224. ИЗМЕРЕНИЕ ВЯЗКОСТИ МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ

Введение

Метод Пуазейля основан на определение расхода жидкости или газа, протекающей через капилляр известных размеров, под действием заданного перепада давлений на краях капилляра.

Рассмотрим цилиндрическую трубку радиуса R и длины l. Пусть по ней течет жидкость, характеризуемая плотностью ρ и вязкостью η. Пусть также на концах трубки поддерживается постоянная разница давлений ΔP.

Мысленно выделим в жидкости коаксиальный трубке цилиндрический объем радиуса r и высоты l. Из-за перепада давлений на концах туки на него действует вешняя сила:

$$F^e = \pi r^2 \Delta P$$

Эта сила, в случае стационарного потока уравновешивается силой внутреннего трения, определяемой формулой Ньютона:

$$F_{\text{тр}} = -\eta S_{\text{бок}} \frac{dv}{dr} = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr} =$$

$$F^e = S_{\text{осн}} \Delta P = \pi r^2 \Delta P$$

Где $S_{\text{осн}}$ и $S_{\text{бок}}$ – площади основания и боковой поверхности выделенного объема жидкости. Отсюда приходим к дифференциальному уравнению:

$$dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} r dr$$

Если жидкость смачивает стенки трубки, можно считать, что вблизи них она неподвижна. Тогда предыдущее уравнение легко интегрируется:

$$\int_0^v dv = -\frac{\Delta P}{2\eta l} \int_R^r r dr$$

Т.е. на расстоянии r от оси трубки жидкость имеет скорость:

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta l}(R^2 - r^2) = v_0 - \frac{\Delta P}{4\eta l} r^2 \qquad (1)$$

Смысл v_0очевиден – это скорость на оси трубки.

Если выделить тонкий цилиндрический слой с внутренним радиусом r и внешним $(r+dr)$, можно считать, что вся жидкость в нем движется с указанной скоростью v. Тогда масса жидкости, протекающая через его поперечное сечение dS в единицу времени (расход):

$$dQ = \rho \cdot v dS = \rho \cdot \frac{\Delta P}{4\eta l}(R^2 - r^2)(2\pi r dr)$$

Расход через все сечение S трубки в этом случае равен:

$$Q = \frac{\pi \Delta P \rho}{2\eta l}\int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \frac{\Delta P \pi \rho R^4}{8\eta l} = \frac{v_0 \rho S}{2} \qquad (2)$$

Это равенство называется формулой Пуазейля, в честь английского экспериментатора, занимавшегося исследованием течения жидкости.

Пользуясь этой формулой, можно найти вязкость, пропуская жидкость через трубку длиной l и радиусом r. При этом необходимо измерить перепад давления ΔP на ее концах, а также объемный расход Q.

Однако, здесь существует одна тонкость. Необходимо быть уверенным, что на величину расхода заметно повлияла сила внутреннего трения. Проведем оценку оптимального размера трубки для вискозиметра. Найдем отношение кинетической энергии, ежесекундно переносимой потоком жидкости через поперечное сечение трубы K, к ежесекундно производимой работе сил внутреннего трения $A_{тр}$. Используя формулу (1) для скорости слоя, получим:

$$K = \int_0^m \frac{dmv^2}{2} = \int_0^R \frac{\rho v^2}{2} \cdot 2\pi r v dr = \frac{1}{4} Q v_0^2$$

$$A_{\text{тр}} = -A^e = -\int_0^R v \Delta P 2\pi r dr = -\frac{4\eta v_0 l}{\rho R^2}$$

$$\left|\frac{A_{\text{тр}}}{K}\right| = \frac{16\eta l}{\rho v_0 R^2} = \frac{8\pi\eta l}{Q} = \frac{16}{R_e} \cdot \frac{l}{R} = \frac{64\eta^2 l^2}{\rho \Delta P R^2} \qquad (3)$$

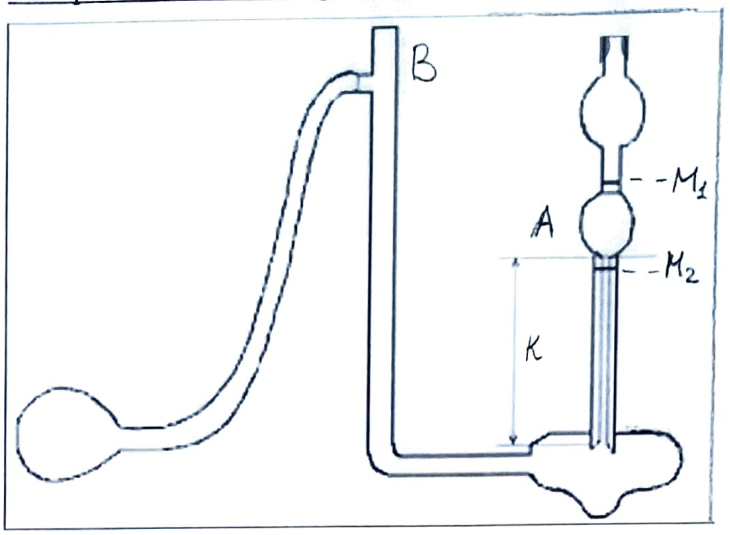
Казалось бы, чем больше величина отношения, тем заметнее влияние сил внутреннего трения. Но в этом случае Q может оказаться слишком малым для проведения достаточно быстрого и точного измерения. При ламинарном течении число Рейнольдса R_e может достигать нескольких сотен. Поэтому для диапазона $10<A_{\text{тр}}/K<100$ значения l/R должны лежать в интервале 100 ÷1000. Нижний предел для R разумно задать около миллиметра. Поскольку достаточно сложно изготовить капилляр с R менее миллиметра и точно измерить его радиус, что приведет к большим ошибкам при расчете по формуле (2). Длина l в несколько десятком сантиметров также непрактична. С учетом выше сказанного, оптимальным для вискозиметра представляется капилляр с диаметром около миллиметра и длиной около дециметра

Цель работы: освоение метода Пуазейля измерения вязкости.

Задачи работы:

1. Знакомство с теоретическими основами метода Пуазейля;
2. Знакомство с устройством вискозиметра Оствальда;
3. Калибровка вискозиметра Оствальда;

4. Измерение вязкости спирта методом Пуазейля.



Вискозиметр Оствальда представляет собой два стеклянных сообщающихся сосуда переменных диаметров (см. рис), в которые через широкую горловину колена В наливают исследуемую жидкость. Он работает на основе измерения времен перетекания через капилляр *K* одинаковых объемов исследуемой и эталонной жидкостей с известными плотностями. С помощью резиновой груши жидкость закачивают из колена *B* в утолщение *A* выше метки M_1 и предоставляют ей возможность перетекать обратно под действием силы тяжести. Время *t* прохождения уровнем жидкости расстояния M_1 и M_2 засекают секундомером. Непосредственное измерение коэффициента вязкости η по формуле Пуазейля затруднительно, так как требует точного измерения многих величин, входящих в формулу (4). Поэтому предпочтительнее измерять не абсолютную величину η , а ее отношение к вязкости эталонной жидкости, например, воды $\eta_в$, перетекающей между метками данного вискозиметра за время $t_в$. Учитывая, что перепады давления на концах вертикального капилляра пропорциональны плотностям жидкостей ρ и $\rho_в$, на основе (4) можно записать

$$\frac{\eta}{\eta_в} = \frac{\frac{\pi t \Delta P r^4}{8Ql}}{\frac{\pi t_в \Delta P_в r^4}{8Ql}} = \frac{\Delta P t}{\Delta P_в t_в} = \frac{\rho t}{\rho_в t_в}$$

Или

$$\eta = \eta_в \frac{\rho t}{\rho_в t_в}$$

(4)

Принадлежности:

Термометр, секундомер, два вискозиметра Оствальда.

Вискозиметр Оствальда является хрупким устройством. Поэтому работать с ним необходимо предельно осторожно!

Ход работы.

1 Закрыть пальцем трубку В вискозиметра и грушей выдавить воду из колена В в утолщение А вше метки M_1. (Во избежание грубых погрешностей необходимо, чтобы после закачки жидкости в утолщение А, утолщение В оставалось частично заполненным. Необходимо также следить за тем, чтобы капелька жидкости случайно не перекрыла отверстие выше утолщения А. для устранения таких неполадок обращаться к лаборанту.

2. Убрать палец. Засечь секундомером время $t_в$ прохождения уровнем воды расстояния между метками M_1 и M_2.

3. Провести измерения несколько раз для нахождения среднего значения $t_в$ и погрешности.

4. Повторить пункты 1-3 для спирта.

5. Измерить температуру в лаборатории. По справочным таблицам найти ρ, $\rho_в$ и $\eta_в$.

6. Вычислить вязкость спирта и оценить погрешность эксперимента.

Контрольные вопросы и дополнительные задания.

1. Сила внутреннего трения жидкости. Закон Ньютона.
2. Физический смысл коэффициента динамической вязкости.
3. Ньютоновские и неньютоновские жидкости.
4. Вывод формулы Пуазейля.
5. От чего зависит сила сопротивления движению жидкости в трубке?
6. Метод Пуазейля измерения вязкости.
7. Устройство вискозиметра Оствальда. Целесообразность утолщений на трубках и их относительного положения.
8. *Оцените давление внутри шприца при инъекции.
9. *Имея в виду формулы (2) и (3), оцените с какой точностью справедливо уравнение Бернулли для: а) воды. Вытекающей из ванны б) воды, вытекающей из водопроводного крана. В) природного газа в системе жилищного газоснабжения. Какие рекомендации и указания можно дать на основе этих данных конструкторам канализации, водопровода и газопровода?