МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ИМ. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

КАФЕДРА АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ

Специальность (направление): 010800.68 – Механика и математическое моделирование
Специализация: механика жидкости, газа и плазмы

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
(дипломная работа)

ОБТЕКАНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ТРЕУГОЛЬНОГО ЦИЛИНДРА СТАЦИОНАРНЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Работа завершена:

"___" _____ 201_ г. _____ (Х.А. Малах)

Работа допущена к защите:

Научный руководитель
д.ф.-м.н. аэрогидромеханики
"___" _____ 201_ г. _____ (А.Г. Егоров)

Научный консультант
к.ф.-м.н. асс. аэрогидромеханики
"___" _____ 201_ г. _____ (А.Н. Нуриев)

Заведующий кафедрой
д.ф.-м.н. аэрогидромеханики
"___" _____ 201_ г. _____ (А.Г. Егоров)

Казань – 2014

Содержание

Введение----------4

1. Предыдущие исследования ----------4

1-1. Неколеблющийся цилиндр----------5

1-1-1. Неколеблющийся квадратный цилиндр ----------5

1-1-2. Неколеблющийся круглый цилиндр----------5

1-1-3. Неколеблющийся треугольный цилиндр ----------6

1-1-3-1. Экспериментальные исследования неколеблющегося треугольного цилиндра -----6

1-1-3-2. Числовые исследования неколеблющегося треугольного цилиндра----------7

1-2. Колеблющийся цилиндр----------7

1-2-1. Колеблющийся квадратный цилиндр ----------8

1-2-2. Колеблющийся круглый цилиндр----------8

1-2-2-1. Экспериментальные исследования колеблющегося круглого цилиндра---------- 10

1-2-2-2. Числовые исследования колеблющегося круглого цилиндра ---------- 10

1-2-3. Колеблющийся треугольный цилиндр ---------- 10

1-2-3-1. Экспериментальные исследования колеблющегося треугольного цилиндра ------ 11

1-2-3-2. Числовые исследования колеблющегося треугольного цилиндра---------- 11

2. Цель работы---------- 12

3. Метод исследования ---------- 12

Глава 1. OpenFOAM ---------- 13

1-1. Введение ---------- 13

1-2. История ---------- 13

1-3. Отличительные черты ---------- 13

1-3-1. Синтаксис ---------- 13

1-3-2. Растяжимость---------- 13

1-4. Структура OpenFOAM ---------- 14

1-5. Лицензия ---------- 15

1-6. Преимущества и недостатки---------- 15

1-6-1. Преимущества---------- 15

1-6-2. Недостатки ---------- 15

Глава 2. Численный эксперимент по обтеканию вязкой жидкостью осциллирующего треугольного цилиндра---------- 16

2-1. Введение ---------- 16

2-2. Динамика задачи ---------- **19**
2-3. Основные уравнения ---------- **20**
2-4. Постановка задачи ---------- **22**
2-5. Граничные условия ---------- **24**
2-6. Численная схема ---------- **25**
2-6-1. Дискретизация ---------- 25
2-6-2. Дискретизация области решения ---------- 25
2-6-3. Дискретизация системы уравнений движения ---------- 29
2-6-4. Дискретизация граничных условий ---------- 34
2-7. Численное решение ---------- **35**
2-8. Результаты расчетов ---------- **41**
2-9. Заключение ---------- **45**
Список литературы ---------- **46**
Приложения ---------- **49**
1. Особенности программной реализации ---------- **49**
2. Реализация чтения ускорения из файла ---------- **49**

Введение

1. Предыдущие исследования

Поток жидкости через горизонтальные каналы является одной из классических проблем в области жидкой механики. Есть много случаев, где препятствия находятся в пути потоков жидкости. Когда поток очень большой, препятствие может быть классифицировано как плохо обтекаемые тела.

Поток вокруг плохо обтекаемых тел был темой интенсивного исследования за последние *100* лет в связи с его техническим значением. Перечислим некоторые: электронное охлаждение, системы теплообменника, структурный дизайн, высотные здания, большие пролетные мосты, океанские структуры, акустическая эмиссия. Появляется большой интерес за счет диапазона жидких механических проблем, которые возникают. В последние годы на это уделяется много внимания с точки зрения числовых и с точки зрения экспериментальных исследований в результате увеличения вычислительной власти и появления новых экспериментальных методов.

Подразумевается, что это выше критического числа Рейнольдса, потока вокруг плохих обтекаемых тел на общих видах, которой известно в данный момент как периодический вихрь, теряющий в результате нестабильности Бенарда- Фона Кармена, ведется, чтобы чередовать структуры вихря, известные как путь вихря Фона Кармана. Эти явления ответствечают за силы колебания на теле, которые могут вызвать структурные колебания, акустическую шумовую эмиссию и иногда резонанс, вызывающий неудачу структур. Таким образом, важно с технической точки зрения исследовать поток вокруг плохих обтекаемых тел с различными формами.

В этом введении мы делим наше исследование о предыдущих работах исследователей на две части;

1. Неколеблющийся цилиндр.

2. Колеблющийся цилиндр.

1-1. Неколеблющийся цилиндр

Некоторые исследования потока мимо цилиндра с различными поперечными сечениями были выполнены численно и экспериментально [1]. Они сообщили, что некоторые параметры, такие как поперечное сечение цилиндра, угла инцидента и числа Рейнольдса, могут измененить начало пункта разделения, приводящего к радикальному изменению области потока и вызвающий поток сил на цилиндре.

Есть 3 типа исследований, основанных на цилиндрической форме для не колеблющегося цилиндра;

1. Неколеблющийся квадратный цилиндр.

2. Неколеблющийся круглый цилиндр.

3. Неколеблющийся треугольный цилиндр.

1-1-1. Неколеблющийся квадратный цилиндр

Двухмерный и трехмерный поток мимо квадратного цилиндра для переменных соотношений сторон был вычислен Тамуром и Кувахаром [2]. Окаджима [3], посредством его числовых моделирований, показал, что там существует критический диапазон *Re*, в котором изменения числа Струхаля сопровождаются радикальным изменением в образцах потока.

1-1-2. Неколеблющийся круглый цилиндр

Большая часть исследований в области исследований плохо обтекаемых тел связана с круглыми цилиндрами.

Об основании потока вокруг круглых цилиндров сообщил в стандартной ссылке Здравкович [4], где располагаются числа Рейнольдса, которые даны для различных режимов потока вокруг гладкого круглого цилиндра в спокойном течении. Заявления и интерпретации данных по потоку вокруг круглых цилиндров или экспериментальные данные, теоретические модели или компьютерные моделирования были всесторонне рассмотрены Здравковичем [5].

1-1-3. Неколеблющийся треугольный цилиндр

В отличие от исследований потока мимо круглого и квадратного цилиндра, исследования, которые сосредотачиваются на треугольном цилиндре, погружены в однородный поток. У треугольных цилиндров во взаимном потоке есть много технических применений в охлаждении электронных компонентов и теплообменников, оффшорных структур и устройств измерения потока, и т.д.

Эти работы основаны на методе исследования и разделены на экспериментальные и числовые исследования.

1-1-3-1. Экспериментальные исследования неколеблющегося треугольного цилиндра

Во многочисленных работах исследованы эффекты направления ветра и поперечная форма потока мимо треугольного цилиндра в максимальном числе Рейнольдса [6].

Кроме того, много исследователи акцентировали внимание на области потока и на особенностях теплопередачи треугольного цилиндра, помещенного в канал с ограниченными потоками [7].

Аббасси и др. [7] изучали структуру ламинарного течения и теплопередачи (двухмерная принудительная конвекция воздуха) через встроенную треугольную призму, помещенную в дифференцированно

горячий канал. Переход от симметричного до периодического потока наблюдался в $Re=45$ с отношением блокировки 0.25.

1-1-3-2. Числовые исследования неколеблющегося треугольного цилиндра

Де и Далаль [8] исследовали двухмерный поток по равностороннему треугольному цилиндру с изменением чисел Рейнольдса ($10 \leq Re \leq 250$) с помощью численного метода. Они исследовали критически настроенного Рейнольдса $Re=39.9$ для равностороннего треугольного цилиндра с $\beta=1/15$. Бао и др. [9] сообщили о числовом исследовании потока по равностороннему треугольному цилиндру с различными углами уровня в двух различных числах Рейнольдса ($Re=100$ и 150). Гадими и др. [10] изучали как вязкий и несжимаемый поток моделируется по равностороннему треугольному препятствию, помещенному в горизонтальный канал.

1-2. Колеблющийся цилиндр

Когда плохо обтекаемое тело колеблется в жидкости, или тело фиксируется в колеблющейся жидкости, циркулирующее вытекание производится вокруг тела. Область потока вокруг плохо обтекаемого тела обычно делится на две главные области, то есть, внутренний пограничный слой и внешнюю область потока. Изучение двухмерных колебательных потоков имеет значение в случае вызвания волной сил на цилиндрических структурах, в том, что это- первый шаг к пониманию сложного трехмерного взаимодействия структуры волны. Вызванная потоком погрузка и вибрация цилиндра во взаимном потоке были исследованы в течение прошлых двух веков [11].

Есть 3 типа исследований, основанных на цилиндрической форме для колеблющегося цилиндра;

1. Колеблющийся квадратный цилиндр.

2. Колеблющийся круглый цилиндр.

3. Колеблющийся треугольный цилиндр.

1-2-1. Колеблющийся квадратный цилиндр

Когда квадратный цилиндр колеблется параллельно двум встречным сторонам, образцы потока внутреннего пограничного слоя классифицируются в следующие три типа на основе ценностей безразмерных параметров $r_0\sqrt{\omega\nu}$ и s/r_0, где r_0- половина длины стороны цилиндрической секции, ω- угловая частота, ν- кинематическая вязкость и s- амплитуда колебания [12];

1. Одна система вихря в каждом секторе.

2. Одна система вихря в каждом секторе и двойных вихрях около цилиндрических сторон параллельна к оси колебания.

3. Две системы вихря в каждом секторе.

Когда квадратный цилиндр колеблется вдоль направления одной из его диагоналей, двойные вихри сформированы около края на оси колебания при больших значениях $r_0\sqrt{\omega\nu}$. Таким образом, образец потока вокруг квадратного цилиндра сложный, но симметричный и относительно оси колебания и относительно перпендикуляра оси к ней [13].

1-2-2. Колеблющийся круглый цилиндр

В случае круглого цилиндра, колеблющегося в жидкости, область потока во внутреннем пограничном слое в каждом секторе состоит из одной системы вихря с направлением обращения, таким образом, что поток находится к цилиндру вдоль оси колебания и далеко от цилиндрического перпендикуляра до оси. Кроме того, эти внутренние системы вихря симметричны и относительно оси колебания и относительно перпендикуляра оси к ней [14].

На практике предсказание жидкостью индуктивное сопротивление силам в колебательных волн или потока основана на уравнении Морисона и др. [15]. Кеулеган и Карпентер [16] помещен вертикальный цилиндр под стоячей волны в волновой бака, и обнаружили, что средние значения C_D *и* C_m, чтобы быть функциями Кеулегана-Карпентера, где *KC* определяется;

$$KC = \frac{U_m T}{D} \qquad (1)$$

где *D* является диаметром цилиндра, *KC*- число Кеулегана-Карпентера,U_m- Максимальная амплитуда скорости жидкости, а *T*- период колебаний. Соответственно, число Рейнольдса,

$$Re = \frac{U_m D}{\nu} \qquad (2)$$

ν- будучи кинематическая вязкость жидкости, а параметр частоты, *β*, дается;

$$\beta = \frac{Re}{KC} = \frac{D^2}{\nu T} \qquad (3)$$

В синусоидальном потоке,

$$KC = \frac{2\pi A}{D} \qquad (4)$$

Таким образом, *KC* пропорциональна амплитуде потока *A*.

В исследовании Юстесена [17] рассматривает ситуацию, где поток окружающего воздуха представляет собой плоский колебательный поток с высокой частотой, так что Кеулеган-Карпентер число *KC* мала. Это хорошо установлено, однако, поскольку KC увеличен, поток отделится и в конечном счете станет асимметричным. Основанный на методе исследования, эти работы разделены на экспериментальные и числовые исследования.

1-2-2-1. Экспериментальные исследования колеблющегося круглого цилиндра

Исследования структуры плоских и трехмерных периодических режимов течения вокруг осциллирующего цилиндра и зон их устойчивости проводились в экспериментальных работах [18-21].

Вторичные стационарные течения являются важными объектом исследования в задаче об обтекании гармонически осциллирующего цилиндра [19]. Визуализация вторичных течений при гармонических колебаниях цилиндра в воздухе проводилась в работе [20]. В основном этого исследовании, как и аналитические, затрагивали симметричные стационарные течения, соответствующие базовому плоскому периодическому режиму обтекания цилиндра.

Аналогичные выводы по анализу влияния режимов течения на гидродинамические силы были получены и в известной экспериментальной работе Бирмана [21].

1-2-2-2. Числовые исследования колеблющегося круглого цилиндра

Многочисленные данные о структуре и свойствах различных режимов течения были собраны в ходе численных исследований задачи. Особо отметим работы [22-24].

Анагностопулос [22-23] провел числовое исследование потока мимо цилиндра, вынужденного колебаться поперек к потоку инцидента в $Re=106$. Ду и др. [24] численно исследовали несжимаемое ламинарное течение мимо круглого цилиндра, вынужденного колебаться в длину, поперек и под углом к однородному свободному потоку выполнен, используя динамический метод петли.

1-2-3. Колеблющийся треугольный цилиндр

Ограниченное исследование может быть найдено касающийся потока мимо колеблющегося треугольного цилиндра [25-28]. Основанные на

методе исследования, эти работы разделены на экспериментальные и числовые исследования.

1-2-3-1. Экспериментальные исследования колеблющегося треугольного цилиндра

Алонсо и др. [25] исследовали поперечные сечения цилиндров с шестью различными треугольными поперечными сечениями и нашли, что угол инцидента значительно затрагивает возник явления гистерезиса. Ванг и др. [27] представили вращательное колебание самовозбуждающееся на изолированном и тандем треугольные цилиндры. Татсуно [13] исследовал экспериментально образец потока устойчивого вытекания во внутреннем пограничном слое около асимметричного тела. В этой работе равносторонний треугольный цилиндр использовался в качестве испытательного тела, и колебалось синусоидально в жидкости.

1-2-3-2. Числовые исследования колеблющегося треугольного цилиндра

Числовые моделирования двухмерного потока вокруг треугольного цилиндра, подвергнутого вертикальному колеблющемуся движению в канале, были выполнены Аль Авади [26]. В исследованиях Цзяхуан Ту и др. [28], численно исследована проблема двухмерного потока жидкости мимо постоянного и вращательно колеблющегося равностороннего треугольного цилиндра с переменным углом инцидента, числом Рейнольдса, колеблющейся амплитудой и колеблющейся частотой. В исследованиях Кумара и др. [29] выполнены числовые моделирования двухмерного ламинарного течения мимо треугольного цилиндра, помещенного в свободный поток в низком числе Рейнольдса ($10 \leq Re \leq 250$). Глобальный анализ показывает $Re_{cr}=39.9$, который подтверждает результаты более ранних исследований. Явления потери вихря подобны квадратному цилиндру без второго раздвоения в диапазоне изученного числа Рейнольдса.

2. Цель работы

Хотя много работ было опубликовано о потоке вокруг различных цилиндров, отсутствие всесторонних исследований о треугольных цилиндрах по сравнению с круглыми или квадратными цилиндрами очевидно. Также как рассмотрено выше, каждый эффект амплитуды и частота колебания на потоке были вполне хорошо установлены многочисленными исследованиями, приводящими к большому улучшению понимания особенностей потока. Следовательно, в данном исследовании, поток через равносторонний треугольный цилиндр для различного числа Рейнольдса исследован.

В данной работе проводится прямое численное моделирование движения виброробота клиновидной формы в вязкой жидкости при простейших гармонических осцилляциях корпуса. Задача рассматривается в плоской постановке. Гармонический закон движения очевидно не является оптимальным с точки зрения эффективности движения, однако несимметричная форма корпуса должна обеспечивать различную реакцию внешней среды на разных фазах движения корпуса (в прямом и обратном направлении) робота, обеспечивая его направленное движение в жидкости. Целью работы является исследования взаимодействия виброробота с вязкой средой, изучение законов движения корпуса робота при гармонических осцилляциях корпуса, изучение структуры течения вокруг виброробота и ее влияния на гидродинамическую силу, действующую на робот.

3. Метод исследования

В рамках подхода проводится обратное численное моделирование течения вокруг осциллирующего треугольного цилиндра в пакете OpenFOAM. Рассматриваются двухмерные модели течения.

Глава 1. OpenFOAM

1-1. Введение

OpenFOAM (*Open source Field Operation And Manipulatio*n) является *C++* инструментом для развития настроенного числового решения, и до/после обработки утилиты для решения задач механики сплошной среды, включая вычислительную гидрогазодинамику (*CFD*).

1-2. История

Оригинальное развитие *OpenFOAM* началось в конце *1980-х* в Имперском колледже в Лондоне, чтобы разработать более мощную и гибкую общую платформу моделирования, чем фактические стандарты того времени, *Fortran*. Это привело к выбору *C++* в качестве языка программирования, благодаря его модульности и объектно-ориентированных возможностей. Предшественник, FOAM, был продан британской компанией Nabla Ltd, до выпуска как открытый источник в *2004* году [30].

1-3. Отличительные черты

1-3-1. Синтаксис

Отличительной особенностью *OpenFOAM* является его синтаксис для тензорных операций и уравнений частных производных, который очень напоминает решение уравнения.

1-3-2. Растяжимость

Пользователи могут создавать собственные объекты, такие как ограничения условий или модели турбулентности, которые будут работать с существующими решениями без изменения или повторно набирать существующий исходный код. *OpenFOAM* решает эту задачу путем объединения действительных конструкторов с использованием

упрощенных базовых классов как интерфейсы. В результате это дает *OpenFOAM* хорошие качества расширяемости.

1-4. Структура OpenFOAM

OpenFOAM составлен большой основной библиотекой, которая предоставляет основные возможности программного обеспечения.

Возможности, предоставляемые библиотекой, затем используются для разработки приложений. Приложения, написанные с использованием синтаксиса высокого уровня, введенные *OpenFOAM*, которое стремится воспроизводить обычное математическое примечание. Существуют две категории приложений:

- Решатели: они выполняют фактическое вычисление, чтобы решить конкретную проблему механики сплошной среды.
- Утилиты: они используются для подготовки сетки, настройка случай моделирования, обработки результатов, а также для выполнения других, кроме решения проблемы при экспертизе.

Каждое приложение предоставляет определенные возможности: например, приложение под названием *blockMesh* используется для генерации сетки из входного файла предоставленной пользователем, в то время как другое приложение которое называется *icoFoam* решает уравнения Navier-Stokes для несжимаемой ламинарного потока.

Наконец, ряд сторонних пакетов используется чтобы обеспечить параллельную функциональность (*i.e.OpenMPI*) и графическую пост-обработку (*ParaView*).

1-5. Лицензия

OpenFOAM является бесплатным и открытым программным обеспечением, опубликованное по лицензии *GNU General Public License 3* версии [31].

1-6. Преимущества и недостатки

1-6-1. Преимущества

- Удобный синтаксис для частных дифференциальных уравнений.
- Неструктурированные многогранные возможности сетки.
- Автоматическая параллельность приложений, написанных с использованием синтаксиса высокого уровня *OpenFOAM*.
- Широкий спектр применения и модели готовые к использованию.
- Разработчиками предоставлена коммерческая поддержка и обучение.
- Нет лицензионных затрат.

1-6-2. Недостатки

- Отсутствие комплексного графического интерфейса пользователя (автономный *Open Source* и фирменные доступные опции).
- Программист не обеспечивает достаточное количество деталей, что делает процесс обучения постепенным.
- Отсутствие сохраняемой документации мешает новым пользователям.

Глава 2. Численный эксперимент по обтеканию вязкой жидкостью осциллирующего треугольного цилиндра

2-1. Введение

Экспериментальные (лабораторные) исследования или прямое численное моделирование движения виброробота в вязкой жидкости на сколько нам известно ранее не проводились. Однако, следует отметить, что изучаемый процесс тесно связан с двумя классическими задачами гидромеханики: об осциллирующем движении тела в покоящейся жидкости и об осциллирующем движение тела в набегающем потоке. Первая задача описывает старт виброробота из неподвижного состояния: если средняя сила за период движения корпуса равна нулю, то виброробот будет колебаться около неподвижной точки. Вторая задача- установившееся движение виброробота: если средняя за период сила, действующая на корпус виброробота, при фиксированной скорости набегающего потока равна нулю, то виброробот не замедляется и не ускоряется. Численное моделирование и экспериментальные исследования этих задач проводились в основном для случая гармонических колебаний тела в жидкости.

В данной главе проводится прямое численное моделирование обтекания вязкой несжимаемой жидкостью осциллирующего триангулярного цилиндра. В качестве безразмерных управляющих параметров задачи используются число Кейлигана-Карпентера KC, которое характеризует отношение амплитуды колебаний к характеру длины цилиндра, и также число Рейнольдса Re, построенное по характеру длины цилиндра. Эти числа определяются таким образом;

$$KC = \frac{U_{max}T}{L}, Re = \frac{U_{max}L}{\nu}, \beta = \frac{L^2}{\nu T} \qquad (2.1)$$

Где U_{max}- амплитуда скорости колебаний, T- период колебаний, L- длина цилиндра в сторону течения, ν- кинематическая вязкость жидкости. Управляющие параметры связаны между собой соотношением

$$\beta = \frac{Re}{KC} \qquad (2.2)$$

и β- число Стокса

Любая пара из этих трех параметров полностью характеризует рассматриваемое течение.

В данной работе исследования задачи проводятся при $20<\beta<60$, $60<Re<170$, т.е. в области низких чисел Рейнольдса. В таком диапазоне параметров, не опасаясь столкнуться с эффектами мелкомасштабной турбулентности, можно эффективно использовать прямое численное моделирование. Основные направления исследования связаны с изучением периодических и квазипериодических режимов. Результаты позволяют составить цельную картину течения, где $\bar{C}_D = 0$, и далее будут представлены его характеристики и параметры, включая число Рейнолдса и амплитуд колебания цилиндра.

В действительности гидродинамические силы сопротивления движению корпуса в вязкой жидкости определяются течениями, которые были сформированы телом в жидкости за все время движения. В общем случае они не могут быть описаны исключительно в терминах мгновенной скорости и должны определяться всей предысторией движения.

Последовательное изучение движения виброробота в вязкой жидкости требует отказа от упрощающего предположения о квазистационарности закона сопротивления. Это требует совместного решения механической и существенно нестационарной гидродинамической задач.

В работе рассматривается двухмерная задача. Двухмерная модель необходима для проведения больших серий расчетов. Она дает представление о поведении течения во всем диапазоне изменения параметров.

В [32] рассматривалось моделирование течения около осциллирующего цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM. Основные элементы представленной численной модели используются настоящей работе.

Все расчеты в работе проводятся на высокопроизводительном кластере в пакете *OpenFOAM* (*Open Source Field Operation And Manipulation*) [33]- открытой платформе для численного моделирования. Благодаря широкому инструментарию для формализации задачи, высокой эффективности реализации, а также хорошей масштабируемости под архитектуру вычислительной системы легко сконструировать численную модель в пакете. Открытый исходный код в свою очередь позволяет в деталях контролировать ход решения, начиная от построения сетки до выбора схем аппроксимации слагаемых управляющей системы и методов численного решения.

Моделирования движения проводится на базе пакета OpenFOAM. В расчетах задействованы как оригинальные, так и модифицированные модули пакета. Вычисления проводятся на высокопроизводительных кластерах КазФ МСЦ РАН и проекта *unihub* [34]. В далее будем перечислять основные этапи процесса разработки модели в этом пакете:

1. Создание геометрии и дискретизация области решения;
2. Выбор методов дискретизации управляющей системы;
3. Задание граничных условий;
4. Выбор численных методов решения;
5. Задание управляющих параметров задачи.

2-2. Динамика задачи

Рассматривается система, в виде равнобедренного треугольного цилиндра, состоящая из твердого тела массы *M*, в котором может перемещаться другое тело массы *m*. Эта система находится в вязкой несжимаемой жидкости. Для простоты предполагается, что оба тела движутся лишь вдоль прямой (оси *x*), также тело *M* геометрически считается несимметричным по оси *y* (перпендикуляна направлению движения).

Треугольное препятствие находится в середине рассматриваемой зоны. Значения этой зоны выбраны для того, что бы уменьшить эффекты границы и удовлетворить состоянию свободного потока, и соответствовать другим исследованиям в литературе. Отношение вертикальной линии препятствия к высоте канала обозначается символом *f*. Чтобы изучить влияние границ вблизи препятствия на характеристики потока, $f=1/5$ было приведено хорошее соотношение из литературы.

Внутреннее тело взаимодействует с основным телом посредством силы создаваемой приводом. Сила приложенная к внутреннему телу, вызывает реакционную силу приложенную к основному телу. Реакционная сила изменяет скорость основного тела относительно окружающей среды, следовательно, меняется сила сопротивления окружающей среды напротив движения основного тела. Таким образом, за счет регулирования перемещения внутреннего тела по отношению к основному телу можно изменить внешнюю силу действующую на главное тело, таким образом контролировать движение целой системы.

На данной работе, рассматривается движение корпуса по отношению к окружающей среде вдоль горизонтальной прямой линии и в качестве окружающей среды используется вязкая жидкость.

2-3. Основные уравнения

Предполагается, что поток двумерный, ламинарный и несжимаемый с постоянными свойствами. Множество управляющих уравнений содержит два уравнения моментома и закон сохранения массы в нормированном виде;

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{1}{Re}\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (2.4)$$

где u_i и u_j компоненты скорости вдоль направления x и y декартовой системы координат, соответственно, p давление и число Рейнольдса, $Re = \frac{U_\infty b}{\nu}$ где b определяется на основе стороны цилиндра вдоль набегающего потока (высоты) и U_∞ одномерная скорость жидкости, и наконец ν- кинетическая вязкость жидкости. Поэтому, масштабами длины и скорости, используемые для нормализации, являются b и U_∞ соответственно.

Рассмотрим систему, состоящую из двух твердых тел. Основное тело массы M находится в вязкой несжимаемой жидкости, а тело массы m перемещается внутри него. Уравнения движения внутренней массы и корпуса в неподвижной системе координат имеют вид:

$$m(\dot{u}_M + \dot{v}) = -G, \qquad M\dot{u}_M = G + F \qquad (2.5)$$

Здесь F- силы действующие на тело со стороны жидкости, G- сила взаимодействия внутренней массы и тела. Исключая из уравнения *(2.5)* силу G, нормируя скорость на U_0– амплитуду скорости колебания внутренней массы, время на, LU_0^{-1}, где L- характерный размер тела, (силу F на $\rho_f L U_0^2$) получим основное уравнение движения двухмассовой системы в следующем виде:

$$\dot{u}_M = -\mu_2 \dot{v} + \mu_1 \frac{R^2}{S} F \qquad (2.6)$$

Здесь μ_2– отношение подвижной массы к полной массе виброробота ($\mu_2 = \frac{m}{M+m}$), μ_1– отношение массы вязкой жидкости, занимающей тот-же объем, что и виброробот, к массе виброробота ($\mu_1 = \frac{M_f}{M+m}$), S – площадь поперечного сечения корпуса (*Рис. 1*).

Для определения силы F рассмотрим движение среды, в которую помещен виброробот. Вычисление сил действующих на виброробот со стороны вязкой жидкости в безразмерной постановке проводится по формуле:

$$F_p = \int_S pnds - \int_S \bar{\sigma}.nds \qquad (2.7)$$

где $\bar{\sigma}$- вязкий тензор напряжений, S- поверхность виброробота, n- внешняя нормаль к поверхности виброробота.

Полученный таким образом вектор силы F_p можно разложить на вертикальную составляющую F_y- подъемную силу, и горизонтальную F_x, стоящую и из силы вязкого сопротивления и инерциальных сил. Инерциальные составляющие возникают вследствие ускорения жидкости и состоят из двух частей: силы инерции присоединенных масс, возникающей из-за локального ускорения вблизи цилиндра и силы Фруда-Крылова, которая связанна с градиентом давления, созданным в жидкости для моделирования осциллирующего потока. Величину силы Фруда-Крылова для рассматриваемого случая можно вычислить по формуле:

$$F_{fk} = \int_S \boldsymbol{x}\dot{\boldsymbol{\omega}}\, nds \qquad (2.8)$$

С учетом *(2.8)*, сила F, действующая на виброробот в подвижной системе координат вычисляется как

$$F = F_x - F_{fk} \qquad (2.9)$$

Отсюда можно получить уравнению движения внутренней массы с помощью *(2.5)*.

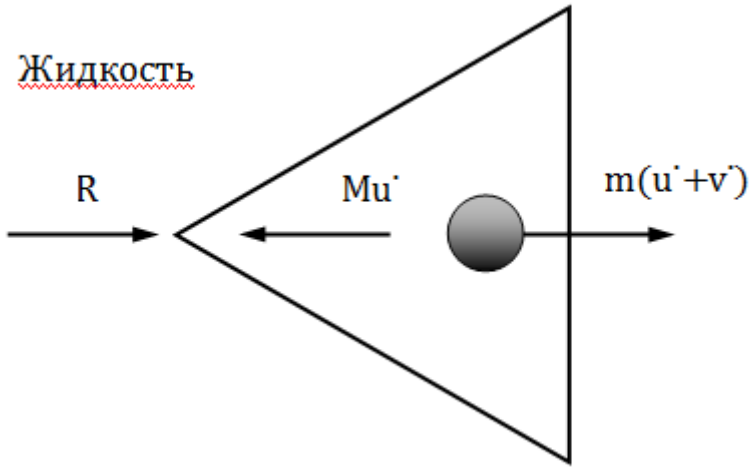

Рисунок 1. Схема движения

2-4. Постановка задачи

Пусть равнобедренный треугольный цилиндр высотой b совершает высокочастные, малоамплитудные гармонические колебания в горизонтальной плоскости в вязкой несжимаемой жидкости со скоростью;

$$u = U_0 \ cos(\omega t) \qquad (2.10)$$

где U_0 и ω- амплитуда скорости и частота колебаний соответственно.

$$\omega = 2\pi f \qquad (2.11)$$

Движение жидкости вокруг виброробота описывается системой уравнений Навье-Стокса. Нормируя пространственные координаты, время и скорость на L, LU_0^{-1},- U_0 соответственно, запишем управляющую систему уравнений в декартовой системе координат как

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \cdot \nabla U = -\nabla p + \frac{2}{Re}\Delta U \qquad (2.12)$$

$$\nabla \cdot U = 0 \qquad (2.13)$$

где $U=(u, v)$- безразмерная скорость, p- безразмерное давление, Re- число Рейнольдса. Уравнение движения цилиндра в нормированных переменных припишется в виде;

$$u_M = -cos(2\pi ft) \qquad (2.14)$$

Здесь KC- второй безразмерный управляющий параметр задачи- число Кейлигана-Карпентера.

Для численного решения данной задачи удобно перейти в подвижную систему координат связанную с цилиндром. В этом случае для сохранения системы движения в форме *(2.12)* в новой неинерциальной системе координат определим давление как;

$$p = \tilde{p} + x\dot{\omega} \qquad (2.15)$$

Здесь первое слагаемое $\tilde{p}$- давление в подвижной системе координат, а второе вклад от инерциальных составляющих. $\dot{\omega}$– ускорение подвижной системы координат. На границе цилиндра в новой системе координат задаются условия прилипания;

$$u = v = 0 \qquad (2.16)$$

На бесконечности изменение скорости определяется по следующему гармоническому закону;

$$u = cos(2\pi ft)\,, v = 0 \qquad (2.17)$$

В предположение о потенциальном течении жидкости на бесконечности из *(2.17)* можем получить условия для давления;

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\dot{u} = sin(2\pi ft)\,, \text{ или } p = x\,sin(2\pi ft) \qquad (2.18)$$

Любое из условий *(2.18)* можно использовать вместо одного из двух граничных условий *(2.17)*.

2-5. Граничные условия

На входной Γ_{in} и выходной Γ_{out} границах области задаются неотражающие граничные условия вида;

$$\begin{cases} u = u_\infty, {}^{\partial p}/_{\partial x} = -\dot{u}_\infty, u_0 > 0; \\ {}^{\partial u}/_{\partial x} = 0, p = -\dot{u}_\infty x, u_0 \leq 0; \end{cases} \qquad (2.19)$$

$$v = 0.$$

Они скомбинированы из условий *(2.17)*, *(2.18)*, определенных на бесконечно удаленной границе. При решении задачи вычисляется величина горизонтальной составляющей скорости. Условие для давления зависит от переменной u_0, определяющей направление потока относительно внешней нормали к границе. Она равна $u_0=cos(2\pi ft)$ для входной границы, $u_0=-cos(2\pi ft)$- для выходной границы.

На верхней Γ_{top} и нижней Γ_{bottom} границах ставятся условия проскальзывания;

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0,\ v = 0. \qquad (2.20)$$

Эти условия также являются следствием условий *(2.17)*, *(2.18)* на бесконечности.

На границе цилиндра Γ_{cyl} ставятся условия прилипания для скорости

$$u = v = 0, \qquad (2.21)$$

и условие для давления:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0. \qquad (2.22)$$

которое можно трактовать как отсутствие потока массы через границу.

На передней Γ_{front} и задней Γ_{back} границах области в двухмерной постановке задаются специальные *«пустые»* граничные условия предусмотренные в пакете для случаев, когда вычисления в обозначенном направлении не проводятся.

В качестве начальных условий задачи во всей расчетной области используются значения скоростей и давления соответствующие невозмущенному потоку.

2-6. Численная схема

2-6-1. Дискретизация

Численное решение задачи проводится в пакете *OpenFOAM*. В качестве расчетной области рассматривается прямоугольный параллелепипед размерами $30\times30\times1$, в центре которого помещен равносторонний цилиндр треугольного сечения. Выбор трехмерной области для моделирования плоского течения проводится в соответствии с особенностью программного обеспечения. В используемой декартовой системе координат ребра параллелепипеда параллельны основным осям, и плоскость течения параллельна плоскости *xOy*.

2-6-2. Дискретизация области решения

Область для численного решения задачи ограниченна и представляет собой прямоугольный параллелепипед в центре которого помещен треугольный цилиндр (*Рис. 2*). Граница области состоит из *7* частей; входная граница Γ_{in} и выходная граница Γ_{out}, нижняя граница Γ_{bottom} и верхняя граница Γ_{top}, передняя граница Γ_{front} и задняя граница Γ_{back}, граница цилиндра Γ_{cyl}. В используемой декартовой системе координат ребра параллелепипеда параллельны основным осям, а ось цилиндра перпендикулярна плоскости *xOy*. Размеры расчетной области указаны на рисунке *2*.

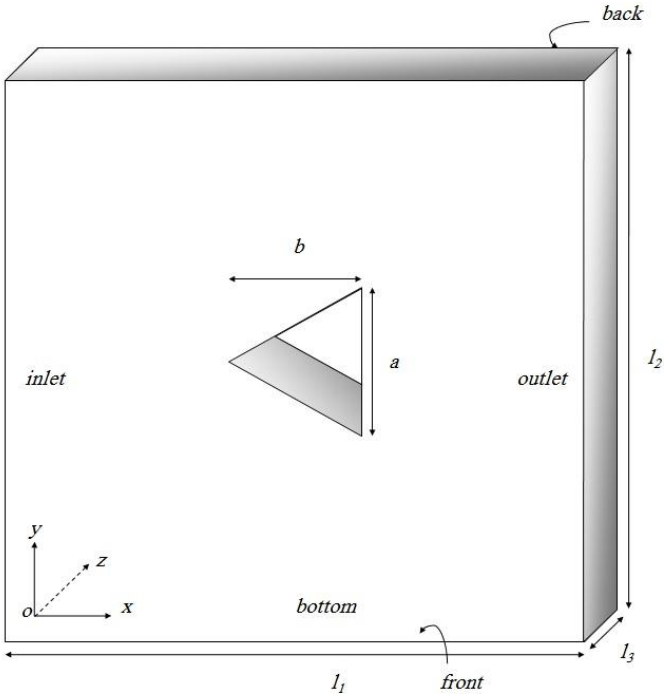

Рисунок 2. Расчетная область

Для дискретизации расчетной области используются блочные структурированные сетки, построенные с помощью утилиты *blockMesh* [33], [35], входящей в состав пакета *OpenFOAM*. В начале вся область делится на простые геометрические части-блоки, а затем каждый блок разбивается на непересекающиеся ячейки, имеющие форму шестигранников (гексаэдров). Способ деления расчетной области на блоки в плоскости *xOy* представлен на рисунке *3*.

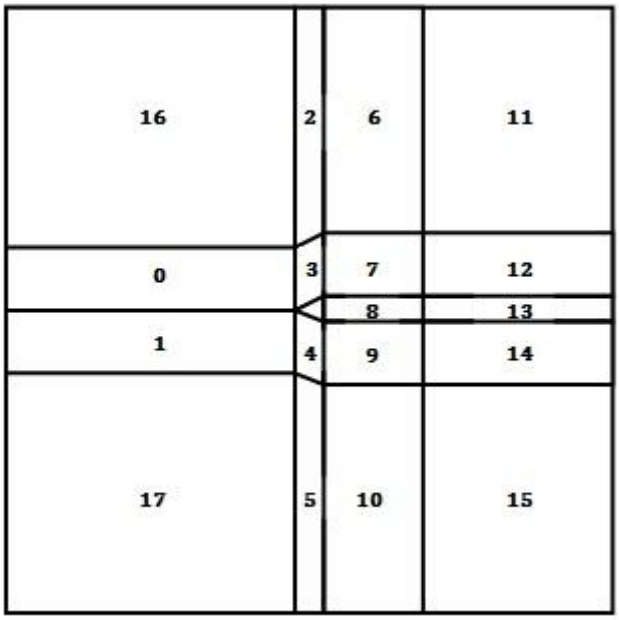

Рисунок 3. Способ деления области на блоки

Для расчетов используются *2* сетки (*m1*, *m2*), значения основных параметров которых приведены в таблице *1*. Разрешающие способности сеток характеризуются; *n*- общим количеством ячеек, V_m- минимальным объемом ячеек в пограничном слое цилиндра, N_m- количеством ячеек на границе цилиндра, V_{max}- максимальным объемом ячеек в области. Кроме того в таблице представлены экстремальные значения показателей скошенности M_s, неортогональности M_n и равномерности M_u, для используемых сеток, определенные в соответствии с документацией пакета.

Таблица 1. Параметры расчетных сеток

Параметры	***n***	N_m	V_m	V_{max}	M_n	M_s	M_u
m1	127652	197	1.24*e*(-4)	0.22	30	0.37	0.46
m2	56734	131	2.8*e*(-4)	0.5	30	0.37	0.46

Кроме разрешающей способности важными факторами оценки качества построенных расчетных сеток являются [36-37];

1) Неортогональность. Показатель неортогональности M_n измеряется как угол a между вектором d соединяющим центры двух соседних ячеек и нормалью S к их общей грани (*Рис. 4*).

$$M_n = \angle a \qquad (2.23)$$

Имеет оптимальное значение *0* градусов.

2) Скошенность. Показатель скошенности M_s измеряется как отношение длины вектора m равной расстоянию между точкой f_0 (образованной пресечением вектора d с общей гранью ячеек) и центром грани f_c к длине вектора d (*Рис. 4*).

$$M_s = \frac{|m|}{|d|} \qquad (2.24)$$

Имеет оптимальное значение *0*.

3) Равномерность. Показатель равномерности M_u измеряется как отношение длины вектора d, соединяющего точку f_0 с центром ячейки N, к длине вектора d (*Рис. 4*).

$$M_u = \frac{|\overline{f_0 N}|}{|d|} \qquad (2.25)$$

Для равномерной сетки $u = 0.5$.

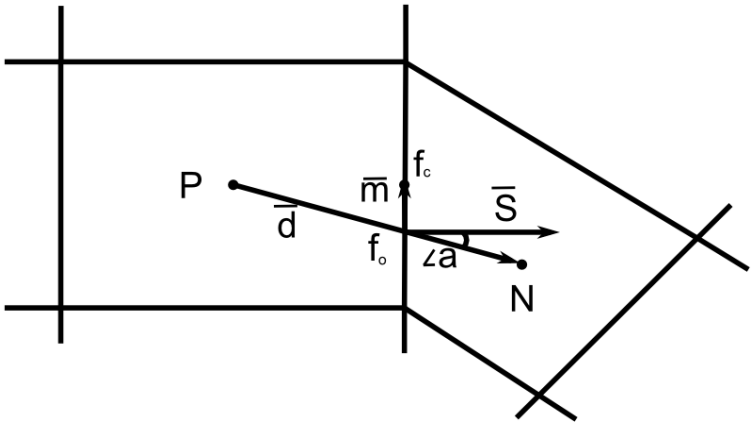

Рисунок 4. Ячейки расчетной сетки

Эти локальные характеристики сетки оказывают ключевое влияние на точность результирующей аппроксимационной схемы. Экстремальные значения показателей скошенности, неортогональности и равномерности для используемых сеток приведены в таблице *1*.

2-6-3. Дискретизация системы уравнений движения

Дискретизация системы уравнений движения жидкости в пакете *OpenFOAM* проводится по методу конечных объемов (*FVM*) в декартовой системе координат. Дискретные значения составляющих скорости и дискретные давления локализуются в центрах ячеек расчетных сеток.

Для произвольной ячейки сетки с объемом *V* система уравнений *(2.12)* записывается в следующей интегральной форме:

$$\int_V \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (UU) dV = -\int_V \nabla p dV + \nu \int_V \Delta U dV \qquad (2.26)$$

$$\int_V \nabla \cdot U dV = 0$$

Первое слагаемое системы аппроксимируется в центре ячейки как произведение среднего значения подинтегральной функции на объем

ячейки V. Для вычисления остальных объемных интегралов по контрольному объему V системы уравнений *(2.26)* используется общая процедура Гаусса [38], согласно которой осуществлялся переход от объемного интеграла к поверхностному. Далее поверхностные интегралы представляются в виде суммы интегралов по граням ячейки и приближенно вычисляются по формуле средних прямоугольников. После этого, полудискретная система уравнений для произвольной ячейки представляется в виде;

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_P V + \overbrace{\sum_f S_f.(UU)_f}^{\text{конвекция}} = -\sum_f S_f p_f + \nu \overbrace{\sum_f S_f.(\nabla U)_f}^{\text{диффузия}} \qquad (2.27)$$

$$\sum_f S_f \cdot (U)_f = 0$$

Здесь индекс f указывает на то, что переменная или градиент определены на грани ячейки, P - в центре ячейки, а S_f определяется как вектор ортогональный к грани ячейки и по модулю равный площади этой грани.

Для линеаризации системы *(2.27)*, конвективные слагаемые представляютсяв следующем виде;

$$\sum_f S_f \cdot (UU)_f = \sum_f F(U)_f \qquad (2.28)$$

где F - массовый поток через грань с индексом f, считается известным. Обновление F связано с итерационной процедурой решения задачи.

Значения функции и нормальных градиентов на поверхности ячеек в системе *(2.27)* для внутренних ячеек расчетной области интерполируются из значений функции в центрах соседних ячеек. Далее рассмотрим применяемые в данной работе схемы интерполяции переменных.

Для аппроксимации градиента давления в расчетах применяется линейная интерполяция. Значение p_f на грани f между двумя ячейками с центрами P и N (*Рис. 4*) находится по формуле;

$$p_f = p_P f_x + p_N(1 - f_x) \qquad (2.29)$$

где f- символ границы, P и N- символы центров соседних ячеек, p_P и p_N- значения давления в центрах ячеек P и N соответственно, p_f- значение давления на границе между этими двумя ячейками и наконец f_x- интерполяционный множитель. Порядок точности используемой аппроксимации обусловлен локальными характеристиками сетки. Он понижается до первого в случая локальной скошенности сетки *(2.16)*, т.к. интерполируемое значение определяется не в центре грани f_c. В остальных случаях аппроксимация имеет второй порядок точности.

Для интерполяции переменных в конвективных слагаемых используется нелинейная *NVD* (*normalised variable diagram*) схема *«Gamma»*, которая предложена в работе [36]. Применение этой схемы обеспечивает устойчивость численной задачи, внося минимальную численную диффузию. В качестве схемы высокого порядка точности в *«Gamma»* используются центральные разности (линейная интерполяция), в качестве безусловно устойчивой схемы низкого порядка- противопоточная схема *«upwind»*. Вычисление дискретной составляющей скорости u_f на грани с индексом f для $F > 0$ производится по формуле;

$$\begin{cases} u_f = u_P, & \tilde{u}_P \le 0, \tilde{u}_P \ge 1 \\ u_f = u_P f_x + u_N(1 - f_x), & \beta_m \le \tilde{u}_P < 1 \\ u_f = \big(1 - \gamma_u(1 - f_x)\big)u_P + \gamma_u(1 - f_x)u_N, & 0 < \tilde{u}_P < \beta_m \end{cases} \qquad (2.30)$$

Здесь $\tilde{u}_f=1-((\nabla u)_f \cdot d)/(2(\nabla u)_p \cdot d))$- нормализованная переменная, d- вектор направленный из точки P в точку N, $\Upsilon_u=\tilde{u}_p/\beta_m$- факторы смешивания, $1/10<\beta_m<1/2$- предопределенная константа метода. Выбор больших значений β_m из данного диапазона обеспечивает наилучшую устойчивость схемы, а меньших- увеличивает точность интерполяции. В данной работе использовалось значение $\beta_m=0.25$. В случае противоположного направления потока F ($F<0$) формула *(2.30)* изменяются соответствующим образом.

В диффузионных слагаемых при дискретизации оператора Лапласа необходимо вычислять нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки. На ортогональных участках сетки, где вектор S параллелен вектору d, они вычисляются из значений скорости в центрах соседних ячеек по симметричной схеме второго порядка;

$$S \cdot (\nabla u)_f = |S| \frac{u_N - u_P}{|d|} \qquad (2.31)$$

На неортогональных участках сетки (*Рис. 4*) скалярное произведение $S \cdot (\nabla u)_f$ представляется в виде суммы двух слагаемых;

$$S \cdot (\nabla u)_f = l \cdot (\nabla u)_f + k \cdot (\nabla u)_f \qquad (2.32)$$

Первое слагаемое отвечает за ортогональный вклад, второе- за неортогональную поправку, при этом для векторов k и l выполняется соотношение:

$$S = k + l \qquad (2.33)$$

Ортогональный вклад вычисляется по формуле *(2.31)*, где вместо вектора S используется вектор l, параллельный вектору d, длина которого определяется по формуле;

$$l = \frac{d}{d \cdot S} |S|^2 \qquad (2.34)$$

Неортогональная поправка вычисляется следующим образом; вектор k находится из соотношения (2.33), а значение градиента $(\nabla u)_f$ на грани ячейки интерполируется из значений градиентов в центрах соседних ячеек;

$$(\nabla u)_f = (\nabla u)_P f_x + (\nabla u)_N (1 - f_x) \qquad (2.35)$$

Для интерполяции слагаемых $(\nabla v)_f$, $(\nabla w)_f$ применяется аналогичный подход.

Аппроксимация диффузионных слагаемых имеет второй порядок точности для равномерных участков сеток, на неравномерных участках порядок понижается до первого [37]. Для дискретизации системы *(2.27)* по времени используется неявная схема Эйлера;

$$\left(\frac{U_P^n - U_P^o}{\tau}\right) V + \sum_f F U_F^n = -\sum_f S_f p_f^n + \nu \sum_f S_f (\nabla U)_F^n \qquad (2.36)$$

$$\sum_f S_f \cdot U_F^n = 0, \qquad \sum_f S_f \cdot U_F^o = 0 \qquad (2.37)$$

Здесь верхние индексы *«o»* и *«n»* указывают на использование переменной со старого или нового временного слоя соответственно, τ-шаг по времени. Хотя, сама схема безусловно устойчивая, но для минимизации эффектов связанных с аппроксимацией первого порядка точности, шаг по времени во всех расчетах выбирается из условия $Co^{max} < 0.1$- максимальное число Куранта не превышает значения *0.1*. Число Куранта в пакете *OpenFOAM* определяется по формуле;

$$Co = \frac{|U_P|\tau}{\delta} \qquad (2.38)$$

где $|U_P|$- модуль скорости в ячейке, δ- размер ячейки в направлении скорости.

Все применяемые для аппроксимации системы *(2.26)* схемы, а также их обозначения в пакете *OpenFOAM* приведены в таблице *2*.

Таблица 2. Схемы аппроксимации слагаемых в пакете *OpenFOAM* и порядок точности.

(*)- порядок точности зависит от локальных характеристик сетки

Слагаемое	***Схема аппроксимации в OpenFOAM***	***Порядок аппроксимации***
Производная по времени dU/dt	*Euler*	первый
Градиент давления ∇p	*Gauss linear*	второй*
Конвективные слагаемые $\Delta\cdot(UU)$	*Gauss GammaV*	первый/второй
Лапласиан $\nu\Delta U$	*Gauss linear corrected*	второй*
Лапласиан $\nabla\cdot(a_p^{-1}\nabla p)$	*Gauss linear corrected*	второй*

2-6-4. Дискретизация граничных условий

При решении задачи на каждом временном слое используется итерационный алгоритм *PISO*, который основан на последовательном решении уравнений для скоростей и давлений. При этом необходимо определить граничные условия для скорости и давления и на этой основе провести дискретизацию уравнений в граничных ячейках.

Обозначения используемых граничных условий в пакете *OpenFOAM* приведены в таблице *3*. Для реализации чередующихся граничных условий на входной Γ_{in} и выходной Γ_{out} границах используется дополнение *groovyBC* [39].

Таблица 3. Граничные условия в *OpenFOAM*.

Граница	***Переменная***	***Тип граничных условий***
$\Gamma_{front}, \Gamma_{back}$	*U, p*	*empty*
$\Gamma_{in}, \Gamma_{out}$	*U*	*pressureInletVelocity*
$\Gamma_{in}, \Gamma_{out}$	*p*	*groovyBC*
$\Gamma_{bottom}, \Gamma_{top}$	*U*	*slip*
$\Gamma_{bottom}, \Gamma_{top}$	*p*	*zeroGradient*
Γ_{cyl}	*U*	*fixedValue*
Γ_{cyl}	*p*	*zeroGradient*

2-7. Численное решение

Дальнейшее решение дискретной задачи в пакете основано на подходе («*segregated approach*») раздельного решения уравнений для скорости и давления. Для соблюдения согласованности аппроксимационных схем, уравнение для давления выражается из дискретизованных уравнений движения и неразрывности *(2.36)*, *(2.37)*.

Представим уравнение движения в следующем полудискретном виде:

$$a_P U_P^n = -\sum_N a_N U_N^n + \frac{U_P^o}{\tau} - \nabla p \qquad (2.39)$$

Недискретизованным здесь остается градиент давления, который определен как произведение среднего значения подынтегральной функции на объем ячейки и локализован в центре ячейки. Дискретизация других слагаемых проведена согласно представленным выше схемам (*Таб. 2*), коэффициенты при соответствующих компонентах скоростей U_P^n и U_N^n содержатся в диагональных матрицах a_P и a_N размерности *2×2*. В приведенной форме *(2.39)*, все слагаемые уравнения разделены на объем ячейки *V*.

Выразим из уравнения *(2.39)* вектор скорости в центре расчетной ячейки U_P^n:

$$U_P^n = a_P^{-1} H(U) - a_P^{-1} \nabla p \qquad (2.40)$$

где за *H(U)* обозначен оператор вида:

$$H(U) = -\sum_N a_N U_N^n + \frac{U_P^o}{\tau} \qquad (2.41)$$

Полученный вектор скорости можно интерполировать на грань ячейки следующим образом:

$$U_f = (a_P^{-1} H(U))_f - (a_P^{-1})_f (\nabla p)_f \qquad (2.42)$$

где $(a_P^{-1})_f$- обозначает интерполяцию соответствующих коэффициентов матрицы.

Подставляя *(2.42)* в уравнение неразрывности, получим дискретное уравнение для давления:

$$\sum_f S_f \cdot (a_P^{-1})_f (\nabla p)_f = \sum_f S_f \cdot (a_P^{-1} H(U))_f \qquad (2.43)$$

Аппроксимация оператора Лапласа здесь проводится так же, как и в диффузионном члене.

Результирующую систему уравнений с выделенным уравнением для давления запишем в виде:

$$a_p U_P = H(U) - \sum_f S_f p_f \qquad (2.44)$$

$$\sum_f S_f \cdot \left(\frac{1}{a_P} \nabla p\right)_f = \sum_f S_f \cdot \left(\frac{H(U)}{a_P}\right)_f \qquad (2.45)$$

Для решения задачи в форме *(2.44)*, *(2.45)* используется программа *icoFoam*, реализующая алгоритм *PISO* (*Pressure Implicit Splitt Operator*) [36-38]. Итерационная процедура алгоритма основана на последовательном решении уравнений для скоростей и давления. Согласно используемой реализации [36] вычисление неизвестных полей на новом временном слое проводится по следующей схеме:

0. По полю скоростей *U*, известному с предыдущего временного слоя, вычисляются потоки *F*.

1. Проводится неявное вычисление предиктора нового поля скоростей. Для этого решается система, образованная из уравнений *(2.46)*, где поле давления берется со старого временного слоя:

$$a_P U_P^n + \sum_N a_N U_N^n = + \frac{U_P^o}{\tau} - \sum_f S_f p_f^o \qquad (2.46)$$

(В общем случае найденный предиктор не удовлетворяет уравнению неразрывности).

2. Проводится *k*-циклов коррекции:

2.1. По найденному приближению поля скоростей вычисляются значения оператора *H(U)*:

$$H(U) = -\sum_N a_N U_N^n + \frac{U_P^o}{\tau} \qquad (2.47)$$

и рассчитываются значения $U_P{}^*$:

$$U_P^* = a_P^{-1} H(U) \qquad (2.48)$$

представляющие собой новые значения скоростей без учета давления (см. *(2.40)*).

2.2. Найденные скорости интерполируются на границы $U_P^* \to U_f^*$, после чего вычисляются соответствующие значения потоков:

$$F^* = S_f \cdot U_f^* + \frac{(F^o - S_f \cdot U_P^o)}{\tau} (a_P^{-1})_f \qquad (2.49)$$

Второе слагаемое в правой части выражения служит для замены слагаемого $\frac{S_f U_f^o}{\tau} (a_P^{-1})_f$ оператора $(a_P^{-1} H(U))_f$, полученного в результате

интерполяции, слагаемым $\frac{F^o}{\tau}(a_P^{-1})_f$- известным с предыдущего временного слоя, для которого в точности выполняется уравнение неразрывности.

2.3. Рассчитывается новое поле давления. Для этого решается система уравнений вида:

$$\sum_f S_f \cdot (a_P^{-1})_f (\nabla p)_f = \sum_f F_f^* \qquad (2.50)$$

2.4. Найденные давления используются длякоррекции потоков:

$$F = F^* + S_f \cdot (a_P^{-1})_f (\nabla p)_f \qquad (2.51)$$

и поля скоростей:

$$U_P^n = U_P^* - a_P^{-1} \nabla p \qquad (2.52)$$

2.5. Выполняется коррекция граничных условий.

В представленном алгоритме следует отметить несколько важных моментов:

- При малых числах Куранта связи между скоростью и давлением в уравнениях движения считаются более сильными, чем нелинейные связи на фиксированном временном слое. В связи с этим матрицы коэффициентов a_P, a_N, зависящие от значений потоков F, обновляются на каждой итерации по времени только на этапе предиктора.
- В алгоритме решаются две линейные задачи: первая для вычисления предиктора поля скоростей (шаг *1*), вторая для расчета нового поля давления в цикле коррекций (шаг *2.3*). Все остальные операции выполняются по явным формулам.
- При решении линейных задач для обеспечения диагонального преобладания матриц соответствующих систем используется отложенная коррекция [40]. Согласно этому методу конвективные слагаемые представляются в виде суммы:

$$\sum_f F(U)_f = \sum_f F(U)_f^{up} + \left(\sum_f F(U)_f - \sum_f F(U)_f^{up}\right) \qquad (2.53)$$

Первое слагаемое в правой части, полученное в результате дискретизации с использованием противопоточной схемы «*upwind*», не нарушает диагонального преобладания матрицы и поэтому используется для определения коэффициентов системы. Оставшийся комплекс, представляющий поправку более высокого прядка, определяется явным образом и добавляется в столбец свободных членов.

Аналогичный подход используется для дискретизации диффузионных членов на неортогональных участках сетки. Как было отмечено ранее, дискретизация этих слагаемых представляется в виде:

$$\sum_f S_f \cdot (\nabla u)_f = \sum_f l \cdot (\nabla u)_f + \sum_f k \cdot (\nabla u)_f \qquad (2.54)$$

Ортогональный вклад используется для определения коэффициентов системы, неортогональная поправка задается явным образом и добавляется в столбец свободных членов.

Для решения линейных систем с необходимой точностью, с учетом вышеописанного представления слагаемых, требуется несколько итераций: решение, полученное на каждой итерации, используется для обновления добавочных слагаемых в столбце свободных членов. В случае системы уравнений для давления такой цикл коррекций реализуется на шаге *2.3*. Точное решение задачи здесь обеспечивает консервативность результирующих потоков.

Основные параметры алгоритма *PISO*- число коррекций *k* (шаг *2*) и число неортогональных коррекций (шаг *2.3*) – выбираются равными соответственно (*3,3*) для используемых сеток. Для решения системы уравнений для давления (шаг *2.3*) применяется метод сопряженных градиентов *PCG* с геометро-алгебраическим многосеточным предобуславливателем *GAMG* (*Geometric agglomerated algebraic multigrid solver*). В реализации *GAMG* для сглаживания используется метод Гауса-Зейделя с числом *1*, *2* перелаксаций и пострелаксаций соответственно,

для агломерации ячеек сетки используется *faceAreaPair* алгоритм [33]. Система уравнений для скоростей решается методом би-сопряженных градиентов *PBiCG* с предобуславливателем основанным на неполной *LU* факторизации (*Diagonal incomplite-LU*). Сходимость по всем методам выполняется до значений невязки меньших 10^{-8}. Описанный набор алгоритмов решения, их параметры и обозначения в *OpenFOAM* представлены в таблице *4*.

Все вычисления выполняются распределенным образом по технологии *MPI*, применяя метод декомпозиции области решения (*domain decomposition*). Для этого расчетная область делится на *2-4* подобласти по вертикали в зависимости от рассматриваемого случая. Подзадачи в каждой подобласти рассчитываются на различных ядрах процессора.

Таблица 4. Используемые алгоритмы решения линейных задач и их параметры:

***preconditioner*- предобуславливатель, *maxIter*- максимальное число итераций, *tolerance*- максимально допустимое значение модуля невязки, *smoother*- метод сглаживания, *agglomerator*- аггломератор, *nPreSweeps*- число пререлаксаций, *nPostSweeps*- число пострелаксаций, *nFinestSweep*-число релаксаций на самой точной сетке, *nCellsInCoarsestLevel*- число ячеек на самой грубой сетке.**

Задача	***Методы решения***	***Параметры***
для давления	*PCG*	*preconditioner GAMG; maxIter20; tolerance 1e-8; relTol 0.0;*
предобуславливатель	*-GAMG*	*smoother GaussSeidel; agglomerator faceAreaPair; nPreSweeps 1; nPostSweeps 2;nFinestSweeps 2; tolerance1e-8; nCellsInCoarsestLevel50; relTol 0.0; preconditioner DILU;*
дляскоростей	*PBiCG*	*maxIter 20; tolerance1e-8; relTol 0.0;*

2-8. Результаты расчетов

Рассматривается прямолинейное движение двухмассовой системы в вязкой несжимаемой жидкости. Перемещение системы как целого происходит за счет продольного периодического движения одного тела (внутренней массы) относительно другого (корпуса). Исследуемая механическая система моделирует виброробот– мобильное устройство, способное перемещаться в сопротивляющейся среде без подвижных внешних частей (колес, ног, гусениц и т.п.). Задача о движении двухмассовой системы в данной работе рассматривается в обратной постановке.

При решении обратной задачи, мы выбираем закон движения корпуса и скорость набегающего потока, а затем, по найденным силам сопротивления восстанавливаем движение внутренней массы. Обратный метод очевидно более трудоемкий и затратный, чем прямое моделирование движения виброробота. Это связано в первую очередь с тем, что для заданного режима движения, скорость набегающего потока должна быть выбрана таким образом, что средняя сила, действующая на корпус за период колебания, обращалась бы в ноль. Это условие соответствует уставившемуся направленному движению робота со средней скоростью равной скорости набегающего потока. Поиск такой средней скорости при прочих фиксированных параметрах движения и характеристиках среды требует проведения серии расчетов. Эта задача осложняется возможными переходами между режимами течения жидкости вокруг корпуса при последовательном изменении (увеличении, уменьшении) скорости, что в свою очередь может влиять на динамику изменения средней силы сопротивления. Для решения этой задачи применяется метод продолжения по параметру, где в качестве параметра выбирается скорость набегающего потока. Метод позволяет с заданной точностью построить зависимость средней силы сопротивления от

скорости и таким образом локализовать точки в которых средняя сила сопротивления равна нулю.

Несмотря на все вышеописанные трудности, обратный метод имеет и значительные преимущества. Этот метод позволяет изучать зависимость динамики течения непосредственно от закона движения корпуса, опуская взаимодействие с подвижной внутренней массой; т.е позволяет проводить прямое исследование влияния структуры течения на гидродинамические силы, действующие на корпус. Это дает возможность накапливать материал, для решения одной из наиболее актуальных задач рассматриваемой научной области– оптимизации движения виброробота.

В данной работе исследуется гармонический закон движения корпуса.

Расчеты в работе выполнялись для следующей комбинации управляющих параметров $\mu_1=0.53$, $\mu_2=0.423$, $f=1/5$, в диапазоне чисел Рейнольдса $60<Re<170$. Изменения средной скорости движения виброробота с ростом числа Рейнольдса при разных режимах движения представлены на рисунке 5.

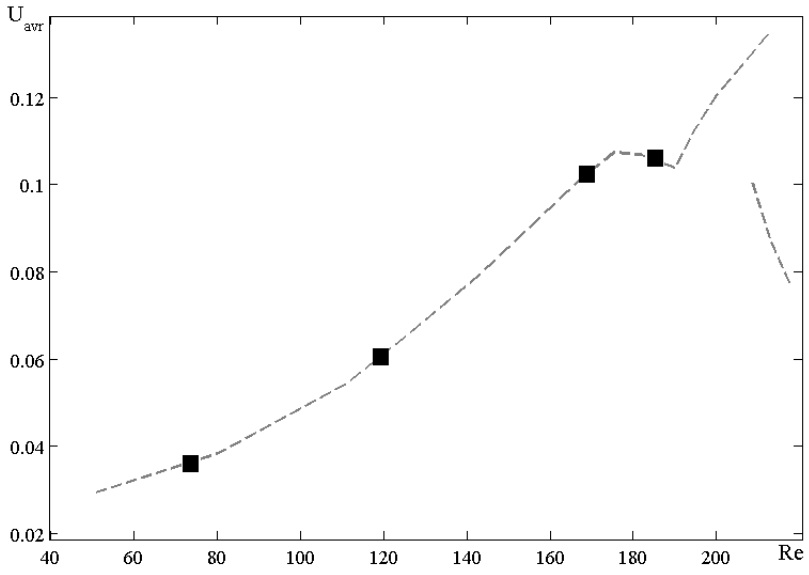

Рисунок 5. Зависимость средной скорости от числа Рейнольдса

В зоне малых чисел Рейнольдса (*Re<160*) наблюдается единственный периодический симметричный относительно оси колебания режим *S*, который определяет направленное движение робота вперед вершиной. Рост нелинейности закона сопротивления среды в этом диапазоне с увеличением числа Рейнольдса приводит к росту значений как средней скорости.

В далее, приведены картины течения симметричного режима.

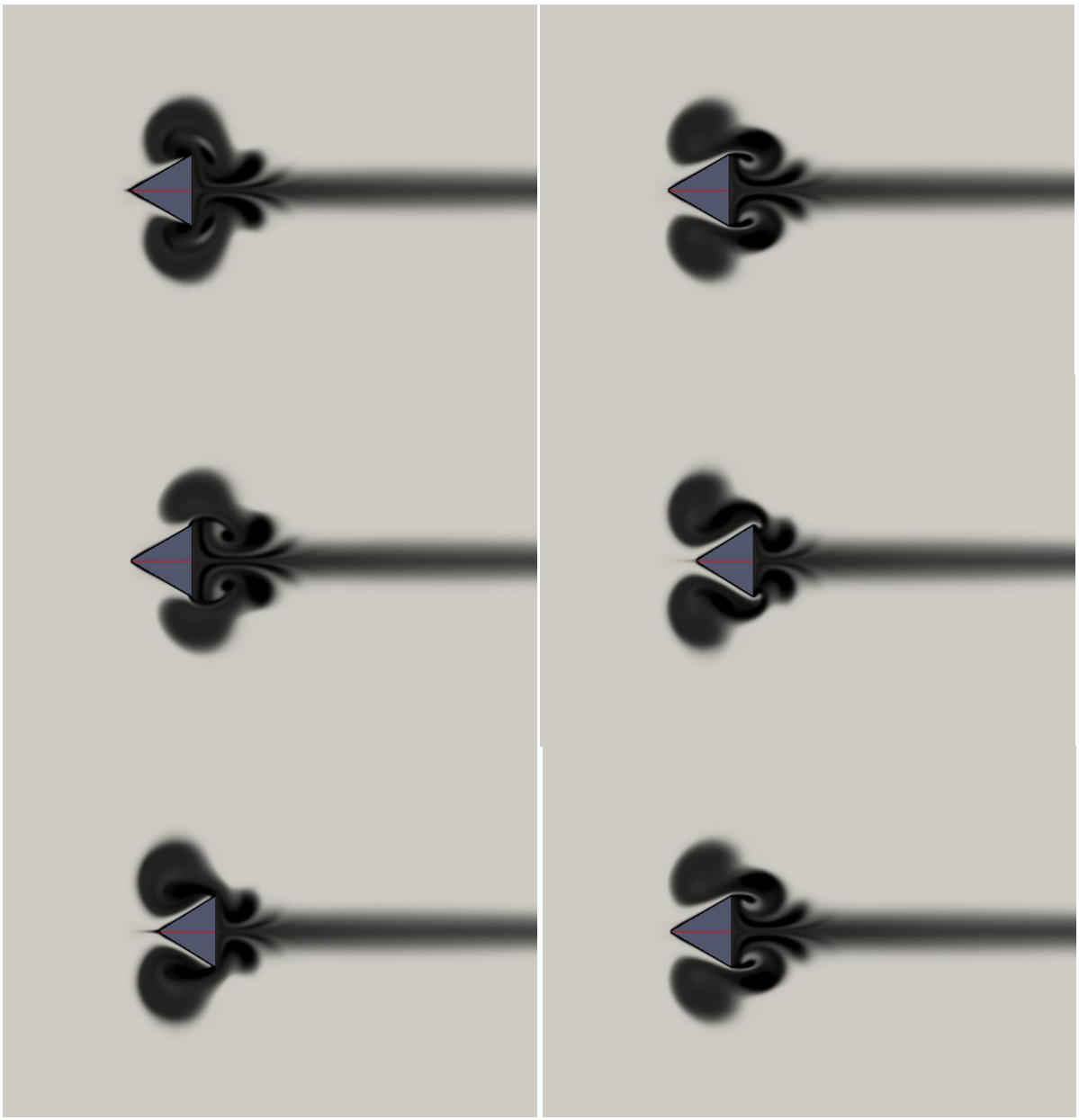

Рисунок 6. Картины течения симметричного режима

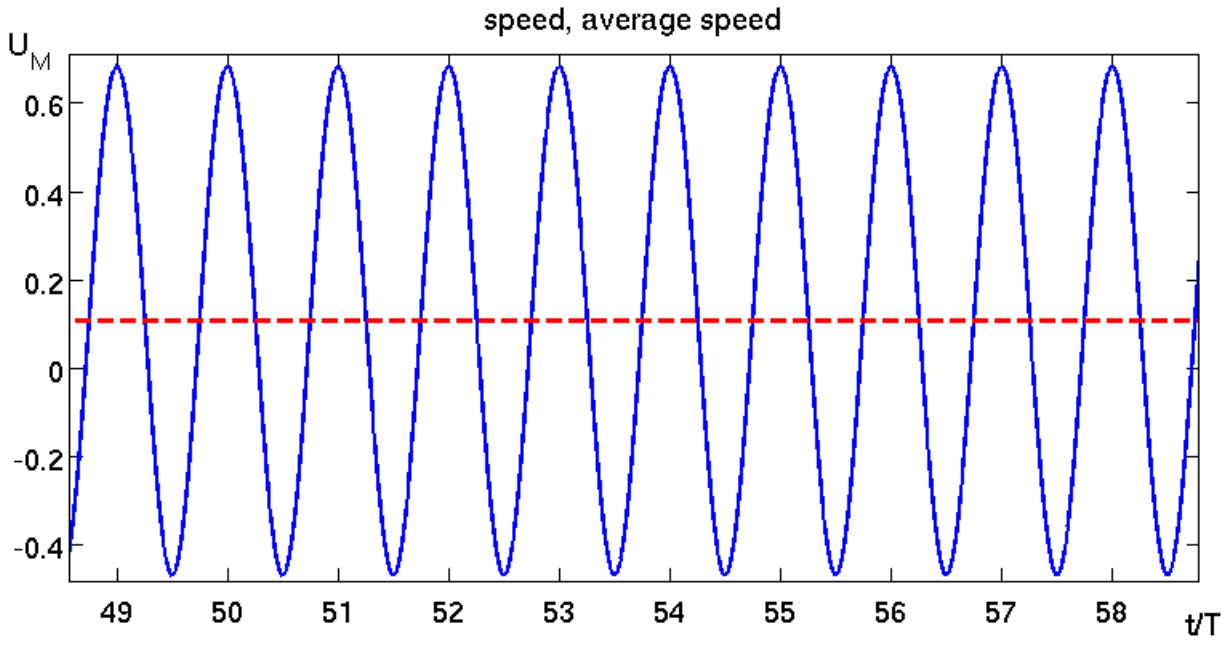

Рисунок 7. Скорость и средняя скорость движения корпуса

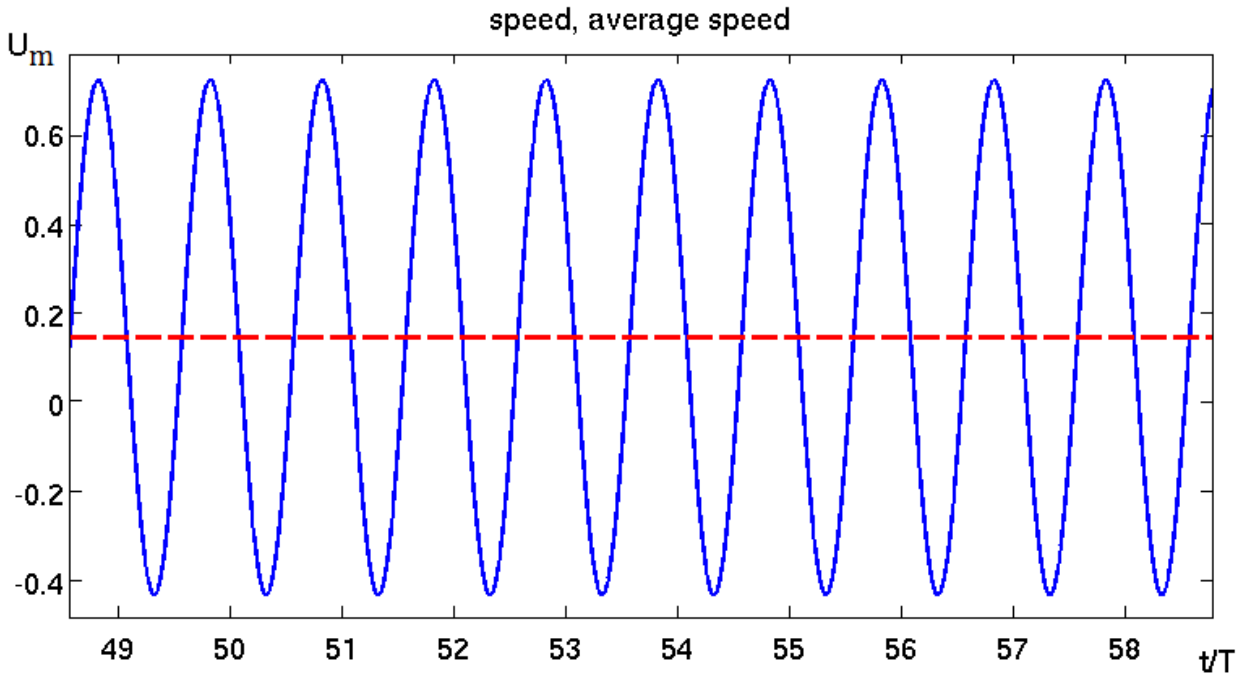

Рисунок 8. Скорость и средняя скорость движения внутренней массы

2-9. Заключение

В ходе исследований проведенных в работе при гармонических осцилляциях корпуса были получены следующие основные результаты:

1. Построена двухмерная модель движения треугольного цилиндра стационарным потоком вязкой жидкости в пакете *OpenFOAM*.
2. Выбранная форма корпуса при его заданном законе движения с исследуемой частотой колебания $f=1/5$ позволяет обеспечить направленное устойчивое движение виброробота в вязкой жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса $60<Re<170$.
3. На базе пакета *OpenFOAM* в двухмерной постановке выполнен численный эксперимент по обтеканию гармонического осциллирующего треугольного цилиндра вязкой жидкостью. Построены карты краски режима, функции тока и завихренности.
4. Исследован симметричный режим вокруг осциллирующего треугольного цилиндра вязкой жидкостью, нарисованы диаграмы симметричного режима течения, движения корпуса и движения внутренней массы в диапазоне чисел Рейнольдса $60<Re<170$.

Список литературы

1. Williamson, C.H.K., “Vortex dynamics in the cylinder wake,” *Annual Review of Fluid Mechanics,* Vol. 28, pp. 477–539 (1996).
2. Tamura, T. and Kuwahara, K., “Numerical study of aerodynamics behavior of a square cylinder,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* Vol. 33, pp. 161–170 (1990).
3. Okajima, A., “Numerical simulation of flow around rectangular cylinders,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* Vol. 33, pp. 171–180 (1990).
4. Zdravkovich, M.M., “Flow around circular cylinders,” *Fundamentals, Oxford university press, USA,* Vol. 1 (1977).
5. Zdravkovich, M.M., “Flow around circular cylinders,” *Applications, Oxford university press, USA, 1st edition,* Vol. 2 (2002).
6. Alonso, G. and Meseguer, J., “A parametric study of the galloping stability of two-dimensional triangular cross-section bodies,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics,* Vol. 94, pp. 241–253 (2006).
7. Abbassi, H., Turki, S. and Nasrallah, S.N., “Numerical investigation of forced convection in a plane channel with a built-in triangular prism,” *International Journal of Thermal Sciences,* Vol. 40, pp. 649–658 (2001).
8. De, A.K. and Dalal, A., “Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 52, pp. 801–821 (2006).
9. Bao, Y., Zhou, D. and Zhao, Y.J., “A two-step Taylor-characteristic-based Galerkin method for incompressible flows and its application to flow over triangular cylinder with different incidence angles,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 62, pp. 1181–1208 (2010).
10. Ghadimi, P., Shademani, R., Zamanian, R. and Dashtimanesh, A., “Assessment of Air Flow over an Equilateral Triangular Obstacle in a horizontal Channel Using FVM,” *Journal of Mathematical Sciences and Applications,* Vol. 1, No. 1, pp. 12-16 (2013).
11. Griffin, O.M., “Instability in the vortex street wakes of vibrating bluff bodies,” *Trans. ASME I: Journal of Fluids Eng.,* Vol. 95, pp. 569-581 (1973).
12. Tatsuno, M., “Circulatory Streaming in the Vicinity of an Oscillating Square Cylinder,” *Journal of Physical Society of Japan,* Vol. 36, pp. 1185-1191 (1974).
13. Tatsuno, M., “Circulatory streaming in the vicinity of an oscillating triangular cylinder,” *Journal of Phys. Soc., Japan,* Vol. 38, No. 1, pp. 257-264 (1975).
14. Ongoren, A. and Rockwell, D., “Flow structure from an oscillating cylinder Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake, & Part 2. Mode competition in the near wake,” *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 191, pp. 197-245 (1988).

15. Morrison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W. and Schaaf, S.A., "The forces exerted by surface waves on piles," *Journal of Petrol. Tech. Am. Inst. Mining Eng.,* Vol. 189,149, (1950).
16. Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H., "Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid," *Journal of Res. Nat. Bur. Stand.,* Vol. 60, (1958).
17. Justesen, P., "A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder," *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 222, pp. 157-196 (1991).
18. Williamson, C.H.K., "Sinusoidal flow relative to circular cylinders," *Journal of Fluid Mech.,* Vol. 155, pp. 141-174 (1985)
19. Nuriev, A.N., "Течение вязкой жидкости вокруг осциллирующего цилиндра: численный эксперимент, бифуркационный и асимптотический анализ," *Ph.D. thesis, Kazan Federal University, Kazan, Russia,* (2013).
20. Bertelsen, A.F., "An experimental investigation of high Reynolds number steady streaming generated by oscillating cylinders," *Journal of Fluid Mech.,* Vol. 64, pp. 589-697 (1974).
21. Bearman, P.W., Downie, M.J., Graham, J.M.R. and Obasaju, E.D., "Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers," *Journal of Fluid Mech.,* Vol. 154, pp. 337-356 (1985).
22. Anagnostopoulos, P., "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part 1: Lock-in zoned, hydrodynamic forces and wake geometry," *Journal of Fluids and Structure,* Vol. 14, pp. 819-851 (2000).
23. Anagnostopoulos, P., "Numerical study of the flow past a cylinder excited transversely to the incident stream. Part 2: Timing of vortex shedding, aperiodic phenomena and wake parameters," *Journal of Fluids and Structure,* Vol. 14, pp. 853-882 (2000).
24. T.T. Do, L. Chen and J.Y. Tu, "Numerical simulations of flows over a forced oscillating cylinder," *16th Australasian Fluid Mechanics Conference,* Crown Plaza, Gold Coast, Australia, pp. 573-579 (2007).
25. Alonso, G., Sanz-Lobera, A. and Meseguer, J., "Hysteresis phenomena in transverse galloping of triangular cross-section bodies," *Journal of Fluids and Structures,* Vol. 33, pp. 243–251 (2012).
26. Al Awadhi, E.M., "Numerical simulation of fluid flow past an oscillating triangular cylinder in a channel," *Journal of Fluids Engineering (ASME),* Vol. 135, 041202 (2013).
27. Wang, S.Z., Zhu, L.D., Zhang, X. and et al., "Flow past two freely rotatable triangular cylinders in tandem arrangement," *Journal of Fluids Engineering (ASME),* Vol. 133, 081202 (2011).

28. Tu, J., Zhou, D., Bao, Y., Han, Z. and Li, R., “Flow characteristics and flow-induced forces of a stationary and rotating triangular cylinder with different incidence angles at low Reynolds numbers,” *Journal of Fluids and Structures,* Vol. 45, pp. 107–123 (2014).
29. Kumar, D.A. and Dalal, A., “Numerical simulation of unconfined flow past a triangular cylinder,” *International Journal for Numerical Meth. Fluids,* Vol. 52, pp. 801–821 (2006).
30. “ OpenFOAM Release History,” *Last visited on 12.05.2014,* URL: http://www.openfoam.org/download/history.php.
31. “OpenFOAM Licensing Page,” *Last visited on 12.05.2014,* URL: http://www.openfoam.org/licence.php.
32. Nuriev, A.N. and Zaytseva, O.N., “Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM,” *Вестник Казанского технологического университета,* №. 8, pp. 116–123 (2013).
33. “Open FOAM (The Open Source CFD Toolbox): User Guide Version 2.2.1.- 2013,” *Last visited on 18.05.2014,* URL:http://www.openfoam.org/docs/user/.
34. “unihub - О проекте,” *Last visited on 07.06.2014,* https://unihub.ru/about.
35. “Глава 5. Создание и конвертация сеток (перевод руководства пользователя OpenFOAM),” *Last visited on 18.05.2014,* URL: http://www.unihub.ru/ resources/125/download/latex_mesh.pdf.
36. Jasak, H., “Error analysis and estimation for the Finite Volume method with applications to fluid flows,” *Ph.D. thesis, Imperial College, University of London,* (1996).
37. Juretic, F., “Error analysis in finite volume CFD,” *Ph.D. thesis, Imperial College, University of London,* (2004).
38. Ferziger, J.H. and Peric, M., “Computational methods for fluid dynamics,” *3rd rev. edition. Berlin, Springer,* pp. 424 (2002).
39. “A library that introduces a boundary-condition groovyBC,” *Last visited on 18.05.2014,* URL: http://openfoamwiki.net/index.php/Contrib_groovyBC.
40. Khosla, P. and Rubin S., “A diagonal dominant second order accurate implicit scheme,” *Computers* and *Fluids,* Vol. 2, pp. 207-209, (1974).

Приложения

1. Особенности программной реализации

Программная реализация выполнена на основе исходного кода открытого пакета *OpenFOAM 2.1*. Проведена модификация решателя *icoFoam* и библиотеки forces.

2. Реализация чтения ускорения из файла

В исходный код решателя, в файл *createFields.H*, был добавлен код регистрации словаря *acceleration* (создание объекта типа *Iodictionary*, который регистрируется в *objectRegistry*) , по аналогии с регистрацией словаря *transportProperties*.

```
IOdictionary acceleration
    (
        IOobject
        (
            "acceleration",
            runTime.constant(),
            mesh, //objectRegistry
            IOobject::MUST_READ,
            IOobject::NO_WRITE
        )
    );
```

В библиотеке *myForces.C* чтение словаря было организовано через *DataEntry* по примеру граничных условий *timeVaryingMappedFixedValue*.

```
autoPtr<DataEntry<scalar> > im_acceleration
    (
    DataEntry<scalar>::New
    (
        "im_acceleration",
        acceleration //dictionary
    )
    );
```

значение ускорение в текущий момент времени *time_p* интерполируется по данным словаря *acceleration*:

```
scalar ima = im_acceleration().value(time_p);
```