

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГАОУВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

Д.К. Нургалиев

« 30 »



2015 г.

**Программа вступительного экзамена на обучение в аспирантуре
по специальной дисциплине соответствующей направленности**

направление подготовки 01.06.01 – Математика и механика

научная направленность

01.01.07 – Вычислительная математика

Казань 2015

1. Вопросы программы кандидатского экзамена по специальности

01.01.07 - Вычислительная математика

(шифр)

(наименование)

Математический анализ

1. Теорема Вейерштрасса о существовании предела у монотонной ограниченной последовательности.
2. Теорема Вейерштрасса о достижимости точных граней непрерывной на отрезке функции.
3. Теорема Больцано-Коши о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.
4. Теорема о среднем Коши (формула Коши).
5. Определение равномерно непрерывной функции. Теорема Кантора.
6. Правило Лопиталя.
7. Определение интеграла Римана от функции на отрезке. Необходимое условие интегрируемости.
8. Теорема о существовании интеграла от непрерывной на отрезке функции.
9. Теорема о среднем значении для определенного интеграла.
10. Определение числового ряда. Критерий Коши сходимости ряда.
11. Признак сравнения для рядов с неотрицательными членами.
12. Признак Даламбера сходимости числового ряда.
13. Радикальный признак Коши сходимости числового ряда.
14. Ряд Лейбница.
15. Производная по направлению.
16. Определение равномерной сходимости последовательности функций. Критерий равномерной сходимости.
17. Теорема о пределе равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций.
18. Определение степенного ряда. Первая теорема Абеля.
19. Определение несобственных интегралов. Критерий Коши сходимости интегралов.
20. Признак сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.
21. Определение равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра.
- Признак Вейерштрасса.
22. Область определения бета и гамма функций Эйлера.

Алгебра и геометрия

1. Совместность систем линейных уравнений.
2. Связь общего решения неоднородной системы с общим решением приведенной системы.
3. Теорема Крамера.
4. Линейная зависимость систем n -мерных строк (столбцов).
5. Число n -мерных строк (столбцов) в эквивалентных системах.
6. Конечномерное векторное пространство, база и размерность, матрица перехода от одной базы к другой.
7. Линейные операторы, матрица линейного оператора в данной базе, связь между матрицами линейного оператора в разных базах.
8. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора в разных базах.
9. Евклидово пространство, ортонормированные базы, ортогональность матрицы перехода от одной ортонормированной базы к другой.
10. Ортогональные и симметрические операторы, их матрицы в ортонормированной базе, лемма о характеристических корнях вещественной симметрической матрицы.

Информатика

1. Основные понятия процедурного программирования.
2. Пользовательские процедуры как аппарат технологии программирования.
3. Типы данных и их классификация (на примере языка Паскаль).
4. Алгоритмы вычисления логических формул.
5. Алгоритмы поиска в последовательностях.
6. Однопроходные алгоритмы объединения (слияния), пересечения и разности массивов.
7. Алгоритмы сортировки массивов.
8. Реализация операторов и типов данных средствами низкого уровня.
9. Списки, стеки, очереди и их применение.
10. Алгоритм полного перебора на примере задачи о перечислении всех правильных раскрасок графа.
11. Алгоритм перебора с возвратом на примере задачи о перечислении всех правильных раскрасок графа.
12. Обход дерева "в глубину" (с использованием стека) и "в ширину" (с использованием очереди).
13. Алгоритмы обработки арифметических выражений.
14. Определение и реализация основных операций обработки текстов.
15. Нахождение текста результата операции по тексту ее аргументов на примере двух способов вычисления суммы натуральных чисел.

Дифференциальные уравнения

1. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
3. Особые решения дифференциальных уравнений.
4. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения.
5. Метод вариации произвольных постоянных.
6. Краевые задачи. Метод функции Грина.
7. Линейные уравнения с частными производными 1-го порядка.

Дискретная математика

1. Функции алгебры логики. Реализация функций алгебры логики формулами. Канонические формы представления функций алгебры логики.
2. Полнота и замкнутость систем функций алгебры логики. Критерий функциональной полноты.
3. Проблема построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм и подходы к ее решению.
4. Схемы из функциональных элементов в базисе {И, ИЛИ, НЕ}. Задача построения схем из функциональных элементов и подходы к ее решению. Примеры.
5. Ограниченно-детерминированные (автоматные) функции. Способы задания ограниченно-детерминированных функций.
6. Вычислимые функции. Машины Тьюринга. Тезис Тьюринга-Черча.
7. Графы. Способы задания графов. Геометрическая реализация графов. Примеры задач из теории графов.
8. Коды. Проблематика теории кодирования. Алфавитное кодирование. Проблема однозначности кодирования. Префиксные коды.
9. Коды с минимальной избыточностью.
10. Помехоустойчивое кодирование. Коды Хемминга.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Эквивалентность аксиом конечной аддитивности и непрерывности аксиоме σ -аддитивности в определении вероятности на булевой алгебре событий.
2. Функция распределения вероятностей и ее свойства.
3. Независимость случайных величин; критерий их независимости.

4. Закон больших чисел Чебышева.
5. Центральная предельная теорема для сумм независимых одинаково распределенных случайных величин.
6. Понятие доверительной области. Доверительный интервал для среднего значения нормального распределения при неизвестной дисперсии.
7. Наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы при простой альтернативе: лемма Неймана-Пирсона.

Системное и прикладное программное обеспечение

1. Назначение, основные функции и структура операционных систем.
2. Назначение, основные функции и структура файловых систем.
3. Назначение и возможности текстовых и гипертекстовых редакторов.
4. Системы управления базами данных и принципы их работы на примере MS ACCESS.
5. Программные средства для работы в глобальной компьютерной сети INTERNET.

Базы данных и экспертные системы

1. Типы таблиц. Совместное использование таблиц.
2. Индексы, их построение, хранение и использование.
3. Выборки данных из таблиц. Оператор SELECT-SQL.
4. Операции над записями таблиц.

Языки программирования и методы трансляции

1. Языки, грамматики и их классификация. Примеры контекстно-свободных грамматик.
2. Трансляция арифметических выражений.
3. Классы. Свойства и методы, защита элементов классов. Создание и уничтожение объектов.
4. Управление динамической памятью.
5. Технология создания программ и комплексов. Визуальное программирование.
6. Препроцессор и его основные возможности.
7. Адреса, указатели, ссылки. Адресная арифметика.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными и приведение их к каноническому виду.
2. Вывод уравнения теплопроводности.
3. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
4. Решение первой краевой задачи для однородного уравнения колебаний струны методом разделения переменных.
5. Принцип максимума и теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности.
6. Принцип максимума для гармонических функций и следствия из него.
7. Теоремы единственности решения задачи Дирихле и задачи Неймана для уравнения Лапласа.

Методы оптимизации

1. Постановка задачи линейного программирования. Идея симплексного метода. Алгоритм симплексного метода.
2. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Метод дополнительных переменных и метод искусственных переменных.
3. Постановка задачи выпуклого программирования. Определение и примеры выпуклых множеств и

выпуклых функций. Выпуклость и замкнутость Лебегова множества выпуклой функции. Градиентное неравенство для выпуклых функций. Экстремальные свойства выпуклых функций (теорема о глобальном и локальном минимуме).

4. Методы безусловной минимизации выпуклых функций (метод наискорейшего спуска, метод покоординатного спуска, метод Ньютона).

5. Методы решения задачи выпуклого программирования (на выбор, например, метод условного градиента, метод проекции градиента, метод штрафных функций).

Теория игр и исследование операций

1. Многокритериальная оптимизация.

2. Матричные игры.

3. Кооперативные игры.

Численные методы

1. Алгебраическое интерполирование. Исследование существования и единственности интерполяционного полинома. Интерполяционный полином Лагранжа. Оценка остаточного члена.

2. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.

3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Применение метода Гаусса к вычислению определителя и обратной матрицы.

4. Итерационные методы решения систем линейных уравнений. Методы Якоби и Зейделя. Исследование сходимости в случае матриц с диагональным преобладанием.

5. Разностные схемы для уравнения Пуассона. Исследование устойчивости с помощью принципа максимума.

Основная литература

1. Володин И. Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике/ И.Н Володин. – Казань: КГУ, 2006. – 272с.

2. Ширяев А.Н. Вероятность – 1, 2/ А.Н.Ширяев. – Изд-во МЦНМО, 2007. – 968с.

3. Кобзарь, Александр Иванович. Прикладная математическая статистика: для инженеров и науч. работников / А.И. Кобзарь.—Москва: Физматлит, 2006.—813 с.

4. Симушкин С.В. Задачи по теории вероятностей / С.В.Симушкин, Л.Н. Пушкин – Казань: Казан. Ун-т. 2001. – 224с.

5. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи, методы, примеры. Москва: Физматлит, 2001 г.

6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П, Кобельков Г.М. Численные методы. Физматлит, 2005 г.

7. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. 4-е изд. М.: Физматлит, 2000.

8. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов, Казань: КГУ, 2004 г.

9. Карчевский М.М., Павлова М.Ф. Уравнения математической физики. Дополнительные главы. Казань: КГУ, 2008 г.

10. Карчевский М.М., Шагидуллин Р.Р. Математические модели механики сплошной среды.. Казань: КГУ, 2007 г.

11. Дополнительная литература

12. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. 6-е изд. М.: Изд-во МГУ, 1999.

13. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.

14. Треногин В.А. Функциональный анализ. М.: Наука, 1980.

15. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. 4-е изд. М.: Физматлит, 2000.

16. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977.

17. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: Наука,
 18. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.
 19. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
 20. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
 21. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. 2-е изд. М.: Наука, 1977.
 22. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
 23. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. М.: Изд-во МГУ, 1994
 24. Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. М.: Наука, 1981
 25. Sanjeev Arora, Boaz Barak. Computational Complexity: a modern approach. - 2009.
 26. Джон Хопкрофт, Раджив Монтвани, Джеффри Ульман. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений. 2-е издание.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 528с.
 27. Ingo Wegener. Branching Programs and Binary Decision Diagrams. Theory and Applications. – 2000.
 28. Ingo Wegener. Complexity Theory. - Springer-Verlag berlin Heidelberg. - 2005.
 29. Hromkovic, J. Introduction to Design Paradigms. - Series: Texts in Theoretical Computer Science. An EATCS Series. - 2005, XII, 284 p.
 30. Michael Sipser. Introduction to the Theory of Computation. 2nd ed.– 2006.
 31. Основы квантовых вычислений. Учебное пособие./ А.Ф. Гайнутдинова. – Казань: КГУ, 2009. – 100с.
-