Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Кафедра теоретической механики

Специальность (010800.68): – механика и математическое моделирование

Специализация: теоретическая механика

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Магистерская работа

ИЗНОС ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ЖЕСТКОЙ ВТУЛКОЙ

Работа завершена:

"___"_____ 2014 г. К.А.Ибрагимов

Работа допущена к защите:

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент С.А.Кузнецов
"___"_____ 2014 г.

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н., академик АН РТ,
профессор Ю.Г. Коноплев
"___"_____2014 г.

Казань – 2014

Оглавление

Введение…….4

Износ цилиндрической оболочки, взаимодействующей с жесткой втулкой……...8

Заключение……...15

Приложение……..16

Список литературы…….29

Введение

Высокая механическая прочность тонкостенных конструкций при малом удельном весе обусловливает их широкое применение в современной технике. Развитие промышленности и гражданского строительства, химического машиностроения, судостроения, авиа- и ракетостроения немыслимо без использования различных оболочечных конструкций. В реальной конструкции все составляющие её элементы находятся в сложных условиях взаимодействия между собой и с другими объектами. В связи с этим весьма актуальным является определение реакций взаимодействия между упругими элементами и самой области контакта (если она неизвестна), что и составляет сущность так называемых контактных задач.

В связи с тем, что пластинки и оболочки, являющиеся элементами инженерных конструкций, могут находиться в условиях динамического нагружения, возникает необходимость решения динамических контактных задач.

Новым важным и практически не исследованным классом контактных задач теории пластин и оболочек являются задачи взаимодействия тонкостенных элементов между собой или с упругими или жесткими телами при необратимом формоизменении контактирующих поверхностей в результате износа.

В контактных задачах теории пластин и оболочек нетривиальным является и вопрос теории, существенно влияющей на конечный результат. Так, например, определение нормальных контактных реакций между пластиной и жестким телом без острых кромок с позиции теории Кирхгофа-Лявы приводит к появлению в составе реакции сосредоточенных сил на границе зоны контакта. Учет поперечных сдвигов позволяет устранить сосредоточенные силы, однако контактные напряжения не обращаются в нуль на границе зоны контакта, а могут достигать там наибольшего значения. Решение той же задачи по теории, учитывающей поперечное обжатие пластины, даёт результат наиболее близкий к точному решению теории упругости. Вместе с тем необходимо отметить, что в силу многопараметричности контактных задач теории пластин и оболочек можно, при соответствующем соотношении между параметрами, получить как сильное различие между прикладными теориями и теорией упругости, так и вполне удовлетворительное совпадение хотя бы по ряду характеристик решения.

В данной работе используется теория, учитывающая местное поперечное обжатие тонкостенных элементов.

Краткий обзор работ по проблеме контакта пластин и оболочек между собой и жесткими телами.

Прежде всего следует отметить весьма полный обзор по проблеме контакта тонкостенных элементов с жесткими телами (штампами), содержащийся в статье Г.Я. Попова и В.М. Толкачева [38], а так же большой обзор по контактным задачам теории оболочек в работе [32].

Впервые задачу о взаимодействии тонкого бруса и жесткой круговой опоры поставил и решил С.П. Тимошенко [40] с позиции теории Кирхгофа-Лява. Он подчеркивал, что в силу переменности области контакта задача является нелинейной, и поэтому нельзя воспользоваться принципом суперпозиции. Аналогичные осесимметричные задачи для круглых пластин, контактирующих с плоским жестким основанием рассмотрены в работах [47,49].

Наибольшие трудности при решение контактных задач вызывает проблема определения границы области контакта. Основополагающей здесь является работа Л.А. Галина [12], в которой рассмотрена задача о давлении жесткого эллипсоида на защемленную круглую пластинку, будет распределено по эллиптической границе области контакта, а внутри её будет равно нулю.

Лучшее приближение структуры контактных напряжений к структуре, определяемой по точным трехмерным уравнениям теории упругости было достигнуто после того, как было снято еще одно ограничение гипотезы Кирхгофа-Лява – несжимаемость нормали к срединой поверхности. Впервые местное обжатие тонкостенного элемента было учтено И.А. Биргером [6], который, следуя И.Я. Штаерману [45], вводил фиктитвный нелинейноупругий слой на поверхности элемента. Последующее развитие эта идея получила в работах [7,26].

М.В. Блох [8] и Э.И. Григолюк, В.М. Толкачев [20] интерпретировали местную деформацию оболочки как перемещение контактной поверхности за счёт изменения толщины стенки в результате действия внешней нормальной нагрузки. Г.Я. Попов [37] показал, что такая постановка контактных задач является математически корректной.

Влияние поперечного сдвига и обжатия на распределение контактных напряжений исследовалось С.Н. Карасевым и Ю.П. Артюхиным [27]. В работах [20,41,53] решение задачи цилиндрического изгиба пластины жестким гладким штампом сравнивалось со строгим решением теории упругости. Сравнение показало эффективность учёта обжатия при определении контактных напряжений.

Б.Л. Пелех и В.И. Швабюк [36] рассмотрели влияние поперечного обжатия на распределение контактных напряжений в случае трансверсально-изотропного материала.

Задача о посадке бандажа на цилиндрическую оболочку исследовалась в работах [5,22-24,34,35].

Динамические контактные задачи для тонкостенных объектов исследованы сравнительно мало. Отметим цикл работ Е.Г. Янютина с соавторами [29,30,41,42], в которых численно решены задачи нестационарного взаимодействия стержней и цилиндрических оболочек. Условия контакта выполнялись дискретно, контактные напряжения предполагались кусочно-постоянными по пространственной координате и кусочно-постоянными или кусочно-линейными по временной. Задачи контактного взаимодействия оболочек [29,41] решены с учётом деформаций поперечного сдвига и инерций вращения, однако вопрос о влиянии сдвига и инерции вращения на распределение контактных напряжений не исследовался.

Начало развития нового класса динамических контактных задач теории упругости – контактных задач при наличии износа, - связано с именами Л.А. Галина и М.В. Коровчинского. В 1971 г. М.В. Коровчинским [28] была рассмотрена локальная контактная задача для двух упругих тел при наличии износа и получено интегральное уравнение для распределения давления в процессе износа и упругой деформации.

Л.А. Галин [13,14] рассмотрел две контактные задачи: одномерную – износ упругого полупространства первоначально изогнутой балкой, и двумерную – износ жестким штампом упругого весомого слоя, сцепленного с жестким основанием, с учётом зависимости модуля упругости слоя E от расстояния y до свободной поверхности (так что $E(y)\neq 0$ при $y=0$). В предложении, что скорость износа пропорциональна контактному давлению и что расстояние между некоторыми направляющими, в которых скользит контактирующее тело, и полупространством (слоем) неизменно, так что

контактное давление с течением времени должно уменьшаться, автор получил в первой задаче интегро-дифференциальное уравнение относительно прогиба, а во второй – интегральное уравнение относительно контактного давления. Разделением переменных проблема была сведена к задаче на собственные значения.

В последствии этот метод развивался в работах Л.А. Галина и И.Г. Горячевой [15-19,48].

Износ цилиндрической оболочки, взаимодействующей с жесткой втулкой.

Решена задача абразивного износа тонкой цилиндрической оболочки, взаимодействующей с жесткой втулкой.

Предположим, что:

1. в силу малости износа изменением толщины пластины и области контакта при определении контактных напряжений можно пренебречь;
2. количество удаленного материала пропорционально, работе сил трения;
3. сила трения связана с контактным давлением законом Кулона;
4. т.к. износ имеет усталостный характер [31], то силы трения в области контакта при определении упругих деформаций пластины можно не учитывать;

Такая постановка контактной задачи теории пластин и оболочек при наличии износа является естественным переносом на тонкостенные объекты подхода, предложенного Л.А. Галиным [13,14] и М.В. Коровчинским [28] для решения контактных задач теории упругости при наличии износа, и развивавшегося впоследствии в работах Л.А. Галина, В.М. Александрова, И.Г. Горячевой и др. авторов [1,2,3,15,16,17,18,19,48].

Пусть бесконечно длинная цилиндрическая оболочка посажена с натягом $\boldsymbol{d}$ в жесткую втулку $\boldsymbol{2a}$(Рис. 1,2)**.** Предположим, что в результате вращения втулки с осредненной угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$ поверхность оболочки изнашивается, причём износ абразивного характера.

Экспериментально установлено [39,43], что скорость изнашивания $\dot{W}_*$ является функцией касательных усилий и осредненного модуля линейной скорости скольжения. Для моделирования абразивного изнашивания используется, как правило, линейная зависимость, т.е. гипотеза Престона

$$\dot{W}_* = K_* \upsilon \tau(x,t)$$

Таким образом, для перемещения штампа в направлении перпендикулярном поверхности оболочки, вследствие износа, можно принять

$$W_* = K_* \upsilon \int_0^t \tau(x,t)\,dt = \varkappa \int_0^t \sigma(x,t)\,dt\,, \quad \varkappa = K_* K_{\text{тр}} \upsilon$$

где K_* - коэффициент пропорциональности между работой сил трения и количеством удаленного материала, $K_{\text{тр}}$ – коэффициент трения.

Искомое контактное напряжение удовлетворяет интегральному уравнению

$$\varepsilon_0\sigma(x,t) + \int_{\Omega} G(x,\xi)\,\sigma(\xi,t)\,d\xi + \varkappa R_0 \int_0^t \sigma(x,t)\,dt = -Dd, \qquad x \in \Omega \qquad (1)$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon D, \qquad \varepsilon = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)h}{2(1-\nu)E}, \qquad R_0 = \left(R + \frac{h}{2} - d\right)D, \qquad \varkappa = K_* K_{\text{тр}}\omega$$

(R, D – радиус и изгибная жесткость цилиндрической оболочки)

Отметим, что используемый в данном уравнении коэффициент поперечного обжатия оболочки $\boldsymbol{\varepsilon}$**,** полученный Ю.П. Артюхиным [5] из решения задачи о сжатии бесконечно тонкого слоя, лежащего на недеформируемом основании, и коэффициент обжатия $\boldsymbol{K_0}$**,** полученный им же и С.Н. Карасёвым, путём интегрирования закона Гука [27], отличаются при $\nu = 0{,}3$ не более чем на 0,5%.

Функция влияния $G(x,\xi)$ является решением краевой задачи

$$G^{IV}(x,\xi) + 4\lambda^4 G(x,\xi) = \delta(x,\xi), \;\; 4\lambda^4 = \frac{Eh}{R^2 D}, \;\; |x| \to \infty,$$

$$G^i(x,\xi) = 0, \;\; (i = 1,2,3) \qquad (2)$$

$$G(x,\xi) = \frac{1}{8\lambda^3} e^{-\lambda|x-\xi|}(\sin\lambda|x-\xi| + \cos\lambda|x-\xi|) \qquad (3)$$

а) Предположим, что контакт оболочки и втулки безотрывный, т.е.

$\Omega \subset |x| < a.$

Преобразуя по Лапласу уравнение (1), получим уравнение

$$\varepsilon_{\text{op}}\bar{\sigma}(x,p) + \int_{-a}^{a} G(x,\xi)\,\bar{\sigma}(\xi,p)\,d\xi = -Dd, \qquad (4)$$

$$\text{где} \quad \bar{\sigma}(x,p) = \int_0^{\infty} \sigma(x,t)e^{-pt}dt, \quad \varepsilon_{\text{op}} = \varepsilon_0 + \frac{\varkappa R_0}{p}, \;\; \bar{d} = \frac{d}{p}$$

Полная аналогия уравнения (4) с уравнением (3.1) работы [5] позволяет, используя результаты последней, получать изображения контактного давления в виде

$$\bar{\sigma}(x,p) = -\frac{\bar{d}D}{\varepsilon_{\text{op}}}\{\alpha^{-4} + (\alpha^{-4} - 1)[X_1 V_1(x) + X_2 V_2(x)]\} \qquad (5)$$

где

$$X_1 = -\frac{2}{\Delta}\{\alpha^2[V_3(a) - V_4(a)] + 2\alpha V_1(a) + V_3(a) + V_4(a)\},$$

$$X_2 = -\frac{2}{\Delta}\{\alpha^2[V_3(a) + V_4(a)] + 2\alpha V_2(a) - V_3(a) + V_4(a)\},$$

$$\Delta = (\alpha^2 + 1)[(\alpha^2 + 1)\sinh 2a_0 + 2\alpha\cosh 2a_0] + (\alpha^2 - 1)[(\alpha^2 - 1)\sin 2a_0 - 2\alpha\cos 2a_0],$$

$$V_1(x) = \cosh\beta x\cos\beta x,\ \ V_2(x) = \sinh\beta x\sin\beta x,$$

$$V_3(x) = \sinh\beta x\cos\beta x,\ \ V_4(x) = \cosh\beta x\sin\beta x,$$

$$a_0 = \beta a,\quad \alpha = \frac{\beta}{\lambda},\quad 4\beta^4 = 4\lambda^4 + {\varepsilon_{\text{op}}}^{-1}$$

Расчет контактного давления по приближенной формуле Тер-Хаара

$$\sigma(x,t) \approx p\bar{\sigma}(x,p)\big|_{p=\frac{1}{t}}$$

показал, что безотрывный контакт в начальной стадии изнашивания невозможен. Этот вывод полностью согласуется с результатами исследований соответствующей статической задачи [5, 10, 22].

В работе [46] сказано, что метод Тер-Хаара применим к задачам, в которых функции изменяются по времени не быстро. На практике скорость износа обычно мала, следовательно напряжения изменяются медленно с течением времени, что позволяет применять метод Тер-Хаара к данной задачи.

б) Предположим, что контакт между оболочкой и втулкой осуществляется в зонах, прилегающих к краям втулки: $b < |x| < a$. В этом случае интегральное уравнение (1) соответствует в области изображений по Лапласу краевая задача

$$\bar{U}^{IV}(x,p) + 4\beta^4\bar{U}(x,p) = -\frac{D\bar{d}}{\varepsilon_{\text{op}}} \qquad (6)$$

$$\psi[G,\bar{U}]|_{\xi=-a}^{\xi=-b} + \psi[G,\bar{U}]|_{\xi=b}^{\xi=a} = 0 \qquad (7)$$

$$\psi[G,\bar{U}] = \sum_{k=0}^{3}(-1)^k \frac{\partial^k G(x,\xi)}{\partial\xi^k}\frac{\partial^{(3-k)}\bar{U}(\xi,p)}{\partial\xi^{(3-k)}}$$

$$\bar{U}(x,p) = -D\bar{d} - \varepsilon_{\text{op}}\bar{\sigma}(x,p)$$

Предположим, что

$$\bar{U}(x,p) = \begin{cases} \bar{U}_1(-x,p), & (-a < x < -b) \\ \bar{U}_2(x,p), & (b < x < a) \end{cases}$$

В силу симметрии задачи

$$\bar{U}_1(-x,p) = \bar{U}_2(x,p),\ \ \bar{U}_1'(-x,p) = -\bar{U}_2'(x,p) \text{ и т.д.}$$

Следовательно, краевое условие (7) можно представить в виде

$$\Phi(a) - \Phi(b) = 0 \qquad (8)$$

где

$$\Phi(a) = \sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{\partial^k G(x,\xi)}{\partial\xi^k}|_{\xi=a} + (-1)^k\frac{\partial^k G(x,\xi)}{\partial\xi^k}|_{\xi=-a}\right]\bar{U}_2^{(3-k)}(a,p)$$

Решая краевую задачу (6), (8) получим

$$\bar{\sigma}(x,p) = -\frac{\bar{d}D}{\varepsilon_{\text{op}}}\left\{\alpha^{-4} + (\alpha^{-4}-1)\sum_{i=1}^{4}A_iV_i(x)\right\}, \quad (b < x < a) \qquad (9)$$

При $-a < x < -b$ необходимо в (9) заменить A_3 на $-A_3$ и A_4 на $-A_4$.

Постоянные A_i и точка отлипа b – решение следующей системы уравнений

$$\begin{cases} \alpha_{11}A_1 + \alpha_{12}A_2 + \alpha_{13}A_3 + \alpha_{14}A_4 = B_1 \\ \alpha_{21}A_1 + \alpha_{22}A_2 + \alpha_{23}A_3 + \alpha_{24}A_4 = B_2 \\ \alpha_{31}A_1 + \alpha_{32}A_2 + \alpha_{33}A_3 + \alpha_{34}A_4 = B_3 \\ \alpha_{41}A_1 + \alpha_{42}A_2 + \alpha_{43}A_3 + \alpha_{44}A_4 = B_4 \\ A_1V_1(b) + A_2V_2(b) + A_3V_3(b) + A_4V_4(b) = (\alpha^4-1)^{-1} \end{cases} \qquad (10)$$

где

$$\alpha_{j1} = -\alpha^3[V_1(z) + V_3(z)]C_{j1} - \alpha^2 V_3(z)C_{j2} + \alpha[V_1(z) - V_3(z)]C_{j3} + V_1(z)C_{j4}$$

$$\alpha_{j2} = \alpha^3[V_2(z) - V_4(z)]C_{j1} + \alpha^2 V_4(z)C_{j2} - \alpha[V_2(z) + V_4(z)]C_{j3} + V_2(z)C_{j4}$$

$$\alpha_{j3} = \alpha^3[V_1(z) - V_3(z)]C_{j1} + \alpha^2 V_1(z)C_{j2} + \alpha[V_1(z) + V_3(z)]C_{j3} + V_3(z)C_{j4}$$

$$\alpha_{j4} = \alpha^3[V_2(z) + V_4(z)]C_{j1} - \alpha^2 V_2(z)C_{j2} + \alpha[V_2(z) - V_4(z)]C_{j3} + V_4(z)C_{j4}$$

$$z = \begin{cases} a, & j = 1,2 \\ b, & j = 3,4 \end{cases} \quad B_j = -C_{j4} \quad (j = \overline{1,4})$$

$$C_{11} = -C_{13} = \frac{\sin a_1 + \cos a_1}{2}, \quad C_{12} = -C_{24} = \sin a_1,$$

$$C_{13} = -C_{21} = \frac{\sin a_1 - \cos a_1}{2}, \quad C_{14} = C_{22} = -\cos a_1,$$

$$C_{31} = -C_{43} = \frac{\sinh b_1 \sin b_1 - \cosh b_1 \cos b_1}{2}, \quad -C_{32} = C_{44} = \cosh b_1 \sin b_1,$$

$$C_{33} = C_{41} = \frac{\sinh b_1 \sin b_1 + \cosh b_1 \cos b_1}{2}, \quad C_{34} = C_{42} = -\sinh b_1 \cos b_1,$$

$$a_1 = \lambda a, \quad b_1 = \lambda b$$

Обращение преобразования Лапласа также проведем по методу Тер-Хаара

$$\sigma(x,t) \approx p\bar{\sigma}(x,p)\big|_{p=\frac{1}{t}}$$

Результаты расчетов фактической области контакта

a\h	R\h	
	20	200
2	14,3% 1,04	4,8% 0,736
10	-	1,2% 1,002

$$a_0 = \left(1 - \frac{b}{a}\right)100\%$$

и коэффициента уточнения максимальных контактных напряжений $K_\sigma = \sigma_0(a,0)/\sigma_{б0}(a,0)$ в начальный момент времени (σ_0 и $\sigma_{б0}$ соответственно

напряжения определенные с учетом и без учета отлипания оболочки от втулки). Расчеты производились при $E=2*10^5 МПа$, $\nu = 0{,}3$.

Наличие в таблице пустой клетки при $R/a=2$ вызвано тем парадоксальным на первый взгляд обстоятельством, что хотя расчет контактных напряжений по формуле (5) показывает существование зон отрыва ($\sigma(x,t) > 0$), найти решение системы уравнений (10), т.е. найти точку отлипа, при таких соотношениях R и a не удается. Это несоответствие объясняется, вероятно, тем, что в действительности в контакте участвуют не только краевые, но и центральная часть втулки, и при $R/a=2$ влияние центральной зоны становится существенным, мы же этого не учитываем. Этот вопрос, разумеется, требует дальнейшего исследования.

Проведенные численные эксперименты показали, что в процессе изнашивания фактически область контакта постепенно увеличивается, причём при малой относительной ширине втулки скорость изменения области контакта почти не зависит от R, при большой – скорость тем больше, чем меньше R.

Результаты расчетов контактного давления в различные моменты времени представлены в рисунках 3-25. Выбор направления осей координат как на рис.1 приводит к тому, что сжимающие напряжения становятся отрицательными, в графиках указаны числа $\sigma' = -\sigma(x,t)$, их размерность МПа.

На рисунке 30 отображена величина максимального относительного износа $W^*(a,t) = \varkappa R \int_0^t \frac{\sigma(x,t)\,dt}{h}$, также взятая с обратным знаком.

На рисунках 26 - 29 показано распределение относительного износа $W^*(x,t)$ вдоль области контакта в различные моменты времени: синия кривая соответствует t=50 сек, красная – 100 сек, зеленая – 1000 сек, фиолетовая – 10000 сек.

Расчеты проводились на PC при следующих параметрах: $E=2*10^5 МПа$, $\nu = 0{,}3$, $\varkappa = 10^{-16}\text{м}^3\text{Н}^{-1}\text{сек}^{-1}$, $d = 10^{-4}$м. Отношения R/h и a/h изменялись в широких пределах и для вариантов представленных в таблицах и на рисунках составляют:

Параметр\Вариант	I	II	III	IV
h (м)	0,005	0,005	0,005	0,005
a (м)	0,01	0,01	0,05	0,05
R (м)	0,1	1	0,1	1

Полученные результаты показывают, что со временем уровень контактных напряжений уменьшается, скорость изменения напряжений и скорость износа максимальны в начальный момент времени, затем быстро падают и в дальнейшем остаются почти постоянными, что хорошо согласуется с экспериментальными данными [44]. Износ максимален на краю области контакта и минимален в центре. Различия в износе отдельных зон области контакта и минимален в центре. Различия в износе отдельных зон области контакта постепенно уменьшаются.

Таким образом, в начальный момент времени происходит приработка трущихся поверхностей, приводящая к более равномерному распределению контактного давления вдоль области контакта. Скорость приработки существенно зависит от постоянной изнашивания $\varkappa$, радиуса оболочки и длины втулки.

Заключение

В работе решена динамическая контактная задача теории оболочек в уточнённой постановке, учитывающей поперечное обжатие тонкостенной оболочки.

Предложен метод решения основного интегрального уравнения двумерных контактных задач, являющийся обобщением метода, разработанного Ю.П. Артюхиным для одномерных контактных задач. Метод основан на сведении интегрального уравнения к краевой задаче и позволяет получать точное решение интегрального уравнения.

Дана корректная математическая постановка и решение динамической контактной задачи теории оболочек при наличии износа, осесимметричная задача для цилиндрической оболочки, взаимодействующей с жесткой втулкой – одно и двухсторонний контакт. Исследована динамика износа, изменение скорости изнашивания, размеров области контакта, контактных напряжений в зависимости от времени.

Приложение

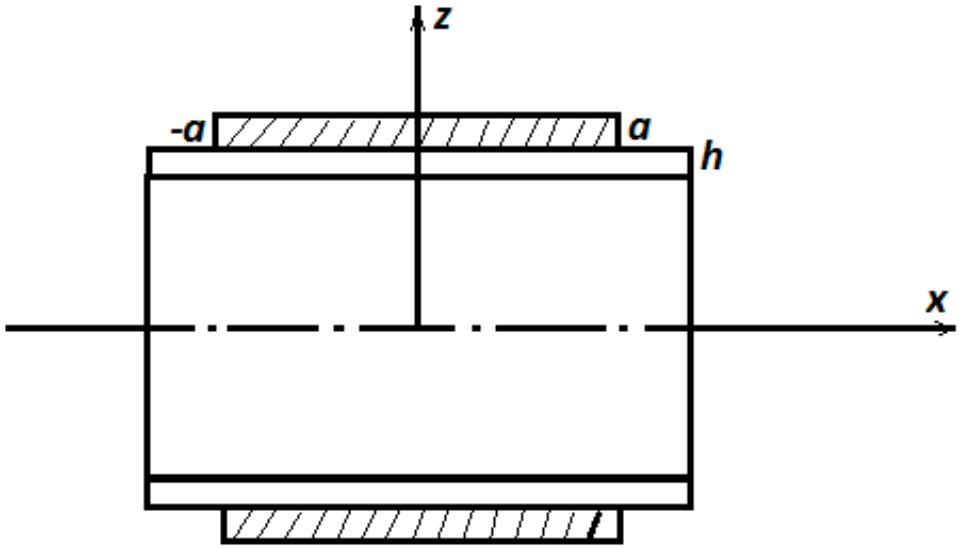

Рис.1

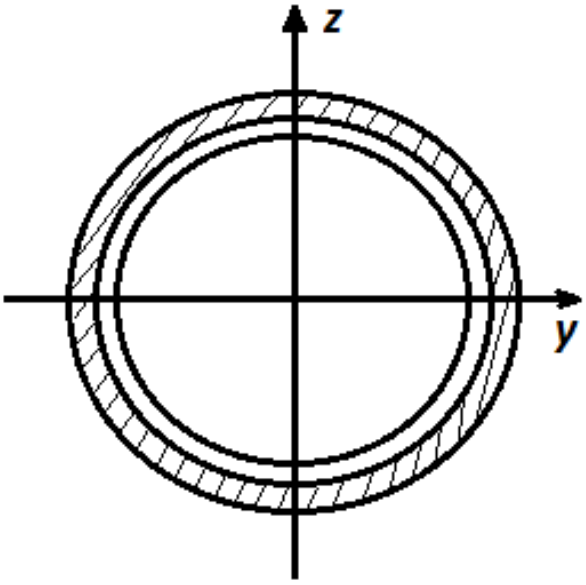

Рис. 2

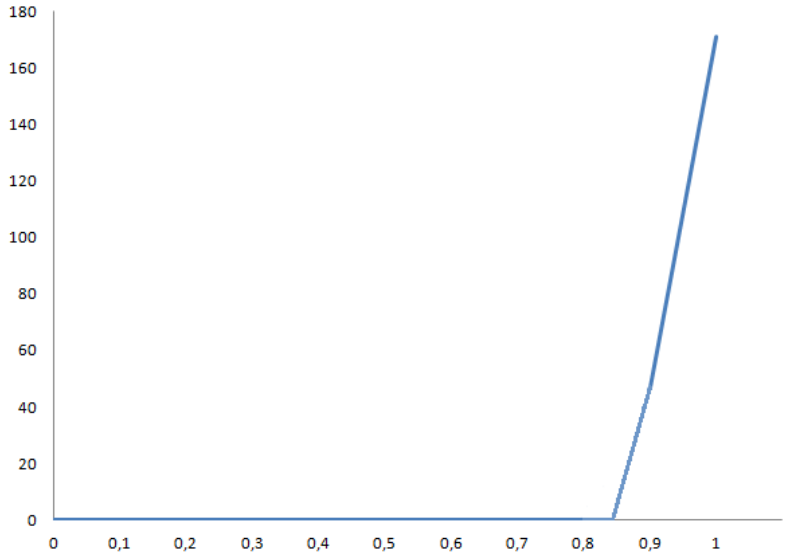

Рис. 3 (Вариант I, при t=0)

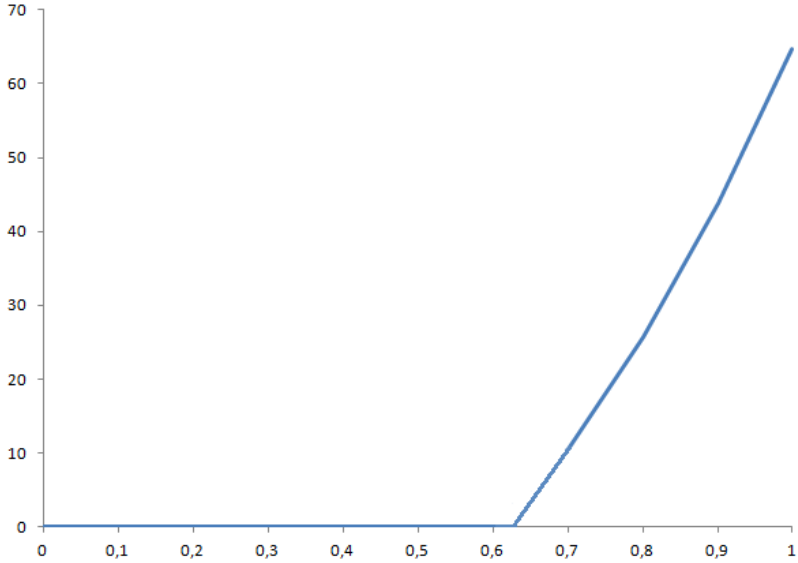

Рис. 4(Вариант I, при t=50)

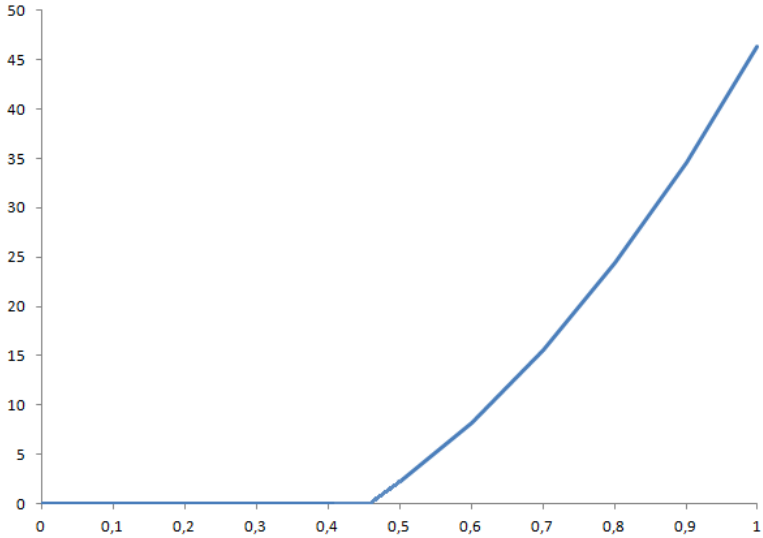

Рис. 5 (Вариант I, при t=100)

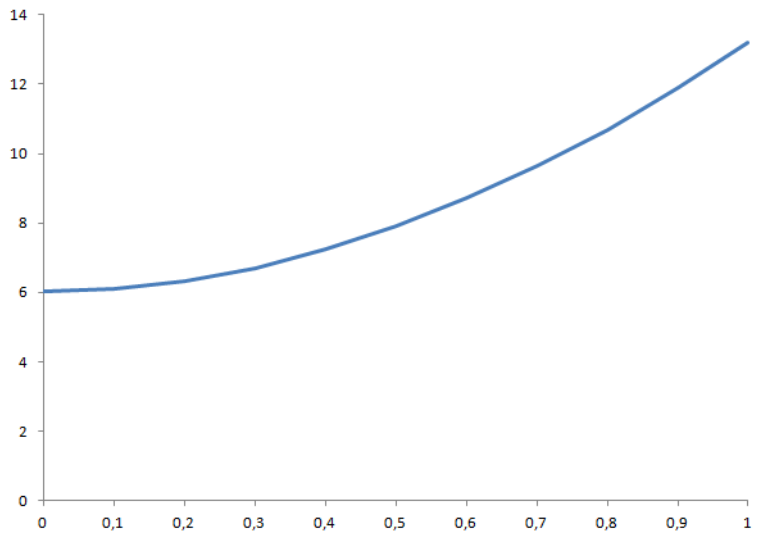

Рис. 6

(Вариант I, при t=1000)

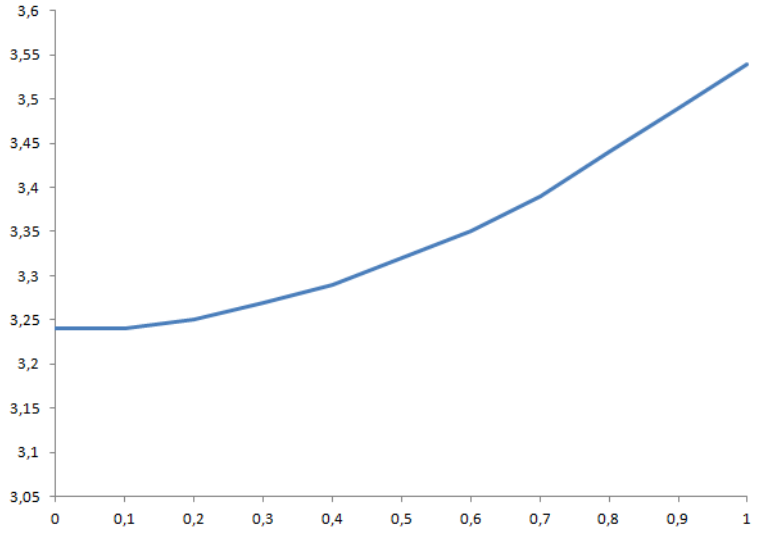

Рис. 7

(Вариант I, при t=10000)

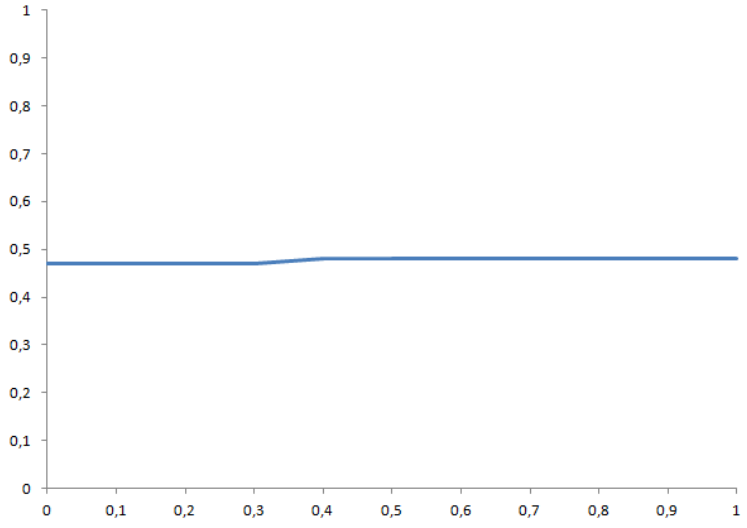

Рис. 8

(Вариант I, при t=100000)

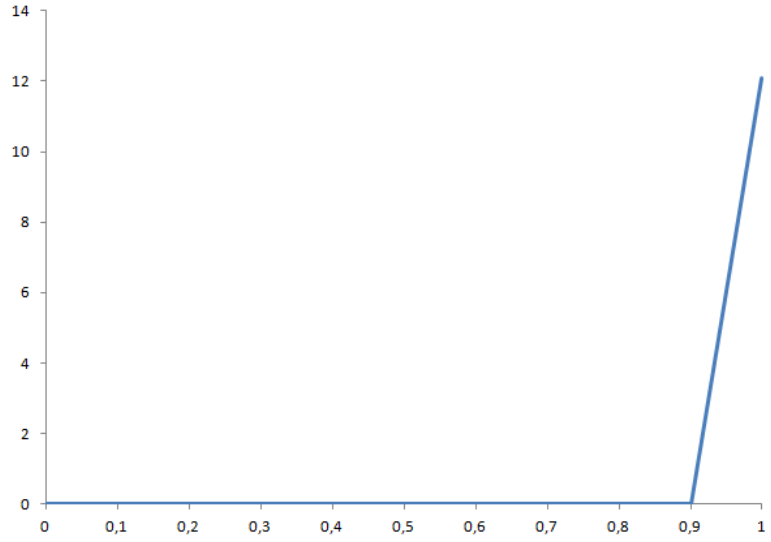

Рис. 9 (Вариант II, при t=0)

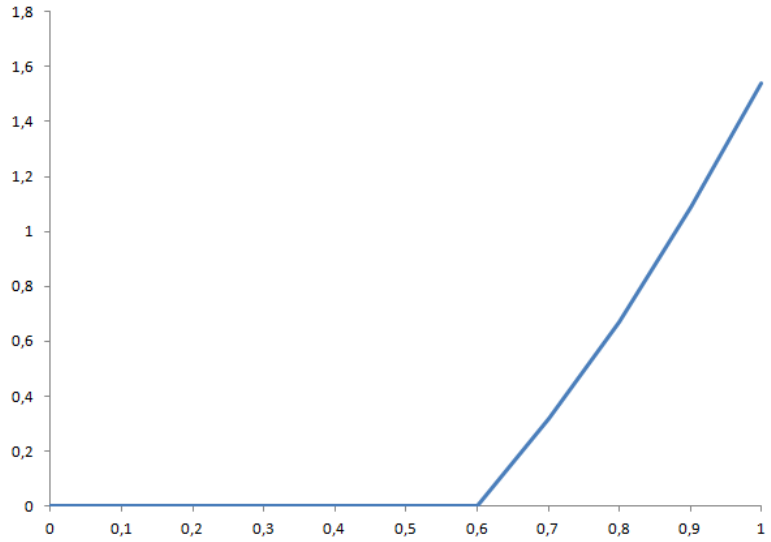

Рис. 10 (Вариант II, при t=50)

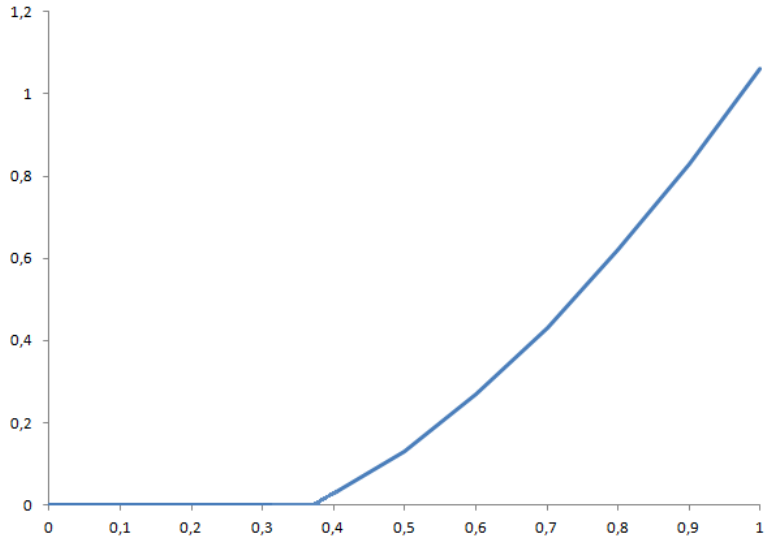

Рис. 11

(Вариант II, при t=100)

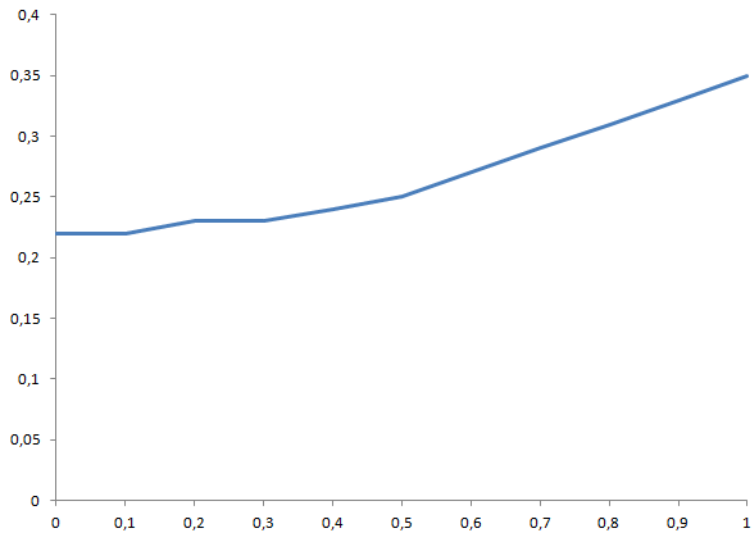

Рис. 12

(Вариант II, при t=1000)

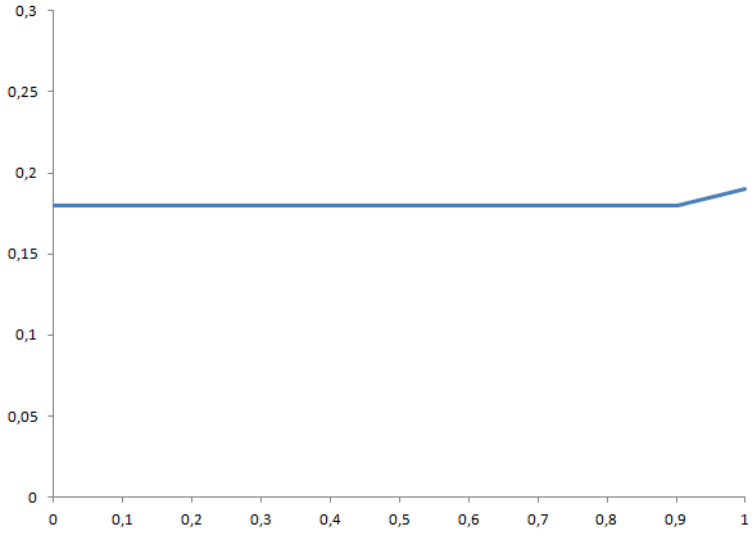

Рис. 13

(Вариант II, при t=10000)

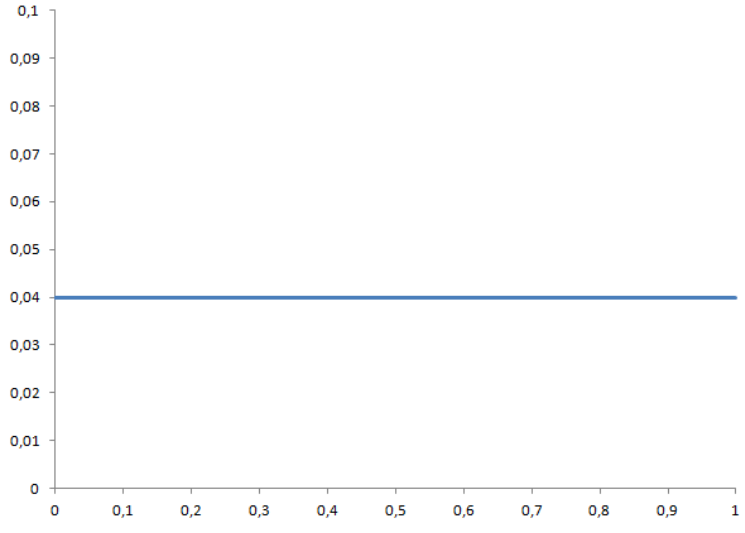

Рис. 14

(Вариант II, при t=100000)

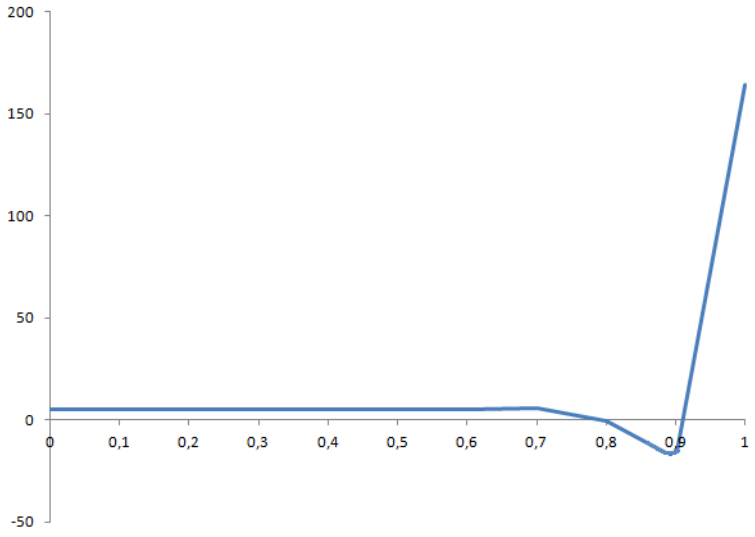

Рис. 15

(Вариант III, при t=0)

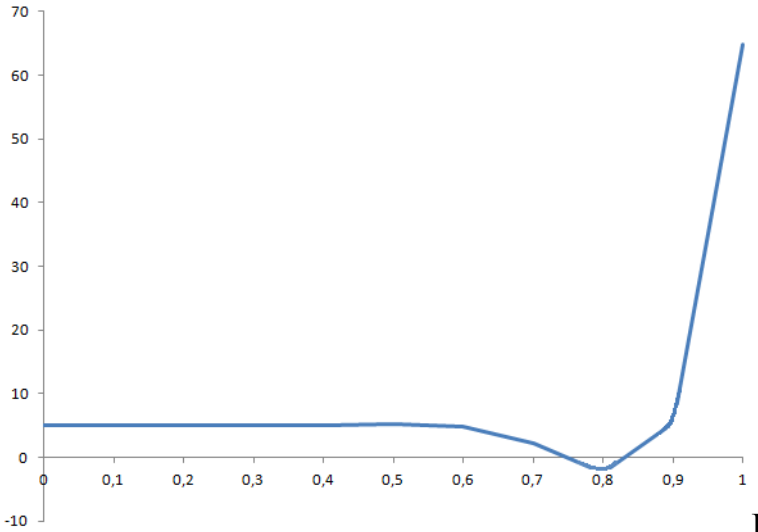

Рис. 16

(Вариант III, при t=50)

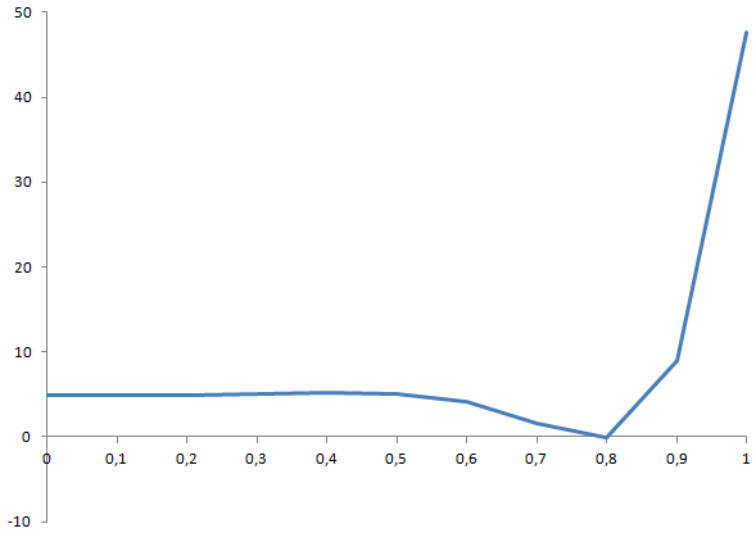

Рис. 17

(Вариант III, при t=100)

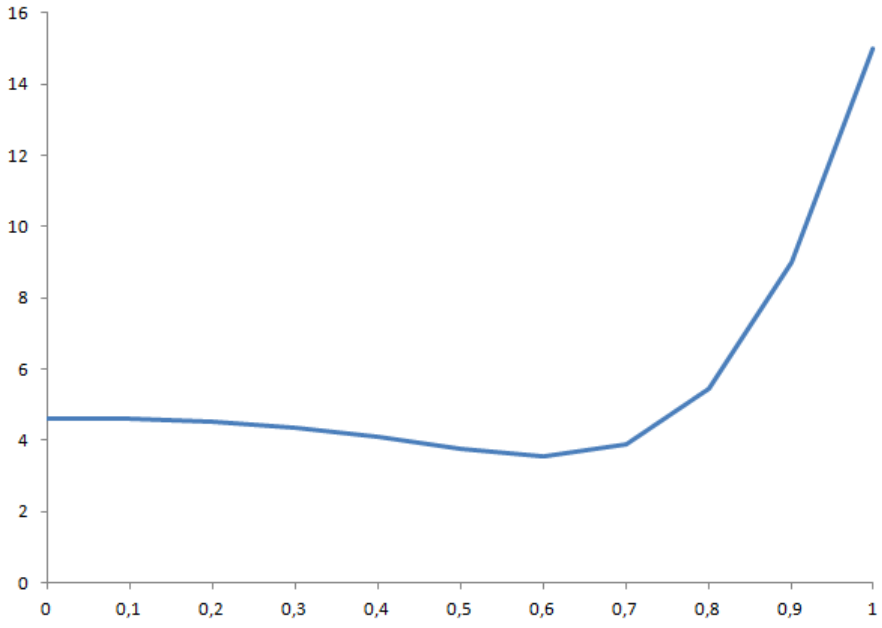

Рис. 18

(Вариант III, при t=1000)

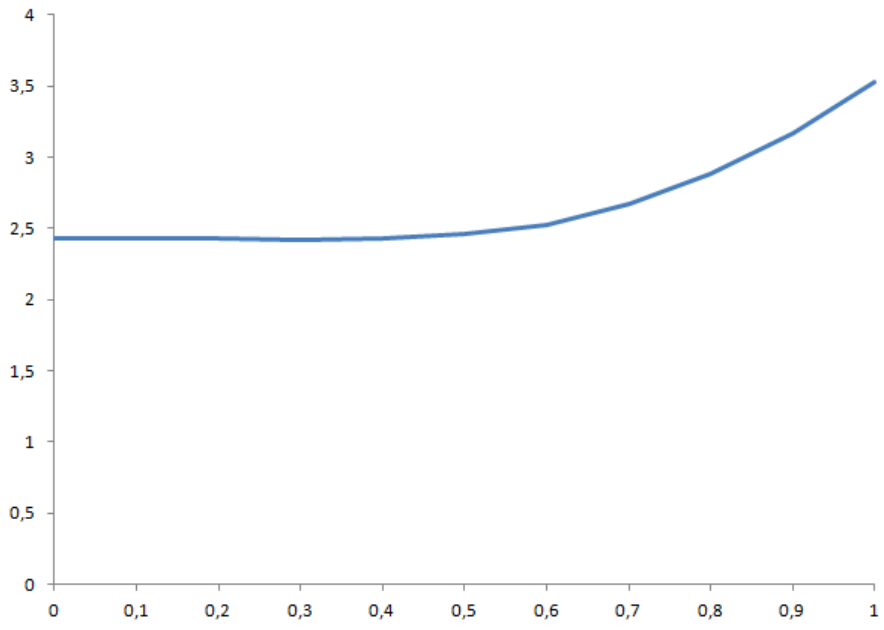

Рис. 19

(Вариант III, при t=10000)

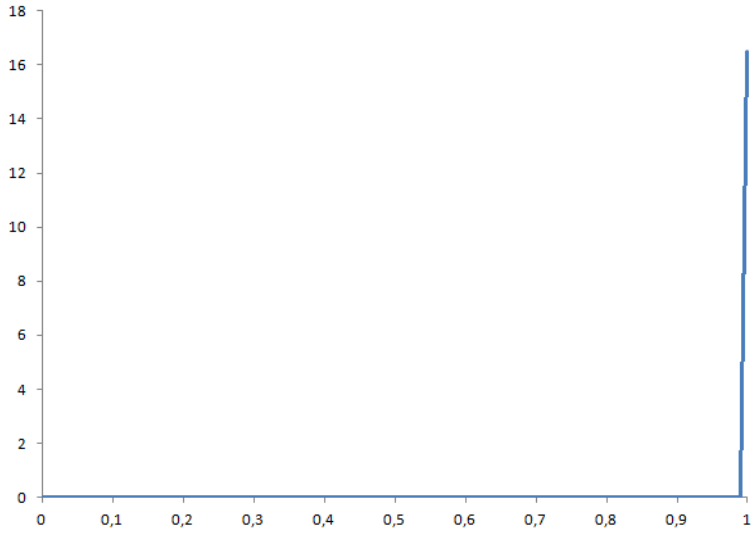

Рис. 20

(Вариант IV, при t=0)

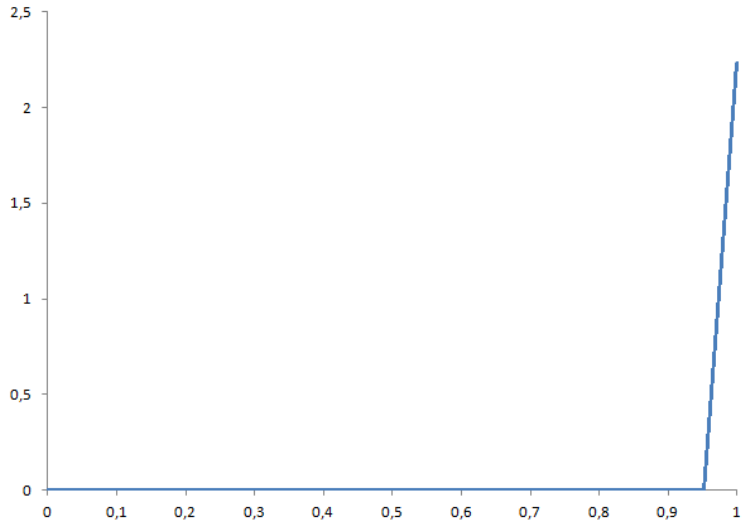

Рис. 21

(Вариант IV, при t=50)

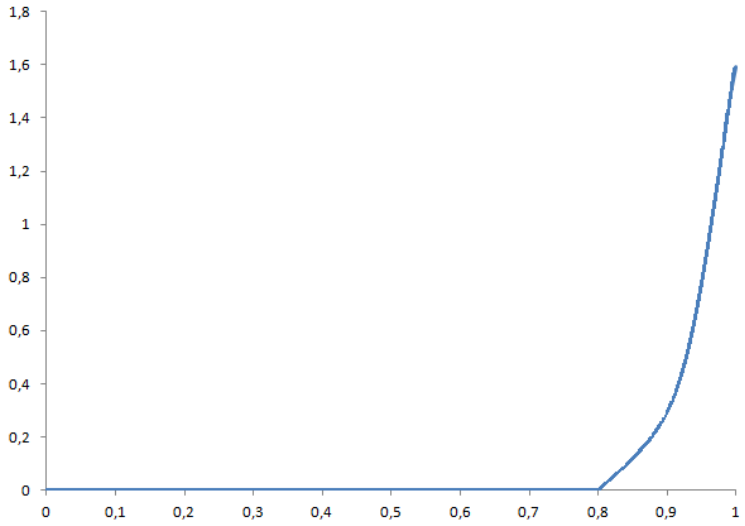

Рис. 22

(Вариант IV, при t=100)

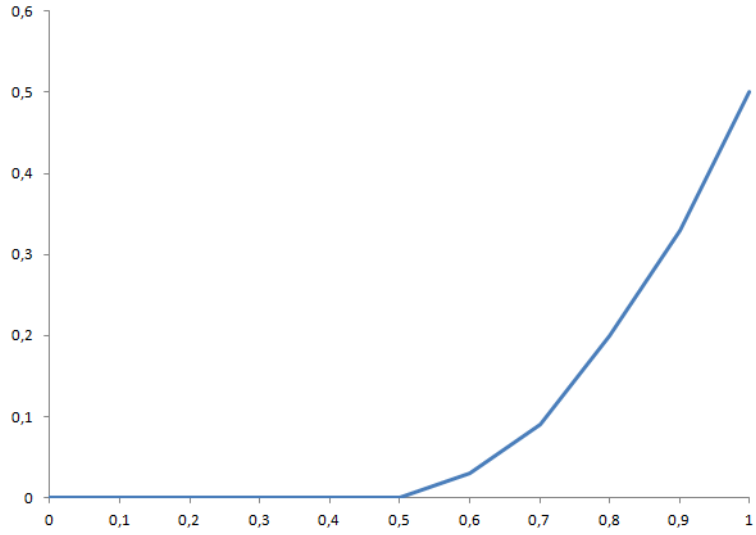

Рис. 23

(Вариант IV, при t=1000)

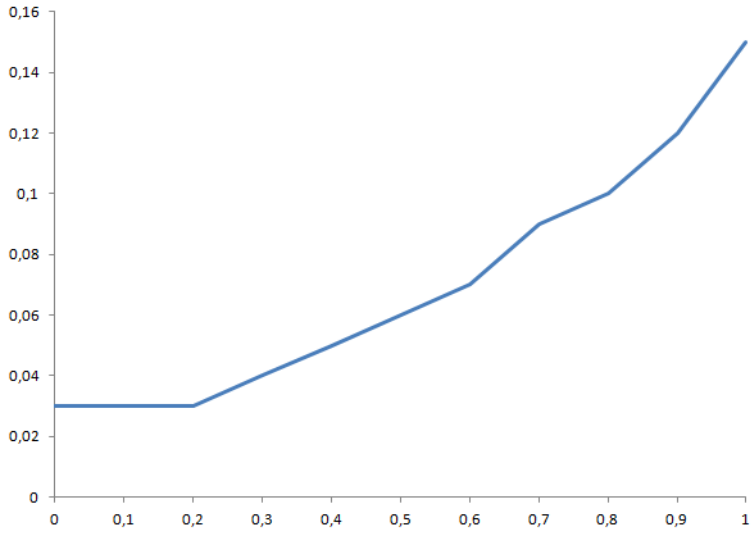

Рис. 24

(Вариант IV, при t=10000)

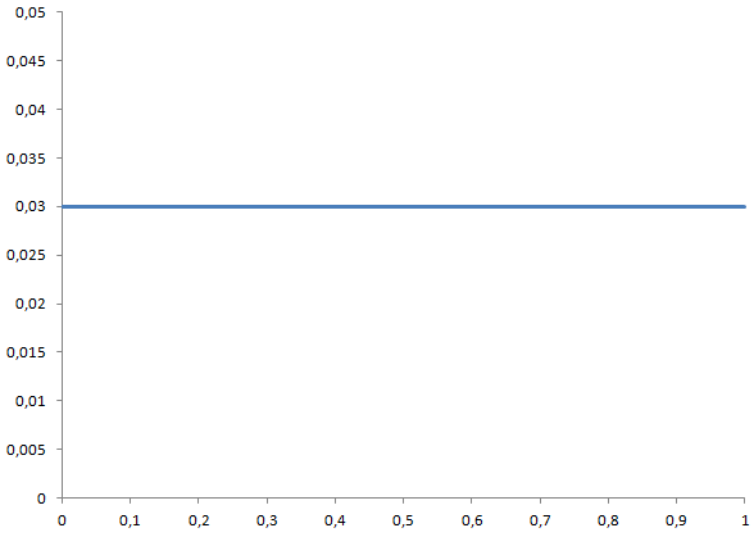

Рис. 25

(Вариант IV, при t=100000)

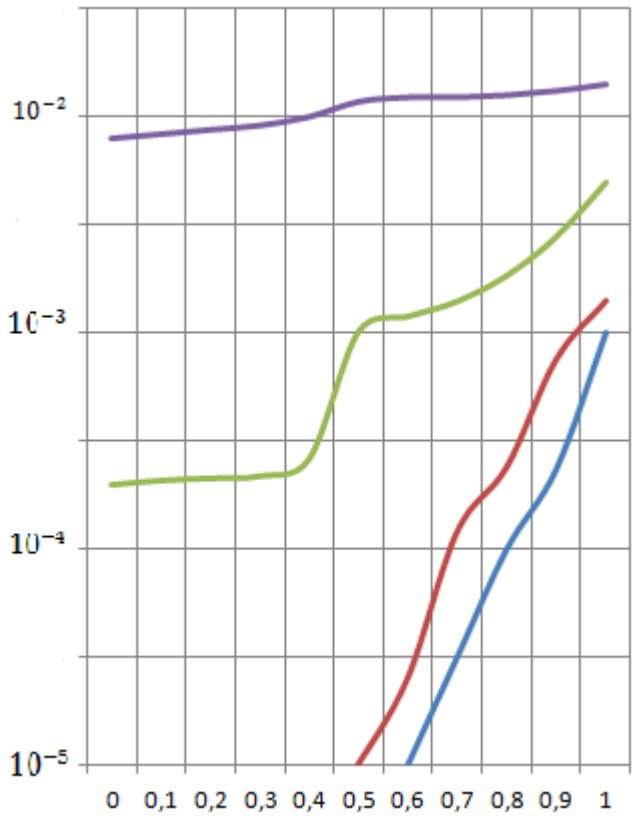
10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1

Рис. 26

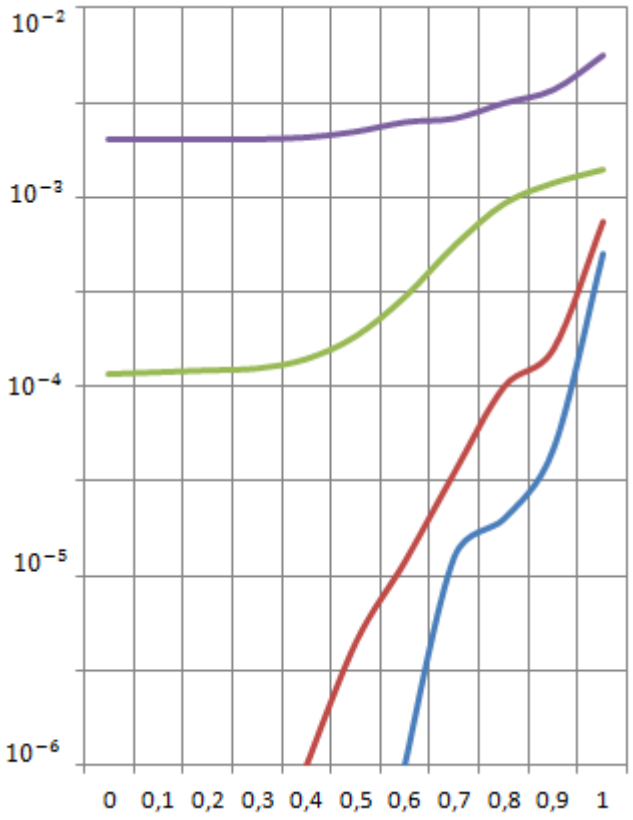
10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵
10⁻⁶
0 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1

Рис. 27

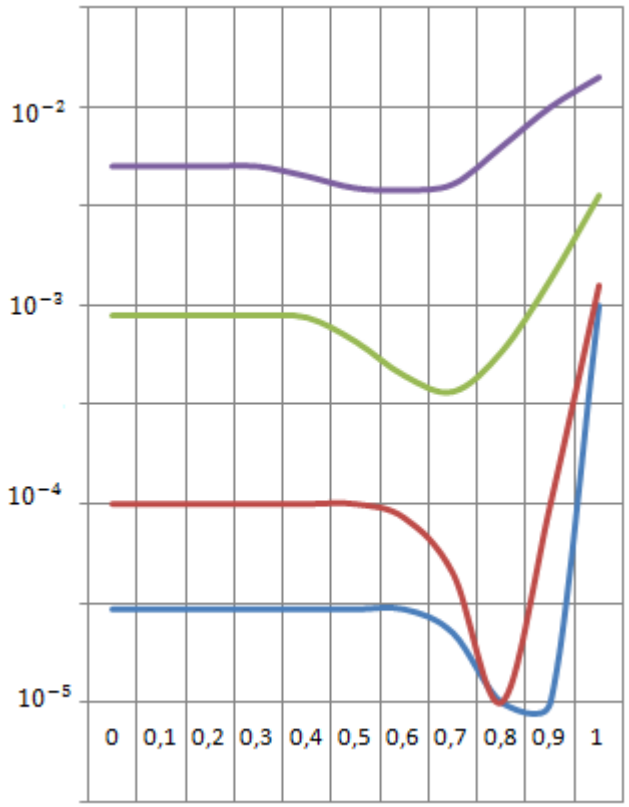
10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

Рис. 28

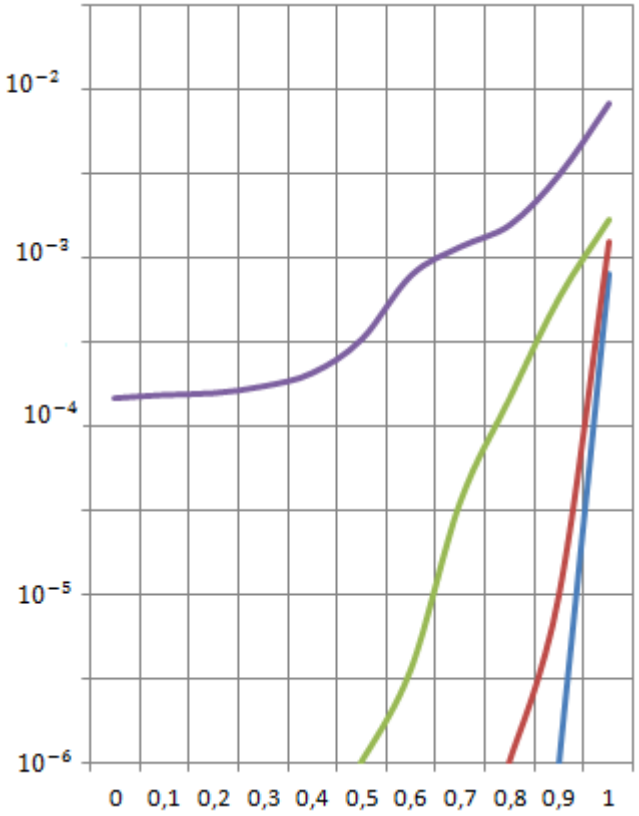
10⁻²
10⁻³
10⁻⁴
10⁻⁵
10⁻⁶
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

Рис. 29

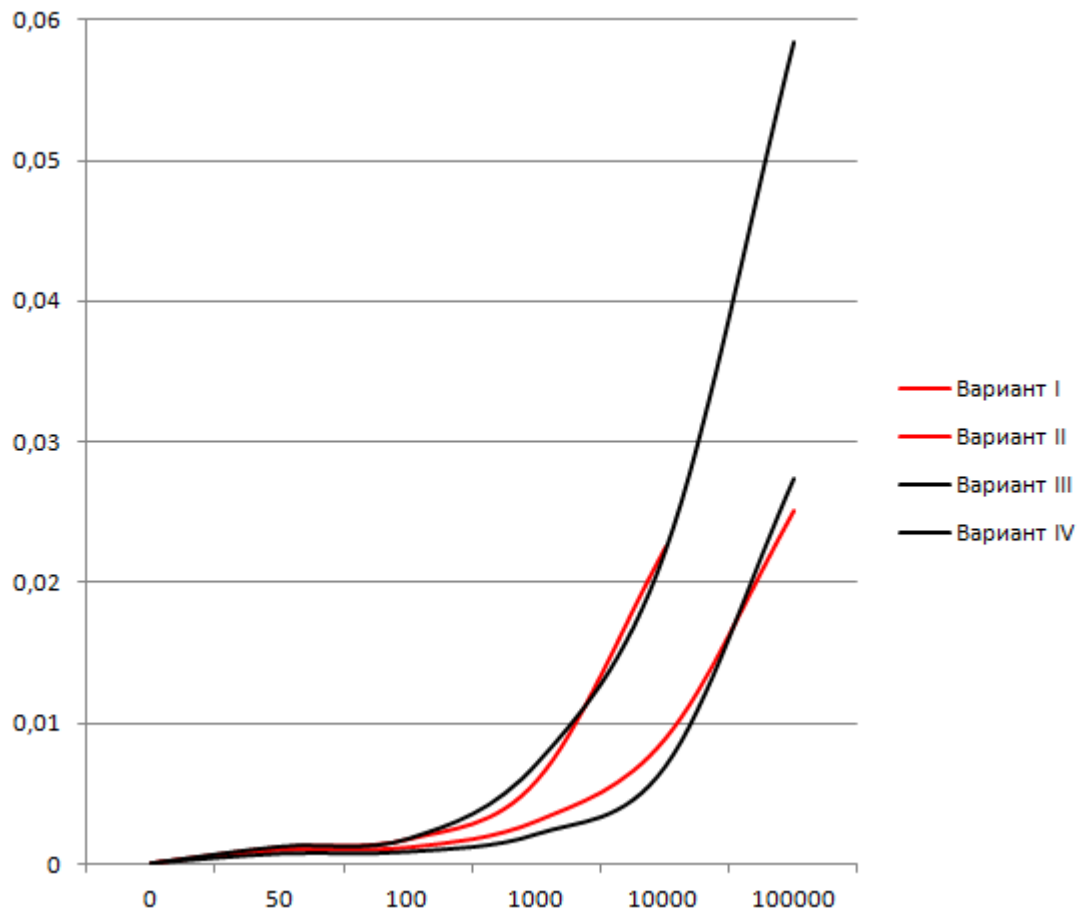
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
0
50
100
1000
10000
100000
Вариант I
Вариант II
Вариант III
Вариант IV

Рис. 30

Список литературы

1. Александров В.М., Галин Л.А., Пириев Н.Л. Плоская контактная задача при наличии износа для упругого слоя большой толщины. – Изв. АН СССР, МТТ, 1978, № 4, с. 60-67.

2. Александров В.М., Коваленко Е.В. Осесимметричная контактная задача для линейно-деформируемого основания общего типа при наличии износа. – Изв. АН СССР, МТТ, 1978, № 5, с. 58-66.

3. Александров В.М., Коваленко Е.В. Плоские контактные задачи теории упругости для неклассических областей при наличии износа. –«Ж. прикл. мех. и техн. физ.», 1980, № 3, с. 163-172.

4. Александров В.М., Ромалис Б. Л. Контактные задачи в машиностроении. М.: Машиностроение, 1986. - 176 с.

5. Артюхин Ю.П. Одномерные контактные задачи теории оболочек. – Изв. АН СССР, МТТ, 1981, №3, с. 55-65.

6. Биргер И.А. Упругий контакт стержней. – Расчеты на прочность: Сб. статей, М.: Машиностроение, 1969, №14, с. 127-136.

7. Биргер И.А. Контактные задачи теории стержней, пластинок и оболочек. – Тр. IX Всес. конф. по теории оболочек, Л.; Судостроение, 1975, с. 23-25.

8. Блох М.В. Одномерный односторонний контакт стержней, пластин и оболочек. – Тр. IX Всес. конф. по теории оболочек, Л.; Судостроение, 1975, с. 25-28.

9. Блох М.В. К выбору модели в задачах о контакте тонкостенных тел. – Прикл. механика, т. 13, 1977, вып. 5, с. 34-42.

10. Блох М.В., Цукров С.Я. О влиянии изменения толщины стенки на осесимметричный контакт тонких цилиндрических оболочек. – Прикл. механика, т. 10, 1974, вып. 4, с. 31-37.

11. Василенко А.Т., Емельянов И.Г., Кузнецов В.Ю. Определение напряженного состояния слоистых оболочек вращения с неидеальным контактом слоев. Прикладная механика 2001. Т.37, № 5. С. 107-113.

12. Галин Л.А. О давлении твердого тела на пластинку. – ПММ, т.2, 1948, №3, с. 345-348.

13. Галин Л.А. Некоторые контактные задачи с учетом трения и износа. – Тез. докл. Всес. научн. конф. по теории трения, износа и смазки. Ч. 3, Ташкент, 1975, с. 12.

14. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости при наличии износа. – ПММ, т. 40, 1976, вып. 6, с 981-986.

15. Галин Л.А., Горячева И.Г. Осесиметричня контактная задача теории упругости при наличии износа. – ПММ, т. 41, 1977, вып. 5, с. 807-812.

16. Горячева И.Г. Контактная задача при наличии износа для кольца, вложенного в цилиндр. – ПММ, т. 44, 1980, №2, с. 363-367.

17. Горячева И.Г. Об одном методе решения контактной задачи теории упругости при наличии износа. – В кн.: Актуальные проблемы механики деформируемых сред. Днепропетровск: Изд-во Днепропетровск. ун-та, 1979, 79-83.

18. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. — М.: Наука, 2001. — 478 с.

19. И.Г.Горячева, М.Н.Добычин. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988, 254с.

20. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Цилиндрический изгиб пластины жестким штампами. – ПММ, т. 39, 1975, вып. 5, с. 876-883.

21. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф. Роль истории нагружения в механике контактного взаимодействия при учете сил трения в зоне контакта. Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. №4, С. 16-25.

22. Детинко Ф.М., Фастовский В.М. Посадка короткой втулки на цилиндрическую оболочку. – Вестн. машиностроения, 1967, №7, с. 42-45.

23. Детинко Ф.М., Фастовский В.М. Контактная задача о посадке двух цилиндрических оболочек различной длины. – Изв. АН СССР, МТТ, 1974, №3, с. 118-121.

24. Детинко Ф.М., Фастовский В.М. О посадке бандажа на цилиндрическую оболочку. – Прикл. механика, т. 2, 1975, вып. 2, с. 124-126.

25. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. -510 с.

26. Иосилевич Г.Б. Упругий контакт пластин. – Тр. Уфимского авиац. ин-та, 1971, вып. 31, с. 84-88.

27. Карасев С.Н., Артюхин Ю.П. Влияние поперечного сдвига и обжатия на распределение контактных напряжений. – Исследования по теории пластин и оболочек: Сб. статей. Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1976, вып. 12, с. 68-76.

28. Коровчинский М.В. Локальный контакт упругих тел при изнашивании их поверхностей. – Контактное взаимодействие твёрдых тел расчет сил трения и износа: Сб. статей. М.: Наука, 1971, с. 130-140.

29. Кохманюк С.С., Янютин Е.Г., Романенко Л.Г. Нестационарное взаимодействие двух цилиндрических коаксиальных оболочек. – Проблемы машиностроения: Респ. межвед. сб., Киев: Наук. думка, 1976, вып. 3, с. 50-55.

30. Кохманюк С.С., Янютин Е.Г., Романенко Л.Г. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. Киев: Наук. думка, 1980, 232 с.

31. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Камбалов В.С. Основы расчётов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977, 526 с.

32. Моссаковский В.И., Гудрамович В.С. Контактные задачи теории оболочек. – Контактная прочность пространственных конструкций: Сб. статей, Киев: Наук. думка, 1976, с. 3-40.

33. Нерубайло Б.В Локальные задачи прочности цилиндрических оболочек. М.: Машиностроение, 1983. - 248 с.

34. Пелех Б.Л., Мамчур И.Л. Об одной контактной задаче для трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки конечной длины. – Прикл. механика, т. 9, 1973, вып. 6, с. 41-46.

35. Пелех Б.Л., Сысак Р.Д. К вопросу о горячей посадке бандажа на цилиндрическую оболочку. – Физ. – хим. механика материалов, 1971, т.7, № 4, с. 94-96.

36. Пелех Б.Л., Швабюк В.И. Об одном обобщении теории упругих трансверсально-изотропных плит рименительно к некоторым контактным задачам. – Сопротивление материалов и теория сооружений: Респ. межвед. научно-техн. сб. 1975, вып. 26, с. 40-48.

37. Попов Г.Я. О контактных задачах для оболочек и пластин. – Тр. 10 конф. по теории оболочек и пластин. Кутаиси, 1975, т. 1, Тбилиси: Мецниереба, 1975, с. 244-250.

38. Попов Г.Я., Толкачев В.М. Проблема контакта жестких тел с тонкостенными элементами. – Изв. АН СССР, МТТ, 1980, №4, с. 192-206.

39. Проников А.С. Износ и долговечность станков. М.: Машгиз, 1957, 275 с.

40. Тимошенко С.П. Прикладная теория упругости. Л.: Гостехиздат, 1930, 392 с.

41. Титарев В.Г., Янютин Е.Г. Контактное деформирование двух бесконечно длинных цилиндрических оболочек при нестационарном нагружении. – Динамика и прочность машин: Респ. межвед. сб. Харьков, 1978, вып. 27, с. 70-76.

42. Филиппов А.П., Кохманюк С.С., Янютин Е.Г. Деформирование элементов конструкций под действием ударных и импульсных нагрузок. Киев: Наук. думка, 1978, 184 с.

43. Хрущев М.М., Бабичев М.А. Абразивное изнашивание. М.: Наука, 1970, 251 с.

44. Цеснек Л.С. Механика и микрофизика истирания поверхностей. М.: Машиностроение, 1979, 264 с.

45. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.: Гостехиздат, 1949, 270 с.

46. Cost T.L. Approximate Laplace Transform Inversions in viscoelastic Stress Analysis. – AIAA Journal, 1964, v.2, N 12, p. 2157-2166.

47. Girkmann K. Formänderung eines kreisförmigen auf eben Unterlage aufruhenden Bahälterbodens durch Flüssigkeitdruck. Stahlbau, 1931, Bd.4, H.18.

48. Goryacheva I.G. Development of Galin’s Research in Contact Mechanics. In L.A.Galin and G.M.L.Gladwell (Ed) Contact Problems, Springer, 2008, pp.207-237

49. Hoffman R. Uber ein nichtlineares Problem der Plattenstatic, ZAMM, 1938, Bd. 18, H.4.