

ТЕМА 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Абсцисса точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении  $\lambda = \frac{AC}{CB}$ , равна

—  $x_c = \frac{x_A - \lambda x_B}{1 + \lambda}$

—  $x_c = \frac{x_B + \lambda x_A}{1 + \lambda}$

—  $x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 - \lambda}$

—  $x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}$

Ордината точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении  $\lambda = \frac{AC}{CB}$ , равна

—  $y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 + \lambda}$

—  $y_c = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$

—  $y_c = \frac{y_B - \lambda y_A}{1 - \lambda}$

—  $y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 - \lambda}$

Абсцисса середины отрезка АВ равна

—  $x_c = \frac{x_A + x_B}{2}$

—  $x_c = \frac{x_A - x_B}{2}$

—  $x_c = \frac{x_B - x_A}{2}$

—  $x_c = \frac{x_A + x_B}{0,5}$

В уравнении  $y = kx + b$  значение  $k$  – это

— координата точки пересечения прямой с осью абсцисс

— координата точки пересечения прямой с осью ординат

— угол, образованный прямой с положительным направлением оси абсцисс

— тангенс угла, образованного прямой с положительным направлением оси абсцисс

В уравнении  $y = kx + b$  значение  $b$  – это

- координата точки пересечения прямой с осью  $Ox$
- угловой коэффициент прямой
- координата точки пересечения прямой с осью  $Oy$
- угол наклона прямой к оси  $Ox$

Прямая  $Ax + C = 0$

- параллельна оси  $Oy$
- параллельна оси  $Ox$
- перпендикулярна оси  $Oy$
- пересекает ось  $Oy$  в одной точке

Прямая  $Bx + C = 0$

- параллельна оси  $Oy$
- перпендикулярна оси  $Ox$
- параллельна оси  $Ox$
- пересекает ось  $Ox$  в одной точке

Прямая  $Ax + By = 0$  при  $B \neq 0$

- параллельна оси  $Oy$
- проходит через начало координат
- не проходит через начало координат
- перпендикулярна оси  $Ox$

Угол между двумя прямыми определяется формулой

—  $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha$

—  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2}$

—  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 + k_1 k_2}$

—  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$

Условие параллельности двух прямых имеет вид

—  $k_1 = -k_2$

—  $k_1 = \frac{1}{k_2}$

—  $k_1 \cdot k_2 = -1$

—  $k_1 = k_2$

Условие перпендикулярности двух прямых имеет вид

—  $k_1 = -k_2$

—  $k_1 = \frac{1}{k_2}$

—  $\kappa_1 \cdot \kappa_2 = -1$

—  $\kappa_1 = \kappa_2$

Углом между двумя прямыми называется

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью  $Ox$

— меньший угол, на который надо повернуть одну прямую до ее совпадения с другой прямой

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью  $Oy$

— разность углов, образованных этими прямыми

Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, имеет вид

—  $y = \kappa x + b$

—  $(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$

—  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

—  $y - y_0 = \kappa_0(x - x_0)$

В уравнении пучка прямых с центром в точке  $A$  угловой коэффициент  $\kappa$  —

— фиксированный

— бесконечный

— произвольный

— всегда равен 0

Уравнение пучка прямых с центром в точке  $M_0(x_0; y_0)$  имеет вид

—  $y = \kappa x + b$

—  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

—  $Ax + By + C = 0$

—  $y - y_0 = \kappa(x - x_0)$

Уравнение прямой в отрезках имеет вид

—  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

—  $y = \kappa x + b$

—  $Ax + By + C = 0$

—  $y - y_0 = \kappa_0(x - x_0)$

Общее уравнение прямой имеет вид

—  $Ax + By + C = 0$

—  $y = \kappa x + b$

—  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

—  $y - y_0 = \kappa_0(x - x_0)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2;3)$  и  $B(4;-3)$ , имеет вид

- $y = -\frac{x}{2} + 2$
- $y = -x - 5$
- $y = -x + 1$
- $y = -2x + 1$

Расстояние от точки до прямой определяется формулой

- $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- $d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
- $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{A^2 + B^2}$
- $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Угловой коэффициент прямой  $Ax + By + C = 0$  при  $B \neq 0$  равен

- $A$
- $-A$
- $-\frac{A}{B}$
- $\frac{A}{B}$

Тангенс угла наклона прямой  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  к оси  $Ox$  равен

- $-\frac{b}{a}$
- $\frac{1}{a}$
- $\frac{1}{b}$
- $\frac{b}{a}$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(1;2)$  параллельно прямой  $x + y - 1 = 0$ , имеет вид

- $y = -x + 3$
- $y = -x - 5$
- $y = -x - 3$

—  $y = -x$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1;2)$  перпендикулярно прямой  $y = 2x + 3$ , имеет вид

—  $y = -\frac{1}{2}x - 3$

—  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

—  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

—  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(-1;1)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(3;-2)$  уравнение медианы  $AM$  имеет вид

—  $y = -\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

—  $y = -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$

—  $y = -\frac{x}{3}$

—  $y = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(-1;1)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(3;1)$  уравнение прямой  $AC$  имеет вид

—  $y = x$

—  $y = 1$

—  $x = 1$

—  $y = x + 1$

Прямая  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ , где  $a \neq 0$  и  $b \neq 0$

— параллельна оси  $Ox$

— параллельна оси  $Oy$

— пересекает ось  $Ox$  в точке  $(a;0)$

— пересекает ось  $Oy$  в точке  $(a;0)$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $A(2;3)$  и образующей с положительным направлением оси  $Ox$  угол  $45^\circ$ , имеет вид

—  $y = x$

- $y = x + 5$
- $y = x - 2$
- $y = x + 1$

Уравнение прямой, проходящей через точку  $B(4;1)$  и образующей с положительным направлением оси угол  $135^0$ , имеет вид

- $x + y - 5 = 0$
- $x - y - 3 = 0$
- $x + y - 3 = 0$
- $-x + y - 5 = 0$

К прямой  $y = -4x + 1$  перпендикулярна прямая

- $y = -\frac{1}{4}x + 2$
- $y = \frac{1}{4}x + 2$
- $y = 4x + 2$
- $y = -4x + 3$

Угол между прямыми  $2x + 3y - 4 = 0$  и  $3x - 2y + 1 = 0$  равен

- $0^0$
- $45^0$
- $90^0$
- $135^0$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1, y_1)$  и  $B(x_2, y_2)$ , имеет вид

- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- $\frac{y_2 + y_1}{y - y_1} = \frac{x_2 + x_1}{x - x_1}$
- $\frac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{x - x_1}{y_2 - y_1}$
- $\frac{y - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_2}{x_2 - x_1}$

Расстояние от точки  $A(2;-1)$  до прямой  $4x - 3y + 9 = 0$  равно

- 2,8
- 4
- 14
- 7

Из прямых

а)  $x - 5y - 3 = 0$ ; б)  $5x - y + 4 = 0$ ; в)  $5x + y - 3 = 0$ ; г)  $x + 5y + 3 = 0$  параллельной к прямой  $y = 5x - 3$  будет

- а)
- в)
- г)
- б)

Из прямых

а)  $2x + y - 3 = 0$ ; б)  $x + 2y - 3 = 0$ ; в)  $2x - y + 5 = 0$ ; г)  $x - 2y + 3 = 0$  перпендикулярной к прямой  $y = -2x + 3$  будет

- а)
- б)
- г)
- в)

Точками пересечения прямой  $3x - 4y - 12 = 0$  с осями координат  $Ox$  и  $Oy$  являются соответственно точки

- $A(4;0)$  и  $B(0;-3)$
- $A(0;-3)$  и  $B(4;0)$
- $A(-4;3)$  и  $B(3;-4)$
- $A(-4;0)$  и  $B(0;3)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2;3)$  и  $B(2;-1)$ , имеет вид

- $y = 2x$
- $y = 2$
- $x = 2$
- $y = x - 2$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(3;-1)$  и  $B(-2;-1)$ , имеет вид

- $y = 3x - 2$
- $y = -x$
- $x = -1$
- $y = -1$

Если  $x_2 = x_1$ , то уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , имеет вид

- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- $x = x_1$
- $y = x_1$
- $y = k(x - x_1)$

Если  $y_2 = y_1$ , то уравнение прямой, проходящей через точки  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$ , имеет вид

—  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

—  $y = y_1$

—  $y - y_1 = x - x_1$

—  $x = x_1$

Прямые  $y = \frac{4}{3}x + 1$  и  $y = \frac{3}{4}x - 2$

— параллельны

— перпендикулярны

— образуют угол в  $45^\circ$

— образуют угол, равный  $\arctg \frac{7}{24}$

Точка  $M$  разбивает отрезок  $AB$ , где  $A(1;2)$ ,  $B(4;5)$ , так, что  $AM = 2 \cdot MB$ . Координаты точки  $M$  равны

—  $(3;4)$

—  $(2;3)$

—  $(2;4)$

—  $(2,5;3,5)$

Расстояние от точки  $M(3;4)$  до прямой  $y = 2x - 1$  равно

— 1

—  $\frac{2}{3}$

—  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

—  $\sqrt{5}$

Угловой коэффициент прямой  $2x - 3y - 6 = 0$  равен

— 2

—  $\frac{3}{2}$

— -3

—  $\frac{2}{3}$

Угол наклона прямой  $3x + 4y - 1 = 0$  к положительному направлению оси  $Ox$  равен



- $-\arctg \frac{4}{3}$
- $-\arctg \frac{3}{4}$
- $\arctg \frac{4}{3}$
- $\arctg \frac{3}{4}$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  уравнение стороны  $BC$  имеет вид

- $y = -2x + 7$
- $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$
- $y = x + 5$
- $y = 4x - 3$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  длина медианы  $AM$  равна

- $5\sqrt{3}$
- $2\sqrt{5}$
- $3\sqrt{5}$
- $5\sqrt{2}$

Если  $A(-2;3)$ ,  $B(6;-3)$ , то точка  $C$ , делящая отрезок  $AB$  в отношении  $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$ , имеет

координаты

- $\left(0; \frac{3}{2}\right)$
- $(-3;3)$
- $(-6;6)$
- $\left(\frac{3}{2};0\right)$

Уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-2;3)$  и  $B(2;-1)$ , имеет вид

- $x - y + 1 = 0$
- $x + y - 3 = 0$
- $x + y - 1 = 0$
- $x - y - 1 = 0$

В треугольнике с вершинами  $A(-3;-2)$ ,  $B(2;3)$ ,  $C(4;-1)$  уравнение высоты  $CD$  имеет вид

- $x + y - 3 = 0$

—  $x + y + 3 = 0$

—  $x + y + 5 = 0$

—  $x + y - 5 = 0$

В треугольнике с вершинами в точках  $A(2;3)$ ,  $B(-3;-2)$ ,  $C(4;-1)$  длина высоты  $AD$  равна

—  $\frac{17\sqrt{2}}{5}$

—  $3\sqrt{2}$

—  $\sqrt{3}$

—  $18$

## ТЕМА 2. Пределы последовательностей и функций

Если  $\lim_{x \rightarrow 3} \alpha(x) = 0$ , то функция  $\alpha(x)$  называется

- бесконечно большой функцией в точке  $x = 3$
- бесконечно малой функцией в точке  $x = 3$
- постоянной в точке  $x = 3$
- убывающей функцией в окрестности  $x = 3$

Если бесконечная числовая последовательность  $\{a_n\}$  имеет предел  $a$ , то  $\varepsilon$  – окрестность точки  $a$  содержит

- бесконечное число членов последовательности
- конечное число членов последовательности
- бесконечно малое число членов последовательности
- ровно  $n$  членов

Предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{3x^2 + 2x - 1}$  равен

- $\frac{5}{4}$
- $-\frac{5}{4}$
- $\frac{4}{5}$
- $-\frac{4}{5}$

Какое из утверждений верно?

- Если последовательность имеет предел, то она монотонна
- Если последовательность монотонна, то она сходится
- Если последовательность монотонна и ограничена, то она имеет предел
- Если последовательность сходится, то она знакопостоянна

Выражение  $\infty - \infty$

- равно 0
- равно  $\infty$
- равно  $-\infty$
- является неопределенностью

Если  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ , то функция  $f(x)$  называется

- бесконечно малой величиной в точке  $x = x_0$
- бесконечно большой величиной в точке  $x = x_0$

- непрерывной в точке  $x = x_0$
- константой

Предел  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$  равен

- 0
- $\infty$
- 1
- -1

Предел постоянной  $C \neq 0$  равен

- 0
- 1
- самой постоянной
- другой постоянной

Предел произведения двух функций равен

- сумме пределов этих функций
- разности пределов этих функций
- произведению пределов этих функций
- отношению пределов этих функций

Для существования предела функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ , равного числу  $a \neq 0$ , необходимо и достаточно, чтобы в некоторой окрестности точки  $x_0$  при условии, что  $\alpha(x)$  — бесконечно малая функция в точке  $x_0$

- $f(x) = \alpha(x)$
- $f(x) = a + \alpha(x)$
- $f(x) = a \cdot \alpha(x)$
- $f(x) = \frac{a}{\alpha(x)}$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  равен

- $\infty$
- 1
- 2
- $e$

$\mathcal{E}$  — окрестностью точки  $a$  называется

- интервал длиной  $\mathcal{E}$  с центром в точке  $a$
- интервал длиной  $2\mathcal{E}$  с центром в точке  $a$
- интервал длиной  $2\mathcal{E}$ , содержащий точку 0
- интервал длиной  $\mathcal{E}$  с центром в нуле

Если бесконечная числовая последовательность  $\{a_n\}$  имеет предел  $a$ , то вне  $\mathcal{E}$  – окрестности точки  $a$  содержится

- конечное число ее членов
- бесконечное число ее членов
- фиксированное число членов
- ровно  $n$  членов

Предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 10x + 3}$  равен

- $\frac{8}{5}$
- $\frac{5}{8}$
- $-\frac{5}{8}$
- $0$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^{3n+1}$  равен

- $e^{15}$
- $e^{\frac{5}{3}}$
- $e^{-15}$
- $e^{-\frac{5}{3}}$

Если члены последовательностей  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  при любых  $n \in N$  удовлетворяют неравенствам  $a_n \leq b_n \leq c_n$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a$ , то

- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \geq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \leq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n < a$

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$  и для любых  $n \in N$  выполняется неравенство  $a_n \leq b_n$ , то

- $a=b$
- $a < b$
- $a \leq b$
- $a \geq b$

Предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{5n}$  равен

—  $e^{-\frac{5}{3}}$

—  $e^{\frac{5}{3}}$

—  $e^{15}$

—  $e^{\frac{3}{5}}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 3}{3x^2 + x - 2}$  равен

—  $\frac{2}{3}$

—  $0$

—  $\infty$

—  $-\frac{3}{2}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + x - 2}{4x^2 - 11x + 3}$  равен

—  $0$

—  $\infty$

—  $-\frac{2}{3}$

—  $-\frac{3}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{4x^3 + 2x - 5}$  равен

—  $0$

—  $\infty$

—  $-\frac{7}{5}$

—  $-\frac{5}{2}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$  равен

—  $3$

—  $\frac{1}{3}$

—  $1$

— 0

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$  равен

— 2

—  $\frac{1}{2}$

— 0

— 1

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$  равен

—  $e^{\frac{1}{3}}$

— e

—  $e^3$

—  $\infty$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x}\right)^{\frac{x}{2}}$  равен

—  $e^{-\frac{3}{4}}$

—  $e^{\frac{1}{3}}$

—  $e^{\frac{3}{4}}$

— e

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 4}{4^x + 5}$  равен

—  $\infty$

— 0

—  $\frac{3}{4}$

—  $-\frac{4}{5}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{2x + 3}$  равен

— 0

—  $\infty$

—  $\frac{1}{2}$   
 —  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Если при  $x \rightarrow x_0$  функция  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина, то  $\frac{1}{\alpha(x)}$  –

- равна бесконечности
- бесконечно большая величина
- постоянная величина
- неопределенная величина

Если при  $x \rightarrow x_0$  функция  $f(x)$  – бесконечно большая величина, то  $\frac{1}{f(x)}$  –

- равна нулю
- постоянная величина
- бесконечно малая величина
- неопределенная величина

Если в окрестности точки  $x_0$  некоторую функцию  $f(x)$  можно представить как  $f(x) = a + \alpha(x)$ , где  $a$  – постоянное число,  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина при  $x \rightarrow x_0$ , то  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  равен

- $a$
- $\alpha(x)$
- $a + \alpha(x)$
- $a$  или  $\alpha(x)$  в зависимости от окрестности  $x_0$

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- $(1^\infty)$
- $(\infty + \infty)$

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- $(2^\infty)$
- $(0 \cdot \infty)$



$$\lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{x^2}{x^2 - 9} \text{ равен}$$

- $-\infty$
- $+\infty$
- $0$
- $1$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2}{x^2 - 9} \text{ равен}$$

- $-\infty$
- $0$
- $1$
- $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{3x}{4 - x^2} \text{ равен}$$

- $-\infty$
- $+\infty$
- $0$
- $-3$

$$\lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{3x}{4 - x^2} \text{ равен}$$

- $-\infty$
- $+\infty$
- $-3$
- $0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{2}{x}} \text{ равен}$$

- $e^6$
- $e^2$
- $\frac{1}{e^3}$
- $\frac{1}{e^6}$

Если бесконечно малые в точке  $x_0$  функции  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  эквивалентны, то  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$  равен

- $0$
- $1$
- $\infty$
- $A \neq 0, A \neq 1$

Если  $\alpha(x) = e^{x-1} - 1$  и  $\beta(x) = x - 1$  – бесконечно малые в точке  $x = 1$  величины, то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины разных порядков

Если  $\alpha(x) = \ln(1 + 4x)$  и  $\beta(x) = 2x$  – бесконечно малые величины в точке  $x = 0$ , то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = 1 - \cos 3x$  и  $\beta(x) = x^3$  – бесконечно малые в точке  $x = 0$  величины, то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = \sin^2 3x$  и  $\beta(x) = 3x$  – бесконечно малые в точке  $x = 0$  величины, то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$ , то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$ , то

- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

Если  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые в точке  $x_0$  функции и  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = A$ , где  $A \neq 0$ ,

$A \neq 1$ , то

- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны
- $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

—  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$

—  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

Если  $\alpha(x) = \ln \sin x$  и  $\beta(x) = 2x - \pi$  – бесконечно малые в точке  $x = \frac{\pi}{2}$  величины, то

—  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – эквивалентны

—  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем  $\beta(x)$

—  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  – бесконечно малые величины одного порядка

—  $\alpha(x)$  – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем  $\beta(x)$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{3x^2}$  равен

—  $\frac{32}{3}$

—  $\frac{2}{3}$

—  $\frac{4}{3}$

—  $\frac{8}{3}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+4}-2}$  равен

— 0

— 4

— 12

— 18

Предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$  равен

—  $\infty$

— 0

— -3

— 3

Предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5n^2}{3-4n^2} + 3^{\frac{1}{2n-1}} \right)$  равен

—  $\frac{7}{4}$

—  $-\frac{1}{4}$

—  $\frac{9}{4}$

—  $\frac{17}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos^2 x}$  равен

— 2

— 0

—  $\infty$

— 1

Предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$  равен

—  $+\infty$

—  $-\infty$

— 1

— 0

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^{4x} - 1}$  равен

—  $\frac{5}{4}$

— 1

— 0

—  $-\frac{5}{4}$

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{1 - \cos 3x}$  равен

—  $\frac{5}{3}$

—  $-\frac{5}{3}$

— 0

—  $\infty$

### ТЕМА 3. Непрерывность функций. Точки разрыва и асимптоты кривых

Функция  $y = f(x)$  называется непрерывной в точке  $x_0$ , если

— она существует в окрестности точки  $x_0$

— существует конечный предел  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

— существует конечный предел

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

— она существует в точке  $x_0$  и в ее окрестности

Точка  $x_0$  для функции  $f(x)$  является точкой разрыва 1-го рода с конечным скачком, если

— хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  или  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  равен конечному числу

— конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

— существуют конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

— хотя бы один из односторонних пределов в точке  $x_0$  бесконечен

Точка  $x_0$  для функции  $f(x)$  является точкой разрыва 2-го рода, если

— хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  бесконечен

— хотя бы один из односторонних пределов  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$  равен конечному числу

— конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

— конечные односторонние пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$

График функции  $y = f(x)$  имеет вертикальную асимптоту  $x = x_0$ , если

— существует

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

— точка  $x_0$  является устранимой точкой разрыва для  $f(x)$

— точка  $x_0$  является точкой разрыва 2-го рода (с бесконечным скачком)

— точка  $x_0$  является точкой разрыва 1-го рода (с конечным скачком)

Если функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x = x_0$ , то

— она определена в точке  $x_0$

— она может быть не определена в точке  $x_0$

— определена везде в окрестности точки  $x_0$ , кроме самой точки  $x_0$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$$

Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a;b]$  и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, то

- найдется хотя бы одна точка  $c \in (a;b)$ , в которой функция обращается в 0
- ни в одной точке интервала  $(a;b)$  функция  $f(x)$  не обращается в 0
- во всем интервале  $(a;b)$  функция  $f(x)$  положительна
- во всем интервале  $(a;b)$  функция  $f(x)$  отрицательна

Если функция  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[a;b]$ , то она

- может быть неограниченна на одном из концов отрезка  $[a;b]$
- может быть неограничена внутри интервала  $(a;b)$
- ограничена и сверху, и снизу
- ограничена или сверху, или снизу

Приращение функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[x_0, x_0 + \Delta x]$  находится по формуле

- $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$
- $f(x_0 + \Delta x) + f(x_0)$
- $f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)$
- $f(x_0 - \Delta x) + f(x_0)$

Функция непрерывна в точке, если

- бесконечно малому приращению аргумента соответствует произвольное приращение функции
- бесконечно малому приращению функции соответствует бесконечно большое приращение аргумента
- бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции
- бесконечно малому приращению аргумента соответствует фиксированное приращение функции

Функция непрерывна в интервале, если она

- непрерывна на его концах
- имеет конечное число точек разрыва 1-го рода на этом интервале
- имеет одну точку разрыва 1-го рода в этом интервале
- непрерывна в каждой его точке

Точка разрыва с конечным скачком — это то же самое, что

- точка разрыва 2-го рода
- точка устранимого разрыва
- точка разрыва 1-го рода
- точка, в которой производная функции конечна

Угловой коэффициент наклонной асимптоты находится по формуле

- $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$$\text{— } k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$$

$$\text{— } k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

$$\text{— } k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

У горизонтальной асимптоты  $y = kx + b$

$$\text{— } k \neq 0, b \neq 0$$

$$\text{— } k \neq 0, b = 0$$

$$\text{— } k = \infty$$

$$\text{— } k = 0$$

Если функция  $f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$  и  $f(x_0) \neq 0$ , то в бесконечно малой окрестности точки  $x_0$  функция  $f(x)$

— обращается в 0

— имеет тот же знак, что и  $f(x_0)$

— имеет произвольный знак

— меняет знак с «−» на «+»

Если в точке  $x_0$  существуют не равные между собой конечные левый и правый пределы функции, то

—  $x_0$  — точка разрыва 2-го рода

—  $x_0$  — точка разрыва 1-го рода

—  $x_0$  — устранимая точка разрыва

— в точке  $x_0$  существует производная этой функции

Если в точке  $x_0$  хотя бы один из односторонних пределов функции бесконечен, то

—  $x_0$  — точка разрыва 1-го рода

—  $x_0$  — устранимая точка разрыва

—  $x_0$  — точка разрыва 2-го рода

— в точке  $x_0$  не существует вертикальная асимптота

Функция  $y = \frac{x-3}{x^2-4x+3}$  имеет вертикальную асимптоту

$$\text{— } x = 1$$

$$\text{— } x = 1, x = 3$$

$$\text{— } x = 3$$

$$\text{— } y = 1$$

Функция  $y = \frac{x^2}{x^2-4x}$  имеет вертикальную асимптоту



- $x = 4$
- $x = 0, x = 4$
- $x = 0$
- $y = x + 2$

Пусть  $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = -2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = 2$ , тогда скачок функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равен

- $-4$
- $4$
- $0$
- $2$

Дана функция  $y = \frac{2x^2 + 5x + 6}{x - 1}$ . Угловой коэффициент наклонной асимптоты равен

- $1$
- $2$
- $\infty$
- $-1$

Дана функция  $y = 3x^2 + 2x - 5$ . Угловой коэффициент наклонной асимптоты равен

- $3$
- $2$
- $0$
- не существует

Дана функция  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$ . Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -3$
- $y = x - 2$
- $y = x + 2$
- $y = 2$

Дана функция  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ . Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -4$
- $y = 1$
- $x = 1$
- $x = -2$

Функция  $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^3 - 4x}$  имеет устранимую точку разрыва в точке

- $x = -2$
- $x = 0$
- $x = 2$

— не имеет устранимой точки разрыва

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$  имеет вид

- $y = 0$
- $x = -2$
- $x = 2$
- $y = x^2 + 4$

Для функции 
$$y = \begin{cases} 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ x + 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

- $x = -1$  – устранимая точка разрыва;  $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -1$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 1$  – точка разрыва 2-го рода
- $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции 
$$y = \begin{cases} -x - 3, & \text{если } x < -2; \\ 4 - x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ x - 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  – точка разрыва 2-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  и  $x = 2$  – устранимые точки разрыва
- $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода

Для функции 
$$y = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x < -2; \\ x^2 - 1, & \text{если } -2 \leq x < 2; \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 2-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  и  $x = 2$  – точки разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции 
$$y = \begin{cases} -x - 5, & \text{если } x \leq -2; \\ 1 - x^2, & \text{если } -2 < x < 2; \\ x - 6, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

- $x = -2$  и  $x = 2$  – точки разрыва 1-го рода
- $x = 2$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 2$  – точка разрыва 2-го рода
- $x = -2$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 2$  – устранимая точка разрыва

Для функции  $y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x \leq 1; \\ 3x, & \text{если } 1 < x \leq 3; \\ x + 4, & \text{если } x > 3 \end{cases}$

- $x = 1$  – устранимая точка разрыва;  $x = 3$  – точка разрыва 1-го рода
- $x = 1$  – точка разрыва 1-го рода;  $x = 3$  – точка разрыва 2-го рода
- $x = 1$  и  $x = 3$  – точки разрыва 1-го рода
- $x = 3$  – точка разрыва 1-го рода

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$  имеет вид

- $y = x + 1$
- $y = x + 2$
- $y = x - 3$
- $y = x + 3$

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{3 + 2x - x^2}{x}$  имеет вид

- $y = 3 - x$
- $y = 2x + 3$
- $y = 2 - x$
- $y = -x$

Функция  $y = \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 3}$  имеет вертикальную асимптоту

- $x = -1$
- $x = 3$
- $x = -1, x = 3$
- $y = 0$

Функция  $y = \frac{x^2 - 4x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$  имеет устранимые точки разрыва в точках

- $x = -1, x = 0$
- $x = -1, x = 4$
- $x = -4, x = 1$
- $x = 0, x = 4$

Функция  $y = \frac{2x - 6}{|x^2 - 3x|}$  имеет точку разрыва 1-го рода в точке

- $x = 0$
- $x = 6$
- $x = 3$
- не имеет точки разрыва 1-го рода

Функция  $y = \frac{|x-2|}{x^3-4x}$  имеет устранимые точки разрыва в точках

- $x = -2, x = 2$
- $x = -2, x = 0, x = 2$
- $x = 2$
- не имеет устранимых точек разрыва

Функция  $y = \frac{|2x+6|}{x^2-4}$  имеет точки разрыва 1-го рода в точках

- $x = -3$
- не имеет
- $x = -2, x = 2$
- $x = -3, x = -2, x = 2$

Функция  $y = \frac{2x-6}{x^2+9}$  в точке  $x = 3$  имеет

- точку разрыва 2-го рода
- устранимую точку разрыва
- не имеет точки разрыва
- имеет точку разрыва 1-го рода

Функция  $y = \frac{|x+3|}{x^2+x-6}$  имеет вертикальные асимптоты (асимптоту)

- $x = 2$
- $x = -3, x = 2$
- $x = -3$
- не имеет вертикальных асимптот

Уравнение наклонной асимптоты для функции  $y = \frac{2x^2+3x-5}{3-x}$  имеет вид

- $y = 2x - 9$
- $y = -2x - 9$
- $y = -2x + 9$
- $y = -2x + 3$

#### ТЕМА 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Если функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет производную  $f'(x_0)$ , то

—  $f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

—  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

Если производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  равна нулю, т. е.  $f'(x_0) = 0$ , то касательная к графику функции в этой точке

— параллельна оси  $Oy$

— параллельна оси  $Ox$

— не существует

— образует острый угол с положительным направлением оси  $Ox$

Если функция  $y = f(x)$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она

— разрывна в этой точке

— непрерывна в точке  $x_0$

— возрастает

— убывает

Производная функции  $y = 3^{\sin x}$  равна

—  $\sin x \cdot 3^{\sin x - 1}$

—  $3^{\cos x} \ln 3$

—  $3^{\sin x} \ln 3 \cdot \cos x$

—  $3^{\sin x} \ln \sin x$

Дифференциалом функции в точке  $x_0$  называется

— производная функции в этой точке

— приращение независимой переменной

— главная линейная часть приращения функции в этой точке

— приращение функции в этой точке

Производная функции  $y = \sqrt{1 - 3x^2}$  равна

—  $-\frac{3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$

—  $\sqrt{(1 - 3x^2)^3}$

—  $\frac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$   
 —  $\frac{1}{2\sqrt{1-3x^2}}$

Дифференциал функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  равен

—  $dy = f'(x_0)dx$   
 —  $dy = f'(x_0)$   
 —  $dy = \frac{dx}{f'(x_0)}$   
 —  $dy = \frac{f'(x_0)}{dx}$

Дифференциал от произведения функций  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  равен

—  $d(uv) = u dv - v du$   
 —  $d(uv) = v du + u dv$   
 —  $d(uv) = v dv + u du$   
 —  $d(uv) = u du - v dv$

Дифференциал второго порядка функции  $y = f(x)$  равен

—  $d^2 y = y'' d^2 x$   
 —  $d^2 y = y'' dx$   
 —  $d^2 y = y'' dx^2$   
 —  $d^2 y = y' d^2 x$

Производная функции  $y = \cos x^3$  равна

—  $-\sin x^3$   
 —  $-\sin 3x^2$   
 —  $-3x^2 \sin x^3$   
 —  $-3x^2 \sin x$

Производная функции  $y = \arcsin 2x$  равна

—  $\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$   
 —  $-\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$   
 —  $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$   
 —  $\frac{2}{1+4x^2}$

Производная функции в точке равна

- тангенсу угла наклона к оси  $Ox$  нормали к кривой в этой точке
- тангенсу угла наклона к оси  $Ox$  касательной к кривой в этой точке
- углу наклона к оси  $Ox$  нормали к кривой в этой точке
- углу наклона к оси  $Ox$  касательной в этой точке

Производная функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  — это

- скорость изменения функции в точке
- относительное изменение функции в точке
- скорость изменения аргумента
- относительное изменение аргумента

Производная сложной функции  $y = f(\varphi(x))$  равна

- $f'(\varphi(x))$
- $f(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

Производная второго порядка от функции  $y = \sin x$  равна

- $\sin^2 x$
- $\cos^2 x$
- $-\cos x$
- $-\sin x$

Производная обратной функции  $x = g(y)$  к функции  $y = f(x)$  определяется по формуле

- $g'(y) = -f'(x)$
- $g'(y) = \frac{1}{f(x)}$
- $g'(y) = \frac{1}{f'(x)}$
- $g'(y) = -\frac{1}{f'(x)}$

Производная функции  $y = \log_a x$  равна

- $\frac{1}{x \cdot a^x}$
- $\frac{\ln a}{x}$
- $\frac{1}{x \ln a}$
- $\frac{1}{x}$

Производная функции  $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$  равна

- $-\sin^2 x$
- $\cos^2 x$
- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $-\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x}$

Производная второго порядка от функции  $y = \cos x$  равна

- $\cos x$
- $\sin^2 x$
- $-\cos x$
- $-\sin x$

Производная функции  $y = \frac{1}{\sin x}$  равна

- $\frac{1}{\cos x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$
- $-\frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$
- $-\frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x}$

Производная второго порядка от функции  $y = \ln x$  равна

- $\frac{1}{x^2}$
- $-\frac{1}{x^2}$
- $1$
- $-1$

Если в некоторой точке  $x_0$  касательная к кривой  $y = f(x)$  перпендикулярна к оси  $Ox$ , то производная в этой точке

- равна нулю
- равна 1
- не существует
- непрерывна

Производная функции  $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$  равна



- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $\cos^2 x$
- $\frac{1}{\sin^2 x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции  $y = \arctg x$  равна

- $\frac{1}{1+x^2}$
- $\arccotg x$
- $tg x$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции  $y = a^{-x}$  равна

- $\frac{a^x}{\ln a}$
- $a^{-x} \ln a$
- $-xa^{-x-1}$
- $-a^{-x} \ln a$

Дифференциал  $d\left(\frac{u}{v}\right)$  равен

- $\frac{du}{dv}$
- $\frac{vdu - u dv}{v^2}$
- $\frac{u dv - v du}{v^2}$
- $\frac{vdu + u dv}{v^2}$

Дифференциал  $d(C + f(x))$ , где  $C$  – постоянная величина, равен

- $C + f'(x)dx$
- $(C + f'(x))dx$
- $f'(x)dx$
- $f'(x)$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \ln^3 x$  равен

- $\frac{3 \ln^2 x dx}{x}$
- $3 \ln^2 \frac{1}{x} dx$
- $3 \ln^2 x dx$
- $\frac{3 \ln x dx}{x}$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \sin^2 x$  равен

- $2 \cos dx$
- $-\sin 2x dx$
- $\sin 2x dx$
- $2 \sin x dx$

Значение производной функции  $y = \sqrt[3]{3 - 2x^2}$  в точке  $x_0 = 1$  равно

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $-\frac{4}{3}$
- $-\frac{1}{3}$

Производная функции  $y = 3^{\log_3 \sin^3 x}$  равна

- $3 \sin^2 x \cos x \mid 3 \cos^2 x \mid 3^{\log_3 \sin^3 x} \ln 3$
- $-3 \sin^2 x \cos x$

Значение производной функции  $y = \ln^3 x$  в точке  $x_0 = e$  равно

- $\frac{3}{e}$
- $3$
- $3e$
- $0$

Дифференциал функции  $y = e^{\sin 2x}$  в точке  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  равен

- $-2e dx$
- $0$
- $-2 dx$
- $2e dx$

Значение производной функции  $y = \ln(x^2 - 2x)$  в точке  $x_0 = 3$  равно

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{3}$

Производная второго порядка функции  $y = x^2 \ln x$  равна

- 3
- $2 \ln x + 1$
- $2 \ln x + 3$
- $2 \ln x + 2$

Производная второго порядка функции  $y = x \ln x^2$  равна

- $\frac{2}{x} + 2$
- $\frac{2}{x}$
- $2 + \frac{1}{x}$
- $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$  равен

- $\operatorname{tg} x dx$
- $\frac{dx}{\cos^2 x}$
- $\frac{dx}{\sin^2 x}$
- $-\frac{dx}{\sin^2 x}$

Производная функции  $y = \sin x \cos x$  равна

- $-\cos x \sin x$
- $\frac{1}{2} \cos 2x$

- $-\frac{1}{2}\sin 2x$
- $\cos 2x$

Дифференциал  $dy$  функции  $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$  равен

- $\operatorname{ctg} x \operatorname{tg} x dx$
- $dx$
- $0$
- $-dx$

Дифференциал второго порядка функции  $y = \cos^2 x$  равен

- $\cos 2x dx^2$
- $-2 \cos 2x d^2 x$
- $-\cos 2x d^2 x$
- $-2 \cos 2x dx^2$

Производная функции  $y = 3^{\sin^2 x}$  равна

- $3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \sin 2x$
- $\sin^2 x \cdot 3^{\sin^2 x - 1}$
- $2 \cdot 3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \cos x$
- $3^{\sin 2x}$

Дифференциал второго порядка  $d^2 y$  функции  $y = \cos x \sin x$  равен

- $2 \sin 2x dx^2$
- $2 \cos 2x dx^2$
- $-2 \cos 2x dx^2$
- $-2 \sin 2x dx^2$

## ТЕМА 5. Дифференциальное исчисление функции двух переменных (градиент и производная по направлению)

$Z'_x$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

- $2x - \sqrt{y}$
- $2x - \sqrt{y} - y^3$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2 + 5$

Определение частной производной функции в точке  $M_0(x_0, y_0)$  по переменной  $x$  возможно, если функция

- определена только в самой точке  $M_0(x_0, y_0)$
- определена только в некоторой окрестности точки  $M_0(x_0, y_0)$
- не определена в точке  $M_0(x_0, y_0)$
- определена в точке  $M_0(x_0, y_0)$  и в некоторой ее окрестности

Если функция  $Z = f(x, y)$  дважды дифференцируема, то

- $Z''_{xy} \neq Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yy}$
- $Z''_{xx} = Z''_{yy}$

$Z'_y$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

- $x^2 - \frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x\sqrt{y^3}}{2} - 3y^2 + 5$
- $x^2 - x - 3y^2$

Полный дифференциал функции  $Z = f(x, y)$  определяется по формуле

- $dZ = (Z'_x + Z'_y)dxdy$
- $dZ = \frac{Z'_x dx}{Z'_y dy}$
- $dZ = Z'_x dx - Z'_y dy$

—  $dZ = Z'_x dx + Z'_y dy$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

—  $2 - \sqrt{y}$

—  $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$

—  $2$

—  $0$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$  равна

—  $-\frac{1}{2\sqrt{y}}$

—  $\frac{1}{2\sqrt{y}}$

—  $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$

—  $2x - \frac{\sqrt{y^3}}{2}$

Полный дифференциал второго порядка функции  $Z = f(x, y)$  равен

—  $Z''_{xx} dx^2 + Z''_{yy} dy^2$

—  $Z''_{xx} dx^2 - Z''_{yy} dy^2$

—  $(Z'_x dx)^2 + (Z'_y dy)^2$

—  $Z''_{xx} dx^2 + 2Z''_{xy} dx dy + Z''_{yy} dy^2$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равна

—  $2x + \frac{1}{y}$

—  $\frac{2x}{y}$

—  $-\frac{2x}{y^2}$

—  $\frac{x^2}{y}$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равна

—  $2 + \ln y$

- $\frac{1}{y}$
- $\ln y$
- $2 \ln y$

Равенство  $Z''_{xy} = Z''_{yx}$  имеет место для

- интегрируемой функции  $Z = f(x, y)$
- четной функции  $Z = f(x, y)$
- любой дважды дифференцируемой функции  $Z = f(x, y)$
- только однородной функции  $Z = f(x, y)$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = y^2 \ln x$  равна

- $-\frac{1}{x^2}$
- $2y - \frac{1}{x^2}$
- $2y$
- $\frac{2y}{x}$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = y^2 \ln x$  равна

- $y^2$
- $-\frac{y^2}{x^2}$
- $\frac{y^2}{x^2}$
- $-\frac{2y}{x^2}$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$  равна

- $3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$
- $6x + \frac{y}{2\sqrt{x}}$

Полный дифференциал  $dz$  функции  $Z = x^2 \ln y$  равен

—  $2x \ln y dx + \frac{x^2 dy}{y}$

—  $x^2 dx + \ln y dy$

—  $\frac{2x}{y} dx dy$

—  $\frac{2xy \ln y dx - x^2 dy}{y}$

При условиях  $B^2 - 4AC < 0$ ,  $A > 0$  квадратичная форма  $Ax^2 + Bxy + Cy^2$  является

— знаконеопределенной

— отрицательно определенной

— неположительно определенной

— положительно определенной

При условии  $B^2 - 4AC > 0$  квадратичная форма  $Ax^2 + Bxy + Cy^2$  является

— знаконеопределенной

— отрицательно определенной

— неположительно определенной

— положительно определенной

При условиях  $B^2 - 4AC = 0$ ,  $A < 0$  квадратичная форма  $Ax^2 + Bxy + Cy^2$  является

— знаконеопределенной

— отрицательно определенной

— неположительно определенной

— положительно определенной

При условиях  $B^2 - 4AC = 0$ ,  $A > 0$  квадратичная форма  $Ax^2 + Bxy + Cy^2$  является

— знаконеопределенной

— неотрицательно определенной

— неположительно определенной

— положительно определенной

Квадратичная форма  $-4x^2 - 3xy + 2y^2$  является

— знаконеопределенной

— отрицательно определенной

— неположительно определенной

— неотрицательно определенной

Квадратичная форма  $-4x^2 + 3xy - 2y^2$  является

— знаконеопределенной

— отрицательно определенной

— неположительно определенной

— неотрицательно определенной



Квадратичная форма  $2x^2 - 3xy + y^2$  является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

Квадратичная форма  $4x^2 - 12xy + 9y^2$  является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

Квадратичная форма  $-9x^2 + 24xy - 16y^2$  является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- неположительно определенной

Квадратичная форма  $x^2 - 4xy + 5y^2$  является

- знаконеопределенной
- неположительно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

—

$Z''_{yy}$  функции  $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$  равна

- $-2$
- $x^3 + \sqrt{x} - 2$
- $6x + \sqrt{x} - 2$
- $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$

Полный дифференциал функции  $Z = y^2 \ln x$  равен

- $2xydx dy$
- $\ln x dx + y^2 dy$
- $\frac{y^2 dx}{x} + 2y \ln x dy$
- $\frac{2y}{x} dx dy$

Полный дифференциал функции  $Z = x^3 e^{2y}$  равен

- $x^2 e^{2y} (3dx + 2x dy)$
- $x e^{2y} (3dx + x^2 dy)$
- $x^2 e^{2y} (3dx - 2x dy)$
- $x^2 e^{2y} (3dx + \frac{2xy dy}{e})$

Полный дифференциал функции  $Z = x^2 \cos 2y$  равен

- $2x(\cos 2y dx - x \sin 2y dy)$
- $x(2 \cos 2y dx - x \sin 2y dy)$
- $2x(\cos 2y dx + x \sin 2y dy)$
- $x(2 \cos 2y dx + x \sin 2y dy)$

Полный дифференциал функции  $Z = \frac{x^2}{\sec y}$  равен

- $x(2 \cos y dx + x \sin y dy)$
- $x(2 \sin y dx - x \cos y dy)$
- $x(2 \cos y dx - x \sin y dy)$
- $x(2 \sin y dx + x \cos y dy)$

$Z''_{xy}$  функции  $Z = \frac{x^3}{\operatorname{ctg}^2 y}$  равна

- $-\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $\frac{2x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\sin^2 y}$

$Z''_{xx}$  функции  $Z = y^2 \operatorname{tg} x$  равна

- $\frac{2y^2 \cos x}{\sin^3 x}$
- $\frac{2y^2 \sin x}{\cos^3 x}$
- $-\frac{2y^2 \cos x}{\sin^3 x}$
- $-\frac{2y^2 \sin x}{\cos^3 x}$

$Z''_{yy}$  функции  $Z = x \sin^2 y$  равна

- $2x \cos 2y$
- $-4x \sin y$
- $-2x \cos 2y$
- $4x \cos y$

Полный дифференциал функции  $Z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$  равен

- $x dx + y dy$
- $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$
- $\frac{x dx + y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
- $\frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$

$Z_{xy}$  функции  $Z = y^2 \operatorname{tg} x$  равна  $|2y \sec^2 x| 2y \sec x \operatorname{cosec} x | - 2y \sec^2 x | y \sec x \operatorname{cosec} x$

$Z_{yx}$  функции  $Z = x^2 \sin^2 y$  равна  $-2x \sin 2y$   $2x \sin 2y$   $4x \sin y$   $4x \cos y$

## ТЕМА 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Применение производной для исследования функций

Функция  $y=f(x)$  имеет в точке  $x_0$  максимум, если

- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) < 0$

Условием выпуклости кривой  $y=f(x)$  в интервале  $(a, b)$  является

- $f''(x) = 0$
- $f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) < 0$

Условием вогнутости кривой  $y=f(x)$  в интервале  $(a, b)$  является

- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$

Функция  $y = f(x)$  в точке  $x_0$  имеет минимум, если

- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) < 0, f''(x_0) > 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$

Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  максимум, если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство

- $f(x_0) \leq f(x)$
- $f(x_0) \geq 0$
- $f(x_0) \geq f(x)$
- $f'(x_0) > 0$

Функция  $f(x)$  имеет в точке  $x_0$  минимум, если для всех  $x$  из некоторой окрестности точки  $x_0$  выполняется неравенство

- $f(x_0) \leq f(x)$
- $f(x_0) \leq 0$
- $f'(x_0) < 0$

—  $f(x_0) \geq f(x)$

Если функция  $y=f(x)$  во внутренней точке  $x_0$  области определения дифференцируема и достигает в точке  $x_0$  наибольшего и наименьшего значения, то производная функции в этой точке

—  $f'(x_0) \neq 0$

—  $f'(x_0)$  не существует

—  $f'(x_0) = 0$

—  $f'(x_0) = \infty$

Критическими точками функции  $f(x)$  на экстремум, называются точки, в которых для функции  $f(x)$  выполняется условие

—  $f'(x_0) = 0$

—  $f'(x_0) > 0$

—  $f'(x_0) < 0$

—  $f(x_0) = \infty$

Если на отрезке  $[a; b]$  для функции  $f(x)$  выполняются все условия теоремы Ролля, то на дуге  $AB$  найдется точка, в которой касательная к графику

— проходит через начало координат

— параллельна оси ординат

— перпендикулярна оси абсцисс

— параллельна оси абсцисс

Из теоремы Лангранжа следует, что в интервале  $(a; b)$  найдется точка  $c$  такая, что

—  $f'(c) = 0$

—  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$

—  $\frac{f(b) + f(a)}{b - a} = f'(c)$

—  $\frac{f(b) - f(a)}{b + a} = f'(c)$

К функциям  $f(x)$  и  $g(x)$  теорема Коши применима, если

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $(a; b)$  и дифференцируемы на  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $[a; b]$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $[a; b]$ , дифференцируемы на  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

—  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на  $(a; b)$ , дифференцируемы на  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$

Если функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны на отрезке  $[a; b]$ , дифференцируемы в  $(a; b)$  и  $g'(x) \neq 0$  в интервале  $(a; b)$ , то, согласно теореме Коши, в интервале  $(a; b)$  найдется точка  $c$  такая, что

$$\text{--- } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

$$\text{--- } \frac{f(b) + f(a)}{g(b) + g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

$$\text{--- } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f(c)}{g(c)}$$

$$\text{--- } \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{g'(c)}{f'(c)}$$

Правило Лопиталя применяется к неопределенности вида

$$\text{--- } 0 \cdot \infty$$

$$\text{--- } \infty - \infty$$

$$\text{--- } 1^\infty$$

$$\text{--- } \frac{\infty}{\infty}$$

Правило Лопиталя применяется к неопределенности вида

$$\text{--- } 0 \cdot \infty$$

$$\text{--- } \frac{0}{0}$$

$$\text{--- } \infty - \infty$$

$$\text{--- } 1^\infty$$

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в  $(x_0, a]$ , дифференцируемы в  $(x_0, a)$ , причем  $g'(x) \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$ ; существует конечный или бесконечный предел

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}, \text{ то}$$

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$$

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\text{--- } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \text{const}$$

Пусть функции  $f(x)$  и  $g(x)$  непрерывны в  $(x_0, a]$ , дифференцируемы в  $(x_0, a)$ , причем  $g'(x) \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  и  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ; существует конечный или бесконечный предел

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ , то

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = c$

—  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$

Применима ли теорема Ролля к функции  $f(x) = 2 + \sqrt[3]{(x-1)^2}$  на отрезке  $[1;2]$

— нет,  $y=f(x)$  разрывна на отрезке  $[1;2]$

— да,  $c=1$

— нет,  $y=f(x)$  не дифференцируема в интервале  $(1;2)$

— нет,  $f(1) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  на отрезке  $[0;2]$

— нет, функция  $f(x)$  разрывна на  $[0;2]$

— применима

— нет, функция  $f(x)$  недифференцируема в  $(0;2)$

— нет,  $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Коши к функциям  $f(x) = 2x + 3$  и  $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$  на отрезке  $[0;2]$

— да,  $c = -\frac{15}{16}$

— нет,  $f(0) \neq f(2)$

— нет, функция  $g(x)$  не определена при  $x \in [0;1)$

— нет, функция  $g(x)$  недифференцируема на  $(0;2)$

Если функция  $y=f(x)$  дифференцируема в интервале  $(a;b)$ , то для возрастания  $f(x)$  в  $(a;b)$  необходимо и достаточно, чтобы для всех  $x \in (a;b)$  выполнялось

—  $f'(x) > 0$

—  $f'(x) = 0$

—  $f'(x) < 0$

—  $f''(x) \geq 0$

Если функция  $y=f(x)$  дифференцируема в интервале  $(a;b)$ , то для убывания  $f(x)$  в  $(a;b)$  необходимо и достаточно, чтобы для всех  $x \in (a;b)$  выполнялось

- $f'(x) > 0$
- $f'(x) = 0$
- $f''(x) \leq 0$
- $f'(x) < 0$

Дана функция  $f(x) = 2x^4 + x^3 + 1$ , тогда

- $x=0$  является точкой минимума функции  $f(x)$
- $x = -\frac{3}{8}$  является точкой минимума функции  $f(x)$
- функции  $f(x)$  не имеет экстремумов
- $x = -\frac{3}{8}$  является точкой максимума функции  $f(x)$

Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

- возрастает на  $(-\infty; +\infty)$
- возрастает на  $(-2; 2)$
- возрастает на  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- возрастает на  $[-1; 2]$

Функция  $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

- убывает на  $(-2; 2)$
- убывает на  $(-\infty; +\infty)$
- убывает на  $[-\infty; 2)$
- убывает на  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Функция  $f(x) = 2\sqrt[3]{x-3}$

- выпукла на интервале  $(-\infty; 3)$
- вогнута на интервале  $(3; +\infty)$
- выпукла на интервале  $(3; +\infty)$
- вогнута на интервале  $(3; 5)$

Пусть функция  $y=f(x)$  непрерывна в  $(a; b)$ ,  $x_0$  – внутренняя точка этого промежутка и  $f'(x_0) = 0$  (или  $f'(x_0)$  не существует), то

- $x_0$  – обязательно точка минимума
- $x_0$  – обязательно точка максимума
- $x_0$  – обязательно точка перегиба
- в точке  $x_0$  экстремум может существовать, а может и не существовать

К функции  $y=f(x)$  на отрезке  $[a; b]$  теорема Ролля применима, если



- $f(x)$  непрерывна на  $[a; b]$ , дифференцируема в  $(a; b)$  и  $f(a)=f(b)$
- $f(x)$  непрерывна на  $[a; b]$  и  $f(a)=f(b)$
- $f(x)$  дифференцируема в  $(a; b)$
- $f(x)$  непрерывна в  $(a; b)$ , дифференцируема в  $(a; b)$  и  $f(a)=f(b)$

Из теоремы Лагранжа следует, что

- любая касательная к графику функции  $f(x)$  в  $(a; b)$  параллельна хорде, стягивающей концы дуги  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$
- касательная к графику функции  $f(x)$  в  $(a; b)$  параллельна любой хорде в этом интервале
- хорда, стягивающая концы дуги  $f(x)$  на  $[a; b]$ , параллельна оси  $OY$
- в интервале  $(a; b)$  найдется касательная, параллельная хорде, стягивающей концы дуги  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$

Если точка  $x_0$  является точкой перегиба графика  $f(x)$  с вертикальной касательной, то

- $f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = 0$  и  $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Если точка  $x_0$  является точкой перегиба графика  $f(x)$  с наклонной касательной, то

- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$  и  $f'(x_0) = 0$
- $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Точка  $x_0$  называется точкой перегиба графика  $f(x)$  с горизонтальной касательной, если

- $f'(x_0) = 0$  и  $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$

Применима ли теорема Ролля к функции  $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$  на отрезке  $[0; 2]$

- да,  $c=2$
- нет, функция  $f(x)$  не определена при  $x \in [0; 2]$
- нет, функция  $f(x)$  не дифференцируема в  $(0; 2)$
- нет,  $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = 2 - \sqrt{1+x}$  на отрезке  $[-1; 0]$

- нет, функция  $f(x)$  разрывна на  $[-1; 0]$
- применима
- нет, функция  $f(x)$  не дифференцируема в

$(-1;0)$

— нет,  $f(-1) \neq f(0)$

Точками перегиба функции  $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$  являются

— точки  $x_1 = 2\sqrt{3}$  и  $x_2 = -2\sqrt{3}$

— только точка  $x=0$

— точки  $x_1 = -2$  и  $x_2 = 2$

— у функции  $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$  нет точек перегиба

Применима ли теорема Коши к функциям  $f(x) = 2x + 1$  и  $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$  на отрезке  $[0;3]$

— нет, функция  $g(x)$  не дифференцируема в  $(0;3)$  и  $g'(x) = 0$  в  $(0;3)$

— да,  $c=3$

— нет, функция  $g(x)$  разрывна на  $[0;3]$

— нет,  $g(x)$  не дифференцируема в  $(0;3)$

Функция  $y = \frac{x^4}{4} - x^3$  имеет точку перегиба с горизонтальной касательной в точке

—  $(2;-2)$

—  $(0;-3)$

—  $\left(1; -\frac{3}{4}\right)$

—  $(0;0)$

По правилу Лопиталя предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{5x^2}$  равен

— 0

—  $\frac{3}{5}$

—  $-\frac{9}{10}$

—  $\frac{9}{10}$

Функция  $y = x^3 + 2x$  возрастает только при

—  $x \in (0; +\infty)$

—  $x \in (-3; 2)$

—  $x \in (-\infty; +\infty)$

—  $x \in (-\infty; 0)$

Кривая  $y = x^4 + 3x^2 - 5$  вогнута при

- $x \in (-\infty; +\infty)$
- $x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$
- $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
- $x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$

Функция  $y = \frac{1}{x} - x$  убывает при

- $x \in (-1; 1)$
- $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$
- $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

При неопределенностях  $\left(\frac{0}{0}\right)$  или  $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) - g'(x))$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) \cdot g'(x))$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

По правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1 - 5x)}$  равен

- $\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{5}$
- $\frac{4}{5}$
- $-\frac{4}{5}$

Функция  $y = f(x)$  называется возрастающей в интервале  $(a; b)$ , если для любых  $x_1 \in (a; b)$  и  $x_2 \in (a; b)$

- из  $x_1 > x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$
- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$
- из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$
- из  $x_1 = x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{2x - \pi}$  равен

—  $-\frac{3}{2}$

—  $\frac{3}{2}$

—  $-\frac{3}{\pi}$

—  $\frac{3}{\pi}$

Функция  $y = f(x)$  называется убывающей в интервале  $(a; b)$ , если для любых  $x_1 \in (a; b)$  и  $x_2 \in (a; b)$

— из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$

— из  $x_1 > x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$

— из  $x_1 = x_2$  следует  $f(x_1) < f(x_2)$

— из  $x_1 < x_2$  следует  $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{tg} 4x}$  равен

—  $-\frac{1}{2}$

—  $\frac{1}{2}$

—  $-1$

—  $0$

Применима ли теорема Ролля к функции  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$  на отрезке  $[-2; 2]$

— да, так как  $f(-2) = f(2)$

— да, так как  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[-2; 2]$  и  $f(-2) = f(2)$

— да, так как  $f(x)$  непрерывна на отрезке  $[-2; 2]$ , дифференцируема в  $(-2; 2)$  и  $f(-2) = f(2)$

— нет, не выполняется условие непрерывности

Абсциссы точек перегиба функции  $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 3$  равны

—  $\pm 1$

—  $\pm 1$  и  $0$

—  $\pm \frac{1}{3}$

—  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Применима ли теорема Лагранжа к функции  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  на отрезке  $[-1;1]$

— нет, функция недифференцируема в  $(-1;1)$

— да, так как  $f(-1) = f(1)$

— да, функция непрерывна на  $[-1;1]$  и  $f(-1) = f(1)$

— да, функция непрерывна на  $[-1;1]$ , дифференцируема в  $(-1;1)$  и  $f(-1) = f(1)$

Условие  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) < 0$  является условием

— минимума

— вогнутости

— максимума

— убывания

Условие  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) > 0$  является условием

— максимума

— выпуклости

— возрастания

— минимума

## ТЕМА 7. Применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях

Функция  $f(x)$  в интервале  $(a, b)$  убывает все быстрее, если

- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) < 0$

Функция  $f(x)$  в интервале  $(a, b)$  возрастает все медленнее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f(x) > 0, f'(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f(x) < 0, f'(x) > 0$

Эластичность функции  $y = f(x)$  определяется по формуле

- $E_x(y) = \frac{y}{x} \cdot y'$
- $E_x(y) = \frac{x}{y \cdot y'}$
- $E_x(y) = \frac{y'}{y}$
- $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$

Чтобы функция  $y = f(x)$  была эластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- больше нуля
- меньше единицы
- равен единице
- больше единицы

Чтобы функция  $y = f(x)$  была неэластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- меньше нуля
- меньше единицы
- больше единицы
- равен единице

Эластичность функции экономически означает

- относительное изменение аргумента при относительном изменении функции
- относительное изменение функции на 1% при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента на 1%

Эластичность произведения двух функций  $E_x(uv)$  равна

- $vE_x(u) + u \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) + E_x(v)$
- $E_v(u) + E_u(v)$

Эластичность частного двух функций  $E_x\left(\frac{u}{v}\right)$  равна

- $\frac{E_x(u)}{E_x(v)}$
- $\frac{E_x(v)}{E_x(u)}$
- $\frac{E_x(u) - E_x(v)}{x^2}$
- $E_x(u) - E_x(v)$

Для получения максимальной прибыли необходимо, чтобы при данном объеме производства  $x_0$

- предельная выручка была больше предельных издержек
- предельная выручка была меньше предельных издержек
- предельная выручка равнялась предельным издержкам
- предельная выручка была наибольшей

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает, если

- $f'(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a;b)$  убывает, если

- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a; b)$  возрастает все быстрее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f(x) > 0, f'(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) = 0$

Функция  $y = f(x)$  в интервале  $(a, b)$  убывает все медленнее

- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f(x) < 0, f'(x) < 0$
- $f(x) > 0, f'(x) < 0$

Эластичность спроса  $S(p)$  относительно цены  $p$  определяется по формуле

- $E_p(S) = -\frac{S}{p} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S \cdot S'(p)}$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{S'(p)}{S}$

Если  $K(x)$  – полные издержки, то предельные издержки определяются как

- $K'(x)$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} K(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} K(x)$
- $\int K(x) dx$

Эластичность постоянной величины равна

- постоянной величине
- нулю
- единице
- двум

Для получения максимальной прибыли достаточно, чтобы при данном объеме производства  $x_0$

- $V''(x_0) = K''(x_0)$
- $V''(x_0) > K''(x_0)$
- $V''(x_0) < K''(x_0)$



—  $V''(x_0) + K''(x_0) = 0$

Экономически обусловленной областью определения функции полных издержек  $K(x)$  является

—  $x \geq 0$

—  $x \neq 0$

—  $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) \neq 0 \end{cases}$

—  $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) > 0 \end{cases}$

Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает, если

—  $K'(x) < 0$

—  $K''(x) > 0$

—  $K''(x) < 0$

—  $K'(x) > 0$

Функция полной выручки  $V(x)$  убывает в интервале  $(a;b)$ , если

—  $V''(x) > 0$

—  $V''(x) < 0$

—  $V'(x) < 0$

—  $V'(x) = 0$

Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все медленнее, если

—  $K'(x) > 0, K''(x) > 0$

—  $K(x) > 0, K'(x) > 0$

—  $K(x) = 0, K'(x) > 0$

—  $K'(x) > 0, K''(x) < 0$

Функция полных издержек  $K(x)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все быстрее, если

—  $K'(x) > 0, K''(x) = 0$

—  $K'(x) > 0, K(x) > 0$

—  $K'(x) > 0, K''(x) > 0$

—  $K'(x) > 0, K''(x) < 0$

Полная выручка  $V(x)$  при  $x_0$  будет максимальной, если

—  $V(x_0) = 0, V'(x_0) < 0$

—  $V'(x_0) = 0, V''(x_0) > 0$

—  $V'(x_0) = 0, V''(x_0) = 0$

—  $V'(x_0) = 0, V''(x_0) < 0$

Спрос  $S(p)$  будет эластичным при цене  $p_0$ , если показатель эластичности

- больше нуля
- меньше единицы
- больше единицы
- равен единицы

Спрос  $S(p)$  будет неэластичным при цене  $p_0$ , если показатель эластичности

- меньше нуля
- больше единицы
- меньше единицы
- равен единице

Эластичность функции спроса  $S(p) = 4 - p$  относительно цены  $p$  определяется как

- $E_p(S) = \frac{4}{4 - p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{4 - p}$
- $E_p(S) = \frac{1}{4 - p}$
- $E_p(S) = \frac{4 - p}{p}$

Эластичностью функции  $f(x)$  относительно аргумента  $x$  называется

- предел относительного приращения функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения аргумента к относительному приращению функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел функции при  $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента при  $\Delta x \rightarrow 0$

Экономически обусловленной областью для функции спроса  $S(p) = 8 - 2p$  будет

- $p \geq 0$
- $p \leq 4$
- $p \geq 4$
- $0 \leq p \leq 4$

Средние издержки  $K_{cp}(x)$  при  $x_0$  будут минимальны, если

- $K_{cp}(x_0) = 0$
- $K'_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) > 0$

Полная выручка  $V(p)$  в интервале  $(a;b)$  возрастает все медленнее, если

- $V'(p) > 0, V(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V(p) = 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) > 0$

Полная выручка  $V(p)$  в интервале  $(a;b)$  убывает все быстрее, если

- $V'(p) < 0, V(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V(p) = 0$

Экономически обусловленной областью для функции полной выручки  $V(p) = 12p - p^2$  будет

- $(-\infty; +\infty)$
- $(0; +\infty)$
- $[0; 12]$
- $(12; +\infty)$

Эластичность функции спроса  $S(p) = \frac{1}{p+2}$  относительно цены  $p$  определяется как

- $E_p(S) = \frac{p}{(p+2)^3}$
- $E_p(S) = \frac{p+2}{p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{p+2}$
- $E_p(S) = \frac{1}{(p+2)^2}$

Показатель эластичности функции  $y = x^3 + x$  при  $x = 1$  равен

- 8
- 2
- $\frac{1}{8}$
- 1

Показатель эластичности функции  $y = x^3 - 2$  при  $x = 2$  равен

- 4
- 36

- $\frac{1}{72}$
- $\frac{1}{3}$

Показатель эластичности спроса  $S = 8 - 2p$  при цене  $p = 3$  равен

- $\frac{1}{6}$
- 2
- 4
- 3

Показатель эластичности функции  $y = \ln(x^2 + 1)$  при  $x=1$  равен

- $\frac{1}{\ln 2}$
- $\ln 2$
- $\frac{\ln 2}{2}$
- $\frac{1}{2 \ln 2}$

Спрос  $S(p) = 6 - p$  относительно цены  $p$  будет эластичным при

- $p \in (3; +\infty)$
- $p \in (0; 3)$
- $p \in (3; 6)$
- $p \in (-\infty; 3)$

Полная выручка  $V(p)$  при заданном спросе  $S(p) = 16 - 2p$  будет наибольшей при цене  $p$ , равной

- 4
- 8
- 2
- 6

Спрос  $S(p) = 8 - p$  относительно цены  $p$  будет неэластичным при

- $p \in (4; 8)$
- $p \in (0; 4)$
- $p \in (4; +\infty)$
- $p \in (-\infty; 4)$

Показатель эластичности полной выручки  $V(p)$  при заданном спросе  $S(p) = 16 - 4p$  при цене  $p = 1$  равен

- $\frac{2}{3}$
- $-\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $-\frac{2}{3}$

Функция полных издержек  $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 100x + 36$ , где  $x$  – объем производства, возрастает все медленнее в интервале

- $(4; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $(-\infty; 4)$
- $(0; +\infty)$

Полные издержки  $K(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 39x + 13$ , где  $x$  – объем производства, возрастают все быстрее в интервале

- $(0; 6)$
- $(-\infty; 6)$
- $(6; +\infty)$
- $(-\infty; +\infty)$

Полные издержки  $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 120x + 40$ , где  $x$  – объем производства, возрастают все быстрее в интервале

- $1(4; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $(-\infty; 4)$
- $(0; +\infty)$

Спрос  $S(p) = 24 - 4p$  относительно цены  $p$  будет неэластичным при

- $p \in (3; 6)$
- $p \in (3; +\infty)$
- $p \in (0; 3)$
- $p \in (-\infty; 3)$

Показатель эластичности функции  $y = \frac{x}{x^2 + 9}$  при  $x = 2$  равен

- $\frac{5}{13}$
- $1$

$$\frac{5}{13}$$

$$\frac{13}{5}$$

Если полные издержки и выручка соответственно составляют  $K(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 12x + 20$ ;

$V(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 22x + 11$ , то прибыль  $Z(x)$  будет максимальной при объеме

производства  $x$ , равном

- 2
- 8
- 4
- 5

Увеличение в спросе при постоянном предложении

- уменьшает равновесную цену
- увеличивает равновесную цену
- уменьшает равновесное количество товара
- сохраняет равновесное количество товара

Уменьшение в спросе при постоянном предложении

- увеличивает равновесную цену
- увеличивает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену
- сохраняет равновесное количество товара

Уменьшение в предложении при постоянном спросе

- увеличивает равновесную цену
- увеличивает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену
- сохраняет равновесное количество товара

Увеличение в предложении при постоянном спросе

- сохраняет равновесное количество товара
- увеличивает равновесную цену
- уменьшает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену

Кривая Энгеля иллюстрирует зависимость между

- ценой товара и спросом
- ценой товара и предложением
- денежным доходом и количеством приобретенного товара
- затратами и объемом выпускаемой продукции

С повышением равновесной цены  $p_0$

- спрос и предложение увеличиваются
- спрос увеличивается, а предложение уменьшается
- спрос и предложение уменьшаются
- спрос уменьшается, а предложение увеличивается

С снижением равновесной цены  $p_0$

- спрос уменьшается, а предложение увеличивается
- спрос и предложение уменьшаются
- спрос увеличивается, а предложение уменьшается
- спрос и предложение увеличиваются

## ТЕМА 8. Неопределенные интегралы

Функция  $F(x)$  является первообразной для функции  $f(x)$  в некотором промежутке, если в любой точке этого промежутка выполняется

—  $f'(x) = F'(x) \mid F(x) = f(x)dx$

—  $F'(x) = f(x)$

—  $dF(x) = f(x)$

Если  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , то выполняется

—  $F(x) = f'(x)$

—  $F(x) = f(x)dx$

—  $d(F(x) + C) = f(x)dx$

—  $F'(x) = f'(x)$

$\int dF(x)$  равен

—  $f'(x)$

—  $f(x) + C$

—  $F(x) + C$

—  $f(x)$

Если неопределенный интеграл имеет вид  $\int f(x)dx$ , то дифференциал этого интеграла равен

—  $F(x)dx$

—  $f'(x)$

—  $f'(x)dx$

—  $f(x)dx$

Производная от неопределенного интеграла  $\int f(x)dx$  равна

—  $F(x)$

—  $F(x) + C$

—  $f(x)$

—  $f'(x)$

Интегрирование по частям в неопределенных интегралах выполняется по формуле

—  $uv - \int vdu$

—  $uv + \int vdu$

—  $uv - \int u dv$

—  $uv + \int u dv$

Выберите верное утверждение

—  $\int uv dx = \int u dx \cdot \int v dx$

—  $\int uv dx = \int u dx + \int v dx$

—  $\int uv' dx = uv - \int vdu$



$$\text{--- } \int \frac{u}{v} dx = \frac{\int u dx}{\int v dx}$$

Интеграл  $\int kf(x)dx$  равен

$$\text{--- } k + \int f(x)dx$$

$$\text{--- } k \int f(x)dx$$

$$\text{--- } k^2 \int f(x)dx$$

$$\text{--- } k - \int f(x)dx$$

Интеграл  $\int (f(x) + \varphi(x))dx$  равен

$$\text{--- } \int f(x)\varphi(x)dx - f(x)$$

$$\text{--- } \int f(x)\varphi(x) - \int \varphi(x)dx$$

$$\text{--- } \int f(x)dx + \int \varphi(x)dx$$

$$\text{--- } \int f(x)dx \int \varphi(x)dx$$

Выберите правильное утверждение

$$\text{--- } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$$

$$\text{--- } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{--- } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}} + c$$

$$\text{--- } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + c$$

Выберите правильное утверждение

$$\text{--- } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^3}$$

$$\text{--- } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{3}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + c$$

$$\text{--- } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^8} + c$$

$$\text{--- } \int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{2}{5} \sqrt[5]{x^3} + c$$

Непрерывная функция имеет

— только одну первообразную

— бесконечное множество первообразных

— две первообразных

— конечное число первообразных

Две различные первообразные одной и той же функции

— равны между собой

— отличаются на константу

— отличаются на некоторую функцию

— отличаются на переменную интегрирования

Дифференциал от неопределенного интеграла равен

— подынтегральному выражению

— подынтегральной функции

— нулю

— бесконечности

К интегрируемым функциям относятся все

— возрастающие

— непрерывные

— прерывные

— непостоянные функции

Интеграл  $\int \frac{dx}{2x+1}$  равен

—  $\frac{1}{(2x+1)^2} + C$

—  $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$

—  $\ln|2x+1| + C$

—  $\frac{1}{2(2x+1)^2} + C$

Интеграл  $\int \operatorname{tg} x dx$  равен

—  $-\ln|\cos x| + C$

—  $\ln|\sin x| + C$

—  $-\ln|\sin x| + C$

—  $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{2-3x}$  равен

$$— \ln|2-3x|+C$$

$$— \frac{1}{3} \ln|2-3x|+C$$

$$— -\frac{1}{3} \ln|2-3x|+C$$

$$— \frac{1}{(2-3x)^2}+C$$

Интеграл  $\int ctg x dx$  равен

$$— -\ln|\cos x|+C$$

$$— -\ln|\sin x|+C$$

$$— \frac{ctg^2 x}{2}+C$$

$$— \ln|\sin x|+C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{(2-x)^2}$  равен

$$— \frac{1}{2-x}+C$$

$$— \frac{1}{x-2}+C$$

$$— \frac{1}{2(2-x)}+C$$

$$— \frac{1}{2(x-2)}+C$$

Интеграл  $\int \frac{\varphi'(x)dx}{\varphi(x)}$  равен

$$— \frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)}+C$$

$$— \varphi(x)+C$$

$$— \frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}+C$$

$$— \ln|\varphi(x)|+C$$

Интеграл  $\int \frac{\ln x dx}{x}$  равен

$$— \frac{\ln x}{x}+C$$

- $\ln^2 x + C$
- $\ln|\ln x| + C$
- $\frac{1}{2}\ln^2 x + C$

Интеграл  $\int e^{3x-2} dx$

- $\frac{1}{3}e^{3x-2} + C$
- $e^{3x-2} + C$
- $-\frac{1}{2}e^{3x-2} + C$
- $\frac{1}{3}e^{3x} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$  равен

- $\arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- $\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

Интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$  равен

- $\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $-\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$
- $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
- $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Интеграл  $\int (\kappa + f(x)) dx$  равен

- $\int f(x) dx$
- $\kappa + \int f(x) dx$
- $\kappa x + \int f(x) dx$

$$— \int \kappa f(x) dx$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2} \text{ равен}$$

$$— \frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x + C$$

$$— \operatorname{arctg} x + C$$

$$— \operatorname{arctg}^2 x + C$$

$$— 2 \operatorname{arctg}^2 x + C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{x \ln x} \text{ равен}$$

$$— \frac{1}{\ln x} + C$$

$$— \frac{1}{\ln^2 x} + C$$

$$— \frac{1}{2 \ln^2 x} + C$$

$$— \ln |\ln x| + C$$

$$\text{Интеграл } \int \cos 3x dx \text{ равен}$$

$$— \frac{1}{3} \sin 3x + C$$

$$— \sin 3x + C$$

$$— \frac{1}{2} \cos^2 3x + C$$

$$— 3 \sin 3x + C$$

$$\text{Интеграл } \int \operatorname{ctg} 2x dx \text{ равен}$$

$$— \ln |\sin 2x| + C$$

$$— \frac{1}{2} \ln |\sin 2x| + C$$

$$— -\frac{1}{2} \ln |\sin 2x| + C$$

$$— 2 \ln |\sin 2x| + C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{a-x} \text{ равен}$$

$$— \ln |a-x| + C$$

$$— -\ln |a-x| + C$$

$$— \frac{1}{(a-x)^2} + C$$

$$— -\frac{1}{2(a-x)^2} + C$$

Интеграл  $\int \frac{dx}{x-a}$  равен

$$— \ln|x-a| + C$$

$$— \frac{1}{(x-a)^2} + C$$

$$— -\ln|x-a| + C$$

$$— -\frac{1}{2(x-a)^2} + C$$

Интеграл  $\int \frac{xdx}{x^2+4}$  равен

$$— \ln(x^2+4) + C$$

$$— \frac{1}{(x^2+4)^2} + C$$

$$— \frac{1}{2} \ln(x^2+4) + C$$

$$— \ln\left|x + \frac{4}{x}\right| + C$$

Если  $F'(x) = f(x)$ , то неопределенным интегралом  $\int f(x)dx$  называется совокупность функций вида

$$— f(x) + C$$

$$— F(x) + C$$

$$— F'(x) + C$$

$$— f'(x) + C$$

Интеграл  $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$  равен

$$— \frac{\cos^3 \frac{x}{2}}{3} + C$$

$$— \frac{2}{3} \cos^3 \frac{x}{2} + C$$

$$— \frac{1}{2}(x + \sin x) + C$$

$$— \frac{1}{2}(x - \sin x) + C$$

Интеграл  $\int tg^2 x dx$  равен

$$— tgx - x + C$$

$$— -ctgx - x + C$$

$$— \frac{tg^3 x}{3} + C$$

$$— ctg^2 x + C$$

Интеграл  $\int e^{\sin x} \cos x dx$  равен

$$— e^{\cos x} \sin x + C$$

$$— -e^{\sin x} + C$$

$$— e^{\sin x} + C$$

$$— e^{\sin x} \sin x + C$$

Интеграл  $\int e^{-3x} dx$  равен

$$— -\frac{1}{3}e^{-3x} + C$$

$$— \frac{1}{3}e^{-3x} + C$$

$$— e^{-3x} + C$$

$$— 3e^{-3x} + C$$

Интеграл  $\int \sin^2 x dx$  равен

$$— \frac{1}{2}(x + \sin 2x) + C$$

$$— \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}\sin 2x) + C$$

$$— \frac{\sin^3 x}{3} + C$$

$$— \frac{\cos^3 x}{3} + C$$

Интеграл  $\int \frac{x dx}{4 - x^2}$  равен

$$— \frac{1}{2(4 - x^2)^2} + C$$

$$— \frac{1}{2} \ln|4 - x^2| + C$$

$$— -\frac{1}{2}\ln|4-x^2|+C$$

$$— 2\ln|4-x^2|+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{2x+3}{x^2+3x+5} dx \text{ равен}$$

$$— \ln|x^2+3x+5|+C$$

$$— \frac{1}{2}\ln|x^2+3x+5|+C$$

$$— \ln|x^2+3x|+\frac{x^2}{5}+x+C$$

$$— \frac{1}{2(x^2+3x+5)^2}+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x} \text{ равен}$$

$$— \ln|\operatorname{tg} x|+C$$

$$— \operatorname{ctg} x+C$$

$$— -\ln|\sin x|+C$$

$$— \ln|\sin x|+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{\operatorname{ctg} x} \text{ равен}$$

$$— \ln|\operatorname{ctg} x|+C$$

$$— \operatorname{tg} x+C$$

$$— -\ln|\cos x|+C$$

$$— \ln|\cos x|+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{\operatorname{tg}^2 x} \text{ равен}$$

$$— \operatorname{tg} x-x+C$$

$$— -\operatorname{ctg} x-x+C$$

$$— -\frac{1}{\operatorname{tg} x}+C$$

$$— -\operatorname{tg} x-x+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{(3x-2)^3} \text{ равен}$$



$$\text{---} -\frac{1}{2(3x-2)^2}+C$$

$$\text{---} \ln|3x-2|^3+C$$

$$\text{---} -\frac{1}{6(3x-2)^2}+C$$

$$\text{---} \frac{1}{12(3x-2)^4}+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x}} \text{ равен}$$

$$\text{---} -\frac{\sqrt{5-4x}}{2}+C$$

$$\text{---} \frac{1}{2}\ln(5-4x)+C$$

$$\text{---} -\frac{1}{6\sqrt{(5-4x)^3}}+C$$

$$\text{---} 2\sqrt{5-4x}+C$$

$$\text{Интеграл } \int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}} \text{ равен}$$

$$\text{---} \arcsin \frac{x}{3}+C$$

$$\text{---} \sqrt{9-x^2}+C$$

$$\text{---} -\frac{\sqrt{9-x^2}}{4}+C$$

$$\text{---} -\sqrt{9-x^2}+C$$

$$\text{Интеграл } \int x \cos x dx \text{ равен}$$

$$\text{---} -x \sin x + \cos x + C$$

$$\text{---} x \sin x - \cos x + C$$

$$\text{---} x \sin x + \cos x + C$$

$$\text{---} -x \sin x - \cos x + C$$

## ТЕМА 9. Определенные, несобственные и кратные интегралы

Если функция интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ , и  $m$  и  $M$  – соответственно наименьшее и наибольшее значения на отрезке  $[a; b]$ , то

$$— m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

$$— m(a-b) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(a-b)$$

$$— m(b-a) \leq \int_b^a f(x)dx \leq M(b-a)$$

$$— M(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq m(b-a)$$

Функция  $y = f(x)$  интегрируема на отрезке  $[a; b]$ , если она

- непрерывна на этом отрезке
- монотонна на этом отрезке
- неотрицательна на этом отрезке
- положительна на этом отрезке

Значение определенного интеграла зависит

- только от отрезка  $[a; b]$
- только от подынтегральной функции  $f(x)$
- от отрезка интегрирования  $[a; b]$  и от подынтегральной функции  $f(x)$
- от способа вычисления определенного интеграла

Если функция  $f(x)$  интегрируема и неотрицательна на  $[a; b]$ , где  $a < b$ , то значение определенного интеграла будет

- положительным
- неотрицательным
- отрицательным
- любым

Теорема о среднем значении определенного интеграла выполняется, если функция

- имеет конечное число точек разрыва первого рода
- ограничена на отрезке  $[a; b]$
- неотрицательна на  $[a; b]$
- непрерывна на отрезке  $[a; b]$

Несобственный интеграл  $\int_a^{\infty} f(x)dx$  сходится, если

$$— \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = \infty$$

- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$  – конечное число
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx = -\infty$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$  не существует

Если  $F(x)$  – первообразная к функции  $f(x)$  на  $[a, b]$ , то значение определенного интеграла  $\int_a^b f(x) dx$  равно

- $F(a) - F(b)$
- $F(x) + C$
- $F(b) - F(a)$
- $F(x) - C$

Функция  $f(x)$  интегрируема на отрезке  $[1; 8]$ ,  $\int_1^8 f(x) dx = 13$  и  $\int_1^3 f(x) dx = 4$ . Тогда

интеграл  $\int_3^8 f(x) dx$  равен

- 9
- -9
- 17
- -17

Интеграл  $\int_a^a f(x) dx$  равен

- 0
- $2f(a)$
- $2a$
- 1

Если функция  $f(x)$  интегрируема на  $[a, b]$ , то  $f(x)$  интегрируема и на  $[b, a]$  и выполняется

- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(-x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(-x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_{-b}^a f(x) dx$

Несобственный интеграл  $\int_a^{\infty} f(x)dx$  расходится, если

—  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$  – конечное число

—  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = \infty$

—  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = 0$

—  $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$  – конечное отрицательное число

Если фигура образуется кривыми  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$  и на отрезке  $[a, b]$ , где  $a = x_1$  и  $b = x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) – абсциссы точек пересечения двух кривых,  $f_2(x) \geq f_1(x)$ , то площадь этой фигуры определяется по формуле

—  $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx$

—  $S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x))dx$

—  $S = \int_a^b (f_1(x)f_2(x))dx$

—  $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$

Определенный интеграл по частям вычисляется по формуле

—  $(uv) \Big|_a^b + \int_a^b vdu$

—  $(uv) \Big|_a^b + \int_a^b u dv$

—  $(uv) \Big|_a^b - \int_a^b vdu$

—  $(uv) \Big|_a^b - \int_a^b d(uv)$

Выберите верное утверждение

—  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$

—  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

—  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx = \int_c^a f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$$

Для непрерывной на отрезке  $[a; b]$ , где  $a < b$ , функции  $f(x)$  найдется хотя бы одна точка  $t$  такая, что

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx = f(t)(a - b)$$

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx = \frac{f(t)}{b - a}$$

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx = f(t)(a + b)$$

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx = f(t)(b - a)$$

$\int_a^b f(x)dx$  численно равен площади фигуры, образованной кривой  $y = f(x)$ , прямыми

$x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$  ( $a < b$ ), если

$$\text{---} f(x) < 0$$

$$\text{---} f(x) \leq 0$$

---  $f(x)$  – возрастающая функция

$$\text{---} f(x) \geq 0$$

Если фигура образована кривой  $y = f(x)$  ( $f(x) \leq 0$ ), прямыми  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ),  $y = 0$ , то площадь этой фигуры равна

$$\text{---} \int_a^b f(x)dx$$

$$\text{---} - \int_a^b f(x)dx$$

$$\text{---} - \int_a^b f(x)dx$$

$$\text{---} \int_a^b (1 - f(x))dx$$

Если фигура образуется кривыми  $y = f_1(x)$  и  $y = f_2(x)$  и на отрезке  $[a, b]$ , где  $a = x_1$  и  $b = x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) – абсциссы точек пересечения двух кривых,  $f_1(x) \geq f_2(x)$ , то площадь этой фигуры определяется по формуле

$$\text{---} S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx$$

—  $S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x))dx$

—  $S = \int_a^b (f_1(x)f_2(x))dx$

—  $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$

Если  $\int_1^4 f(x)dx = 5$ , а  $\int_4^6 f(x)dx = 3$ , то  $\int_1^6 f(x)dx$  равен

— 2

— -2

— 15

— 8

Если  $\int_0^5 f(x)dx = 10$ , а  $\int_0^2 f(x)dx = 4$ , то  $\int_2^5 f(x)dx$  равен

— 14

— -6

— 6

— 3

Если  $\int_1^3 f(x)dx = 4$ , то  $\int_1^3 (f(x) - 1)dx$  равен

— 4

— 6

— 32

Если  $\int_2^6 f(x)dx = 5$ , то  $\int_2^6 (1 - f(x))dx$  равен

— 4

— -4

— -1

— 1

Если  $\int_1^6 f(x)dx = 12$ , а  $\int_3^6 f(x)dx = 7$ , то  $\int_1^3 f(x)dx$  равен

— -5

— 19

— 3

— 5

Интеграл  $\int_a^b (k + f(x))dx$  равен

—  $k + \int_a^b f(x)dx$

—  $\int_a^b f(x)dx$

—  $b - a + k \int_a^b f(x)dx$

—  $k(b - a) + \int_a^b f(x)dx$

Несобственным интегралом  $\int_a^{+\infty} f(x)dx$  непрерывной на  $[a; +\infty)$  функции  $f(x)$  называется

— интеграл, который не дифференцируется

— интеграл, который не вычисляется

— конечный или бесконечный предел  $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$

— интеграл, не имеющий первообразную

Интеграл  $\int_0^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$  равен

—  $\frac{\pi}{2}$

—  $\frac{1}{2}$

— 0

—  $\frac{\pi + 1}{2}$

Интеграл  $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$  равен

—  $-\infty$

—  $-\frac{1}{3}$

— 0

—  $\frac{1}{3}$

Интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^2}$  равен

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\infty$

Несобственным интегралом  $\int_{-\infty}^b f(x)dx$  непрерывной на  $(-\infty; b]$  функции  $f(x)$  называется

- интеграл, не имеющий первообразную
- интеграл, от которой не существует дифференциал
- интеграл от возрастающей функции
- конечный или бесконечный предел  $\lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x)dx$

Интеграл  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$  равен

- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\frac{\pi}{8}$
- $\frac{\pi}{8}$

Интеграл  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$  равен

- $\frac{\pi}{12}$
- $\frac{\pi}{6}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{4}$

Интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{4+x^3}$  равен

- $-\frac{1}{3} \ln 5$
- $+\infty$
- $-\infty$



—  $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5}$

Интеграл  $\int_0^1 e^{x^2} x dx$  равен

—  $\frac{e-1}{2}$

—  $e-1$

—  $\frac{1-e}{2}$

—  $1-e$

Если  $\int_2^4 f(x) dx = 7$ , то  $\int_2^4 (f(x) - 2) dx$  равен

— 2

— 5

— 3

— 10

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$  равен

—  $-\frac{1}{3}$

— 2

— 4

— 1

Интеграл  $\int_0^1 e^{-x^2} x dx$  равен

—  $\frac{1-e}{2e}$

—  $\frac{1-e}{e}$

—  $\frac{e-1}{2e}$

—  $\frac{e-1}{e}$

Интеграл  $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4+x^2}}$  равен

$$— 2(1 - \sqrt{2})$$

$$— \frac{1}{2} \ln 4$$

$$— \frac{1}{2} \ln \frac{1}{4}$$

$$— 2(\sqrt{2} - 1)$$

Интеграл  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx$  равен

$$— \frac{\pi - 4}{4}$$

$$— -\frac{1}{3}$$

$$— \frac{1}{3}$$

$$— \frac{4 - \pi}{4}$$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos 2x) dx$  равен

$$— \frac{\pi^2}{8}$$

$$— \frac{\pi^2}{2}$$

$$— -\frac{\pi^2}{8}$$

$$— \frac{\pi^2 - 4}{8}$$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin 2x) dx$  равен

$$— \frac{8 - \pi^2}{16}$$

$$— \frac{\pi^2 - 8}{8}$$

$$— \frac{\pi^2 - 8}{16}$$

$$— \frac{8 - \pi^2}{8}$$

Интеграл  $\int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x}$  равен

- $\frac{1}{3}$
- $0$
- $1$
- $3$

Интеграл  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$  равен

- $\frac{2 - \pi}{2}$
- $\frac{\pi + 2}{2}$
- $\frac{\pi - 2}{2}$
- $\frac{\pi}{2}$

## ТЕМА 10. Числовые ряды

Числовой ряд сходится, если

- предел его общего члена равен нулю
- последовательность его частичных сумм ограничена
- последовательность его частичных сумм имеет конечный предел
- члены ряда монотонно убывают по абсолютной величине

Числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- предел его общего члена равен нулю
- этот ряд является гармоническим

Согласно интегральному признаку сходимости, числовой ряд с положительными

членами  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходится, если несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} f(x)dx$ , где  $f(n)=a_n$

- больше 1
- равен 1
- равен конечному числу
- является бесконечно большим

Согласно признаку сравнения числовой ряд с положительными членами расходится, если

- расходится гармонический ряд
- расходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- расходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- расходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии

По признаку Даламбера, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell > 1$ , то ряд с положительными членами

- сходится
- расходится
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Если числовой ряд сходится, то предел общего члена ряда равен

- 1
- -1
- 0
- $-\infty$

Числовой ряд  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$  называется

- натуральным

- гармоническим
- сходящимся
- рациональным

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n-1}$  предел общего члена равен

- 0
- $\infty$
- 1
- $\frac{2}{3}$

Общим членом ряда  $\frac{2}{1} + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots$  будет

- $\frac{2^n}{2n+1}$
- $2n$
- $\frac{1}{2n-1}$
- $\frac{2n}{2n-1}$

Гармонический ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  является

- сходящимся
- расходящимся
- условно сходящимся
- абсолютно сходящимся

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n^2-1}$  предел общего члена равен

- $\frac{2}{3}$
- $\infty$
- 0
- 1

Если числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, а  $C$  – постоянное число, то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} Ca_n$

- расходится
- сходится или расходится
- сходится только условно
- сходится

Если ряды  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  сходятся, то

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$  сходится, а  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$  расходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  сходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  расходится

— ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$  сходится условно

Необходимым признаком сходимости числовых рядов является

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

—  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

Числовой ряд расходится, если

— предел его общего члена равен нулю

— последовательность его частичных сумм имеет конечный предел

— предел последовательности его частичных сумм бесконечен

— число членов бесконечно

Сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии определяется по формуле

—  $b_1 q^n$

—  $\frac{b_1}{1 - q}$

—  $\frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$

—  $b_1 + q(n - 1)$

Выражение  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$  называется

— последовательностью

— числовым рядом

— арифметической прогрессией

— геометрической прогрессией

Суммой ряда S называется

— сумма первых n членов

— конечный предел последовательности частичных сумм

— предел общего члена ряда

— остаток ряда

Если в числовом ряде предел общего члена равен нулю, то ряд

- обязательно расходится
- обязательно сходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится абсолютно

Если в числовом ряде предел общего члена не равен нулю, то ряд

- сходится
- расходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится условно

Если несобственный интеграл  $\int_1^{\infty} f(x)dx$  равен конечному числу, то согласно

интегральному признаку сходимости числовой ряд с положительными членами  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,

где  $a_n = f(n)$

- сходится условно
- расходится
- сходится
- может сходиться, а может расходиться

Согласно признаку сравнения числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии
- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- члены данного ряда меньше членов другого ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда

Чтобы знакочередующийся числовой ряд сходиллся абсолютно, он должен

- сходиться условно
- расходиться
- сходиться
- расходиться условно

Для исследования сходимости знакочередующихся рядов применяется

- интегральный признак Коши
- признак сравнения
- признак Даламбера
- признак Лейбница

Признак Даламбера является достаточным признаком сходимости

- знакочередующихся рядов
- степенных рядов
- рядов с положительными членами

— гармонического ряда

Интегральный признак Коши применяется для исследования сходимости

— знакопередающих рядов

— числовых рядов с положительными, монотонно убывающими членами

— степенных рядов

— сходящихся рядов

Если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ , то ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

— сходится

— сходится условно

— расходится

— сходится абсолютно

Знакопередающийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$  сходится условно, если

— он расходится

— ряд расходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, сходится

— ряд сходится, и сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда

— ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, расходится

Знакопередающийся числовой ряд сходится абсолютно, если

— сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда

— предел его общего члена по абсолютной величине равен нулю

— члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают

— выполняется признак Лейбница

Признак Лейбница является

— необходимым признаком сходимости знакопередающихся рядов

— достаточным признаком абсолютной сходимости знакопередающихся рядов

— достаточным признаком расходимости рядов

— достаточным признаком сходимости знакопередающихся рядов

По признаку Даламбера, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell < 1$ , то ряд с положительными членами

— расходится

— может как сходиться, так и расходиться

— сходится

— сходится условно

В числовом ряде  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n-2}$  предел общего члена равен



- 0
- $\frac{1}{3}$
- $\infty$
- $\frac{2}{3}$

Сумма числового ряда существует , если ряд

- сходится
- расходится
- содержит бесконечное число членов
- содержит только положительные члены

Если числовой ряд сходится, то его n-й остаток

- стремится к бесконечности
- равен нулю
- стремится к нулю
- стремится к единице

Согласно признаку сравнения, числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  сходится, если

- $a_n < \frac{1}{n}$
- $a_n > \frac{1}{n}$
- $a_n < \frac{1}{n^2}$
- $a_n > \frac{1}{n^2}$

Одним из условий признака Лейбница сходимости знакочередующихся рядов является

- $a_{n+1} < a_n$
- $a_{n+1} > a_n$
- $a_{n+1} = a_n$
- $a_{n+1} \geq a_n$

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

- сходится по необходимому признаку сходимости
- сходится по интегральному признаку
- расходится
- условно сходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$

- сходится
- условно сходится
- сходится абсолютно
- расходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1}$

- сходится условно
- сходится абсолютно
- сходится по необходимому признаку сходимости
- расходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по необходимому признаку
- сходится по признаку сравнения

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{2n-1}$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{5^n}$

- расходится
- сходится условно
- сходится абсолютно
- может как сходиться, так и расходиться

Ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2+1}$

- расходится
- сходится по признаку Лейбница
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по интегральному признаку

Числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

- расходится
- сходится абсолютно
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3}$

- равна конечному числу
- не существует
- бесконечна
- равна нулю

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 1}$

- равна конечному числу
- бесконечна
- равна нулю
- равна 1

Сумма числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

- не существует
- бесконечна
- равна конечному числу
- равна 2

Общим членом ряда  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  будет

- $\frac{1}{2n + 1}$
- $\frac{(-1)^{n+1}}{2n - 1}$
- $\frac{(-1)^{n+1}}{2n + 1}$
- $\frac{1}{2n - 1}$

## ТЕМА 11. Комплексные числа

Число  $i$  называется мнимой единицей, если

—  $i^2 = -1$

—  $i^3 = -i$

—  $i = -i$

—  $i^4 = 1$

К комплексному числу  $x + iy$  сопряженным является комплексное число

—  $y + ix$

—  $x - iy$

—  $y - ix$

—  $ix - y$

Сумма комплексных чисел  $Z_1 = x_1 + iy_1$  и  $Z_2 = x_2 + iy_2$  определяется по формуле

—  $Z_1 + Z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

—  $Z_1 + Z_2 = (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2)$

—  $Z_1 + Z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

—  $Z_1 + Z_2 = x_1x_2 + iy_1y_2$

Если  $Z = 2 + 3i$ , то  $Z^2$  равно

—  $12i - 5$

—  $13 + 12i$

—  $-5$

—  $13$

Разность двух комплексных чисел  $Z_1 = x_1 + iy_1$  и  $Z_2 = x_2 + iy_2$  определяется по формуле

—  $Z_1 - Z_2 = (x_1 - x_2) - i(y_1 - y_2)$

—  $Z_1 - Z_2 = x_1x_2 - iy_1y_2$

—  $Z_1 - Z_2 = (x_1 - y_2) + i(x_2 - y_1)$

—  $Z_1 - Z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$

Произведение двух комплексных чисел  $Z_1 = x_1 + iy_1$  и  $Z_2 = x_2 + iy_2$  равно

—  $Z_1Z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$

—  $Z_1Z_2 = (x_1x_2 + y_1y_2) + i(x_1y_2 - x_2y_1)$

—  $Z_1Z_2 = x_1x_2 - iy_1y_2$

—  $Z_1Z_2 = x_1x_2 + iy_1y_2$

Если  $Z = x + iy$ , то  $Z^2$  равно

- $x^2 + 2ixy + y^2$
- $(x^2 - y^2) + 2ixy$
- $x^2 + y^2$
- $(x^2 + y^2) - 2ixy$

Если  $Z = x + iy$  и  $\bar{Z} = x - iy$ , то  $Z\bar{Z}$  равно

- $x^2 - y^2$
- $\frac{1}{2}(x^2 - y^2)$
- $(x^2 + y^2)$
- $y^2 - x^2$

Если  $Z = x - iy$ , то  $Z^2$  равно

- $x^2 - y^2$
- $(x^2 + y^2) - 2ixy$
- $(x^2 - y^2) - ixy$
- $(x^2 - y^2) - 2ixy$

Выражение  $(3 + 2i)(3 - 2i)$  равно

- 5
- 13
- $9 - 4i$
- $9 + 4i$

Если  $Z = x + iy$  и  $\bar{Z} = x - iy$ , то  $Z - \bar{Z}$  равно

- $2x$
- $2(x - iy)$
- 0
- $2iy$

Если  $Z = x + iy$  и  $\bar{Z} = x - iy$ , то  $\frac{Z}{\bar{Z}}$  равно

- -1
- $1 + \frac{2ixy}{x^2 + y^2}$
- $1 - \frac{2ixy}{x^2 - y^2}$
- $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} + \frac{2ixy}{x^2 + y^2}$

Если  $Z = x + iy$ , то  $iZ$  равно

- $y + ix$
- $x^2 + y^2$
- $(-y + ix)$
- $ix$

Если  $Z_1 = x + 2iy$ ,  $Z_2 = 2x - iy$ , то  $Z_1 Z_2$  равно

- $2(x^2 - y^2) + 3ixy$
- $2(x^2 - y^2)$
- $2(x^2 + y^2) + 3ixy$
- $2(x^2 + y^2)$

Если  $Z = x + iy$ , то  $Z^3$  равно

- $x^3 + iy^3$
- $x^3 - y^3$
- $(x^3 + 3xy^2) - i(3x^2y + y^3)$
- $(x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$

Если  $Z = x - iy$ , то  $Z^3$  равно

- $(x^3 - 3xy^2) - i(3x^2y - y^3)$
- $x^3 - y^3$
- $x^3 + y^3$
- $(x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$

Если  $i$  – мнимая единица, то  $i^3$  равно

- $i$
- $-1$
- $1$
- $-i$

К комплексному числу  $x - iy$  сопряженным является комплексное число

- $y - ix$
- $y + ix$
- $x + iy$
- $-x - iy$

Если  $i$  – мнимая единица, то  $i^4$  равно

- $-1$

- $i$
- $1$
- $-i$

Если  $Z_1 = x + 2iy$ ,  $Z_2 = 2x + iy$ , то  $Z_1 + iZ_2$  равно

- $3(x + iy)$
- $(x + y) + 2i(x + y)$
- $(x - y) + 2i(x + y)$
- $(x - y) - 2i(x + y)$

Если  $Z = x + iy$  и  $\bar{Z} = x - iy$ , то  $Z + i\bar{Z}$  равно

- $(x + y) + i(x - y)$
- $(x - y) + i(x + y)$
- $(x + y) + i(x + y)$
- $(x + y) - i(x + y)$

Если  $Z = x + iy$  и  $\bar{Z} = x - iy$ , то  $Z - i\bar{Z}$  равно

- $(x + y) - i(x - y)$
- $(x - y) - i(x - y)$
- $(x - y) - i(x + y)$
- $(x - y) + i(x - y)$

Если  $i$  – мнимая единица, то  $i^5$  равно

- $i$
- $-i$
- $1$
- $-1$

Если  $Z = x - iy$ , то  $iZ$  равно

- $-y + ix$
- $y + ix$
- $x + y$
- $ix$

Сумма корней квадратного уравнения  $x^2 + 2x + 17 = 0$  равна

- $2$
- $0$
- $4$
- $-2$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного уравнения  $x^2 - 6x + 25 = 0$ , то  $x_1 \cdot x_2$  равно

- $25$

- $-7$
- $-1$
- $6$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + 4x + 13 = 0$ , то  $\frac{x_1}{x_2}$  равно

- $-2$
- $-3$
- $-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$
- $1 + \frac{12}{5}i$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 8x + 25 = 0$ , то  $(x_1 - x_2)^2$  равно

- $0$
- $-36$
- $9$
- $36$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + 5x + 25 = 0$ , то  $x_1 \cdot x_2$  равно

- $12,5$
- $-12,5$
- $25$
- $-25$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 6x + 13 = 0$ , то  $(x_1 - x_2)^2$  равно

- $16$
- $0$
- $-16$
- $36$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 + 9 = 0$ , то  $x_1 \cdot x_2$  равно

- $9$
- $-9$
- $6$
- $-6$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 7x + 18,5 = 0$ , то  $x_1 + x_2$  равно

- $7$
- $14$
- $5$
- $0$



Если  $Z_1 = 5 + 4i$  и  $Z_2 = 3 + i$ , то  $\frac{Z_1}{Z_2}$  равно

—  $\frac{5}{3} + 4i$

—  $1,1 + 0,7i$

—  $1,9 + 0,7i$

—  $\frac{19}{8} + \frac{7}{8}i$

Если  $Z_1 = 3 + 2i$  и  $Z_2 = 6 - 4i$ , то  $\frac{Z_1}{Z_2}$  равно

—  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

—  $\frac{5}{26} + \frac{6}{13}i$

—  $\frac{1}{2} + \frac{6}{5}i$

—  $\frac{1}{2} + \frac{6}{13}i$

Если  $Z_1 = 6 - 5i$  и  $Z_2 = 4 + 3i$ , то  $Z_1^2 - Z_2^2$  равно

—  $24 - 24i$

—  $36 - 84i$

—  $4 - 84i$

—  $16 - 24i$

Если  $Z = 3 + 4i$ , то  $\bar{Z}^3$  равно

—  $171 - 172i$

—  $-117 - 44i$

—  $27 - 64i$

—  $27 + 64i$

Если  $Z = 3 - 2i$ , то  $\bar{Z}^3$  равно

—  $27 - 8i$

—  $63 + 46i$

—  $27 + 8i$

—  $-9 + 46i$

Если  $Z_1 = 1 - 2i$  и  $Z_2 = 2 + 3i$ , то  $Z_1^2 \cdot Z_2$  равно

—  $6 - 17i$

—  $-6 - 9i$

—  $10 + 15i$

—  $6 + 17i$

Если  $Z_1 = 4 + 3i$  и  $Z_2 = 2 - 3i$ , то  $Z_1 \cdot Z_2^2$  равно

—  $-28 - 21i$

—  $88 - 9i$

—  $48 + 33i$

—  $16 - 63i$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 10x + 34 = 0$ , то  $x_1^2 - x_2^2$  равно

—  $60i$

—  $90i$

—  $0$

—  $-36$

Если  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $x^2 - 12x + 40 = 0$ , то  $x_1^2 + x_2^2$  равно

—  $72$

—  $64$

—  $48i$

—  $12$

## ТЕМА 12. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах

Дифференциальным уравнением называется

- уравнение, связывающее независимую переменную, неизвестную функцию и ее производные
- уравнение, содержащее производную независимой переменной
- уравнение, которое легко интегрируется
- уравнение, которое решается дифференцированием

Решить дифференциальное уравнение – это означает

- дифференцирование уравнения
- интегрирование
- нахождение независимой переменной
- нахождение производной функции

Дифференциальное уравнение называется линейным, если

- неизвестная  $y$  в первой степени
- все производные неизвестной функции в первой степени
- оно линейно относительно  $y$  и ее производных
- решение записывается в виде явной функции

Обыкновенным дифференциальным уравнением называется уравнение

- которое просто интегрируется
- которое содержит только независимую переменную и неизвестную функцию
- в котором неизвестная функция зависит от двух переменных
- в котором неизвестная функция зависит от одной переменной

Число постоянных в общем решении дифференциального уравнения определяется

- порядком дифференциального уравнения
- старшей степенью неизвестной функции
- видом правой части
- старшей степенью независимой переменной

Частным решением дифференциального уравнения первого порядка называется

- решение при  $y = x$
- решение, получающееся из общего решения при определенном значении постоянной  $C$
- решение при  $y = x^2$
- решение в виде частного двух функций

Дифференциальным уравнением первого порядка называется

- уравнение, в котором независимая переменная  $x$  в первой степени
- уравнение, в котором неизвестная функция  $y$  в первой степени
- уравнение, которое содержит производную неизвестной функции только первого порядка

— уравнение первой степени

Дифференциальное уравнение называется линейным уравнением первого порядка, если

— оно линейно относительно  $x$  и  $y$

— оно линейно относительно  $x$  и  $y'$

— сводится к уравнениям с разделяющимися переменными

— оно линейно относительно  $y$  и  $y'$

Функция  $f(x, y)$  является однородной функцией своих аргументов  $k$ -го порядка, если

—  $f(tx, ty) = t^k f(x, y)$

—  $y = x^k$

—  $y^k = x$

—  $y = kx$

Среди дифференциальных уравнений:

а)  $2y' - xy^2 = e^{-x}$ ; б)  $y' + 5xy = \sin 2x$ ; в)  $y y' - y = e^{2x}$ ; г)  $y' + \frac{3x}{y} = \operatorname{tg} x$

линейными дифференциальными уравнениями первого порядка являются уравнения

— в)

— б)

— в, г)

— а, в)

Уравнение  $y' = f(x, y)$  называется однородным, если

—  $f(x, y) = 0$

— функция  $f(x, y)$  является однородной функцией своих аргументов нулевого порядка

— все переменные в первой степени

— функция  $f(x, y)$  является однородной функцией своих аргументов первого порядка

Из дифференциальных уравнений:

а)  $y' + y = x$ ; б)  $y' - 2y = \cos x$ ; в)  $y' + \frac{x}{y^2} = \sin 2x$ ; г)  $y' - xy = e^{-x}$

не является линейным дифференциальным уравнением первого порядка только уравнение

— а)

— б)

— в)

— г)

Из дифференциальных уравнений:

а)  $(y')^2 - y = x^2$ ; б)  $y' + xy^2 = e^x$ ; в)  $xy' - y^3 = \sin x$ ; г)  $y' + xy = e^{2x}$

является линейным уравнением первого порядка уравнение

— а)

— б)

— в)

— г)

Из данных дифференциальных уравнений:

а)  $y' + 3xy = \cos x$ ; б)  $xy' - y = x^2y$ ; в)  $y' - 2xy = \sin 2x$ ; г)  $2xy' - y = xy^2$   
является уравнением Бернулли уравнение

— а)

— б)

— в)

— г)

Порядок дифференциального уравнения определяется

— порядком наивысшей производной, входящей в уравнение

— показателем степени независимой переменной

— показателем степени неизвестной функции

— порядком расположения производной

Решением дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  называется

— любая непрерывная функция

— функция  $y = \varphi(x)$ , которая при подстановке в это уравнение обращает его в тождество

— любая дифференцируемая функция

— любая интегрируемая функция

В линейном уравнении  $y' + p(x)y = q(x)$  функции  $p(x)$ ,  $q(x)$  являются

— только возрастающими

— неизвестными функциями

— известными функциями независимой переменной  $x$

— одна из функций известная, другая неизвестная

Общее решение дифференциального уравнения  $y'' = f(x, y, y')$  содержит

— одну произвольную постоянную

— четыре произвольные постоянные

— три произвольные постоянные

— две произвольные постоянные

Из дифференциальных уравнений:

а)  $y y' + 2x = e^{2x}$ ; б)  $y'' + 3y' - 4y = \sin 2x$ ; в)  $y' + 3xy^2 = \cos x$ ; г)  $y' - y^3 = xe^x$   
линейным является уравнение

— а)

— в)

— г)

— б)

Среди дифференциальных уравнений:

а)  $y' + 2xy^2 = e^x$ ; б)  $y^2 y' - 2y = \sin x$ ; в)  $y' - \frac{2x}{y} = \cos x$ ; г)  $y' + 3xy = e^{2x}$

линейными дифференциальными уравнениями первого порядка являются уравнения

- а, в)
- б, в)
- а)
- г)

Под интегрированием дифференциального уравнения понимается

- нахождение интеграла от правой части уравнения
- решение дифференциального уравнения
- нахождение интеграла от функции  $y$
- нахождение интеграла от переменной  $x$

Среди дифференциальных уравнений:

а)  $xy' + 3y = 2x^2$ ; б)  $yy' - 2x = e^{3x}$ ; в)  $y' - y^2 = x \sin x$ ; г)  $y' + 3xy^3 = \operatorname{tg} x$

линейным является уравнение

- а)
- б)
- в)
- г)

Общее решение уравнения  $y' - y = 0$  имеет вид

- $y = \frac{1}{x + C}$
- $y = Cx$
- $y = e^{x+C}$
- $y = \frac{1}{Cx}$

Если  $y(0) = 1$ , то частное решение уравнения  $y' + y = 0$  имеет вид

- $y = e^{x-1}$
- $y = e^{-x}$
- $y = e^{x+1}$
- $y = e^{2x}$

Уравнение Бернулли имеет вид

- $y' = f(x, y)$
- $y' + p(x)y = q(x)$
- $y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$
- $y' + p(x)y = q(x)y^n$

Уравнение Бернулли является линейным уравнением при

- $n = 2$

- $n = -1$
- $n = \pm 3$
- $n = 0$

Общее решение уравнения  $xy' - \ln x = 0$  имеет вид

- $y = \ln^2 x + C$
- $y = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1) + C$
- $y = \frac{\ln^2 x}{2} + C$
- $y = \ln(Cx)$

Уравнение  $y' + p(x)y = q(x)y^n$  называется

- линейным
- линейным уравнением первого порядка
- уравнением  $n$ -го порядка
- уравнением Бернулли

Дифференциальное уравнение  $y' + p(x)y = q(x)$  называется

- уравнением Бернулли
- однородным
- линейным уравнением первого порядка
- уравнением с разделяющимися переменными

Общее решение уравнения Бернулли  $y' + p(x)y = q(x)y^n$  содержит

- $n$  произвольных постоянных
- две произвольные постоянные
- бесконечное число произвольных постоянных
- одну произвольную постоянную

Порядком дифференциального уравнения называется

- старшая степень неизвестной функции
- порядок наивысшей производной, входящей в уравнение
- старшая степень независимой переменной  $x$
- порядок наименьшей производной, входящей в уравнение

Начальное условие дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  будет задано, если в уравнении

- известно одно из решений
- известно общее решение
- известно значение функции  $y$  при  $x = x_0$
- правая часть постоянна

Начальное условие  $y(x_0) = y_0$  в дифференциальном уравнении  $y' = f(x, y)$  задается для определения

- общего решения
- частного решения
- правой части этого уравнения
- порядка уравнения

Если  $y(0) = 1$ , то частное решение уравнения  $y' - 2y = 0$  имеет вид

- $y = e^{2x+1}$
- $y = e^{2x-1}$
- $y = e^{2x}$
- $y = e^{-2x+1}$

Общее решение уравнения  $xy' + 2\ln x = 0$  имеет вид

- $y = 2\ln^2 x + C$
- $y = -2\ln^2 x + C$
- $y = -4\ln^2 x + C$
- $y = -\ln^2 x + C$

Если  $y(1) = 2$ , то частное решение уравнения  $xy' - 3\ln^2 x = 0$  имеет вид

- $y = \ln^3 x + 2$
- $y = 9\ln^3 x + 2$
- $y = 6\ln x + 2$
- $y = 3\ln^3 x + 2$

Общее решение уравнения  $\frac{y'}{x} - e^{x^2} = 0$  имеет вид

- $y = e^{x^2} + C$
- $y = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$
- $y = 2e^{x^2} + C$
- $y = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$

Если  $y(1) = \frac{2}{e}$ , то частное решение уравнения  $\frac{y'}{x} + 2e^{-x^2} = 0$  имеет вид

- $y = e^{-x^2} + \frac{1}{e}$
- $y = 2e^{-x^2}$



—  $y = e^{x^2} - \frac{1}{e}$

—  $y = 4e^{-x^2} - \frac{2}{e}$

Общее решение уравнения  $\frac{y'}{\cos x} - \sin^2 x = 0$  имеет вид

—  $y = 3 \sin^3 x + C$

—  $y = 2 \sin x + C$

—  $y = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

—  $y = -\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Если  $y(0) = 1$ , то частное решение уравнения  $e^x \cdot y' - x = 0$  имеет вид

—  $y = xe^{-x} + e^{-x}$

—  $y = -xe^{-x} - e^{-x} + 3$

—  $y = -xe^{-x} - e^{-x} - 1$

—  $y = -xe^{-x} - e^{-x} + 2$

Если  $y(\frac{\pi}{4}) = 2$ , то частное решение уравнения  $\cos^2 x \cdot y' - 2tgx = 0$  имеет вид

—  $y = 2tg^2 x$

—  $y = 4tg^2 x - 2$

—  $y = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{2}$

—  $y = tg^2 x + 1$

Уравнение Бернулли является уравнением с разделяющимися переменными при

—  $n = -1$

—  $n = 1$

—  $n = 0$

—  $n = 2$

Из данных дифференциальных уравнений

1)  $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ ;

2)  $(3-x)\frac{dy}{dx} - y \sin x = e^x$ ;

3)  $yy' + x^3 y^2 = \cos x$ ;

4)  $-\frac{dy}{dx} + x^2 + 2y = 0$

уравнениями Бернулли являются только

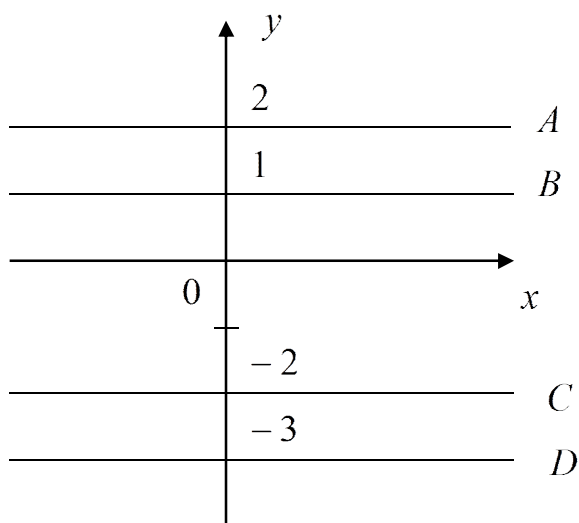
— 3), 4)

- 2)
- 1),3)
- 1),4)

Решением дифференциального уравнения  $y' - \operatorname{tg} x \cdot y = 1$  является функция

- $y = \frac{1}{\cos x}$
- $y = \operatorname{tg} x$
- $y = -\operatorname{tg} x$
- $y = \operatorname{ctg} x$

Интегральная кривая, которая определяет решение уравнения  $xy' = y - 1$  при  $y(1) = 1$ , имеет вид



- A
- B
- C
- D

Из данных дифференциальных уравнений

- |                            |                                  |
|----------------------------|----------------------------------|
| 1) $2y' + 3x^2 + 2y = 0$ ; | 2) $(x - y)dy = (3x + 2y^2)dx$ ; |
| 3) $x^2 y' + y - 2 = 0$ ;  | 4) $yy' - x^2 y = e^x y^3$       |

уравнениями с разделяющимися переменными являются

- 3)
- 1),2)
- 2),4)
- 1),4)

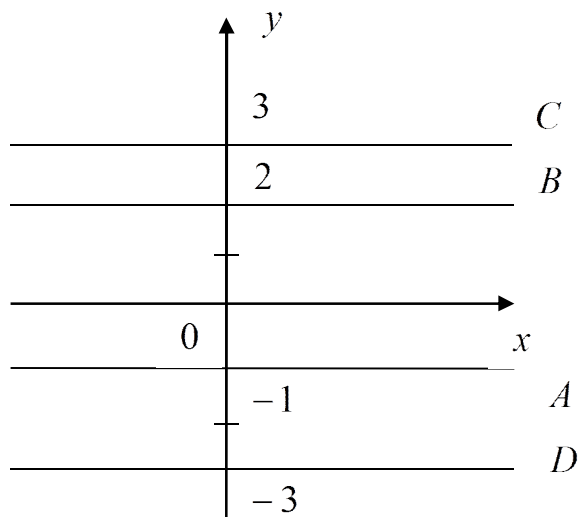
Решением дифференциального уравнения  $y' + 2xy = 2x$  является функция

- $y = 1 + e^{x^2}$
- $y = e^{-x^2}$

—  $y = 1 - e^{x^2}$

—  $y = 1 + e^{-x^2}$

Интегральная кривая, соответствующая решению дифференциального уравнения  $xy' = y + 3$  при  $y(1) = -3$ , имеет вид



— C

— B

— D

— A

Решением дифференциального уравнения  $y' + \frac{y}{x} = \frac{e^x + 1}{x}$  является функция

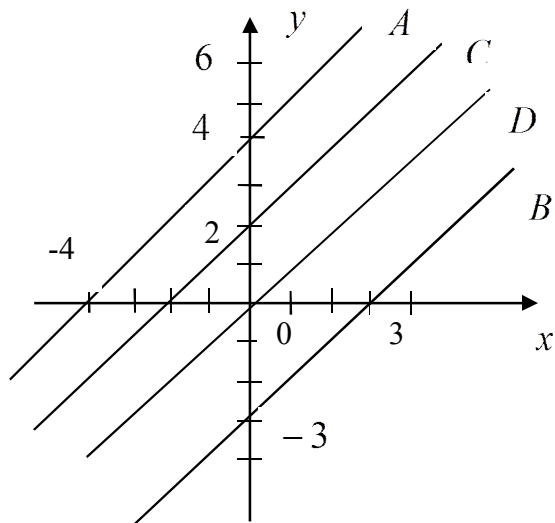
—  $y = \ln x + 1$

—  $y = \frac{e^{-x}}{x} - 1$

—  $y = \frac{e^{-x}}{x} + 1$

—  $y = \frac{e^x}{x} + 1$

Интегральная кривая, соответствующая решению дифференциального уравнения  $xy' = y - 4$  при  $y(2) = 6$ , имеет вид



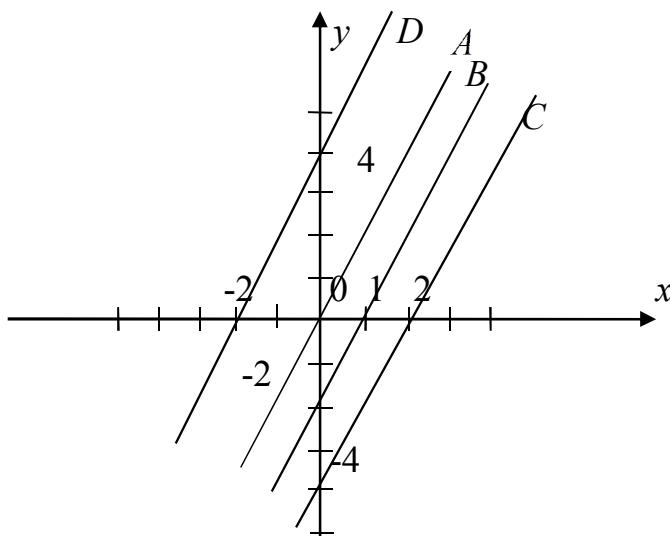
-2

- A
- C
- D
- B

Решением дифференциального уравнения  $y' + y = 3e^{2x}$  является функция

- $y = e^{-2x}$
- $y = e^{-x}$
- $y = e^{-2x} + e^x$
- $y = e^{2x} + e^{-x}$

Интегральная кривая, которая определяет решение уравнения  $(x - 2)y' = y$  при  $y(0) = -4$ , имеет вид



- C
- B
- D
- A

Решением дифференциального уравнения  $y' + \operatorname{ctgx} \cdot y = 1$  является функция

—  $y = \operatorname{ctgx} + \frac{1}{\sin x}$

—  $y = -\operatorname{tgx} + \frac{1}{\sin x}$

—  $y = \frac{1}{\cos x} + 1$

—  $y = -\operatorname{ctgx} + \frac{1}{\sin x}$

Из данных дифференциальных уравнений

1)  $(x^3 - y)dy - y^4 dx = 0$ ;      2)  $\frac{1}{e^{x-2}} dy = xy^2 dx$ ;

3)  $y' + 4x^2 - y = 0$ ;      4)  $y^3 y' + x^3(y + 1) = 0$

уравнениями с разделяющимися переменными являются только

— 1), 3)

— 2), 4)

— 2), 3)

— 1), 4)

Решением дифференциального уравнения  $y' - \frac{2}{x}y = \frac{3}{x^2}$  является функция

—  $y = x^2 + 1$

—  $y = -\frac{1}{x^2}$

—  $y = -\frac{1}{x}$

—  $y = x^2$

Функция  $f(x, y) = \frac{x^3}{x^2y - y^3}$  является однородной функцией

— 3-го порядка

— 6-го порядка

— 0-го порядка

— 1-го порядка

Общее решение уравнения  $y'' = e^{2x}$  имеет вид

—  $y = \frac{1}{2}e^{2x} + C_1x + C_2$

—  $y = \frac{1}{4}e^{2x} + C_1x + C_2$

—  $y = e^{2x} + Cx$

—  $y = 4e^{2x} + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения  $y'' = \cos \frac{x}{2}$  имеет вид

—  $y = \frac{1}{4} \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

—  $y = -\frac{1}{4} \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

—  $y = 4 \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

—  $y = -4 \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения  $y'' = \frac{1}{x^2}$  имеет вид

—  $y = -\frac{1}{x^4} + C_1x + C_2$

—  $y = -\ln|x| + C_1x + C_2$

—  $y = \frac{1}{x^4} + C_1x + C_2$

—  $y = \ln|x| + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения  $y'' = e^{-\frac{x}{2}}$  имеет вид

—  $y = \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

—  $y = -4e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

—  $y = -\frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

—  $y = 4e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

Если  $y(1) = 0$ , то частное решение уравнения  $xy' - x = y$  имеет вид

—  $y = x \ln(e|x|)$

—  $y = x \ln|x|$

—  $y = \ln|x|$

—  $y = -\frac{1}{x} + 1$

Функция  $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^3$  является однородной функцией

— 8-го порядка

— 6-го порядка

— 3-го порядка

— 0-го порядка

Общее решение уравнения  $xy'' - y' = 0$  имеет вид

—  $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$

—  $y = \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$

—  $y = 2C_1x^2 + C_2$

—  $y = 2x^2 + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения  $xy'' + y' = 0$  имеет вид

—  $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$

—  $y = C_1 \ln|x| + C_2$

—  $y = x^2 + C_1x + C_2$

—  $y = -\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$

Если  $y(1) = 1$ , то частное решение уравнения  $xy' + x = y$  имеет вид

—  $y = x \ln \frac{1}{|x|}$

—  $y = x \ln \frac{e}{|x|}$

—  $y = -x^2 + 2$

—  $y = ex^2$

Общее решение уравнения  $y'' = \sin 2x$  имеет вид

—  $y = 4 \sin 2x + C_1x + C_2$

—  $y = \frac{1}{4} \sin 2x + C_1x + C_2$

—  $y = -4 \sin 2x + C_1x + C_2$

—  $y = -\frac{1}{4} \sin 2x + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения  $y' + 2x = 2xy$  имеет вид

—  $y = 2x^2 + C$

—  $y = e^{x^2+C} + 1$

—  $y = x^2 + C$

—  $y = e^{2x^2+C} + 1$

Из данных дифференциальных уравнений

1)  $xy' = y^2 e^x - 1$ ;

2)  $y' = \frac{y^3}{x^2}$ ;

3)  $y^2 y' + x^3 y = 0$ ;

4)  $2 \frac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y = 0$

уравнениями с разделяющимися переменными являются только

— 1), 2)

— 1), 3)

— 2), 3)

— 2), 4)

Из данных дифференциальных уравнений

1)  $yy' + x^3 y^2 = 0$ ;

2)  $y' = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$

3)  $xy' + 2y = y^2 e^x$ ;

4)  $2y' + 3x^2 + 2y = 0$

уравнениями Бернулли являются только

— 1), 3)

— 2), 3)

— 2), 4)

— 1), 4)



### ТЕМА 13. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$  содержит

- две произвольные постоянные
- три произвольные постоянные
- одну произвольную постоянную
- четыре произвольные постоянные

Общее решение однородного уравнения  $y'' + 6y' + 9y = 0$  имеет вид

- $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{3x}$
- $y = (C_1 + C_2)e^{-3x}$
- $y = (C_1 + C_2x)e^{-3x}$
- $y = (C_1 + C_2)e^{3x}$

Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами зависит от

- вида правой части и корней характеристического уравнения
- порядка этого уравнения
- общего решения однородного дифференциального уравнения 2-го порядка
- произвольных постоянных

Если  $y_1, y_2 \left( \frac{y_1}{y_2} \neq \text{const} \right)$  – решения уравнения  $y'' + a_1y' + a_2y = 0$  и  $C_1, C_2$  – некоторые

постоянные, то общее решение этого уравнения имеет вид

- $y = C_1y_1 + C_2$
- $y = C_1y_1 + C_2y_2$
- $y = (C_1 + C_2)/(y_1 + y_2)$
- $y = \frac{C_1}{y_1} + \frac{C_2}{y_2}$

Характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения  $y'' + a_1y' + a_2y = 0$  имеет вид

- $r^2 + a_1r = a_2$
- $r^2 + r + (a_1 + a_2) = 0$
- $r^2 + a_1r + a_2 = 0$
- $a_1r^2 + a_2r + 1 = 0$

Общее решение однородного дифференциального уравнения  $y'' + 3y' - 4y = 0$  имеет вид

- $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x}$
- $y = C_1e^{-4x} + C_2e^x$

- $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin x$
- $y = C_1 \sin x - C_2 \cos 4x$

Общее решение однородного дифференциального уравнения  $y'' - 8y' + 16y = 0$  имеет вид

- $y = C_1 \cos 4x - C_2 \sin 4x$
- $y = (C_1 + C_2 x) \sin 4x$
- $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$

Общее решение уравнения  $y'' - 4y' - 5y = 0$  имеет вид

- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^x$
- $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$
- $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$
- $y = C_1 \cos x + C_2 \sin 5x$

Общее решение уравнения  $y'' + 4y' + 5y = 0$  имеет вид

- $y = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
- $y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- $y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$
- $y = e^x (C_1 - 2C_2 x)$

Общее решение уравнения  $y'' - 6y' + 13y = 0$  имеет вид

- $y = (C_1 + C_2 x) e^{3x}$
- $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$
- $y = e^{3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' + y' - 20y = 0$  имеет вид

- $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{-4x}$
- $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-4x}$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' - 2y' - 15y = 0$  имеет вид

- $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-5x}$

—  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{5x}$

—  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{5x}$

—  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-5x}$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $y'' - 7y' + 12y = 0$  имеет вид

—  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-4x}$

—  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{4x}$

—  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x}$

—  $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-4x}$

Общее решение уравнения  $y'' + 14y' + 49y = 0$  имеет вид

—  $y = C_1 \cos 7x + C_2 \sin 7x$

—  $y = C_1 e^{7x} + C_2 e^{-7x}$

—  $y = (C_1 + C_2 x) e^{7x}$

—  $y = (C_1 + C_2 x) e^{-7x}$

Общее решение уравнения  $y'' - 16y' + 64y = 0$  имеет вид

—  $y = C_1 e^{8x} + C_2 e^{-8x}$

—  $y = C_1 \cos 8x + C_2 \sin 8x$

—  $y = (C_1 + C_2 x) e^{8x}$

—  $y = (C_1 + C_2 x) \sin 8x$

Общее решение уравнения  $y'' + 8y' + 25y = 0$  имеет вид

—  $y = e^{3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

—  $y = e^{-3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

—  $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{3x}$

—  $y = e^{-4x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Общее решение уравнения  $y'' + 16y = 0$  имеет вид

—  $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$

—  $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$

—  $y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x}$

—  $y = e^{-4x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

Общее решение уравнения  $y'' - 3y' = 0$  имеет вид

—  $y = C_1 e^{3x}$

—  $y = (C_1 + C_2) e^{3x}$

$$\text{— } y = C_1 + C_2 e^{3x}$$

$$\text{— } y = 3C_1 x$$

Общее решение уравнения  $y'' + 9y = 0$  имеет вид

$$\text{— } y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$$

$$\text{— } y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$$

$$\text{— } y = (C_1 + C_2 x) e^{-3x}$$

$$\text{— } y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

Общее решение уравнения  $y'' - 16y = 0$  имеет вид

$$\text{— } y = C_1 + C_2 e^{4x}$$

$$\text{— } y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$$

$$\text{— } y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$$

$$\text{— } y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$$

Общее решение уравнения  $y'' + 4y' = 0$  имеет вид

$$\text{— } y = (C_1 + C_2 x) e^{-4x}$$

$$\text{— } y = (C_1 + C_2) e^{-4x}$$

$$\text{— } y = C_1 + C_2 e^{-4x}$$

$$\text{— } y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$$

Если  $r_1 = -2$ ,  $r_2 = 3$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

$$\text{— } y'' - y' - 6y = 0$$

$$\text{— } y'' + y' - 6y = 0$$

$$\text{— } y'' - y' - 6 = 0$$

$$\text{— } y'' + y' - 6 = 0$$

Если  $r = 4 \pm 3i$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

$$\text{— } y'' + 8y' + 25y = 0$$

$$\text{— } y'' - 25y' + 8y = 0$$

$$\text{— } y'' - 8y' + 25y = 0$$

$$\text{— } y'' + 25y' + 8y = 0$$

Если  $r_1 = r_2 = 4$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

$$\text{— } y'' - 4y' = 0$$

$$\text{— } y'' - 8y' + 16y = 0$$

- $y'' - 4y = 0$
- $y'' + 8y' + 16y = 0$

Общее решение уравнения  $2y'' + 8y = 0$  имеет вид

- $y = e^{2x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$
- $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$
- $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$

Если  $r_1 = -3$ ,  $r_2 = -2$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' - 5y' + 6y = 0$
- $y'' - 6y' + 5y = 0$
- $y'' + 6y' + 5y = 0$
- $y'' + 5y' + 6y = 0$

Если  $r = 3 \pm 5i$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' + 6y' + 34y = 0$
- $y'' + 6y' + 16y = 0$
- $y'' - 6y' + 16y = 0$
- $y'' - 6y' + 34y = 0$

Если  $r_1 = r_2 = -5$  – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' - 5y' = 0$
- $y'' + 10y' + 25y = 0$
- $y'' - 5y = 0$
- $y'' - 10y' + 25y = 0$

Общее решение уравнения  $2y'' - y' - 3y = 0$  имеет вид

- $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{\frac{3}{2}x}$
- $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$
- $y = e^{-x}(A \cos \frac{3}{2}x + B \sin \frac{3}{2}x)$
- $y = x e^{-x}(A \cos \frac{3}{2}x + B \sin \frac{3}{2}x)$