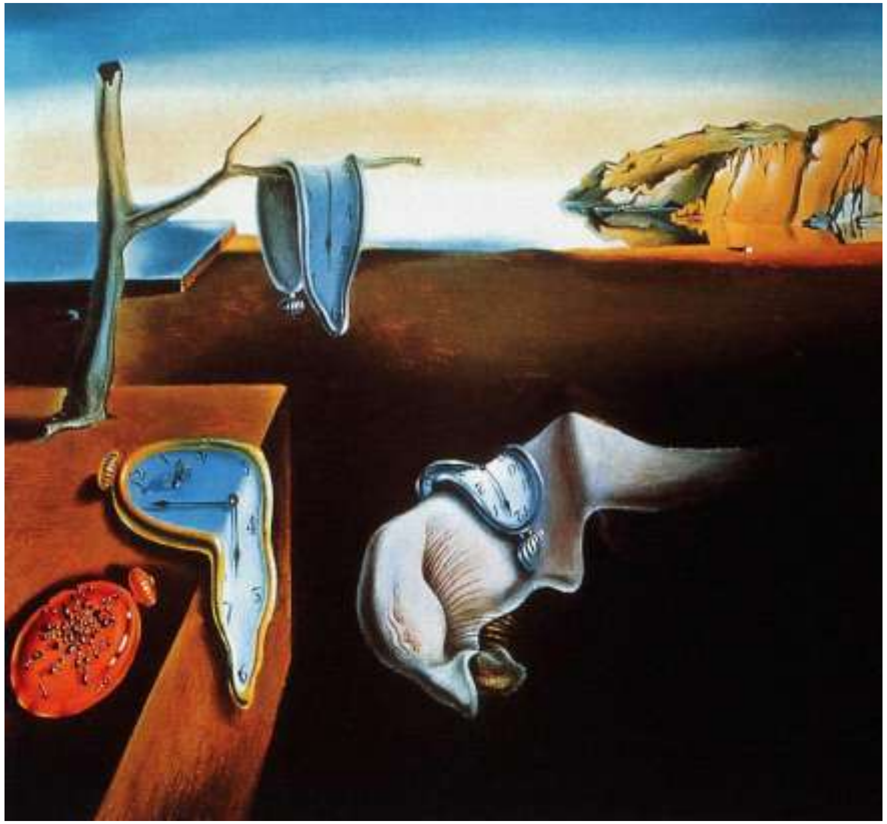
8. Будильники

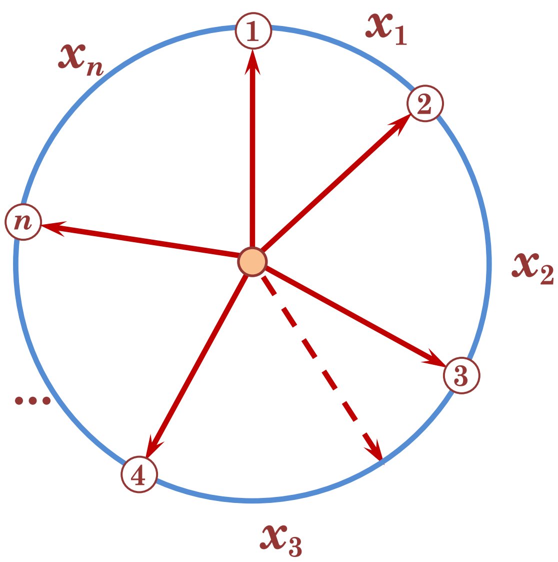


Автор задачи — Киндер М.

Решение задачи — Киндер М., Балакирев М.

Подготовка тестов — Киндер М.

8. Будильники



Отметим на одном циферблате положения часовых стрелок всех часов. Граница циферблата разобьется на n дуг. Занумеруем дуги по кругу. Пусть часовая стрелка проходит дуги за время $x_1, x_2, \ldots, x_n$ соответственно (некоторые x_i, возможно, нулевые). Если мы установим на всех часах время, соответствующее положению внутри дуги, то каждая часовая стрелка пройдет *через начало* этой дуги. Суммарное время перевода будет больше, чем если мы установим все часы на начало дуги.

Алгоритм за $O(n^2)$.

Суммарное время перевода S_i вычисляем за $O(n)$. Всего часов n, и значит, для вычисления *всех* S_i требуется порядка $O(n^2)$ операций. Осталось найти наименьшее число в массиве (S_i).

8. Будильники

Алгоритм за $O(n \log n)$.

Пусть S_i — суммарное время, необходимое для установки всех часов на начало i-ой дуги. Например, время перевода на начало первой дуги равно x_n для часов № n и $x_2 + x_3 + \ldots + x_n$ для часов № 2. Тогда можно выразить все величины

$$S_1 = x_2 + 2x_3 + \ldots + (n-2)x_{n-1} + (n-1)x_n;$$
$$S_2 = x_3 + 2x_4 + \ldots + (n-2)x_n + (n-1)x_1;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$S_n = x_1 + 2x_2 + \ldots + (n-2)x_{n-2} + (n-1)x_{n-1}.$$

Отсортируем исходный массив показаний времени и вычислим элементы массива (x_i). Заметим, что разность соседних чисел массива (S_i) теперь равна

$$S_1 - S_2 = (x_2 + x_3 + \ldots + x_n) - (n-1)x_1, \text{ т.е.}$$

$$S_2 = S_1 + nx_1 - S, \text{ где } S = \sum_{i=1}^{n} x_i.$$

8. Будильники

(Сумма $S = 0$ равна нулю, если все часы показывают одинаковое время, или 12 часам, если это не так.) Теперь для вычисления *всех* сумм S_i требуется порядка $O(n)$ операций. Осталось найти наименьшее число в массиве (S_i).

Для того, чтобы избежать возможного переполнения, аккуратно пишем процедуры сложения времени и умножения x_1 на n.

Техническая реализация средняя...