УДК 519.63:532.526.5:532.517.[6+4]

Болдырев С.В., ассистент, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»,

Болдырев А.В., кандидат технических наук, доцент, Набережночелнинский институт ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»,

Харчук С.И., кандидат физико-математический наук, доцент, заведующий кафедрой, ФГБОУ ВПО «Казанский государственный энергетический университет»

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ НА ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТА ДЛИНЫ РЕЦИРКУЛЯЦИОННОЙ ОБЛАСТИ В ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ

Аннотация: В работе проведено численное моделирование осесимметричного пульсирующего отрывного турбулентного течения сжимаемого газа в канале за диафрагмой. Применена квадратичная высокорейнольдсовая k-є модель турбулентности. Исследовано влияние размеров основных и пристеночных ячеек расчетной сетки на результаты моделирования (коэффициенты поверхностного трения и давления, длина отрывной зоны, турбулентные характеристики).

Ключевые слова: размер ячейки, численное моделирование, длина рециркуляционной зоны, пульсирующее течение, отрывное течение, турбулентное течение.

Эффективность и надежность работы устройств, основным условием действия которых является движение жидкости, газа или плазмы [1, 2] во многом определяется структурой и параметрами течения, которые, в свою очередь, зависят от совместного воздействия различных возмущающих факторов (локальных областей высоких или низких давлений и/или температур, кривизны каналов, отрыва пограничного слоя, периодических пульсаций расхода и т.п.). Исследование подобных сложных течений с помощью численных методов представляет проблему, связанную с необходимостью составления адекватной математической модели, построения расчетной сетки требуемого качества, обеспечения сеточной независимости решения и др.

Так, например, в работе [3], посвященной изучению пульсирующего отрывного турбулентного течения в канале за обратным уступом, показано, что

применение в расчетах полуэмпирических моделей турбулентности, основанных на подходе Рейнольдса, обеспечивает нахождение критической частоты наложенных пульсаций, при которой в экспериментах [4] замечено максимальное сокращение протяженности отрывной области. Однако в ходе сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными обнаружено, что значения длины рециркуляционной зоны получаются завышенными, что, по мнению авторов, говорит о слабой чувствительности рассмотренных моделей к наложенным колебаниям.

В настоящей работе исследовано влияние параметров расчетной сетки и решателя на результаты численного моделирования отрывного пульсирующего турбулентного течения вязкого сжимаемого газа (воздуха) за диафрагмой с диаметром отверстия d = 40 мм, расположенной на входе в трубу диаметром D = 64 мм и длиной L = 468 мм. Размеры расчетной области, режимные параметры течения и экспериментальные данные по характеристикам потока взяты из диссертации [5]. Расчеты выполнены с применением лицензионного программного продукта STAR-CCM+ v8.02.011 [6].

В статье [7] математическая модель осесимметричного отрывного пульсирующего турбулентного течения представлена дифференциальными уравнениями переноса массы, импульса и энергии [8], осредненными по Рейнольдсу, уравнением Клапейрона, дифференциальными уравнениями квадратичной высокорейнольдсовой *k*-*є* модели турбулентности [9] со стандартными пристеночными функциями (записаны в тензорной форме):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \cdot V_j)}{\partial x_j} = 0, \qquad (1)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho \cdot V_j \cdot \frac{\partial V_i}{\partial x_j} = \frac{\partial P_{ji}}{\partial x_j}$$
(2)

$$\rho \cdot \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \cdot V_j \cdot \frac{\partial E}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mathbf{P}_{ji} \cdot V_i \right); \tag{3}$$

$$\rho = \frac{p_{ATM} + p}{R \cdot T};\tag{4}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \cdot V_j \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - \rho \cdot \varepsilon - \rho \cdot \Psi_M , \qquad (5)$$

$$\rho \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \cdot V_j \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{C_T} \cdot \left(C_{\varepsilon 1} \cdot G_k - C_{\varepsilon 2} \cdot \rho \cdot \varepsilon \right), \quad (6)$$

- где *i*, *j* индексы, принимающие значения 1, 2, 3;
- ρ плотность газа, кг/м³;
- *t* время, с;
- V вектор скорости движения жидкости, м/с;
- х координата, м;
- Р тензор напряжений, Па;
- Е полная энергия газа, Дж/кг;
- q вектор плотности теплового потока, $\mathrm{Bt/m^2}$;
- *р*_{*ATM*} атмосферное давление, Па;
- р избыточное давление, Па;
- *R* газовая постоянная, Дж/(кг·К);
- Т абсолютная температура газа, К;
- *k* кинетическая турбулентная энергия, Дж/кг;
- μ молекулярная динамическая вязкость газа, Па·с;
- μ_t турбулентная динамическая вязкость газа, Па·с;

 σ_k , σ_{ε} , C_T , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ – константы модели турбулентности;

- G_k компонент, учитывающий генерацию энергии k, Дж/(м³·с);
- *є* скорость диссипации кинетической турбулентной энергии, Вт/кг;

Ψ_{*M*} – компонент, учитывающий влияние сжимаемости среды на пульсации скорости движения жидкости, Вт/кг.

В соответствие с выводами, сделанными в работах [7, 10], выбраны следующие граничные условия: на входе в расчетную область – постоянное статическое давление, на выходе области – средний по времени массовый расход воздуха, на оси канала – ось симметрии, на стенках – условия

«непроскальзывания» и «непроницаемости». В качестве турбулентных параметров на границах заданы интенсивность турбулентности и относительная турбулентная вязкость. Создание пульсирующих режимов течения в численных экспериментах обеспечено за счет периодического изменения площади выходного отверстия в канале по времени путем использования деформирующихся расчетных сеток [6].

Для исследования влияния размеров основных и пристеночных ячеек квадратной формы на результаты расчетов реализованы 4 варианта расчетных сеток (таблица 1). Причем, сгущение сетки вблизи стенок выполнено в соответствие с условием применения стандартных пристеночных функций $y^+ \ge 30$ [6, 8].

Таблица 1

Параметр	сетка	сетка	сетка	сетка
	№ 1	№2	Nº3	Nº4
Количество ячеек	11906	42234	42324	160959
Размер пристеночных ячеек, мм	1,2	1,2	0,7	1,2
Размер основных ячеек, мм	1,2	0,8	0,8	0,5

Параметры используемых в расчетах сеток

Моделирование осуществлено для диапазона частот наложенных пульсаций f = 0 - 377 Гц при относительной амплитуде колебаний площади выходного поперечного сечения канала 0,7 и при среднем объемном расходе воздуха 191,89 м³/ч. В качестве начального приближения в каждом случае использовано решение квазистационарной задачи. Расчеты проведены при шаге по времени 10⁻⁴ с [7]. Критерием сходимости на каждом временном шаге выбрана стабилизация уровня среднеквадратичных невязок по всем уравнениям математической модели.

При анализе представленных ниже результатов численного моделирования применены следующие безразмерные характеристики:

1) осредненные за период колебаний расхода коэффициенты поверхностного трения C_f и давления C_P (нормированы с помощью среднего по времени и по сечению канала динамического давления);



Рис. 1. Распределение коэффициентов поверхностного трения и давления вдоль стенки канала за диафрагмой при частоте наложенных пульсаций f = 0 Гц для

сеток №1, №2, №3, №4



Рис. 2. Распределение коэффициентов поверхностного трения и давления вдоль стенки канала за диафрагмой при частоте наложенных пульсаций f = 230 Гц для

сеток №1, №2, №3

2) безразмерная продольная координата x/h и относительная длина отрывной области x_R/h , определенная по нулевому значению коэффициента поверхностного трения [5];

3) число Струхаля Sh, вычисленное по средней по времени среднерасходной скорости воздуха и по высоте выступа h = 0,5 (D – d), образуемого стенками диафрагмы;

4) относительная амплитуда пульсаций скорости A_U/U и безразмерная турбулентная кинетическая энергия $k^{0,5}/U$ (здесь U – значение локальной скорости движения газа).



Рис. 3. Зависимости относительной длины отрывной области от числа Струхаля (слева) и относительной амплитуды пульсаций скорости на оси канала вблизи диафрагмы от частоты наложенных пульсаций (справа) для сеток №1 и №2



Рис. 4. Расчетные распределения безразмерной кинетической турбулентной энергии вдоль оси канала при различных частотах наложенных пульсаций

(слева – сетка №1, справа – сетка №2)

Как следует из распределения коэффициентов поверхностного трения и давления вдоль стенки канала при квазистационарном режиме течения (рис. 1), достигнуто хорошее качественное и количественное соответствие экспериментальным данным [5]. Влияние уменьшения размера ячеек на решение ограничено для коэффициента трения областью рециркуляции, а для коэффициента давления – зоной $x/h = 3 \div 10$. Причем, измельчение основных ячеек снижало погрешность расчета, в то время как сгущение сетки вблизи

стенки увеличивало ее. В остальных областях течения заметного отклонения решения обнаружено не было.

Примечательно, что при расчетах пульсирующих режимов течения уменьшение размеров и основных, и пристеночных ячеек приводило к существенному отклонению исходных значений коэффициентов трения и давления, а также к увеличению длины отрывной области до значений, близких к полученным при решении квазистационарной задачи (рис. 2).

На графике зависимости протяженности зоны рециркуляции от числа Струхаля (рис. 3, слева) выявлено, что при измельчении основных ячеек сетки в диапазоне малых и средних частот наложенных пульсаций увеличивается относительная длина $x_{\rm R}/h$ и происходит уменьшение критических чисел Sh, соответствующих экстремумам функции.

Обнаружено, что уменьшение размера основных ячеек оказывает слабое влияние на значения относительной амплитуды пульсаций скорости на оси канала вблизи диафрагмы во всем исследуемом диапазоне частот (рис. 3, справа). Причем, минимальное отклонение результатов расчета от экспериментальных данных достигнуто при f = 93, 139, 377 Гц, в то время как на остальных режимах расчетные значения оказались завышены.

Замечено, что сгущение основных ячеек сетки вызывает небольшое увеличение безразмерной кинетической турбулентной энергии при частотах $f \ge 93$ Гц на участке $x/h = 7 \div 22$ и некоторое смещение по направлению к диафрагме координат x/h, соответствующих максимумам энергии пульсаций, для частот f = 139, 320, 377 Гц (рис. 4).

В статье [7] был сделан вывод о целесообразности модификации квадратичной высокорейнольдсовой *k*-*є* модели турбулентности для надежного прогнозирования характеристик отрывных пульсирующих турбулентных течений в каналах. Как следует из полученных в настоящей работе результатов, при проведении исследований, направленных на выполнение такой задачи, необходимо тщательно проверять достижение сеточной независимости решения для каждого пульсирующего режима.

Литература

1. Israphilov, I.H. Numerical analysis of temperature distribution in bottom electrode of DC arc furnace in process / I.H. Israphilov, D.I. Israphilov, D.A. Bashmakov, A.T. Galiakbarov, A.D. Samigullin // Contemporary Engineering Sciences. – 2014. Vol. 7, No. 26. – P. 1483-1491.

2. Israphilov, I.H. The Mathematical Description of the Thermal Combined Laser and Plasma Impact on a Material / I.H. Israphilov, D.A. Bashmakov, A.T. Galiakbarov, P.A. Mandrik // Contemporary Engineering Sciences. – 2014. Vol. 7, No. 12. – P. 569-576.

3. Šarić, S. A periodically perturbed backward-facing step flow by means of LES, DES and T-RANS: An example of flow separation control / S. Šarić, S. Jakirlić, C. Tropea // Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME. – 2005. Vol. 127, No. 5. – P. 879-887.

4. Yoshioka, S. Organized vortex motion in periodically perturbed turbulent separated flow over a backward-facing step / S. Yoshioka, S. Obi, S. Masuda // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2001. Vol. 22, No. 3. – P. 301-307.

5. Давлетшин И.А. Гидродинамические и тепловые процессы в пульсирующих турбулентных потоках: дис. докт. техн. наук. – Казань, 2009. – 298 с.

6. User Guide STAR-CCM+ Version 8.02.011. – CD-adapco, 2013.

7. Болдырев, С.В. Влияние граничных условий и параметров решателя на результаты численного моделирования пульсирующего отрывного турбулентного течения / С.В. Болдырев, А.В. Болдырев // Сборник докл. Итоговой науч. конф. проф.-препод. состава Набережночелнинского института КФУ (Набережные Челны, 5 февр. 2014 г.). В 3-х ч. Часть 1. – Набережные Челны: Издательско-полиграфический центр Набережночелнинского института К(П)ФУ, 2014. – С. 409-414.

8. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений: учебное пособие / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб.: Балтийский государственный технический университет, 2001. – 108 с.

9. Lien F.S. Low-Reynolds number eddy-viscosity modeling based on nonlinear stress-strain/vorticity relations / F.S. Lien, W.L. Chen, M.A. Leschziner // Proc. 3rd Symp. On Engineering Turbulence Modelling and Measurements (27-29 May 1996, Crete, Greece).

10. Болдырев, С.В. Обеспечение независимости численного расчета отрывного течения от размеров входной добавленной области / А.В. Болдырев, С.В. Болдырев, В.Л. Мулюкин, С.И. Харчук, С.С. Харчук // Научнотехнический вестник Поволжья. – 2011. – №6. – С. 22-25.

Boldyrev A.V., candidate of technical Sciences, assistant professor, Naberezhnye Chelny Institute of Kazan (Volga region) Federal University,

Kharchuk S.I., candidate of physical and mathematical Sciences, assistant professor, head of department, Kazan State Power Engineering University

INFLUENCE OF GRID CELLS SIZE ON ACCURACY OF RECIRCULATION ZONE LENGTH CALCULATION IN PULSATED TURBULENT FLOW

Abstract: In this article numerical simulation of axisymmetric pulsated separated turbulent flow of compressible gas in channel behind diaphragm was carried out. Quadratic High-Reynolds number k- ε turbulence model was applied. Influence of base and near-wall grid cells size on simulation results (such as skin-friction and pressure coefficients, reattachment length, turbulent characteristics) was researched.

Key words: cell size, numerical simulation, reattachment length, pulsated flow, separated flow, turbulent flow.

Boldyrev S.V., assistant, Naberezhnye Chelny Institute of Kazan (Volga region) Federal University,