

УДК 519.63:532.546

УЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ЗАВОДНЕНИЯ ОБЛАСТИ ДРЕНИРОВАНИЯ СКВАЖИНЫ ПРИ КРУПНОБЛОЧНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНОГО ПЛАСТА

К.А. Поташев, Л.Р. Абдрашитова

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

Аннотация

Предложен способ учета латеральной неоднородности заводнения прискважинной зоны пласта, заключенной в объеме одного сеточного блока, содержащего добывающую скважину. Алгоритм предназначен для крупноблочного конечнообъемного моделирования двухфазной фильтрации при разработке нефтяного пласта и позволяет значительно повысить точность вычисления обводненности и дебита скважины, а также средней насыщенности в прискважинной зоне. При этом в качестве ремасштабированных функций относительных фазовых проницаемостей использованы модифицированные функции, полученные из решения эталонной, не требующей значительных вычислительных затрат задачи апскейлинга на данном сеточном блоке в предположении радиальной симметрии потока при однородных граничных условиях. Эффективность предложенного способа продемонстрирована на примере локальной задачи для одиночной скважины в пласте с неоднородными граничными условиями для насыщенности и на примере суперэлементного моделирования участка пласта с семиточечной системой разработки при различных дебитах скважин.

Ключевые слова: двухфазная фильтрация, крупноблочное моделирование, относительная фазовая проницаемость, апскейлинг, ремасштабирование, суперэлементы, неоднородное заводнение

Введение

При крупноблочном конечнообъемном моделировании разработки нефтяных пластов, одним из наиболее ярких примеров которого является суперэлементное моделирование (СЭМ) [1], латеральные размеры блоков расчетной сетки (конечных объемов, КО) могут достигать сотен метров. Такие грубые сетки позволяют значительно сокращать время расчета, при этом задача двухфазной фильтрации формулируется относительно средних в каждом КО величин давления p и насыщенности s . Для сохранения точности решения требуется выполнение специальных процедур ремасштабирования фильтрационно-емкостных свойств пласта [2–4]. Функции, определяющие процесс вытеснения нефти водой, должны выражаться через средние насыщенности. Этими функциями являются функции относительных фазовых проницаемостей (ОФП), которые ремасштабируются с масштаба ядра, на котором они измеряются, на масштаб грубой сетки [5]. Наилучших результатов удастся достичь при построении локальных динамических псевдофункций ОФП [6, 7], методика расчета которых строго опирается на интегро-интерполяционные алгоритмы самой вычислительной схемы крупноблочной модели [8, 9].

Поскольку локальный динамический апскейлинг ОФП предполагает решение нестационарной задачи двухфазной фильтрации в области каждого блока крупной

сетки, то для сокращения вычислительных затрат при решении эталонных задач на мелкой сетке вводятся допущения о существовании симметрии потока, позволяющей понизить размерность решаемой задачи. Так, для КО, не содержащих скважины, поток полагается плоскопараллельным, а для КО, содержащих в центре вертикальную скважину, – плоскорадиальным. При этом на всех «входных» участках границы расчетной области задается постоянное максимальное значение водонасыщенности. Фактически же область КО, особенно при наличии скважины, вообще говоря, заводняется неравномерно – подход водной фазы с различных сторон происходит в различные моменты времени из-за неоднородности геологии пласта и действующего фонда скважин. Пренебрежение данным обстоятельством приводит к погрешности при вычислении средних величин насыщенности в КО и показателей работы скважины, причем величина погрешности возрастает вместе с характерным шагом расчетной сетки.

Попытка имитации всех возможных вариантов граничных условий при решении эталонных задач на детальной сетке нецелесообразна, поскольку привела бы, во-первых, к необходимости решения чрезмерно большого числа трехмерных нестационарных задач, а во-вторых, к неоднозначности выбора результирующей пары модифицированных ОФП.

В настоящей работе предлагается способ учета неравномерности заводнения КО со скважиной при использовании ремасштабированных функций ОФП, полученных для данного КО в предположении об однородности граничных условий. В его основе лежит упрощенная оценка локального распределения насыщенности в прискважинной области, использующая лишь входящие в сеточную схему средние величины насыщенности в блоках крупной расчетной сетки. Эффективность предложенного метода оценена при сопоставлении серии решений, построенных на детальных и крупноблочных сетках.

1. Формулировка задачи

Требуется разработать не требующий значительных вычислительных затрат способ учета неоднородного локального распределения насыщенности внутри объема суперэлемента, содержащего добывающую скважину, при его неравномерном заводнении с различных сторон. При этом, во-первых, в качестве функций ОФП в СЭМ должны использоваться модифицированные функции ОФП (МОФП), полученные при предварительном апскейлинге фазовых проницаемостей в предположении о равномерном характере заводнения. Во-вторых, в качестве параметров, необходимых для оценки локального распределения насыщенности, должны использоваться только входящие в расчетную схему СЭМ величины.

2. Основные уравнения

Рассмотрим плоскую задачу двухфазной фильтрации в круговом нефтяном пласте в области дренирования скважины. Для простоты пласт будем считать однородным – его проницаемость, пористость и толщина постоянны. Пренебрегая сжимаемостью жидких фаз и пористой среды, а также капиллярными и гравитационными силами, запишем основные уравнения в безразмерных переменных [10]:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div} (f(s) \mathbf{u}) = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = -\varphi(s) \nabla p, \quad (3)$$

$$\varphi(s) = f_1(s) + K_\mu f_2(s), \quad f(s) = f_1(s) / \varphi(s), \quad (4)$$

с начальными и граничными условиями

$$t = 0: \quad s = 0; \quad \begin{cases} r = 1: & p = 1, \quad s = s_\Gamma(\psi), \\ r = \rho: & p = p_w = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь t – время; (r, ψ) – полярные координаты точки; $r = \rho$ – радиус скважины; $r = 1$ – радиус области дренирования скважины; s – эффективная водонасыщенность пласта; p – давление в жидкости; \mathbf{u} – скорость фильтрации двухфазной смеси; K_μ – отношение вязкостей воды и нефти; f_1, f_2 – ОФП водной и нефтяной фаз, в качестве которых можно использовать, например, квадратичные зависимости

$$f_1(s) = s^2, \quad f_2(s) = (1 - s)^2.$$

3. Вычислительная схема

Решение задачи (1)–(5) строилось методом конечных объемов (МКО) по схеме IMPES (неявной по давлению, явной по насыщенности). Уравнения интегрировались по произвольному КО V , ограниченному совокупностью граней Γ_i , определяемых конечнообъемной сеткой. С использованием приближенных выражений для вычисления интегралов от нормальных проекций потоков на гранях

$$\int_{\partial V} u_n d\sigma \approx \sum_i u_n^i |\Gamma_i|, \quad \int_{\partial V} f u_n d\sigma \approx \sum_i f|_{\Gamma_i} u_n^i |\Gamma_i|,$$

где $f|_{\Gamma_i}$ – среднее значение функции Баклея–Левверетта на грани Γ_i , после интегрирования уравнений (1), (2) получим

$$\sum_i u_n^i |\Gamma_i| = 0, \quad (6)$$

$$|V| \frac{\widehat{s} - \bar{s}}{\tau} + \sum_i f|_{\Gamma_i} u_n^i |\Gamma_i| = 0. \quad (7)$$

Здесь введено обозначение $(\bar{\cdot})$ для среднеинтегральных в КО величин:

$$(\bar{\cdot}) = \frac{1}{|V|} \int_V (\cdot) dV$$

и \widehat{s} – для значения средней насыщенности на новом временном слое, τ – временной шаг для расчета насыщенности.

Выразим нормальную проекцию скорости фильтрации u_n , входящую в (6) и (7), через средние давления \bar{p}_a, \bar{p}_b в КО, разделенных гранью Γ . В упрощенном виде на основе (3)

$$u_n \approx -\varphi_\Gamma \frac{\bar{p}_b - \bar{p}_a}{d_a + d_b}, \quad \varphi_\Gamma = \frac{\varphi_a \varphi_b (d_a + d_b)}{d_b \varphi_a + d_a \varphi_b}, \quad (8)$$

где φ_a, φ_b – значения гидропроводности в соответствующих КО; d_a, d_b – расстояния от их центров до грани Γ .

Способы вычисления гидропроводности в КО и доли воды в потоке через грани зависят от типа используемых расчетных сеток и рассмотрены ниже.

3.1. Подробная сетка. Для получения «точного» решения использовалась подробная сетка равномерной радиальной структуры с координатами граней КО

$$r_i = \rho + i\Delta r, \quad i = 0, \dots, N_r, \quad \Delta r = (1 - \rho) / N_r, \quad N_r = 50;$$

$$\psi_j = j\Delta\psi, \quad j = 0, \dots, N_\psi, \quad \Delta\psi = 2\pi / N_\psi, \quad N_\psi = 18.$$

На подробной сетке использовались исходные функции ОФП (4) относительно средних в КО величин насыщенности, во-первых, при вычислении гидропроводности в КО V_k со средней насыщенностью \bar{s}_k :

$$\varphi_k = \varphi(\bar{s}_k); \quad (9)$$

и, во-вторых, при вычислении доли воды в потоке через грань:

$$f|_{\Gamma_i} = \begin{cases} f(\bar{s}_a), & u_n^i > 0, \\ f(\bar{s}_b), & u_n^i < 0. \end{cases} \quad (10)$$

В соотношении (10), выражающем противопотоковую схему “upwind”, вектор внешней нормали \mathbf{n} направлен от КО V_a в сторону КО V_b ; V_a и V_b разделены гранью Γ_i .

Для учета логарифмического поведения давления вблизи скважины без сгущения расчетной сетки, которое повлекло бы значительное замедление расчета поля насыщенности, в формуле (8) введем поправочный коэффициент при аппроксимации потоков через грани, соответствующие поверхности скважины $r = \rho$:

$$u_n \approx -\theta\varphi\Gamma \frac{\bar{p}_b - \bar{p}_a}{d_a + d_b}, \quad \theta = \frac{1}{\rho} \frac{(r_1 - \rho)(r_1^2 - \rho^2)}{r_1^2(2 \ln(r_1/\rho) - 1) + \rho^2}.$$

Данное выражение получено из условия равенства аппроксимации потока и его точного значения, определенного из аналитического решения для однородной пористой среды.

3.2. Грубая сетка. Грубую расчетную сетку построим таким образом, чтобы по своим размерам и геометрии она являлась хорошим приближением гексагональной суперэлементной сетки и площади эквивалентных областей на мелкой и грубой сетках в точности бы совпадали, при этом скважину расположим в середине центрального КО.

Для построения такой расчетной сетки будем располагать грани, разделяющие центральный и окружающие его КО, на расстоянии $r = (1 - \rho) / 3$ от центра скважины, внешнее «кольцо» разделим на шесть равных секторов, а общее число разбиений «круговых» граней сохраним равным 18, как и для мелкой сетки. Внешняя граница каждого КО, окружающего центральный КО, будет состоять из трех граней, а у центрального КО будет 18 внешних граней (рис. 1).

Шаг грубой сетки, сопоставимый с размером области дренирования скважины, не позволяет использовать исходные функции ОФП. Поэтому для вычисления доли воды в потоке в уравнении (7) и гидропроводности в уравнении (8) использовались МОФП $F_1(\bar{s})$, $F_2(\bar{s})$, полученные в результате решения специальной задачи апскейлинга в предположении об однородности процесса заводнения [9]. Таким образом, вместо используемых для детальной сетки формул (9) и (10) для грубой сетки использовались соответственно соотношения

$$\varphi_{a,b} = \Phi(\bar{s}_{a,b})$$

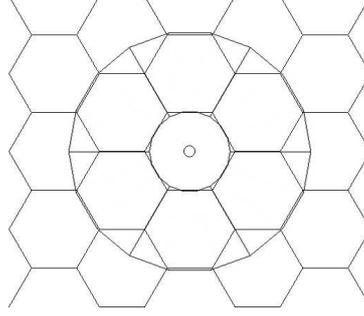


Рис. 1. Соответствие грубой модельной сетки суперэлементарной сетке

и

$$f|_{\Gamma_i} = \begin{cases} F(\bar{s}_a), & u_n^i > 0, \\ F(\bar{s}_b), & u_n^i < 0, \end{cases}$$

где, аналогично (4),

$$\Phi(\bar{s}) = F_1(\bar{s}) + K_\mu F_2(\bar{s}), \quad F(\bar{s}) = F_1(\bar{s}) / \Phi(\bar{s}).$$

Поскольку на грубой сетке скважина полностью содержится внутри одного КО, то она моделируется как сток, а ее дебит q вычисляется через забойное давление p_w и среднее давление \bar{p}_0 в содержащем ее КО с помощью выражения

$$q = \Phi^0 \theta_w (\bar{p}_0 - p_w), \quad (11)$$

где Φ^0 – эффективная гидропроводность в центральном КО, а θ_w – коэффициент, гарантирующий равенство аппроксимации дебита (11) и его точного значения, полученного из аналитического решения задачи в случае однородного пласта:

$$\theta_w = \frac{4\pi (r_0 - \rho)(r_0 + \rho)}{-r_0^2 + \rho^2 + 2r_0^2 \ln(r_0/\rho)}.$$

Здесь r_0 – радиус центрального КО, в котором вычисляется среднее давление \bar{p}_0 .

Как и в случае детальной сетки, для повышения точности расчетной схемы введем в формулу (8) поправочный коэффициент, учитывающий логарифмическое поведение давления при аппроксимации потока через внешнюю грань центрального КО. Данный коэффициент с учетом структуры грубой расчетной сетки имеет вид

$$\theta_1 = \frac{(r_1 + \rho)(r_0^2 - r_1^2)(r_0^2 - \rho^2)}{2r_0(r_0^2(r_1^2 - \rho^2) \ln(r_0/\rho) - r_1^2(r_0^2 - \rho^2) \ln(r_1/\rho))},$$

где r_1 – внешний радиус конечных объемов, прилегающих к центральному, который в рассматриваемом случае совпадает с радиусом расчетной области $r_1 = 1$.

Согласно методике СЭМ перед расчетами на грубой сетке выполняется так называемый локальный апскейлинг ОФП, в результате которого для однородного пласта получаем две пары МОФП, первая используется при аппроксимации потоков через поверхность скважины, вторая – на гранях, разделяющих КО [9] (рис. 2).

На рис. 3 показано, насколько удается повысить точность воспроизведения кривой обводнения скважины $\eta(t) = q_1(t)/q(t)$ на основе решения на грубой сетке за счет использования МОФП в случае однородного заводнения пласта, то есть когда однородное граничное условие $s_\Gamma(\psi) \equiv 1$ полностью соответствует допущениям, заложенным в процедуры вычисления МОФП.

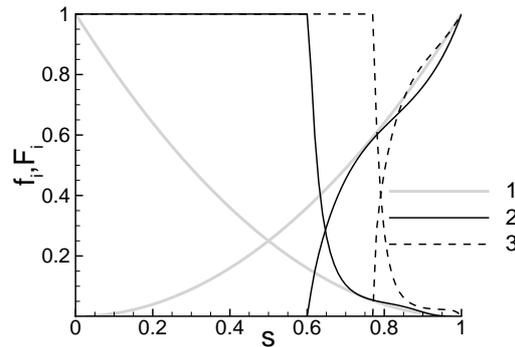


Рис. 2. Кривые относительных фазовых проницаемостей: 1 – ОФП, 2 – МОФП на скважине, 3 – МОФП на внутренних гранях

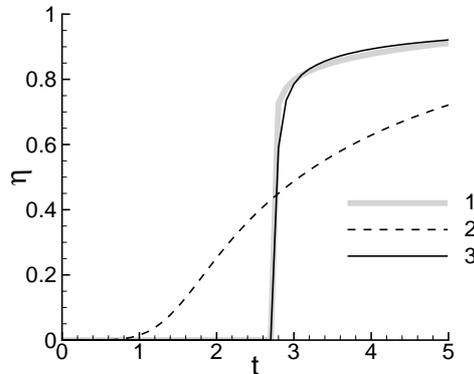


Рис. 3. Кривая обводнения скважины: 1 – детальная сетка, 2 – грубая сетка с ОФП, 3 – грубая сетка с МОФП

Сформулируем теперь алгоритм, позволяющий при расчете на грубой сетке использовать МОФП, построенные в предположении об однородном заводнении зоны дренирования скважины, также и в случае различного распределения водонасыщенности вдоль границы данной зоны. Реализация таких условий на реальных объектах моделирования является следствием неравномерной расстановки нагнетательных скважин и близости зоны дренирования скважин к контуру нефтеносности пласта.

4. Алгоритм учета неоднородности заводнения

Обозначим через V_0 КО, содержащий добывающую скважину, а через V_i , $i \geq 1$ – окружающие его конечные объемы. Со стороны всех КО V_i , обладающих в общем случае различной средней насыщенностью \bar{s}_i , в КО V_0 через грани Γ_i , отделяющие его от КО V_i , поступает двухфазный поток с различной долей воды. Вся водная фаза, содержащаяся в КО V_0 , выражается в расчетной схеме средней величиной насыщенности \bar{s}_0 . Очевидно, что использование такого среднего по всему КО значения насыщенности как аргумента функции $F(\bar{s})$ при вычислении обводнения скважины без учета опережающих прорывов воды со стороны наиболее заводненных участков зоны дренирования приведет к значительной погрешности расчетов.

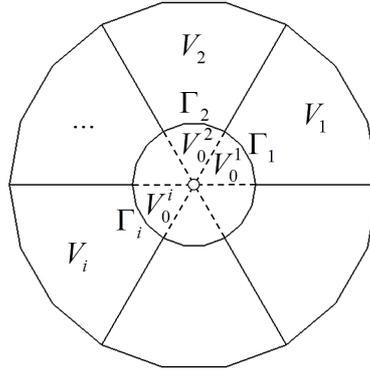


Рис. 4. Схема мнимых секторов в содержащем скважину КО

Для формулировки алгоритма учета неоднородности заводнения содержащий скважину КО V_0 мысленно разделим на секторы V_0^i , каждый из которых прилегает к сторонам соседних КО V_i грубой сетки (рис. 4). При этом основная расчетная сетка сохраняется, то есть в вычислительную схему модели по-прежнему будет входить только средняя насыщенность \bar{s}_0 в КО V_0 . Основная идея изложенного ниже алгоритма заключается в том, что в пределах каждого сектора течение считается близким к радиальному, а значит, распределение насыщенности в нем слабо зависит от угловой координаты ψ . Тогда в каждом секторе V_0^i по отдельности можно использовать МОФП, построенные в результате решения радиальной задачи. Остается оценить величины средних насыщенностей \bar{s}_0^i в секторах V_0^i .

Будем опираться на следующие допущения и аппроксимации.

1. В любой момент времени отбор воды q_1 скважиной вычисляется как сумма потоков водной фазы из каждого сектора с помощью аппроксимации

$$q_1 = \sum_i \int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} F(\bar{s}_0^i) u \rho d\psi \approx \sum_i F(\bar{s}_0^i) u^i \gamma_i,$$

где $\gamma_i = \rho d_i$, $d_i = \psi_{i+1} - \psi_i$.

2. Скорости фильтрации u^i двухфазной смеси на самой поверхности скважины со стороны всех секторов V_0^i одинаковы и выражаются через суммарный дебит:

$$u^i \equiv u = q / \sum_i \gamma_i = q / 2\pi\rho.$$

Тогда отбор воды q_1 скважиной вычисляется как сумма

$$q_1 \approx u \sum_i F(\bar{s}_0^i) \gamma_i = \frac{q}{2\pi\rho} \sum_i F(\bar{s}_0^i) \gamma_i. \quad (12)$$

3. Средняя насыщенность \bar{s}_0^i в секторе V_0^i пропорциональна средней насыщенности \bar{s}_i в инцидентном КО V_i :

$$\bar{s}_0^i = \alpha^i \bar{s}_i. \quad (13)$$

4. Коэффициенты пропорциональности одинаковы для всех секторов $\alpha^i \equiv \alpha$ и определяются из условия баланса $V_0 \bar{s}_0 = \sum_i V_0^i \bar{s}_0^i$, откуда

$$\alpha = (V_0 \bar{s}_0) / \sum_i V_0^i \bar{s}_i. \quad (14)$$

5. Эффективная гидропроводность Φ^0 в центральном КО аппроксимируется формулой

$$\Phi^0 \approx \sum_i |\Gamma_i| \Phi_0^i / \sum_i |\Gamma_i|, \quad \Phi_0^i = \Phi(\bar{s}_0^i).$$

Объемы $|V_0^i|$ секторов и площади γ_i выразим через используемые в основной расчетной схеме площади $|\Gamma_i|$ граней. Учитывая, что радиус центрального КО $R \gg \rho$, величиной ρ^2 можно пренебречь:

$$|V_0^i| \approx \frac{R^2 - \rho^2}{2} d_i \approx \frac{R^2}{2} d_i \approx \frac{|\Gamma_i| R}{2}, \quad \gamma_i = |\Gamma_i| \frac{\rho}{R}.$$

Тогда формула (14) для вычисления средних насыщенныхностей (13) переписывается в виде

$$\alpha = \bar{s}_0 \sum |\Gamma_i| / \sum \bar{s}_i |\Gamma_i|,$$

а формула (12) для вычисления дебита воды принимает вид

$$q_1 = q \sum F(\bar{s}_0^i) |\Gamma_i| / \sum |\Gamma_i|.$$

5. Тестирование

5.1. Одиночная скважина. Рассмотрим сначала эффективность применения изложенного способа учета неоднородности заводнения на примере моделирования области дренирования одиночной скважины. Для описания неоднородности заводнения в граничных условиях (5) используем функцию

$$s_\Gamma(\psi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \psi < \beta, \\ 1, & \beta \leq \psi < 2\pi \end{cases} \quad (15)$$

и введем параметр $\lambda = \beta/2\pi$. Тестовые расчеты были выполнены для шести значений $\beta = \{0; \pi/3; 2\pi/3; \pi; 4\pi/3; 5\pi/3\}$ или $\lambda = \{0; 0.17; 0.33; 0.5; 0.67; 0.83\}$. Значение $\lambda = 0$ соответствует случаю однородных граничных условий.

Задача (1)–(3) с условиями (5), (15) решалась тремя способами: 1) на детальной расчетной сетке (эти результаты будем называть «точным» решением); 2) на грубой сетке без учета неоднородности и 3) на грубой сетке с учетом неоднородности заводнения.

На рис. 5 показано сравнение трех основных характеристик процесса – динамики средней насыщенности \bar{s}_0 в центральном КО, суммарного дебита q и дебита по воде q_1 при $\beta = 2\pi/3$ и $\beta = 4\pi/3$ для случая $K_\mu = 1$. Видно, что учет неоднородности заводнения значительно приближает решение, полученное на грубой сетке, к «точному» решению.

Для количественной оценки рассмотрим невязки

$$R_\omega = \frac{1}{N_t} \sum_i |\omega_i^f - \omega_i^c|, \quad \omega = \bar{s}_0, q, q_1,$$

где верхними индексами f и c обозначены соответственно значения, полученные на основании решения на детальной (“fine”) и грубой (“coarse”) сетках. На рис. 6 показана зависимость данных невязок от параметра λ при $K_\mu = 1$ и $K_\mu = 0.5$.

5.2. Участок системы заводнения. Рассмотрим теперь применение изложенного алгоритма в более общем случае – при моделировании участка пласта

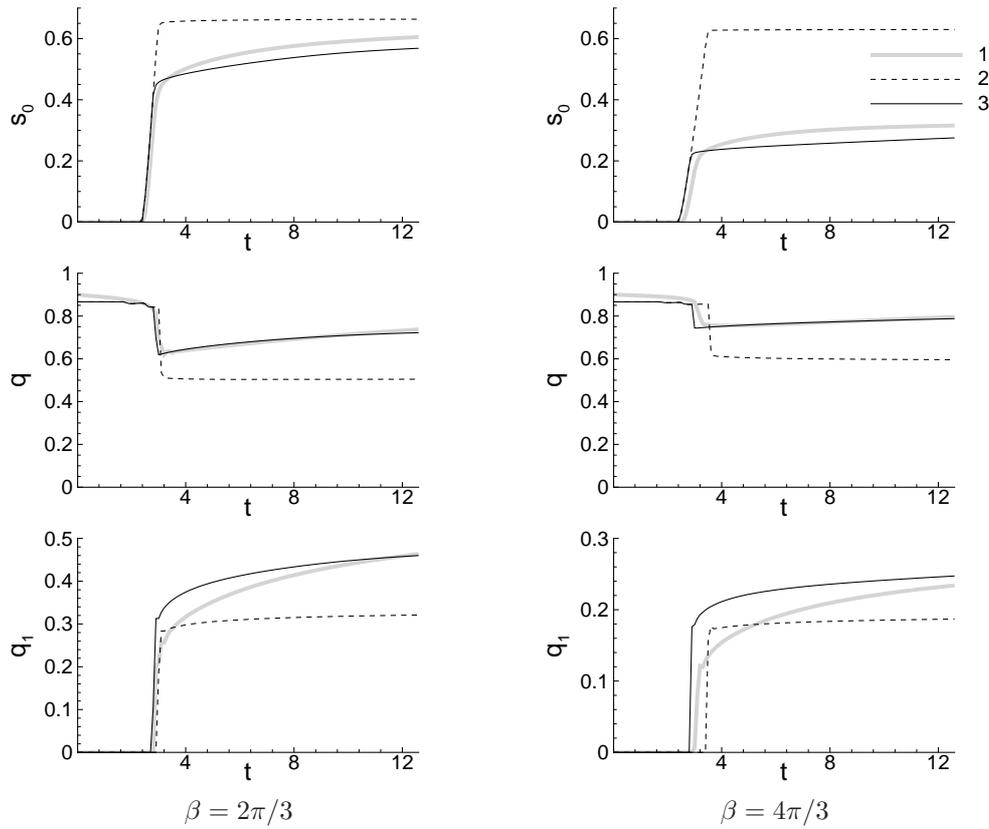


Рис. 5. Сравнение результатов расчета на детальной (1) и грубой сетках без учета (2) и с учетом (3) неоднородности заводнения

при семиточечной схеме заводнения. В центре участка пласта расположена нагнетательная скважина, на одинаковом расстоянии L от нее симметрично расположены шесть добывающих скважин. Для достоверной имитации структуры фильтрационных потоков при семиточечной расстановке скважин на участке расположены еще шесть нагнетательных скважин со смежных семиточечных элементов (рис. 7, а). Дебит и приемистость всех скважин постоянны, при этом дебиты добывающих скважин одинаковы и равны $q = \tilde{q}$, а значения приемистости нагнетательных скважин существенно различны: у центральной скважины $q = -\tilde{q}$, а у окружающих скважин $q = -0.015\tilde{q}$; $-0.15\tilde{q}$; $-0.3\tilde{q}$; $-0.6\tilde{q}$; $-0.75\tilde{q}$; $-3.0\tilde{q}$ для создания несимметричной структуры заводнения. Все скважины вертикальны и совершенны по степени вскрытия пласта. Отношение вязкостей воды и нефти задавалось как $K_\mu = 0.5$.

В начальный момент времени пласт полностью насыщен нефтью. На границах расчетной области поддерживается постоянное давление $p = 1$.

За «точное» решение принимались результаты решения задачи (1)–(3) на мелкой неструктурированной сетке КО со средним размером ячеек $0.05L$, где L – расстояние между скважинами. Для крупноблочного моделирования данной задачи строилась расчетная сетка со средним размером КО $0.5L$. Построенные таким образом детальная и крупноблочная сетки содержали 11560 КО и 108 КО соответственно. Разработка участка моделировалась до достижения суммарной обводненностью скважин значения $\eta = 0.8$.

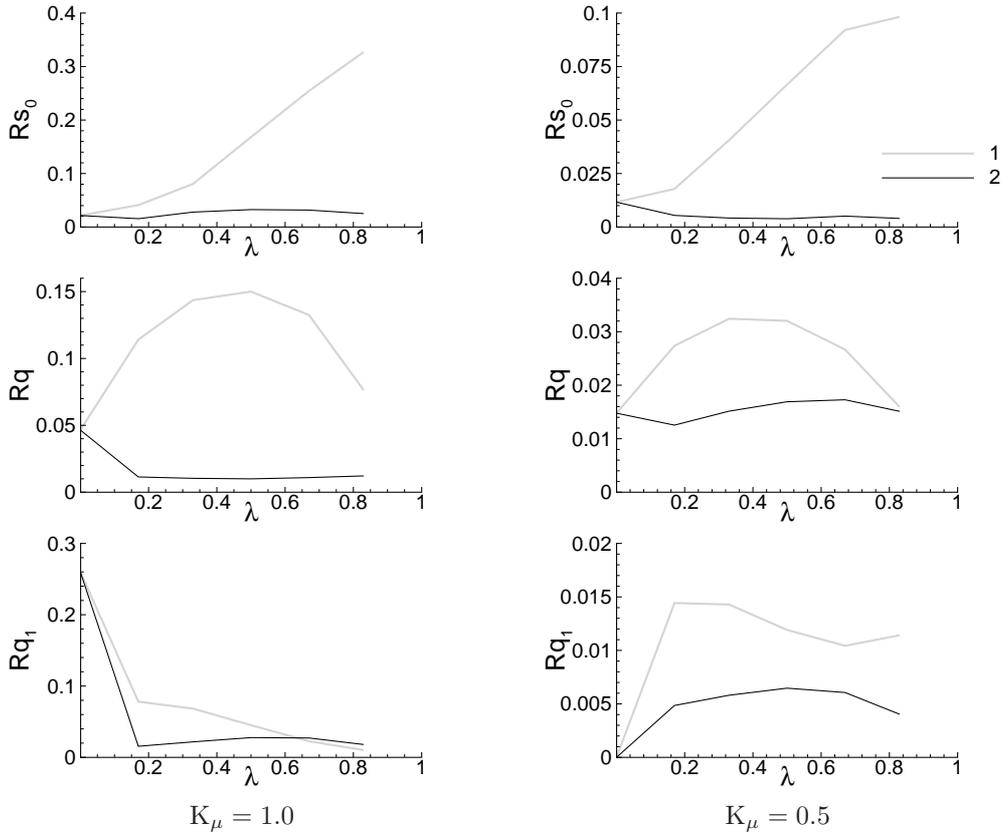


Рис. 6. Зависимость величин невязок от протяженности необводненного участка границы без учета (1) и с учетом (2) неоднородности заводнения

Решение на крупноблочной сетке строилось по методу СЭМ в двух вариантах: с использованием МОФП без учета (а) и с учетом (б) неоднородности заводнения. Длительность численного решения задачи на грубой сетке (без учета затрат на процедуры апскейлинга) оказалось примерно в 80 раз меньше времени решения на детальной сетке.

На рис. 7, б показана динамика суммарного обводнения скважин, построенная по результатам трех вариантов численного моделирования. Видно, что применение изложенного алгоритма учета неоднородности заводнения повышает качество описания данной кривой, особенно на начальных этапах обводнения скважин.

Точность крупноблочного моделирования оценивалась по величинам средне-квадратического отклонения:

$$E_Q = E(Q_0), \quad E_\eta = E(\eta), \quad E_{\eta w} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 E(\eta^i);$$

$$E(\omega) = \left(\frac{1}{T} \int_0^T (\omega^*(t) - \omega(t))^2 dt \right)^{1/2},$$

где $Q_0(t)$ – накопленный отбор нефти со всего участка, нормированный на величину начальных запасов нефти; $\eta(t)$, $\eta^i(t)$ – текущая доля воды в дебите жидкости

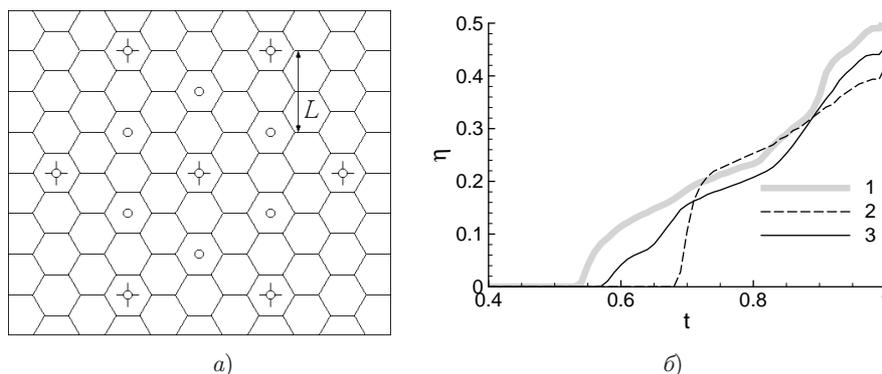


Рис. 7. Участок пласта с семиточечной разработкой: а) схема расположения скважин и покрытие участка грубой сеткой; б) суммарное обводнение продукции добывающих скважин на детальной (1) и грубой расчетных сетках без учета (2) и с учетом (3) неоднородности заводнения

Табл. 1

Величины невязок при крупноблочном моделировании участка пласта без учета (I) и с учетом (II) неоднородности заводнения

Варианты расчета	Невязки		
	E_Q	E_η	$E_{\eta w}$
I	0.0061	0.063	0.151
II	0.0045	0.046	0.097

суммарно по всем скважинам и отдельно для скважины под номером i ; T – моделируемый период времени.

Применение алгоритма учета неоднородности заводнения при решении задачи на грубой сетке привело к относительному снижению указанных невязок в среднем на 25% (табл. 1).

Заключение

Предложен простой способ приближенного учета неоднородного локального распределения насыщенности внутри конечного объема грубой сетки, содержащего в центре добывающую скважину, при его неравномерном заводнении с различных сторон.

Основное допущение, используемое для реализации данного способа, заключается в предположении о том, что средние насыщенности во внутренних секторах (см. рис. 4) и в инцидентных им внешних конечных объемах грубой сетки пропорциональны с единым коэффициентом пропорциональности.

Показано, что такой упрощенный способ способен значительно снизить одновременно величины невязок при вычислении суммарного дебита, обводненности скважины и средней насыщенности в содержащем ее конечном объеме.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства РТ (проекты № 15-41-02698, 15-41-02699).

Литература

1. Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И., Булыгин Д.В. Моделирование разработки нефтяных месторождений методом суперэлементов // Матем. моделирование. – 2013. – Т. 25, № 8. – С. 51–64.
2. Amaziane B., Bourgeat A., Koebe J. Numerical simulation and homogenization of two-phase flow in heterogeneous porous media // Transp. Porous Media. – 1991. – V. 6, No 5. – P. 519–547.
3. Christie M.A. Upscaling for reservoir simulation // J. Pet. Technol. – 1996. – V. 48, No 11. – P. 1004–1010.
4. Farmer C.L. Upscaling: A review // Int. J. Numer. Methods Fluids. – 2002. – V. 40, No 1–2. – P. 63–78. – doi: 10.1002/fld.267.
5. Durlofsky L.J. Coarse scale models of two phase flow in heterogeneous reservoirs: volume averaged equations and their relationship to existing upscaling techniques // Comput. Geosci. – 1998. – V. 2, No 2. – P. 73–92.
6. Jacks H.H., Smith O.J.E., Mattax C.C. The modelling of a three-dimensional reservoir with a two-dimensional reservoir simulator – the use of dynamic pseudo functions // Soc. Pet. Eng. J. – 1973. – V. 13, No 3. – P. 175–85.
7. Gasda S.E., Celia M.A. Upscaling relative permeabilities in a structured porous medium // Adv. Water Res. – 2005. – V. 28, No 5. – P. 493–506. – doi: 10.1016/j.advwatres.2004.11.009.
8. Поташев К.А. Апскейлинг относительных фазовых проницаемостей в несообщающемся слоистом пласте // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2014. – Т. 156, кн. 2. – С. 120–134.
9. Мазо А.Б., Поташев К.А. Апскейлинг относительных фазовых проницаемостей для суперэлементного моделирования разработки нефтяных пластов // Матем. моделирование. – 2017. – Т. 29, № 3. – С. 81–94.
10. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 211 с.

Поступила в редакцию
21.12.16

Поташев Константин Андреевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры аэрогидромеханики

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: kpotashev@mail.ru

Абдрашитова Линара Рашидовна, магистрант кафедры аэрогидромеханики.

Казанский (Приволжский) федеральный университет
ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия
E-mail: lina.abdrashitova@yandex.ru

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2017, vol. 159, no. 1, pp. 116–129

Accounting the Heterogeneous Waterflooding of the Near-Well Drainage Area for Coarse Scale Simulation of Petroleum Reservoir

*K.A. Potashev**, *L.R. Abdrashitova***

Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

E-mail: **kpotashev@mail.ru*, ***lina.abdrashitova@yandex.ru*

Received December 21, 2016

Abstract

A method for taking into account lateral flooding heterogeneity in the near-well area enclosed within a single coarse grid block containing the production well has been introduced. The algorithm has been designed for coarse-scale finite volume simulation of two-phase flow in the petroleum reservoir. It can significantly improve the accuracy of calculating the total well rate and water cut, as well as the average saturation in the near-wellbore grid block. The advantage of this method is that upscaled relative permeability functions can be modified functions derived from the simplified upscaling problem solutions that does not require significant computational cost assuming radial symmetry of the flow with a uniform waterflooding of the grid block. The efficiency of the method has been demonstrated by the example of the local problem for a single wellbore in the formation with inhomogeneous boundary conditions for the saturation and by the example of superelement simulation of the reservoir with the seven-spotted placement of wells with various flow rates.

Keywords: two-phase filtration, coarse-scale simulation, relative permeability, upscaling, rescaling, superelements, heterogeneous waterflooding

Acknowledgments. The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Republic of Tatarstan (projects no. 15-41-02698 and 15-41-02699).

Figure Captions

- Fig. 1. Matching of the coarse model grid and superelement grid.
- Fig. 2. Relative permeability curves: 1 –RP, 2 –MRP at the well, 3 – MRP on the inner edges.
- Fig. 3. The waterflooding curve of the well: 1 – detailed grid, 2 – coarse grid with RP, 3 – coarse grid with MRP.
- Fig. 4. The scheme of spurious sectors in FV of the well.
- Fig. 5. Comparison of the computation results for the detailed (1) and coarse grids without (2) and with account of (3) heterogeneous waterflooding.
- Fig. 6. The dependence of closing error values on unwatered regionlength without account (1) and with account (2) of heterogenous waterflooding.
- Fig. 7. A reservoir region with seven-spot flooding system: *a*) scheme of well layout and coarse grid solution; *b*) total waterflooding of well products on the detailed (1) and coarse grids without account (2) and with account of heterogenous waterflooding.

References

1. Mazo A.B., Potashev K.A., Kalinin E.I., Bulygin D.V. Oil reservoir simulation with the superelement method. *Mat. Model.*, 2013, vol. 25, no. 8, pp. 51–64. (In Russian)
2. Amaziane B., Bourgeat A., Koebbe J. Numerical simulation and homogenization of two-phase flow in heterogeneous porous media. *Transp. Porous Media*, 1991, vol. 6, no 5, pp. 519–547.
3. Christie M. A. Upscaling for reservoir simulation. *J. Pet. Technol.*, 1996, vol. 48, no. 11, pp. 1004–1010.
4. Farmer C.L. Upscaling: A review. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 2002, vol. 40, no. 1–2, pp. 63–78. doi: 10.1002/flid.267.
5. Durlinsky L.J. Coarse scale models of two phase flow in heterogeneous reservoirs: Volume averaged equations and their relationship to existing upscaling techniques. *Comput. Geosci.*, 1998, vol. 2, no 2, pp. 73–92.
6. Jacks H.H., Smith O.J.E., Mattax C.C. The modelling of a three-dimensional reservoir with a two-dimensional reservoir simulator – the use of dynamic pseudo functions. *Soc. Pet. Eng. J.*, 1973, vol. 13, no. 3, pp. 175–185.
7. Gasda S.E., Celia M.A. Upscaling relative permeabilities in a structured porous medium. *Adv. Water Resour.*, 2005, vol. 28, no. 5, pp. 493–506. doi: 10.1016/j.advwatres.2004.11.009.
8. Potashev K.A. Upscaling of relative phase permeabilities in an isolated stratified reservoir. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2014, vol. 156, no. 2, p. 120–134. (In Russian)
9. Mazo A.B., Potashev K.A. Relative phase permeability upscaling for super element model of petroleum reservoirs. *Mat. Model.*, 2017, vol. 29, no. 3, pp. 81–94. (In Russian)
10. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M., *The Motion of Fluids and Gases in Natural Strata*. Moscow, Nedra, 1984, 211 p. (In Russian)

Для цитирования: Поташев К.А., Абдрашитова Л.Р. Учет неоднородности заводнения области дренирования скважины при крупноблочном моделировании разработки нефтяного пласта // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2017. – Т. 159, кн. 1. – С. 116–129.

For citation: Potashev K.A., Abdrashitova L.R. Accounting the heterogeneous waterflooding of the near-well drainage area for coarse scale simulation of petroleum reservoir. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2017, vol. 159, no. 1, pp. 116–129. (In Russian)