ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

1998 МАТЕМАТИКА № 1 (428)

УДК 517.956.4

Э.М. ВИХТЕНКО

ОБ ИТЕРАЦИОННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В [1] для квазилинейного дифференциально-операторного уравнения в гильбертовом пространстве был предложен итерационный процесс, линеаризующий данное уравнение. Аналогичный процесс для конкретной задачи исследовался в [2]. В этих работах существенным условием для обоснования сходимости последовательности приближений является условие неотрицательности нелинейного оператора. В данной статье исследуется случай, когда нелинейные слагаемые в квазилинейном параболическом уравнении не обладают свойством неотрицательности. Устанавливается сходимость приближенных решений в пространстве Гёльдера и даются оценки скорости сходимости.

1. Постановка задачи и вспомогательные утверждения

Рассмотрим в цилиндре $Q_T = \Omega \times (0,T)$ с боковой поверхностью $S_T = \partial\Omega \times (0,T)$, $\Omega \subset R^n$, $\partial\Omega$ — граница ограниченной области Ω, $T > 0$ — любое число, первую краевую задачу для квазилинейного параболического уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(x,t,u,\nabla u)\frac{\partial u}{\partial x_i} + a(x,t,u,\nabla u) = f(x,t), \tag{1}$$

$$u(x,0) = \psi_0(x), \quad x \in \Omega, \qquad u(x,t) = 0, \quad (x,t) \in S_T. \tag{2}$$

В дальнейшем потребуются пространства $L_p(Q_T)$, $L_p(\Omega)$, $W_p^{2l,l}(Q_T)$, $W_p^{2l}(\Omega)$, $H^{2l+\alpha,\,l+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, $H^{2l+\alpha}(\overline{\Omega})$, где $0 < \alpha < 1$, l — целое неотрицательное число, определение которых можно найти в [3].

Относительно коэффициентов уравнения $a_i(x,t,u,\nabla u)$, $a(x,t,u,\nabla u)$ и $a_{ij}(x)$ предполагаем, что $a_{ij}(x) \in H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)$ и для любой функции $z(x,t)$ из $H^{2+\alpha,\,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$ функции $a_i(x,t,z,\nabla z)$ и $a(x,t,z,\nabla z)$ принадлежат пространству $H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)$. Граница $\partial\Omega$ области Ω принадлежит классу $H^{2+\alpha}$.

Для задачи (1)–(2) рассмотрим следующий итерационный процесс:

$$\frac{\partial u^s}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2 u^s}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(x,t,u^{s-1},\nabla u^{s-1})\frac{\partial u^s}{\partial x_i} + a(x,t,u^{s-1},\nabla u^{s-1})u^s = f(x,t), \tag{3}$$

$$u^s(x,0) = \psi_0(x,), \quad x \in \Omega, \qquad u^s(x,t) = 0, \quad (x,t) \in S_T, \quad s = 1,2,\dots, \tag{4}$$

где в качестве стартовой точки $u^0(x,t)$ возьмем любую функцию пространства $H^{2+\alpha,\,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, удовлетворяющую условиям (2).

Положим $a_i^s = a_i(x,t,u^s,\nabla u^s)$ и $a^s = a(x,t,u^s,\nabla s)$. Считаем, что для функций $f(x,t)$ и $\psi_0(x)$ выполнены тождества

$$u(x,0) = \psi_0(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega,$$
$$\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2\psi_0}{\partial x_i \partial x_j} - \sum_{i=1}^{n} a_i(x,0,\psi_0,\nabla\psi_0)\frac{\partial\psi_0}{\partial x_i} - a(x,0,\psi_0,\nabla\psi_0)\psi_0 + f(x,0) = 0, \quad x \in \partial\Omega. \tag{5}$$

Лемма 1. *Пусть $f(x,t) \in H^{\alpha,\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, $\psi_0(x) \in H^{2+\alpha}(\overline{\Omega})$ $(0 < \alpha < 1)$ и выполнены условия (5). Пусть функция $a(x,t,z,\nabla z) \geq a_0 > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q}_T$ и для любой функции $z(x,t)$ из $H^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, удовлетворяющей условиям (2). Пусть, наконец, функции $a_i(x,t,\xi,\zeta)$ и $a(x,t,\xi,\zeta)$ в $Q_T \times R \times R$ удовлетворяют условиям*

$$|a_i(x,t,\xi,\zeta)| \leq \phi_i(|\xi|), \tag{6}$$
$$|a(x,t,\xi,\zeta)| \leq \psi(|\xi|)(1+|\zeta|)^\gamma, \tag{7}$$

где $0 \leq \gamma \leq 1$, а функции $\phi_i(\xi)$ и $\psi(\xi)$ — неотрицательные непрерывные неубывающие функции на $[0,\infty)$.

Тогда при каждом s линейная задача (3)–(4) имеет единственное решение $u^s(x,t)$ из пространства $H^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, причем верна оценка

$$\|u^s\|_{W_2^{2,1}(Q_T)} \leq M_1, \tag{8}$$

где постоянная M_1 не зависит от s.

Доказательство. В силу предположений о коэффициентах уравнения и функциях $f(x,t)$ и $\psi_0(x)$, а также выполнения условий (5), которые являются условиями согласования порядка единицы (см., напр., [3], с.363), линейная задача (3)–(4) при каждом s (см., напр., [3], с.364) имеет единственное решение $u^s(x,t)$ из пространства $H^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$.

Так как $u^s(x,t)$ принадлежит пространству $H^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$, то согласно принципу максимума (см., напр., [3], с.22) верна оценка

$$\sup_{Q_T} |u^s(x,t)| \leq M_2, \tag{9}$$

где постоянная M_2 не зависит от s.

Умножим тождество (3) на $-\Delta u^s$ и проинтегрируем по цилиндру $\Omega \times (0,t)$, где $0 < t \leq T$. Используя неравенство острого угла [4], после некоторых преобразований получаем

$$\frac{1}{2}\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} + M_3\int_0^t \|u^s\|^2_{W_2^2(\Omega)}d\tau \leq \frac{1}{2}\|\nabla\psi_0\|^2_{L_2(\Omega)} + \int_0^t \|f\|_{L_2(\Omega)}\|\Delta u^s\|_{L_2(\Omega)}d\tau +$$
$$+ \int_0^t \sum_{i=1}^n \left\| a_i^{s-1}\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right\|_{L_2(\Omega)} \|\Delta u^s\|_{L_2(\Omega)}d\tau + \int_0^t \|a^{s-1}u^s\|_{L_2(\Omega)}\|\Delta u^s\|_{L_2(\Omega)}d\tau.$$

Оценим каждое слагаемое правой части с помощью следующих неравенств: $\|\Delta u^s\|_{L_2(\Omega)} \leq M_4\|u^s\|_{W_2^2(\Omega)}$, $|a|\,|b| \leq \varepsilon a^2 + \varepsilon^{-1}b^2$, $\varepsilon > 0$. Тогда при определенном выборе ε последнее соотношение преобразуется к виду

$$\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} + M_5\int_0^t \|u^s\|^2_{W_2^2(\Omega)}d\tau \leq M_6\Big(\|\nabla\psi_0\|^2_{L_2(\Omega)} + \|f\|^2_{L_2(Q_T)} +$$
$$+ \int_0^t \sum_{i=1}^n \int_\Omega \left| a_i^{s-1}\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right|^2 dx\,d\tau + \int_0^t\int_\Omega |a^{s-1}u^s|^2\,dx\,d\tau\Big).$$

Отсюда и из (6), (7)

$$\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} + M_5\int_0^t \|u^s\|^2_{W_2^2(\Omega)}d\tau \le M_6\Big(\|\nabla\psi_0\|^2_{L_2(\Omega)} + \|f\|^2_{L_2(Q_T)} +$$
$$+\sum_{i=1}^n\int_0^t\int_\Omega \phi_i^2(|u^{s-1}|)\left|\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right|^2 dx\,d\tau + \int_0^t\int_\Omega \psi^2(|u^{s-1}|)(1+|\nabla u^{s-1}|)^{2\gamma}|u^s|^2 dx\,d\tau\Big). \quad (10)$$

Далее, нетрудно заметить, что

$$\int_\Omega (1+|\nabla u^{s-1}|)^{2\gamma}dx \le M_7 + M_8\|\nabla u^{s-1}\|^2_{L_2(\Omega)}, \quad (11)$$

где постоянные M_7 и M_8 не зависят от s. Из (9), (10) и (11)

$$\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} + M_5\int_0^t \|u^s\|^2_{W_2^2(\Omega)}d\tau \le M_9\Big(M_{10} + \int_0^t\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)}d\tau + \int_0^t\|\nabla u^{s-1}\|^2_{L_2(\Omega)}d\tau\Big).$$

Известно (см., напр., [3], с.95), что для всех $\delta\in(0,\delta_0)$ и всех функций $z(x)\in W_2^2(\Omega)$ верна оценка

$$\|\nabla z\|^2_{W_2^1(\Omega)} \le \frac{c_1}{\delta}\|z\|^2_{L_2(\Omega)} + c_2\delta\|z\|^2_{W_2^2(\Omega)},$$

где постоянные c_1 и c_2 не зависят от выбора функции $z(x)$. Отсюда и из предыдущего неравенства при малых δ вытекает следующее соотношение между u^s и u^{s-1}:

$$\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} \le M_{11} + M_{12}\int_0^t\|\nabla u^{s-1}\|^2_{L_2(\Omega)}d\tau. \quad (12)$$

Последовательно применяя (12), получаем неравенство

$$\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)} \le M_{11}\Big(1+\frac{M_{12}t}{1\,!}+\frac{(M_{12}t)^2}{2\,!}+\dots+\frac{(M_{12}t)^s}{s\,!}\Big) + M_{12}\frac{t^s}{s\,!}\|\nabla\psi_0\|^2_{L_2(\Omega)} \le M_{13}, \quad (13)$$

где постоянная M_{13} не зависит от s.

Из неравенства коэрцитивности для линейного параболического уравнения ([3], с.389) имеем

$$\|u^s\|^2_{W_2^{2,1}(Q_T)} \le M_{14}\Big(\|f\|^2_{L_2(Q_T)} + \|a^{s-1}u^s\|^2_{L_2(Q_T)} + \sum_{i=1}^n\Big\|a_i^{s-1}\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\Big\|^2_{L_2(Q_T)} + \|\psi_0\|^2_{W_2^1(\Omega)}. \quad (14)$$

Оценим слагаемые в правой части, учитывая (9) и (13), а также условия (6) и (7) нелинейности

$$\|a^{s-1}u^s\|^2_{L_2(Q_T)} = \int_0^T\int_\Omega |a^{s-1}|^2\,|u^s|^2\,dx\,d\tau \le M_{15}\int_0^T\int_\Omega(1+|\nabla u^{s-1}|)^{2\gamma}\,dx\,d\tau \le$$
$$\le M_{16} + M_{17}\int_0^T\|\nabla u^{s-1}\|^2_{L_2(\Omega)}d\tau \le M_{18}, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n\Big\|a_i^{s-1}\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\Big\|^2_{L_2(Q_T)} = \sum_{i=1}^n\int_0^T\int_\Omega|a_i^{s-1}|^2\left|\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right|^2 dx\,d\tau \le M_{19}\int_0^T\|\nabla u^s\|^2_{L_2(\Omega)}d\tau \le M_{20}. \quad (16)$$

Подставляя (15) и (16) в (14), получаем оценку (8). $\square$

Лемма 2. *Пусть выполнены условия леммы* 1, *тогда при каждом* s *для приближенного решения* u^s *верно неравенство*

$$\sup_{Q_T}|\nabla u^s| \le M_{21}, \quad (17)$$

где постоянная M_{21} *не зависит от* s.

Доказательство. Для простоты доказательства рассмотрим случай $n = 3$. Известно ([3], с.95), что для всех функций $z(x,t)$ из $W_q^{2.1}(Q_T)$ справедливо соотношение

$$\|\nabla z\|_{L_p(Q_T)} \le M_{22}\|z\|_{W_q^{2,1}(Q_T)}$$

при условии, что $p \ge q$, $1 - 5(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}) \ge 0$. Отсюда в силу (8) при $q = 2$ для всех u^s получаем

$$\|\nabla z\|_{L_{\frac{10}{3}}(Q_T)} \le M_{23}. \tag{18}$$

Запишем неравенство коэрцитивности для линейных параболических уравнений

$$\|u^s\|^2_{W^{2,1}_{\frac{10}{3}}(Q_T)} \le M_{24}\left(\|f\|^2_{L_{\frac{10}{3}}(Q_T)} + \|a^{s-1}u^s\|^2_{L_{\frac{10}{3}}(Q_T)} + \sum_{i=1}^{n}\left\|a_i^{s-1}\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right\|^2_{L_{\frac{10}{3}}(Q_T)} + \|\psi_0\|^2_{W^{\frac{7}{5}}_{\frac{10}{3}}(\Omega)}\right).$$

Если оценить правую часть аналогично (15) и (16), используя (6), (7), (9) и (18), то получим равномерную ограниченность решений u^s по норме пространства $W^{2,1}_{\frac{10}{3}}(Q_T)$. Известно ([3], с.95), что пространство $W^{2,1}_{\frac{10}{3}}(Q_T)$ вложено в $C^1(Q_T)$, тем самым завершено доказательство при $n = 3$. Аналогичными рассуждениями можно получить оценку (17) при любом n. $\square$

2. Сходимость приближенных решений

Теорема 1. *Пусть выполнены условия леммы* 1 *и*

$$\begin{aligned} |a_i(x,t,\xi,\zeta) - a_i(x,t,\nu,\theta)| &\le \Phi_i(|\xi|,|\zeta|,|\nu|,|\theta|)(|\xi-\nu| + |\zeta-\theta|),\\ |a_(x,t,\xi,\zeta) - a_i(x,t,\nu,\theta)| &\le \Psi_(|\xi|,|\zeta|,|\nu|,|\theta|)(|\xi-\nu| + |\zeta-\theta|)\end{aligned} \tag{19}$$

для любых $(x,t,\xi,\zeta,\nu,\theta) \in \overline{Q}_T \times R^4$, *где функции* Φ_i, Ψ — *неотрицательные непрерывные неубывающие функции на* R^4.

Тогда последовательные приближения u^s *сходятся к решению задачи* (1)–(2) *по норме пространства* $W_2^{2,1}(Q_T)$, *причем*

$$\sup_{0\le t\le T}\|\nabla(u^s - u)\|^2_{L_2} \le \frac{M_{25}^s}{s\,!}, \tag{20}$$

где постоянная M_{25} *не зависит от* s

Доказательство. Обозначим $v^{s,m} = u^{s+m} - u^s$. Для $v^{s,m}$ справедливо тождество

$$\frac{\partial v^{s,m}}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2 v^{s,m}}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i^{s+m-1}\frac{\partial v^{s,m}}{\partial x_i} + \\ + \sum_{i=1}^{n}(a_i^{s+m-1} - a_i^{s-1})\frac{\partial u^s}{\partial x_i} + a^{s+m-1}v^{s,m} + (a^{s+m-1} - a^{s-1})u^s \equiv 0. \tag{21}$$

Умножим последнее тождество на $-\Delta v^{s,m}$ и проинтегрируем по цилиндру $Q_t = \Omega \times (0,t)$, $0 < t \le T$. Тогда

$$\frac{1}{2}\|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} + M_{26}\int_0^t \|v^{s,m}\|^2_{W_2^2(\Omega)}d\tau \le \\ \le \int_0^t\sum_{i=1}^{n}\int_\Omega \left|a_i^{s+m-1}\frac{\partial v^{s,m}}{\partial x_i}\right||\Delta v^{s,m}|dx\,d\tau + \int_0^t\sum_{i=1}^{n}\int_\Omega\left|(a_i^{s+m-1} - a_i^{s-1})\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\right||\Delta v^{s,m}|dx\,d\tau + \\ + \int_0^t\int_\Omega |a^{s+m-1}v^{s,m}|\,|\Delta v^{s,m}|dx\,d\tau + \int_0^t\int_\Omega |(a^{s+m-1} - a_i^{s-1})u^s|\,|\Delta v^{s,m}|dx\,d\tau. \tag{22}$$

Из (22) вытекает следующее соотношение:

$$\|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} + M_{27}\int_0^t \|v^{s,m}\|^2_{W_2^2(\Omega)} d\tau \le$$
$$\le M_{28}\Big(\int_0^t \sum_{i=1}^n \int_\Omega |a_i^{s+m-1}|^2 \Big|\frac{\partial v^{s,m}}{\partial x_i}\Big|^2 dx\, d\tau + \int_0^t \sum_{i=1}^n \int_\Omega |(a_i^{s+m-1} - a_i^{s-1})|^2 \Big|\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\Big|^2 dx\, d\tau +$$
$$+ \int_0^t \int_\Omega |a^{s+m-1}|^2\, |v^{s,m}|^2\, dx\, d\tau + \int_0^t \int_\Omega |(a^{s+m-1} - a_i^{s-1})|^2\, |u^s|^2\, dx\, d\tau\Big).$$

Далее, используя оценки (6), (7), а также (9) и (17), получаем

$$\|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} + M_{27}\int_0^t \|v^{s,m}\|^2_{W_2^2(\Omega)} d\tau \le$$
$$\le M_{29}\Big(\int_0^t \|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau + \int_0^t \sum_{i=1}^n \int_\Omega |(a_i^{s+m-1} - a_i^{s-1})|^2\, dx\, d\tau +$$
$$+ \int_0^t \|v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau + \int_0^t \int_\Omega |(a^{s+m-1} - a_i^{s-1})|^2\, dx\, d\tau\Big). \quad (23)$$

Так как решения u^{s+m} и u^s удовлетворяют оценкам (9), (17), то из (23) и (19) вытекает

$$\|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} \le M_{30}\Big(\int_0^t \|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau + \int_0^t \|\nabla v^{s-1,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau\Big).$$

Отсюда и из неравенства Гронуолла следует

$$\|\nabla v^{s,m}\|^2_{L_2(\Omega)} \le M_{30}\exp(M_{29}T)\int_0^t \|\nabla v^{s-1,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau = M_{31}\int_0^t \|\nabla v^{s-1,m}\|^2_{L_2(\Omega)} d\tau.$$

Из неравенства (23) по аналогии с рассуждениями работы [1] получаем оценку

$$\sup_t \|\nabla(u^{s+m} - u^s)\|_{L_2(\Omega)} \le \frac{(M_{32}T)^s}{s\,!}. \quad (24)$$

Справедливо следующее неравенство, которое является следствием неравенства коэрцитивности для (21)

$$\|v^{s,m}\|^2_{W_2^{2,1}(Q_T)} \le M_{33}\Big(\Big\| \sum_{i=1}^n a_i^{s+m-1}\frac{\partial v^{s,m}}{\partial x_i}\Big\|^2_{L_2(Q_T)} + \Big\|\sum_{i=1}^n (a^{s+m-1} - a_i^{s-1})\frac{\partial u^s}{\partial x_i}\Big\|^2_{L_2(Q_T)} +$$
$$+ \|a^{s+m-1}v^{s,m}\|^2_{L_2(Q_T)} + \|(a^{s+m-1} - a^{s-1})u^s\|^2_{L_2(Q_T)}\Big).$$

Используя свойства функций a_i и a, а также оценки (9), (17) и (24), получаем, что последовательность u^s фундаментальна в пространстве $W_2^{2,1}(Q_T)$. Вследствие полноты пространства $W_2^{2,1}(Q_T)$ существует предельный элемент u, являющийся решением задачи (1)–(2). Если перейти к пределу при $m \to \infty$ в (24), то получим оценку (20). □

Теорема 2. *Пусть выполнены условия теоремы* 1. *Пусть*

$$\|a_i(a,t,u^s,\nabla u^s) - a_i(x,t,u,\nabla u)\|_{H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)} + \|a(x,t,u^s,\nabla u^s) - a(x,t,u,\nabla u)\|_{H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)} \to 0,$$

если

$$\|u^s - u\|_{H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)} + \|\nabla(u^s - u)\|_{H^{\alpha,\,\alpha/2}(\overline{Q}_T)} \to 0.$$

Тогда последовательность приближенных решений u^s сходится к точному решению и в пространстве $H^{2+\alpha,\,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$.

Доказательство. В условиях теоремы при каждом s решение u^s задачи (3)–(4) принадлежит пространству $H^{2+\alpha,\,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$. Более того, задача (1)–(2) имеет единственное решение u из данного пространства (см. [3], с.364). По аналогии с доказательством леммы 2 можно показать, что последовательность u^s сходится к u, а ∇u^s — к ∇u в пространстве $W_q^{2,1}(Q_T)$ при достаточно большом q $\left(q > \frac{n+2}{1-\alpha}\right)$. Используя оценку, приведенную в ([3], с.95), получаем, что последовательность $\{u^s, \nabla u^s\}$ сходится к $\{u, \nabla u\}$ по норме пространства $H^{\alpha,\,\alpha/1}\overline{Q}_T)$.

Положим $z^s = u^s - u$, тогда для z^s будет выполняться тождество

$$\frac{\partial z^s}{\partial t} - \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial^2 z^s}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i^{s-1} \frac{\partial z^s}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{n} (a_i^{s-1} - a_i) \frac{\partial u}{\partial x_i} + a^{s-1} z^s + (a^{s-1} - a) u \equiv 0. \qquad (25)$$

После применения в (25) неравенства коэрцитивности в пространствах Гёльдера ([3], с.364) и учета вышесказанного следует, что u^s сходится к u в $H^{2+\alpha,\,1+\alpha/2}(\overline{Q}_T)$. $\square$

Литература

1. Зарубин А.Г. *Об итерационном методе решения задачи Коши для квазилинейного дифференциально-операторного уравнения* // Изв. вузов. Математика. – 1992. – № 12. – С.21–27.
2. Зарубин А.Г. *Об итерационном методе приближенного решения начально-краевой задачи для уравнений тепловой конвекции* // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. – 1993. – Т. 33. – № 8. – С. 1218–1227.
3. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. *Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа.* – М.: Наука, 1967. – 736 с.
4. Соболевский П.Е. *Об уравнениях с операторами, образующими острый угол* // ДАН СССР. – 1957. – Т. 116. – № 5. – С. 754–757.

Хабаровский государственный технический университет

Поступила 27.05.1995