
2. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир, 1976. – 320 с.

Раздел 2

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1974. – 331 с.
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1971. – 302 с.

Раздел 3

1. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1987. – 688 с.
2. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч. 1. 2-е издание. – М.: Наука, 1976. – 320 с.

Раздел 4

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. 3-е издание. – М.: Наука, 1977. – 640 с.

2. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. 3-е издание. – М.: Наука, 1968. – 513 с.

Раздел 5

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1967. – 436 с.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
3. Крикунов Ю.М. Лекции по уравнениям математической физики. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1970. – 209 с.

Программа вступительного экзамена в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 01.01.02 – Дифференциальные уравнения.