

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 1**

1. Определители 2-го, 3-го и  $n$ -го порядков.
2. Задача о делении вектора в данном отношении.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(3, -1, 2)$  и  $B(2, 1, 4)$  параллельно вектору  $\vec{a} = (5, -2, -1)$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 2**

1. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
2. Различные виды уравнения прямой в пространстве: общее уравнение прямой, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой.
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = (8, 4, 1)$  и  $\vec{b} = (2, -2, 1)$ .

# КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Экономический факультет*

## БИЛЕТ № 3

1. Обратная матрица.
2. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми. Угловые параллельности и перпендикулярности прямых.
3. Пусть  $A(1, -1, 2)$ ,  $B(5, -6, 2)$ ,  $C(1, 3, -1)$  вершины треугольника  $ABC$ . Вычислить длины высоты, опущенной из вершины  $B$ .

# КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Экономический факультет*

## БИЛЕТ № 4

1. Минор, алгебраическое дополнение, ранг матрицы.
2. Поверхности второго порядка.
3. Вычислить тупой угол, образованный медианами, проведенными из вершин острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника.

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 5**

1. Вектор. Зависимая и независимая система векторов. Базис. Координаты вектора.
2. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
3. Даны векторы  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (1, -3)$ ,  $\vec{c} = (-1, 3)$ . При каком значении коэффициента  $\alpha$  векторы  $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{c}$  коллинеарны?

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 6**

1. Свойства определителей.
2. Взаимное расположение прямой на плоскости.
3. Даны вершины треугольника  $A(3, -1, 5)$ ,  $B(4, 2, -5)$ ,  $C(-4, 0, 3)$ . Найти длину медианы, проведенной через вершины  $A$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 7**

1. Теорема Крамера.
2. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку  $M_0(-1, 2, 1)$  и точку пересечения плоскостей  $2x - 4y + 5z = 21$ ,  $x - 3z + 18 = 0$ ,  $6x + y - z - 30 = 0$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 8**

1. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических дополнений.
2. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Найти точку, симметричную началу координат относительно плоскости  $10x + 2y - 11z + 450 = 0$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 9**

1. Квадратичные формы.
2. Плоскость как поверхность первого порядка. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору.
3. Даны векторы  $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}$ ,  $\bar{b} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\bar{c} = 3\bar{i} + 2\bar{j} - 4\bar{k}$ . Найти вектор  $\bar{x}$ , если  $\bar{x}\bar{a} = -5$ ,  $\bar{x}\bar{b} = -11$ ,  $\bar{x}\bar{c} = 20$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 10**

1. Теорема о разложении определителя  $n$ -го порядка по элементам какого-либо столбца или строки.
2. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые

$$\frac{x-3}{2} = y = \frac{z-1}{2} \quad \text{и} \quad \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z}{2}.$$

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 11**

1. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
2. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Вычисление через координаты векторов.
3. Найти уравнение плоскости, проходящей через основания перпендикуляров, опущенных из точки  $M(2,2,2)$  на координатные плоскости.

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 12**

1. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
3. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины  $A$  треугольника  $ABC$ , зная уравнения его сторон  
 $AB: 2x - y - 3 = 0$ ,  $AC: x + 5y - 7 = 0$ ,  $DC: 3x - 2y + 13 = 0$ .



# КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Экономический факультет*

## БИЛЕТ № 13

1. Единственность разложения вектора по базису. Базис. Координаты вектора.
2. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору.
3. Найти объем пирамиды с вершинами  $A(0,0,1)$ ,  $B(2,3,5)$ ,  $C(6,2,3)$ ,  $D(-3,7,2)$ .

# КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*Экономический факультет*

## БИЛЕТ № 14

1. Линейная модель международной торговли. Продуктивные модели Леонтьева.
2. Векторное пространство. Базис и размерность  $n$ -мерного пространства.
3. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника  $ABC$  с вершинами  $A(2,3)$ ,  $B(0,-3)$ ,  $C(6,-3)$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 17**

1. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
2. Различные виды задания прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой.
3. Найти проекцию точки  $P(3, 1, -1)$  на плоскость  $x + 2y + 3z - 30 = 0$ .

**КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
*Экономический факультет*

**БИЛЕТ № 18**

1. Ортогональные многочлены.
2. Смешанное произведение векторов, геометрический смысл, свойства; вычисление через координаты векторов.
3. Написать уравнения высот треугольника  $ABC$ , проходящих через вершины  $A$  и  $B$ , если известны координаты вершин  $A(-4, 2)$ ,  $B(3, -5)$ ,  $C(5, 0)$ .



Регламент  
дисциплины «Линейная алгебра» - 50 баллов

Контрольная работа № 1.

Линейная алгебра

- |                                      |          |
|--------------------------------------|----------|
| 1. Вычисление определителей          | 5 баллов |
| 2. Решение матричных уравнений       | 5 баллов |
| 3. Произведение матриц               | 5 баллов |
| 4. Решение систем линейных уравнений | 5 баллов |

Итого: 20 баллов

Контрольная работа № 2.

Векторная алгебра и аналитическая геометрия

- |                        |          |
|------------------------|----------|
| 1. Векторы             | 5 баллов |
| 2. Уравнение прямой    | 5 баллов |
| 3. Уравнение плоскости | 5 баллов |
| 4. Кривые II порядка   | 5 баллов |

Итого: 20 баллов

Выполнение двух домашних контрольных работ 10 баллов

Итого: 50 баллов

## Билет № 1.

1. Векторы. Линейные операции над векторами.
2. Теоремы о собственных числах матрицы.

3. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & 25 \end{vmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение:  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}.$

5. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 7 \end{cases}.$$

6. Вычислить скалярное и векторное произведения векторов, если  $\vec{a} = (1, 2, 4), \vec{b} = (-2, 3, 0), \vec{c} = (6, -3, 4):$

$$1) (2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot \vec{c}; \quad 2) (\vec{a} - \vec{b}) \times \vec{c}.$$

7. Даны вершины  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  треугольника  $\triangle ABC,$

- 1) вычислить длину стороны  $AB;$
- 2) угол при вершине  $C.$

Составить уравнения:

- 3) стороны треугольника  $AC;$
- 4) медианы  $AM.$

$$A(-6; 4),$$

$$B(-10; -1),$$

$$C(6; 1);$$

## ВОПРОСЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

1. Определители 2-го, 3-го и  $n$ -го порядков.
2. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
3. Обратная матрица.
4. Минор, алгебраическое дополнение, ранг матрицы.
5. Вектор. Зависимая и независимая система векторов. Базис. Координаты вектора.
6. Свойства определителей.
7. Теорема Крамера.
8. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических дополнений.
9. Квадратичные формы.
10. Теорема о разложении определителя  $n$ -го порядка по элементам какого-либо столбца или строки.
11. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
12. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
13. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов.
14. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Вычисление через координаты векторов.
15. Смешанное произведение векторов, геометрический смысл, свойства; вычисление через координаты векторов.
16. Задача о делении вектора в данном отношении.
17. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору.
18. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
19. Различные виды задания прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой.
20. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
21. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Вычисление угла между двумя прямыми. Угловые параллельности и перпендикулярности прямых.
22. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
23. Плоскость как поверхность первого порядка. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору.
24. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
25. Расстояние от точки до плоскости.
26. Различные виды уравнения прямой в пространстве: общее уравнение прямой, каноническое уравнение прямой, параметрическое уравнение прямой.
27. Взаимное расположение прямой на плоскости.
28. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.
29. Поверхности второго порядка.
30. Единственность разложения вектора по базису. Базис. Координаты вектора.
31. Уравнение плоскости, проходящее через три заданные точки. Нормальное уравнение плоскости.
32. Линейная модель международной торговли. Продуктивные модели Леонтьева.
33. Продуктивная матрица. Определение. Критерии продуктивности матрицы.
34. Собственные числа и собственные векторы матрицы.
35. Векторное пространство. Базис и размерность  $n$ -мерного пространства.
36. Ортогональные многочлены.