И З В Е С Т И Я   В Ы С Ш И Х   У Ч Е Б Н Ы Х   З А В Е Д Е Н И Й

2001 МАТЕМАТИКА № 10 (473)

УДК 517.55

А.М. КЫТМАНОВ, М.С. МЫСЛИВЕЦ

О CR-РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ, ЗАДАННЫХ НА ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ

Цель работы — дать новые условия того, чтобы распределение f, заданное на гиперповерхности, являлось CR-распределением. Эти условия даются в терминах отсутствия скачка производных преобразования Бохнера–Мартинелли. Поэтому в первой части статьи выводятся формулы для производных преобразования Бохнера–Мартинелли. Ранее они были известны только для гладких функций ([1], гл. 1). В качестве следствия приведены условия голоморфного продолжения распределения f с гиперповерхности в одностороннюю ее окрестность лишь в терминах свойств преобразования Бохнера–Мартинелли.

Пусть Ω — область в $\mathbb{C}^n$, $n>1$, $\Gamma=\{z\in\Omega:\rho(z)=0\}$ — гладкая гиперповерхность в Ω, вещественнозначная функция $\rho\in C^\infty(\Omega)$, $d\rho\neq 0$ на Γ. Обозначим $\Omega^-=\{z\in\Omega:\rho(z)<0\}$, $\Omega^+=\Omega\setminus(\Omega^-\cup\Gamma)$. Ориентацию Γ будем считать согласованной с Ω^+. Пусть $U(\zeta,z)=\sum\limits_{k=1}^n(-1)^{k-1}\frac{\partial g}{\partial\zeta_k}d\bar\zeta[k]\wedge d\zeta$ — ядро Бохнера–Мартинелли (напр., [1], гл. 1), где $g(\zeta,z)=-\frac{(n-2)!}{(2\pi i)^n}|\zeta-z|^{2-2n}$ — фундаментальное решение уравнения Лапласа, $d\zeta=d\zeta_1\wedge\dots\wedge d\zeta_n$, а $d\bar\zeta[k]$ получается из $d\bar\zeta$ вычеркиванием дифференциала $d\bar\zeta_k$. Напишем сужение ядра Бохнера–Мартинелли $U(\zeta,z)$ на Γ ([1], гл. 1)

$$U(\zeta,z)=2^{n-1}i^nM(\zeta,z)d\sigma,$$

где $M(\zeta,z)=\sum\limits_{k=1}^n\frac{\partial g}{\partial\zeta_k}\rho_{\bar k}$, $d\sigma$ — мера Лебега на Γ, а $\rho_{\bar k}=\frac{\partial\rho}{\partial\bar\zeta_k}|\operatorname{grad}\rho|^{-1}$, $\operatorname{grad}\rho=\bigl(\frac{\partial\rho}{\partial\zeta_1},\dots,\frac{\partial\rho}{\partial\zeta_n}\bigr)$. Для распределения $f\in\mathcal{E}'(\Gamma)$ с компактным носителем на Γ определим преобразование Бохнера–Мартинелли

$$F(z)=2^{n-1}i^n\langle f_\zeta,M(\zeta,z)\rangle,\quad z\notin\Gamma. \tag{1}$$

Эта функция является гармонической в $\Omega\setminus\operatorname{supp}f$. Для точек $z\in\Omega^+$ будем писать $F^+(z)$, а для точек $z\in\Omega^-$ — $F^-(z)$. Векторные поля

$$L_{mk}=\rho_k\frac{\partial}{\partial\zeta_m}-\rho_m\frac{\partial}{\partial\zeta_k},\quad L_{\overline{m}k}=\rho_k\frac{\partial}{\partial\bar\zeta_m}-\rho_{\overline{m}}\frac{\partial}{\partial\zeta_k},$$
$$L_{\overline{m}\overline{k}}=\rho_{\bar k}\frac{\partial}{\partial\bar\zeta_m}-\rho_{\overline{m}}\frac{\partial}{\partial\bar\zeta_k},\quad \rho_k=\overline{\rho_{\bar k}},\ \ k,m=1,\dots,n,$$

являются касательными векторными полями к Γ, т.к. $L_{mk}\rho=L_{\overline{m}k}\rho=L_{\overline{m}\overline{k}}\rho=0$. Определим для $f\in\mathcal{D}'(\Gamma)$ и $\varphi\in\mathcal{D}(\Gamma)$ ($\mathcal{D}(\Gamma)$ — пространство бесконечно гладких функций на Γ с компактным носителем, наделенное обычной топологией)

$$\langle L_{mk}f,\varphi\rangle=-\langle f,L_{mk}\varphi\rangle.$$

Аналогично определяется действие векторных полей $L_{\overline{m}k}$ и $L_{\overline{m}\overline{k}}$ на распределение f.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-01-00790 — для первого автора, грант № 00-15-96140 — для второго автора).

Лемма 1. *Для $f \in \mathcal{E}'(\Gamma)$ и $z \notin \Gamma$ производные преобразования Бохнера–Мартинелли* (1) $F(z)$ *можно найти по формулам*

$$\frac{\partial F}{\partial z_m} = 2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle L_{m\overline{s}} f_\zeta, \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right\rangle, \quad \frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m} = 2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle L_{\overline{m}\,\overline{s}} f_\zeta, \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right\rangle.$$

Для гладких функций f эта лемма приведена в ([1], § 4).

Доказательство. Используя гармоничность функции $g(\zeta, z)$, получим первую формулу

$$\frac{\partial F}{\partial z_m} = -2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle f_\zeta, \rho_{\overline{s}} \frac{\partial}{\partial \zeta_m} \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right\rangle = -2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle f_\zeta, L_{m\overline{s}} \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} + \rho_m \frac{\partial}{\partial \overline{\zeta}_s} \left(\frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right) \right\rangle =$$

$$= -2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle f_\zeta, L_{m\overline{s}} \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right\rangle = 2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \left\langle L_{m\overline{s}} f_\zeta, \frac{\partial g}{\partial \zeta_s} \right\rangle.$$

Вторая формула доказывается аналогично. □

Лемма 2. *Пусть*

$$\Phi(z) = i^n 2^{n-1} \langle f_\zeta, g(\zeta, z) \rangle, \quad z \notin \Gamma,$$

— *потенциал простого слоя. Тогда*

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial z_m} &= 2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \langle L_{mk}(f\rho_{\overline{k}})_\zeta, g \rangle - 2^{n-1} i^n \langle f_\zeta, \rho_m M(\zeta, z) \rangle, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \overline{z}_m} &= 2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \langle L_{\overline{m}k}(f\rho_{\overline{k}})_\zeta, g \rangle - 2^{n-1} i^n \langle f_\zeta, \rho_{\overline{m}} M(\zeta, z) \rangle. \end{aligned} \tag{2}$$

Доказательство проведем для формулы (2). Имеем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z_m} = 2^{n-1} i^n \frac{\partial}{\partial z_m} \langle f_\zeta, g \rangle = -2^{n-1} i^n \left\langle f, \frac{\partial g}{\partial \zeta_m} \sum_{k=1}^{n} \rho_k \rho_{\overline{k}} \right\rangle =$$

$$= -2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \left\langle \rho_{\overline{k}} f, \rho_k \frac{\partial g}{\partial \zeta_m} \right\rangle = -2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \left\langle f\rho_{\overline{k}}, L_{mk} g + \rho_m \frac{\partial g}{\partial \zeta_k} \right\rangle =$$

$$= 2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \langle L_{mk}(f\rho_{\overline{k}}), g \rangle - 2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \left\langle f\rho_m, \rho_{\overline{k}} \frac{\partial g}{\partial \zeta_k} \right\rangle =$$

$$= 2^{n-1} i^n \sum_{k=1}^{n} \langle L_{mk}(f\rho_{\overline{k}}), g \rangle - 2^{n-1} i^n \langle f\rho_m, M(\zeta, z) \rangle. \quad \square$$

Из лемм 1 и 2 получаем

Предложение. *Производные функции F можно найти по формулам*

$$\frac{\partial F}{\partial z_m} = -2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \langle L_{sk}(\rho_{\overline{k}} L_{m\overline{s}} f)_\zeta, g \rangle + 2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \langle L_{m\overline{s}} f_\zeta, \rho_s M(\zeta, z) \rangle,$$

$$\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m} = -2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \langle L_{sk}(\rho_{\overline{k}} L_{\overline{m}\,\overline{s}} f)_\zeta, g \rangle + 2^{n-1} i^n \sum_{s=1}^{n} \langle L_{\overline{m}\,\overline{s}} f_\zeta, \rho_s M(\zeta, z) \rangle.$$

Для гладких функций f предложение известно в виде теоремы 4.3 из [1].

Пусть $f \in C(\Omega^+)$. Дадим определение обобщенного граничного значения f на Γ. Будем говорить, что граничным значением f на Γ является распределение $[f]_0^+$, если для любой $\varphi \in \mathcal{D}(\Gamma)$ существует предел

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \int_\Gamma f(z + i\varepsilon\nu(z)) \varphi(z) d\sigma,$$

где $\nu(z)$ — вектор единичной нормали, направленный в сторону Ω^+. Аналогично, если $f \in C(\Omega^-)$, то

$$\langle [f]_0^-, \varphi\rangle = \lim_{\varepsilon\to+0}\int_\Gamma f(z - i\varepsilon\nu(z))\varphi(z)d\sigma, \quad \varphi \in \mathcal{D}(\Gamma).$$

Из полноты пространства $\mathcal{D}'(\Gamma)$ следует, что $[f]_0^\pm$ действительно являются распределениями на Γ.

Как показал Штраубе [2] (см. также [1], гл. 3), если функция f гармоническая в $\Omega^\pm$ и имеет конечный порядок роста при подходе к Γ, то она имеет обобщенные граничные значения. Преобразование Бохнера–Мартинелли обладает этим свойством, тем самым определены распределения $[F]_0^\pm$ для преобразования Бохнера–Мартинелли распределения $f \in \mathcal{E}'(\Gamma)$.

Тогда из доказанного предложения, из теоремы Чирки [3] о скачке преобразования Бохнера–Мартинелли (см. также теорему 3.6 из [1]) и леммы 11.8 в [1] о скачке потенциала простого слоя для распределений получим

Следствие 1. Пусть $f \in \mathcal{E}'(\Gamma)$, тогда

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial F}{\partial z_m}\right]_0^+ - \left[\frac{\partial F}{\partial z_m}\right]_0^- &= \sum_{s=1}^n \rho_s L_{m\overline{s}} f, \\ \left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^+ - \left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^- &= \sum_{s=1}^n \rho_s L_{\overline{m}\,\overline{s}} f. \end{aligned} \tag{3}$$

Пусть $T_\zeta^c(\Gamma)$ — комплексное касательное пространство в точке $\zeta \in \Gamma$, которое состоит из касательных векторных полей вида

$$w = \sum_{k=1}^n a_k(\zeta)\frac{\partial}{\partial\zeta_k}$$

с условием, что $w(\rho) = 0$ для всех $\zeta \in \Gamma$.

Зададим векторное поле

$$\mu_m = \frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_m} - \rho_{\overline{m}}\sum_{k=1}^n \rho_k \frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_k}.$$

Сопряженное поле $\overline{\mu}_m$ есть комплексное касательное векторное поле, т. к.

$$\overline{\mu}_m(\rho) = \frac{\partial\rho}{\partial\zeta_m} - \rho_m\sum_{k=1}^n \frac{\partial\rho}{\partial\zeta_k}\rho_{\overline{k}} = \frac{\partial\rho}{\partial\zeta_m} - \frac{\partial\rho}{\partial\zeta_m}|\operatorname{grad}\rho|^{-1}\sum_{k=1}^n\frac{\partial\rho}{\partial\zeta_k}\rho_{\overline{k}} = \frac{\partial\rho}{\partial\zeta_m}\left(1 - \sum_{k=1}^n \rho_{\overline{k}}\rho_k\right) = 0.$$

В силу

$$\sum_{s=1}^n \rho_s L_{\overline{m}\,\overline{s}} = \sum_{s=1}^n \rho_s\left(\rho_{\overline{s}}\frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_m} - \rho_{\overline{m}}\frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_s}\right) = \frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_m} - \sum_{s=1}^n \rho_s\rho_{\overline{m}}\frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}_s} = \mu_m$$

из (3) получим

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^+ - \left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^- = \mu_m f, \quad m = 1, \dots, n. \tag{4}$$

Лемма 3. *Векторные поля $\overline{\mu}_m$, $m = 1, \dots, n$, порождают $T_\zeta^c(\Gamma)$ в любой точке $\zeta \in \Gamma$.*

Доказательство. Покажем равенство нулю определителя

$$\begin{vmatrix} 1-\rho_{\overline{1}}\rho_1 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{\overline{n}}\rho_1 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\rho_{\overline{1}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ 0 & 1-\rho_{\overline{2}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{2}}\rho_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -\rho_{\overline{n}}\rho_2 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} +$$

$$+\begin{vmatrix} -\rho_{\overline{1}}\rho_1 & -\rho_{\overline{1}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ -\rho_{\overline{2}}\rho_1 & 1-\rho_{\overline{2}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{2}}\rho_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{\overline{n}}\rho_1 & \rho_{\overline{n}}\rho_2 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ 0 & 1 & \cdots & -\rho_{\overline{2}}\rho_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} +$$

$$+\begin{vmatrix} 1 & -\rho_{\overline{1}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ 0 & -\rho_{\overline{2}}\rho_2 & \cdots & -\rho_{\overline{2}}\rho_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & -\rho_{\overline{n}}\rho_2 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\rho_{\overline{1}}\rho_1 & 0 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ -\rho_{\overline{2}}\rho_1 & 1 & \cdots & -\rho_{\overline{2}}\rho_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{\overline{n}}\rho_1 & 0 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} + \cdots$$

Видно, что при таком разложении в некоторых определителях будут получаться пропорциональные столбцы вида $\rho_{\overline{s}}\rho_j$ и $\rho_{\overline{s}}\rho_k$, где $s = 1, \ldots, n$, а j, k фиксированные. Тогда эти определители будут равны нулю. Поэтому получим

$$\begin{vmatrix} 1-\rho_{\overline{1}}\rho_1 & \cdots & -\rho_{\overline{1}}\rho_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{\overline{n}}\rho_1 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1-\rho_{\overline{n}}\rho_n \end{vmatrix} +$$

$$+\begin{vmatrix} -\rho_{\overline{1}}\rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\rho_{\overline{2}}\rho_1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_{\overline{n}}\rho_1 & 0 & \cdots & 1 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & \rho_{\overline{1}}\rho_{n-1} & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & \rho_{\overline{2}}\rho_{n-1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{\overline{n-1}}\rho_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{\overline{n}}\rho_{n-1} & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 - \rho_{\overline{n}}\rho_n - \sum_{i=1}^{n-1} \rho_{\overline{i}}\rho_i = 1 - \sum_{i=1}^{n} \rho_{\overline{i}}\rho_i = 0.$$

Ранг рассматриваемой матрицы равен $n-1$. Действительно, если вычеркнуть из нее s-й столбец и s-ю строку, то приведенными выше преобразованиями получим, что ее определитель равен

$$1 - \sum_{j \neq s,\ j=1}^{n} \rho_{\overline{j}}\rho_j \neq 0 \ \text{ для некоторого } s,$$

поскольку $\operatorname{grad} \rho \neq 0$ на Γ. $\square$

Напомним, что $f \in \mathcal{D}'(\Gamma)$ есть CR-распределение, если

$$\langle L_{\overline{km}} f, \varphi \rangle = -\langle f, L_{\overline{km}} \varphi \rangle = 0 \ \text{ для всех } k, m = 1, \ldots, n \text{ и для всех } \varphi \in \mathcal{D}(\Gamma).$$

Из леммы 3 вытекает

Следствие 2. Распределение $f \in \mathcal{D}'(\Gamma)$ является CR-распределением тогда и только тогда, когда

$$\langle f, \mu_m \varphi \rangle = 0 \ \text{ для всех } m = 1, \ldots, n \text{ и для всех } \varphi \in \mathcal{D}(\Gamma).$$

Пусть $\Omega = \bigcup\limits_{s=1}^{\infty} \Omega_s$, $\overline{\Omega}_s \subset \Omega_{s+1}$, Ω_s ограничены для всех s, $\Gamma_s = \Omega_s \cap \Gamma$. Для функций χ_s таких, что $\chi_s \in \mathcal{D}(\Gamma)$, $\chi_s \equiv 1$ на Γ_s, $\operatorname{supp} \chi_s \subset \Gamma_{s+1}$, имеем $f_s = \chi_s f \in \mathcal{E}'$, $F_s = 2^{n-1} i^n \langle (f_s)_\zeta, M(\zeta, z) \rangle$.

Критерий для CR-распределений дает

Теорема 1. *Для того чтобы $f \in \mathcal{D}'(\Gamma)$ являлось CR-распределением, необходимо и достаточно, чтобы*

$$[\overline{\partial} F_s]_0^+ = [\overline{\partial} F_s]_0^- \quad \text{на } \Gamma_s \text{ для всех } s = 1, 2, \dots \tag{5}$$

Доказательство. Необходимость. Пусть f_s — CR-распределение на Γ_s, тогда $\mu_m f_s = \mu_m f\big|_{\Gamma_s} = 0$. Поэтому из (4) вытекает

$$\left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^+ = \left[\frac{\partial F}{\partial \overline{z}_m}\right]_0^-, \quad m = 1, \dots, n.$$

Следовательно, выполняется (5).

Достаточность. При выполнении (5) имеем $\mu_m f_s = \mu_m f\big|_{\Gamma_s} = 0$ для всех $m = 1, \dots, n$. Поэтому согласно следствию 2 f_s — CR-распределение на Γ_s. Следовательно, f — CR-распределение на Γ. □

Предложение показывает, что для CR-распределения $f \in \mathcal{D}'(\Gamma)$ производные $\frac{\partial F_s}{\partial \overline{z}_m}$ являются функциями, гармоническими во всей области Ω_s, поскольку носитель $L_{\overline{mk}} f_s$ лежит в $\Gamma \setminus \Gamma_s$. Поэтому теорему 1 можно сформулировать в усиленном варианте.

Теорема 2. *Для того чтобы $f \in \mathcal{D}'(\Gamma)$ являлось CR-распределением, необходимо и достаточно, чтобы дифференциальные формы $\overline{\partial} F_s$ имели гармонические коэффициенты в Ω_s для всех s.*

Обозначим через $C_0(\Gamma)$ подкласс из $C^\infty(\Gamma)$ функций, которые ограничены на Γ вместе со всеми производными. Тогда $C_0'(\Gamma)$ — пространство распределений на $C_0(\Gamma)$.

Следствие 3. Распределение f из $C_0'(\Gamma)$ будет CR-распределением на Γ тогда и только тогда, когда $[\overline{\partial} F]_0^+ = [\overline{\partial} F]_0^-$ на Γ.

Приведем одно из приложений теорем 1, 2. В работе [4] доказана

Теорема 3. *Распределение f из $\mathcal{D}'(\Gamma)$ голоморфно продолжается в Ω^+ в том и только том случае, когда f — CR-распределение и F_s гармонически продолжаются из Ω_0^- в Ω_s для всех s.*

Голоморфное продолжение распределения f означает, что существует голоморфная функция F в области Ω^+ конечного порядка роста, обобщенные граничные значения которой на Γ совпадают с f.

Теорема 4. *Распределение f из $\mathcal{D}'(\Gamma)$ голоморфно продолжается в Ω^+ тогда и только тогда, когда*

$$[\overline{\partial} F_s]_0^+ = [\overline{\partial} F_s]_0^- \quad \text{на } \Gamma_s \text{ для всех } s,$$

и F_s^- гармонически продолжаются из Ω_s^- в Ω_s для всех s.

Следствие 4. Распределение f из $C_0'(\Gamma)$ голоморфно продолжается в Ω^+ в том и только том случае, когда $[\overline{\partial} F]_0^+ = [\overline{\partial} F]_0^-$ и F^- гармонически продолжается из Ω^- в Ω.

Таким образом, условия голоморфного продолжения распределений f в фиксированную область можно записать только в терминах преобразования Бохнера–Мартинелли.

Литература

1. Кытманов А.М. *Интеграл Бохнера–Мартинелли и его применения.* – Новосибирск: Наука, 1992. – 240 с.
2. Straube E.J. *Harmonic and analytic functions admitting a distribution boundary value* // Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa. Cl. Sci. – 1984. – V. 11. – № 4. – P. 559–591.
3. Чирка Е.М. *Аналитическое представление CR-функций* // Матем. сб. – 1975. – Т. 98. – № 4. – С. 591–623.
4. Кытманов А.М., Айзенберг Л.А. *О возможности голоморфного продолжения в область функции, определенной на связном куске ее границы* // Матем. сб. – 1991. – Т. 182. – № 4. – С. 467–483.

Красноярский государственный университет

Поступила 23.06.1999