

Федеральное государственное автономное образовательное  
Учреждение высшего профессионального образования  
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

"УТВЕРЖДАЮ"  
Проректор по образовательной деятельности  
Р.Г. Минзаринов  
\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.



**ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ ФИЗИКИ»**

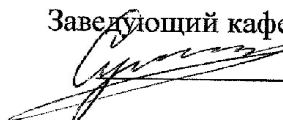
**Шифр ОПД.Ф.2**

Специальность: 010701.65 - Физика

Принята на заседании кафедры теории относительности и гравитации

(протокол № 4 от "30" июня 2014 г.)

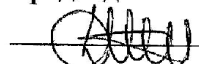
Заведующий кафедры

 (С.В. Сушков)

Утверждена Учебно-методической комиссией института физики КФУ

(протокол № 6 от "25" июня 2014 г.)

Председатель комиссии

 (Д.А. Таюрский)

Рабочая программа дисциплины **"Методы математической физики"** предназначена для студентов 3 курса 5 семестр  
по специальности: 010801.65 – Радиофизика и электроника

**АВТОР: Даишев А.Ю.**

**КРАТКАЯ АННОТАЦИЯ:** Данный курс лекций состоит из трех частей: В первой части излагаются элементы теории специальных функций; во второй – основные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям математической физики и методы решения этих уравнений; в третьей - некоторые элементы теории обобщенных функций.

### **1. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение дисциплины "Методы математической физики"**

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны: -

- знать основные свойства и уметь работать с такими специальными функциями как функции Бесселя, полиномы Лежандра, присоединенные полиномы Лежандра, сферические функции;
- знать основные типы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и уметь приводить эти уравнения к каноническому виду;
- уметь ставить краевые задачи и владеть методами решения этих задач;

### **2. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах)**

Форма обучения **очная**

Количество семестров **2**

Форма контроля: **5 семестр экзамен**

№ п/п	Виды учебных занятий	Количество часов
		5 семестр
1.	Всего часов по дисциплине	200
2.	Самостоятельная работа	128
3.	Аудиторных занятий	72
	в том числе: лекций	36
	семинарских (или лабораторно-практических) занятий	36

### **3. Содержание дисциплины.**

**ТРЕБОВАНИЯ ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА  
К ОБЯЗАТЕЛЬНОМУ МИНИМУМУ СОДЕРЖАНИЯ ПРОГРАММЫ**

Индекс	Наименование дисциплины и ее основные разделы	Всего часов
ОПД.Ф.2	<b><u>Методы математической физики</u></b> Специальные функции математической физики. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Уравнения гиперболического типа. Уравнения параболического типа. Краевые задачи для уравнения колебаний и уравнения теплопроводности. Общая схема метода разделения переменных. Краевые задачи для	200

## СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Название темы и ее содержание	Количество часов		
		Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
		лекции	(лаб.- практ.) занятия	
1	<u>А. Специальные функции.</u> Основные уравнения для цилиндрических функций. Уравнение Бесселя. Решение его для нецелого индекса. Решение уравнения Бесселя для целого индекса. Рекуррентное соотношение для функции Бесселя. Функции Бесселя с полуцелым индексом. Функции Неймана и Ханкеля. Ортогональность функций Бесселя. Ряд Бесселя - Фурье. Уравнение Лежандра. Производящая функция и полиномы Лежандра. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра. Полиномы Лежандра как решения уравнения Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Ряд Лежандра - Фурье. Присоединенные функции Лежандра и их выражение через производные от полиномов Лежандра. Решение 1-ой внутренней и внешней задач для шара в случае уравнения Лапласа. Сферические функции.	9	8	42
2	<u>Б. Уравнения математической физики.</u> Вариационный принцип в физике. Вывод вариационным методом уравнений свободных и вынужденных малых поперечных колебаний струны и мембраны. Вывод уравнений свободных и вынужденных малых продольных колебаний тонкого стержня. Классификация уравнений 2-го порядка с частными производными и приведение их к каноническому виду. Формулировка краевых задач и задачи Коши. Существование и единственность решения 1-ой краевой задачи для уравнений гиперболического типа. Решение задачи Коши для бесконечной струны. Физическая интерпретация решения. Решение задачи для свободных колебаний однородной струны с закрепленными концами. Стоячие волны. Решение задачи для вынужденных колебаний однородной струны. Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве. Решение задачи о свободных колебаниях круглой мембраны с закрепленными границами.	8	9	20

3	Вывод уравнений теплопроводности для тела, стержня. Диффузия газа в трубе. Постановка краевых задач и задачи Коши для уравнений теплопроводности. Принцип максимума и минимума. Единственность решения 1-ой краевой задачи. Решение 1-ой краевой задачи для уравнения теплопроводности без источников и с источниками. Задача Коши для бесконечного стержня. Функция Грина и ее физическая интерпретация. Дельта-функция Дирака.	9	8	20
4	Уравнения эллиптического типа и краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Теорема единственности решения для задач Дирихле и Неймана. Решение 1-ой внутренней краевой задачи для круга. Формула Пуассона. Объемный потенциал и его свойства. Потенциал простого слоя, двойного слоя. Метод потенциала решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.	8	9	20
5	С. <u>Элементы теории обобщенных функций.</u> Векторное пространство и пространство распределений. Дельта-распределение Дирака. Дифференцирование распределений. Действия с распределениями.	2	2	20
	Итого часов	36	36	128

## 4. Литература

### 4.1 Основная литература.

1. А.Б.Балакин. Три лекции по теории функций Бесселя: Учебно-методическое пособие. - Казань: Казанский государственный университет, 2009.-56с. 33 экз.
2. Р.А. Даишев, Б.С.Никитин. Расчетные задания по математике. Уравнения математической физики.-Казань, 2005. 190 экз.
3. Р.А. Даишев, Б.С.Никитин. Уравнения математической физики. Сборник задач. - Казань, 2005. 193 экз.

### 4.2 Дополнительная литература.

1. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач / В.М. Емельянов, Е.А.Рыбакина. - "Издательство:"Лань", 2008. - 224 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=140](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=140) ЭБС «Лань»
2. Будаков, Борис Михайлович. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для студентов ун-тов / Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов.—4-е изд., испр.—М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.—688 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2122](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2122) ЭБС «Лань»

## 5. Интернет-источники

1. А. Б. Балакин Классические ортогональные полиномы - <http://toig-kazan.narod.ru/education/V/minipoly.pdf>
2. А. Б. Балакин Три лекции по теории функций Бесселя - [http://www.ksu.ru/f6/bin\\_files/balakinbessel!34.pdf](http://www.ksu.ru/f6/bin_files/balakinbessel!34.pdf)
3. Н. Р. Хуснутдинов Уравнения математической физики - Уравнение колебаний струны - [http://www.ksu.ru/f6/docs/met\\_pos/string.pdf](http://www.ksu.ru/f6/docs/met_pos/string.pdf)
4. Н. Р. Хуснутдинов Уравнения математической физики - Уравнение теплопроводности - [http://www.ksu.ru/f6/docs/met\\_pos/heat.pdf](http://www.ksu.ru/f6/docs/met_pos/heat.pdf)
5. НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА - <http://webmath.exponenta.ru/ax/aj/ta/index.html>
6. Р. А. Даишев, Б. С. Никитин Уравнения математической физики. Сборник задач - <http://toig-kazan.narod.ru/education/V/Zad1.pdf>
7. Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://old.kpfu.ru/f6/k6/index.php?id=15&idm=5>
8. Сайт кафедры теории относительности и гравитации КФУ - <http://toig-kazan.narod.ru/education.htm>
9. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ - <http://lib.mexmat.ru/>

**«Методы математической физики. Линейные и нелинейные уравнения физики»**

**БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНАМ**

Билет 1.

1. Основные уравнения для цилиндрических функций. Уравнение Бесселя. Решение его для нецелого индекса.
2. Вариационный принцип в физике. Вывод уравнений свободных и вынужденных малых поперечных колебаний струны.

Билет 2.

1. Решение уравнения Бесселя с целым индексом.
2. Вывод уравнения колебаний мембраны.

Билет 3.

1. Рекуррентное соотношение для функций Бесселя.
2. Вывод уравнений свободных и вынужденных малых продольных колебаний тонкого стержня.

Билет 4.

1. Функции Бесселя с полуцелым индексом. Функции Неймана и Ханкеля.
2. Формулировка краевых задач для уравнений гиперболического типа.

Билет 5.

1. Ортогональность функций Бесселя. Ряд Бесселя-Фурье.
2. Теорема о единственности решения для 1-ой краевой задачи в случае уравнения гиперболического типа.

Билет 6.

1. Уравнение Лежандра. Производящая функция и полиномы Лежандра.
2. Формулировка и решение задачи Коши для струны. Формула Даламбера. Физическая интерпретация решения.

Билет 7.

1. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра. Доказательство того, что полиномы Лежандра являются решениями уравнения Лежандра.
2. Решение задачи о свободных колебаниях струны с закрепленными концами.

Билет 8.

1. Ортогональность полиномов Лежандра. Ряд Лежандра-Фурье.
2. Решение задачи о вынужденных колебаниях струны с закрепленными и незакрепленными концами.

Билет 9.

1. Присоединенные функции Лежандра. Дифференциальная и интегральная формы для полиномов Лежандра (без вывода формул).
2. Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве.

Билет 10.

1. Сведения о сферических функциях.
2. Решение задачи о свободных колебаниях круглой мембраны с закрепленными границами.

Билет 11.

1. Уравнения Фредгольма и Вольтерра I и II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального однородного уравнения.
2. Вывод уравнения теплопроводности. Диффузия газа в трубе. Постановка краевых задач для уравнений параболического типа.

Билет 12.

1. Решение уравнения Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Альтернатива Фредгольма (доказательство этой теоремы для уравнения с вырожденным ядром).
2. Принцип максимума и минимума для уравнения теплопроводности. Теорема о единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности.

Билет 13.

1. Вторая и третья теоремы Фредгольма и доказательство этих теорем для уравнений с вырожденным ядром.
2. Решение 1-ой краевой задачи для уравнения теплопроводности без источника и с источником.

Билет 14.

1. Теорема о существовании и единственности решения уравнения Фредгольма II рода с малым параметром.
- 2 Шаровые функции.

Билет 15.

1. Сведения о приближенных методах решения интегрального уравнения.
2. Формулировка и решение задачи Коши для стержня в случае уравнения теплопроводности.

Билет 16.

1. Функция Грина (источника) в задаче Коши для уравнения теплопроводности и ее физическая интерпретация. Дельта-функция Дирака.
2. Ортогональность полиномов Лежандра. Ряд Лежандра-Фурье.

Билет 17.

1. Уравнения эллиптического типа и краевые задачи. Теоремы единственности решения 1-ой внутренней краевой задачи (задачи Дирихле и Неймана).
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка (гиперболический тип уравнения).

Билет 18.

1. Решение 1-ой краевой задачи (внутренней) для круга. Формула Пуассона.
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка (параболический тип уравнения).

Билет 19.

1. Объемный потенциал и его свойства.
2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка (эллиптический тип уравнения).

Билет 20.

1. Потенциал простого слоя, двойного слоя. Метод потенциала при решении краевых задач.
2. Решения внутренней и внешней задач для шара в случае уравнения Лапласа.