И З В Е С Т И Я   В Ы С Ш И Х   У Ч Е Б Н Ы Х   З А В Е Д Е Н И Й

2000 МАТЕМАТИКА № 10 (461)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 517.444

В.А. КАКИЧЕВ, НГУЕН СУАН ТХАО

ОБОБЩЕННЫЕ СВЕРТКИ H-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Обобщенные интегральные свертки, порожденные тремя операторами, впервые рассматривались в [1] для преобразований типа Меллина [2], далее в [3] для G-преобразований [4] и в [5] для преобразований типа Конторовича–Лебедева [6]. В [7] предложен конструктивный метод определения наиболее общих интегральных сверток с весом, позволяющий построить новые типы сверток, в том числе обобщенные интегральные свертки, порожденные тремя преобразованиями Фурье, косинус- и синус-Фурье [8]. Там же дано приложение этих сверток к решению систем интегральных уравнений.

В данной работе построены свертки по трем H-преобразованиям и изучены свойства этих сверток. Отметим следующий любопытный факт: ядро свертки однозначно определяет все три H-преобразования, порождающие свертку (теорема 2). Дано приложение полученных сверток к решению систем уравнений в свертках общего вида (теорема 4) и приведены примеры таких систем.

1. Обобщенные свертки

Определение 1 [9]. H_k-преобразования введем равенствами

$$F_k(x) = (H_k f_k)(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_\sigma X^{p^k}_{\overline{m}^k,\overline{a}^k,\overline{\alpha}^k}(s) f_k^*(s) x^{-s} ds, \quad k=\overline{1,3}, \tag{1}$$

где

$$X^{p^k}_{\overline{m}^k,\overline{a}^k,\overline{\alpha}^k}(s) = \prod_{j=1}^{p^k} \Gamma^{m_j^k}(b_j^k + \alpha_j^k s), \quad b_j^k = \tfrac12 - (a_j^k - \tfrac12)\operatorname{sign}(\alpha_j^k),$$
$$m_j^k \in Z, \quad a_j^k \in \mathbb{C}, \quad \alpha_j^k \in \mathbb{R}, \quad \overline{m}^k = (m_1^k,\dots,m_{p_k}^k), \quad \overline{a}^k = (a_1^k,\dots,a_{p_k}^k), \quad \overline{\alpha}^k = (\alpha_1^k,\dots,\alpha_{p_k}^k).$$

При этом $\alpha^k + 1 > (2\operatorname{Re} a_j^k - 1)\operatorname{sign}(\alpha_j^k)$, $j=\overline{1,p^k}$. $f^*(s)$ — преобразование Меллина [8] функции $f(x)$, $\sigma = \{s,\ \operatorname{Re} s = \frac12\}$.

Определение 2. Обобщенные свертки H_k-преобразования (1) определяются следующим образом:

$$(f_i \overset{k}{*} f_j)(x_k) = \frac{1}{x_k}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} \Theta_k(x_k,s,t) f_i(s) f_j(t) ds\, dt, \tag{2}$$

где [10], [11]

$$\Theta_k(x_k,s,t) = \frac{1}{st} H\left(\begin{matrix} x_k/s \\ \\ x_k/t\end{matrix}\ \middle|\ \begin{matrix} p^i & \overline{m}^i & \overline{a}^i & \overline{\alpha}^i \\ p^j & \overline{m}^j & \overline{a}^j & \overline{\alpha}^j \\ p^k & -\overline{m}^k & \overline{a}^k & \overline{\alpha}^k \end{matrix}\right),$$
$$i,j,k = 1,2,3, \quad i\ne j, \quad j \ne k, \quad k \ne i.$$

Теорема 1 (ср. [12], [9]). *Обобщенные свертки* (2) *для H_k-преобразований* ($k = \overline{1,3}$) *существуют в пространствах $\Im\Re^{-1}_{c_k,\gamma_k}(L)$ тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия*:

$$2\,\mathrm{sign}(c_k - c_0^k + c_0^j) + \mathrm{sign}(\gamma_k - \gamma_0^k + \gamma_0^i + \delta_k) \ge 0,$$
$$2\,\mathrm{sign}(c_k - c_0^k + c_0^i) + \mathrm{sign}(\gamma_k - \gamma_0^k + \gamma_0^j + \delta_k) \ge 0,$$
$$2\,\mathrm{sign}(2c_k + c_0^i + c_0^j) + \mathrm{sign}(2\gamma_k + 1 + \gamma_0^i + \gamma_0^j) \ge 0,$$
$$\mathrm{sign}(c_k - c_0^k + c_0^i) + \mathrm{sign}(c_k - c_0^k + c_0^j) + \mathrm{sign}(2c_k + c_0^i + c_0^j) + 2\,\mathrm{sign}(\gamma_k - \gamma_0^k + \gamma_0^i + \gamma_0^j + \delta_k) \ge 0,$$

где (c_0^k, γ_0^k), $\Im\Re^{-1}_{c_k,\gamma_k}(L)$ *определены в* [12], [9], [13], [14],

$$\delta_k = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{p_k} m_j^k \alpha_j^k, \quad i,j,k = 1,2,3, \quad i \ne j, \quad j \ne k, \quad k \ne i.$$

Обобщенные свертки (2) *принадлежат пространствам $\Im\Re^{-1}_{c^k,\gamma^k}(L)$, в которых*

$$(c^k, \gamma^k) = \begin{cases} \left(\min\begin{Bmatrix} c_k + c_0^i - c_0^k \\ c_k + c_0^j - c_0^k \end{Bmatrix}, \ \begin{matrix} \gamma_k + \gamma_0^i - \gamma_0^k + \delta_k \\ \gamma_k + \gamma_0^j - \gamma_0^k + \delta_k \end{matrix}\right), & c_0^i \ne c_0^j; \\ (c_k + c_0^i - c_0^k, \ \min(\gamma_k + \gamma_0^i - \gamma_0^k + \delta_k, \ 2\gamma_k + \gamma_0^i + \gamma_0^j - \gamma_0^k + \delta_k)), & c_0^i = c_0^j, \end{cases}$$

и имеют место факторизационные равенства

$$H_k(f_i \overset{k}{*} f_j)(x) = (H_i f_i)(x)(H_j f_j)(x).$$

Кроме того, если существуют такие пары (l_k, h_k), что свертки $(f_i \overset{k}{*} f_j) \in \Im\Re^{-1}_{l_k,h_k}(L)$ при всех $f_i(x), f_j(x) \in \Im\Re^{-1}_{c_k,\gamma_k}(L)$, то $\Im\Re^{-1}_{c^k,\gamma^k}(L) \subset \Im\Re^{-1}_{l_k,h_k}(L)$.

Пусть [15]

$$(H_1 f)(x) = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{x}{t}} f(t)\frac{dt}{t}, \quad (H_2 g)(x) = \int_0^{+\infty} \cos\left(2\sqrt{\frac{x}{t}}\right) g(t)\frac{dt}{t},$$
$$(H_3 h)(x) = \int_0^{+\infty} \sin\left(2\sqrt{\frac{x}{t}}\right) h(t)\frac{dt}{t}.$$

В силу определения 2 и теоремы 1 обобщенные свертки этих H_i-преобразований, $i = \overline{1,3}$, имеют вид

$$(f_i \overset{k}{*} f_j)(x_k) = \frac{1}{x_k}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} \Xi_k(x_k, s, t) f_i(s) f_j(t)\, ds\, dt,$$

где

$$i,j,k = 1,2,3, \quad i \ne j, \quad j \ne k, \quad k \ne i,$$

$$\Xi_1(x_1, s, t) = \frac{1}{st} H\left(\begin{matrix} x_1/s \\ \\ x_1/t \end{matrix} \;\middle|\; \begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 1; & 1 & -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & 1; & 1 & -1 & 1 & -1 \\ & & 1 & -1 & 0 & 1 & & \end{matrix}\right),$$

$$\Xi_2(x_2, s, t) = \frac{1}{st} H\left(\begin{matrix} x_2/s \\ \\ x_2/t \end{matrix} \;\middle|\; \begin{matrix} & & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & 1; & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1; & 1 & 1 & \frac{1}{2} & -1 \end{matrix}\right),$$

$$\Xi_3(x_3, s, t) = \frac{1}{st} H\left(\begin{matrix} x_3/s \\ \\ x_3/t \end{matrix} \;\middle|\; \begin{matrix} & & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\ 1 & 1 & 0 & 1; & 1 & -1 & \frac{1}{2} & -1 \\ 1 & -1 & \frac{1}{2} & 1; & 1 & 1 & 1 & -1 \end{matrix}\right).$$

Кроме того, справедливы следующие утверждения:

а) $(f_1 \overset{3}{*} f_2)(x_3) \in \Im\Re^{-1}_{c^3,\gamma^3}(L)$, $c^3 = c_3 + \frac{1}{2}$, $\gamma^3 = \gamma_3 - 1$, для всех $f_1, f_2 \in \Im\Re^{-1}_{c_3,\gamma_3}(L)$, $c_3 > \frac{1}{2}$ $\forall\gamma_3 \in \mathbb{R}$ и $c_3 = \frac{1}{2}$, $\gamma_3 \geq 1$;

б) $(f_1 \overset{2}{*} f_3)(x_2) \in \Im\Re^{-1}_{c^2,\gamma^2}(L)$, $c^2 = c_2$, $\gamma^2 = \gamma_2 - 1$, для всех $f_1, f_3 \in \Im\Re^{-1}_{c_2,\gamma_2}(L)$, $c_2 > \frac{1}{2}$ $\forall\gamma_2 \in \mathbb{R}$, $0 < c_2 \leq \frac{1}{2}$, $\gamma_2 \geq -2$ и $c_2 = 0$, $\gamma_2 \geq -\frac{1}{4}$;

в) $(f_2 \overset{1}{*} f_3)(x_1) \in \Im\Re^{-1}_{c^1,\gamma^1}(L)$, $c^1 = c_1 - \frac{1}{2}$, $\gamma^1 = \min(\gamma_1, 2\gamma_1 + \frac{1}{2})$, для всех $f_2, f_3 \in \Im\Re^{-1}_{c_1,\gamma_1}(L)$, $c_1 > \frac{1}{2}$ $\forall\gamma_1 \in \mathbb{R}$ и $c_1 = \frac{1}{2}$, $\gamma_1 \geq 0$.

Теорема 2. *Пусть дана H-функция двух переменных* [11]

$$H(x,y,\alpha,a,b) = \frac{1}{(2\pi i)^2}\int_{\sigma_s}\int_{\sigma_t}\prod_{i=1}^{m}\Gamma^{n_i}(\alpha_i + a_i s + b_i t)x^{-s}y^{-t}ds\,dt, \tag{3}$$

в которой коэффициенты a_i, b_i удовлетворяют условиям

1. $$\sum_{i=1}^{m} a_i^2 \neq 0, \quad \sum_{i=1}^{m} b_i^2 \neq 0, \quad \sum_{i=1}^{m} a_i^2 b_i^2 \neq 0; \tag{4}$$

2. *$a_i = cb_i$, где c — некоторая константа, а $a_i b_i \neq 0$.*

Тогда существуют единственным образом определяемые H_k-преобразования, $k = \overline{1,3}$, для которых справедливо факторизационное равенство

$$H_3(f_1 \overset{3}{*} f_2)(x) = (H_1 f_1)(x)(H_2 f_2)(x), \tag{5}$$

где

$$(f_1 \overset{3}{*} f_2)(x_3) = \frac{c}{x_3}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty} H\left(\left(\frac{x_3}{u}\right)^c, \frac{x_3}{v}, \alpha, a, b\right) f_1(u) f_2(v)\frac{du}{u}\frac{dv}{v}.$$

В силу условия (4) H-функцию (3) можно переписать в виде [10]

$$H(x,y,\alpha,a,b) = \frac{1}{c}H\left(\begin{array}{c|cccc} x^{\frac{1}{c}} & m_1 & \overline{n}_1 & \overline{\alpha}_1 & \overline{a}_1 \\ & m_2 & \overline{n}_2 & \overline{\alpha}_2 & \overline{b}_2 \\ y & m_3 & \overline{n}_3 & \overline{\alpha}_3 & \overline{b}_3 \end{array}\right),$$

в котором

$$\{1,2,\ldots,m\} = I_{m_1} \cup I_{m_2} \cup I_{m_3}, \quad I_{m_i} \neq \emptyset, \quad I_{m_i} \cap I_{m_j} \neq \emptyset, \quad i \neq j, \quad i,j = \overline{1,3},$$
$$a_i \neq 0, \quad b_i = 0, \quad i \in I_{m_i}; \quad a_i = 0, \quad b_i \neq 0, \quad i \in I_{m_2}; \quad a_i b_i \neq 0, \quad i \in I_{m_3}.$$

Следовательно,

$$H\left(\left(\frac{x_3}{u}\right)^c, \frac{x_3}{v}, \alpha, a, b\right) = \frac{1}{c}H\left(\begin{array}{c|cccc} x_3/u & m_1 & \overline{n}_1 & \overline{\alpha}_1 & \overline{a}_1 \\ & m_2 & \overline{n}_2 & \overline{\alpha}_2 & \overline{b}_2 \\ x_3/v & m_3 & \overline{n}_3 & \overline{\alpha}_3 & \overline{b}_3 \end{array}\right).$$

Отсюда следует существование единственным образом определяемых H_k-преобразований, $k = \overline{1,3}$, ядра которых соответственно имеют вид

$$h_1(s) = X^{m_1}_{\overline{n}_1,\overline{\alpha}_1,\overline{a}_1}(s), \quad h_2(s) = X^{m_2}_{\overline{n}_2,\overline{\alpha}_2,\overline{b}_2}(s), \quad h_3(s) = X^{m_3}_{-\overline{n}_3,\overline{\alpha}_3,\overline{b}_3}(s),$$

и справедливо равенство (5).

Теорема 3. *Обобщенные свертки* (2) *коммутативны, не ассоциативны и справедливы равенства*

а) $(f_i \overset{j}{*} f_k) \overset{k}{*} g_i = f_i \overset{k}{*} (f_k \overset{j}{*} g_i)$;

б) $((f_j \overset{i}{*} f_k) \overset{j}{*} g_k) \overset{k}{*} g_i = f_j \overset{k}{*} (f_k \overset{i}{*} (g_k \overset{j}{*} g_i))$.

Здесь $i, j, k = 1, 2, 3$, $i \neq j$, $j \neq k$, $k \neq i$.

Например, утверждение а) теоремы 3 вытекает из теоремы 1, определения 2 и равенств

$$H_k((f_i \overset{j}{*} f_k) \overset{k}{*} g_i)(x) = H_j(f_i \overset{j}{*} f_k)(x)(H_i g_i)(x) =$$
$$= (H_i f_i)(x)(H_k f_k)(x)(H_i g_i)(x) = (H_i f_i)(x) H_j(f_k \overset{j}{*} g_i)(x) = (H_k(f_i \overset{k}{*} (f_k \overset{j}{*} g_i)))(x).$$

Следствие 1. Справедливы равенства
а) $(f_i \overset{j}{*} f_r) \overset{k}{*} g_i = f_i \overset{j}{*} (f_r \overset{k}{*} g_i)$, где $i, j, k, r = \overline{1,4}$, $i \neq j$, $i \neq k$, $i \neq r$, $j \neq k$, $j \neq r$, $k \neq r$;
б) $((f_k \overset{i}{*} f_r) \overset{j}{*} g_r) \overset{k}{*} g_i = f_k \overset{i}{*} (f_r \overset{j}{*} (g_r \overset{k}{*} g_i))$.

2. Приложение к интегральным уравнениям

1. Пусть $h(x) \in \Im\Re^{-1}_{c,\gamma}(L)$, $c > \frac{1}{2}$ $\forall \gamma \in \mathbb{R}$ и $c = \frac{1}{2}$, $\gamma \geq 0$, тогда в силу формулы 3.548.3 ([16], с. 198) интегральное уравнение

$$\lambda \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_1(x,s,t) \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right) f(t) ds\, dt = \pi x h(x), \quad \lambda \neq 0,$$

имеет решение

$$f(x) = \frac{1}{\pi\lambda}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) \overset{1}{*} h\right)(x) \in \Im\Re^{-1}_{c^1,\gamma^1}(L),$$

где $c^1 = c - \frac{1}{2}$, $\gamma^1 = \min(\gamma, 2\gamma + \frac{1}{2})$, ядра $\Xi_1(x,s,t)$ и ниже $\Xi_2(x,s,t)$, $\Xi_3(x,s,t)$ определены на стр. 80.

2. Пусть $\xi_1(x), \xi_2(x) \in \Im\Re^{-1}_{c,\gamma}(L)$, $c > \frac{1}{2}$ $\forall \gamma \in \mathbb{R}$ и $c = \frac{1}{2}$, $\gamma > 0$. Применяя формулы 3.522.2 ([16], с. 190), 3.548.3 ([16], с. 198), 7.1.1 ([17], с. 341), убедимся, что система двух уравнений

$$\lambda_{11} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_1(x,s,t) H((1-s)s) \varphi_1(t) ds\, dt + \frac{\lambda_{12}}{2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_1(x,s,t) \varphi_2(s) ds\, dt = x\xi_1(x),$$
$$\frac{\lambda_{21}}{2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_2(x,s,t) \varphi_1(s) ds\, dt + \frac{\lambda_{22}}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_2(x,s,t) \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right) \varphi_2(s) ds\, dt = x\xi_2(x),$$

где $H(x(1-x))$ — функция Хевисайда [15], при $\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21} \neq 0$ имеет решение, представимое в виде

$$\varphi_1(x) = \lambda_{22}(\xi_1 \overset{1}{*} H(u(1-u)))(x) - \lambda_{12}\left(\xi_2 \overset{1}{*} \frac{1}{2}\right)(x) \in \Im\Re^{-1}_{c^1,\gamma^1}(L),$$
$$\varphi_2(x) = \frac{\lambda_{11}}{\pi}\left(\xi_2 \overset{2}{*} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{u}}\right)\right)(x) - \lambda_{21}\left(\xi_1 \overset{2}{*} \frac{1}{2}\right)(x) \in \Im\Re^{-1}_{c^2,\gamma^2}(L),$$

где $c^2 = c$, $\gamma^2 = \gamma - 1$.

3. Используя формулы 3.522.2 ([16], с. 190), 3.548.3 ([16], с. 198), 7.1.1 ([17], с. 341), убедимся, что система трех уравнений

$$\lambda_{11} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_{11}(x,s,t) H((1-s)s) \varphi_1(s) ds\, dt + \frac{\lambda_{12}}{2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_1(x,s,t) \varphi_2(s) ds\, dt +$$
$$+ \frac{\lambda_{13}}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \Xi_1(x,s,t) \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right) \varphi_3(s) ds\, dt = x\xi_1(x),$$

$$\frac{\lambda_{21}}{2}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_2(x,s,t)\varphi_1(s)ds\,dt+\frac{\lambda_{22}}{\pi}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_{22}(x,s,t)\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)\varphi_2(s)ds\,dt+$$
$$\lambda_{23}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_2(x,s,t)H((1-s)s)\varphi_3(s)ds\,dt=x\xi_2(x),$$
$$\frac{\lambda_{31}}{\pi}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_3(x,s,t)\varphi_1(s)\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)ds\,dt+\lambda_{32}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_3(x,s,t)H(s(1-s))\times$$
$$\times\varphi_2(t)ds\,dt+\frac{\lambda_{33}}{2}\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}\Xi_{33}(x,s,t)\varphi_3(s)ds\,dt=x\xi_3(x),$$

где

$$\Xi_{11}(x_1,s,t)=\frac{1}{st}H\left(\begin{matrix}x_1/s\\ \\ x_1/t\end{matrix}\ \middle|\ \begin{matrix}1&1&0&1\\1&1&0&1\\1&-1&0&1\end{matrix}\right),$$
$$\Xi_{22}(x_2,s,t)=\frac{1}{st}H\left(\begin{matrix}x_2/s\\ \\ x_2/t\end{matrix}\ \middle|\ \begin{matrix}1&1&0&1;&1&-1&\frac{1}{2}&-1\\1&1&0&1;&1&-1&\frac{1}{2}&-1\\1&-1&0&1;&1&1&\frac{1}{2}&-1\end{matrix}\right),$$
$$\Xi_{33}(x_3,s,t)=\frac{1}{st}H\left(\begin{matrix}x_3/s\\ \\ x_3/t\end{matrix}\ \middle|\ \begin{matrix}1&1&\frac{1}{2}&1;&1&-1&1&-1\\1&1&\frac{1}{2}&1;&1&-1&1&-1\\1&-1&\frac{1}{2}&1;&1&1&1&-1\end{matrix}\right),$$

$\xi_i(x)\in\Im\Re^{-1}_{c,\gamma}(L)$, $i=\overline{1,3}$, $\triangle\equiv\det(\lambda_{ij})\neq 0$, $c>\frac{1}{2}$ $\forall\gamma\in\mathbb{R}$ и $c=\frac{1}{2}$, $\gamma\geq 1$, имеет решение

$$\varphi_1(x)=\frac{\triangle_{11}}{\triangle}(\xi_1\overset{1}{*}H(u(1-u)))(x)-\frac{\triangle_{12}}{\triangle}\left(\xi_1\overset{1}{*}\frac{1}{2}\right)(x)+\frac{\triangle_{13}}{\pi\triangle}\left(\xi_3\overset{1}{*}\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{u}}\right)\right)(x)\in\Im\Re^{-1}_{c^1,\gamma^1}(L),$$
$$\varphi_2(x)=-\frac{\triangle_{21}}{\triangle}\left(\xi_2\overset{2}{*}\frac{1}{2}\right)(x)+\frac{\triangle_{22}}{\pi\triangle}\left(\xi_2\overset{2}{*}\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{u}}\right)\right)(x)-\frac{\triangle_{23}}{\triangle}(\xi_3\overset{2}{*}H(u(1-u)))(x)\in\Im\Re^{-1}_{c^2,\gamma^2}(L),$$
$$\varphi_3(x)=\frac{\triangle_{31}}{\pi\triangle}\left(\xi_1\overset{3}{*}\,\mathrm{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{u}}\right)\right)(x)-\frac{\triangle_{32}}{\triangle}(\xi_3\overset{2}{*}H(u(1-u)))(x)+\frac{\triangle_{33}}{\triangle}\left(\xi_3\overset{3}{*}\frac{1}{2}\right)(x)\in\Im\Re^{-1}_{c^3,\gamma^3}(L),$$

в котором $c^3=c$, $\gamma^3=\gamma-1$.

Литература

1. Якубович С.Б. *Об одном конструктивном методе построения интегральных сверток* // ДАН БССР. – 1990. – Т. 34. – № 7. – С. 588–591.
2. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. *Вычисление интегралов и преобразование Меллина* // Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Матем. анализ. – 1989. – Т. 27. – С. 3–146.
3. Saigo M., Yakubovich S.B. *On the theory of convolution integrals for G-transforms.* – Fukuoka: Univ. Sci. Reports. – 1991. – V. 21. – № 2. – P. 181–193.
4. Ву Ким Туан, Маричев О.И., Якубович С.Б. *Композиционная структура интегральных преобразований* // ДАН СССР. – 1986. – Т. 286. – № 3. – С. 786–790.
5. Якубович С. Б., Мошинский О.И. *Интегральные уравнения и свертки, связанные с преобразованиями типа Конторовича–Лебедева* // Дифференц. уравнения. – 1993. – Т. 29. – № 7. – С. 1272–1284.
6. Диткин В.А., Прудников А.П. *Интегральные преобразования и операционное исчисление.* – М.: Физматгиз, 1961. – 523 с.
7. Какичев В.А., Нгуен Суан Тхао. *Об одном методе конструирования обобщенных интегральных сверток* // Изв. вузов. Математика. – 1998. – № 1. – С. 31–40.
8. Снеддон И. *Преобразования Фурье.* – М.: Ин. лит., 1955. – 668 с.
9. Какичев В.А., Нгуен Суан Тхао. *Свертки обобщенных H-преобразований* // Изв. вузов. Математика. – 1994. – № 8. – С. 21–28.

10. Saxena R.K. *On the H-function of n variables* // Kuyndpook Math. – 1977. – V. 17. – P. 221–226.
11. Buschman R.G. *H-function of two variables*, 1 // Indian Math. J. – 1978. – V. 20. – № 2. – P. 139–153.
12. Якубович С.Б., Нгуен Тхань Хай. *Интегральные свертки для H-преобразований* // Изв. вузов. Математика. – 1991. – № 8. – С. 72–79.
13. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. *Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения.* – Минск, 1987. – 687 с.
14. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. *Интегралы и ряды. Дополнительные главы.* – М.: Наука, 1986. – 800 с.
15. Брычков Ю.А., Глеске Х.-Ю., Маричев О.И. *Факторизация интегральных преобразований типа свертки* // Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Матем. анализ. – 1983. – Т. 21. – С. 3–41.
16. Рыжик И.М., Градштейн И.С. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.* – М.–Л.: Физматгиз, 1951. – 464 с.
17. Bateman H. *Tables of integral transforms.* – 1954. – V. 1. – 391 p.

Новгородский государственный
университет

Поступили
полный текст 05.12.1996
краткое сообщение 03.05.2000