

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение

высшего профессионального образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности КФУ

Проф. Д.К. Нурғалиев

" 12 " 09 2019 г.



**Программа дисциплины**

**Б1.В.ДВ.1 Гарантийные процедуры статистического вывода**

Направление подготовки: 02.06.01 Компьютерные и информационные науки

Направленность (профиль) подготовки: 01.01.07 Вычислительная математика

Квалификация выпускника «Исследователь. Преподаватель-исследователь»

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

## **1. КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ**

Целью изучения дисциплины является систематическое изучение высших разделов математической статистики, ее строгой аксиоматики, современных методов построения оптимальных оценок и статистической проверке гипотез. Особое внимание уделяется планированию объема испытаний, гарантирующих статистический вывод с заданной точностью и надежностью.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Курс «Гарантийные процедуры статистического вывода» входит в разряд дисциплин по выбору, осваивается на втором году обучения (4 семестр) и опирается на знания из общих курсов математического и функционального анализа, алгебры и геометрии.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать общие принципы и методы статистического исследования, а также методы построения вероятностных моделей и общие подходы к их идентификации по результатам наблюдений;

уметь применять материал, представленный в программе курса, к анализу реальных статистических данных;

владеть навыками построения оптимальных процедур статистического вывода и в планировании требуемого объема испытаний;

демонстрировать способность и готовность применять полученные знания на практике и в исследовательской деятельности.

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ПК- 2	способность подготавливать научные работы для публикации в ведущих российских и международных изданиях, а также выступления на российских и международных научно-практических конференциях

## **4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **4.1. Распределение трудоёмкости дисциплины (в часах) по видам нагрузки обучающегося и по разделам дисциплины**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов: лекций –

18ч., практика – 18ч, самостоятельная работа- 72ч.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине: зачет в 4 семестре.

	Раздел дисциплины	Семестр	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа
1.	Проблема статистического вывода	4	2	2	-	8
2.	Нижние границы для среднего объема выборки	4	4	4	-	16
3.	Оптимальный объем наблюдений при гарантийном статистическом выводе	4	4	4	-	16
4.	Необходимый объем выборки	4	4	4	-	16
5.	Последовательный критерий отношения правдоподобия	4	4	4	-	16

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Проблема статистического вывода

Пространство решений. Класс наблюдаемых случайных величин. Параметрическое пространство. Семейство априорных распределений. Вероятностная модель. Интерпретация решений в терминах значений параметра. Статистический эксперимент. Правила остановки, выбора и принятия решения. Априорный риск. Функция d-риска. Гарантийность статистического вывода.

### Тема 2. Нижние границы для среднего объема выборки

Меры информации и их свойства. Статистические проблемы с конечным числом решений. Асимптотическая эффективность процедур тестирования. Непараметрические критерии согласия. Непараметрические критерии инвариантности. Непараметрические критерии независимости.

### Тема 3. Оптимальный объем наблюдений при гарантийном статистическом выводе

Гарантийная проверка гипотез (ортодоксальный и байесовский подходы). Различение двух сложных гипотез. Гарантийная оценка параметров. D-гарантийная оценка параметров. Оптимальный момент остановки статистического эксперимента.

### Тема 4. Необходимый объем выборки (НОВ)

Проверка гипотез (ортодоксальная гарантийность). Асимптотические разложения для НОВ. Асимптотика НОВ (d-гарантийность).

## **Тема 5. Последовательный критерий отношения правдоподобия**

Последовательный критерий отношения правдоподобия. Средний объем наблюдений. Мощность критерия. Последовательные критерии в d-апостериорном подходе к различению гипотез.

## **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Обучение происходит в форме лекций, практических занятий и самостоятельной работы студентов. Часть лекционных и практических занятий может быть проведена в виде семинаров, предполагающих самостоятельное ознакомление с темой аспирантов и представление ее аудитории под руководством преподавателя.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Самостоятельная работа обучающихся включает в себя следующие виды работ: изучение теоретического (лекционного) материала, решение задач и упражнений по теме, подготовка к самостоятельному изложению теоретического материала и самостоятельному проведению практических занятий.

### **Планы практических занятий**

#### **Практическое занятие 1**

Рассмотрение задачи построения оценок для среднего нормального распределения: определение функций потерь (квадратическая и абсолютная); определение параметрического пространства; построение оценок при различных видах функции потерь и их сравнение; построение оценки с гарантированной точностью и описание соответствующей оценке правила остановки, выбора и принятия решения.

#### **Практическое занятие 2**

Нахождение вида выражения для различающей информации по Кульбаку-Лейблеру для различных статистических моделей: семейство нормальных распределений при общей известной дисперсии, индексированное параметром среднего значения; семейство биномиальных распределений с общим известным объёмом, индексированное параметром вероятности успеха и т.д. Вычисление точечной информации Фишера для некоторых семейств распределения: нормального, показательного и т.д..

#### **Практическое занятие 3**

Вычисление нижних границ для среднего объёма наблюдений критерия статистического гарантийного различения двух односторонних гипотез о значении среднего значения нормального распределения при известной дисперсии. Построение нижней границы для среднего объёма наблюдений для критерия различения двух односторонних гипотез о параметре масштабного показательного распределения. Определение эффективности критериев относительно построенных нижних границ.

#### Практическое занятие 4

Вычисление необходимого объёма наблюдений в задаче гарантийного оценивания среднего значения нормального распределения при известной дисперсии в ортодоксальной постановке задачи. Рассмотрение задачи построения необходимого объёма наблюдений для гарантийного оценивания среднего значения наблюдений при известной дисперсии в байесовской постановке, когда среднее значение является случайной величиной с априорным нормальным распределением с некоторым средним и дисперсией. Построение процедуры последовательного критерия отношения вероятностей для различения простых гипотез.

#### Практическое занятие 5

Вычисление оптимального объёма выборки при оценке стандартного отклонения нормального распределения с гарантированными относительной точностью и надёжностью при функции потерь, основанной на отношении дисперсий. Оптимальный объём наблюдений при оценивании параметра показательного распределения в ортодоксальной постановке, а также байесовской постановке при бета-распределении параметра.

#### Практическое занятие 6

Построение асимптотики минимального объёма наблюдений на примере задачи различения простых гипотез о среднем значении нормального распределения при сближающихся гипотезах. Вычисление необходимого объёма наблюдений в задаче построения  $d$ -гарантийной оценки для среднего значения нормального распределения при известной дисперсии и априорном нормальном распределении среднего значения. Конструкция процедуры первого перескока различения гипотез, основанной на  $d$ -риске.

#### Практическое занятие 7

Нахождения разложения необходимого объёма выборки при сближающихся альтернативах в задаче проверки двух простых гипотез о среднем значении нормального распределения при фиксированной известной дисперсии. Нахождения необходимого объёма выборки для  $d$ -гарантийного различения двух простых гипотез о значении среднего нормального распределения при стандартном нормальном априорном распределении.

#### Практическое занятие 8

Построение последовательного критерия отношения правдоподобия для различения двух гипотез о среднем нормального распределения. Оценка среднего объёма наблюдений полученного критерия. Общая конструкция процедуры первого перескока для задачи различения гипотез о вероятности успеха биномиального закона.

## Практическое занятие 9

Вычисление границ продолжения наблюдений по заданным ограничениям на вероятности первого и второго рода в задаче различения двух гипотез о параметре показательного распределения. Построение  $d$ -гарантийной процедуры первого перескока в проблеме различения двух сложных гипотез о среднем значении нормального распределения при нормальном априорном распределении параметра. Мощность критериев.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 7.1. Регламент дисциплины

Процедура оценивания знаний, умений, навыков, характеризующая этапы формирования компетенций по дисциплине осуществляется в ходе текущего и промежуточного контроля.

Текущий контроль организуется в формах:

- проверки письменных заданий
- оценки подготовки самостоятельного изложения теоретического материала.

Промежуточный контроль осуществляется в форме итогового зачета.

Зачет включает теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень освоения студентами знаний и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков

### 7.2. Оценочные средства текущего контроля

**Примеры фактов для самостоятельного изложения теоретического материала:**

**Тема: проблема статистического вывода**

1. Примеры на построение вероятностной модели
2. Байесовская постановка задачи статистического вывода. Априорный риск и  $d$ -риск.
3. Основные теории задачи теории решений.

**Тема: нижние границы для среднего объёма выборки**

1. Свойства различающей информации по Кульбаку-Лейблеру.

2. Свойства различающей информации по Фишеру.
3. Непараметрические критерии согласия.

**Тема: оптимальный объём наблюдений при гарантийном статистическом выводе**

1. Гарантийная проверка гипотез (ортодоксальный и байесовский подходы).
2. d-гарантийная оценка параметров нормального закона.

**Тема: необходимый объём выборки**

1. Проверка гипотез в ортодоксальном, байесовском и d-апостериорном подходах.
2. Асимптотика необходимого объёма выборки при жёстких ограничениях на вероятности ошибок.
3. Последовательный критерий отношения правдоподобия Вальда.

**Тема: последовательный критерий отношения правдоподобия**

1. Примеры с нормальным и биномиальными распределениями.
2. Последовательные критерии в d-апостериорном подходе к различению гипотез.
3. Процедура первого перескока в d-апостериорном подходе.

**Примеры для проверки письменных заданий:**

- 1) Построение критерия различения двух сложных гипотез о среднем значении нормального распределения в байесовской постановке (при нормальном априорном распределении среднего, при двухзначном и т.д.); вычисление байесовского и d-риска.
- 2) Вычисление точечной информации Фишера для некоторых семейств показательного распределения
- 3) Вычисление нижних границ для среднего объёма наблюдений критерия статистического гарантийного различения двух односторонних гипотез о значении среднего значения нормального распределения при известной дисперсии.
- 4) Вычисление необходимого объёма наблюдений в задаче гарантийного оценивания среднего значения нормального распределения при известной дисперсии в ортодоксальной постановке задачи.
- 5) Вычисление оптимального объёма выборки при оценке стандартного отклонения нормального распределения
- 6) Вычисление необходимого объёма наблюдений в задаче построения d-гарантийной оценки для среднего значения нормального распределения при известной дисперсии и априорном нормальном распределении среднего значения.
- 7) Нахождения необходимого объёма выборки для d-гарантийного различения двух простых гипотез о значении среднего нормального распределения
- 8) Оценка среднего объёма наблюдений
- 9) Вычисление границ продолжения наблюдений по заданным ограничениям на вероятности первого и второго рода

- 10) Пусть среднее значение  $\theta$  нормальной случайной величины обладает априорным нормальным распределением  $N(\mu, \tau^2)$ . Вычислить d-риск выборочного среднего при квадратичной функции потерь  $L(\theta, d) = (\theta - d)^2$ .
- 11) Вычислить нижние границы при различении гипотез двух односторонних гипотез  $H_0: \theta \leq \theta_0$  и  $H_1: \theta \geq \theta_1$  ( $\theta_0 < \theta_1$ ) о параметре  $\theta$  экспоненциального распределения  $E(\theta)$  при заданном расстоянии между гипотезами.
- 12) В рамках нормальной-нормальной модели найти явную формулу для определения оптимального объема наблюдений в задаче различения односторонней гипотезы о среднем значении нормального распределения  $\theta \leq 0$  при альтернативе  $\theta > 0$  при известной дисперсии  $\sigma^2 = 1$ , когда среднее обладает априорным нормальным распределением  $N(\mu^2, \tau^2)$  с  $\mu = 0, \tau^2 = 1$ .
- 13) Предложить метод нахождения необходимого объема наблюдений при проверке гипотезы  $\theta < \theta_0$  с заданным уровнем значимости  $\alpha_0$  о масштабном параметре  $\theta$  показательного распределения, когда гарантируется требуемая мощность  $1 - \alpha_1$  критерия в области  $\theta > \theta_1$  ( $> \theta_0$ ).
- 14) Построение последовательного критерия отношения правдоподобия для различения двух простых гипотез о параметре интенсивности  $\Theta$  пуассоновского распределения  $P(\Theta)$  при априорном бета-распределении  $B(\alpha, \beta)$ .

### 7.3 Вопросы к зачету

Пространство решений. Класс наблюдаемых случайных величин. Семейство возможных распределений наблюдаемых случайных величин. Параметрическое пространство. Семейство априорных распределений. Вероятностная модель. Интерпретация решений в терминах значений параметра. Функция потерь. Примеры на построение вероятностной модели. Статистический эксперимент. Правила остановки, выбора и принятия решения. Решающая функция. Стратегия. Образ стратегии. Оперативная характеристика. Функция риска. Априорный риск. Функция d-риска. Гарантийность статистического вывода. Основные задачи теории решений. Меры информации и их свойства. Нижние границы общего вида. Статистические проблемы с конечным числом решений. Различение многих гипотез. Асимптотическая эффективность процедур тестирования многих гипотез по выборке фиксированного объема. Непараметрические критерии согласия. Эффективность критериев Колмогорова и Смирнова. Непараметрические критерии инвариантности. Непараметрические критерии независимости. Минимально достаточный момент остановки. Гарантийная проверка гипотез (ортодоксальный и байесовский подходы). Различение двух сложных гипотез (d-гарантийность, лемма Симушкина). Гарантийная оценка параметров. Оценка параметра показательного распределения. D-гарантийная оценка параметров. Оптимальный момент остановки статистического эксперимента. Проверка гипотез (ортодоксальная гарантийность). Асимптотика НОВ при сближающихся альтернативах. Асимптотика НОВ при жестких ограничениях на вероятности ошибок. Асимптотические разложения для НОВ. Асимптотика НОВ (d-гарантийность). Последовательный критерий отношения правдоподобия. Определение границ продолжения наблюдений по заданным ограничениям на вероятности ошибок первого и второго рода. Средний объем наблюдений. Мощность критерия. Примеры с



нормальным и биномиальным распределениями. Последовательные критерии в d-апостериорном подходе к различению гипотез.

#### 7.4. Таблица соответствия компетенций, критериев оценки их освоения и оценочных средств

Индекс компетенции	Расшифровка компетенции	Показатель формирования компетенции для данной дисциплины	Оценочное средство
ПК-2	способность подготавливать научные работы для публикации в ведущих российских и международных изданиях, а также выступления на российских и международных научно-практических конференциях	Умение подготавливать и докладывать результаты научной деятельности, полученные в ходе исследований	Факты для самостоятельного изложения теоретического материала

### 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПРИ ОСВОЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

В процессе обучения аспирантов по дисциплине основными формами обучения являются: аудиторные занятия, включающие лекции и практические занятия, и самостоятельная работа. Тематика лекций и практических занятий соответствует содержанию программы дисциплины.

Практическое занятие состоит из следующих этапов:

- проверка исходных знаний;
- решение теоретических задач и упражнений;
- обсуждение методов решения задач;
- подведение итогов занятия с обсуждением работы группы.

На практической части занятия преподаватель обращает внимание на наиболее важные темы, ошибки, допущенные аспирантами при обсуждении, а также на самостоятельность и активность работы аспирантов с литературой и лекционным материалом.

Для успешного освоения дисциплины каждый аспирант должен быть обеспечен учебно-методическими материалами по предмету (тематическими планами лекций и практических занятий, учебно-методической литературой), а также возможностью отработки пропущенных занятий.

Обязательным условием освоения дисциплины является самостоятельная работа аспиранта, выполнение которой аспирант демонстрирует на практических занятиях. Кроме того, каждый аспирант должен подготовить доклад по текущей теме и выступить с

ним на занятии (по меньшей мере один раз). Подобная форма обучения развивает навыки поиска научной литературы, ее анализа, составления резюме прочитанного текста, подготовки тезисов устного выступления с последующими ответами на вопросы аудитории, приемов аргументации защищаемых гипотез, т.е. ведения научно-исследовательской работы и ее защиты в рамках профессиональных дискуссий. Аналогичные цели должны преследоваться и при ориентации студентов на самостоятельный поиск новых материалов по текущим разделам и чтение дополнительной литературы.

### **Методические рекомендации к практическим (семинарским) занятиям**

Практические занятия предназначены для уточнения, более глубокой проработки и закрепления знаний, полученных на лекциях. Кроме того, на такое занятие могут быть вынесены вопросы, не затронутые лектором. Как правило, это вопросы, направленные на расширение исторического контекста, касающиеся биографий ученых и тому подобное. Информация подобного характера позволяет лучше усвоить материал, провести параллели истории и современного состояния методологии науки. При подготовке к практическим занятиям желательно соблюдать следующую последовательность. Необходимо в первую очередь внимательно прочитать конспект лекции. При чтении в конспекте выделяются (цветом, подчеркиванием и т.п.) основные смысловые блоки, ключевые термины, даты, фамилии ученых. Желательно постоянно пользоваться однотипной системой выделения – это облегчает последующую работу с текстом и запоминание информации. Как правило, лекция отражает основной смысл, «каркас» темы, и при подготовке к семинару его нужно просто дополнить. Следующим этапом подготовки к занятию является работа с основной литературой. При этом ни один из источников, как правило, не содержит ответ на все вопросы семинара. Таким образом, для полного охвата темы необходимо работать одновременно с несколькими книгами. После прочтения материала желательно составить краткий конспект или план ответа на каждый вопрос. Конспектирование параллельно с чтением не является целесообразным: в этом случае затруднено выделение главной мысли, в конспекте оказывается много второстепенной информации. При конспектировании необходимо указывать источник, из которого взята та или иная информация. Для более полного усвоения материала, охвата всех важных для будущего преподавателя-исследователя (выпускника аспирантуры) необходимо ознакомиться с дополнительной литературой. Помимо книг, указанных после каждой темы, желательно обращаться к журналам и Интернет-ресурсам, перечисленным в разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины». При работе с дополнительной литературой желательно делать краткие выписки, дополняющие основной конспект.

### **Методические рекомендации по самостоятельной работе аспирантов**

Самостоятельная работа является обязательной составляющей деятельности аспиранта по изучению дисциплины. Самостоятельная работа направлена на более глубокое изучение отдельных тем дисциплины, систематизацию полученных знаний. Задания для самостоятельной работы включают виды работ, перечисленные выше. В программе дисциплины так же указана трудоемкость самостоятельной работы по каждой из тем. Это – время, необходимое для выполнения всех заданий по теме аспирантом с хорошей успеваемостью и средним темпом работы. Время, затрачиваемое каждым конкретным аспирантом, может существенно отличаться от указанного. В связи с этим, планирование рабочего времени каждым аспирантом должно осуществляться самостоятельно. Однако можно выделить некоторые общие рекомендации. Начинать самостоятельные занятия следует с начала семестра и проводить их регулярно. Не следует откладывать работу из-за «нерабочего настроения». Не следует пытаться выполнить всю

самостоятельную работу за один день, накануне представления ее результатов. В большинстве случаев это просто физически невозможно. Гораздо более эффективным является распределение работы на несколько дней: это способствует более качественному выполнению заданий и лучшему усвоению материала. Важно полнее учесть обстоятельства своей работы, уяснить, что является главным на данном этапе, какую последовательность работы выбрать, чтобы выполнить ее лучше и с наименьшими затратами времени и энергии. Для плодотворной работы немаловажное значение имеет обстановка, организация рабочего места. Место работы, по возможности, должно быть постоянным. Работа на привычном месте более плодотворна. Продуктивность работы зависит от правильного чередования труда и отдыха. Помните, что максимальная длительность устойчивости внимания – 45 минут. При появлении рассеянности есть необходимость прервать работу на 3 – 5 минут, но не следует покидать рабочее место. Каждые 1.5 – 2 часа необходимо делать перерыв на 10-15 минут. Желательно сопровождать перерыв интенсивной физической активностью.

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **9.1. Основная литература**

1. Володин И.Н. Оптимальные статистические решения [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / И. Н. Володин. -- Казань: Казанский университет, 2012. - 182 с.

<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds004.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds004.pdf)>.

2. Володин И.Н. Лекции по теории статистических выводов [Текст: электронный ресурс] : [учебное пособие] / И. Н. Володин ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Каф. мат. статистики, 2010. - 174 с. <URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds007.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds007.pdf)>.

3.Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.

ЭБС "Лань":[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)

4. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)

5.Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- М.: Лань, 2012. - 480 с.

ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)

### **9.2. Дополнительная литература**

1 .Ширяев А. Н. Вероятность - 1. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев.?Москва: МЦНМО, 2007. - 552 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9448](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9448)

2. Ширяев А. Н. Вероятность - 2. - [В 2-х кн.] / А. Н. Ширяев. - Москва: МЦНМО, 2007. - 416 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=9449](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9449)

3. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей: учебное пособие. - М.: МЦНМО, 2006. - 416 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9447/>

4. Математические основы вероятности [Текст: Электронный ресурс] : [учебное пособие] / Володин И. Н., Тихонов О. Е., Турилова Е. А. ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) [http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds005.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds005.pdf))

5. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. - М.: Физматлит, 2011.- 620 с. ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2742/>

6. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс] : [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин ; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики, 2006. - 271 с.

<URL:[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09\\_66%20\\_ds006.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09_66%20_ds006.pdf)>.

### 9.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-ресурсы по математике: <http://exponenta.ru>;

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.math.ru>

Портал математических интернет-ресурсов: <http://www.allmath.com>

Портал ресурсов по математике и ИТ: <http://algotlist.manual.ru>

Электронная библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com>

Электронная библиотечная система «Znanium»: <http://znanium.com>

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Мультимедийная аудитория

Компьютерный класс

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и с учетом рекомендаций по направлению подготовки

Автор: д. ф.-м.н., профессор Володин И.Н.

Рецензенты: к.ф.-м.н., доцент Симушкин С.В.

к.ф.-м.н., доцент Халиуллин С.Г.

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института ВМ и ИТ КФУ от 11 сентября 2014 г. протокол № 1.