ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

2001 МАТЕМАТИКА № 10 (473)

УДК 517.926

А.В. ДАНЕЕВ, В.А. РУСАНОВ

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Введение. Аксиоматическое основание теории идентификации сложных динамических систем, развитое в [1], приводит к понятиям I-процесса и идентификационного пространства — конструкциям предложенного в [1] аксиоматического построения. Структура идентификационного пространства делает возможным строгое (абстрактное) определение свойства идентифицируемости математической модели динамической системы, не связывая это понятие с какой-либо процедурой или алгоритмом процесса идентификации, а также полное описание семейства всех максимальных подмножеств пространства динамических систем, идентифицируемых посредством анализа откликов этих систем на элементы a posteriori приобретенного множества входных воздействий.

Конструктивность созданного на этом пути набора общих понятий и методов апробирована в [2]–[9] на примерах постановок классических задач идентификации и реализации [10] линейной конечномерной нестационарной динамической системы управления в классе обыкновенных дифференциальных уравнений. Что же касается результатов качественной теории идентификации, относящихся к бесконечномерному случаю, то они не затрагивают всех вопросов, которые нашли свое законченное решение в конечномерном варианте (хотя многие из них решаются уже на этой степени общности [11]).

Цель предлагаемой статьи заключается в рассмотрении на строгой теоретико-системной основе методологии по идентификации моделей линейных динамических объектов с уравнениями состояния в классе обыкновенных дифференциальных уравнений в бесконечномерном банаховом пространстве. Излагаемые ниже элементы общей теории I-процессов в общем банаховом пространстве (не обязательно сепарабельном и равномерно выпуклом ([12], с. 182)) не претендуют на полноту и законченность, а только уточняют главные принципы идентификации.

1. Вспомогательные построения. В этом разделе приводятся основные определения и обозначения, а также устанавливаются вспомогательные утверждения.

Пусть X и Y — вещественные (не нулевые) линейные пространства, элементы которых определяют соответственно *вход* и *выход* математических моделей динамических систем из a priori заданного подсемейства $L(X,Y) \subset Y^X$; здесь $L(X,Y)$ — семейство всех линейных операторов из X в Y, Y^X — семейство всех функций, отображающих множество X в Y. Ясно, что $L(X,Y)$ и Y^X сами являются векторными пространствами относительно обычных операций сложения функций и умножения их на действительные числа (при этом играет роль лишь наличие структуры векторного пространства в Y, а не в X).

Следуя [1], [2], будем говорить, что идентификационное пространство — это упорядоченная пара $(L(X,Y),\mathfrak{J})$, состоящая из линейного множества $L(X,Y)$ и некоторого семейства $\mathfrak{J}$ подмножеств (бинарных отношений) множества $L(X,Y)\times L(X,Y)$, удовлетворяющего (в терминах алгебры отношений) условиям:

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 99-01-01279, № 00-01-00922).

— любой элемент из $\mathfrak{J}$ содержит диагональ $\Delta_L \subset L(X,Y) \times L(X,Y)$;
— если $V \in \mathfrak{J}$, то $V^{-1} = V$;
— если $V \in \mathfrak{J}$, то $V \circ V \subset V$;
— если $\mathfrak{R} \subset \mathfrak{J}$, то $\cap \mathfrak{R} \in \mathfrak{J}$.

Множество $L(X,Y)$ называется пространством *линейных математических моделей* динамических систем; подмножества из $L(X,Y) \times L(X,Y)$, принадлежащие $\mathfrak{J}$, называются *идентификационными признаками* в $L(X,Y)$; семейство $\mathfrak{J}$ идентификационных признаков пространства $L(X,Y)$ называется *идентификацией* на $L(X,Y)$ [1].

Будем говорить, что пространство $(L(X,Y),\mathfrak{J})$ обладает свойством *идентифицируемости* (*идентифицируемо*), если $\Delta_L \in \mathfrak{J}$ [1].

Функцию $\xi \to \pi_x(\xi) : L(X,Y) \to Y$, задаваемую равенством $\pi_x(\xi) \mathrel{\widehat{=}} \xi(x)$, $x \in X$, назовем *вычислением в точке* x. Используя эту функцию, определим отображение $\pi_x^* : L(X,Y) \times L(X,Y) \to Y \times Y$, $\pi_x^*(\sigma,\nu) \mathrel{\widehat{=}} (\pi_x(\sigma), \pi_x(\nu))$. Обозначим через $\mathfrak{J}_\Omega$ идентификацию пространства $L(X,Y)$ вида $\{V \subset L(X,Y) \times L(X,Y) : \exists W \subset \Omega,\ V = \bigcap\limits_{x \in W} \pi_x^{*-1}[\Delta_Y]\}$, $\Omega \subset X$. В этом положении Ω назовем *идентификационным базисом* (*I-базисом*) пространства $(L(X,Y),\mathfrak{J}_\Omega)$, и если пространство $(L(X,Y),\mathfrak{J}_\Omega)$ идентифицируемо, то будем говорить, что I-базис Ω *полный*, при этом минимальное кардинальное число полного I-базиса для $L(X,Y)$ назовем *идентификационной размерностью* $L(X,Y)$ [1].

Пусть $\mathcal{E}_{\mathfrak{J}_\Omega}$ — равномерная топология, порожденная на $L(X,Y)$ равномерностью с базой $\mathfrak{J}_\Omega$.

Лемма 1. *В топологическом пространстве $(L(X,Y),\mathcal{E}_{\mathfrak{J}_\Omega})$ операция сложения непрерывна.*

Замечание 1. $(L(X,Y),\mathcal{E}_{\mathfrak{J}_\Omega})$ не является топологическим векторным пространством, т. к. операция умножения на числа не удовлетворяет $\mathcal{E}_{\mathfrak{J}_\Omega}$-непрерывности.

Следующая теорема устанавливает тождественность задач А и Б из [1] в классе $L(X,Y)$; в определении псевдо-идентифицируемости следуем [1].

Теорема 1. *Идентифицируемость пространства $(L(X,Y),\mathfrak{J}_\Omega)$ равносильна псевдо-идентифицируемости некоторой его точки.*

Пусть X и Y — топологические векторные пространства (ТВП), удовлетворяющие аксиоме отделимости T_1, и $\mathcal{L}(X,Y)$ — пространство всех линейных непрерывных операторов из X в Y. Если X — локально выпуклое пространство, что и предполагаем везде далее, то для него корректно рассмотрение фундаментального подмножества ([13], с. 115).

Теорема 2. $(\mathcal{L}(X,Y),\mathfrak{J}_\Omega)$ *идентифицируемо в том и только том случае, если I-базис Ω — множество, фундаментальное в X.*

В завершение этого раздела опишем в терминах топологии пространства X положение, когда полный I-базис является конечным.

Теорема 3. *Идентификационная размерность $\mathcal{L}(X,Y)$ конечна тогда и только тогда, когда топология в X локально компактна.*

Следствие 1. Если идентификационная размерность семейства $\mathcal{L}(X,Y)$ конечна, то X — множество второй категории в себе.

2. Конструкции идентификационного пространства. В этом разделе будут определены основные положения, связанные с построением идентификационных пространств по технологии *вход–выход* [1] на семействах математических моделей динамических систем с уравнениями состояния в классе линейных нестационарных обыкновенных дифференциальных уравнений в общем банаховом пространстве.

Везде далее $(X, \|\cdot\|_X)$ и $(Y, \|\cdot\|_Y)$ — вещественные банаховы пространства, $\mathcal{L}(Y,X)$ — банахово пространство (с операторной нормой) всех линейных непрерывных операторов, действующих из Y в X (аналогично $\mathcal{L}(X,X)$), $T \mathrel{\widehat{=}} [t_0, t_1]$ — отрезок числовой прямой R с мерой Лебега μ и

ν — полная положительная мера, абсолютно непрерывная относительно μ и определенная на σ-алгебре $\mathfrak{S}_\nu$ ν-измеримых (лебеговски пополненных) подмножеств из T.

Обозначим через $L_p(T,\nu,X)$ $(L_p(T,\nu,Y))$, $p \in [1,\infty)$, банахово пространство классов эквивалентности всех интегрируемых (по Бохнеру [12]) отображений $\varphi : T \to X$ (соответственно $\varphi : T \to Y$) с нормой $\|\varphi\|^X_{\nu,p} \widehat{=} \big(\int\limits_T \|\varphi(t)\|^p_X \nu(dt)\big)^{1/p}$ (аналогично $\|\varphi\|^Y_{\nu,p}$). Через $L_\infty(T,\nu,X)$ $(L_\infty(T,\nu,Y))$ будем обозначать банахово пространство (эквивалентных классов) всех сильно ν-измеримых ([12], с. 187) и ν-существенно ограниченных функций из T в X (Y) с нормой $\|\psi\|^X_{\nu,\infty} \widehat{=} \operatorname{ess\,sup} \|\psi(t)\|_X$ $(\|\psi\|^Y_{\nu,\infty})$. Как обычно, $AC(T,X)$ — линейное многообразие всех абсолютно непрерывных на T функций со значениями в X.

Выделим класс динамических систем, движение которых в пространстве состояний X описывается дифференциальным уравнением вида

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad t \in T, \tag{1}$$

где $x(\cdot) \in AC(T,X)$, $A(\cdot) \in L_p(T,\mu,\mathcal{L}(X,X))$, $B(\cdot) \in L_p(T,\mu,\mathcal{L}(Y,X))$ $(p \in [1,\infty])$, Y — банахово пространство управляющих воздействий $u(\cdot) \in L_{p'}(T,\mu,Y)$, p' — число, сопряженное с p. Для определенности условимся рассматривать класс решений уравнения (1) типа Каратеодори.

Обозначим в целях удобства через $H_{p'}$ и H_∞ векторные пространства $L_{p'}(T,\mu,X)\times L_{p'}(T,\mu,Y)$ и $L_\infty(T,\mu,X)\times L_\infty(T,\mu,Y)$ с нормами $\|(\omega_1,\omega_2)\|_{H_{p'}} \widehat{=} [(\|\omega_1\|^X_{\mu,p'})^{p'} + (\|\omega_2\|^Y_{\mu,p'})^{p'}]^{1/p'}$, $\omega_1 \in L_{p'}(T,\mu,X)$, $\omega_2 \in L_{p'}(T,\mu,Y)$ $(p' \in [1,\infty))$ и $\|(\omega_1,\omega_2)\|_{H_\infty} \widehat{=} \max(\|\omega_1\|^X_{\mu,\infty}, \|\omega_2\|^Y_{\mu,\infty})$, $\omega_1 \in L_\infty(T,\mu,X)$, $\omega_2 \in L_\infty(T,\mu,Y)$, соответственно, которые являются банаховыми; если в некотором утверждении о пространствах $H_{p'}$ и H_∞ их индексы явно не указаны, то это утверждение будем относить к обоим случаям. Как на с. 19, $\mathcal{L}(H,X)$ — пространство всех линейных непрерывных операторов из H в X.

Оператор $\xi : H \to X$, действующий в соответствии с

$$\xi(\omega_1,\omega_2) \widehat{=} \int_T (A(t)\omega_1(t) + B(t)\omega_2(t))\mu(dt), \tag{2}$$

является линейным и непрерывным, а значит, $\xi \in \mathcal{L}(H,X)$.

Определение 1. Для динамического объекта (1) пару $(A,B) \in L_p(T,\mu,\mathcal{L}(X,X)) \times L_p(T,\mu,\mathcal{L}(Y,X))$, где $A(\cdot)$ и $B(\cdot)$ — отображения из (1), будем называть (A,B)-моделью, при этом оператор ξ, действующий в соответствии с (2), назовем ξ-моделью, а (A,B)- и ξ-модели, связанные соотношением (2), — I-эквивалентными.

Следуя [1], [2], будем говорить, что в I-процессе множество H образует *пространство входных сигналов*, X — *пространство выходных сигналов*, $\mathcal{L}(H,X)$ — *пространство математических моделей* динамических систем. Поясним необходимость введенных понятий.

Классический подход [10] к проблеме идентификации объекта (1) обычно имел дело непосредственно с (A,B)-моделью. При таком подходе построение I-процесса по технологии *вход–выход*, предложенной в [1], не представляется возможным. С другой стороны, концепция ξ-модели такую технологию допускает. Далее остаются только детали: оператор $\Gamma : L_p(T,\mu,\mathcal{L}(X,X)) \times L_p(T,\mu,\mathcal{L}(Y,X)) \to \mathcal{L}(H,X)$, действующий в соответствии с (2), линейный и взаимно однозначный, следовательно, в соответствии с [1] *идентифицируемость* переносится с $\mathcal{L}(H,X)$ в $L_p(T,\mu,\mathcal{L}(X,X)) \times L_p(T,\mu,\mathcal{L}(Y,X))$ при действии Γ.

Определение 2. Пару $\chi = (x,u) \in AC(T,X) \times L_{p'}(T,\mu,Y)$, $(x,u) \neq 0$, удовлетворяющую μ-почти всюду соотношению (1) для некоторой пары (A,B) операторов $A(\cdot) \in L_p(T,\mu,\mathcal{L}(X,X))$ и $B(\cdot) \in L_p(T,\mu,\mathcal{L}(Y,X))$, назовем порождающим (характеристическим) элементом идентификационного процесса (I-процесса) (A,B)-модели (ξ-модели) динамического объекта (1).

Проблема построения I-процесса по технологии *вход–выход* по существу ставится [1] следующим образом: используя отображение $t \to \chi(t) : T \to X \times Y$, построить I-базис $\Omega \subset H$ такой, что для любого подмножества $W \subset \Omega$ можно сформировать идентификатор $(H, X, \mathcal{L}(H, X),\ \bigcap_{\omega \in W} \pi_\omega^{-1} \circ \pi_\omega,\ \bigcap_{\omega \in W} \pi_\omega^{-1}(\xi(\omega)))$ как элемент I-процесса.

Определение 3. Множество $\Lambda^\#$ всех вещественных на T функций таких, что $\lambda \in \Lambda^\# \Rightarrow \lambda\chi \in H$, где χ — характеристический элемент I-процесса динамического объекта (1), назовем семейством сигнальных функций элемента χ. (Условимся использовать обозначения $\Lambda^\#_{p'}$ и $\Lambda^\#_\infty$, когда того требует уточнение характера пространства входных сигналов H ($H_{p'}$ или H_∞).)

Как увидим ниже, семейство $\Lambda^\#$ допускает явную реализацию в виде классов эквивалентностей функций с отождествлением функций из $\Lambda^\#$, совпадающих почти всюду.

Покажем, что I-базисом является подмножество из H вида $\{\omega \in H : \omega = \lambda\chi,\ \lambda \in \Lambda\}$, где $\Lambda \subset \Lambda^\#$. Для этого необходимо показать, что любой идентификационный признак $\pi_\omega^{-1} \circ \pi_\omega$ ($\omega = \lambda\chi$, $\lambda \in \Lambda$) совместно с χ однозначно определяют идентификатор $(H, X, \mathcal{L}(H, X),\ \pi_\omega^{-1} \circ \pi_\omega,\ \pi_\omega^{-1}(\xi(\omega)))$ как элемент I-процесса. При этом определение компонент идентификатора связано с тем, что по λ и χ можно вычислить значение оператора ξ в точке $\omega = \lambda\chi \in H$. Именно,

$$\xi(\omega) = \int_T \lambda(t)\dot{x}(t)\mu(dt). \tag{3}$$

Таким образом, характеристический элемент χ совместно с любым подмножеством $\Lambda \subset \Lambda^\#$ порождают идентификационный базис $\Omega \mathrel{\hat{=}} \{\omega : \omega = \lambda\chi,\ \lambda \in \Lambda\}$, а он в свою очередь — идентификационное пространство $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{J}_\Omega)$,

$$\mathfrak{J}_\Omega \mathrel{\hat{=}} \Big\{ V \subset \mathcal{L}(H, X) \times \mathcal{L}(H, X) : \exists W \subset \Omega,\ V = \bigcap_{\omega \in W} \pi_\omega^{*-1}[\Delta_x] \Big\}.$$

Известно [2], [5], что даже в случае конечномерного объекта (1) не существует порождающего элемента (соответственно I-базиса Ω) идентификационного процесса ξ-модели такого, что пространство $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{J}_\Omega)$ идентифицируемо. Таким образом, центральным местом в общей теории идентификации систем вида (1) становится проблема исследования тополого-алгебраической структуры максимальных (в упорядочении относительно теоретико-множественного включения) идентифицируемых подмножеств из $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{J}_\Omega)$.

3. Геометрические свойства семейства сигнальных функций. В силу (3) семейство сигнальных функций $\Lambda^\#$ аналогично пространству основных (пробных) функций в теории распределений.

Теорема 4. а) $\Lambda^\#_{p'} = L_{p'}(T, \nu, R)$, $p' \in [1, \infty)$; б) $\Lambda^\#_\infty = L_\infty(T, \nu, R)$, *где* ν — *мера, определяемая соотношением*

$$\nu(S) \mathrel{\hat{=}} \int_S (\|x(t)\|_X^{p'} + \|u(t)\|_Y^{p'})\mu(dt), \quad S \in \mathfrak{S}_\nu.$$

Это значит, что при заданном χ семейство $\Lambda^\#$ полностью характеризуется конструкцией обычного лебегова пространства L_k, при этом индекс $k = p'$ из формулировки теоремы 4 обладает определенной жесткостью, а именно, его нельзя понизить с сохранением включения $\lambda\chi \in H$ и нельзя повысить, не теряя свойства максимальности $\Lambda^\#$.

Замечание 2. В случае б) индекс p' в соотношении для меры ν, с одной стороны, по смыслу не может являться числом, сопряженным для p из (1), а с другой, этот индекс не влияет на σ-алгебру $\mathfrak{S}_\nu$, поэтому выбирается произвольным из $[1, \infty)$.

Доказательство. Так как $\dot{x}(\cdot)$ и $u(\cdot)$ сильно измеримы, то они μ-почти сепарабельнозначны ([12], с. 187). Поэтому, не нарушая общности, пространства X и Y можно считать сепарабельными.

а) Установим μ-измеримость функций $t \to |\lambda(t)|\,\|x(t)\|_X$ и $t \to |\lambda(t)|\,\|u(t)\|_Y$, т.к. в этом случае доказательство теоремы сводится (детали опускаем, отсылая за ними к п. 3) теоремы 1.4.20 и п. 1) теорем 1.4.27, 1.4.38 из [14]) к установлению следующей цепочки эквивалентностей:

$$\lambda \in \Lambda^{\#}_{p'} \iff \lambda x \in L_{p'}(T,\mu,X)\,\&\,\lambda u \in L_{p'}(T,\mu,Y) \iff$$
$$\iff |\lambda|\,\|x\|_X,\ |\lambda|\,\|u\|_Y \in L_{p'}(T,\mu,R) \iff |\lambda|^p(\|x\|^{p'}_X + \|u\|^{p'}_Y) \in L_1(T,\mu,R) \iff$$
$$\iff |\lambda|^{p'} \in L_1(T,\nu,R) \iff \lambda \in L_{p'}(T,\nu,R).$$

Функция $t \to (\|x(t)\|_X + \|u(t)\|_Y)$ μ-измерима и, следовательно, μ-измеримо множество $S_0 = \{t \in T : (\|x(t)\|_X + \|u(t)\|_Y) = 0\}$. Ясно, что возможны два варианта: 1) $\mu(S_0) = 0$ и 2) $\mu(S_0) > 0$.

1) В силу теоремы 1.4.38 из [14] функция $t \to |\lambda(t)|^p \varphi(t)$, где

$$\varphi(t) \mathrel{\widehat{=}} \begin{cases} (\|x(t)\|^{p'}_X + \|u(t)\|^{p'}_X), & t \in T \setminus S_0; \\ \text{const} \neq 0, & t \in S_0, \end{cases}$$

μ-измерима, откуда следует μ-измеримость λ и, следовательно, μ-измеримость функций $|\lambda|\,\|x\|_X$ и $|\lambda|\|u\|_Y$.

2) Так как $S_0 \subset \{t \in T : \|x(t)\|_X = 0\}$, то $|\lambda|^{p'}\|x\|^{p'}_X(\|x\|^{p'}_X + \|u\|^{p'}_Y) = |\lambda|^{p'}\|x\|^{p'}_X\varphi$, где левая часть равенства — μ-измеримая функция (как произведение μ-измеримых функций $|\lambda|^{p'}(\|x\|^{p'}_X + \|u\|^{p'}_Y)$ и $\|x\|^{p'}_X$). Умножая правую часть равенства на μ-измеримую функцию $1/\varphi$, приходим к заключению, что отображение $t \to |\lambda(t)|\,\|x(t)\|_X$ μ-измеримо. Аналогично доказывается μ-измеримость $t \to |\lambda(t)|\,\|u(t)\|_Y$. Для доказательства основного результата достаточно рассуждений п. 2), но в 1) вместе с основным утверждением была уточнена ν-измеримость λ до μ-измеримости.

б) Доказательство следует из цепочки эквивалентностей:

$$\lambda \in \Lambda^{\#}_{\infty} \iff \lambda x \in L_{\infty}(T,\mu,X)\,\&\,\lambda u \in L_{\infty}(T,\mu,Y) \iff$$
$$\iff |\lambda|\,\|x\|_X,\ |\lambda|\,\|u\|_Y \in L^*_1(T,\mu,R) \iff$$
$$\iff \forall\psi\ (\psi \in L_1(T,\nu,R)\,\&\,\psi\lambda \in L_1(T,\nu,R)) \iff \lambda \in L^*_1(T,\nu,R) \iff \lambda \in L_{\infty}(T,\nu,R).$$

Следствие 2. а) $\dot{x} \in L_p(T,\nu,X)$, $p \in [1,\infty]$; б) $\Lambda^{\#}_{p'} \subset L_1(T,\nu_-,R)$, где $\nu_-(S) \mathrel{\widehat{=}} \int\limits_S \|\dot{x}(t)\|_X \mu(dt)$, $S \in \mathfrak{S}_{\nu_-}$.

(Данное следствие весьма важно при построении теории сильных (A,B)-моделей [3], [4], [7], [9].)

Пусть в соответствии с теоремой 4 определено семейство $\Lambda^{\#}$. В этом случае в качестве семейств сигнальных функций корректны рассмотрения подмножеств $\Lambda_k \subset \Lambda^{\#}$ вида $\Lambda_k \mathrel{\widehat{=}} L_k(T,\nu,R)$, $p' \leq k \leq \infty$ (здесь и далее мера ν выбирается согласно формулировке теоремы 4). Введем на каждом Λ_k топологическую структуру, инициированную нормой $\|\cdot\|^R_{\nu,k}$. То, что топологические свойства линейных оболочек подмножеств из $\Lambda^{\#}$ в некоторых случаях соотносятся с их алгебраической размерностью, доказывает

Теорема 5. *Пусть* $\Lambda \subset \Lambda_{\infty} \subset \Lambda^{\#}$. *Тогда* $\dim \operatorname{Span} \Lambda$ *конечна, если и только если* $\operatorname{Span} \Lambda$ *замкнуто в* $L_l(T,\nu,R)$, $l \in [1,\infty)$.

Необходимость очевидна. Справедливость достаточных условий легко установить модификацией теоремы Гротендика ([15], с. 133).

Теорема 5 показывает, что иногда по характеру топологии в $\operatorname{Span} \Lambda$ можно судить о характере размерности I-базиса.

Уточним взаимосвязь между банаховыми пространствами сигнальных функций $\Lambda^{\#}$ и выходных сигналов X через действие ξ-модели (2) в соответствии с соотношением (3). Пусть $\xi_\Lambda : \Lambda^{\#} \to X$ — оператор, задаваемый равенством $\xi_\Lambda(\lambda) \mathrel{\widehat{=}} \xi(\lambda\chi)$, которое корректно в силу фиксированности χ. Элементарные свойства оператора ξ_Λ определяет

Лемма 2. *Пусть $\Lambda^{\#}_{\sigma}$ и X_{σ} — пространства $\Lambda^{\#}$ и X, снабженные слабыми топологиями $\sigma(\Lambda^{\#},\Lambda^{\#*})$, $\sigma(X,X^{*})$ соответственно, где $\Lambda^{\#*}$ и X^{*} — пространства, топологически сопряженные к пространствам $\Lambda^{\#}$ и X. Тогда* а) $\xi_{\Lambda}\in\mathcal{L}(\Lambda^{\#},X)$; б) $\xi_{\Lambda}\in\mathcal{L}(\Lambda^{\#},X_{\sigma})$; в) $\xi_{\Lambda}\in\mathcal{L}(\Lambda^{\#}_{\sigma},X_{\sigma})$.

Доказательство. Включение $\xi_{\Lambda}\in\mathcal{L}(\Lambda^{\#},X)$ очевидно, б) — его прямое следствие, поэтому установим лишь включение в). Для каждого $x^{*}\in X^{*}$ в силу б) отображение $\lambda\to\langle x^{*},\xi_{\Lambda}(\lambda)\rangle:\Lambda^{\#}\to R$ линейно и непрерывно, где $\langle\cdot,\cdot\rangle$ означает каноническую билинейную форму, устанавливающую двойственность между X и X^{*}. Таким образом, $\langle x^{*},\xi_{\Lambda}(\cdot)\rangle\in\Lambda^{\#*}$ и, следовательно, для любого открытого в R множества Q справедливы включения $x^{*-1}[Q]\subset\sigma(X,X^{*})$ и $\langle x^{*},\xi_{\Lambda}(\cdot)\rangle^{-1}[Q]\subset\sigma(\Lambda^{\#},\Lambda^{\#*})$. Отсюда делаем заключение о справедливости утверждения в).

Опишем геометрию образов оператора ξ_{Λ} со “стандартных” множеств из $\Lambda^{\#}$. Следуя общепринятой терминологии, множество $\{\lambda\in\Lambda_{k}:\|\lambda_{0}-\lambda\|_{\nu,k}\geq r\}$, $k\in[p',\infty]$, назовем замкнутым r-шаром в точке $\lambda_{0}\in\Lambda_{k}$ и обозначим $\overline{S}^{k}_{r}(\lambda_{0})$. В следующей теореме конкретизируется топологическая структура множества откликов ξ-модели на воздействия сигнальных функций из $\overline{S}^{k}_{r}(\lambda_{0})\subset\Lambda^{\#}$.

Теорема 6. *Область значений оператора $\xi_{\Lambda}:\Lambda^{\#}_{p'}\to X$, $p'\in[1,\infty)$, сепарабельна, множество $\xi_{\Lambda}[\overline{S}^{k}_{r}(\lambda_{0})]$, $k\in[p',\infty]$, $p'\in(1,\infty)$, компактно и метризуемо в X_{σ}.*

Следствие 3. Пусть $p'=\infty$, тогда $\xi_{\Lambda}[\overline{S}^{\infty}_{r}(\lambda_{0})]$ — компакт в X_{σ}, при этом он будет метризуем, если X сепарабельно.

4. Структура максимального идентификационного базиса. Для приложений общей теории I-процессов динамических объектов (1) большое значение имеют свойства пространственной формы максимального идентификационного базиса.

Пусть $\chi\in H$ — некоторый характеристический элемент I-процесса и $\Lambda^{\#}$ — максимальное семейство его сигнальных функций. Обозначим через $\Omega^{\#}$ идентификационный базис вида $\{\lambda\chi\in H;\ \lambda\in\Lambda^{\#}\}$. Ясно, что $\Omega^{\#}$ — наибольший I-базис в семействе I-базисов, отвечающих χ. Условимся через $\mathfrak{J}^{\#}_{\Omega}$ обозначать идентификацию на $\mathcal{L}(H,X)$, индуцированную I-базисом $\Omega^{\#}$.

На двух теоремах, следующих ниже, основан стандартный подход к задачам описания нетривиальных максимальных подмножеств, идентифицируемых в $(\mathcal{L}(H,X),\mathfrak{J}^{\#}_{\Omega})$: так, например, чтобы подтвердить факт существования таких подмножеств, достаточно (если $\Omega^{\#}$ — линейное подмножество) показать, что замыкание $\Omega^{\#}$ в H является собственным подпространством H, откуда в силу теоремы 2 следует, что I-базис $\Omega^{\#}$ неполный и, значит, пространство $(\mathcal{L}(H,X),\mathfrak{J}^{\#}_{\Omega})$ содержит собственные идентифицируемые подпространства, максимальные в упорядочении относительно теоретико-множественного включения (более подробно этот вопрос рассмотрим в разделе 5).

Теорема 7. *$\Omega^{\#}_{p'}$ — собственное сепарабельное подпространство в $H_{p'}$, а при $p'>1$ идентификационный базис $\Omega^{\#}_{p'}$ — сепарабельное равномерно выпуклое (и, следовательно, рефлексивное) банахово пространство в себе (с нормой, индуцированной $\|\cdot\|_{H_{p'}}$).*

Замечание 3. а) Здесь и далее подпространством называем замкнутое линейное множество в $H_{p'}$. б) Известно [16], что равномерно выпуклые пространства образуют весьма частный подкласс класса рефлексивных пространств.

Доказательство. Легко проверить, что $0\in\Omega^{\#}$ и $\alpha\Omega^{\#}+\beta\Omega^{\#}\subset\Omega^{\#}$ $(\alpha,\beta\in R)$, откуда следует линейность подмножества $\Omega^{\#}\subset H$. Чтобы доказать $\overline{\Omega}^{\#}\neq H$ построим элемент $h\in H$, $h\notin\overline{\Omega}^{\#}$. Пусть $\lambda_{0}\in\Lambda^{\#}$ и $\Lambda_{\lambda}\mathrel{\hat=}\{\alpha\lambda_{0}:\alpha\in R\}$. Ниже понадобится понятие расстояния от точки λ^{*} до множества Λ_{λ}. Как и в эвклидовом пространстве, понимаем под этим величину $\rho(\lambda^{*},\Lambda_{\lambda})=\inf\limits_{\lambda\in\Lambda_{\lambda}}\|\lambda^{*}-\lambda\|_{\Lambda^{\#}}$. Ясно, что $\rho(\lambda^{*},\Lambda_{\lambda})=0$ равносильно $\lambda^{*}\in\Lambda_{\lambda}$. Далее, в соответствии с леммой 2 ([13], с. 129) для любого $\varepsilon>0$ существует сигнальная функция $\lambda_{1}\in\Lambda^{\#}$ такая, что $\rho(\lambda_{1},\Lambda_{\lambda})>1-\varepsilon$. Тогда в качестве элемента h можно взять $(\lambda_{0}x,\lambda_{1}u)\in H$. Чтобы обосновать замкнутость $\Omega^{\#}_{p'}$ в $H_{p'}$ достаточно для тройки $(H_{p'}, \Omega^{\#}_{p'}, \Lambda^{\#}_{p'})$ подтвердить свойство полноты $\Omega^{\#}_{p'}$ в топологии, индуцированной исходной топологией в $H_{p'}$. С этой целью рассмотрим оператор $\varkappa_{p'} : \Lambda^{\#}_{p'} \to \Omega^{\#}_{p'}$ вида $\varkappa_{p'}(\lambda)(t) \mathrel{\hat=} \lambda(t)\chi(t)$, $t \in T$, который является линейной биекцией. В силу теоремы 4 для всех $\lambda \in \Lambda^{\#}_{p'}$ $\|\varkappa_{p'}(\lambda)\|_{H_{p'}} = \|\lambda\|_{\nu,p'}$. Таким образом, оператор $\varkappa_{p'}$ — линейная изометрия, отображающая банахово пространство $\Lambda^{\#}_{p'}$ на $\Omega^{\#}_{p'}$. Отсюда с очевидностью следует полнота, сепарабельность и при $p' > 1$ равномерная выпуклость [17] линейного множества $\Omega^{\#}_{p'}$ в топологии, индуцированной нормой $\|\cdot\|_{H_{p'}}$ (при этом учтено, что ν — мера со счетным базисом и, следовательно, пространство $\Lambda^{\#}_{p'}$ в силу п. а) теоремы 4 сепарабельно).

Следствие 4. $\Lambda^{\#}_{p'}$ и $\Omega^{\#}_{p'}$ линейно изометричны.

(Данное следствие полезно при анализе свойства ОЛД-расширения (см., напр., доказательство теоремы 2 из [9]).)

Для тройки $(H_\infty, \Omega^{\#}_\infty, \Lambda^{\#}_\infty)$ простая переформулировка теоремы 7 неверна. Чтобы устранить препятствия, возникающие на этом пути, рассмотрим одно вспомогательное построение. Назовем ν-существенной нижней гранью функции $\psi \mathrel{\hat=} (\omega_1, \omega_2) \in L_\infty(T,\mu,X) \times L_\infty(T,\mu,Y)$ наибольшую из констант c, для которых $\max(\|\omega_1(t)\|_X, \|\omega_2(t)\|_Y) \geq c$ имеет место ν-почти всюду на T. Обозначим ее через $\nu\text{-}\operatorname{ess\,inf}\|\psi\|_{X,Y}$.

Теорема 8. *Линейное множество $\Omega^{\#}_\infty$ замкнуто в H_∞ тогда и только тогда, когда $\nu\text{-}\operatorname{ess\,inf}\|\chi\|_{X,Y} \neq 0$.*

Быть или не быть элементу $\nu\text{-}\operatorname{ess\,inf}\|\chi\|_{X,Y}$ обратимым — чисто алгебраическое обстоятельство. С другой стороны, замкнутость $\Omega^{\#}_\infty$ зависит от метрических свойств H_∞. В этом состоит одно из неожиданных заключений теоремы 8 — она устанавливает совпадение величин совершенно различного происхождения.

Линейная изометрия $\varkappa_{p'}$, построенная при доказательстве теоремы 7, а также равенство $\xi_\Lambda = \xi \circ \varkappa_{p'}$, делают очевидным

Утверждение 1. *При $p' \in [1,\infty)$ теорема 6 и лемма 2 будут справедливыми, если в них $\Lambda^{\#}$ заменить на $\Omega^{\#}$, а ξ_Λ — на ξ.*

Бесконечномерный вариант (аналог) теоремы 5 из [2] обобщает

Теорема 9. *Пусть Λ_σ — семейство всех характеристических функций σ-алгебры $\mathfrak{S}_\nu$ и пусть для любого $S \in \mathfrak{S}_\nu$ такого, что $\nu(S) > 0$, система функций $\{\langle x^*, \dot{x}(\cdot) \mid S\rangle : x^* \in X^{\#}\}$, где $X^{\#}$ — некоторое тотальное на X подмножество из X^*, не является фундаментальной в $L_1(S,\nu,R)$. Тогда $\xi_\Lambda[\overline{S}^\infty_1(0)] = \xi_\Lambda[\Lambda_\sigma - \Lambda_\sigma]$.*

Замечание 4. а) $\langle x^*, \dot{x}(\cdot) \mid S\rangle \in L_1(S,\nu,R)$ следует из п. а) следствия 2; б) так как мера ν неатомическая, то посылка теоремы 9 заведомо имеет место, если пространство X конечномерно.

Доказательство. Из $\Lambda_\sigma - \Lambda_\sigma \subset \overline{S}^\infty_1(0)$ следует $\xi_\Lambda[\Lambda_\sigma - \Lambda_\sigma] \subset \xi_\Lambda[\overline{S}^\infty_1(0)]$. Чтобы доказать обратное включение, зафиксируем какую-нибудь точку $z \in \xi_\Lambda[\overline{S}^\infty_1(0)]$, $z \neq 0$ (при $z = 0$ дальнейшие выкладки тривиальны) и положим $\Lambda_z \mathrel{\hat=} \{\lambda \in \overline{S}^\infty_1(0) : \xi_\Lambda(\lambda) = z\}$. Достаточно показать, что Λ_z содержит некоторую функцию $\lambda = \chi_{S'} - \chi_{S''}$, $S', S'' \in \mathfrak{S}_\nu$, $S' \cap S'' = \emptyset$, $\nu(S' \cup S'') \neq 0$. Так как оператор $\xi_\Lambda(\cdot)$ слабо непрерывен на $\Lambda^{\#}_\infty$, то множество Λ_z выпукло и $(*)$-слабо компактно. По теореме Крейна–Мильмана Λ_z имеет крайнюю точку. Покажем, что функция, отвечающая этой точке, имеет вид $\chi_{S'} - \chi_{S''}$.

Пусть $\lambda_0 \in \Lambda_z$ и не является функцией вида $\chi_{S'} - \chi_{S''}$. Тогда найдутся такое $S \in \mathfrak{S}_\nu$ и число $\varepsilon \in (0,1)$, что $\nu(S) > 0$ и $-1+\varepsilon \leq \lambda_0 \leq 1-\varepsilon$ на S. Положим $Z \mathrel{\hat=} \chi_s \Lambda^{\#}_\infty$. Если ядро оператора $\xi_\Lambda \mid Z$ нетривиально, то найдется такой элемент $\lambda^* \neq 0$ в подпространстве Z, что $\xi_\Lambda \mid Z(\lambda^*) = 0$ и $-\varepsilon < \lambda^* < \varepsilon$. Ясно, что $(\lambda_0 + \lambda^*)$, $(\lambda_0 - \lambda^*) \in \Lambda_z$ и, следовательно, λ_0 не является крайней точкой множества Λ_z. Поэтому для завершения доказательства теоремы покажем, что $\ker \xi_\Lambda \mid Z(0) \neq \{0\}$.

В соответствии с выражением (3) оператор $\xi_\Lambda : \Lambda_\infty^\# \to X$ в аналитической форме выглядит так: $\xi_\Lambda(\lambda) = \int\limits_T \lambda(t)\dot{x}(t)\mu(dt)$. Следовательно, $\lambda \in \ker \xi_\Lambda \mid Z$ в том и только том случае, если $\int\limits_S \lambda(t)\langle x^*, \dot{x}(t)\rangle \mu dt = 0$ для любого $x^* \in X^\#$. В свою очередь, последнее утверждение справедливо при и только при условии, что $\forall x^* \in X^\#$ имеет место $\int\limits_S \lambda(t)\langle x^*, \dot{x}(t)\rangle \nu(dt) = 0$. С другой стороны, поскольку множество $\{\langle x^*, \dot{x}(\cdot) \mid S\rangle : x^* \in X^\#\}$ не является фундаментальным в $L_1(S, \nu, R)$, то согласно теореме 3 найдется такая функция $\lambda \in L_\infty(S, \nu, R)$, что $\lambda \neq 0$ и $\forall x^* \in X^\#$ будет $\int\limits_S \lambda(t)\langle x^*, \dot{x}(t)\rangle \nu(dt) = 0$.

Следствие 5. В силу следствия 3 множество $\xi_\Lambda[\Lambda_\sigma - \Lambda_\sigma]$ выпукло, компактно и если $X^\#$ счетно, то метризуемо в X_σ.

В заключение раздела остановимся кратко на проблеме существования в $\Omega^\#$ минимального I-базиса, порождающего ту же идентификацию $\mathfrak{I}_\Omega^\#$ на $\mathcal{L}(H, X)$. Ясно, что если такой минимальный I-базис существует, то в соответствии с теоремой 2 при сохранении свойства минимальности в $\Omega^\#$ он должен образовывать множество, фундаментальное в $\Omega^\#$ (в предположении, что топология в $\Omega^\#$ индуцирована исходной топологией в H). Очевидно, что в качестве такого множества мог бы выступать базис банахова пространства $\Omega^\#$. С другой стороны, проблема существования такого базиса (см. краткую справку в [13], с. 514) имеет в силу следствия 4 положительное решение при $H = H_{p'}$, $p' \in [1, \infty)$.

5. Геометрия максимальных идентифицируемых подмножеств в $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{I}_\Omega^\#)$. На заданном отрезке времени практик, как правило, имеет лишь одну траекторию (см., напр., [6]), характеризующую модель системы, что для некоторых классов динамических объектов (в частности, с уравнением состояния (1)) должно принципиально ограничивать такое их свойство как идентифицируемость. В этих случаях понятие максимального идентифицируемого подмножества возникает естественным образом, а исследование его тополого-алгебраической структуры вызывает неформальный интерес.

Будем рассматривать задачу: для идентификационного пространства $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{I}_\Omega^\#)$ построить семейство $\mathcal{M}$ всех максимальных идентифицируемых подмножеств в $\mathcal{L}(H, X)$, при которых структурно описать $\mathcal{M}$ как семейство топологических векторных пространств (ТВП) с топологиями поточечной сходимости на $\Omega^\#$ (постановка B из [1]). Впервые подобная задача была поставлена авторами в статье [2], содержащей результаты для конечномерного объекта (1). В действительности основные черты теории максимальных идентификационных подмножеств и сила функционально-аналитического подхода, лежащего в ее основании, в полной мере проявляются уже в конечномерном случае. Однако сама природа методов и результатов делает распространение их на ТВП настолько естественным, что можно идти ради этого на некоторые технические усложнения и детали.

Пусть $\pi_\omega : \mathcal{L}(H, X) \to X$ — отображение вычисления в точке $\omega \in \Omega^\#$ и $V^\# \subset \mathcal{L}(H, X) \times \mathcal{L}(H, X)$ — идентификационный признак, равный $\bigcap\limits_{\omega \in \Omega^\#} \pi_\omega^{-1} \circ \pi_\omega$ (то, что $\bigcap\limits_{\omega \in \Omega^\#} \pi_\omega^{-1} \circ \pi_\omega \neq \Lambda_L$, гарантировано теоремами 2, 7). Обозначим через $\mathfrak{D}^\#$ разбиение $\mathcal{L}(H, X)$, отвечающее отношению эквивалентности $V^\#$. В соответствии с теоремой 7 из [1] имеет место следующее утверждение: $M \in \mathcal{M} \iff M = \bigcup\limits_{D \in \mathfrak{D}^\#} \{\xi_D\} \,\&\, \xi_D \in D \in \mathfrak{D}^\#$. Следовательно, для каждого $M \in \mathcal{M}$ существует линейный взаимно однозначный оператор $\zeta_M : M \to \mathcal{L}(H, X) / \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^\#} \ker \pi_\omega$ вида $\zeta_M(\xi_D) \mathrel{\widehat{=}} V^\#(\xi_D) = D$, $D \in \mathfrak{D}^\#$. Далее, в силу теоремы 8 из [1] все элементы в $\mathcal{M}$ идентификационно изоморфны. Поэтому, если $(M, \mathfrak{I}^M)$ и $(N, \mathfrak{I}^N)$ — идентификационные подпространства пространств $(\mathcal{L}(H, X), \mathfrak{I}_\Omega^\#)$ и $M, N \in \mathcal{M}$, то оператор $\zeta_M^{-1} \circ \zeta_M : M \to N$ — идентификационный изоморфизм. Определим на элементах из $\mathcal{M}$ алгебраические структуры, а именно, введем бинарную операцию $\oplus$ сложения и операцию $\odot$ умножения на скаляры по правилам

$$\begin{aligned} &\xi_1 \oplus \xi_2 \mathrel{\widehat{=}} \zeta_M^{-1}(\zeta_M(\xi_1) + \zeta_M(\xi_2)), \quad && \xi_1, \xi_2 \in M; \\ &\alpha \odot \xi_3 \mathrel{\widehat{=}} \zeta_M^{-1}(\alpha \zeta_M(\xi_3)), && \alpha \in R, \ \ \xi_3 \in M, \end{aligned}$$

при этом $\zeta_M^{-1}[\bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega] \in M$ назовем нулевым элементом пространства $(M, \oplus, \odot)$ и обозначим через 0_M. Ясно, что операция $\oplus$ ассоциативна и коммутативна, а в сочетании с $\odot$ выполняются дистрибутивность и ассоциативность умножения.

Ходом предыдущих рассуждений по существу было доказано

Утверждение 2. *Тройка $(M, \oplus, \odot)$ — векторное пространство, алгебраически изоморфное фактор-пространству $\mathcal{L}(H, X)/ \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$.*

В большинстве случаев, когда рассматривается конкретное векторное пространство, в нем уже имеется некоторая "естественная" сходимость, которая определяет топологию этого пространства. То, что $(M, \oplus, \odot)$ не исключение, показывает

Теорема 10. *Пусть $\mathcal{T}_M$ — топологическая структура на $M \in \mathcal{M}$, представляющая топологию поточечной сходимости на $\Omega^{\#}$. Тогда $(M, \oplus, \odot, \mathcal{T}_M)$ — ТВП.*

(Так как большинство интересных теорем анализа содержат условия "хаусдорфовости" в качестве одного из предположений, то ниже включаем вторую аксиому отделимости в число аксиом ТВП.)

Доказательство. Обозначим через $\mathcal{L}_S(H, X)$ пространство $\mathcal{L}(H, X)$ с топологией поточечной сходимости на H, которое является ТВП. Заметим, что отображение $\pi_\omega : \mathcal{L}_S(H, X) \to X$ — линейный непрерывный оператор и, следовательно, пространство $\bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$ замкнуто в $\mathcal{L}_S(H, X)$. Таким образом, на $\mathcal{L}_S(H, X)/ \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$ можно корректно определить фактор-топологию, превращающую $\mathcal{L}_S(H, X)/ \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$ в ТВП (см., напр., теорему 1.41 из [15]). Далее, множества $U_M^{\omega Q} \mathrel{\widehat{=}} \{v \in M : v(\omega) \in Q\}$ и $U_{\mathcal{L}}^{\omega Q} \mathrel{\widehat{=}} \{D \in \mathfrak{D}^{\#} : \exists \xi_D \in D \,\&\, \xi_D(\omega) \in Q\}$, где $\omega \in \Omega^{\#}$ и Q — открытая область в X, образуют предбазы соответственно в $\mathcal{T}_M$ и фактор-топологии на $\mathcal{L}_S(H, X)/ \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$. Нетрудно показать, что $\zeta_M^{-1}(D)(\omega) = \xi_D(\omega)$, где $\xi_D \in M \,\&\, \xi_D \in D$ и, следовательно, $\zeta_M^{-1}[U_{\mathcal{L}}^{\omega Q}] = U_M^{\omega Q}$, для любых ω и Q, определенных выше. Таким образом, ζ_M — линейный гомеоморфизм $(M, \oplus, \odot, \mathcal{T}_M)$ на $\mathcal{L}_S(H, X)/ \bigcap\limits_{\omega \in \Omega^{\#}} \ker \pi_\omega$.

Замечание 5. а) Теорема останется справедливой при замене исходной топологии в банаховом пространстве X на $\sigma\langle X, X^* \rangle$. б) Оператор $\zeta_N^{-1} \circ \zeta_M : M \to N$ $(M, N \in \mathcal{M})$ осуществляет линейный гомеоморфизм $(M, \oplus, \odot, \mathcal{T}_M)$ на $(N, \oplus, \odot, \mathcal{T}_N)$.

Заключение. В работе развит геометрический подход к анализу свойств абстрактных идентификационных процессов в классе линейных динамических систем управления с уравнениями состояния в общем банаховом пространстве. Подход основан на идеях и математических конструкциях предложенной в [1] теоретико-множественной аксиоматизации общей теории I-процессов.

Изложенная в данной статье методология является достаточно гибким и эффективным средством анализа формальных идентификационных процессов в классе объектов (1). Она позволяет во многих практических случаях, не касаясь алгоритмической природы используемого метода идентификации, отвечать на "фундаментальные" вопросы; так, например, свойство замкнутости максимального I-базиса одним из основных следствий устанавливает, что принципиально невозможно по реализации одной траектории движения однозначно определить математическую модель динамического объекта (1) (даже в конечномерном случае). Таким образом, в отличие от других известных методов анализа свойств идентифицируемости систем вида (1) и, как правило, предлагающих узкие интерпретации идентифицируемости, изложенный в работе подход позволяет не только решать некоторые частные задачи системного анализа, но и дает универсальную возможность с общих позиций подходить к исследованию свойств I-процессов, при этом формулировать утверждения о таких свойствах с помощью единой системы понятий и терминов.

В качестве приоритетных направлений дальнейшего продвижения общей теории I-процессов в классе динамических объектов с уравнениями состояния в общем банаховом пространстве по мнению авторов могут стать:

— развитие теории в предположении, когда наблюдается выход $y(t) = C(t)x(t)$, где C — оператор наблюдателя;

— изучение идентификационных инвариантов на максимальных идентифицируемых фактор-пространствах (A, B)- и ξ-моделей;

– построение теории сильных (A, B)-моделей (см. [3]–[5], [7]–[9], [18]), связанное с принципом I-эквивалентности [3];

– обоснование I-процессов распределенных систем [19].

Литература

1. Данеев А.В., Русанов В.А. *К аксиоматической теории идентификации динамических систем.* I. *Основные структуры* // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 8. – С. 126–136.
2. Данеев А.В., Русанов В.А. *К аксиоматической теории идентификации динамических систем.* II. *Идентификация линейных систем* // Автоматика и телемеханика. – 1994. – № 9. – С. 120–133.
3. Данеев А.В., Русанов В.А. *Об одной теореме существования сильной модели* // Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 8. – С. 64–73.
4. Vassilyev S.N., Rusanov V.A., Daneev A.V. *About automatic construction of mathematical models by methods of structural and parametrical identification* // CESA'96 Proc. Symp. on applied mathematics and optimization. IMACS–IEE/SMC Multiconference. Computation engineering in systems applications. – Lille. France, 1996. – P. 27–31.
5. Данеев А.В., Русанов В.А. *Геометрические характеристики свойств существования конечномерных (A, B)-моделей в задачах структурно-параметрической идентификации* // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 1. – С. 3–8.
6. Данеев А.В., Куменко А.Е., Русанов В.А. *Задача спектральной идентификации математической модели линейной динамической системы управления ЛА* // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1999. – № 1. – С. 20–24.
7. Данеев А.В., Русанов В.А. *Порядковые характеристики свойств существования сильных линейных конечномерных дифференциальных моделей* // Дифференц. уравнения. – 1999. – Т. 35. – № 1. – С. 43–50.
8. Lakeyev A.V., Rusanov V.A. *On existence of linear nonstationary partially realizing models* // CESA'98 Proc. Symp. on applied mathematics and optimization. IMACS–IEE/SMC Multiconference. Computational engineering in systems applications. – 1998. – P. 201–205.
9. Данеев А.В., Русанов В.А. *Об одном классе сильных дифференциальных моделей над счетным множеством динамических процессов конечного характера* // Изв. вузов. Математика. – 2000. – № 2. – С. 32–40.
10. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. *Очерки по математической теории систем.* – М.: Мир, 1971. – 400 с.
11. Ahmed N.U. *Optimization and identification of systems governed by evolution equation on Banach space.* – New York: John Wiley and Sons, 1988. – 188 p.
12. Иосида К. *Функциональный анализ.* – М.: Мир, 1967. – 624 с.
13. Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ.* – М.: Наука, 1977. – 742 с.

14. Варга Дж. *Оптимальные управления дифференциальными и функциональными уравнениями.* – М.: Наука, 1977. – 624 с.
15. Рудин У. *Функциональный анализ.* – М.: Мир, 1975. – 444 с.
16. Pettis B.J. *A proof that every uniformly convex space is reflexive* // Duke Math. J. – 1939. – V. 5. – P. 249–253.
17. Clarkson J.A. *Uniformly convex spaces* // Trans. Amer. Math. Soc. – 1936. – V. 40. – P. 396–414.
18. Русанов В.А., Данеев А.В., Дмитриев А.В., Мартьянов В.И. *Аналитический подход к теории структурной идентификации: характеризация линейных дифференциальных моделей управления на основе оператора Рэлея–Ритца* // Тр. Международн. конф. "Идентификация систем и задачи управления" (SISPRO'2000). – М., 26–28 сентября, 2000. – С. 525–536.
19. Rusanov V.A., Daneev A.V., Dmitriev A.V. *The spectral analysis of I-processes in the class of mixed problems for linear models of normal-hyperbolic type* // Proc. 14-th World Congress of IFAC, July 5–9, 1999. – Beijing, China. – V. H. – P. 409–414.

Институт динамики
систем и теории управления
Сибирского отделения
Российской Академии наук

Иркутский государственный
технический университет

Поступила
22.11.1999