

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГАОУВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

Д.К. Нургалиев

« 29 » сентября

2015 г.



**Программа вступительного экзамена на обучение в аспирантуре  
по специальной дисциплине соответствующей направленности**

направление подготовки 09.06.01 – Информатика и вычислительная техника

научная направленность

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

Казань 2015

**1. Вопросы программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности**

051318 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ  
(шифр) (наименование)

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталя.
3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.
4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.
5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.
6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.
8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.
9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства.. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.
10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.
11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.
12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.

13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.
14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.
15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).
16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
17. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.
18. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.
19. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.
20. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия над числами и выражениями. Приближенное вычисление.
21. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения, конвертирование.
22. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков на одном рисунке.
23. Вычисления с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и операции с матрицами. Решение матричных уравнений.
24. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ. Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.
25. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных рядов.
24. Вычисление неопределенных и определенных интегралов в СКМ.
26. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ. Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в СКМ.
- 27 Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в СКМ, визуализация решения.
28. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.
29. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.
30. Таблицы в LaTeX.
31. Импорт графики в LaTeX.

**2. учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы  
вступительного экзамена в аспирантуру по специальности**

051318        Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ  
(шифр)    (наименование)

- [1] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Математика. М.: Едиториал УРСС, 2000. – 320 с.
- [2] Л.Д. Кудрявцев, Курс математического анализа: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям: [В 3т.].—Издание 5-е, перераб. и доп.— М.: Дрофа, 2003. Т.1: Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной.—2003.—702 с.
- [3] А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Вузовская книга. – 2012 . – 188 с.
- [4] С.Б. Кадомцев. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2011. – 168 с.
- [5] А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. Практический курс линейной алгебры и аналитической геометрии (+ CD-ROM). М.: Университетская книга, Логос. Серия: Новая университетская библиотека. – 2008. – 328 с.
- [6] Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. – М.: СОЛОН-Пресс. – 2006. – 720с.
- [7] Матросов А.В. Maple 6 решение задач высшей математики и механики. “Питер”, 2001, СПб. – 528 с.
- [8] Дьяконов В.П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство. – М.: ДМК Пресс. – 2009. – 624 с.
- [9] В.П. Дьяконов. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. – Москва: ДМК Пресс. – 2011. – 800 с.
- [10] И. Котельников, П.Чеботарев. LaTeX2e по-русски. Новосибирск: Сибирский хронограф. – 2004. – 496 с.