

Математический анализ 2012-2013 учебный год (дневные отделения)

ТЕМА 1. Аналитическая геометрия на плоскости

Абсцисса точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении $\lambda = \frac{AC}{CB}$, равна

— $x_c = \frac{x_A - \lambda x_B}{1 + \lambda}$

— $x_c = \frac{x_B + \lambda x_A}{1 + \lambda}$

— $x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 - \lambda}$

— $x_c = \frac{x_A + \lambda x_B}{1 + \lambda}$

Ордината точки С, разбивающей отрезок АВ в отношении $\lambda = \frac{AC}{CB}$, равна

— $y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 + \lambda}$

— $y_c = \frac{y_A + \lambda y_B}{1 + \lambda}$

— $y_c = \frac{y_B - \lambda y_A}{1 - \lambda}$

— $y_c = \frac{y_B + \lambda y_A}{1 - \lambda}$

Абсцисса середины отрезка АВ равна

— $x_c = \frac{x_A + x_B}{2}$

— $x_c = \frac{x_A - x_B}{2}$

— $x_c = \frac{x_B - x_A}{2}$

— $x_c = \frac{x_A + x_B}{0,5}$

В уравнении $y = kx + b$ значение k – это

— координата точки пересечения прямой с осью абсцисс

— координата точки пересечения прямой с осью ординат

— угол, образованный прямой с положительным направлением оси абсцисс

— тангенс угла, образованного прямой с положительным направлением оси абсцисс

В уравнении $y = kx + b$ значение b – это

- координата точки пересечения прямой с осью Ox
- угловой коэффициент прямой
- координата точки пресечения прямой с осью Oy
- угол наклона прямой к оси Ox

Прямая $Ax + C = 0$

- параллельна оси Oy
- параллельна оси Ox
- перпендикулярна оси Oy
- пересекает ось Oy в одной точке

Прямая $By + C = 0$

- параллельна оси Oy
- перпендикулярна оси Ox
- параллельна оси Ox
- пересекает ось Ox в одной точке

Прямая $Ax + By = 0$ при $B \neq 0$

- параллельна оси Oy
- проходит через начало координат
- не проходит через начало координат
- перпендикулярна оси Ox

Угол между двумя прямыми определяется формулой

- $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha$
- $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 - k_1 k_2}$
- $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 + k_1 k_2}$
- $\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$

Условие параллельности двух прямых имеет вид

- $k_1 = -k_2$
- $k_1 = \frac{1}{k_2}$
- $k_1 \cdot k_2 = -1$
- $k_1 = k_2$

Условие перпендикулярности двух прямых имеет вид

- $k_1 = -k_2$
- $k_1 = \frac{1}{k_2}$

— $\kappa_1 \cdot \kappa_2 = -1$

— $\kappa_1 = \kappa_2$

Углом между двумя прямыми называется

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью Ox

— меньший угол, на который надо повернуть одну прямую до ее совпадения с другой прямой

— меньший угол, на который надо повернуть обе прямые до их совпадения с осью Oy

— разность углов, образованных этими прямыми

Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, имеет вид

— $y = \kappa x + b$

— $(x_2 - x_1)(y - y_1) = (y_2 - y_1)(x - x_1)$

— $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

— $y - y_0 = \kappa(x - x_0)$

В уравнении пучка прямых с центром в точке A угловой коэффициент κ —

— фиксированный

— бесконечный

— произвольный

— всегда равен 0

Уравнение пучка прямых с центром в точке $M_0(x_0; y_0)$ имеет вид

— $y = \kappa x + b$

— $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

— $Ax + By + C = 0$

— $y - y_0 = \kappa(x - x_0)$

Уравнение прямой в отрезках имеет вид

— $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

— $y = \kappa x + b$

— $Ax + By + C = 0$

— $y - y_0 = \kappa(x - x_0)$

Общее уравнение прямой имеет вид

— $Ax + By + C = 0$

— $y = \kappa x + b$

— $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

— $y - y_0 = \kappa(x - x_0)$

Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2;3)$ и $B(4;-3)$, имеет вид

- $y = -\frac{x}{2} + 2$
- $y = -x - 5$
- $y = -x + 1$
- $y = -2x + 1$

Расстояние от точки до прямой определяется формулой

— $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

— $d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

— $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{A^2 + B^2}$

— $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Угловой коэффициент прямой $Ax+By+C=0$ при $B \neq 0$ равен

- $-A$
- $-A$
- $-\frac{A}{B}$
- $\frac{A}{B}$

Тангенс угла наклона прямой $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ к оси Ox равен

- $-\frac{b}{a}$
- $\frac{1}{a}$
- $\frac{1}{b}$
- $\frac{b}{a}$

Уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;2)$ параллельно прямой $x + y - 1 = 0$, имеет вид

- $y = -x + 3$
- $y = -x - 5$
- $y = -x - 3$

— $y = -x$

Уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;2)$ перпендикулярно прямой $y = 2x + 3$, имеет вид

— $y = -\frac{1}{2}x - 3$

— $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

— $y = -\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}$

— $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

В треугольнике с вершинами в точках $A(-1;1)$, $B(1;2)$, $C(3;-2)$ уравнение медианы AM имеет вид

— $y = -\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

— $y = -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$

— $y = -\frac{x}{3}$

— $y = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$

В треугольнике с вершинами в точках $A(-1;1)$, $B(1;2)$, $C(3;1)$ уравнение прямой AC имеет вид

— $y = x$

— $y = 1$

— $x = 1$

— $y = x + 1$

Прямая $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$

— параллельна оси Ox

— параллельна оси Oy

— пересекает ось Ox в точке $(a;0)$

— пересекает ось Oy в точке $(0;b)$

Уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;3)$ и образующей с положительным направлением оси Ox угол 45^0 , имеет вид

— $y = x$

- $y = x + 5$
- $y = x - 2$
- $y = x + 1$

Уравнение прямой, проходящей через точку $B(4;1)$ и образующей с положительным направлением оси углом 135^0 , имеет вид

- $x + y - 5 = 0$
- $x - y - 3 = 0$
- $x + y - 3 = 0$
- $-x + y - 5 = 0$

К прямой $y = -4x + 1$ перпендикулярна прямая

- $y = -\frac{1}{4}x + 2$
- $y = \frac{1}{4}x + 2$
- $y = 4x + 2$
- $y = -4x + 3$

Угол между прямыми $2x + 3y - 4 = 0$ и $3x - 2y + 1 = 0$ равен

- 0^0
- 45^0
- 90^0
- 135^0

Уравнение прямой, проходящей через точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, имеет вид

- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- $\frac{y_2 + y_1}{y - y_1} = \frac{x_2 + x_1}{x - x_1}$
- $\frac{y - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{x - x_1}{y_2 - y_1}$
- $\frac{y - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_2}{x_2 - x_1}$

Расстояние от точки $A(2; -1)$ до прямой $4x - 3y + 9 = 0$ равно

- 2,8
- 4
- 14
- 7

Из прямых

а) $x - 5y - 3 = 0$; б) $5x - y + 4 = 0$; в) $5x + y - 3 = 0$; г) $x + 5y + 3 = 0$ параллельной к прямой $y = 5x - 3$ будет

- а)
- в)
- г)
- б)

Из прямых

а) $2x + y - 3 = 0$; б) $x + 2y - 3 = 0$; в) $2x - y + 5 = 0$; г) $x - 2y + 3 = 0$

перпендикулярной к прямой $y = -2x + 3$ будет

- а)
- б)
- г)
- в)

Точками пересечения прямой $3x - 4y - 12 = 0$ с осями координат Ox и Oy являются соответственно точки

- $A(4;0)$ и $B(0;-3)$
- $A(0;-3)$ и $B(4;0)$
- $A(-4;3)$ и $B(3;-4)$
- $A(-4;0)$ и $B(0;3)$

Уравнение прямой, проходящей через точки $A(2;3)$ и $B(2;-1)$, имеет вид

- $y = 2x$
- $y = 2$
- $x = 2$
- $y = x - 2$

Уравнение прямой, проходящей через точки $A(3;-1)$ и $B(-2;-1)$, имеет вид

- $y = 3x - 2$
- $y = -x$
- $x = -1$
- $y = -1$

Если $x_2 = x_1$, то уравнение прямой, проходящей через точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, имеет вид

- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$
- $x = x_1$
- $y = x_1$
- $y = k(x - x_1)$

Если $y_2 = y_1$, то уравнение прямой, проходящей через точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, имеет вид

— $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

— $y = y_1$

— $y - y_1 = x - x_1$

— $x = x_1$

Прямые $y = \frac{4}{3}x + 1$ и $y = \frac{3}{4}x - 2$

— параллельны

— перпендикулярны

— образуют угол в 45°

— образуют угол, равный $\arctg \frac{7}{24}$

Точка M разбивает отрезок AB , где $A(1;2)$, $B(4;5)$, так, что $AM = 2 \cdot MB$. Координаты точки M равны

— $(3;4)$

— $(2;3)$

— $(2;4)$

— $(2,5;3,5)$

Расстояние от точки $M(3;4)$ до прямой $y = 2x - 1$ равно

— 1

— $\frac{2}{3}$

— $\frac{1}{\sqrt{5}}$

— $\sqrt{5}$

Угловой коэффициент прямой $2x - 3y - 6 = 0$ равен

— 2

— $\frac{3}{2}$

— -3

— $\frac{2}{3}$

Угол наклона прямой $3x + 4y - 1 = 0$ к положительному направлению оси Ox равен

— — $\operatorname{arctg} \frac{4}{3}$

— — $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$

— — $\operatorname{arctg} \frac{4}{3}$

— — $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$

В треугольнике с вершинами $A(-3;-2)$, $B(2;3)$, $C(4;-1)$ уравнение стороны BC имеет вид

— — $y = -2x + 7$

— — $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

— — $y = x + 5$

— — $y = 4x - 3$

В треугольнике с вершинами $A(-3;-2)$, $B(2;3)$, $C(4;-1)$ длина медианы AM равна

— — $5\sqrt{3}$

— — $2\sqrt{5}$

— — $3\sqrt{5}$

— — $5\sqrt{2}$

Если $A(-2;3)$, $B(6;-3)$, то точка C , делящая отрезок AB в отношении $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$, имеет координаты

— — $\left(0; \frac{3}{2}\right)$

— — $(-3;3)$

— — $(-6;6)$

— — $\left(\frac{3}{2};0\right)$

Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-2;3)$ и $B(2;-1)$, имеет вид

— — $x - y + 1 = 0$

— — $x + y - 3 = 0$

— — $x + y - 1 = 0$

— — $x - y - 1 = 0$

В треугольнике с вершинами $A(-3;-2)$, $B(2;3)$, $C(4;-1)$ уравнение высоты CD имеет вид

— — $x + y - 3 = 0$

- $x + y + 3 = 0$
- $x + y + 5 = 0$
- $x + y - 5 = 0$

В треугольнике с вершинами в точках $A(2;3)$, $B(-3;-2)$, $C(4;-1)$ длина высоты AD равна

- $\frac{17\sqrt{2}}{5}$
- $3\sqrt{2}$
- $\sqrt{3}$
- 18

ТЕМА 2. Пределы последовательностей и функций

Если $\lim_{x \rightarrow 3} \alpha(x) = 0$, то функция $\alpha(x)$ называется

- бесконечно большой функцией в точке $x = 3$
- бесконечно малой функцией в точке $x = 3$
- постоянной в точке $x = 3$
- убывающей функцией в окрестности $x = 3$

Если бесконечная числовая последовательность $\{a_n\}$ имеет предел a , то ε – окрестность точки a содержит

- бесконечное число членов последовательности
- конечное число членов последовательности
- бесконечно малое число членов последовательности
- ровно n членов

Предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{3x^2 + 2x - 1}$ равен

- $\frac{5}{4}$
- $-\frac{5}{4}$
- $\frac{4}{5}$
- $-\frac{4}{5}$

Какое из утверждений верно?

- Если последовательность имеет предел, то она монотонна
- Если последовательность монотонна, то она сходится
- Если последовательность монотонна и ограничена, то она имеет предел
- Если последовательность сходится, то она знакопостоянна

Выражение $\infty - \infty$

- равно 0
- равно ∞
- равно $-\infty$
- является неопределенностью

Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, то функция $f(x)$ называется

- бесконечно малой величиной в точке $x = x_0$
- бесконечно большой величиной в точке $x = x_0$

- непрерывной в точке $x = x_0$
- константой

Предел $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ равен

- 0
- ∞
- 1
- -1

Предел постоянной $C \neq 0$ равен

- 0
- 1
- самой постоянной
- другой постоянной

Предел произведения двух функций равен

- сумме пределов этих функций
- разности пределов этих функций
- произведению пределов этих функций
- отношению пределов этих функций

Для существования предела функции $f(x)$ в точке x_0 , равного числу $a \neq 0$, необходимо и достаточно, чтобы в некоторой окрестности точки x_0 при условии, что $\alpha(x)$ — бесконечно малая функция в точке x_0

- $f(x) = \alpha(x)$
- $f(x) = a + \alpha(x)$
- $f(x) = a \cdot \alpha(x)$
- $f(x) = \frac{a}{\alpha(x)}$

Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ равен

- ∞
- 1
- 2
- e

\mathcal{E} — окрестностью точки a называется

- интервал длиной \mathcal{E} с центром в точке a
- интервал длиной $2\mathcal{E}$ с центром в точке a
- интервал длиной $2\mathcal{E}$, содержащий точку 0
- интервал длиной \mathcal{E} с центром в нуле

Если бесконечная числовая последовательность $\{a_n\}$ имеет предел a , то вне \mathcal{E} — окрестности точки a содержится

- конечное число ее членов
- бесконечное число ее членов
- фиксированное число членов
- ровно n членов

Предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 10x + 3}$ равен

- $\frac{8}{5}$
- $\frac{5}{8}$
- $-\frac{5}{8}$
- 0

Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{n}\right)^{3n+1}$ равен

- e^{15}
- $e^{\frac{5}{3}}$
- e^{-15}
- $e^{-\frac{5}{3}}$

Если члены последовательностей $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ при любых $n \in N$ удовлетворяют неравенствам $a_n \leq b_n \leq c_n$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = a$, то

- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \geq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \leq a$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n < a$

Если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$ и для любых $n \in N$ выполняется неравенство $a_n \leq b_n$, то

- $a=b$
- $a < b$
- $a \leq b$
- $a \geq b$

Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^{5n}$ равен

- $e^{-\frac{5}{3}}$
- $e^{\frac{5}{3}}$
- e^{15}
- $e^{\frac{3}{5}}$

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 3}{3x^2 + x - 2}$ равен

- $\frac{2}{3}$
- 0
- $-\infty$
- $-\frac{3}{2}$

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2 + x - 2}{4x^2 - 11x + 3}$ равен

- 0
- $-\infty$
- $-\frac{2}{3}$
- $-\frac{3}{4}$

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{4x^3 + 2x - 5}$ равен

- 0
- $-\infty$
- $-\frac{7}{5}$
- $-\frac{5}{2}$

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ равен

- 3
- $\frac{1}{3}$
- 1

— 0

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$ равен

— 2

— $\frac{1}{2}$

— 0

— 1

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$ равен

— $e^{\frac{1}{3}}$

— e

— e^3

— ∞

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x}\right)^{\frac{x}{2}}$ равен

— $e^{-\frac{3}{4}}$

— $e^{\frac{1}{3}}$

— $e^{\frac{3}{4}}$

— e

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 4}{4^x + 5}$ равен

— ∞

— 0

— $\frac{3}{4}$

— $-\frac{4}{5}$

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}{2x + 3}$ равен

— 0

— ∞

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Если при $x \rightarrow x_0$ функция $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина, то $\frac{1}{\alpha(x)}$ –

- равна бесконечности
- бесконечно большая величина
- постоянная величина
- неопределенная величина

Если при $x \rightarrow x_0$ функция $f(x)$ – бесконечно большая величина, то $\frac{1}{f(x)}$ –

- равна нулю
- постоянная величина
- бесконечно малая величина
- неопределенная величина

Если в окрестности точки x_0 некоторую функцию $f(x)$ можно представить как $f(x) = a + \alpha(x)$, где a – постоянное число, $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина при $x \rightarrow x_0$, то $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ равен

- a
- $\alpha(x)$
- $a + \alpha(x)$
- a или $\alpha(x)$ в зависимости от окрестности x_0

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- (1^∞)
- $(\infty + \infty)$

Указать выражение, которое не является неопределенностью

- $(\infty - \infty)$
- $\left(\frac{0}{0}\right)$
- (2^∞)
- $(0 \cdot \infty)$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2}{x^2 - 9}$$
 равен

- $-\infty$
- $+\infty$
- 0
- 1

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2}{x^2 - 9}$$
 равен

- $-\infty$
- 0
- 1
- $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x}{4 - x^2}$$
 равен

- $-\infty$
- $+\infty$
- 0
- -3

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x}{4 - x^2}$$
 равен

- $-\infty$
- $+\infty$
- -3
- 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{2}{x}}$$
 равен

- e^6
- e^2
- $\frac{1}{e^3}$
- $\frac{1}{e^6}$

Если бесконечно малые в точке x_0 функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ эквивалентны, то $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ равен

- 0
- 1
- ∞
- $A \neq 0, A \neq 1$

Если $\alpha(x) = e^{x-1} - 1$ и $\beta(x) = x - 1$ – бесконечно малые в точке $x = 1$ величины, то

- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины разных порядков

Если $\alpha(x) = \ln(1 + 4x)$ и $\beta(x) = 2x$ – бесконечно малые величины в точке $x = 0$, то

- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$

Если $\alpha(x) = 1 - \cos 3x$ и $\beta(x) = x^3$ – бесконечно малые в точке $x = 0$ величины, то

- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$

Если $\alpha(x) = \sin^2 3x$ и $\beta(x) = 3x$ – бесконечно малые в точке $x = 0$ величины, то

- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка

Если $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые в точке x_0 функции и $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$, то

- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка

Если $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые в точке x_0 функции и $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$, то

- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ – бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка

Если $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые в точке x_0 функции и $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = A$, где $A \neq 0$,

$A \neq 1$, то

- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – эквивалентны
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ – бесконечно малые величины одного порядка

- $\alpha(x)$ — бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ — бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$

Если $\alpha(x) = \ln \sin x$ и $\beta(x) = 2x - \pi$ — бесконечно малые в точке $x = \frac{\pi}{2}$ величины, то

- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — эквивалентны
- $\alpha(x)$ — бесконечно малая величина более низкого порядка, чем $\beta(x)$
- $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — бесконечно малые величины одного порядка
- $\alpha(x)$ — бесконечно малая величина более высокого порядка, чем $\beta(x)$

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{3x^2}$ равен

— $\frac{32}{3}$

— $\frac{2}{3}$

— $\frac{4}{3}$

— $\frac{8}{3}$

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+4} - 2}$ равен

— 0

— 4

— 12

— 18

Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$ равен

— ∞

— 0

— -3

— 3

Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2}{3 - 4n^2} + 3^{\frac{1}{2n-1}} \right)$ равен

— $\frac{7}{4}$

— $-\frac{1}{4}$

— $\frac{9}{4}$

— $\frac{17}{4}$

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos^2 x}$ равен

— 2

— 0

— ∞

— 1

Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$ равен

— $+\infty$

— $-\infty$

— 1

— 0

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^{4x} - 1}$ равен

— $\frac{5}{4}$

— 1

— 0

— $-\frac{5}{4}$

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{1 - \cos 3x}$ равен

— $\frac{5}{3}$

— $-\frac{5}{3}$

— 0

— ∞

ТЕМА 3. Непрерывность функций. Точки разрыва и асимптоты кривых

Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если

- она существует в окрестности точки x_0
- существует конечный предел $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

— существует конечный предел

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

— она существует в точке x_0 и в ее окрестности

Точка x_0 для функции $f(x)$ является точкой разрыва 1-го рода с конечным скачком, если

- хотя бы один из односторонних пределов $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x)$ или $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$ равен конечному числу

— конечные односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$

— существуют конечные односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$

— хотя бы один из односторонних пределов в точке x_0 бесконечен

Точка x_0 для функции $f(x)$ является точкой разрыва 2-го рода, если

— хотя бы один из односторонних пределов $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$ бесконечен

— хотя бы один из односторонних пределов $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$ равен конечному числу

— конечные односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$

— конечные односторонние пределы $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x)$

График функции $y = f(x)$ имеет вертикальную асимптоту $x = x_0$, если

— существует

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

— точка x_0 является устранимой точкой разрыва для $f(x)$

— точка x_0 является точкой разрыва 2-го рода (с бесконечным скачком)

— точка x_0 является точкой разрыва 1-го рода (с конечным скачком)

Если функция $y = f(x)$ непрерывна в точке $x = x_0$, то

— она определена в точке x_0

— она может быть не определена в точке x_0

— определена везде в окрестности точки x_0 , кроме самой точки x_0

— $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$

Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$ и на концах этого отрезка принимает значения разных знаков, то

- найдется хотя бы одна точка $c \in (a;b)$, в которой функция обращается в 0
- ни в одной точке интервала $(a;b)$ функция $f(x)$ не обращается в 0
- во всем интервале $(a;b)$ функция $f(x)$ положительна
- во всем интервале $(a;b)$ функция $f(x)$ отрицательна

Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$, то она

- может быть неограничена на одном из концов отрезка $[a;b]$
- может быть неограничена внутри интервала $(a;b)$
- ограничена и сверху, и снизу
- ограничена или сверху, или снизу

Приращение функции $y = f(x)$ на отрезке $[x_0, x_0 + \Delta x]$ находится по формуле

- $f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)$
- $f(x_0 + \Delta x) + f(x_0)$
- $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$
- $f(x_0 - \Delta x) + f(x_0)$

Функция непрерывна в точке, если

- бесконечно малому приращению аргумента соответствует произвольное приращение функции
- бесконечно малому приращению функции соответствует бесконечно большое приращение аргумента
- бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое приращение функции
- бесконечно малому приращению аргумента соответствует фиксированное приращение функции

Функция непрерывна в интервале, если она

- непрерывна на его концах
- имеет конечное число точек разрыва 1-го рода на этом интервале
- имеет одну точку разрыва 1-го рода в этом интервале
- непрерывна в каждой его точке

Точка разрыва с конечным скачком – это то же самое, что

- точка разрыва 2-го рода
- точка устранимого разрыва
- точка разрыва 1-го рода
- точка, в которой производная функции конечна

Угловой коэффициент наклонной асимптоты находится по формуле

- $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

$$— k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$$

$$— k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$$

$$— k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

У горизонтальной асимптоты $y = kx + b$

$$— k \neq 0, b \neq 0$$

$$— k \neq 0, b = 0$$

$$— k = \infty$$

$$— k = 0$$

Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 и $f(x_0) \neq 0$, то в бесконечно малой окрестности точки x_0 функция $f(x)$

— обращается в 0

— имеет тот же знак, что и $f(x_0)$

— имеет произвольный знак

— меняет знак с «-» на «+»

Если в точке x_0 существуют не равные между собой конечные левый и правый пределы функции, то

— x_0 – точка разрыва 2-го рода

— x_0 – точка разрыва 1-го рода

— x_0 – устранимая точка разрыва

— в точке x_0 существует производная этой функции

Если в точке x_0 хотя бы один из односторонних пределов функции бесконечен, то

— x_0 – точка разрыва 1-го рода

— x_0 – устранимая точка разрыва

— x_0 – точка разрыва 2-го рода

— в точке x_0 не существует вертикальная асимптота

Функция $y = \frac{x-3}{x^2 - 4x + 3}$ имеет вертикальную асимптоту

$$— x = 1$$

$$— x = 1, x = 3$$

$$— x = 3$$

$$— y = 1$$

Функция $y = \frac{x^2}{x^2 - 4x}$ имеет вертикальную асимптоту

- $x = 4$
- $x = 0, x = 4$
- $x = 0$
- $y = x + 2$

Пусть $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = 2$, тогда скачок функции $f(x)$ в точке x_0 равен

- -4
- 4
- 0
- 2

Дана функция $y = \frac{2x^2 + 5x + 6}{x - 1}$. Угловой коэффициент наклонной асимптоты равен

- 1
- 2
- ∞
- -1

Дана функция $y = 3x^2 + 2x - 5$. Угловой коэффициент наклонной асимптоты равен

- 3
- 2
- 0
- не существует

Дана функция $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x}$. Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -3$
- $y = x - 2$
- $y = x + 2$
- $y = 2$

Дана функция $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$. Уравнение наклонной асимптоты имеет вид

- $y = -4$
- $y = 1$
- $x = 1$
- $x = -2$

Функция $f(x) = \frac{x^2 + x}{x^3 - 4x}$ имеет устранимую точку разрыва в точке

- $x = -2$
- $x = 0$
- $x = 2$

— не имеет устранимой точки разрыва

Уравнение наклонной асимптоты для функции $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ имеет вид

- $y = 0$
- $x = -2$
- $x = 2$
- $y = x^2 + 4$

Для функции $y = \begin{cases} 2, & \text{если } x < -1; \\ x^2 + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ x + 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$

- $x = -1$ — устранимая точка разрыва; $x = 1$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -1$ — точка разрыва 1-го рода; $x = 1$ — точка разрыва 2-го рода
- $x = 1$ — точка разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции $y = \begin{cases} -x - 3, & \text{если } x < -2; \\ 4 - x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ x - 2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$

- $x = -2$ — точка разрыва 2-го рода; $x = 2$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$ и $x = 2$ — устранимые точки разрыва
- $x = 2$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$ — точка разрыва 1-го рода

Для функции $y = \begin{cases} x + 6, & \text{если } x < -2; \\ x^2 - 1, & \text{если } -2 \leq x < 2; \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$

- $x = -2$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$ — точка разрыва 2-го рода; $x = 2$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$ и $x = 2$ — точки разрыва 1-го рода
- точек разрыва нет

Для функции $y = \begin{cases} -x - 5, & \text{если } x \leq -2; \\ 1 - x^2, & \text{если } -2 < x < 2; \\ x - 6, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$

- $x = -2$ и $x = 2$ — точки разрыва 1-го рода
- $x = 2$ — точка разрыва 1-го рода
- $x = -2$ — точка разрыва 1-го рода; $x = 2$ — точка разрыва 2-го рода
- $x = -2$ — точка разрыва 1-го рода; $x = 2$ — устранимая точка разрыва

Для функции $y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x \leq 1; \\ 3x, & \text{если } 1 < x \leq 3; \\ x + 4, & \text{если } x > 3 \end{cases}$

- $x = 1$ – устранимая точка разрыва; $x = 3$ – точка разрыва 1-го рода
- $x = 1$ – точка разрыва 1-го рода; $x = 3$ – точка разрыва 2-го рода
- $x = 1$ и $x = 3$ – точки разрыва 1-го рода
- $x = 3$ – точка разрыва 1-го рода

Уравнение наклонной асимптоты для функции $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ имеет вид

- $y = x + 1$
- $y = x + 2$
- $y = x - 3$
- $y = x + 3$

Уравнение наклонной асимптоты для функции $y = \frac{3 + 2x - x^2}{x}$ имеет вид

- $y = 3 - x$
- $y = 2x + 3$
- $y = 2 - x$
- $y = -x$

Функция $y = \frac{x + 1}{x^2 - 2x - 3}$ имеет вертикальную асимптоту

- $x = -1$
- $x = 3$
- $x = -1, x = 3$
- $y = 0$

Функция $y = \frac{x^2 - 4x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$ имеет устранимые точки разрыва в точках

- $x = -1, x = 0$
- $x = -1, x = 4$
- $x = -4, x = 1$
- $x = 0, x = 4$

Функция $y = \frac{2x - 6}{|x^2 - 3x|}$ имеет точку разрыва 1-го рода в точке

- $x = 0$
- $x = 6$
- $x = 3$
- не имеет точки разрыва 1-го рода

Функция $y = \frac{|x-2|}{x^3 - 4x}$ имеет устранимые точки разрыва в точках

- $x = -2, x = 2$
- $x = -2, x = 0, x = 2$
- $x = 2$
- не имеет устранимых точек разрыва

Функция $y = \frac{|2x+6|}{x^2 - 4}$ имеет точки разрыва 1-го рода в точках

- $x = -3$
- не имеет
- $x = -2, x = 2$
- $x = -3, x = -2, x = 2$

Функция $y = \frac{2x-6}{x^2 + 9}$ в точке $x = 3$ имеет

- точку разрыва 2-го рода
- устранимую точку разрыва
- не имеет точки разрыва
- имеет точку разрыва 1-го рода

Функция $y = \frac{|x+3|}{x^2 + x - 6}$ имеет вертикальные асимптоты (асимптоту)

- $x = 2$
- $x = -3, x = 2$
- $x = -3$
- не имеет вертикальных асимптот

Уравнение наклонной асимптоты для функции $y = \frac{2x^2 + 3x - 5}{3 - x}$ имеет вид

- $y = 2x - 9$
- $y = -2x - 9$
- $y = -2x + 9$
- $y = -2x + 3$

ТЕМА 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Если функция $y = f(x)$ в точке x_0 имеет производную $f'(x_0)$, то

- $f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $f'(x_0) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$
- $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

Если производная функции $f(x)$ в точке x_0 равна нулю, т. е. $f'(x_0)=0$, то касательная к графику функции в этой точке

- параллельна оси Oy
- параллельна оси Ox
- не существует
- образует острый угол с положительным направлением оси Ox

Если функция $y = f(x)$ дифференцируема в точке x_0 , то она

- разрывна в этой точке
- непрерывна в точке x_0
- возрастает
- убывает

Производная функции $y = 3^{\sin x}$ равна

- $\sin x \cdot 3^{\sin x - 1}$
- $3^{\cos x} \ln 3$
- $3^{\sin x} \ln 3 \cdot \cos x$
- $3^{\sin x} \ln \sin x$

Дифференциалом функции в точке x_0 называется

- производная функции в этой точке
- приращение независимой переменной
- главная линейная часть приращения функции в этой точке
- приращение функции в этой точке

Производная функции $y = \sqrt{1 - 3x^2}$ равна

- $-\frac{3x}{\sqrt{1 - 3x^2}}$
- $\sqrt{(1 - 3x^2)^3}$

- $\frac{3x}{\sqrt{1-3x^2}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{1-3x^2}}$

Дифференциал функции $y = f(x)$ в точке x_0 равен

- $dy = f'(x_0)dx$
- $dy = f'(x_0)$
- $dy = \frac{dx}{f'(x_0)}$
- $dy = \frac{f'(x_0)}{dx}$

Дифференциал от произведения функций $u = u(x)$ и $v = v(x)$ равен

- $d(uv) = udv - vdu$
- $d(uv) = vdu + udv$
- $d(uv) = vdv + udu$
- $d(uv) = udu - vdv$

Дифференциал второго порядка функции $y = f(x)$ равен

- $d^2y = y''d^2x$
- $d^2y = y''dx$
- $d^2y = y''dx^2$
- $d^2y = y'd^2x$

Производная функции $y = \cos x^3$ равна

- $-\sin x^3$
- $-\sin 3x^2$
- $-3x^2 \sin x^3$
- $-3x^2 \sin x$

Производная функции $y = \arcsin 2x$ равна

- $\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$
- $-\frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}$
- $\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
- $\frac{2}{1+4x^2}$

Производная функции в точке равна

- тангенсу угла наклона к оси Ox нормали к кривой в этой точке
- тангенсу угла наклона к оси Ox касательной к кривой в этой точке
- углу наклона к оси Ox нормали к кривой в этой точке
- углу наклона к оси Ox касательной в этой точке

Производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 — это

- скорость изменения функции в точке
- относительное изменение функции в точке
- скорость изменения аргумента
- относительное изменение аргумента

Производная сложной функции $y = f(\varphi(x))$ равна

- $f'(\varphi(x))$
- $f(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi'(x))$
- $f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$

Производная второго порядка от функции $y = \sin x$ равна

- $\sin^2 x$
- $\cos^2 x$
- $-\cos x$
- $-\sin x$

Производная обратной функции $x = g(y)$ к функции $y = f(x)$ определяется по формуле

- $g'(y) = -f'(x)$
- $g'(y) = \frac{1}{f(x)}$
- $g'(y) = \frac{1}{f'(x)}$
- $g'(y) = -\frac{1}{f'(x)}$

Производная функции $y = \log_a x$ равна

- $\frac{1}{x \cdot a^x}$
- $\frac{\ln a}{x}$
- $\frac{1}{x \ln a}$
- $\frac{1}{x}$

Производная функции $y = \frac{1}{ctgx}$ равна

- $-\sin^2 x$
- $\cos^2 x$
- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $-\frac{1}{ctg^2 x}$

Производная второго порядка от функции $y = \cos x$ равна

- $\cos x$
- $\sin^2 x$
- $-\cos x$
- $-\sin x$

Производная функции $y = \frac{1}{\sin x}$ равна

- $\frac{1}{\cos x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$
- $-\frac{tgx}{\sin x}$
- $-\frac{ctgx}{\sin x}$

Производная второго порядка от функции $y = \ln x$ равна

- $\frac{1}{x^2}$
- $-\frac{1}{x^2}$
- 1
- -1

Если в некоторой точке x_0 касательная к кривой $y = f(x)$ перпендикулярна к оси Ox , то производная в этой точке

- равна нулю
- равна 1
- не существует
- непрерывна

Производная функции $y = \frac{1}{tgx}$ равна

- $\frac{1}{\cos^2 x}$
- $\cos^2 x$
- $\frac{1}{\sin^2 x}$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции $y = \arctgx$ равна

- $\frac{1}{1+x^2}$
- $\operatorname{arcctgx}$
- $\operatorname{tg}x$
- $-\frac{1}{\sin^2 x}$

Производная функции $y = a^{-x}$ равна

- $\frac{a^x}{\ln a}$
- $a^{-x} \ln a$
- $-xa^{-x-1}$
- $-a^{-x} \ln a$

Дифференциал $d\left(\frac{u}{v}\right)$ равен

- $\frac{du}{dv}$
- $\frac{vdu - udv}{v^2}$
- $\frac{udv - vdu}{v^2}$
- $\frac{vdu + udv}{v^2}$

Дифференциал $d(C + f(x))$, где C – постоянная величина, равен

- $C + f'(x)dx$
- $(C + f'(x))dx$
- $f'(x)dx$
- $f'(x)$

Дифференциал dy функции $y = \ln^3 x$ равен

- $\frac{3 \ln^2 x dx}{x}$
- $3 \ln^2 \frac{1}{x} dx$
- $3 \ln^2 x dx$
- $\frac{3 \ln x dx}{x}$

Дифференциал dy функции $y = \sin^2 x$ равен

- $2 \cos x dx$
- $-\sin 2x dx$
- $\sin 2x dx$
- $2 \sin x dx$

Значение производной функции $y = \sqrt[3]{3 - 2x^2}$ в точке $x_0 = 1$ равно

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $-\frac{4}{3}$
- $-\frac{1}{3}$

Производная функции $y = 3^{\log_3 \sin^3 x}$ равна

- $3 \sin^2 x \cos x | 3 \cos^2 x | 3^{\log_3 \sin^3 x} \ln 3$
- $-3 \sin^2 x \cos x$

Значение производной функции $y = \ln^3 x$ в точке $x_0 = e$ равно

- $\frac{3}{e}$
- 3
- 3e
- 0

Дифференциал функции $y = e^{\sin 2x}$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$ равен

- $-2e dx$
- 0
- $-2dx$
- $2e dx$

Значение производной функции $y = \ln(x^2 - 2x)$ в точке $x_0 = 3$ равно

- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{3}$

Производная второго порядка функции $y = x^2 \ln x$ равна

- 3
- $2 \ln x + 1$
- $2 \ln x + 3$
- $2 \ln x + 2$

Производная второго порядка функции $y = x \ln x^2$ равна

- $\frac{2}{x} + 2$
- $\frac{2}{x}$
- $2 + \frac{1}{x}$
- $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}$

Дифференциал dy функции $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$ равен

- $\operatorname{tg} x dx$
- $\frac{dx}{\cos^2 x}$
- $\frac{dx}{\sin^2 x}$
- $-\frac{dx}{\sin^2 x}$

Производная функции $y = \sin x \cos x$ равна

- $-\cos x \sin x$
- $\frac{1}{2} \cos 2x$

- $-\frac{1}{2} \sin 2x$
- $\cos 2x$

Дифференциал dy функции $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$ равен

- $\operatorname{ctg} x \operatorname{tg} x dx$
- dx
- 0
- $-dx$

Дифференциал второго порядка функции $y = \cos^2 x$ равен

- $\cos 2x dx^2$
- $-2 \cos 2x d^2 x$
- $-\cos 2x d^2 x$
- $-2 \cos 2x dx^2$

Производная функции $y = 3^{\sin^2 x}$ равна

- $3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \sin 2x$
- $\sin^2 x \cdot 3^{\sin^2 x - 1}$
- $2 \cdot 3^{\sin^2 x} \ln 3 \cdot \cos x$
- $3^{\sin 2x}$

Дифференциал второго порядка $d^2 y$ функции $y = \cos x \sin x$ равен

- $2 \sin 2x dx^2$
- $2 \cos 2x dx^2$
- $-2 \cos 2x dx^2$
- $-2 \sin 2x dx^2$

ТЕМА 5. Дифференциальное исчисление функции двух переменных (градиент и производная по направлению)

Z'_x функции $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$ равна

- $2x - \sqrt{y}$
- $2x - \sqrt{y} - y^3$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2$
- $2x - \sqrt{y} - 3y^2 + 5$

Определение частной производной функции в точке $M_0(x_0, y_0)$ по переменной x возможно, если функция

- определена только в самой точке $M_0(x_0, y_0)$
- определена только в некоторой окрестности точки $M_0(x_0, y_0)$
- не определена в точке $M_0(x_0, y_0)$
- определена в точке $M_0(x_0, y_0)$ и в некоторой ее окрестности

Если функция $Z = f(x, y)$ дважды дифференцируема, то

- $Z''_{xy} \neq Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yx}$
- $Z''_{xy} = Z''_{yy}$
- $Z''_{xx} = Z''_{yy}$

Z'_y функции $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$ равна

- $x^2 - \frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x}{2\sqrt{y}} - 3y^2$
- $-\frac{x\sqrt{y^3}}{2} - 3y^2 + 5$
- $x^2 - x - 3y^2$

Полный дифференциал функции $Z = f(x, y)$ определяется по формуле

- $dZ = (Z'_x + Z'_y)dx dy$
- $dZ = \frac{Z'_x dx}{Z'_y dy}$
- $dZ = Z'_x dx - Z'_y dy$

— $dZ = Z'_x dx + Z'_y dy$

Z''_{xx} функции $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$ равна

— $2 - \sqrt{y}$

— $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$

— 2

— 0

Z''_{xy} функции $Z = x^2 - x\sqrt{y} - y^3 + 5$ равна

— $-\frac{1}{2\sqrt{y}}$

— $\frac{1}{2\sqrt{y}}$

— $2 - \frac{1}{2\sqrt{y}}$

— $2x - \frac{\sqrt{y^3}}{2}$

Полный дифференциал второго порядка функции $Z = f(x, y)$ равен

— $Z''_{xx}dx^2 + Z''_{yy}dy^2$

— $Z''_{xx}dx^2 - Z''_{yy}dy^2$

— $(Z'_x dx)^2 + (Z'_y dy)^2$

— $Z''_{xx}dx^2 + 2Z''_{xy}dxdy + Z''_{yy}dy^2$

Z''_{xy} функции $Z = x^2 \ln y$ равна

— $2x + \frac{1}{y}$

— $\frac{2x}{y}$

— $-\frac{2x}{y^2}$

— $\frac{x^2}{y}$

Z''_{xx} функции $Z = x^2 \ln y$ равна

— $2 + \ln y$

- $\frac{1}{y}$
- $\ln y$
- $2 \ln y$

- Равенство $Z''_{xy} = Z''_{yx}$ имеет место для
- интегрируемой функции $Z = f(x, y)$
 - четной функции $Z = f(x, y)$
 - любой дважды дифференцируемой функции $Z = f(x, y)$
 - только однородной функции $Z = f(x, y)$

Z''_{xy} функции $Z = y^2 \ln x$ равна

- $-\frac{1}{x^2}$
- $2y - \frac{1}{x^2}$
- $2y$
- $\frac{2y}{x}$

Z''_{xx} функции $Z = y^2 \ln x$ равна

- y^2
- $-\frac{y^2}{x^2}$
- $\frac{y^2}{x^2}$
- $-\frac{2y}{x^2}$

Z''_{xy} функции $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$ равна

- $3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $\frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$
- $6x + \frac{y}{2\sqrt{x}}$

Полный дифференциал dz функции $Z = x^2 \ln y$ равен

- $2x \ln y dx + \frac{x^2 dy}{y}$
- $x^2 dx + \ln y dy$
- $\frac{2x}{y} dxdy$
- $\frac{2xy \ln y dx - x^2 dy}{y}$

При условиях $B^2 - 4AC < 0, A > 0$ квадратичная форма $Ax^2 + Bxy + Cy^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неположительно определенной
- положительно определенной

При условии $B^2 - 4AC > 0$ квадратичная форма $Ax^2 + Bxy + Cy^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неположительно определенной
- положительно определенной

При условиях $B^2 - 4AC = 0, A < 0$ квадратичная форма $Ax^2 + Bxy + Cy^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неположительно определенной
- положительно определенной

При условиях $B^2 - 4AC = 0, A > 0$ квадратичная форма $Ax^2 + Bxy + Cy^2$ является

- знаконеопределенной
- неотрицательно определенной
- неположительно определенной
- положительно определенной

Квадратичная форма $-4x^2 - 3xy + 2y^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неположительно определенной
- неотрицательно определенной

Квадратичная форма $-4x^2 + 3xy - 2y^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неположительно определенной
- неотрицательно определенной

Квадратичная форма $2x^2 - 3xy + y^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

Квадратичная форма $4x^2 - 12xy + 9y^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

Квадратичная форма $-9x^2 + 24xy - 16y^2$ является

- знаконеопределенной
- отрицательно определенной
- неотрицательно определенной
- неположительно определенной

Квадратичная форма $x^2 - 4xy + 5y^2$ является

- знаконеопределенной
- неположительно определенной
- неотрицательно определенной
- положительно определенной

—

Z''_{yy} функции $Z = x^3 + y\sqrt{x} - y^2 + 7$ равна

- -2
- $x^3 + \sqrt{x} - 2$
- $6x + \sqrt{x} - 2$
- $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$

Полный дифференциал функции $Z = y^2 \ln x$ равен

- $2xydxdy$
- $\ln xdx + y^2dy$
- $\frac{y^2dx}{x} + 2y \ln xdy$
- $\frac{2y}{x}dxdy$

Полный дифференциал функции $Z = x^3 e^{2y}$ равен

- $x^2 e^{2y} (3dx + 2xdy)$
- $x e^{2y} (3dx + x^2 dy)$
- $x^2 e^{2y} (3dx - 2xdy)$
- $x^2 e^{2y} (3dx + \frac{2xydy}{e})$

Полный дифференциал функции $Z = x^2 \cos 2y$ равен

- $-2x(\cos 2ydx - x \sin 2ydy)$
- $x(2 \cos 2ydx - x \sin 2ydy)$
- $2x(\cos 2ydx + x \sin 2ydy)$
- $x(2 \cos 2ydx + x \sin 2ydy)$

Полный дифференциал функции $Z = \frac{x^2}{\sec y}$ равен

- $x(2 \cos ydx + x \sin ydy)$
- $x(2 \sin ydx - x \cos ydy)$
- $x(2 \cos ydx - x \sin ydy)$
- $x(2 \sin ydx + x \cos ydy)$

Z''_{xy} функции $Z = \frac{x^3}{\operatorname{ctg}^2 y}$ равна

- $-\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $\frac{2x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\cos^2 y}$
- $-\frac{6x^2 \operatorname{tgy}}{\sin^2 y}$

Z''_{xx} функции $Z = y^2 \operatorname{tg} x$ равна

- $\frac{2y^2 \cos x}{\sin^3 x}$
- $\frac{2y^2 \sin x}{\cos^3 x}$
- $-\frac{2y^2 \cos x}{\sin^3 x}$
- $-\frac{2y^2 \sin x}{\cos^3 x}$

Z''_{yy} функции $Z = x \sin^2 y$ равна

- $2x \cos 2y$
- $-4x \sin y$
- $-2x \cos 2y$
- $4x \cos y$

Полный дифференциал функции $Z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ равен

- $xdx + ydy$
- $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$
- $\frac{xdx+ydy}{\sqrt{x^2+y^2}}$
- $\frac{xdx+ydy}{x^2+y^2}$

Z_{xy} функции $Z = y^2 \operatorname{tg} x$ равна | $2y \sec^2 x$ | $2y \sec x \operatorname{cosec} x$ | $-2y \sec^2 x$ | $y \sec x \operatorname{cosec} x$

Z_{yx} функции $Z = x^2 \sin^2 y$ равна | $-2x \sin 2y|$ | $2x \sin 2y|$ | $4x \sin y|$ | $4x \cos y$

ТЕМА 6. Основные теоремы дифференциального исчисления. Применение производной для исследования функций

Функция $y=f(x)$ имеет в точке x_0 максимум, если

- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) < 0$

Условием выпуклости кривой $y=f(x)$ в интервале (a, b) является

- $f''(x) = 0$
- $f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) < 0$

Условием вогнутости кривой $y=f(x)$ в интервале (a, b) является

- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$

Функция $y = f(x)$ в точке x_0 имеет минимум, если

- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$
- $f'(x_0) < 0, f''(x_0) > 0$
- $f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$

Функция $f(x)$ имеет в точке x_0 максимум, если для всех x из некоторой окрестности

точки x_0 выполняется неравенство

- $f(x_0) \leq f(x)$
- $f(x_0) \geq 0$
- $f(x_0) \geq f(x)$
- $f'(x_0) > 0$

Функция $f(x)$ имеет в точке x_0 минимум, если для всех x из некоторой окрестности точки x_0 выполняется неравенство

- $f(x_0) \leq f(x)$
- $f(x_0) \leq 0$
- $f'(x_0) < 0$

— $f(x_0) \geq f(x)$

Если функция $y=f(x)$ во внутренней точке x_0 области определения дифференцируема и достигает в точке x_0 наибольшего и наименьшего значения, то производная функции в этой точке

- $f'(x_0) \neq 0$
- $f'(x_0)$ не существует
- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = \infty$

Критическими точками функции $f(x)$ на экстремум, называются точки, в которых для функции $f(x)$ выполняется условие

- $f'(x_0) = 0$
- $f'(x_0) > 0$
- $f'(x_0) < 0$
- $f'(x_0) = \infty$

Если на отрезке $[a;b]$ для функции $f(x)$ выполняются все условия теоремы Ролля, то на дуге AB найдется точка, в которой касательная к графику

- проходит через начало координат
- параллельна оси ординат
- перпендикулярна оси абсцисс
- параллельна оси абсцисс

Из теоремы Лангранжа следует, что в интервале $(a;b)$ найдется точка c такая, что

- $f'(c) = 0$
- $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$
- $\frac{f(b) + f(a)}{b - a} = f'(c)$
- $\frac{f(b) - f(a)}{b + a} = f'(c)$

К функциям $f(x)$ и $g(x)$ теорема Коши применима, если

- $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $(a;b)$ и дифференцируемы на $(a;b)$
- $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $[a;b]$ и $g'(x) \neq 0$ в интервале $(a;b)$
- $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $[a;b]$, дифференцируемы на $(a;b)$ и $g'(x) \neq 0$ в интервале $(a;b)$
- $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на $(a;b)$, дифференцируемы на $(a;b)$ и $g'(x) \neq 0$ в интервале $(a;b)$

Если функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны на отрезке $[a; b]$, дифференцируемы в $(a; b)$ и $g'(x) \neq 0$ в интервале $(a; b)$, то, согласно теореме Коши, в интервале $(a; b)$ найдется точка c такая, что

- $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$
- $\frac{f(b) + f(a)}{g(b) + g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$
- $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f(c)}{g(c)}$
- $\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{g'(c)}{f'(c)}$

Правило Лопиталя применяется к неопределенности вида

- $0 \cdot \infty$
- $\infty - \infty$
- 1^∞
- $\frac{\infty}{\infty}$

Правило Лопиталя применяется к неопределенности вида

- $0 \cdot \infty$
- $\frac{0}{0}$
- $\infty - \infty$
- 1^∞

Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны в $(x_0, a]$, дифференцируемы в (x_0, a) , причем $g'(x) \neq 0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty$; существует конечный или бесконечный предел

- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, то
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = const$

Пусть функции $f(x)$ и $g(x)$ непрерывны в $(x_0, a]$, дифференцируемы в (x_0, a) , причем $g'(x) \neq 0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ и $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$; существует конечный или бесконечный предел

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, то

- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = c$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)}$

Применима ли теорема Ролля к функции $f(x) = 2 + \sqrt[3]{(x-1)^2}$ на отрезке $[1;2]$

- нет, $y=f(x)$ разрывна на отрезке $[1;2]$
- да, $c=1$
- нет, $y=f(x)$ не дифференцируема в интервале $(1;2)$
- нет, $f(1) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции $f(x) = x^2 + 2x + 1$ на отрезке $[0;2]$

- нет, функция $f(x)$ разрывна на $[0;2]$
- применима
- нет, функция $f(x)$ недифференцируема в $(0;2)$
- нет, $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Коши к функциям $f(x) = 2x + 3$ и $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ на отрезке $[0;2]$

- да, $c = -\frac{15}{16}$
- нет, $f(0) \neq f(2)$
- нет, функция $g(x)$ не определена при $x \in [0;1)$
- нет, функция $g(x)$ недифференцируема на $(0;2)$

Если функция $y=f(x)$ дифференцируема в интервале $(a;b)$, то для возрастания $f(x)$ в $(a;b)$ необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a;b)$ выполнялось

- $f'(x) > 0$
- $f'(x) = 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) \geq 0$

Если функция $y=f(x)$ дифференцируема в интервале $(a;b)$, то для убывания $f(x)$ в $(a;b)$ необходимо и достаточно, чтобы для всех $x \in (a;b)$ выполнялось

- $f'(x) > 0$
- $f'(x) = 0$
- $f''(x) \leq 0$
- $f'(x) < 0$

Дана функция $f(x) = 2x^4 + x^3 + 1$, тогда

- $x=0$ является точкой минимума функции $f(x)$
- $x = -\frac{3}{8}$ является точкой минимума функции $f(x)$
- функции $f(x)$ не имеет экстремумов
- $x = -\frac{3}{8}$ является точкой максимума функции $f(x)$

Функция $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

- возрастает на $(-\infty; +\infty)$
- возрастает на $(-2; 2)$
- возрастает на $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- возрастает на $[-1; 2]$

Функция $f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x$

- убывает на $(-2; 2)$
- убывает на $(-\infty; +\infty)$
- убывает на $[-\infty; 2)$
- убывает на $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

Функция $f(x) = 2\sqrt[3]{x-3}$

- выпукла на интервале $(-\infty; 3)$
- вогнута на интервале $(3; +\infty)$
- выпукла на интервале $(3; +\infty)$
- вогнута на интервале $(3; 5)$

Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна в $(a; b)$, x_0 — внутренняя точка этого промежутка и $f'(x_0) = 0$ (или $f'(x_0)$ не существует), то

- x_0 — обязательно точка минимума
- x_0 — обязательно точка максимума
- x_0 — обязательно точка перегиба
- в точке x_0 экстремум может существовать, а может и не существовать

К функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$ теорема Ролля применима, если

- $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$, дифференцируема в $(a; b)$ и $f(a)=f(b)$
- $f(x)$ непрерывна на $[a; b]$ и $f(a)=f(b)$
- $f(x)$ дифференцируема в $(a; b)$
- $f(x)$ непрерывна в $(a; b)$, дифференцируема в $(a; b)$ и $f(a)=f(b)$

Из теоремы Лагранжа следует, что

- любая касательная к графику функции $f(x)$ в $(a; b)$ параллельна хорде, стягивающей концы дуги $f(x)$ на отрезке $[a; b]$
- касательная к графику функции $f(x)$ в $(a; b)$ параллельна любой хорде в этом интервале
- хорда, стягивающая конца дуги $f(x)$ на $[a; b]$, параллельна оси OY
- в интервале $(a; b)$ найдется касательная, параллельная хорде, стягивающей концы дуги $f(x)$ на отрезке $[a; b]$

Если точка x_0 является точкой перегиба графика $f(x)$ с вертикальной касательной, то

- $f''(x_0) = 0$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = 0$ и $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Если точка x_0 является точкой перегиба графика $f(x)$ с наклонной касательной, то

- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$ и $f'(x_0) = 0$
- $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$

Точка x_0 называется точкой перегиба графика $f(x)$ с горизонтальной касательной, если

- $f'(x_0) = 0$ и $f''(x_0) = 0$
- $f(x_0) = \infty$
- $f'(x_0) = \infty$
- $f''(x_0) = 0$

Применима ли теорема Ролля к функции $f(x) = 3 + \sqrt{2-x}$ на отрезке $[0; 2]$

- да, $c=2$
- нет, функция $f(x)$ не определена при $x \in [0; 2]$
- нет, функция $f(x)$ не дифференцируема в $(0; 2)$
- нет, $f(0) \neq f(2)$

Применима ли теорема Лагранжа к функции $f(x) = 2 - \sqrt{1+x}$ на отрезке $[-1; 0]$

- нет, функция $f(x)$ разрывна на $[-1; 0]$
- применима
- нет, функция $f(x)$ не дифференцируема в

(-1;0)

— нет, $f(-1) \neq f(0)$

Точками перегиба функции $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$ являются

— точки $x_1 = 2\sqrt{3}$ и $x_2 = -2\sqrt{3}$

— только точка $x=0$

— точки $x_1 = -2$ и $x_2 = 2$

— у функции $y = \frac{x^4}{4} - 6x^2$ нет точек перегиба

Применима ли теорема Коши к функциям $f(x) = 2x + 1$ и $g(x) = \sqrt[3]{x-2}$ на отрезке $[0;3]$

— нет, функция $g(x)$ не дифференцируема в $(0;3)$ и $g'(x) = 0$ в $(0;3)$

— да, $c=3$

— нет, функция $g(x)$ разрывна на $[0;3]$

— нет, $g(x)$ не дифференцируема в $(0;3)$

Функция $y = \frac{x^4}{4} - x^3$ имеет точку перегиба с горизонтальной касательной в точке

— $(2;-2)$

— $(0;-3)$

— $\left(1; -\frac{3}{4}\right)$

— $(0;0)$

По правилу Лопитала предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 3x}{5x^2}$ равен

— 0

— $\frac{3}{5}$

— $-\frac{9}{10}$

— $\frac{9}{10}$

Функция $y = x^3 + 2x$ возрастает только при

— $x \in (0;+\infty)$

— $x \in (-3;2)$

— $x \in (-\infty;+\infty)$

— $x \in (-\infty;0)$

Кривая $y = x^4 + 3x^2 - 5$ вогнута при

- $x \in (-\infty; +\infty)$
- $x \in \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; +\infty\right)$
- $x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
- $x \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$

Функция $y = \frac{1}{x} - x$ убывает при

- $x \in (-1; 1)$
- $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$
- $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

При неопределенностях $\left(\frac{0}{0}\right)$ или $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$

- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) - g'(x))$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} (f'(x) \cdot g'(x))$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

По правилу Лопитала $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1 - 5x)}$ равен

- $\frac{1}{5}$
- $-\frac{1}{5}$
- $\frac{4}{5}$
- $-\frac{4}{5}$

Функция $y = f(x)$ называется возрастающей в интервале $(a; b)$, если для любых $x_1 \in (a; b)$ и $x_2 \in (a; b)$

- из $x_1 > x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$
- из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$
- из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$
- из $x_1 = x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопитала $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{2x - \pi}$ равен

- $-\frac{3}{2}$
- $\frac{3}{2}$
- $-\frac{3}{\pi}$
- $\frac{3}{\pi}$

Функция $y = f(x)$ называется убывающей в интервале $(a; b)$, если для любых $x_1 \in (a; b)$ и $x_2 \in (a; b)$

- из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$
- из $x_1 > x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$
- из $x_1 = x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$
- из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$

По правилу Лопитала $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\operatorname{tg} 4x}$ равен

- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- -1
- 0

Применима ли теорема Ролля к функции $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ на отрезке $[-2; 2]$

- да, так как $f(-2) = f(2)$
- да, так как $f(x)$ непрерывна на отрезке $[-2; 2]$ и $f(-2) = f(2)$
- да, так как $f(x)$ непрерывна на отрезке $[-2; 2]$, дифференцируема в $(-2; 2)$ и $f(-2) = f(2)$
- нет, не выполняется условие непрерывности

Абсциссы точек перегиба функции $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 3$ равны

- ± 1
- ± 1 и 0
- $\pm \frac{1}{3}$

$$-\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

- Применима ли теорема Лагранжа к функции $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ на отрезке $[-1;1]$
- нет, функция недифференцируема в $(-1;1)$
 - да, так как $f(-1)=f(1)$
 - да, функция непрерывна на $[-1;1]$ и $f(-1)=f(1)$
 - да, функция непрерывна на $[-1;1]$, дифференцируема в $(-1;1)$ и $f(-1)=f(1)$

Условие $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)<0$ является условием

- минимума
- вогнутости
- максимума
- убывания

Условие $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)>0$ является условием

- максимума
- выпуклости
- возрастания
- минимума

ТЕМА 7. Применение дифференциального исчисления в экономических исследованиях

Функция $f(x)$ в интервале (a, b) убывает все быстрее, если

- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f(x) < 0$

Функция $f(x)$ в интервале (a, b) возрастает все медленнее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f(x) > 0, f'(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f(x) < 0, f'(x) > 0$

Эластичность функции $y = f(x)$ определяется по формуле

- $E_x(y) = \frac{y}{x} \cdot y'$
- $E_x(y) = \frac{x}{y \cdot y'}$
- $E_x(y) = \frac{y'}{y}$
- $E_x(y) = \frac{x}{y} \cdot y'$

Чтобы функция $y = f(x)$ была эластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- больше нуля
- меньше единицы
- равен единице
- больше единицы

Чтобы функция $y = f(x)$ была неэластичной в точке, показатель эластичности должен быть

- меньше нуля
- меньше единицы
- больше единицы
- равен единице

Эластичность функции экономически означает

- относительное изменение аргумента при относительном изменении функции
- относительное изменение функции на 1% при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента
- относительное изменение функции при относительном изменении аргумента на 1%

Эластичность произведения двух функций $E_x(uv)$ равна

- $vE_x(u) + u \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) \cdot E_x(v)$
- $E_x(u) + E_x(v)$
- $E_v(u) + E_u(v)$

Эластичность частного двух функций $E_x\left(\frac{u}{v}\right)$ равна

- $\frac{E_x(u)}{E_x(v)}$
- $\frac{E_x(v)}{E_x(u)}$
- $\frac{E_x(u) - E_x(v)}{x^2}$
- $E_x(u) - E_x(v)$

Для получения максимальной прибыли необходимо, чтобы при данном объеме производства x_0

- предельная выручка была больше предельных издержек
- предельная выручка была меньше предельных издержек
- предельная выручка равнялась предельным издержкам
- предельная выручка была наибольшей

Функция $y = f(x)$ в интервале $(a;b)$ возрастает, если

- $f'(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f''(x) > 0$
- $f''(x) < 0$

Функция $y = f(x)$ в интервале $(a;b)$ убывает, если

- $f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0$
- $f'(x) < 0$
- $f''(x) > 0$

Функция $y = f(x)$ в интервале $(a; b)$ возрастает все быстрее, если

- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) = 0$

Функция $y = f(x)$ в интервале (a, b) убывает все медленнее

- $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) < 0, f''(x) < 0$
- $f'(x) > 0, f''(x) < 0$

Эластичность спроса $S(p)$ относительно цены p определяется по формуле

- $E_p(S) = -\frac{S}{p} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S \cdot S'(p)}$
- $E_p(S) = -\frac{p}{S} \cdot S'(p)$
- $E_p(S) = -\frac{S'(p)}{S}$

Если $K(x)$ – полные издержки, то предельные издержки определяются как

- $K'(x)$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} K(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} K(x)$
- $\int K(x) dx$

Эластичность постоянной величины равна

- постоянной величине
- нулю
- единице
- двум

Для получения максимальной прибыли достаточно, чтобы при данном объеме производства x_0

- $V''(x_0) = K''(x_0)$
- $V''(x_0) > K''(x_0)$
- $V''(x_0) < K''(x_0)$

— $V''(x_0) + K''(x_0) = 0$

Экономически обусловленной областью определения функции полных издержек $K(x)$ является

- $x \geq 0$
- $x \neq 0$
- $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) \neq 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x \geq 0, \\ K(x) > 0 \end{cases}$

Функция полных издержек $K(x)$ в интервале $(a;b)$ возрастает, если

- $K'(x) < 0$
- $K''(x) > 0$
- $K''(x) < 0$
- $K'(x) > 0$

Функция полной выручки $V(x)$ убывает в интервале $(a;b)$, если

- $V''(x) > 0$
- $V''(x) < 0$
- $V'(x) < 0$
- $V'(x) = 0$

Функция полных издержек $K(x)$ в интервале $(a;b)$ возрастает все медленнее, если

- $K'(x) > 0, K''(x) > 0$
- $K(x) > 0, K'(x) > 0$
- $K(x) = 0, K'(x) > 0$
- $K'(x) > 0, K''(x) < 0$

Функция полных издержек $K(x)$ в интервале $(a;b)$ возрастает все быстрее, если

- $K'(x) > 0, K''(x) = 0$
- $K'(x) > 0, K(x) > 0$
- $K'(x) > 0, K''(x) > 0$
- $K'(x) > 0, K''(x) < 0$

Полная выручка $V(x)$ при x_0 будет максимальной, если

- $V(x_0) = 0, V'(x_0) < 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) > 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) = 0$
- $V'(x_0) = 0, V''(x_0) < 0$

- Спрос $S(p)$ будет эластичным при цене p_0 , если показатель эластичности
- больше нуля
 - меньше единицы
 - больше единицы
 - равен единице

- Спрос $S(p)$ будет неэластичным при цене p_0 , если показатель эластичности
- меньше нуля
 - больше единицы
 - меньше единицы
 - равен единице

Эластичность функции спроса $S(p) = 4 - p$ относительно цены p определяется как

- $E_p(S) = \frac{4}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{1}{4-p}$
- $E_p(S) = \frac{4-p}{p}$

Эластичностью функции $f(x)$ относительно аргумента x называется

- предел относительного приращения функции при $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения аргумента к относительному приращению функции при $\Delta x \rightarrow 0$
- предел функции при $\Delta x \rightarrow 0$
- предел отношения относительного приращения функции к относительному приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$

Экономически обусловленной областью для функции спроса $S(p) = 8 - 2p$ будет

- $p \geq 0$
- $p \leq 4$
- $p \geq 4$
- $0 \leq p \leq 4$

Средние издержки $K_{cp}(x)$ при x_0 будут минимальны, если

- $K_{cp}(x_0) = 0$
- $K'_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) < 0$
- $K'_{cp}(x_0) = 0, K''_{cp}(x_0) > 0$

Полная выручка $V(p)$ в интервале $(a;b)$ возрастает все медленнее, если

- $V'(p) > 0, V(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V(p) = 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) > 0, V''(p) > 0$

Полная выручка $V(p)$ в интервале $(a;b)$ убывает все быстрее, если

- $V'(p) < 0, V(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) < 0$
- $V'(p) < 0, V''(p) > 0$
- $V'(p) < 0, V(p) = 0$

Экономически обусловленной областью для функции полной выручки $V(p) = 12p - p^2$

будет

- $(-\infty; +\infty)$
- $(0; +\infty)$
- $[0; 12]$
- $(12; +\infty)$

Эластичность функции спроса $S(p) = \frac{1}{p+2}$ относительно цены p определяется как

- $E_p(S) = \frac{p}{(p+2)^3}$
- $E_p(S) = \frac{p+2}{p}$
- $E_p(S) = \frac{p}{p+2}$
- $E_p(S) = \frac{1}{(p+2)^2}$

Показатель эластичности функции $y = x^3 + x$ при $x = 1$ равен

- 8
- 2
- $\frac{1}{8}$
- 1

Показатель эластичности функции $y = x^3 - 2$ при $x = 2$ равен

- 4
- 36

- $\frac{1}{72}$
- $\frac{1}{3}$

Показатель эластичности спроса $S = 8 - 2p$ при цене $p = 3$ равен

- $\frac{1}{6}$
- 2
- 4
- 3

Показатель эластичности функции $y = \ln(x^2 + 1)$ при $x=1$ равен

- $\frac{1}{\ln 2}$
- $\ln 2$
- $\frac{\ln 2}{2}$
- $\frac{1}{2 \ln 2}$

Спрос $S(p) = 6 - p$ относительно цены p будет эластичным при

- $p \in (3; +\infty)$
- $p \in (0; 3)$
- $p \in (3; 6)$
- $p \in (-\infty; 3)$

Полная выручка $V(p)$ при заданном спросе $S(p) = 16 - 2p$ будет наибольшей при цене p , равной

- 4
- 8
- 2
- 6

Спрос $S(p) = 8 - p$ относительно цены p будет неэластичным при

- $p \in (4; 8)$
- $p \in (0; 4)$
- $p \in (4; +\infty)$
- $p \in (-\infty; 4)$

Показатель эластичности полной выручки $V(p)$ при заданном спросе $S(p) = 16 - 4p$ при цене $p = 1$ равен

- $\frac{2}{3}$
- $-\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $-\frac{2}{3}$

Функция полных издержек $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 100x + 36$, где x – объем производства, возрастает все медленнее в интервале

- $(4; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $(-\infty; 4)$
- $(0; +\infty)$

Полные издержки $K(x) = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + 39x + 13$, где x – объем производства, возрастают все

быстрее в интервале

- $(0; 6)$
- $(-\infty; 6)$
- $(6; +\infty)$
- $(-\infty; +\infty)$

Полные издержки $K(x) = 2x^3 - 24x^2 + 120x + 40$, где x – объем производства, возрастают все быстрее в интервале

- $1(4; +\infty)$
- $(0; 4)$
- $(-\infty; 4)$
- $(0; +\infty)$

Спрос $S(p) = 24 - 4p$ относительно цены p будет неэластичным при

- $p \in (3; 6)$
- $p \in (3; +\infty)$
- $p \in (0; 3)$
- $p \in (-\infty; 3)$

Показатель эластичности функции $y = \frac{x}{x^2 + 9}$ при $x = 2$ равен

- $\frac{5}{13}$
- 1

— $-\frac{5}{13}$

— $-\frac{13}{5}$

Если полные издержки и выручка соответственно составляют $K(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 12x + 20$;

$V(x) = \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 22x + 11$, то прибыль $Z(x)$ будет максимальной при объеме

производства x , равном

— 2

— 8

— 4

— 5

Увеличение в спросе при постоянном предложении

- уменьшает равновесную цену
- увеличивает равновесную цену
- уменьшает равновесное количество товара
- сохраняет равновесное количество товара

Уменьшение в спросе при постоянном предложении

- увеличивает равновесную цену
- увеличивает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену
- сохраняет равновесное количество товара

Уменьшение в предложении при постоянном спросе

- увеличивает равновесную цену
- увеличивает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену
- сохраняет равновесное количество товара

Увеличение в предложении при постоянном спросе

- сохраняет равновесное количество товара
- увеличивает равновесную цену
- уменьшает равновесное количество товара
- уменьшает равновесную цену

Кривая Энгеля иллюстрирует зависимость между

- ценой товара и спросом
- ценой товара и предложением
- денежным доходом и количеством приобретенного товара
- затратами и объемом выпускаемой продукции

С повышением равновесной цены p_0

- спрос и предложение увеличиваются
- спрос увеличивается, а предложение уменьшается
- спрос и предложение уменьшаются
- спрос уменьшается, а предложение увеличивается

С снижением равновесной цены p_0

- спрос уменьшается, а предложение увеличивается
- спрос и предложение уменьшаются
- спрос увеличивается, а предложение уменьшается
- спрос и предложение увеличиваются

ТЕМА 8. Неопределенные интегралы

Функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$ в некотором промежутке, если в любой точке этого промежутка выполняется

- $f'(x) = F'(x) \mid F(x)=f(x)dx$
- $F'(x)=f(x)$
- $dF(x)=f(x)$

Если $\int f(x)dx = F(x) + C$, то выполняется

- $F(x)=f'(x)$
- $F(x)=f(x)dx$
- $d(F(x)+C)=f(x)dx$
- $F'(x) = f'(x)$

$\int dF(x)$ равен

- $f'(x)$
- $f(x)+C$
- $F(x)+C$
- $f(x)$

Если неопределенный интеграл имеет вид $\int f(x)dx$, то дифференциал этого интеграла равен

- $F(x)dx$
- $f'(x)$
- $f'(x)dx$
- $f(x)dx$

Производная от неопределенного интеграла $\int f(x)dx$ равна

- $F(x)$
- $F(x)+C$
- $f(x)$
- $f'(x)$

Интегрирование по частям в неопределенных интегралах выполняется по формуле

- $uv - \int vdu$
- $uv + \int vdu$
- $uv - \int udv$
- $uv + \int udv$

Выберите верное утверждение

- $\int uvdx = \int udx \cdot \int vdx$
- $\int uvdx = \int udx + \int vdx$
- $\int uv'dx = uv - \int vdu$

$$-\int \frac{u}{v} dx = \frac{\int u dx}{\int v dx}$$

Интеграл $\int kf(x)dx$ равен

- $k + \int f(x)dx$
- $k \int f(x)dx$
- $k^2 \int f(x)dx$
- $k - \int f(x)dx$

Интеграл $\int (f(x) + \varphi(x))dx$ равен

- $\int f(x)\varphi(x)dx - f(x)$
- $\int f(x)\varphi(x) - \int \varphi(x)dx$
- $\int f(x)dx + \int \varphi(x)dx$
- $\int f(x)dx \int \varphi(x)dx$

Выберите правильное утверждение

- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = 3x^{\frac{1}{3}} + c$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + c$

Выберите правильное утверждение

- $\int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^3}$
- $\int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{3}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + c$
- $\int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{5}{8} \sqrt[5]{x^8} + c$
- $\int \sqrt[5]{x^3} dx = \frac{2}{5} \sqrt[5]{x^3} + c$

Непрерывная функция имеет

- только одну первообразную
- бесконечное множество первообразных
- две первообразных

— конечное число первообразных

Две различные первообразные одной и той же функции

— равны между собой

— отличаются на константу

— отличаются на некоторую функцию

— отличаются на переменную интегрирования

Дифференциал от неопределенного интеграла равен

— подынтегральному выражению

— подынтегральной функции

— нулю

— бесконечности

К интегрируемым функциям относятся все

— возрастающие

— непрерывные

— прерывные

— непостоянные функции

Интеграл $\int \frac{dx}{2x+1}$ равен

— $\frac{1}{(2x+1)^2} + C$

— $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$

— $\ln|2x+1| + C$

— $\frac{1}{2(2x+1)^2} + C$

Интеграл $\int \operatorname{tg} x dx$ равен

— $-\ln|\cos x| + C$

— $\ln|\sin x| + C$

— $-\ln|\sin x| + C$

— $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{2-3x}$ равен

- $\ln|2-3x| + C$
- $\frac{1}{3} \ln|2-3x| + C$
- $-\frac{1}{3} \ln|2-3x| + C$
- $\frac{1}{(2-3x)^2} + C$

Интеграл $\int ctg x dx$ равен

- $-\ln|\cos x| + C$
- $-\ln|\sin x| + C$
- $\frac{ctg^2 x}{2} + C$
- $\ln|\sin x| + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{(2-x)^2}$ равен

- $\frac{1}{2-x} + C$
- $\frac{1}{x-2} + C$
- $\frac{1}{2(2-x)} + C$
- $\frac{1}{2(x-2)} + C$

Интеграл $\int \frac{\varphi'(x)dx}{\varphi(x)}$ равен

- $\frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)} + C$
- $\varphi(x) + C$
- $\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)} + C$
- $\ln|\varphi(x)| + C$

Интеграл $\int \frac{\ln x dx}{x}$ равен

- $\frac{\ln x}{x} + C$

$$-\ln^2 x + C$$

$$-\ln|\ln x| + C$$

$$-\frac{1}{2}\ln^2 x + C$$

Интеграл $\int e^{3x-2} dx$

$$-\frac{1}{3}e^{3x-2} + C$$

$$-e^{3x-2} + C$$

$$-\frac{1}{2}e^{3x-2} + C$$

$$-\frac{1}{3}e^{3x} + C$$

Интеграл $\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$ равен

$$-\arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$-\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$-\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$-\operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ равен

$$-\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$-\frac{1}{a} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$-\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$-\arcsin \frac{x}{a} + C$$

Интеграл $\int (\kappa + f(x))dx$ равен

$$-\int f(x)dx$$

$$-\kappa + \int f(x)dx$$

$$-\kappa x + \int f(x)dx$$

$$-\int \kappa f(x)dx$$

Интеграл $\int \frac{arctg x dx}{1+x^2}$ равен

- $\frac{1}{2} arctg^2 x + C$
- $arctg x + C$
- $arctg^2 x + C$
- $2arctg^2 x + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{x \ln x}$ равен

- $\frac{1}{\ln x} + C$
- $\frac{1}{\ln^2 x} + C$
- $\frac{1}{2 \ln^2 x} + C$
- $\ln|\ln x| + C$

Интеграл $\int \cos 3x dx$ равен

- $\frac{1}{3} \sin 3x + C$
- $\sin 3x + C$
- $\frac{1}{2} \cos^2 3x + C$
- $3 \sin 3x + C$

Интеграл $\int ctg 2x dx$ равен

- $\ln|\sin 2x| + C$
- $\frac{1}{2} \ln|\sin 2x| + C$
- $-\frac{1}{2} \ln|\sin 2x| + C$
- $2 \ln|\sin 2x| + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{a-x}$ равен

- $\ln|a-x| + C$
- $-\ln|a-x| + C$

— $\frac{1}{(a-x)^2} + C$
— $-\frac{1}{2(a-x)^2} + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{x-a}$ равен
— $\ln|x-a| + C$
— $\frac{1}{(x-a)^2} + C$
— $-\ln|x-a| + C$
— $-\frac{1}{2(x-a)^2} + C$

Интеграл $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$ равен
— $\ln(x^2 + 4) + C$
— $\frac{1}{(x^2 + 4)^2} + C$
— $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) + C$
— $\ln\left|x + \frac{4}{x}\right| + C$

Если $F'(x) = f(x)$, то неопределенным интегралом $\int f(x) dx$ называется совокупность функций вида

— $f(x) + C$
— $F(x) + C$
— $F'(x) + C$
— $f'(x) + C$

Интеграл $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$ равен

— $\frac{\cos^3 \frac{x}{2}}{3} + C$
— $\frac{2}{3} \cos^3 \frac{x}{2} + C$
— $\frac{1}{2}(x + \sin x) + C$

$$-\frac{1}{2}(x - \sin x) + C$$

Интеграл $\int \tg^2 x dx$ равен

- $\tg x - x + C$
- $-ctgx - x + C$
- $\frac{\tg^3 x}{3} + C$
- $ctg^2 x + C$

Интеграл $\int e^{\sin x} \cos x dx$ равен

- $e^{\cos x} \sin x + C$
- $-e^{\sin x} + C$
- $e^{\sin x} + C$
- $e^{\sin x} \sin x + C$

Интеграл $\int e^{-3x} dx$ равен

- $-\frac{1}{3}e^{-3x} + C$
- $\frac{1}{3}e^{-3x} + C$
- $e^{-3x} + C$
- $3e^{-3x} + C$

Интеграл $\int \sin^2 x dx$ равен

- $\frac{1}{2}(x + \sin 2x) + C$
- $\frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}\sin 2x) + C$
- $\frac{\sin^3 x}{3} + C$
- $\frac{\cos^3 x}{3} + C$

Интеграл $\int \frac{x dx}{4 - x^2}$ равен

- $\frac{1}{2(4 - x^2)^2} + C$
- $\frac{1}{2} \ln|4 - x^2| + C$

- $-\frac{1}{2} \ln|4-x^2| + C$
- $2 \ln|4-x^2| + C$

Интеграл $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+5} dx$ равен

- $\ln|x^2+3x+5| + C$
- $\frac{1}{2} \ln|x^2+3x+5| + C$
- $\ln|x^2+3x| + \frac{x^2}{5} + x + C$
- $\frac{1}{2(x^2+3x+5)^2} + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{\operatorname{tg} x}$ равен

- $\ln|\operatorname{tg} x| + C$
- $c \operatorname{tg} x + C$
- $-\ln|\sin x| + C$
- $\ln|\sin x| + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{c \operatorname{tg} x}$ равен

- $\ln|c \operatorname{tg} x| + C$
- $\operatorname{tg} x + C$
- $-\ln|\cos x| + C$
- $\ln|\cos x| + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{\operatorname{tg}^2 x}$ равен

- $\operatorname{tg} x - x + C$
- $-c \operatorname{tg} x - x + C$
- $-\frac{1}{\operatorname{tg} x} + C$
- $-\operatorname{tg} x - x + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{(3x-2)^3}$ равен

- $-\frac{1}{2(3x-2)^2} + C$
- $\ln|3x-2|^3 + C$
- $-\frac{1}{6(3x-2)^2} + C$
- $\frac{1}{12(3x-2)^4} + C$

Интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x}}$ равен

- $-\frac{\sqrt{5-4x}}{2} + C$
- $\frac{1}{2} \ln(5-4x) + C$
- $-\frac{1}{6\sqrt{(5-4x)^3}} + C$
- $2\sqrt{5-4x} + C$

Интеграл $\int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}}$ равен

- $\arcsin \frac{x}{3} + C$
- $\sqrt{9-x^2} + C$
- $-\frac{\sqrt{9-x^2}}{4} + C$
- $-\sqrt{9-x^2} + C$

Интеграл $\int x \cos x dx$ равен

- $-x \sin x + \cos x + C$
- $x \sin x - \cos x + C$
- $x \sin x + \cos x + C$
- $-x \sin x - \cos x + C$

ТЕМА 9. Определенные, несобственные и кратные интегралы

Если функция интегрируема на отрезке $[a; b]$, где $a < b$, и m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения на отрезке $[a; b]$, то

— $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$

— $m(a-b) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(a-b)$

— $m(b-a) \leq \int_b^a f(x)dx \leq M(b-a)$

— $M(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq m(b-a)$

Функция $y = f(x)$ интегрируема на отрезке $[a; b]$, если она

- непрерывна на этом отрезке
- монотонна на этом отрезке
- неотрицательна на этом отрезке
- положительна на этом отрезке

Значение определенного интеграла зависит

- только от отрезка $[a; b]$
- только от подынтегральной функции $f(x)$
- от отрезка интегрирования $[a; b]$ и от подынтегральной функции $f(x)$
- от способа вычисления определенного интеграла

Если функция $f(x)$ интегрируема и неотрицательна на $[a; b]$, где $a < b$, то значение определенного интеграла будет

- положительным
- неотрицательным
- отрицательным
- любым

Теорема о среднем значении определенного интеграла выполняется, если функция

- имеет конечное число точек разрыва первого рода
- ограничена на отрезке $[a; b]$
- неотрицательна на $[a; b]$
- непрерывна на отрезке $[a; b]$

Несобственный интеграл $\int_a^{\infty} f(x)dx$ сходится, если

— $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = \infty$

- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$ – конечное число
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx = -\infty$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$ не существует

Если $F(x)$ – первообразная к функции $f(x)$ на $[a, b]$, то значение определенного интеграла $\int_a^b f(x) dx$ равно

- $F(a) - F(b)$
- $F(x) + C$
- $F(b) - F(a)$
- $F(x) - C$

Функция $f(x)$ интегрируема на отрезке $[1; 8]$, $\int_1^8 f(x) dx = 13$ и $\int_1^3 f(x) dx = 4$. Тогда

интеграл $\int_3^8 f(x) dx$ равен

- 9
- -9
- 17
- -17

Интеграл $\int_a^a f(x) dx$ равен

- 0
- $2f(a)$
- $2a$
- 1

Если функция $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, то $f(x)$ интегрируема и на $[b, a]$ и выполняется

- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(-x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(-x) dx$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_{-b}^a f(x) dx$

Несобственный интеграл $\int_a^{\infty} f(x)dx$ расходится, если

- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$ — конечное число
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = \infty$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx = 0$
- $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x)dx$ — конечное отрицательное число

Если фигура образуется кривыми $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ и на отрезке $[a, b]$, где $a = x_1$ и $b = x_2$ ($x_1 < x_2$) — абсциссы точек пересечения двух кривых, $f_2(x) \geq f_1(x)$, то площадь этой фигуры определяется по формуле

- $S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx$
- $S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x))dx$
- $S = \int_a^b (f_1(x)f_2(x))dx$
- $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$

Определенный интеграл по частям вычисляется по формуле

- $(uv) \Big|_a^b + \int_a^b vdu$
- $(uv) \Big|_a^b + \int_a^b udv$
- $(uv) \Big|_a^b - \int_a^b vdu$
- $(uv) \Big|_a^b - \int_a^b d(uv)$

Выберите верное утверждение

- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$
- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$
- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

$$-\int_a^b f(x)dx = \int_c^a f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$$

Для непрерывной на отрезке $[a; b]$, где $a < b$, функции $f(x)$ найдется хотя бы одна точка t такая, что

$$-\int_a^b f(x)dx = f(t)(a - b)$$

$$-\int_a^b f(x)dx = \frac{f(t)}{b - a}$$

$$-\int_a^b f(x)dx = f(t)(a + b)$$

$$-\int_a^b f(x)dx = f(t)(b - a)$$

$\int_a^b f(x)dx$ численно равен площади фигуры, образованной кривой $y = f(x)$, прямыми

$x = a$, $x = b$, $y = 0$ ($a < b$), если

$$f(x) < 0$$

$$f(x) \leq 0$$

$f(x)$ – возрастающая функция

$$f(x) \geq 0$$

Если фигура образована кривой $y = f(x)$ ($f(x) \leq 0$), прямыми $x = a$, $x = b$ ($a < b$), $y = 0$, то площадь этой фигуры равна

$$-\int_a^b f(x)dx$$

$$-\int_b^a f(x)dx$$

$$-\int_a^b f(x)dx$$

$$\int_a^b (1 - f(x))dx$$

Если фигура образуется кривыми $y = f_1(x)$ и $y = f_2(x)$ и на отрезке $[a, b]$, где $a = x_1$ и $b = x_2$ ($x_1 < x_2$) – абсциссы точек пересечения двух кривых, $f_1(x) \geq f_2(x)$, то площадь этой фигуры определяется по формуле

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))dx$$

— $S = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x))dx$

— $S = \int_a^b (f_1(x)f_2(x))dx$

— $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x))dx$

Если $\int_1^4 f(x)dx = 5$, а $\int_4^6 f(x)dx = 3$, то $\int_1^6 f(x)dx$ равен

— 2

— -2

— 15

— 8

Если $\int_0^5 f(x)dx = 10$, а $\int_0^2 f(x)dx = 4$, то $\int_2^5 f(x)dx$ равен

— 14

— -6

— 6

— 3

Если $\int_1^3 f(x)dx = 4$, то $\int_1^3 (f(x) - 1)dx$ равен

— 4

— 6

— 32

Если $\int_2^6 f(x)dx = 5$, то $\int_2^6 (1 - f(x))dx$ равен

— 4

— -4

— -1

— 1

Если $\int_1^6 f(x)dx = 12$, а $\int_3^6 f(x)dx = 7$, то $\int_1^3 f(x)dx$ равен

— -5

— 19

— 3

— 5

Интеграл $\int_a^b (k + f(x))dx$ равен

— $k + \int_a^b f(x)dx$

— $\int_a^b f(x)dx$

— $b - a + k \int_a^b f(x)dx$

— $k(b - a) + \int_a^b f(x)dx$

Несобственным интегралом $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ непрерывной на $[a; +\infty)$ функции $f(x)$ называется

— интеграл, который не дифференцируется

— интеграл, который не вычисляется

— конечный или бесконечный предел $\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x)dx$

— интеграл, не имеющий первообразную

Интеграл $\int_0^\pi \sin^2 \frac{x}{2} dx$ равен

— $\frac{\pi}{2}$

— $\frac{1}{2}$

— 0

— $\frac{\pi+1}{2}$

Интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$ равен

— $-\infty$

— $-\frac{1}{3}$

— 0

— $\frac{1}{3}$

Интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ равен

- $\frac{\pi}{2}$
- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\infty$

Несобственным интегралом $\int\limits_{-\infty}^b f(x)dx$ непрерывной на $(-\infty; b]$ функции $f(x)$ называется

- интеграл, не имеющий первообразную
- интеграл, от которой не существует дифференциал
- интеграл от возрастающей функции
- конечный или бесконечный предел $\lim\limits_{a \rightarrow -\infty} \int\limits_a^b f(x)dx$

Интеграл $\int\limits_2^{+\infty} \frac{dx}{4+x^2}$ равен

- $\frac{\pi}{4}$
- $+\infty$
- $-\frac{\pi}{8}$
- $\frac{\pi}{8}$

Интеграл $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ равен

- $\frac{\pi}{12}$
- $\frac{\pi}{6}$
- $\frac{\pi}{3}$
- $\frac{\pi}{4}$

Интеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{x^2 dx}{4+x^3}$ равен

- $-\frac{1}{3} \ln 5$
- $+\infty$
- $-\infty$

$$-\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5}$$

Интеграл $\int_0^1 e^{x^2} x dx$ равен

- $\frac{e-1}{2}$
- $e-1$
- $\frac{1-e}{2}$
- $1-e$

Если $\int_2^4 f(x)dx = 7$, то $\int_2^4 (f(x)-2)dx$ равен

- 2
- 5
- 3
- 10

Интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos^2 x}$ равен

- $-\frac{1}{3}$
- 2
- 4
- 1

Интеграл $\int_0^1 e^{-x^2} x dx$ равен

- $\frac{1-e}{2e}$
- $\frac{1-e}{e}$
- $\frac{e-1}{2e}$
- $\frac{e-1}{e}$

Интеграл $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4+x^2}}$ равен

- $2(1 - \sqrt{2})$
- $\frac{1}{2} \ln 4$
- $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{4}$
- $2(\sqrt{2} - 1)$

Интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx$ равен

- $\frac{\pi - 4}{4}$
- $-\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{4 - \pi}{4}$

Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos 2x) dx$ равен

- $\frac{\pi^2}{8}$
- $\frac{\pi^2}{2}$
- $-\frac{\pi^2}{8}$
- $\frac{\pi^2 - 4}{8}$

Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x - \sin 2x) dx$ равен

- $\frac{8 - \pi^2}{16}$
- $\frac{\pi^2 - 8}{8}$
- $\frac{\pi^2 - 8}{16}$
- $\frac{8 - \pi^2}{8}$

Интеграл $\int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x}$ равен

- $\frac{1}{3}$
- 0
- 1
- 3

Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ равен

- $\frac{2-\pi}{2}$
- $\frac{\pi+2}{2}$
- $\frac{\pi-2}{2}$
- $\frac{\pi}{2}$

ТЕМА 10. Числовые ряды

Числовой ряд сходится, если

- предел его общего члена равен нулю
- последовательность его частичных сумм ограничена
- последовательность его частичных сумм имеет конечный предел
- члены ряда монотонно убывают по абсолютной величине

Числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- предел его общего члена равен нулю
- этот ряд является гармоническим

Согласно интегральному признаку сходимости, числовой ряд с положительными

членами $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, если несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$, где $f(n)=a_n$

- больше 1
- равен 1
- равен конечному числу
- является бесконечно большим

Согласно признаку сравнения числового ряд с положительными членами расходится, если

- расходится гармонический ряд
- расходится ряд, члены которого больше членов данного ряда
- расходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- расходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии

По признаку Даламбера, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell > 1$, то ряд с положительными членами

- сходится
- расходится
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Если числовой ряд сходится, то предел общего члена ряда равен

- 1
- -1
- 0
- $-\infty$

Числовой ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ называется

- натуральным

- гармоническим
- сходящимся
- рациональным

В числовом ряде $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n-1}$ предел общего члена равен

- 0
- ∞
- 1
- $\frac{2}{3}$

Общим членом ряда $\frac{2}{1} + \frac{4}{3} + \frac{6}{5} + \frac{8}{7} + \dots$ будет

- $\frac{2^n}{2n+1}$
- $2n$
- $\frac{1}{2n-1}$
- $\frac{2n}{2n-1}$

Гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ является

- сходящимся
- расходящимся
- условно сходящимся
- абсолютно сходящимся

В числовом ряде $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n^2 - 1}$ предел общего члена равен

- $\frac{2}{3}$
- ∞
- 0
- 1

Если числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а С – постоянное число, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} Ca_n$

- расходится
- сходится или расходится
- сходится только условно
- сходится

Если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся, то

- ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ сходится, а $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ расходится
- ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ сходится
- ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ расходится
- ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$ сходится условно

Необходимым признаком сходимости числовых рядов является

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

Числовой ряд расходится, если

- предел его общего члена равен нулю
- последовательность его частичных сумм имеет конечный предел
- предел последовательности его частичных сумм бесконечен
- число членов бесконечно

Сумма членов бесконечной убывающей геометрической прогрессии определяется по формуле

- $b_1 q^n$
- $\frac{b_1}{1-q}$
- $\frac{b_1 + b_n}{2} \cdot n$
- $b_1 + q(n-1)$

Выражение $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ называется

- последовательностью
- числовым рядом
- арифметической прогрессией
- геометрической прогрессией

Суммой ряда S называется

- сумма первых n членов
- конечный предел последовательности частичных сумм
- предел общего члена ряда

— остаток ряда

Если в числовом ряде предел общего члена равен нулю, то ряд

- обязательно расходится
- обязательно сходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится абсолютно

Если в числовом ряде предел общего члена не равен нулю, то ряд

- сходится
- расходится
- может сходиться, а может расходиться
- сходится условно

Если несобственный интеграл $\int_1^{\infty} f(x)dx$ равен конечному числу, то согласно

интегральному признаку сходимости числового ряд с положительными членами $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

где $a_n = f(n)$

- сходится условно
- расходится
- сходится
- может сходиться, а может расходиться

Согласно признаку сравнения числовой ряд с положительными членами сходится, если

- сходится ряд, составленный из членов геометрической прогрессии
- сходится ряд, члены которого меньше членов данного ряда
- члены данного ряда меньше членов другого ряда
- сходится ряд, члены которого больше членов данного ряда

Чтобы знакочередующийся числовой ряд сходился абсолютно, он должен

- сходиться условно
- расходиться
- сходиться
- расходиться условно

Для исследования сходимости знакочередующихся рядов применяется

- интегральный признак Коши
- признак сравнения
- признак Даламбера
- признак Лейбница

Признак Даламбера является достаточным признаком сходимости

- знакочередующихся рядов
- степенных рядов
- рядов с положительными членами

— гармонического ряда

Интегральный признак Коши применяется для исследования сходимости

— знакочередующихся рядов

— числовых рядов с положительными, монотонно убывающими членами

— степенных рядов

— сходящихся рядов

Если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

— сходится

— сходится условно

— расходится

— сходится абсолютно

Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ сходится условно, если

— он расходится

— ряд расходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, сходится

— ряд сходится, и сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда

— ряд сходится, а ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда, расходится

Знакочередующийся числовой ряд сходится абсолютно, если

— сходится ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда

— предел его общего члена по абсолютной величине равен нулю

— члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают

— выполняется признак Лейбница

Признак Лейбница является

— необходимым признаком сходимости знакочередующихся рядов

— достаточным признаком абсолютной сходимости знакочередующихся рядов

— достаточным признаком расходимости рядов

— достаточным признаком сходимости знакочередующихся рядов

По признаку Даламбера, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \ell < 1$, то ряд с положительными членами

— расходится

— может как сходиться, так и расходиться

— сходится

— сходится условно

В числовом ряде $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3n-2}$ предел общего члена равен

- 0
- $\frac{1}{3}$
- $-\infty$
- $\frac{2}{3}$

Сумма числового ряда существует , если ряд

- сходится
- расходится
- содержит бесконечное число членов
- содержит только положительные члены

Если числовой ряд сходится, то его n-й остаток

- стремится к бесконечности
- равен нулю
- стремится к нулю
- стремится к единице

Согласно признаку сравнения, числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, если

- $a_n < \frac{1}{n}$
- $a_n > \frac{1}{n}$
- $a_n < \frac{1}{n^2}$
- $a_n > \frac{1}{n^2}$

Одним из условий признака Лейбница сходимости знакочередующихся рядов является

- $a_{n+1} < a_n$
- $a_{n+1} > a_n$
- $a_{n+1} = a_n$
- $a_{n+1} \geq a_n$

Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$

- сходится по необходимому признаку сходимости
- сходится по интегральному признаку
- расходится
- условно сходится

$$\text{Числовой ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}$$

- сходится
- условно сходится
- сходится абсолютно
- расходится

$$\text{Числовой ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n+1}$$

- сходится условно
- сходится абсолютно
- сходится по необходимому признаку сходимости
- расходится

$$\text{Числовой ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3}}$$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по необходимому признаку
- сходится по признаку сравнения

$$\text{Числовой ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n-2}$$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

$$\text{Числовой ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot n}{2n-1}$$

- расходится
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по признаку Лейбница
- абсолютно сходится

$$\text{Ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{5^n}$$

- расходится
- сходится условно
- сходится абсолютно
- может как сходиться, так и расходиться

$$\text{Ряд } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 1}$$

- расходится
- сходится по признаку Лейбница
- сходится по признаку Даламбера
- сходится по интегральному признаку

Числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 1}$

- расходится
- сходится абсолютно
- сходится условно
- может как сходиться, так и расходиться

Сумма числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3}$

- равна конечному числу
- не существует
- бесконечна
- равна нулю

Сумма числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + 1}$

- равна конечному числу
- бесконечна
- равна нулю
- равна 1

Сумма числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

- не существует
- бесконечна
- равна конечному числу
- равна 2

Общим членом ряда $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ будет

- $-\frac{1}{2n+1}$
- $-\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$
- $-\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$
- $-\frac{1}{2n-1}$

ТЕМА 11. Комплексные числа

Число i называется мнимой единицей, если

— $i^2 = -1$

— $i^3 = -i$

— $i = -1$

— $i^4 = 1$

К комплексному числу $x + iy$ сопряженным является комплексное число

— $y + ix$

— $x - iy$

— $y - ix$

— $ix - y$

Сумма комплексных чисел $Z_1 = x_1 + iy_1$ и $Z_2 = x_2 + iy_2$ определяется по формуле

— $Z_1 + Z_2 = (x_1 + y_2) + i(x_2 + y_1)$

— $Z_1 + Z_2 = (x_1 + x_2) - i(y_1 + y_2)$

— $Z_1 + Z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

— $Z_1 + Z_2 = x_1x_2 + iy_1y_2$

Если $Z = 2 + 3i$, то Z^2 равно

— $12i - 5$

— $13 + 12i$

— -5

— 13

Разность двух комплексных чисел $Z_1 = x_1 + iy_1$ и $Z_2 = x_2 + iy_2$ определяется по формуле

— $Z_1 - Z_2 = (x_1 - x_2) - i(y_1 - y_2)$

— $Z_1 - Z_2 = x_1x_2 - iy_1y_2$

— $Z_1 - Z_2 = (x_1 - y_2) + i(x_2 - y_1)$

— $Z_1 - Z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2)$

Произведение двух комплексных чисел $Z_1 = x_1 + iy_1$ и $Z_2 = x_2 + iy_2$ равно

— $Z_1Z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1)$

— $Z_1Z_2 = (x_1x_2 + y_1y_2) + i(x_1y_2 - x_2y_1)$

— $Z_1Z_2 = x_1x_2 - iy_1y_2$

— $Z_1Z_2 = x_1x_2 + iy_1y_2$

Если $Z = x + iy$, то Z^2 равно

- $x^2 + 2ixy + y^2$
- $(x^2 - y^2) + 2ixy$
- $x^2 + y^2$
- $(x^2 + y^2) - 2ixy$

Если $Z = x + iy$ и $\bar{Z} = x - iy$, то $Z\bar{Z}$ равно

- $x^2 - y^2$
- $\frac{1}{2}(x^2 - y^2)$
- $(x^2 + y^2)$
- $y^2 - x^2$

Если $Z = x - iy$, то Z^2 равно

- $x^2 - y^2$
- $(x^2 + y^2) - 2ixy$
- $(x^2 - y^2) - ixy$
- $(x^2 - y^2) - 2ixy$

Выражение $(3 + 2i)(3 - 2i)$ равно

- 5
- 13
- 9-4*i*
- 9+4*i*

Если $Z = x + iy$ и $\bar{Z} = x - iy$, то $Z - \bar{Z}$ равно

- $2x$
- $2(x - iy)$
- 0
- $2iy$

Если $Z = x + iy$ и $\bar{Z} = x - iy$, то $\frac{Z}{\bar{Z}}$ равно

- -1
- $1 + \frac{2ixy}{x^2 + y^2}$
- $1 - \frac{2ixy}{x^2 - y^2}$
- $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} + \frac{2ixy}{x^2 + y^2}$

Если $Z = x + iy$, то iZ равно

- $y + ix$
- $x^2 + y^2$
- $(-y + ix)$
- ix

Если $Z_1 = x + 2iy$, $Z_2 = 2x - iy$, то $Z_1 Z_2$ равно

- $2(x^2 - y^2) + 3ixy$
- $2(x^2 - y^2)$
- $2(x^2 + y^2) + 3ixy$
- $2(x^2 + y^2)$

Если $Z = x + iy$, то Z^3 равно

- $x^3 + iy^3$
- $x^3 - y^3$
- $(x^3 + 3xy^2) - i(3x^2y + y^3)$
- $(x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$

Если $Z = x - iy$, то Z^3 равно

- $(x^3 - 3xy^2) - i(3x^2y - y^3)$
- $x^3 - y^3$
- $x^3 + y^3$
- $(x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$

Если i – мнимая единица, то i^3 равно

- i
- -1
- 1
- $-i$

К комплексному числу $x - iy$ сопряженным является комплексное число

- $y - ix$
- $y + ix$
- $x + iy$
- $-x - iy$

Если i – мнимая единица, то i^4 равно

- -1

- i
- 1
- $-i$

Если $Z_1 = x + 2iy$, $Z_2 = 2x + iy$, то $Z_1 + iZ_2$ равно

- $3(x + iy)$
- $(x + y) + 2i(x + y)$
- $(x - y) + 2i(x + y)$
- $(x - y) - 2i(x + y)$

Если $Z = x + iy$ и $\bar{Z} = x - iy$, то $Z + i\bar{Z}$ равно

- $(x + y) + i(x - y)$
- $(x - y) + i(x + y)$
- $(x + y) + i(x + y)$
- $(x + y) - i(x + y)$

Если $Z = x + iy$ и $\bar{Z} = x - iy$, то $Z - i\bar{Z}$ равно

- $(x + y) - i(x - y)$
- $(x - y) - i(x - y)$
- $(x - y) - i(x + y)$
- $(x - y) + i(x - y)$

Если i – мнимая единица, то i^5 равно

- i
- $-i$
- 1
- -1

Если $Z = x - iy$, то iZ равно

- $-y + ix$
- $y + ix$
- $x + y$
- ix

Сумма корней квадратного уравнения $x^2 + 2x + 17 = 0$ равна

- 2
- 0
- 4
- -2

Если x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - 6x + 25 = 0$, то $x_1 \cdot x_2$ равно

- 25

- -7
- -1
- 6

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 4x + 13 = 0$, то $\frac{x_1}{x_2}$ равно

- -2
- -3
- $-\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$
- $1 + \frac{12}{5}i$

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 8x + 25 = 0$, то $(x_1 - x_2)^2$ равно

- 0
- -36
- 9
- 36

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 5x + 25 = 0$, то $x_1 \cdot x_2$ равно

- 12,5
- -12,5
- 25
- -25

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 6x + 13 = 0$, то $(x_1 - x_2)^2$ равно

- 16
- 0
- -16
- 36

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 9 = 0$, то $x_1 \cdot x_2$ равно

- 9
- -9
- 6
- -6

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 7x + 18,5 = 0$, то $x_1 + x_2$ равно

- 7
- 14
- 5
- 0

Если $Z_1 = 5 + 4i$ и $Z_2 = 3 + i$, то $\frac{Z_1}{Z_2}$ равно

— $\frac{5}{3} + 4i$

— $1,1 + 0,7i$

— $1,9 + 0,7i$

— $\frac{19}{8} + \frac{7}{8}i$

Если $Z_1 = 3 + 2i$ и $Z_2 = 6 - 4i$, то $\frac{Z_1}{Z_2}$ равно

— $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

— $\frac{5}{26} + \frac{6}{13}i$

— $\frac{1}{2} + \frac{6}{5}i$

— $\frac{1}{2} + \frac{6}{13}i$

Если $Z_1 = 6 - 5i$ и $Z_2 = 4 + 3i$, то $Z_1^2 - Z_2^2$ равно

— $24 - 24i$

— $36 - 84i$

— $4 - 84i$

— $16 - 24i$

Если $Z = 3 + 4i$, то \bar{Z}^3 равно

— $171 - 172i$

— $-117 - 44i$

— $27 - 64i$

— $27 + 64i$

Если $Z = 3 - 2i$, то \bar{Z}^3 равно

— $27 - 8i$

— $63 + 46i$

— $27 + 8i$

— $-9 + 46i$

Если $Z_1 = 1 - 2i$ и $Z_2 = 2 + 3i$, то $Z_1^2 \cdot Z_2$ равно

— $6 - 17i$

— $-6 - 9i$

— $10 + 15i$

— $6 + 17i$

Если $Z_1 = 4 + 3i$ и $Z_2 = 2 - 3i$, то $Z_1 \cdot Z_2^2$ равно

- $-28 - 21i$
- $88 - 9i$
- $48 + 33i$
- $16 - 63i$

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 10x + 34 = 0$, то $x_1^2 - x_2^2$ равно

- $60i$
- $90i$
- 0
- -36

Если x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 12x + 40 = 0$, то $x_1^2 + x_2^2$ равно

- 72
- 64
- $48i$
- 12

ТЕМА 12. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах

Дифференциальным уравнением называется

- уравнение, связывающее независимую переменную, неизвестную функцию и ее производные
- уравнение, содержащее производную независимой переменной
- уравнение, которое легко интегрируется
- уравнение, которое решается дифференцированием

Решить дифференциальное уравнение – это означает

- дифференцирование уравнения
- интегрирование
- нахождение независимой переменной
- нахождение производной функции

Дифференциальное уравнение называется линейным, если

- неизвестная y в первой степени
- все производные неизвестной функции в первой степени
- оно линейно относительно y и ее производных
- решение записывается в виде явной функции

Обыкновенным дифференциальным уравнением называется уравнение

- которое просто интегрируется
- которое содержит только независимую переменную и неизвестную функцию
- в котором неизвестная функция зависит от двух переменных
- в котором неизвестная функция зависит от одной переменной

Число постоянных в общем решении дифференциального уравнения определяется

- порядком дифференциального уравнения
- старшей степенью неизвестной функции
- видом правой части
- старшей степенью независимой переменной

Частным решением дифференциального уравнения первого порядка называется

- решение при $y = x$
- решение, получающееся из общего решения при определенном значении постоянной C
- решение при $y = x^2$
- решение в виде частного двух функций

Дифференциальным уравнением первого порядка называется

- уравнение, в котором независимая переменная x в первой степени
- уравнение, в котором неизвестная функция y в первой степени
- уравнение, которое содержит производную неизвестной функции только первого порядка

— уравнение первой степени

- Дифференциальное уравнение называется линейным уравнением первого порядка, если
- оно линейно относительно x и y
 - оно линейно относительно x и y'
 - сводится к уравнениям с разделяющимися переменными
 - оно линейно относительно y и y'

Функция $f(x, y)$ является однородной функцией своих аргументов k -го порядка, если

- $f(tx, ty) = t^k f(x, y)$
- $y = x^k$
- $y^k = x$
- $y = kx$

Среди дифференциальных уравнений:

a) $2y' - xy^2 = e^{-x}$; б) $y' + 5xy = \sin 2x$; в) $y y' - y = e^{2x}$; г) $y' + \frac{3x}{y} = \operatorname{tg} x$

линейными дифференциальными уравнениями первого порядка являются уравнения

- в)
- б)
- в, г)
- а, в)

Уравнение $y' = f(x, y)$ называется однородным, если

- $f(x, y) = 0$
- функция $f(x, y)$ является однородной функцией своих аргументов нулевого порядка
- все переменные в первой степени
- функция $f(x, y)$ является однородной функцией своих аргументов первого порядка

Из дифференциальных уравнений:

а) $y' + y = x$; б) $y' - 2y = \cos x$; в) $y' + \frac{x}{y^2} = \sin 2x$; г) $y' - xy = e^{-x}$

не является линейным дифференциальным уравнением первого порядка только уравнение

- а)
- б)
- в)
- г)

Из дифференциальных уравнений:

а) $(y')^2 - y = x^2$; б) $y' + xy^2 = e^x$; в) $xy' - y^3 = \sin x$; г) $y' + xy = e^{2x}$

является линейным уравнением первого порядка уравнение

- а)
- б)
- в)

— г)

Из данных дифференциальных уравнений:

а) $y' + 3xy = \cos x$; б) $xy' - y = x^2y$; в) $y' - 2xy = \sin 2x$; г) $2xy' - y = xy^2$
является уравнением Бернулли уравнение

- а)
- б)
- в)
- г)

Порядок дифференциального уравнения определяется

- порядком наивысшей производной, входящей в уравнение
- показателем степени независимой переменной
- показателем степени неизвестной функции
- порядком расположения производной

Решением дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ называется

- любая непрерывная функция
- функция $y = \varphi(x)$, которая при подстановке в это уравнение обращает его в тождество
- любая дифференцируемая функция
- любая интегрируемая функция

В линейном уравнении $y' + p(x)y = q(x)$ функции $p(x)$, $q(x)$ являются

- только возрастающими
- неизвестными функциями
- известными функциями независимой переменной x
- одна из функций известная, другая неизвестная

Общее решение дифференциального уравнения $y'' = f(x, y, y')$ содержит

- одну произвольную постоянную
- четыре произвольные постоянные
- три произвольные постоянные
- две произвольные постоянные

Из дифференциальных уравнений:

а) $y'y + 2x = e^{2x}$; б) $y'' + 3y' - 4y = \sin 2x$; в) $y' + 3xy^2 = \cos x$; г) $y' - y^3 = xe^x$

линейным является уравнение

- а)
- в)
- г)
- б)

Среди дифференциальных уравнений:

а) $y' + 2xy^2 = e^x$; б) $y^2y' - 2y = \sin x$; в) $y' - \frac{2x}{y} = \cos x$; г) $y' + 3xy = e^{2x}$

линейными дифференциальными уравнениями первого порядка являются уравнения

- а, в)
- б, в)
- а)
- г)

Под интегрированием дифференциального уравнения понимается

- нахождение интеграла от правой части уравнения
- решение дифференциального уравнения
- нахождение интеграла от функции y
- нахождение интеграла от переменной x

Среди дифференциальных уравнений:

а) $xy' + 3y = 2x^2$; б) $yy' - 2x = e^{3x}$; в) $y' - y^2 = x \sin x$; г) $y' + 3xy^3 = \operatorname{tg} x$

линейным является уравнение

- а)
- б)
- в)
- г)

Общее решение уравнения $y' - y = 0$ имеет вид

- $y = \frac{1}{x+C}$
- $y = Cx$
- $y = e^{x+c}$
- $y = \frac{1}{Cx}$

Если $y(0) = 1$, то частное решение уравнения $y' + y = 0$ имеет вид

- $y = e^{x-1}$
- $y = e^{-x}$
- $y = e^{x+1}$
- $y = e^{2x}$

Уравнение Бернулли имеет вид

- $y' = f(x, y)$
- $y' + p(x)y = q(x)$
- $y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$
- $y' + p(x)y = q(x)y^n$

Уравнение Бернулли является линейным уравнением при

- $n = 2$

- $n = -1$
- $n = \pm 3$
- $n = 0$

Общее решение уравнения $xy' - \ln x = 0$ имеет вид

- $y = \ln^2 x + C$
- $y = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1) + C$
- $y = \frac{\ln^2 x}{2} + C$
- $y = \ln(Cx)$

Уравнение $y' + p(x)y = q(x)y^n$ называется

- линейным
- линейным уравнением первого порядка
- уравнением n -го порядка
- уравнением Бернулли

Дифференциальное уравнение $y' + p(x)y = q(x)$ называется

- уравнением Бернулли
- однородным
- линейным уравнением первого порядка
- уравнением с разделяющимися переменными

Общее решение уравнения Бернулли $y' + p(x)y = q(x)y^n$ содержит

- n произвольных постоянных
- две произвольные постоянные
- бесконечное число произвольных постоянных
- одну произвольную постоянную

Порядком дифференциального уравнения называется

- старшая степень неизвестной функции
- порядок наивысшей производной, входящей в уравнение
- старшая степень независимой переменной x
- порядок наименьшей производной, входящей в уравнение

Начальное условие дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ будет задано, если в уравнении

- известно одно из решений
- известно общее решение
- известно значение функции y при $x = x_0$
- правая часть постоянна

Начальное условие $y(x_0) = y_0$ в дифференциальном уравнении $y' = f(x, y)$ задается для определения

- общего решения
- частного решения
- правой части этого уравнения
- порядка уравнения

Если $y(0) = 1$, то частное решение уравнения $y' - 2y = 0$ имеет вид

- $y = e^{2x+1}$
- $y = e^{2x-1}$
- $y = e^{2x}$
- $y = e^{-2x+1}$

Общее решение уравнения $xy' + 2 \ln x = 0$ имеет вид

- $y = 2 \ln^2 x + C$
- $y = -2 \ln^2 x + C$
- $y = -4 \ln^2 x + C$
- $y = -\ln^2 x + C$

Если $y(1) = 2$, то частное решение уравнения $xy' - 3 \ln^2 x = 0$ имеет вид

- $y = \ln^3 x + 2$
- $y = 9 \ln^3 x + 2$
- $y = 6 \ln x + 2$
- $y = 3 \ln^3 x + 2$

Общее решение уравнения $\frac{y'}{x} - e^{x^2} = 0$ имеет вид

- $y = e^{x^2} + C$
- $y = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$
- $y = 2e^{x^2} + C$
- $y = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$

Если $y(1) = \frac{2}{e}$, то частное решение уравнения $\frac{y'}{x} + 2e^{-x^2} = 0$ имеет вид

- $y = e^{-x^2} + \frac{1}{e}$
- $y = 2e^{-x^2}$

— $y = e^{x^2} - \frac{1}{e}$

— $y = 4e^{-x^2} - \frac{2}{e}$

Общее решение уравнения $\frac{y'}{\cos x} - \sin^2 x = 0$ имеет вид

— $y = 3 \sin^3 x + C$

— $y = 2 \sin x + C$

— $y = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

— $y = -\frac{\sin^3 x}{3} + C$

Если $y(0) = 1$, то частное решение уравнения $e^x \cdot y' - x = 0$ имеет вид

— $y = xe^{-x} + e^{-x}$

— $y = -xe^{-x} - e^{-x} + 3$

— $y = -xe^{-x} - e^{-x} - 1$

— $y = -xe^{-x} - e^{-x} + 2$

Если $y(\frac{\pi}{4}) = 2$, то частное решение уравнения $\cos^2 x \cdot y' - 2 \operatorname{tg} x = 0$ имеет вид

— $y = 2 \operatorname{tg}^2 x$

— $y = 4 \operatorname{tg}^2 x - 2$

— $y = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{3}{2}$

— $y = \operatorname{tg}^2 x + 1$

Уравнение Бернулли является уравнением с разделяющимися переменными при

— $n = -1$

— $n = 1$

— $n = 0$

— $n = 2$

Из данных дифференциальных уравнений

1) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y};$

2) $(3-x)\frac{dy}{dx} - y \sin x = e^x;$

3) $yy' + x^3 y^2 = \cos x;$

4) $-\frac{dy}{dx} + x^2 + 2y = 0$

уравнениями Бернулли являются только

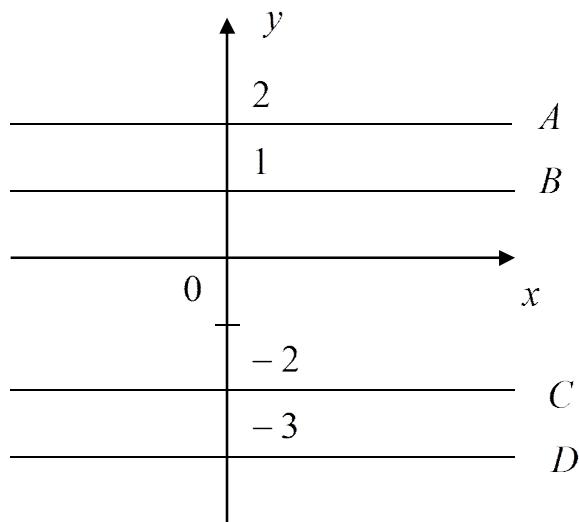
— 3),4)

- 2)
- 1),3)
- 1),4)

Решением дифференциального уравнения $y' - \operatorname{tg}x \cdot y = 1$ является функция

- $y = \frac{1}{\cos x}$
- $y = \operatorname{tg}x$
- $y = -\operatorname{tg}x$
- $y = \operatorname{ctg}x$

Интегральная кривая, которая определяет решение уравнения $xy' = y - 1$ при $y(1) = 1$, имеет вид



- A
- B
- C
- D

Из данных дифференциальных уравнений

$$\begin{array}{ll} 1) 2y' + 3x^2 + 2y = 0; & 2) (x - y)dy = (3x + 2y^2)dx; \\ 3) x^2y' + y - 2 = 0; & 4) yy' - x^2y = e^x y^3 \end{array}$$

уравнениями с разделяющимися переменными являются

- 3)
- 1),2)
- 2),4)
- 1),4)

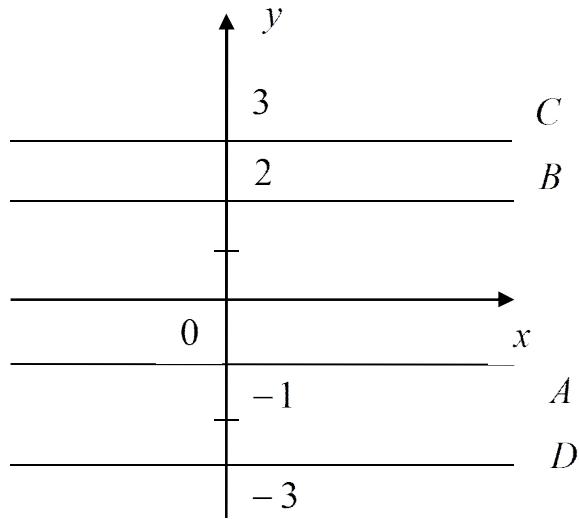
Решением дифференциального уравнения $y' + 2xy = 2x$ является функция

- $y = 1 + e^{x^2}$
- $y = e^{-x^2}$

— $y = 1 - e^{x^2}$

— $y = 1 + e^{-x^2}$

Интегральная кривая, соответствующая решению дифференциального уравнения $xy' = y + 3$ при $y(1) = -3$, имеет вид



— C

— B

— D

— A

Решением дифференциального уравнения $y' + \frac{y}{x} = \frac{e^x + 1}{x}$ является функция

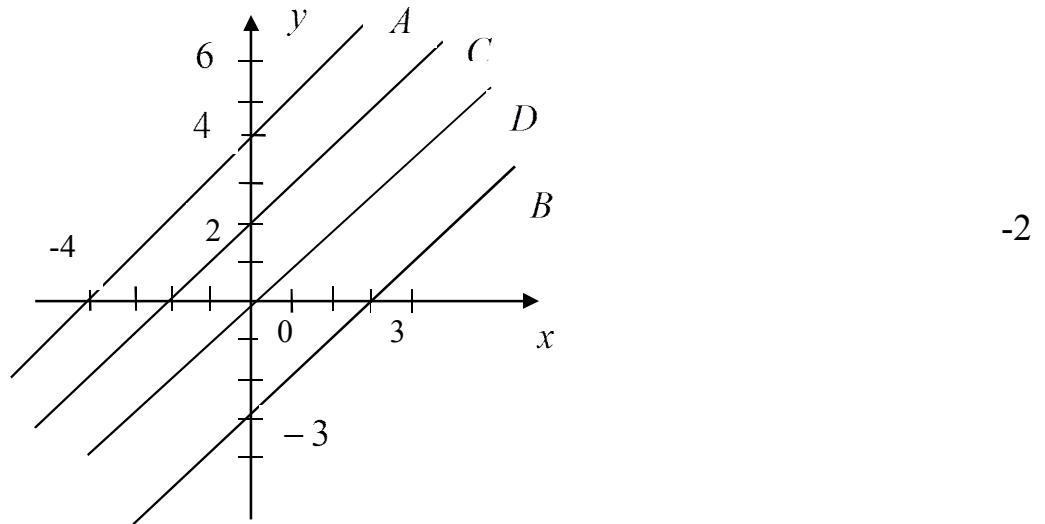
— $y = \ln x + 1$

— $y = \frac{e^{-x}}{x} - 1$

— $y = \frac{e^{-x}}{x} + 1$

— $y = \frac{e^x}{x} + 1$

Интегральная кривая, соответствующая решению дифференциального уравнения $xy' = y - 4$ при $y(2) = 6$, имеет вид

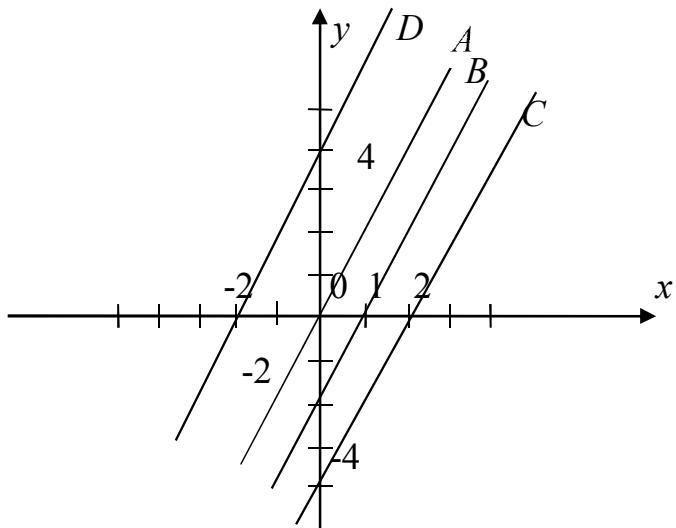


- A
- C
- D
- B

Решением дифференциального уравнения $y' + y = 3e^{2x}$ является функция

- $y = e^{-2x}$
- $y = e^{-x}$
- $y = e^{-2x} + e^x$
- $y = e^{2x} + e^{-x}$

Интегральная кривая, которая определяет решение уравнения $(x - 2)y' = y$ при $y(0) = -4$, имеет вид



- C
- B
- D
- A

Решением дифференциального уравнения $y' + ctgx \cdot y = 1$ является функция

— $y = ctgx + \frac{1}{\sin x}$

— $y = -tgx + \frac{1}{\sin x}$

— $y = \frac{1}{\cos x} + 1$

— $y = -ctgx + \frac{1}{\sin x}$

Из данных дифференциальных уравнений

1) $(x^3 - y)dy - y^4 dx = 0;$ 2) $\frac{1}{e^{x-2}} dy = xy^2 dx;$

3) $y' + 4x^2 - y = 0;$ 4) $y^3 y' + x^3(y+1) = 0$

уравнениями с разделяющимися переменными являются только

— 1),3)

— 2),4)

— 2),3)

— 1),4)

Решением дифференциального уравнения $y' - \frac{2}{x}y = \frac{3}{x^2}$ является функция

— $y = x^2 + 1$

— $y = -\frac{1}{x^2}$

— $y = -\frac{1}{x}$

— $y = x^2$

Функция $f(x, y) = \frac{x^3}{x^2 y - y^3}$ является однородной функцией

— 3-го порядка

— 6-го порядка

— 0-го порядка

— 1-го порядка

Общее решение уравнения $y'' = e^{2x}$ имеет вид

— $y = \frac{1}{2}e^{2x} + C_1x + C_2$

— $y = \frac{1}{4}e^{2x} + C_1x + C_2$

— $y = e^{2x} + Cx$

— $y = 4e^{2x} + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения $y'' = \cos \frac{x}{2}$ имеет вид

— $y = \frac{1}{4} \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

— $y = -\frac{1}{4} \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

— $y = 4 \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

— $y = -4 \cos \frac{x}{2} + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения $y'' = \frac{1}{x^2}$ имеет вид

— $y = -\frac{1}{x^4} + C_1x + C_2$

— $y = -\ln|x| + C_1x + C_2$

— $y = \frac{1}{x^4} + C_1x + C_2$

— $y = \ln|x| + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения $y'' = e^{-\frac{x}{2}}$ имеет вид

— $y = \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

— $y = -4e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

— $y = -\frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

— $y = 4e^{-\frac{x}{2}} + C_1x + C_2$

Если $y(1) = 0$, то частное решение уравнения $xy' - x = y$ имеет вид

— $y = x \ln(e|x|)$

— $y = x \ln|x|$

— $y = \ln|x|$

— $y = -\frac{1}{x} + 1$

Функция $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + y^3$ является однородной функцией

— 8-го порядка

— 6-го порядка

- 3-го порядка
- 0-го порядка

Общее решение уравнения $xy'' - y' = 0$ имеет вид

- $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$
- $y = \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$
- $y = 2C_1x^2 + C_2$
- $y = 2x^2 + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения $xy'' + y' = 0$ имеет вид

- $y = \frac{1}{2}C_1x^2 + C_2$
- $y = C_1 \ln|x| + C_2$
- $y = x^2 + C_1x + C_2$
- $y = -\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$

Если $y(1) = 1$, то частное решение уравнения $xy' + x = y$ имеет вид

- $y = x \ln \frac{1}{|x|}$
- $y = x \ln \frac{e}{|x|}$
- $y = -x^2 + 2$
- $y = ex^2$

Общее решение уравнения $y'' = \sin 2x$ имеет вид

- $y = 4 \sin 2x + C_1x + C_2$
- $y = \frac{1}{4} \sin 2x + C_1x + C_2$
- $y = -4 \sin 2x + C_1x + C_2$
- $y = -\frac{1}{4} \sin 2x + C_1x + C_2$

Общее решение уравнения $y' + 2x = 2xy$ имеет вид

- $y = 2x^2 + C$
- $y = e^{x^2+C} + 1$
- $y = x^2 + C$
- $y = e^{2x^2+C} + 1$

Из данных дифференциальных уравнений

$$1) xy' = y^2 e^x - 1;$$

$$2) y' = \frac{y^3}{x^2};$$

$$3) y^2 y' + x^3 y = 0;$$

$$4) 2 \frac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y = 0$$

уравнениями с разделяющимися переменными являются только

- 1), 2)
- 1), 3)
- 2), 3)
- 2), 4)

Из данных дифференциальных уравнений

$$1) yy' + x^3 y^2 = 0;$$

$$2) y' = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$$

$$3) xy' + 2y = y^2 e^x;$$

$$4) 2y' + 3x^2 + 2y = 0$$

уравнениями Бернулли являются только

- 1), 3)
- 2), 3)
- 2), 4)
- 1), 4)

ТЕМА 13. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение дифференциального уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = f(x)$ содержит

- две произвольные постоянные
- три произвольные постоянные
- одну произвольную постоянную
- четыре произвольные постоянные

Общее решение однородного уравнения $y'' + 6y' + 9y = 0$ имеет вид

- $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{3x}$
- $y = (C_1 + C_2)e^{-3x}$
- $y = (C_1 + C_2x)e^{-3x}$
- $y = (C_1 + C_2)e^{3x}$

Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами зависит от

- вида правой части и корней характеристического уравнения
- порядка этого уравнения
- общего решения однородного дифференциального уравнения 2-го порядка
- произвольных постоянных

Если $y_1, y_2 \left(\frac{y_1}{y_2} \neq \text{const} \right)$ — решения уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ и C_1, C_2 — некоторые

постоянные, то общее решение этого уравнения имеет вид

- $y = C_1y_1 + C_2$
- $y = C_1y_1 + C_2y_2$
- $y = (C_1 + C_2)/(y_1 + y_2)$
- $y = \frac{C_1}{y_1} + \frac{C_2}{y_2}$

Характеристическое уравнение для линейного однородного уравнения $y'' + a_1y' + a_2y = 0$ имеет вид

- $r^2 + a_1r = a_2$
- $r^2 + r + (a_1 + a_2) = 0$
- $r^2 + a_1r + a_2 = 0$
- $a_1r^2 + a_2r + 1 = 0$

Общее решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 3y' - 4y = 0$ имеет вид

- $y = (C_1 + C_2x)e^{-2x}$
- $y = C_1e^{-4x} + C_2e^x$

- $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin x$
- $y = C_1 \sin x - C_2 \cos 4x$

Общее решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 8y' + 16y = 0$ имеет вид

- $y = C_1 \cos 4x - C_2 \sin 4x$
- $y = (C_1 + C_2 x) \sin 4x$
- $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$

Общее решение уравнения $y'' - 4y' - 5y = 0$ имеет вид

- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^x$
- $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{5x}$
- $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$
- $y = C_1 \cos x + C_2 \sin 5x$

Общее решение уравнения $y'' + 4y' + 5y = 0$ имеет вид

- $y = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
- $y = e^x (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- $y = e^{-2x} (C_1 + C_2 x)$
- $y = e^x (C_1 - 2C_2 x)$

Общее решение уравнения $y'' - 6y' + 13y = 0$ имеет вид

- $y = (C_1 + C_2 x) e^{3x}$
- $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$
- $y = e^{3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
- $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения $y'' + y' - 20y = 0$ имеет вид

- $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-5x} + C_2 e^{-4x}$
- $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{-4x}$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 15y = 0$ имеет вид

- $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-5x}$

— $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{5x}$

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{5x}$

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-5x}$

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$y'' - 7y' + 12y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-4x}$

— $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{4x}$

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x}$

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-4x}$

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-4x}$

Общее решение уравнения $y'' + 14y' + 49y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 \cos 7x + C_2 \sin 7x$

— $y = C_1 e^{7x} + C_2 e^{-7x}$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{7x}$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{-7x}$

Общее решение уравнения $y'' - 16y' + 64y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 e^{8x} + C_2 e^{-8x}$

— $y = C_1 \cos 8x + C_2 \sin 8x$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{8x}$

— $y = (C_1 + C_2 x) \sin 8x$

Общее решение уравнения $y'' + 8y' + 25y = 0$ имеет вид

— $y = e^{3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

— $y = e^{-3x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

— $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{3x}$

— $y = e^{-4x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Общее решение уравнения $y'' + 16y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$

— $y = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x}$

— $y = e^{-4x} (C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$

Общее решение уравнения $y'' - 3y' = 0$ имеет вид

— $y = C_1 e^{3x}$

— $y = (C_1 + C_2) e^{3x}$

— $y = C_1 + C_2 e^{3x}$

— $y = 3C_1 x$

Общее решение уравнения $y'' + 9y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x}$

— $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{-3x}$

— $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Общее решение уравнения $y'' - 16y = 0$ имеет вид

— $y = C_1 + C_2 e^{4x}$

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{4x}$

— $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$

— $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$

Общее решение уравнения $y'' + 4y' = 0$ имеет вид

— $y = (C_1 + C_2 x) e^{-4x}$

— $y = (C_1 + C_2) e^{-4x}$

— $y = C_1 + C_2 e^{-4x}$

— $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$

Если $r_1 = -2$, $r_2 = 3$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

— $y'' - y' - 6y = 0$

— $y'' + y' - 6y = 0$

— $y'' - y' - 6 = 0$

— $y'' + y' - 6 = 0$

Если $r = 4 \pm 3i$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

— $y'' + 8y' + 25y = 0$

— $y'' - 25y' + 8y = 0$

— $y'' - 8y' + 25y = 0$

— $y'' + 25y' + 8y = 0$

Если $r_1 = r_2 = 4$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

— $y'' - 4y' = 0$

— $y'' - 8y' + 16y = 0$

- $y'' - 4y = 0$
- $y'' + 8y' + 16y = 0$

Общее решение уравнения $2y'' + 8y = 0$ имеет вид

- $y = e^{2x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$
- $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$
- $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$
- $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$

Если $r_1 = -3$, $r_2 = -2$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' - 5y' + 6y = 0$
- $y'' - 6y' + 5y = 0$
- $y'' + 6y' + 5y = 0$
- $y'' + 5y' + 6y = 0$

Если $r = 3 \pm 5i$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' + 6y' + 34y = 0$
- $y'' + 6y' + 16y = 0$
- $y'' - 6y' + 16y = 0$
- $y'' - 6y' + 34y = 0$

Если $r_1 = r_2 = -5$ – корни характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, то данное уравнение имеет вид

- $y'' - 5y' = 0$
- $y'' + 10y' + 25y = 0$
- $y'' - 5y = 0$
- $y'' - 10y' + 25y = 0$

Общее решение уравнения $2y'' - y' - 3y = 0$ имеет вид

- $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{\frac{3}{2}x}$
- $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{3x}$
- $y = e^{-x}\left(A \cos \frac{3}{2}x + B \sin \frac{3}{2}x\right)$
- $y = x e^{-x}\left(A \cos \frac{3}{2}x + B \sin \frac{3}{2}x\right)$